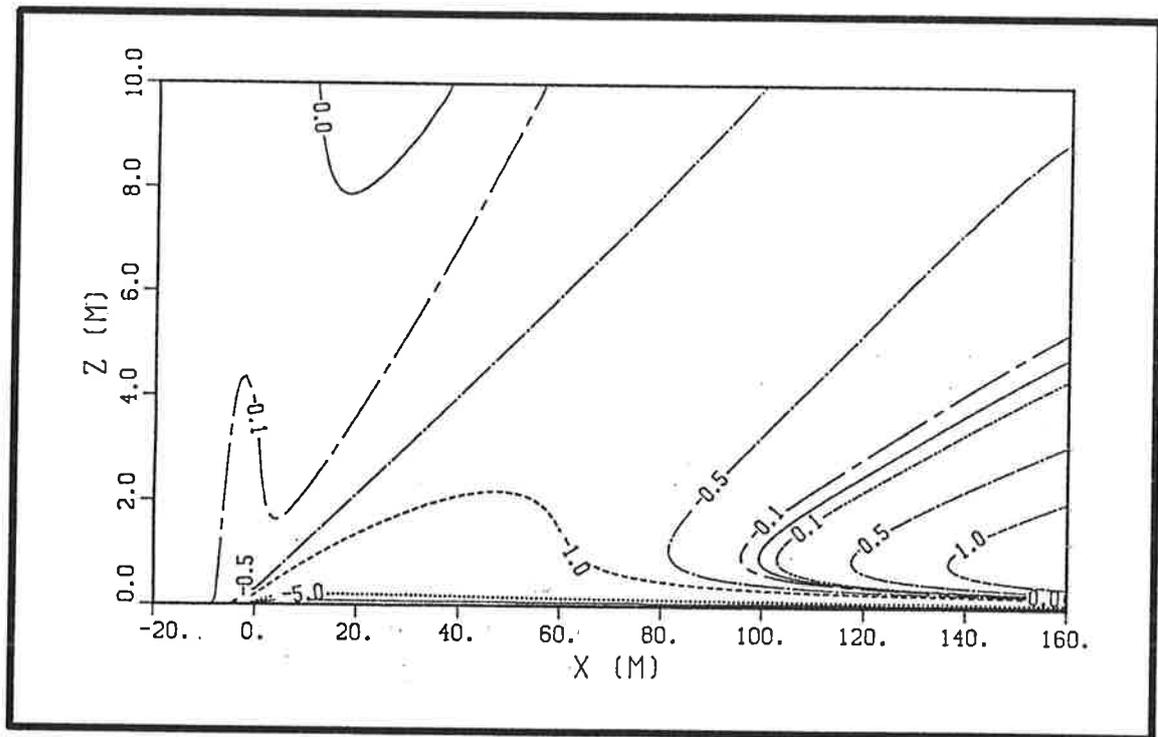




# Max-Planck-Institut für Meteorologie

## EXAMENSARBEIT Nr. 13



### DIE BODENNAHE LUFTSTRÖMUNG ÜBER INHOMOGENEN OBERFLÄCHEN

von  
MARTIN CLAUSSEN

HAMBURG, NOVEMBER 1991

VORGELEGT IM RAHMEN DES HABILITATIONSVERFAHRENS

AUTOR:

MARTIN CLAUSSEN

MAX-PLANCK-INSTITUT  
FÜR METEOROLOGIE

MAX-PLANCK-INSTITUT  
FÜR METEOROLOGIE  
BUNDESSTRASSE 55  
D-2000 HAMBURG 13  
F.R. GERMANY

Tel.: (040) 4 11 73-0  
Telex: 211092 mpime d  
Telemail: MPI.METEOROLOGY  
Telefax: +49 (40) 4 11 73-298

EXb13

**Die bodennahe Luftströmung  
über  
inhomogenen Oberflächen**

von

**Martin Claußen**

Hamburg  
November 1991

ISSN 0938-5177

## Zusammenfassung

Die Reaktion der bodennahen Luftströmung auf Änderungen der Rauigkeit sowie optischer und thermischer Eigenschaften einer nahezu ebenen Oberfläche wird mit Hilfe numerischer Simulationen untersucht. Die physikalischen Prozesse, die die Entwicklung interner Grenzschichten bestimmen, werden eingehend beschrieben. Insbesondere werden untersucht: die Bedeutung der turbulenten Diffusion bei der Entwicklung interner Grenzschichten, die Reaktion des turbulenten Austauschkoeffizienten auf Änderungen der Bodeneigenschaften, der Einfluß des Druckfeldes auf die bodennahe Strömung stromauf von einer Rauigkeitsänderung, der Haushalt der turbulenten kinetischen Energie innerhalb einer internen Grenzschicht, die Entwicklung interner Massengrenzschichten, der Aufbau interner Grenzschichten in einer nichtneutral geschichteten Atmosphäre, die horizontale und vertikale Ausdehnung von Nachlaufgrenzschichten stromab von isolierten Rauigkeitsstreifen, das Verschmelzen mehrerer interner Grenzschichten sowie die Entwicklung einer einhüllenden internen Grenzschicht.

Auf der detaillierten Untersuchung der horizontal inhomogenen, bodennahen Luftströmung aufbauend, wird ein Verfahren zur Berechnung räumlich gemittelter, bodennaher Impuls-, Energie- und Stoffflüsse in einem gröberskaligen Strömungsmodell entwickelt, das die Inhomogenität einer Oberfläche nicht aufzulösen gestattet. Ferner wird die Größenordnung der sogenannten mesoturbulenten Transporte abgeschätzt, also der Transporte, die durch Luftbewegungen hervorgerufen werden, die sich nicht als Mikroturbulenz erfassen lassen und deren charakteristische Ausdehnung kleiner als die Gittermaschenweite eines numerischen Modells ist.

## Summary

### The atmospheric surface layer over inhomogeneous terrain

The response of the atmospheric surface-layer flow to changes in roughness, optical and thermal conditions of an almost flat surface are investigated by use of numerical simulations. The physical processes, which dominate the development of internal boundary layers, are described in detail. Attention is focussed on: the role of turbulent diffusion in the development of internal boundary layers, the response of the eddy viscosity to changes of surface conditions, the influence of pressure on the surface-layer flow upstream of a change in roughness, the budget of turbulent kinetic energy within an internal boundary layer, the development of internal boundary layers of constituents, the horizontal and vertical extent of wakes downstream of isolated roughness strips, the blending of multiple internal boundary layers, and the development of enveloping internal boundary layers.

Based on the detailed investigation of the horizontally inhomogeneous surface-layer flow, a method for computation of spatially-averaged surface fluxes of momentum, energy, and constituents in a larger scale model, which does not resolve the inhomogeneity of the surface, is developed. Furthermore, the magnitude of the so-called mesoturbulent transports, i.e., transports originated by motions at scales larger than micro turbulence, but smaller than the grid size of a numerical model, are estimated.

## Inhaltsverzeichnis

Liste häufiger benutzter Symbole

- 1. Einleitung**
- 2. Die bodennahe Strömung über homogenen Oberflächen**
  - 2.1 Die Grundgleichungen
  - 2.2 Das logarithmische Windprofil
  - 2.3 Die Rauigkeitslänge
  - 2.4 Die diabatischen Vertikalprofile der mittleren Größen
  - 2.5 Die Energie- und Impulsflüsse am Boden
  - 2.6 Die Grenzen der bodennahen Atmosphäre
- 3. Modellvorstellungen zur Beschreibung der bodennahen Strömung über inhomogenen Oberflächen**
  - 3.1 Die inhomogene Oberfläche
  - 3.2 Verschiedene Turbulenzmodelle
    - 3.2.1 Das Prandtlsche Mischungswegmodell
    - 3.2.2 Das Petersonsche Modell
    - 3.2.3 Das Prandtl-Kolmogoroff-Modell
    - 3.2.4 Das  $E - \epsilon$ -Modell
    - 3.2.5 Die Bilanzgleichung turbulenter kinetischer Energie
    - 3.2.6 Die Bilanzgleichung der Dissipation
    - 3.2.7 Komplexere Turbulenzmodelle
    - 3.2.8 Die Blackadarsche Mischungsweglänge - ein Hybridmodell
  - 3.3 Bemerkungen zur numerischen Modellierung
    - 3.3.1 Die Randbedingungen des numerischen Modells
- 4. Interne Grenzschichten bei neutraler Schichtung**
  - 4.1 Definition der internen Grenzschichten
  - 4.2 Die Bedeutung der turbulenten Diffusion
    - 4.2.1 Analytische Modelle
      - 4.2.1.1 Diffusionsmodelle
      - 4.2.1.2 Integralmodelle
      - 4.2.1.3 Ähnlichkeitsmodelle

- 4.2.1.4 Lineare Modelle
- 4.2.1.5 Bewertung der analytischen Modelle
- 4.2.2 Ein numerischer Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle
- 4.3 Die Bedeutung des Druckfeldes
- 4.4 Der Haushalt der turbulenten kinetischen Energie
- 4.5 Interne Grenzschichten über mehrfachen Änderungen der Bodenrauigkeit
  - 4.5.1 Isolierte Rauigkeitsstreifen
  - 4.5.2 Ensemble von Rauigkeitssprüngen
- 4.6 Interne Massengrenzschichten
  
- 5. Interne Grenzschichten bei nichtneutraler Schichtung**
  - 5.1 Die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht
  - 5.2 Die interne Temperaturgrenzschicht
  - 5.3 Die interne Feuchtegrenzschicht
  - 5.4 Mehrfache interne Grenzschichten
  - 5.5 Die inhomogenen Wärmeflüsse
  
- 6. Zur Parameterisierung subskaliger turbulenter Transporte**
  - 6.1 Mikro- und mesoturbulente Transporte
  - 6.2 Die effektive Rauigkeit
  - 6.3 Die effektiven Bodenwiderstände
  - 6.4 Die mittleren Bodenwärmeflüsse
  - 6.5 Die mesoturbulenten Flüsse und Flußdivergenzen
  
- 7. Ausblick**

Danksagung

Literaturverzeichnis

## Liste häufiger benutzter Symbole

$C_{m,h,q,s}$	turbulenter Transferkoeffizient für Impuls, Wärme, Feuchte und einer passiven Luftbeimengung (Gl. 2.5.7a-c)
$\hat{C}_{m,\dots}$	effektiver Transferkoeffizient für Impuls, ... (Gl. 6.1.7)
$\hat{C}_{m,\dots}^i$	- " - über einer Fläche des Bodentyps 'i' (Gl. 6.4.1a-c)
$e$	Basis der natürlichen Logarithmen
$e, E$	Fluktuation und Erwartungswert der turbulenten kinetischen Energie
$E_0$	Feuchtefluß an der Erdoberfläche (Gl. 2.1.2e)
$g$	Schwerebeschleunigung
$h_x$	vertikale Mächtigkeit der internen Grenzschicht des turbulenten Impulsflusses ( $x = uw$ ), der mittleren Geschwindigkeit ( $x = U$ ) der Temperatur und Feuchte ( $x = t, q$ ) (Abschn. 4.1, 5.2, 5.3)
$h_{eq}$	vertikale Mächtigkeit der sogenannten neuen Gleichgewichtsschicht (Abschn. 4.1)
$H_0$	Temperaturfluß an der Erdoberfläche (Gl. 2.1.2d)
$K_m$	turbulenter Austauschkoefizient für Impuls (Gl. 3.2.1)
$K_h$	- " - für Temperatur und Feuchte (Gl. 3.2.2)
$l_b$	Blendhöhe nach Mason (Gl. 4.5.2.1)
$l_d$	Diffusionshöhe (Gl. 4.5.2.2a,b)
$l_0 = \kappa z$	Mischungsweglänge nach Prandtl (Abschn. 3.2.1)
$l_m$	Mischungsweglänge für Impuls (Gl. 3.2.1.2)
$l_h$	- " - für Temperatur und Feuchte (Gl. 3.2.1.5)
$l_m^B$	Blackadarsche Mischungsweglänge (Gl. 3.2.8.1/2)
$l_\infty$	Maximum von $l_m^B$
$L$	Obukhov Länge (Gl. 2.4.2)
$L_x$	charakteristisches horizontales Längenmaß (Abschn. 4.2.1.1, 4.5.2)
$p, P$	Fluktuation und Erwartungswert der Druckes
$P_s$	Scherproduktion turb. kinet. Energie (Gl. 3.2.5.2)
$q, Q$	Fluktuation und Erwartungswert der spezifischen Luftfeuchte
$Q_G$	Spezifische Luftfeuchte an der Erdoberfläche
$Q_{boden}$	Bodenwärmestrom (Gl. 2.5.8)
$Q_{lat}$	Energieflußdichte latenter Wärme an der Erdoberfläche (Gl. 2.5.5)
$Q_{rad}$	Nettostrahlungsflußdichte an der Erdoberfläche (Gl. 2.5.3)
$Q_{sens}$	Energieflußdichte fühlbarer Wärme an der Erdoberfläche (Gl. 2.5.4)

$q_*$	Normierungsgröße der Feuchtefluktuation (Gl. 2.4.1c)
$r_b$	Widerstand der viskosen Unterschicht (Gl. 4.6.4)
$r_s$	Bodenwiderstand (Gl. 4.6.2)
$Re_* = \frac{u_* z_0}{\nu}$	Reibungsreynoldszahl
$s, S$	Fluktuation und Erwartungswert einer passiven Luftbeimengung
$S_w$	allgemeine Windscherung (Gl. 3.2.1.3)
$T_G$	aktuelle Temperatur der Erdoberfläche
$T_*$	Normierungsgröße der Temperaturfluktuation (Gl. 2.4.1b)
$u, v, w$	x,y,z-Komponenten der Geschwindigkeitsfluktuation
$U, W$	Erwartungswert der Geschwindigkeit
$u_*$	Schubspannungsgeschwindigkeit (Gl. 2.1.2b)
$u_{*1,*2}$	-"- stromauf und stromab von einem einzelnen Rauigkeitssprung
$x, y, z$	kartesische Koordinaten
$\Delta X, \Delta Z$	horizontale und vertikale Mächtigkeit einer gedachten, größerskaligen Gitterzelle
$z_p$	Referenzhöhe des effektiven Impulstransferkoeffizienten (Gl. 6.2.3)
$z_r$	Höhe, an der die untere Randbedingung bestimmt wird (Abschn. 3.3.1)
$z_0$	Rauhigkeitslänge (Gl. 2.2.4)
$z_{0t,0q,0s}$	-"- der Vertikalprofile der mittleren Temperatur, Feuchte oder einer passiven Luftbeimengung (Gl. 2.4.6a,b)
$z_{01,02}$	-"- stromauf und stromab von einem einzelnen Rauigkeitssprung
$z_{0F,00}$	-"- eines isolierten Streifens und der Umgebung
$z_{0e}$	effektive Rauhigkeitslänge (Gl. 6.2.10)
$z_{0,tay}$	-"- nach Taylor (Gl. 6.2.5/7)
$\delta_{ij}$	Kroneckersymbol
$\varepsilon, \epsilon$	Fluktuation und Erwartungswert der Dissipation turb. kinet. Energie
$\epsilon_{ijk}$	schiefsymmetrischer Einheitstensor 3. Stufe
$\theta, \Theta$	Fluktuation und Erwartungswert der potentiellen Temperatur
$\Theta_v$	Erwartungswert der virtuellen, potentiellen Temperatur
$\Theta_G$	Potentielle Temperatur der Erdoberfläche
$\Theta_{0v}$	Virtuelle, potentielle Referenztemperatur
$\kappa$	von Kármán Konstante
$\nu$	kinematische Viskosität
$\pi$	Kreiszahl
$\phi_m$	dimensionslose Scherung (Gl. 2.4.3a)

$\phi_h$	dimensionslose Abkühlungsrate (Gl. 2.4.3b)
$\phi_q$	dimensionslose Feuchtedivergenz (Gl. 2.4.3c)
$\chi_t$	Temperaturdiffusivität
$\chi_q$	Feuchtediffusivität
$\psi$	Stromfunktion (Abschn. 2.3)
$\psi_m$	Stabilitätskorrektur für $U(z)$ (Gl. 2.4.5a)
$\psi_h$	Stabilitätskorrektur für $\Theta(z)$ und $Q(z)$ (Gl. 2.4.5b)
$\Omega$	Wirbelstärke der mittleren Strömung (Abschn. 2.3)

<i>Modell 1</i>	Prandtl'sches Mischungswegmodell (Abschn.3.2.1)
<i>Modell 2</i>	Petersonsches Modell (Abschn.3.2.2)
<i>Modell 3</i>	Prandtl-Kolmogoroff-Modell (Abschn.3.2.3)
<i>Modell 4</i>	$E - \epsilon$ -Modell (Abschn.3.2.4)

## 1. Einleitung

Wie jede Strömung viskoser Flüssigkeiten über festen Oberflächen, so bildet auch die Atmosphäre eine Grenzschicht aus, eine Schicht, in der die Wechselwirkung der Strömung mit der Oberfläche die Struktur der Strömung wesentlich mitbestimmt. Im Vordergrund der folgenden Betrachtungen steht die wenige Dekameter mächtige, bodennahe Grenzschicht, die sich gegenüber der gesamten Grenzschicht der Atmosphäre dadurch auszeichnet, daß der Einfluß der durch die Erdrotation bedingten Coriolisbeschleunigung in vielen Anwendungsfällen vernachlässigt werden kann. Die bodennahe Luftströmung ähnelt daher technischen Grenzschichtströmungen über unbewegten Oberflächen, so daß einige der im folgenden vorzustellenden Forschungsergebnisse auch für technische Strömungen gelten.

Die bodennahe Grenzschicht wird vor allem unter zwei Gesichtspunkten untersucht. Zum einen ist die bodennahe Atmosphäre der unmittelbare Lebensraum des Menschen. Ein Teil der täglichen Wettervorhersage ist tatsächlich eine Vorhersage der bodennahen Atmosphäre, wie z.B. die Vorhersage der Frostbildung, des Tuaeinsatzes, des Nebels sowie der Minimum- und Maximumtemperaturen. Die bodennahe Ausbreitung von Schadstoffen und Lärm sowie die Ablagerung von Schadstoffen auf die Erdoberfläche wird erheblich durch die bodennahe Luftströmung beeinflusst. Die Böigkeit des Windes muß bei der Konstruktion von schwingungsfähigen Bauwerken wie Brücken und Schornsteinen mit berücksichtigt werden. Ähnliches gilt für die Nutzung der Windenergie durch Windkraftanlagen. Zum anderen kommt der bodennahen Grenzschicht eine besondere Bedeutung bei der Betrachtung der Dynamik der großräumigen Zirkulation der Atmosphäre zu. Die horizontalen Unterschiede der bodennahen Wärmeströme regen Luftzirkulationen an. Zudem wird nahezu der gesamte Wasserdampf, der in die Atmosphäre gelangt, durch die bodennahe Luftschicht in die Atmosphäre transportiert. Immerhin stellt der mit Verdunstung und Kondensation einhergehende Umsatz von latenter Wärme gut achtzig Prozent des Gesamtantriebes der atmosphärischen Zirkulation dar. Ferner werden etwa fünfzig Prozent der kinetischen Energie der Atmosphäre in der gesamten Grenzschicht dissipiert und davon der größte Teil in Bodennähe. Die bodennahe Luftströmung beeinflusst also direkt die Lebensbedingungen des Menschen und indirekt, indem sie die großräumige Strömung sozusagen als untere Randbedingung mitbestimmt.

Die theoretische Beschreibung der bodennahen Luftströmung gilt als größtenteils gesichert für den Idealfall einer stationären Strömung über einer horizontal homogenen

Oberfläche. Dieser stationäre Zustand wird oft als Gleichgewicht der bodennahen Strömung mit der Erdoberfläche bezeichnet. Abgesehen von den Ozeanen, sind Gebiete, die über weite Entfernungen eine homogene Erdoberfläche aufweisen, selten, aber in der Regel lassen sich stets mehr oder weniger große Flächen identifizieren, die in sich als homogen gelten können. Daher stellt sich die Frage, unter welchen Voraussetzungen sich die Strömung zumindest näherungsweise im Gleichgewicht mit der Erdoberfläche befindet und wie die Abweichung der Strömung vom Gleichgewicht beschrieben werden kann.

Im allgemeinen ist die bodennahe Grenzschicht turbulent. Die typische Zeit für die turbulente Durchmischung der bodennahen Atmosphäre beträgt nur wenige Minuten, oft nur wenige Sekunden. Daher steht die bodennahe Strömung im Falle langsamer Änderungen des Erdbodens, wie zum Beispiel während der tageszeitlichen Erwärmung des Bodens durch die Sonnenstrahlung, in einem quasistationären Gleichgewicht mit der Erdoberfläche. Für die meisten Anwendungen kann die bodennahe Atmosphäre also als quasistationär betrachtet werden. Deswegen wird im folgenden lediglich die Reaktion einer quasistationären, bodennahen Luftströmung auf unterschiedliche Oberflächen betrachtet - ein Prozeß, der vielfach auch als lokale Advektion bezeichnet wird.

Erste experimentelle und theoretische Untersuchungen der lokalen Advektionsprozesse wurden in der Mitte der 50er Jahre durchgeführt; numerische Simulationen wurden Ende der 60er Jahre begonnen. Im Vordergrund der bisherigen Untersuchungen stand die Reaktion der bodennahen Strömung auf eine stufenartige Änderung der Rauigkeit oder der Temperatur. Sowohl die analytischen wie auch die numerischen Modelle basieren - abgesehen von sehr wenigen Ausnahmen - auf der Annahme, daß die Änderung der bodennahen Luftströmung im wesentlichen durch die Wechselwirkung zwischen horizontaler Advektion und vertikaler turbulenter Diffusion beschrieben werden kann. Erstaunlicherweise wurde der eigentliche Prozeß der vertikalen turbulenten Diffusion wenig studiert. So wurde relativ spät entdeckt (in numerischen Experimenten erst Ende der 80er Jahre), daß sich die turbulente Vermischungsfähigkeit nur sehr langsam auf eine neue Oberfläche einstellt. Auch die Auswirkung der Inkompressibilität der bodennahen Strömung auf die lokale Advektion fand wenig Beachtung. Ebenfalls wenig bekannt ist die komplexe Dynamik einer nichtneutral geschichteten Strömung, die auf Änderungen nicht nur der Rauigkeit, sondern auch optischer und thermischer Parameter wie Albedo, Emissionsvermögen, thermische Trägheit und Verdunstungsfähigkeit, reagiert. Ferner wurde die bodennahe Strömung über mehrfachen, stufenartigen Änderungen der

Oberflächeneigenschaften bisher kaum erforscht.

Im folgenden werden daher Ergebnisse neuerer Forschung zu den eben erwähnten Problemen zusammengetragen. Diese Übersicht ist in vier Teile gegliedert. Das Kapitel 2 liefert eine Skizze der horizontal homogenen, bodennahen Strömung. Im Kapitel 3 werden Modellvorstellungen zur Beschreibung der bodennahen Strömung über inhomogenen Oberflächen entwickelt. Der Begriff der "inhomogenen Oberfläche" wird näher erläutert, verschiedene Ansätze zur Berechnung der turbulenten Flüsse in der horizontal inhomogenen Strömung werden vorgestellt und miteinander verglichen. Außerdem wird an einem Beispiel gezeigt, wie die Bewegungsgleichungen für die bodennahe Luftströmung numerisch gelöst werden können. Gegenstand des Kapitels 4 ist die lokale Advektion in einer neutral geschichteten, bodennahen Atmosphäre. Der Begriff der internen Grenzschicht wird hier definiert. Im Vordergrund des Kapitels 4 steht die Untersuchung des Einflusses der vertikalen Diffusion und des Druckfeldes auf die lokale Advektion. Zudem wird der Haushalt der turbulenten kinetischen Energie in einer internen Grenzschicht kurz umrissen und untersucht, wie die interne Grenzschicht über mehrfachen Änderungen der Bodenrauigkeit beschrieben werden kann. Zum Schluß des Kapitels wird die lokale Advektion passiver, nichtreaktiver Luftbeimengungen dargestellt. Im Kapitel 5 wird die lokale Advektion von Impuls und Energie in einer nichtneutral geschichteten, bodennahen Atmosphäre betrachtet, also insbesondere die internen Geschwindigkeits-, Temperatur- und Feuchtgrenzschichten über einfachen und über mehrfachen Änderungen der Oberflächeneigenschaften. Ferner wird an einem Beispiel die Entwicklung der vertikalen Wärmeflüsse über einer inhomogenen Oberfläche gezeigt.

Da, wie bereits anfangs bemerkt, die physikalischen Prozesse in der bodennahen Grenzschicht auch die großräumige Dynamik der Atmosphäre beeinflussen, muß die detaillierte Beschreibung der lokalen Advektion in eine Parameterisierung für größerskalige Modelle einfließen, die diese Prozesse nicht direkt berechnen können. Daher werden im letzten Kapitel 6 die Möglichkeiten einer solchen Parameterisierung erkundet. Dies betrifft die Parameterisierung flächengemittelter Wärme- und Impulsflüsse sowie die Abschätzung der Transporte durch Luftbewegungen, die sich nicht als Mikroturbulenz erfassen lassen und deren charakteristische Ausdehnung kleiner als die Gittermaschenweite eines größerskaligen Modells ist.

## 2. Die bodennahe Strömung über homogenen Oberflächen

### 2.1 Die Grundgleichungen

Die bodennahe Luftströmung wird als voll turbulente Strömung über einer festen, ebenen Oberfläche betrachtet. Unter "voll turbulent" wird hier verstanden, daß die Reynoldszahl und die Rayleighzahl - jeweils bezogen auf die Mächtigkeit der gesamten atmosphärischen Grenzschicht - weit über den kritischen Werten liegen, die den Einsatz der Turbulenz kennzeichnen. Der Einfachheit halber wird angenommen, daß die Strömung stationär sowie in einer horizontalen Richtung homogen ist, eine zweidimensionale Rechnung also ausreicht. Die Gleichungen für die Erwartungswerte der Zustandsvariablen der bodennahen Atmosphäre lauten dann (siehe z.B. Lumley und Panofsky, 1964, S.63):

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (2.1.1a)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u\bar{u}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{u\bar{w}}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 U}{\partial z \partial z} \right) \quad (2.1.1b)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial x} + W \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u\bar{w}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w\bar{w}}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - g \frac{\Theta_v}{\Theta_{0v}} + \nu \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 W}{\partial z \partial z} \right) \quad (2.1.1c)$$

$$U \frac{\partial \Theta}{\partial x} + W \frac{\partial \Theta}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u\bar{\theta}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w\bar{\theta}}}{\partial z} = \chi_t \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z \partial z} \right) \quad (2.1.1d)$$

$$U \frac{\partial Q}{\partial x} + W \frac{\partial Q}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u\bar{q}}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w\bar{q}}}{\partial z} = \chi_q \left( \frac{\partial^2 Q}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 Q}{\partial z \partial z} \right) \quad (2.1.1e)$$

$x$  und  $z$  bezeichnen die horizontale und vertikale Koordinate.  $U$ ,  $W$ ,  $\Theta$ ,  $\Theta_v$  und  $Q$  stehen für die Erwartungswerte der horizontalen und vertikalen Geschwindigkeit, der potentiellen und der virtuellen potentiellen Temperatur sowie der spezifischen Feuchte.  $u$ ,  $w$ ,  $\theta$  und  $q$  sind die entsprechenden Fluktuationen, die als Differenz zwischen aktuellem Wert und Erwartungswert aufzufassen sind.  $\overline{uw}$ ,  $\overline{u\bar{u}}$ ,  $\overline{w\bar{w}}$ ,  $\overline{u\bar{\theta}}$ ,  $\overline{w\bar{\theta}}$ ,  $\overline{u\bar{q}}$  und  $\overline{w\bar{q}}$  kennzeichnen die entsprechenden Auto- und Kreuzkovarianzen. Diese Größen werden im folgenden auch turbulente (kinematische) Impuls-, Temperatur- und Feuchteflüsse genannt. Mit  $P$  ist der Erwartungswert des hydrodynamischen Druckes bezeichnet.  $\nu$  ist die molekulare kinematische Zähigkeit und  $\chi_t$  beziehungsweise  $\chi_q$  sind die molekulare Temperatur- und Wasserdampfdiffusivität. Die obigen Gleichungen wurden aus den Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen, der Entropiebilanz und der Kontinuitätsgleichung durch eine Linearisierung bezüglich thermodynamischer Prozesse - die sogenannte Boussinesq-Näherung - gewonnen. Die Luftdichte  $\rho_0$  und die virtuelle potentielle Temperatur  $\Theta_{0v}$  definieren den hydrostatischen, unbewegten Grundzustand der

bodennahen Atmosphäre, bezüglich der die Linearisierung vorgenommen wurde. Eine exakte Herleitung der Boussinesq-Linearisierung mit Hilfe der Störungsrechnung wurde von Malkus (1964) vorgestellt. Eine mehr anschauliche Interpretation dieser Näherung ist zum Beispiel bei Lumley und Panofsky (1964) oder Dutton (1986) zu finden.

Die obigen Gleichungen enthalten noch weitere Näherungen. Zum einen werden die Wärmequellen, die durch Phasenflüsse des Wassers hervorgerufen werden, nicht berücksichtigt. Auch die Strahlungsflußdivergenz wird vernachlässigt, da hier nur die Strömungssituationen betrachtet werden, in denen die Advektion die dominierende Rolle spielt. Die durch Strahlungsflußdivergenzen bewirkte Abkühlung der bodennahen Atmosphäre wird nur in der nächtlichen, stabil geschichteten Atmosphäre bei geringen Windgeschwindigkeiten im Vergleich zu anderen Wärmequellen wichtig. Eine solche Wetterlage ist also von der folgenden Betrachtung ausgeklammert.

Für den Fall einer horizontal homogenen Strömung liefert die Integration der Gleichungen 2.1.1a-e unter den Nebendingungen, daß die mittlere Vertikalgeschwindigkeit und die turbulenten Flüsse am Erdboden verschwinden

$$W(z) = 0 \quad (2.1.2a)$$

$$\overline{uw}(z) = \nu \frac{\partial U}{\partial z} - u_*^2 \quad (2.1.2b)$$

$$\overline{ww}(z) = \int \left( -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - g \frac{\Theta_v}{\Theta_{0v}} \right) dz + const \quad (2.1.2c)$$

$$\overline{w\theta}(z) = -\chi_t \frac{\partial \Theta}{\partial z} + H_0 \quad (2.1.2d)$$

$$\overline{wq}(z) = -\chi_q \frac{\partial Q}{\partial z} + E_0 \quad (2.1.2e)$$

Die Integrationskonstanten  $u_*$ ,  $H_0$  und  $E_0$  sind die Schubspannungsgeschwindigkeit sowie der Temperatur- und Wasserdampffluß an der Erdoberfläche.<sup>‡</sup> Da in hinreichend großen Höhen über dem Boden (siehe folgende Abschnitte) die molekularen Flüsse gegenüber den turbulenten vernachlässigbar klein werden, folgt aus den Gleichungen 2.1.2a-e, daß in hinreichend großen Höhen die turbulenten Flüsse konstant bleiben.

Die Höhenkonstanz turbulenter Flüsse gilt in der horizontal homogenen, bodennahen Atmosphäre nur näherungsweise. Zum einen bewirkt die Coriolisbeschleunigung im Zusammenspiel mit einem großräumigen, horizontalen Druckgradienten eine vertikale

<sup>‡</sup> Üblicherweise werden der nach oben gerichtete Temperatur- und Wasserdampf- fluß und der nach unten gerichtete Impulsfluß positiv gerechnet.

Impulsflußdivergenz, zum anderen ist die Grenzschicht der Atmosphäre aufgrund des Tagesganges der solaren Strahlung sowie der nächtlichen Ausstrahlung nicht stationär. Bei einfachen Abschätzungen der Gültigkeit der Grenzschichtgleichungen 2.1.2a-e (siehe zum Beispiel bei Lumley und Panofsky, 1964, S. 100 ff.) wird davon ausgegangen, daß die vertikale Impulsflußdivergenz in der horizontal homogenen Grenzschicht der Atmosphäre höchstens  $10^{-3} \text{ m/s}^2$  beträgt, da auch die Coriolisbeschleunigung und die Beschleunigung durch großräumige, horizontale Druckgradienten im allgemeinen nicht größer sind. Demnach kann erwartet werden, daß die Höhe, bis zu der der turbulente Impulsfluß sich nur um 10% des Bodenwertes verringert hat, etwa bei  $h_{const} \sim 100[\text{s}^2/\text{m}]u_*^2$  liegt. Typische Werte für  $u_*^2$  sind  $0.1-1 \text{ m}^2/\text{s}^2$ , so daß die bodennahe Luftschicht, in der der turbulente Impulsfluß als nahezu höhenkonstant gelten kann, bis in etwa 10-100 m reicht. Ähnliche Werte ergeben sich für die Höhe, bis zu der sich der vertikale Temperaturfluß nur um etwa 10% ändert, wenn angenommen wird, daß die Erwärmung der atmosphärischen Grenzschicht typischerweise  $3^\circ\text{C}$  pro Stunde beträgt, während der Fluß fühlbarer Wärme an der Erdoberfläche zwischen  $100$  und  $500 \text{ W/m}^2$  liegt. Eine umfassendere Abschätzung der vertikalen Mächtigkeit der bodennahen Atmosphäre, also der Schicht nahezu höhenkonstanter Impuls-, Temperatur- und Feuchteflüsse folgt im Abschnitt 2.6.

## 2.2 Das logarithmische Windprofil

Die Gleichungen 2.1.4a bis d können nicht gelöst werden, bevor nicht weitere Gleichungen für die turbulenten Flüsse bereitgestellt oder die turbulenten Flüsse und die mittleren Zustandsgrößen miteinander verknüpft werden. Dies gelingt auf verschiedenen Wegen. So kann versucht werden, den Prozeß des turbulenten Transportes direkt oder durch Analogschlüsse zu modellieren, oder versucht werden, die Struktur der turbulenten Strömung qualitativ zu erfassen. Der letztere Weg ist der der Ähnlichkeitstheorie, die sich bei der Beschreibung horizontal homogener Strömungen bewährt hat und hier diskutiert wird. Der erstere Weg wird im Abschnitt 3.2 vorgestellt.

Anfang der 1930er Jahre hat L. Prandtl (siehe in Rotta, 1972, S.151 ff.) eine Ähnlichkeitshypothese für wandnahe Strömungen, das sogenannte Wandgesetz, formuliert.

Prandtl fordert, daß innerhalb eines Gebietes, das auf einer Seite von einer Wand begrenzt wird und dessen Dicke klein gegen die Abmessungen des ganzen Strömungsgebietes ist, die mittlere Geschwindigkeit  $U$  nur durch  $u_*$ ,  $\nu$  und  $z$  bestimmt wird. Die Struktur der turbulenten wandnahen Strömung wird also durch

$$\frac{U}{u_*} = f\left(\frac{u_* z}{\nu}\right) \quad (2.2.1)$$

beschrieben. In hinreichend großem Abstand von der Wand - etwa  $u_* z/\nu > 70$  - wird der molekulare Impulsfluß gegenüber dem turbulenten vernachlässigbar klein, so daß in guter Näherung  $-\overline{uw} = u_*^2$  gilt. Eine Aussage über das mittlere Geschwindigkeitsfeld wird durch wiederholtes Differenzieren der Gleichung 2.2.1 nach der Höhe gewonnen, das auf

$$\frac{\partial^n U}{\partial z^n} = u_* \left(\frac{u_*}{\nu}\right)^n \frac{\partial^n f}{\partial \left(\frac{u_* z}{\nu}\right)^n} \quad (2.2.2)$$

führt. Soll das Geschwindigkeitsfeld in hinreichend großen Abständen von der Wand, in der ja  $u_*$  und  $z$  die einzigen unabhängigen Variablen sind, dem Ähnlichkeitsgesetz gehorchen, so müssen sämtliche Differentialquotienten von der Zähigkeit unabhängig sein. Dies wird durch

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \quad (2.2.3)$$

erfüllt.  $\kappa$  ist eine universelle Konstante, die sogenannte von Kármánsche Konstante - benannt nach Th. von Kármán, einem Kollegen Prandtls.

$\kappa = 0.4$  wird häufig akzeptiert, wenngleich die Diskussion über den "richtigen" Wert einen breiten Raum in der Literatur einnimmt. Zum Beispiel haben Messungen von Businger *et al.* (1971)  $\kappa \simeq 0.35$  ergeben. Wieringa (1980) zeigte, daß dieser allgemein als sehr niedrig eingeschätzte Wert auf Störungen der Windmessungen durch den Geräteträger zurückgeführt werden kann und daß bei entsprechender Korrektur dieser Störungen  $\kappa \simeq 0.41$  erhalten wird. Der in jüngster Zeit von Oncley *et al.* (1990) auf einer Konferenz vorgeschlagene, empirisch ermittelte Wert  $\kappa \simeq 0.364$  wurde ebenfalls heftig diskutiert. Die einzige dem Autor bekannte deduktive Theorie der wandnahen, turbulenten Strömung von Malkus (1956) liefert  $\kappa \simeq 1/3$ . Roth (1972) erhält aus theoretischen Überlegungen zur spektralen Verteilung der Energiedichte der Windfluktuationen  $\kappa = 0.395$ ; dieser Wert hängt allerdings von anderen empirischen Konstanten ab, insbesondere dem Verhältnis der Wellenzahl maximaler spektraler Energiedichte zum Wandabstand.

Integration der Gleichung 2.2.3 führt auf das bekannte logarithmische Windprofil:

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{z_0} \quad (2.2.4)$$

Die Integrationskonstante  $z_0$  wird als Rauigkeitslänge bezeichnet, da aus Beobachtungen des normierten, mittleren, vertikalen Windprofils bekannt ist, daß  $z_0$  sich mit der augenscheinlichen Rauigkeit einer Oberfläche ändert.

### 2.3 Die Rauigkeitslänge

Ob eine Oberfläche der bodennahen Strömung als mehr oder weniger rau erscheint, hängt vom Strömungszustand der bodennahen Atmosphäre selbst ab. Eine Oberfläche gilt als aerodynamisch glatt, wenn sich an der Fläche eine homogene Luftschicht ausbildet, in der die Viskosität der Luft den Impulstransport bestimmt. Diese sogenannte viskose Unterschicht reicht in der turbulenten bodennahen Atmosphäre nur wenige Millimeter hoch. An einer aerodynamisch rauhen Oberfläche wird der Impulstransport aus der Strömung wesentlich durch den Formwiderstand der Rauigkeitselemente - dies können Sandkörnchen, aber auch Häuser sein - bestimmt. Eine Oberfläche beginnt bei einer Reibungsreynoldszahl von etwa  $Re_* \equiv u_* z_0 / \nu \simeq 2.5$  der Strömung als rau zu erscheinen (siehe beispielsweise Roth, 1972).

Um einige Zahlenwerte für  $z_0$  zu nennen: Über glatten Flächen wie Eis oder schneebedeckten, ebenen Flächen wurde  $z_0 \leq 10^{-4}$  m ermittelt, über Grasland  $z_0 \sim 10^{-2}$  m, über Latschenwald  $z_0 \sim 10^{-1}$  m und über bebautem Gebiet oder dichtem Wald  $z_0 \sim 1$  m. Über See ändert sich die Rauigkeitslänge mit dem Quadrat der Schubspannungsgeschwindigkeit. Eine umfangreiche Liste der Rauigkeitslängen über verschiedenen Oberflächen findet sich beispielsweise bei Stull (1988, S. 380).

Im folgenden wird davon ausgegangen, daß die Rauigkeitselemente auf einer Oberfläche statistisch homogen verteilt sind, so daß sich dieser so gesehen homogenen Fläche eine Rauigkeitslänge zuordnen läßt. Der Prozeß des Impulstransportes durch den Formwiderstand einzelner Rauigkeitselemente wird hier nicht betrachtet. Zu diesem Thema wird auf andere Arbeiten wie zum Beispiel von Marshall (1971), Arya (1975), Beljaars (1982), Emeis (1987) oder Taylor *et al.* (1989) hingewiesen. <sup>⊗</sup>

---

<sup>⊗</sup> Mögliche Zusammenhänge zwischen  $z_0$  und den geometrischen Abmessungen der Rauigkeitselemente werden beispielsweise auch bei Garratt (1977) erörtert. Da die Rauigkeit einer Oberfläche - oder besser: der Impulsverlust der bodennahen Strömung an eine Oberfläche - nicht allein von den geometrischen Abmessungen der Rauigkeits-

Die Gleichung 2.2.4 gilt nicht in unmittelbarer Nähe der Rauigkeitselemente beziehungsweise in unmittelbarer Nähe der viskosen Unterschicht. Aus Beobachtungen ist bekannt, daß die mittlere Windgeschwindigkeit in Bodennähe erst in Höhen  $z > 10z_0$  durch die Gleichung 2.2.4 realistisch beschrieben wird.

Über Oberflächen mit hohen Rauigkeitselementen wird neben der Rauigkeitlänge  $z_0$  eine sogenannte Verschiebungshöhe oder Verschiebungslänge  $d$  angegeben, um stets eine logarithmische Kurve an gemessene Windprofile anpassen zu können. (Statt der Höhe  $z$  wird in der Gleichung 2.2.4  $(z + d)$  geschrieben.) Die Bestimmung der Verschiebungshöhe  $d$  ist allerdings schwierig, da die Mächtigkeit der sogenannten "Rauigkeitsunterschicht", also der Luftschicht direkt oberhalb der Rauigkeitselemente, in der sich die Strömung noch nicht durch eine Gleichgewichtsströmung beschreiben läßt, offenbar in Abhängigkeit vom Abstand zwischen den Rauigkeitselementen ein Vielfaches der Höhe der Rauigkeitselemente betragen kann (siehe zum Beispiel Fazu und Schwerdtfeger, 1989).

## 2.4 Die diabatischen Vertikalprofile der mittleren Größen

Eine Ähnlichkeitstheorie für Strömungen in der nichtneutral geschichteten, sogenannten diabatischen bodennahen Atmosphäre wurde von Obukhov (1946, 1971) und Monin und Obukhov (1954, 1958) aufgestellt. Diese Theorie beruht auf der Annahme, daß die mittleren Zustandgrößen in einer geschichteten Strömung nicht nur von der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  und der Höhe  $z$  über dem Boden, sondern auch vom Temperaturfluß  $H_0$  am Boden und dem Auftriebsparameter  $g/\Theta_{0v}$  abhängen. \* In wasserdampfhaltiger Luft ist ferner der Wasserdampffluß  $E_0$  am Boden zu berücksichtigen (siehe Lumley und Panofsky, 1964, S. 95). Als Beziehung zwischen den mittleren Zustandsgrößen  $U$ ,  $\Theta$  und  $Q$  und den turbulenten Flüssen ergibt sich dann analog zur

---

elemente abhängt, sondern vielmehr der Oberflächenstruktur dieser Elemente, sollte geprüft werden, ob nicht besser die fraktale Dimension einer Oberfläche mit  $z_0$  verknüpft werden könnte. Ähnliche Überlegungen wurden von Bishop und Chellis (1989) bei der Berechnung des Impulstransportes zwischen Eisschollen und Wasser angestellt.

\* Diese Theorie läßt sich direkt auch auf Strömungen über gekrümmten Oberflächen anwenden, in denen die konvexe oder konkave Krümmung sich als Analogon einer stabilen oder labilen Dichteschichtung auffassen läßt (siehe zum Beispiel Claussen, 1984).

Gleichung 2.2.3

$$\frac{\kappa z}{u_*} \frac{\partial U}{\partial z} = \phi_m \left( \frac{z}{L} \right) \quad (2.4.1a)$$

$$\frac{\kappa z}{T_*} \frac{\partial \Theta}{\partial z} = \phi_h \left( \frac{z}{L} \right) \quad (2.4.1b)$$

$$\frac{\kappa z}{q_*} \frac{\partial Q}{\partial z} = \phi_q \left( \frac{z}{L} \right) \quad (2.4.1c)$$

mit dem Normierungsmaß für die Temperaturfluktuationen  $T_* = -H_0/u_*$ , für die Feuchtefluktuationen  $q_* = -E_0/u_*$  und der sogenannten Obukhov oder auch Monin-Obukhov-Länge

$$L = \frac{-u_*^3}{\kappa \frac{g}{\Theta_{ov}} (H_0 + 0.61 \Theta E_0)} \quad (2.4.2)$$

Die Skalengrößen  $T_*$  und  $q_*$  lassen sich aus den turbulenten Flüssen berechnen, da ja weit außerhalb der viskosen Unterschicht  $\overline{w\theta} = H_0$  und  $\overline{wq} = E_0$  gilt. Die universellen Funktionen  $\phi_m$ ,  $\phi_h$  und  $\phi_q$  wurden aus Experimenten bestimmt. Ähnlich wie für den Wert der von Kármánschen Konstanten finden sich auch für diese universellen Funktionen zahlreiche empirische Ergebnisse, die beispielsweise von Yaglom (1977) und Carson und Richards (1978) in einer Übersicht zusammengestellt wurden.

Im folgenden werden die sogenannten Dyer-Businger-Funktionen - nach Businger *et al.* (1971) und Dyer (1974) - benutzt, die durch

$$\phi_m = \begin{cases} (1 - \gamma_m \frac{z}{L})^{-1/4} & \frac{z}{L} < 0 \\ 1 + \gamma \frac{z}{L} & \frac{z}{L} \geq 0 \end{cases} \quad (2.4.3a)$$

$$\phi_h = \begin{cases} Pr_t (1 - \gamma_h \frac{z}{L})^{-1/2} & \frac{z}{L} < 0 \\ Pr_t + \gamma \frac{z}{L} & \frac{z}{L} \geq 0 \end{cases} \quad (2.4.3b)$$

$$\phi_q = \phi_h \quad (2.4.3c)$$

gegeben sind. Businger *et al.* (1971) geben für die Konstanten in den obigen Gleichungen zusammen mit der von Kármánschen Konstanten folgende Werte an:  $\kappa = 0.35$ ,  $\gamma = 0.47$ ,  $\gamma_m = 15$ ,  $\gamma_h = 9$  und  $Pr_t = 0.74$ . Dyer (1974) empfiehlt:  $\kappa = 0.4$ ,  $\gamma = 0.5$ ,  $\gamma_m = 16$ ,  $\gamma_h = 16$  und  $Pr_t = 1$ . Die Verwendung des Dyerschen statt des Busingerschen Konstantensatzes bewirkt, daß in einer neutral geschichteten Atmosphäre bei vorgegebener mittlerer Geschwindigkeit ein etwa dreißig Prozent höherer turbulenter Impulsfluß berechnet wird. Die Temperatur- und Feuchteflüsse weichen bei vorgegebener mittlerer Temperatur und Feuchte stets nur geringfügig voneinander ab.

Die Integration des Gleichungssystems 2.4.1 führt auf

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \left( \ln \frac{z}{z_0} - \psi_m \left( \frac{z}{L} \right) \right) \quad (2.4.4a)$$

$$\frac{\Theta - \Theta_G}{T_*} = \frac{Pr_t}{\kappa} \left( \ln \frac{z}{z_{0t}} - \psi_h \left( \frac{z}{L} \right) \right) \quad (2.4.4b)$$

$$\frac{Q - Q_G}{q_*} = \frac{Pr_t}{\kappa} \left( \ln \frac{z}{z_{0q}} - \psi_h \left( \frac{z}{L} \right) \right) \quad (2.4.4c)$$

mit

$$\psi_m = \begin{cases} \ln \left[ \left( \frac{1+x}{2} \right)^2 \left( \frac{1+x^2}{2} \right) \right] - 2 \arctan(x) + \frac{\pi}{2} & \frac{z}{L} < 0 \\ -\gamma \frac{z}{L} & \frac{z}{L} \geq 0 \end{cases} \quad (2.4.5a)$$

$$\psi_h = \begin{cases} \ln \left[ \left( \frac{1+y}{2} \right)^2 \right] & \frac{z}{L} < 0 \\ -\frac{\gamma}{Pr_t} \frac{z}{L} & \frac{z}{L} \geq 0 \end{cases} \quad (2.4.5b)$$

und  $x = (1 - \gamma_m z/L)^{1/4}$  sowie  $y = (1 - \gamma_h z/L)^{1/2}$  (siehe auch Paulson, 1970).  $\Theta_G$  und  $Q_G$  sind die potentielle Temperatur und spezifische Feuchte an der Erdoberfläche. Die Integrationskonstanten  $z_{0t}$  und  $z_{0q}$  sind die sogenannten Rauigkeitslängen des Temperatur- und des Feuchteprofils. Die Werte der Rauigkeitslängen  $z_{0t,0q}$  hängen wesentlich von der Beschaffenheit der Erdoberfläche ab. Über porösen Oberflächen, wie zum Beispiel über einer gedachten Trennfläche zwischen der Atmosphäre und einem dichten Pflanzenbestand, bleibt der Wert  $\ln(z_0/z_{0t,0q})$  nahezu konstant. Über Oberflächen, die mit Rauigkeitselementen besetzt sind (dazu gehört auch die bewegte Wasseroberfläche), ändert sich  $\ln(z_0/z_{0t,0q})$  mit  $u_*$  und  $z_0$ . Daher wird im folgenden nach Brutsaert (1979) und Hicks (1985)

$$\ln \left( \frac{z_0}{z_{0t,0q}} \right) = 2.3 \quad (2.4.6a)$$

$$\ln \left( \frac{z_0}{z_{0t,0q}} \right) = \kappa \left( 7.3 \left( \frac{u_* z_0}{\nu} \right)^{1/4} (Pr, Sc)^{1/2} - 5 \right) \quad (2.4.6b)$$

für die beiden verschiedenen Oberflächenarten gewählt.  $Pr$  ist die molekulare Prandtlzahl ( $Pr = 0.71$ ) und  $Sc$  die molekulare Schmidtzahl ( $Sc = 0.6$  für Wasserdampf).

## 2.5 Die Energie- und Impulsflüsse am Erdboden

Sind die mittleren Zustandsgrößen in irgendeiner Höhe weit außerhalb der viskosen Unterschicht sowie die Bodentemperatur  $\Theta_G$  und Bodenfeuchte  $Q_G$  bekannt, so können die turbulenten Flüsse aus den Gleichungen 2.4.2, 2.4.4 und 2.4.5 iterativ (oder nach Byun (1990) analytisch) berechnet werden und damit auch die vollständigen Vertikalprofile der Zustandsgrößen. Die Werte  $\Theta_G$  und  $Q_G$  an der Erdoberfläche müssen aus

Messungen vorgegeben oder aus den Temperatur- und Feuchteverhältnissen im Erdboden ausgerechnet werden. Ersteres ist bei rauhen Oberflächen recht schwierig, da wegen der komplexen Struktur rauher Oberflächen - beispielsweise einer Waldfläche - die Trennfläche zwischen Atmosphäre und Erdboden kaum festzulegen ist. Sinnvoller erscheint es daher,  $\Theta_G$  und  $Q_G$  zu berechnen und gegebenenfalls gemessene und berechnete Flüsse miteinander zu vergleichen.

Im folgenden steht die Beschreibung der bodennahen Luftströmung im Vordergrund, nicht die exakte Beschreibung der Wechselwirkung zwischen Boden und Atmosphäre. Daher werden hier zur Berechnung von  $\Theta_G$  und  $Q_G$  nur die wesentlichen Prozesse dieser Wechselwirkung und diese nur in grober Näherung berücksichtigt.

$\Theta_G$  und  $Q_G$  werden unter der Nebenbedingung berechnet, daß die Energieflüsse und der Wasserdampffluß aus der Atmosphäre zur Erdoberfläche jeweils genauso groß sein müssen wie der Energie- und Wasserdampffluß aus dem Erdboden zur Erdoberfläche - oder in symbolischer Schreibweise:

$$Q_{rad} + Q_{lat} + Q_{sens} = Q_{boden} \quad (2.5.1)$$

$$E_0 = W_s \quad (2.5.2)$$

$Q_{rad}$  steht für die Nettostrahlungsflußdichte (Dimension:  $W/m^2$ ) der kurz- und langwelligeren Strahlung:

$$Q_{rad} = -S_o(1 - \alpha_s) - \epsilon_s \epsilon_a \sigma T_a^4 + \epsilon_s \sigma T_G^4 \quad (2.5.3)$$

$\alpha_s$  und  $\epsilon_s$  bedeuten Albedo und Emissionsvermögen der Oberfläche,  $\epsilon_a$  ein mittleres Emissionsvermögen der Luft. Die einfallende kurzwellige Strahlung ist durch  $S_o$  gekennzeichnet.  $T_a$  steht für die aktuelle Temperatur der bodennahen Luftschicht und  $T_G$  für die aktuelle Temperatur der Erdoberfläche selbst.  $Q_{lat}$  und  $Q_{sens}$  kennzeichnen die Energieflußdichten der Transporte von latenter und fühlbarer Wärme zur und von der Erdoberfläche:

$$Q_{sens} = \rho_0 c_p H_0 \quad (2.5.4)$$

$$Q_{lat} = \rho_0 l_v E_0 \quad (2.5.5)$$

$c_p$  ist die spezifische Wärmekapazität der Luft unter konstantem Druck und  $l_v$  die spezifische Verdampfungswärme. Die Flüsse  $H_0$  und  $E_0$  werden aus den turbulenten

Flüssen berechnet, die wiederum durch

$$-\overline{uw} = C_m U(z_r)^2 \quad (2.5.6a)$$

$$\overline{w\theta} = C_h U(z_r)(\Theta_G - \Theta(z_r)) \quad (2.5.6b)$$

$$\overline{wq} = C_q U(z_r)(Q_G - Q(z_r)) \quad (2.5.6c)$$

gegeben sind.  $C_m$ ,  $C_h$  und  $C_q$  - häufig auch als Transferkoeffizienten bezeichnet - stehen abkürzend für (siehe auch Gleichungen 2.4.4a bis c)

$$C_m = \frac{\kappa^2}{(\ln(\frac{z_r}{z_0}) - \psi_m)(\ln(\frac{z_r}{z_0}) - \psi_m)} \quad (2.5.7a)$$

$$C_h = \frac{\kappa^2}{Pr_t(\ln(\frac{z_r}{z_0}) - \psi_m)(\ln(\frac{z_r}{z_{0t}}) - \psi_h)} \quad (2.5.7b)$$

$$C_q = \frac{\kappa^2}{Pr_t(\ln(\frac{z_r}{z_0}) - \psi_m)(\ln(\frac{z_r}{z_{0q}}) - \psi_h)} \quad (2.5.7c)$$

$z_r$  ist eine beliebige Höhe weit oberhalb der viskosen Unterschicht und der Rauigkeitselemente.

Die Energieflußdichte des Wärmestroms  $Q_{boden}$  in einem tiefen oder fließenden Gewässer wird hier aus dem Residuum der Terme  $Q_{rad} + Q_{sens} + Q_{lat}$  ermittelt. Indirekt wird also angenommen, das Gewässer besitze eine unendlich große Wärmekapazität mit einer stationären Temperatur  $T_s$ , die als Randwert vorzugeben ist. Entsprechend wird auch die Temperatur an der Wasseroberfläche  $T_G = T_s$  gesetzt. Der molekulare Wärmestrom in einem Erdboden - oder einem flachen, stehenden Gewässer - wird hier aus

$$Q_{boden} = t_s \left( \frac{4\pi}{86400[s]} \right)^{1/2} (T_s - T_G) \quad (2.5.8)$$

berechnet.  $t_s = c_s(k)^{1/2}$  ist die thermische Trägheit des Erdbodens, mit  $c_s$  als volumetrischer Wärmekapazität und  $k$  als Temperaturdiffusivität des Erdreiches. Nach der Gleichung 2.5.8 wird die Erdbodentemperatur  $T_s$  in einer Tiefe  $z = (k 86400[s]/4\pi)^{1/2}$  als Randwert vorgegeben, in der die Amplitude der täglichen Temperaturwelle gerade auf  $e^{-1/2}$  abgeklungen ist (siehe Stull, 1988, S. 285/6).

Der Wassertransport  $W_s$  im Erdboden wird hier nicht bestimmt. Stattdessen wird die spezifische Luftfeuchte  $Q_G$  an der Erdoberfläche aus der dort herrschenden Sättigungfeuchte  $Q_{GS}$  und einem sogenannten Feuchtefaktor  $w_e$  (siehe auch Deardorff, 1978) mittels

$$Q_G = w_e Q_{GS} + (1 - w_e) Q(z_r) \quad (2.5.9)$$

berechnet. Über nackten Böden entspricht der Feuchtefaktor der relativen Bodenfeuchte  $m$  der obersten Erdschicht, also dem Verhältnis des tatsächlichen zum maximal möglichen Feuchtegehalt des Erdbodens. Die Größe  $m$  hängt von der recht komplexen Dynamik des Wasser- und Wasserdampftransportes im Erdreich ab. Eine Beschreibung dieser Dynamik findet sich zum Beispiel bei Sievers *et al.* (1983). Für die in den Kapiteln 5 und 6 beschriebenen Untersuchungen wird  $m$  als Parameter vorgeschrieben. Über Pflanzenbeständen wird die Verdunstung durch die Feuchteleitfähigkeit  $g_s$  reguliert, die mit dem Feuchtefaktor  $w_e$  durch

$$w_e = \frac{g_s}{g_s + \frac{\kappa u_*}{\ln \frac{z}{z_{0q}} - \psi_h}} \quad (2.5.10)$$

verknüpft ist (Deardorff, 1978). Über Grasland kann wie über nackten Böden  $w_e = m$  angenommen werden, wie Claussen (1988) in einer Studie über die Energiebilanz von Weideland und Wattboden während einer frühlommerlichen Witterungsperiode an der deutschen Nordseeküste gezeigt hat. Für bewaldete Flächen wird  $g_s$  durch ein einfaches Modell von Dolman (1987) berechnet:

$$g_s = g_1 g(S_o) g(\delta Q) g(T_a) g(m) \quad (2.5.11)$$

$g_1$  ist die pflanzenspezifische, maximale Leitfähigkeit eines Bestandes. Falls die Blätter der Pflanzen mit Wasser bedeckt sind, wird  $g_1$  unendlich groß; für trockene Blätter wird  $g_1 = 23.5 \text{ mm/s}$  angenommen, ein Wert, der von Dolman (1987) für einen Eichenwald ermittelt wurde.  $\delta Q$  steht für das Wasserdampfdefizit der bodennahen Luft. Sämtliche Terme auf der rechten Seite der Gleichung 2.5.11 - bis auf die Konstante  $g_1$  - bleiben innerhalb der Werte 0 und 1; die funktionale Abhängigkeit der Terme von den jeweiligen Größen  $S_o$ ,  $\delta Q$ ,  $T_a$  und  $m$  ist der Arbeit von Dolman (1987) zu entnehmen.

## 2.6 Die Grenzen der bodennahen Atmosphäre

In dem Abschnitt 2.1 wurde der Bereich der bodennahen Luftschicht grob abgeschätzt, der durch die Gleichungssysteme 2.1.1 beziehungsweise 2.1.2 realistisch beschrieben werden kann. Im folgenden wird diese Abschätzung verfeinert.

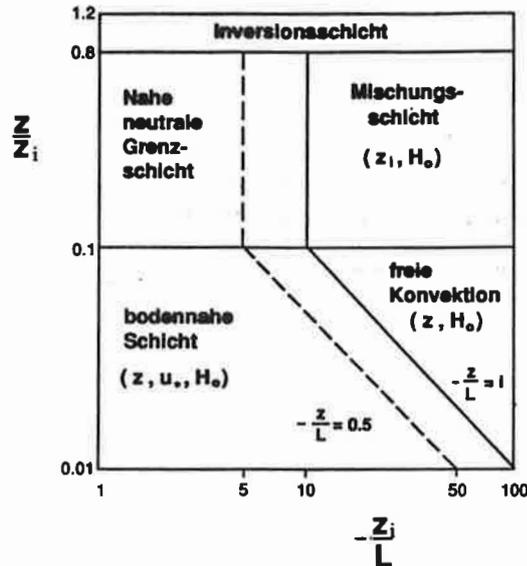
Holtslag und Nieuwstadt (1986) zeigen in einer Übersicht anhand bisher gewonnener empirischer Daten die Grenzen der Bereiche, in denen die verschiedenen Ähnlichkeitstheorien in einer nichtneutralen Grenzschicht gültig sind. Die Abbildung 2.6.1a gibt

einen Überblick über die Skalierungsbereiche in der instabil geschichteten Atmosphäre. Die bodennahe Atmosphäre, also der Bereich, in dem die mittleren Zustandgrößen sich im wesentlichen als Funktionen der Höhe  $z$ , der Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  und des Temperaturflusses  $H_0$  am Boden darstellen lassen, in dem also die Gleichungen 2.4.1 bis 2.4.4 gültig sind, wird durch  $z/L \simeq -1$  und  $z/z_i \simeq 0.1$  begrenzt.  $z_i$  gibt die vertikale Mächtigkeit atmosphärischen Grenzschicht an, also in etwa die Höhe der Temperaturinversion. Oberhalb  $z/z_i \simeq 0.1$ , bei nahezu neutraler Schichtung, lassen sich die Zustandsgrößen ebenfalls durch  $z$ ,  $u_*$  und  $H_0$  skalieren, allerdings muß auch die Mächtigkeit  $z_i$  der Grenzschicht berücksichtigt werden. Eine nahezu neutrale Schicht oberhalb der bodennahen Grenzschicht tritt häufiger nur über See auf. Bei instabiler Schichtung ( $L < 0$ ) und in hinreichender Entfernung vom Boden ( $z/L < -1$ ; manche Autoren geben auch  $z/L < -0.5$  an) verliert die Schubspannungsgeschwindigkeit als Skalierungsgröße ihre Bedeutung.<sup>x</sup> Sofern der Einfluß der Inversionsschicht auf die bodennahe Strömung gering ist ( $z/z_i < 0.1$ ), werden die Skalierungsgrößen der Monin-Obukhovschen Ähnlichkeitstheorie durch die der sogenannten freien Konvektion (siehe beispielsweise Tennekes, 1970) ersetzt, die im wesentlichen aus  $z$  und  $H_0$  gebildet werden. Oberhalb der Schicht der freien Konvektion liegt die sogenannte Mischungsschicht, in der die Skalierungsgrößen durch den Bodentemperaturfluß  $H_0$ , die Grenzschichtmächtigkeit  $z_i$  nicht aber durch die Höhe  $z$  über Grund bestimmt werden (Kaimal *et al.*, 1976).

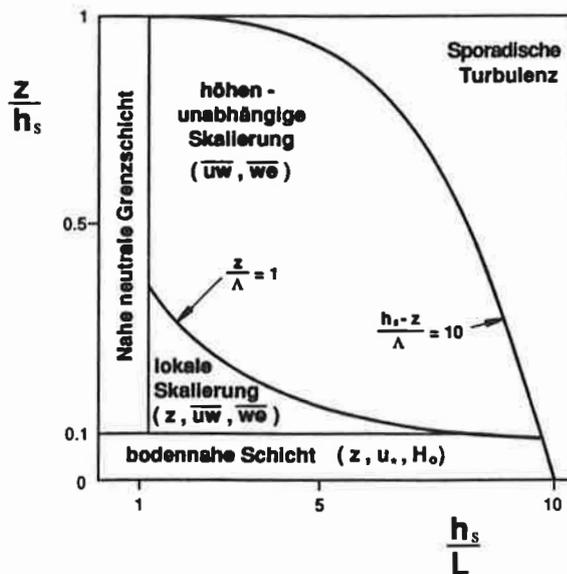
Auch in der stabil geschichteten Grenzschicht reicht die bodennahe Grenzschicht, in der Gleichungen 2.4.1 bis 2.4.4 anwendbar sind, bis  $z \simeq 0.1h_s$  (siehe Abbildung 2.6.1b). Die vertikale Mächtigkeit  $h_s$  der stabil geschichteten Grenzschicht wird im allgemeinen durch die Mächtigkeit der noch als turbulent zu bezeichnenden Luftschicht festgelegt. Oberhalb  $z \simeq 0.1h_s$  sind die nahezu neutrale Grenzschicht und das Regime der lokalen Skalierung zu finden. Im letzteren Regime werden die gleichen Skalierungsgrößen wie in der bodennahen Atmosphäre benutzt, wobei jedoch die Bodenwerte  $u_*$  und  $H_0$  gegen die lokalen turbulenten Flüsse  $\overline{uw}(z)$  und  $\overline{w\theta}(z)$ , aus denen auch eine lokale Obukhov-Länge  $\Lambda$  in der gleichen Weise wie die konstante Obukhov-Länge  $L$  (Gl. 2.4.2) berechnet wird, auszutauschen sind (Nieuwstadt, 1984). Der Gültigkeitsbereich der bodennahen Skalierung wird durch  $z/\Lambda = 1$  und damit durch das Regime der höhenunabhängigen Skalierung (Wyngaard, 1973) sowie durch  $(h_s - z)/\Lambda = 10$  begrenzt. In sehr stabilen

<sup>x</sup> In einer instabil geschichteten Grenzschicht, in der der mittlere Wind null ist, können sekundäre Zirkulationssysteme entstehen, so daß die Bodenschubspannung nicht vernachlässigbar klein zu werden braucht. In diesem Fall läßt sich eine minimale Schubspannungsgeschwindigkeit angeben (siehe Businger, 1973 und Schumann, 1988).

Luftschichten ( $(h_s - z)/\Lambda > 10$ ) ist die Strömung nicht mehr voll turbulent; Turbulenz tritt nur sporadisch auf.



**Abb.2.6.1a:** Schematische Übersicht über die Gültigkeitsbereiche der verschiedenen Ähnlichkeitstheorien der labil geschichteten Grenzschicht der Atmosphäre. (Diese Abbildung wurde der Arbeit von Holtslag und Nieuwstadt (1986) entnommen.)



**Abb.2.6.1b:** Wie Abbildung 2.6.1a, nur für die stabil geschichtete Grenzschicht der Atmosphäre.

Im folgenden werden bodennahe Luftströmungen betrachtet, deren geometrische Ausdehnung und Strömungszustand durch die Parameter  $z/z_i \leq 0.1$  beziehungsweise  $z/h_s \leq 0.1$  wie auch durch  $z/L \geq -1$  beziehungsweise  $z/\Lambda \leq 1$  und  $(h_s - z)/\Lambda \leq 10$  eingegrenzt werden.

### 3. Modellvorstellungen zur Beschreibung der bodennahen Strömung über inhomogenen Oberflächen

Die bodennahe Strömung über inhomogenen Oberflächen kann mit Hilfe des Gleichungssystems 2.1.1 berechnet werden. Ob auch einfachere Gleichungssysteme eine geeignete Beschreibung der Strömung über inhomogenen Oberflächen liefern, soll hier zunächst noch nicht diskutiert werden, dazu wird auf den Abschnitt 4.2 verwiesen. In diesem Kapitel 3 wird erläutert, was unter dem Begriff "inhomogene Oberfläche" im Zusammenhang mit den in den folgenden Kapiteln vorzustellenden Untersuchungen verstanden wird. Ferner werden verschiedene Modelle zur Berechnung der turbulenten Flüsse in der horizontal inhomogenen, bodennahen Strömung vorgestellt. Zum Schluß wird an einem Beispiel gezeigt, wie die Bewegungsgleichungen für die bodennahe Luftströmung numerisch gelöst werden können.

#### 3.1 Die inhomogene Oberfläche

Wie bereits im Abschnitt 2.3 erwähnt, wird im folgenden nicht die Wechselwirkung einzelner Rauigkeitselemente mit der bodennahen Luftströmung betrachtet, sondern die eines Ensemble unendlich vieler Elemente. Über unendlich vielen, statistisch homogen verteilten Rauigkeitselementen bildet sich eine horizontal homogene Strömung aus - mit Ausnahme natürlich der Strömung in der Nähe der einzelnen Elemente - und die Oberfläche erscheint der Strömung homogen. Homogene Oberflächen kommen in der Natur nicht vor, bestenfalls lassen sich mehr oder weniger große Flächen identifizieren, die in sich als homogen gelten können. Unter einer inhomogenen Oberfläche wird daher im folgenden eine stückweise homogene Fläche verstanden.

Als untere Randbedingung für eine homogene Strömung können in Oberflächennähe - allerdings weit über der viskosen Unterschicht und den Rauigkeitselementen - die mittleren Zustandsgrößen (Dirichletsche Randbedingung) oder die vertikalen Flüsse (Neumannsche Randbedingung) aus der Impuls-, Energie- und Wasserbilanz an der Erdoberfläche berechnet werden, die ihrerseits (siehe Abschnitt 2.5) durch folgende Parameter bestimmt sind: Die Rauigkeitslänge  $z_0$ - und damit auch  $z_{0t}$  und  $z_{0q}$  - sowie die Albedo  $\alpha_s$  und Emissionsvermögen  $\epsilon_s$  der Erdoberfläche, die thermische Trägheit  $t_s$ , den relativen Feuchtegehalt  $m$  der obersten Erdschicht und der Temperatur  $T_s$  in

einer bestimmten Tiefe innerhalb des Erdbodens sowie die Feuchteleitfähigkeit  $g_s$  einer mit Pflanzen bedeckten Fläche. Im folgenden wird davon ausgegangen, daß jeder in sich homogenen Teiloberfläche eine Rauigkeitslänge, sowie optische und thermische Parameter zugeordnet werden können, so daß sich die Inhomogenität der Oberfläche in der Inhomogenität dieser Parameter widerspiegelt. Die Abweichung der bodennahen Strömung von horizontaler Homogenität und damit die lokale Advektion soll also durch Änderungen der Rauigkeitslängen sowie der optischen und thermischen Parameter hervorgerufen werden.

Albedo, Emissionsvermögen, thermische Trägheit, Feuchtegehalt und Feuchteleitfähigkeit sind Parameter, die sich auch für eine endlich große Erdoberfläche, beziehungsweise für ein endlich ausgedehntes Volumen bestimmen lassen. Hingegen ist die Rauigkeitslänge nur für eine unendlich ausgedehnte, homogene Fläche wohl definiert. Dieses konzeptionelle Problem läßt sich folgendermaßen umgehen.

Im Abschnitt 2.3 wurde dargelegt, daß der Impulsfluß oder genauer, die Impulsflußdichte, direkt mit der Rauigkeitslänge verknüpft ist. Die Rauigkeitslänge wird hier also lediglich als ein Parameter aufgefaßt, der in Abhängigkeit von der bodennahen Strömungsgeschwindigkeit die Impulsflußdichte an der Erdoberfläche angibt. Wird einer endlich großen Fläche eine Rauigkeitslänge zugeordnet, so bedeutet dies, daß an dieser Fläche die Impulsflußdichte genauso groß sein soll wie unter denselben Strömungsbedingungen an einer unendlich ausgedehnten Fläche derselben Oberflächenstruktur. Damit wird angenommen, daß die Umströmung der einzelnen Rauigkeitselemente im Bereich der Anströmkante einer Fläche exakt der Umströmung der Elemente weit hinter dieser Kante gleicht. Dies ist sicherlich nicht so - in einem luvwärtigen Waldsaum ist es stets windiger als mitten im Wald. Aus theoretischen und experimentellen Untersuchungen ist bekannt (siehe Li *et al.*, 1990), daß die Windgeschwindigkeit zum Beispiel in einem etwa zehn Meter hohem Wald sich erst knapp sechzig bis achtzig Meter von der Luvkante in Richtung des Waldesinneren nicht mehr ändert. Die ungleiche Umströmung der Rauigkeitselemente bei der Berechnung der Impulsflußdichte kann vermutlich dann vernachlässigt werden, wenn die Höhe der Rauigkeitselemente sehr viel kleiner ist als die Streichlänge des Windes über die betrachtete Fläche. Dies wird im folgenden stets vorausgesetzt.

Auch die Änderung der Verschiebungshöhe wird im folgenden nicht berücksichtigt. Die Oberfläche wird also als nahezu flach angesehen, lediglich die Änderung der Rauigkeitslänge selbst kann zu einer gewissen Verdrängung der Strömung führen (dieser Ef-

fekt ist allerdings vernachlässigbar klein gegenüber der Verdrängung der Strömung durch eine interne Grenzschicht - siehe Claussen, 1987). Die Änderung der Verschiebungshöhe zu vernachlässigen bedeutet, den Einfluß des von der Kante einer Teiloberfläche ausgehenden Formwiderstandes auf die lokale Advektion zu vernachlässigen. Dies ist für viele Anwendungen möglich. So zeigt Klaassen (1990) zum Beispiel, daß der Formwiderstand einer Waldkante bei der Berechnung des Gesamtimpulsflusses im Mittel über eine größere Fläche nur dann berücksichtigt zu werden braucht, wenn das Verhältnis von Bestandshöhe zu betrachteter Streichlänge größer als 1/100 wird. Den Impulsfluß durch Formwiderstand und den Impulsfluß an einer ebenen Oberfläche getrennt zu betrachten erscheint auch deswegen sinnvoll, weil sich beide Komponenten in guter Näherung linear zu einem Gesamtimpulsfluß addieren, wie experimentelle Untersuchungen (siehe Marschall, 1971) belegen. Der Fluß fühlbarer und latenter Wärme wird durch den Formwiderstand nicht beeinflusst (siehe Beljaars *et al.*, 1983).

### 3.2 Verschiedene Turbulenzmodelle

Die Berechnung der turbulenten Flüsse ist eines der wesentlichen Probleme der Modellierung der bodennahen Strömung über inhomogenen Oberflächen. Die dazu bisher verwendeten Turbulenzmodelle werden in diesem Abschnitt 3.2 kurz beschrieben.

Häufig wird angenommen, daß sich die turbulenten Flüsse durch einen Austauschansatz, im allgemeinen durch einen modifizierten Boussinesq-Ansatz, beschreiben lassen (siehe Hinze, 1975, S. 23, 24):

$$-\overline{u_i u_j} = K_m \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} E \delta_{ij} \quad (3.2.1)$$

$E = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$  ist die turbulente kinetische Energie. (Der Übersicht wegen wird im folgenden - wie in der Gleichung 3.2.1 - häufig die kartesische Tensornotation und die Einsteinsche Summenkonvention (siehe Lumley und Panofsky, 1964, S. 5) benutzt.) Die turbulenten Temperatur- und Feuchteflüsse werden aus

$$-\overline{u_i \theta} = K_h \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (3.2.2)$$

und

$$-\overline{u_i q} = K_h \frac{\partial Q}{\partial x_i} \quad (3.2.3)$$

berechnet.  $K_m$  und  $K_h$  werden als turbulente Austauschkoefizienten oder auch als turbulente Zähigkeit und turbulente Diffusivität bezeichnet, das Verhältnis beider Koefizienten als turbulente Prandtlzahl  $Pr_t = K_m/K_h$ .

In der Gleichung 3.2.1 wird der Austauschkoefizient als skalare Größe eingeführt. Diese Vereinfachung ist im allgemeinen nicht gerechtfertigt, da die turbulente Diffusion durch die energiereichen, großen Turbulenzelemente in der bodennahen Atmosphäre ein anisotroper Prozeß ist. Lediglich im Bereich hinreichend kleiner Turbulenzelemente kann die räumliche Struktur des Turbulenzfelds als isotrop gelten. Im folgenden werden allerdings Advektionsprozesse beschrieben, in denen der horizontale Impulstransport durch die turbulente Diffusion im Vergleich zum Impulstransport durch die mittlere Strömung keine große Rolle spielt. Daher sollte die Annahme eines isotropen turbulenten Austauschkoefizienten zu einer hinreichend realistischen Beschreibung der lokalen Advektion führen.

### 3.2.1 Das Prandtl'sche Mischungswegmodell

Das erste hier vorgestellte Modell des turbulenten Austauschkoefizienten beruht auf dem erstmals von Prandtl 1925 vorgeschlagenen Mischungswegansatz. Prandtl nahm an, daß - in strikter Analogie zur kinetischen Gastheorie der molekularen Diffusion - der turbulente Austauschkoefizient proportional zu einer Mischungsweglänge und einer transversal zur mittleren Strömung gerichteten Vermischungsbewegung sein müsse. Mit der weiteren Annahme, daß die transversale Vermischungsbewegung mit der longitudinalen (in Richtung des mittleren Windes sich bewegenden) Geschwindigkeitsfluktuation korreliert und diese wiederum proportional zur Mischungsweglänge und zur Scherung des mittleren Windes ist, ergibt sich (eine ausführliche Herleitung findet sich in Hinze, 1975, S. 361 ff.)

$$K_m = l_0^2 S_w \quad . \quad (3.2.1.1)$$

$S_w = \frac{\partial U}{\partial z}$  bezeichnet die mittlere Windscherung. Aus dem bereits erwähnten, Anfang der 1930er Jahre von Prandtl formulierten Wandgesetz folgt für die Mischungsweglänge  $l_0$  in einer neutral geschichteten bodennahen Luftströmung:  $l_0 = \kappa z$ . In einer nicht-neutral geschichteten Luftströmung ergibt sich aus der Monin-Obukhovschen Ähnlichkeitstheorie für die Mischungsweglänge

$$l_m = \frac{l_0}{\phi_m} \quad . \quad (3.2.1.2)$$

(Die Gleichung 3.2.1.2 kann unmittelbar aus den Gleichungen 3.2.1.1, 3.2.1 und 2.4.1a hergeleitet werden.) Statt  $S_w = \frac{\partial U}{\partial z}$  wird in nicht richtungskonstanten Strömungen

$$S_w = \left[ \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right]^{1/2} \quad (3.2.1.3)$$

gesetzt (siehe zum Beispiel Rodi, 1980).

Für den Austauschkoefizienten des turbulenten Temperatur- und Wasserdampftransportes folgt aus den Prandtlschen Vorstellungen,

$$K_h = l_h^2 S_w \quad , \quad (3.2.1.4)$$

so daß sich für die Mischungsweglänge des Temperatur- und Wasserdampftransportes

$$l_h = \frac{l_0}{\sqrt{\phi_h \phi_m}} \quad (3.2.1.5)$$

und für die turbulente Prandtlzahl

$$Pr_t = \frac{\phi_h}{\phi_m} \quad (3.2.1.6)$$

ergibt. Das Prandtlsche Mischungswegmodell wurde bereits von Taylor(1970) zur numerischen Simulation lokaler Impuls- und Wärmeadvektion benutzt.

Grundsätzlich lassen sich Bedenken gegen das Mischungswegmodell anführen (wie beispielsweise von Tennekes und Lumley, 1972, S. 42 ff.). Bereits die Analogie zwischen molekularer und turbulenter Diffusion ist irreführend. Die energiereichen Turbulenzelemente, die am wirksamsten Impuls transportieren, verhalten sich nicht wie quasi-starre Körper, die ihre Eigenschaften über die Mischungsweglänge (dem Analogon der mittleren freien Weglänge) erhalten. Außerdem ist die Mischungsweglänge nicht unbedingt wesentlich kleiner als die Entfernung, über die der Gradient der treibenden Größe konstant bleibt - wie dies die kinetische Gastheorie fordert. Dennoch hat sich der Mischungswegansatz bei der Beschreibung einer wandnahen, turbulenten Strömung bewährt. Zumindest ist das qualitative Bild, welches dieses Modell vermittelt, für viele Anwendungen nützlich.

Ein weiterer Nachteil des Prandtschen Mischungswegmodells besteht darin, daß die Abhängigkeit der Mischungsweglänge von der Dichteschichtung der Strömung durch die Funktionen  $\phi_{m,h}$  vorzugeben ist, die in einer horizontal inhomogenen Strömung nicht hinreichend bekannt sind. Beljaars *et al.* (1983) zeigen anhand von Messungen,

daß die Funktionen  $\phi_{m,h}$  in einer horizontal inhomogenen Strömung mit denen in in der horizontal homogenen Strömung im allgemeinen nicht übereinstimmen. Lediglich das Verhältnis beider Funktionen, also die turbulente Prandtzahl behält nahezu denselben Wert bei. Nach Peterson (1969) weicht die Größe  $\phi_m$  in einer neutral geschichteten, horizontal inhomogenen Strömung deutlich von ihrem Gleichgewichtswert  $\phi_m = 1$  ab, nähert sich diesem Wert aber rasch bei genügend großer Streichlänge. Daher bleibt zu vermuten, daß die Annahme, die Funktionen  $\phi_{m,h}$  behielten auch in einer horizontal inhomogenen Strömung ihren Gleichgewichtswert bei, nur in der Nähe einer Änderung der Bodeneigenschaften zu einer unrealistischen Simulation der lokalen Advektion führt.

### 3.2.2 Das Petersonsche Modell

Als wesentliches Merkmal des Prandtlschen Mischungswegmodells ist hervorzuheben, daß die turbulenten Austauschkoefizienten und die turbulenten Flüsse lediglich durch die lokalen Gradienten der mittleren Zustandgrößen bestimmt sind<sup>◊</sup>. Die turbulenten Flüsse können sich in einer horizontal inhomogenen Strömung also nur ändern, wenn sich auch die lokalen Gradienten der mittleren Zustandgrößen räumlich ändern. Peterson (1969) vermutete, daß in einer horizontal inhomogenen Luftströmung die turbulenten Flüsse im wesentlichen durch die Advektion von Turbulenz geändert werden. Er forderte daher, daß der vertikale Impulsfluß nur durch die turbulente kinetische Energie gegeben ist.\* In Anlehnung an Petersons Vorschlag wird hier

$$-\overline{u_i u_j} = c_{ij}^2 E \quad (3.2.2.1)$$

angenommen. Der Austauschkoefizient ergibt sich aus dieser Gleichung zu

$$K_m = \frac{c_0^2 E}{S_w} \quad (3.2.2.2)$$

<sup>◊</sup> Der Term  $2/3E\delta_{ij}$  braucht in der Gleichung 3.2.1 nicht aufzutreten. Er stellt nur sicher, daß die Summe der turbulenten Normalspannungen  $\overline{u^2}$ ,  $\overline{v^2}$  und  $\overline{w^2}$  gerade  $2E$  beträgt. Da aber die Normalspannungen wie eine Druckkraft wirken, kann der besagte Term auch zum Druckgradientterm hinzugerechnet werden, indem der statische Druck durch einen effektiven Druck  $P + 2/3E$  ersetzt wird.

\* Bradshaw, Ferris und Atwell haben ein dem Petersonschen sehr ähnliches Modell bereits einige Jahre vor Peterson vorgestellt (laut Rodi, 1980.)

Die Konstanten  $c_{ij}$  werden aus experimentellen Daten gewonnen. Nach Panofsky und Dutton (1984, S. 160) gilt:

$$c_{uw} = 0.427 \equiv c_0$$

$$c_{uu} = 2.39c_0$$

$$c_{ww} = 1.25c_0$$

Ob die Annahme konstanter Beziehungen zwischen der turbulenten kinetischen Energie und den turbulenten Flüssen tatsächlich auch in einer horizontal inhomogenen Strömung gültig bleibt, wird zu überprüfen sein.

### 3.2.3 Das Prandtl-Kolmogoroff-Modell

In einer späteren Arbeit hat Prandtl 1945 (siehe Hinze, 1975, S. 369) die Hypothese aufgestellt, daß die Vermischungsgeschwindigkeit nicht mit dem Gradienten der mittleren Geschwindigkeit, sondern mit der turbulenten kinetischen Energie zu verknüpfen sei. Daraus folgt:

$$K_m = \frac{c_0 l_0}{\phi_m} E^{1/2} \quad (3.2.3.1)$$

Kolmogoroff hatte bereits 1942 eine ähnliche Hypothese formuliert. Daher wird dieser Austauschansatz auch als Prandtl-Kolmogoroff Modell bezeichnet. (In anderen Arbeiten wie zum Beispiel bei Taylor (1972) und Lo (1986) findet sich auch die Bezeichnung Glushko-Model.) Für den turbulenten Austauschkoefizienten des Temperatur- und Feuchteflusses wird (wie beispielsweise auch in Lo, 1986)

$$K_h = \frac{c_0 l_0}{\phi_h} E^{1/2} \quad (3.2.3.2)$$

gewählt. Damit stimmen die turbulente Prandtlzahl des Prandtlischen Mischungswegmodells mit der des Prandtl-Kolmogoroffschen Modells überein.

Im Gegensatz zum Prandtlischen Mischungswegmodell und zum Petersonsche Modell erlaubt das Prandtl-Kolmogoroff-Modell eine Änderung der turbulenten Flüsse sowohl durch Änderungen der Gradienten der mittleren Zustandsgrößen wie auch der Fluktuationen.

### 3.2.4 Das $E - \epsilon$ -Modell

Ein wesentlicher Nachteil des Prandtlschen Mischungswegmodells wie auch des Prandtl-Kolmogoroff-Modells besteht darin, daß die Mischungsweglänge proportional zur Höhe über dem Erdboden vorgegeben werden muß. Um diesen Nachteil zu beheben, wurde das sogenannte  $E - \epsilon$ -Modell (auch als  $k - \epsilon$ -Modell bekannt) formuliert. Dieses Modell wurde unter anderem von Rodi (1980) entwickelt und von Detering und Etling (1985) sowie Duynkerke (1988) auf die neutral und stabil geschichtete Grenzschicht der Atmosphäre angewandt. Numerische Simulationen der bodennahen Atmosphäre mit dem  $E - \epsilon$ -Modell wurden von Beljaars *et al.* (1987) und Claussen (1988) durchgeführt.

Im  $E - \epsilon$ -Modell wird der Austauschkoefizient in der gleichen Weise wie im Prandtl-Kolmogoroff-Modell - nämlich durch die Gleichung 3.2.3.1 - definiert, jedoch die Mischungsweglänge  $l_m$  wird aus der turbulenten kinetischen Energie  $E$  und der Dissipation  $\epsilon$  turbulenter kinetischer Energie durch

$$l_m = c_0^3 \frac{E^{3/2}}{\epsilon} \quad (3.2.4.1)$$

berechnet. Dem  $E - \epsilon$ -Modell liegt die Taylorsche Hypothese (siehe zum Beispiel in Tennekes und Lumley, 1972, S. 20) zugrunde, nach der die charakteristische Zeit, innerhalb der Energie von den energiereichen, großen Turbulenzelementen zu kleineren Turbulenzelementen übertragen wird, proportional zu  $E^{1/2}/l$  sein muß.  $l$  gibt die charakteristische Größe der energiereichen Turbulenzelemente an und bestimmt somit die Mischungsweglänge  $l_m$ . Da die Energie der energiereichen Turbulenzelemente proportional zu  $E$  ist, muß die Energietransportrate und damit auch die Dissipation  $\epsilon$  turbulenter kinetischer Energie in den kleinsten Turbulenzelementen  $E \times E^{1/2}/l$  betragen.

Aus den Gleichungen 3.2.3.1 und 3.2.4.1 folgt für das  $E - \epsilon$ -Modell

$$K_m = c_0^4 \frac{E^2}{\epsilon} \quad . \quad (3.2.4.2)$$

### 3.2.5 Die Bilanzgleichung turbulenter kinetischer Energie

Um den Austauschkoefizienten des Petersonschen Modells, des Prandtl- Kolmogoroff-Modells und des  $E - \epsilon$ -Modells berechnen zu können, muß eine Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie und für das  $E - \epsilon$ -Modell zusätzlich eine Bilanzgleichung für die Dissipation turbulenter kinetischer Energie bereitgestellt werden. Die Gleichung für die turbulente kinetische Energie lautet (siehe Lumley und Panofsky, 1964, S. 67):

$$U \frac{\partial E}{\partial x} + W \frac{\partial E}{\partial z} + \frac{\partial \overline{ue}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{we}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \left( \frac{\partial \overline{up}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{wp}}{\partial z} \right) + P_s + B - \epsilon \quad (3.2.5.1)$$

$P_s$  bezeichnet die Scherproduktion turbulenter kinetischer Energie

$$P_s = -\overline{uw} \left( \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) - (\overline{ww} - \overline{uu}) \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.2.5.2)$$

und  $B$  die Produktion durch Auftriebskräfte

$$B = \frac{g}{\Theta_{0v}} (\overline{w\theta} + 0.61\Theta \overline{wq}) \quad (3.2.5.3)$$

$\overline{u_j e}$  steht für  $\overline{u_j e} = 0.5 \overline{u_j u_i u_i}$ . Für die Dissipation  $\epsilon$  wird der bereits erwähnten Taylor-schen Hypothese folgend

$$\epsilon = \frac{c_0^3 E^{3/2}}{l_\epsilon} \quad (3.2.5.4)$$

angenommen. Das Längenmaß  $l_\epsilon$ , die sogenannte Dissipationslänge, wird unter folgenden Gesichtspunkten hergeleitet. McBean und Elliott (1975) haben aus Messungen in der horizontal homogenen bodennahen Atmosphäre abgeschätzt, daß die Divergenz des vertikalen Flusses turbulenter kinetischer Energie  $\overline{we}$  und die Divergenz des Transportes turbulenter kinetischer Energie durch die Druck-Geschwindigkeit-Korrelationen  $\overline{wp}$  in etwa gleich groß, aber entgegengesetzten Vorzeichens sind. Beobachtungen von Wyngaard und Coté (1971) widersprechen diesem Befund. Allerdings haben Wyngaard und Coté im Gegensatz zu McBean und Elliott die Druck-Geschwindigkeits-Korrelationen nicht direkt gemessen, sondern als Residuum der anderen Terme der Energiebilanzgleichung abgeschätzt. In diesem Residuum verbergen sich jedoch die unbekanntenen Advektionsterme und sämtliche Meßfehler. In der vorliegenden Untersuchung wird angenommen, daß die Bedingung  $0 \simeq P_s + B - \epsilon$  für die horizontal homogene Atmosphäre in guter Näherung erfüllt ist. Wird die letztere Gleichung mit  $u_*$  und  $\kappa z$  normiert, so ergibt sich  $0 \simeq \phi_m - z/L - \kappa z \epsilon / u_*^3$ . Daraus folgt für die Dissipationslänge

$$l_\epsilon = l_m \frac{\phi_m}{\phi_m - z/L} \quad (3.2.5.5)$$

Die Festlegung der Dissipationslänge durch die Gleichung 3.2.5.5 bedeutet, daß die turbulente kinetische Energie in der Gleichgewichtsströmung stets proportional zu  $u_*^2$ , also stets höhenkonstant ist. Dies wird zwar in der neutral geschichteten und in etwa auch in der stabil geschichteten bodennahen Atmosphäre beobachtet, nicht aber in der instabil geschichteten (siehe Fiedler, 1975).<sup>II</sup> Offenbar kann das Prandtl-Kolmogoroff-Modell kein realistisches Vertikalprofil der turbulenten kinetischen Energie für die instabil geschichtete bodennahe Luftströmung liefern. Allerdings garantiert die Bedingung  $E = u_*^2/c_0^2$ , daß der Austauschkoefizient  $K_m$  realistisch bleibt.

Für die Summe beider Transporte turbulenter kinetischer Energie -  $\overline{u_j \bar{e}}$  und  $\overline{u_j \bar{p}}/\rho_0$  - wird wie auch beispielsweise von Rodi (1980) ein Austauschansatz in der Form

$$\overline{u_j \bar{e}} + \frac{\overline{u_j \bar{p}}}{\rho_0} = \frac{K_m}{\sigma_E} \frac{\partial E}{\partial x_j} \quad (3.2.5.6)$$

vorgeschlagen.  $\sigma_E$  ist eine empirische Konstante, für die häufig (Rodi, 1980; Duynkerke, 1988)  $\sigma_E = 1$  gewählt wird. Der Austauschansatz für den Transport turbulenter kinetischer Energie ist wohl die schwächste Annahme des Prandtl-Kolmogoroff-Modells - er wurde offenbar lediglich aus Konsistenzgründen so formuliert. Die Gleichung 3.2.5.6 besagt, daß nur bei höhenkonstanter turbulenter kinetischer Energie die Summe der Divergenzen beider Energietransporte verschwinden. Dies wird, wie bereits erwähnt, in der instabil geschichteten bodennahen Atmosphäre nicht beobachtet. Nur die Terme  $\overline{u_j \bar{e}}$  durch einen Austauschansatz zu beschreiben (und für  $\overline{u_j \bar{p}}$  einen anderen Ansatz zu finden), erweist sich ebenfalls als unrealistisch, da der Fluß  $\overline{w \bar{e}}$  in der instabil geschichteten Atmosphäre offenbar positiv ist (siehe beispielsweise McBean und Elliott, 1975), also in Richtung des Energieanstiegs zeigt. Der Ansatz 3.2.5.6 muß als vorläufig betrachtet werden; anhand von Vergleichen zwischen Messungen und Rechnungen wird zu prüfen sein, ob dieser Ansatz zu allzu unrealistischen Ergebnissen führt.

<sup>II</sup> Ein gewisses Problem bereitet der empirische Befund, daß die turbulente kinetische Energie nicht der Monin-Obukhovschen Ähnlichkeitstheorie folgt. Nur die Varianz der vertikalen Geschwindigkeitsfluktuationen  $w^2$  läßt sich mit  $z/L$  und  $u_*$  skalieren; die Varianz der horizontalen Geschwindigkeitsfluktuationen kann nur durch sogenannte konvektive Skalierungsgrößen, zu denen die vertikale Mächtigkeit  $z_i$  der gesamten Grenzschicht der Atmosphäre als wesentlicher Parameter gehört, beschrieben werden (siehe beispielsweise Panofsky, 1978). Dies wird hier ausgeklammert.

### 3.2.6 Die Bilanzgleichung der Dissipation

Lumley und Khajeh-Nouri (1974) leiten eine Bilanzgleichung für die Dissipation turbulenter kinetischer Energie aus der Bilanzgleichung der Varianz der Wirbelstärke ab. Für Strömungen bei sehr hohen Reynoldszahlen gilt (siehe Tennekes und Lumley, 1972, S. 88)  $\epsilon \simeq \nu \overline{\omega_i \omega_i}$ , wobei  $\omega_i = \epsilon_{ijk} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}$  die i-te Komponente des fluktuierenden Wirbelvektors bezeichnet. Tennekes und Lumley (1972, S. 87ff.) zeigen, daß die Zunahme der Wirbelstärke durch Streckung der Wirbelfäden und die viskose Dissipation der Wirbelstärke die wichtigsten Terme der Bilanzgleichung sind. Um diese Terme zu parameterisieren, nehmen Lumley und Khajeh-Nouri an, daß die Dissipation  $\epsilon$  wesentlich durch die Dynamik der energiereichen Turbulenzelemente und damit auch durch die Terme, die die turbulente kinetische Energie produzieren, bestimmt wird. Lumley und Khajeh-Nouri erhalten schließlich:

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + W \frac{\partial \epsilon}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u\epsilon}}{\partial x} + \frac{\partial \overline{w\epsilon}}{\partial z} = \left( c_1 P_s - c_2 \epsilon + c_3 B \left( 1 - c_4 \frac{B}{\epsilon} \right) \right) \frac{\epsilon}{E} \quad (3.2.6.1)$$

(Die Auftriebsterme sowie die Konstanten  $c_3$  und  $c_4$  treten in der Arbeit von Lumley und Khajeh-Nouri nicht auf, sondern wurden erst von Wyngaard und Coté (1974), Wyngaard (1975) - siehe auch Duynkerke (1988) - eingeführt.)  $\epsilon$  ist die Fluktuation der Dissipation turbulenter kinetischer Energie.

Die Diffusionsterme in der Gleichung 3.2.6.1 werden - wie zum Beispiel bei Rodi (1980) und Duynkerke (1988) - durch einen Austauschansatz

$$\overline{u_j \epsilon} = \frac{K_m}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \quad (3.2.6.2)$$

parameterisiert.

Verschiedene Sätze von Konstanten für das  $E - \epsilon$ -Modell lassen sich in der Literatur finden. Wyngaard und Coté (1974) verwenden  $c_1 = c_3 = 1.5, c_2 = 2, c_4 = 0$ , Wyngaard (1975) benutzt zur Simulation stabil geschichteter Strömungen  $c_1 = 1.75, c_2 = 2, c_3 = 0.5, c_4 = 2$ . Duynkerke und Nieuwstadt (1989) erhalten aus Berechnungen der turbulenten kinetischen Energie und der Dissipation in nahezu homogener Turbulenz und einem Vergleich mit Turbulenzmessungen  $c_1 = 1.46, c_2 = 1.83$ . Die Konstante  $\sigma_\epsilon$  wird so gewählt, daß die Bilanzgleichung 3.2.6.1 in neutral geschichteter Strömung mit  $E = u_*^2 / c_0^2$  und  $\epsilon = u_*^3 / (\kappa z)$  erfüllt werden kann. Aus dieser Bedingung folgt  $\sigma_\epsilon = \kappa^2 / (c_0^2 (c_2 - c_1))$ .

Um die Grenzen der Anwendbarkeit des  $E-\epsilon$ -Modells in der nicht neutral geschichteten bodennahen Atmosphäre zu erkunden, werden die Gleichung der turbulenten kinetischen Energie 3.2.5.1 und der Dissipation 3.2.6.1 mit  $u_*$  und  $\kappa z$  normiert. Mit den Definitionen

$$\phi_E \equiv \frac{c_0^2 E}{u_*^2}$$

und

$$\phi_\epsilon \equiv \frac{\kappa z}{u_*^3} \epsilon$$

sowie

$$\zeta \equiv \frac{z}{L}$$

folgt die dimensionslose Gleichung turbulenter kinetischer Energie

$$\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\phi_E^2}{\phi_\epsilon} \zeta \frac{\partial \phi_E}{\partial \zeta} \right) = - \frac{\sigma_E c_0^2}{\kappa^2} \left( \frac{\phi_\epsilon}{\phi_E^2} - \zeta - \phi_\epsilon \right) \quad (3.2.6.3a)$$

und die dimensionslose Gleichung der Dissipation

$$\begin{aligned} \zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left( \frac{\phi_E^2}{\phi_\epsilon} \zeta \frac{\partial \phi_\epsilon}{\partial \zeta} \right) = & + \zeta \frac{\phi_E^2}{\phi_\epsilon} \frac{\partial \phi_\epsilon}{\partial \zeta} + \zeta \frac{\partial \phi_E^2}{\partial \zeta} - \phi_E^2 \\ & - \frac{\sigma_\epsilon c_0^2}{\kappa^2} \frac{\phi_\epsilon}{\phi_E} \left( c_1 \frac{\phi_\epsilon}{\phi_E^2} - c_3 \zeta \left( 1 - c_4 \frac{\zeta}{\phi_\epsilon} \right) - c_2 \phi_\epsilon \right) \end{aligned} \quad (3.2.6.3b)$$

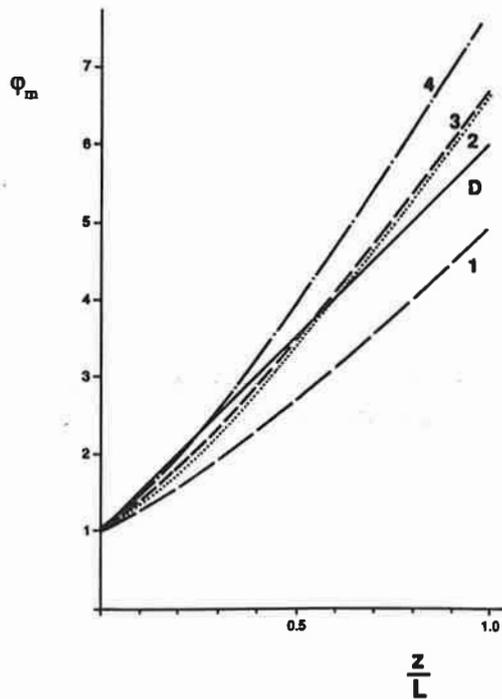
Aus den beiden Gleichungen 3.2.6.3a und b läßt sich auch die dimensionslose Windscherung  $\phi_m$  berechnen, die sich aus den Gleichungen 2.1.2b, 2.4.1a, 3.2.1, 3.2.4.2 und den obigen Definitionen zu  $\phi_m = \phi_\epsilon / \phi_E^2$  ergibt. Das Gleichungssystem 3.2.6.3 wurde mit den Randbedingungen

$$\phi_E(\zeta = 0) = \phi_\epsilon(\zeta = 0) = 1$$

und

$$\frac{\partial^2 \phi_E}{\partial \zeta \partial \zeta} \Big|_{\zeta=\pm 1} = \frac{\partial^2 \phi_\epsilon}{\partial \zeta \partial \zeta} \Big|_{\zeta=\pm 1} = 0$$

numerisch gelöst. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung des berechneten  $\phi_m$  mit den von Dyer (1974) vorgeschlagenen - allerdings nur in der stabil geschichteten Strömung (siehe Abbildung 3.2.6.1a).



**Abb.3.2.6.1a:** Die dimensionslose Windscherung als Funktion des Stabilitätsparameters  $\zeta = z/L$  für  $\zeta > 0$ . Die mit *D* bezeichnete Kurve ist die nach Dyer (Gleichung 2.4.3a) berechnete Windscherung. Die anderen Kurven wurden mit folgenden Konstantensätzen ermittelt:

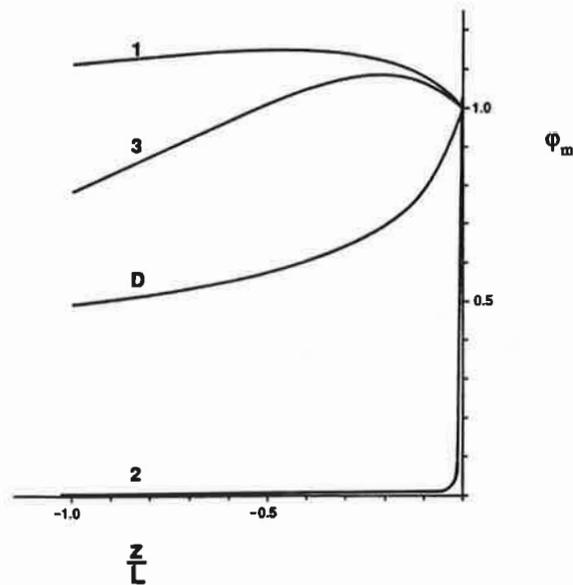
Kurve 1:  $c_1 = 1.46$   $c_2 = 1.83$   $c_3 = 0$ .  $c_4 = 0$ .

Kurve 2:  $c_1 = 1.60$   $c_2 = 1.83$   $c_3 = 0$ .  $c_4 = 0$ .

Kurve 3:  $c_1 = 1.75$   $c_2 = 2.00$   $c_3 = 0.5$   $c_4 = 2$ .

Kurve 4:  $c_1 = 1.60$   $c_2 = 1.83$   $c_3 = 0.5$   $c_4 = 2$ .

In der labil geschichteten Strömung weichen die mit verschiedenen Konstantensätzen berechneten  $\phi_m$  von den beobachteten drastisch ab (siehe Abbildung 3.2.6.1b). Es wurde nicht versucht, auch im Fall  $z/L < 0$  durch geschickte Variation der Konstanten, das  $E - \epsilon$ -Modell an die beobachteten Daten anzupassen, da zu vermuten ist, daß das  $E - \epsilon$ -Modell prinzipiell nicht geeignet ist, die instabil geschichtete bodennahe Atmosphäre realistisch zu beschreiben. (Der gleichen Meinung sind auch Beljaars und Duynkerke - persönliche Mitteilung.) Diese Vermutung wird so begründet: Das  $E - \epsilon$ -Modell beruht auf der Annahme, daß die Dynamik der energiereichen Turbulenzelemente nur durch ein Längenmaß beschrieben wird. Dies gilt tatsächlich nur für die neutrale und stabil geschichtete Atmosphäre. In der labilen Atmosphäre wird die Dynamik der energiereichen Turbulenzelemente wesentlich durch zwei Längenmaße bestimmt - ein konvektives und eines, das durch die mittlere Wirbelstärke gegeben ist (siehe Claussen, 1985a).



**Abb.3.2.6.1b:** Wie Abbildung 3.2.6.1a, nur für  $\zeta < 0$  und

Kurve 1:  $c_1 = 1.500$   $c_2 = 2.00$   $c_3 = c_1$   $c_4 = 0$ .

Kurve 2:  $c_1 = 1.460$   $c_2 = 1.83$   $c_3 = c_1$   $c_4 = 0$ .

Kurve 3:  $c_1 = 1.425$   $c_2 = 1.83$   $c_3 = c_1$   $c_4 = 0$ .

Nur wenn beide Längenmaße berücksichtigt werden, kann das Verhältnis zwischen der räumlichen Struktur des Turbulenzfeldes und den mittleren Zustandsgrößen, insbesondere den Stabilitätsfunktionen  $\phi_m$  und  $\phi_h$  realistisch beschrieben werden (Claussen, 1985b). Das  $E - \epsilon$ -Modell wird aus diesen Gründen nur in der neutral geschichteten, bodennahen Strömung angewendet.

### 3.2.7 Komplexere Turbulenzmodelle

Turbulenzmodelle, in denen Bilanzgleichungen für die statistischen Momente zweiter Ordnung formuliert werden, werden im folgenden nicht berücksichtigt. Auch ein solches zum Beispiel von Rao *et al.* (1974a) vorgestelltes Modell ist nicht in der Lage, die  $\phi_m$ -Funktion in der horizontal homogenen bodennahen Luftströmung zufriedenstellend zu beschreiben (Kroon, 1985). Daher ist zu bezweifeln, ob ein solch komplexes Turbulenzmodell (immerhin sind sechszehn gekoppelte Differentialgleichungen zu lösen) einen wesentlichen Fortschritt bei der numerischen Simulation der lokalen Advektionsvorgänge

bringt. In einem der folgenden Abschnitte wird auf die wesentlichen Unterschiede in den Ergebnissen des Raoschen Modells und der einfacheren Modelle hingewiesen.

### 3.2.8 Die Blackadarsche Mischungsweglänge - ein Hybridmodell

Im Gegensatz zu einer turbulenten Strömung über einer unbewegten Oberfläche wächst die atmosphärische Grenzschicht bedingt durch das Zusammenwirken der Corioliskraft und eines lateral zur bodennahen Strömung gerichteten Druckgradienten nicht unendlich hoch. Daher kann auch die Mischungsweglänge in der atmosphärischen Grenzschicht nicht unendlich groß werden.<sup>u</sup> Dies veranlaßte Blackadar (1962), die Mischungsweglänge durch einen Ansatz der Form

$$l^B = \frac{l_0}{1 + \frac{l_0}{l_\infty}} \quad (3.2.8.1)$$

zu berechnen.  $l_\infty$  ist der größtmögliche Wert der Mischungsweglänge, der eine Funktion der Grenzschichtmächtigkeit  $z_i$  sein muß.  $l_\infty \sim 1/30z_i$  gilt als realistisch.

In manchen, noch im folgenden vorzustellenden Simulationsbeispielen, in denen die Mächtigkeit der internen Grenzschicht bis in Höhen von mehr als etwa dreißig Metern reicht, wird die Mischungsweglänge  $l_m$  durch

$$l_m^B = \frac{l_m}{1 + \frac{l_m}{l_\infty}} \quad (3.2.8.2)$$

ersetzt. (Darauf wird dann besonders hingewiesen.) Dieser "Trick" wurde bereits von Taylor (1969) vorgeschlagen. Die Berechnung der Mischungsweglänge durch die Gleichung 3.2.8.2 statt durch 3.2.1.2 führt dazu, daß die mittleren Zustandgrößen in einer bodennahen Gleichgewichtsströmung in größeren Höhen keine logarithmischen Vertikalprofile mehr zeigen, auch wenn die turbulenten Flüsse nach wie vor als höhenkonstant angenommen werden. Offenbar kann den Leipziger Windprofilaten entnommen werden, daß die Annahme konstanter turbulenter Flüsse noch in größeren Höhen gilt als

<sup>u</sup> Diese Vermutung ist nicht zwingend. Ellison hatte 1956 (siehe Krishna, 1980) die Vertikalprofile des mittleren Windfeldes in einer homogenen atmosphärischen Grenzschicht unter der Annahme  $K_m = \kappa u_* z$  abgeleitet. Auch Ellison erhielt eine endlich hohe Grenzschicht, wenn auch die berechneten Windprofile in größeren Höhen unrealistisch aussahen. Die turbulenten Flüsse und deren Divergenzen werden in hinreichend großer Höhe allein deswegen vernachlässigbar klein, weil die Scherung des mittleren Windes nahezu verschwindet.

die Annahme  $l_m \sim z$  (Taylor, 1969). Dieses "Hybridmodell" (Taylor, 1969) hat den Vorteil, daß die im Gegensatz zu komplexen Grenzschichtmodellen recht einfachen Gleichungen des Modells der bodennahen Atmosphäre beibehalten werden können, daß aber unrealistisch große Austauschkoefizienten in großen Höhen vermieden werden.

### 3.3 Bemerkungen zur numerischen Modellierung

Die dynamischen Grundgleichungen 2.1.1a bis c werden bequemerweise durch die Einführung der Wirbelstärke  $\Omega$  der mittleren Strömung und der Stromfunktion  $\psi$  in eine parabolische und eine elliptische Gleichung transformiert:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial x} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial z} = \Omega \quad (3.3.1a)$$

$$U \frac{\partial \Omega}{\partial x} + W \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \frac{\partial^2 \overline{uu}}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial z \partial z} - \frac{\partial^2 \overline{uw}}{\partial x \partial x} - \frac{\partial^2 \overline{ww}}{\partial x \partial z} = -\frac{g}{\Theta_{0v}} \frac{\partial \Theta_v}{\partial x} \quad (3.3.1b)$$

mit

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} \equiv U, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} \equiv -W$$

und

$$\Omega \equiv \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\partial W}{\partial x}$$

Für die horizontal homogene, bodennahe Luftströmung folgt aus den Gleichungen 2.4.1a und 2.4.4a

$$\psi(z) = \frac{u_*}{\kappa} \left( z \ln \frac{z}{z_0} - z + z_0 + \int_{z_0}^z \phi_m dz' \right) \quad (3.3.2a)$$

$$\Omega(z) = \frac{u_*}{\kappa z} \phi_m \quad (3.3.2b)$$

Die Gleichungen 3.3.1a und b sowie 2.1.1d und e werden auf einem diskreten Gitternetz gelöst. Dieses Gitternetz wird durch Gitterzellen aufgespannt, die das gesamte Strömungsgebiet vollständig bedecken, sich aber nicht überlappen und durch einen Mittelpunkt  $(x_i, z_j)$  sowie den Kantenlängen  $\Delta x(i)$  und  $\Delta z(j)$  definiert sind.<sup>†</sup> Die Gleichungen 3.3.1b, 2.1.1d und e werden über jede Gitterzelle integriert. Mit Hilfe des Gaußschen

<sup>†</sup> Da hier nur Turbulenzmodelle betrachtet werden, in denen die turbulenten Flüsse parameterisiert und nicht wie in den sogenannten "large-eddy"-Modellen direkt berechnet werden, darf das Ergebnis der numerischen Simulation nicht von der Auflösung des Gitternetzes abhängen. Daher muß stets  $\Delta z(j) \ll l_0$  bleiben.

Integralsatzes können die Advektionsterme dieser Gleichungen als Bogenintegral der kinematischen Impuls-, Temperatur- und Feuchteflüsse über die jeweiligen Kanten einer Gitterzelle interpretiert werden. Die übrigen Terme werden als Gitterflächenintegrale aufgefaßt. Diese Methode, die auch als "control volume approach" (Anderson *et al.* , 1984, S. 63 ff.) bekannt ist, wird ausführlich in Claussen (1987) beschrieben.

Die stationären Gleichungen werden numerisch gelöst, indem in die Gleichungen eine lokale Zeitableitung  $\frac{\partial \Omega}{\partial t}$ ... eingesetzt wird. Die Gleichungen werden solange in der Zeit integriert, bis das numerische Ergebnis stationär ist. Die Advektionsterme werden nach dem MacCormack-Verfahren (Anderson *et al.* , 1984, S. 163) und die turbulenten Transportterme nach der Allen-Chengschen Methode (Anderson *et al.* , 1984, S. 162) bestimmt. Auf die Poissonsche Gleichung 3.3.1a wird ein Gauß-Seidel-Verfahren mit Überrelaxation (Anderson *et al.* , 1984, S. 132) angewandt.

### 3.3.1 Die Randbedingungen des numerischen Modells

Als untere Randbedingung wird angenommen, daß sich die Strömung in Bodennähe in einer Höhe  $z = z_r$  sofort auf ein lokales Gleichgewicht mit der Oberfläche einstellt. Für jede der bodennächsten Gitterzellen, deren Mittelpunkte durch  $(x_i, z_j = z_r)$  gegeben sind, werden also die Impuls-, Temperatur- und Feuchteflüsse aus den Gleichungen 2.5.6a bis c und der Energiebilanzgleichung 2.5.1 als Nebenbedingung berechnet. Die Randwerte für die Wirbelstärke und Stromfunktion folgen unmittelbar aus den Gleichungen 3.3.2a und b. Die Annahme einer Gleichgewichtströmung in unmittelbarer Bodennähe ist nicht zwingend. Wie anhand der Rechnungen im Abschnitt 4.2.2 zu sehen sein wird, ist die Abweichung der Strömung vom Gleichgewicht knapp über dem Boden, insbesondere in der Nähe eines Rauigkeitssprunges, sehr groß. Daher schlagen Beljaars *et al.* (1987) vor, keine Gleichgewichtströmung, sondern höhenkonstante turbulente Flüsse als Randbedingung vorzuschreiben. Doch Beljaars *et al.* bemerken, daß die Rechenergebnisse, die mit diesen beiden Randbedingungen erzielt werden, sich nur wenig unterscheiden.

Da das Lösungsgebiet des numerischen Modells nur endlich ausgedehnt sein kann, müssen Randbedingungen auch an künstlichen Rändern, an Seitenrändern und einem Ober- rand, formuliert werden.

Weit stromauf von einer Änderung der Oberfläche wird angenommen, daß die mittleren Zustandsgrößen und die turbulenten Flüsse mit der dortigen Erdoberfläche im Gleichgewicht stehen. Die mittleren Zustandsgrößen in einer beliebigen Höhe  $z = H \geq z_r$ , die Größen  $S_o$  und  $\epsilon_a$ , die Parameter  $z_0, z_{0t,q}, \alpha_s, \epsilon_s, t_s, g_1$  sowie die Bodentemperatur und -feuchte  $T_s$  und  $m$  werden vorgegeben, so daß die Vertikalprofile der mittleren Zustandsgrößen und die turbulenten Flüsse aus den in den Abschnitten 2.4 und 2.5 vorgestellten Gleichungen berechnet werden können. In welcher Entfernung  $x_{in}$  von der Oberflächenänderung der sogenannte Einströmrand des Modells zu wählen ist, hängt von der Strömungssituation ab. Dies wird im Abschnitt 4.3 noch erläutert werden.

Auch der Oberrand  $z_{top}$  wird je nach Strömungssituation so gewählt, daß die von Änderungen der Bodenbeschaffenheit ausgehenden Störungen der Gleichgewichtsanströmung "hinreichend" klein sind. Was in diesem Zusammenhang "hinreichend" bedeutet, wird noch festzulegen sein. Die Variablen selbst werden - mit Ausnahme der Stromfunktion - aus der Bedingung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial z}(x_i, z_j = z_{top}) = 0 \quad (3.3.1.1)$$

berechnet.  $F$  steht für  $\Theta, Q, z\Omega, E$  und  $z\epsilon$ .

Durch Probieren verschiedener Randbedingungen für den Ausströmrand  $x_{out} > 0$  stellte sich heraus, daß mit der Bedingung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial x}(x_i = x_{out}, z_j) = 0 \quad (3.3.1.2)$$

- für  $F = \Theta, Q, \Omega, E, \epsilon$  - die Lage des künstlichen Ausströmrandes das numerische Ergebnis nur wenig beeinflusst.

Die Randwerte der Stromfunktion auf den Seitenrändern und dem Oberrand werden aus einer Art Strahlungsrandbedingung gewonnen - wie auch von Claussen (1987) vorgestellt. Die Stromfunktion wird aus der mittleren Vertikalgeschwindigkeit  $W$  durch

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -W(x_i = x_{in}, z_j) \quad (3.3.1.3a)$$

am Einströmrand, durch

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -W(x_i = x_{out}, z_j) \quad (3.3.1.3b)$$

am Ausströmrand und durch

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -W(x_i, z_j = z_{top}) \quad (3.3.1.3c)$$

am Oberrand berechnet. Da die Gleichungen des numerischen Modells durch eine zeitliche Integration gelöst werden, kann die Vertikalgeschwindigkeit auf diesen Rändern aus der Orlandischen Strahlungsrandbedingung (Orland, 1976) ermittelt werden. Die Orlandische Strahlungsrandbedingung fordert, daß

$$\frac{\partial W}{\partial t} + c \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad -1 \leq c \leq 0 \quad (3.3.1.4a)$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + c \frac{\partial W}{\partial x} = 0 \quad 0 \leq c \leq 1 \quad (3.3.1.4b)$$

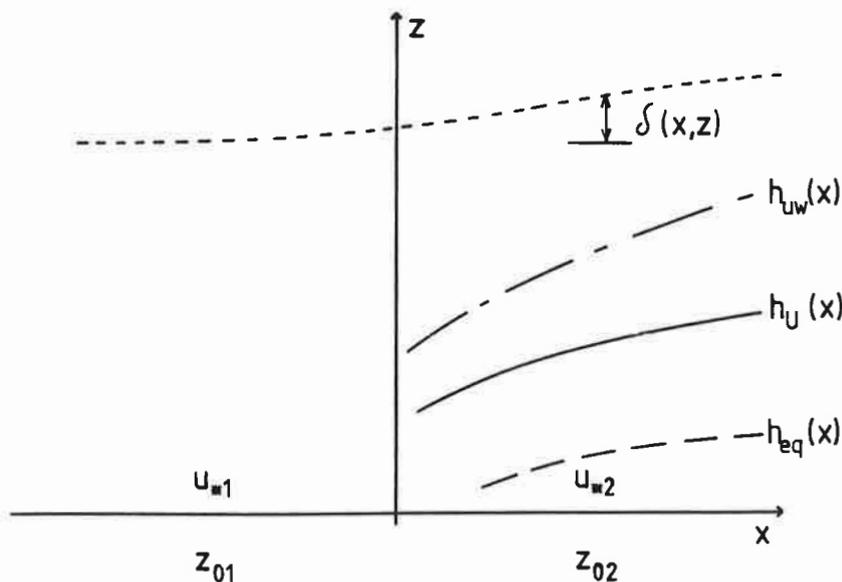
$$\frac{\partial W}{\partial t} + c \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad 0 \leq c \leq 1 \quad (3.3.1.4c)$$

jeweils am Einström-, am Ausström- und am Oberrand des Modellgebietes gelten muß.  $c$  ist die Phasengeschwindigkeit numerischer Störungen. Im stationären Zustand klingt  $c$  auf null ab, und  $W$  wird konstant. Wie  $c$  zu berechnen ist, wird in Orland (1976) erläutert.

## 4. Interne Grenzschichten bei neutraler Schichtung

### 4.1 Definition der internen Grenzschichten

Die Abbildung 4.1.1 zeigt schematisch den Aufbau einer bodennahen Luftströmung, die bei  $x = 0$  auf eine Änderung der Bodenrauhigkeit trifft. Die Luftströmung erfährt diese Änderung durch eine Zu- oder Abnahme des Impulsflusses an der Erdoberfläche. Die Schicht, innerhalb der sich die Luftströmung auf den neuen Impulsfluß einstellt, wird als interne Grenzschicht bezeichnet.



**Abb.4.1.1:** Schematische Darstellung der internen Grenzschichten über einer stufenartigen Änderung der Bodenrauhigkeit.  $\delta(x, z)$  kennzeichnet die Verschiebung der Stromlinien.

Im allgemeinen lassen sich verschiedene interne Grenzschichten jeweils für die mittleren Zustandsgrößen sowie für die turbulenten Flüsse finden. Die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht wird häufig durch die Höhe  $h_U(x)$  festgelegt, in der sich die horizontale mittlere Geschwindigkeit um 1% gegenüber der ungestörten Strömung geändert hat (Garratt, 1990). In der gleichen Weise kann die vertikale Mächtigkeit  $h_{uw}(x)$  der internen Impulsflußgrenzschicht definiert werden. Numerische Simulationen der neutral geschichteten internen Grenzschicht (beispielsweise von Shir, 1972) zeigen, daß  $h_{uw}$  etwa doppelt so groß ist wie  $h_U$ .

Innerhalb der internen Grenzschichten, in Bodennähe über der neuen Fläche, kann nach Rao *et al.* (1974a) eine Höhe  $h_{eq}(x)$  angegeben werden, unterhalb der sich die Änderung

des Impulsflusses  $-\overline{uw}(x, z) - u_{*1}^2$  bis auf 10% der Differenz  $u_{*2}^2 - u_{*1}^2$  genähert hat. Diese Schicht, die auch als neue Gleichgewichtsschicht bezeichnet wird, ist etwa zehnmal flacher als die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht.

## 4.2 Die Bedeutung der turbulenten Diffusion

Zahlreiche Modelle der lokalen Advektion beruhen auf der Annahme, daß die horizontale Impulsadvektion lediglich durch die vertikale turbulente Diffusion ausgeglichen werde. Diese Modelle werden im folgenden Abschnitt 4.2.1 kurz vorgestellt und ihre Ergebnisse im Abschnitt 4.2.2 mit numerischen Simulationen verglichen. Das wesentliche Ziel dieses Abschnittes ist jedoch, die vertikale turbulente Diffusion in einer horizontal inhomogenen Strömung ausführlich zu betrachten.

### 4.2.1 Analytische Modelle

#### 4.2.1.1 Diffusionsmodelle

Einfache Abschätzungen des Anwachsens einer internen Grenzschicht beruhen im wesentlichen auf der Diffusionstheorie passiver Luftbeimengungen (siehe beispielsweise Monin, 1959; Miyake, 1965; Tennekes und Lumley, 1972, S. 14 ff.). Nach dieser Theorie wird die Ausbreitung vom Boden aus freiwerdender Luftbeimengungen oder Partikel, die die gleiche Dichte wie die umgebende Luft besitzen, durch zwei Prozesse beschrieben: vertikaler Transport durch turbulente Vermischung - im wesentlichen durch die vertikale Fluktuation  $w$  - und horizontaler Transport mit der mittleren Strömung. Unter der Annahme, daß das mittlere Anwachsen der Partikelwolke proportional zur Standardabweichung der vertikalen Geschwindigkeit ist, folgt für die Höhe des Schwerpunktes der Partikelwolke in einer neutral geschichteten Strömung

$$\frac{d\bar{h}(x)}{dt} \simeq (\overline{ww})^{1/2} \simeq u_* \quad (4.2.1.1.1a)$$

Für die mittlere Driftgeschwindigkeit des Schwerpunktes der Partikelwolke wird

$$\frac{dx}{dt} \simeq U(\bar{h}(x)) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{\bar{h}(x)}{z_0} \quad (4.2.1.1.1b)$$

gesetzt. Integration dieser beiden Gleichungen ergibt

$$\bar{h}(x) \left( \ln \frac{\bar{h}(x)}{z_0} - 1 \right) \simeq x + \text{const} \quad (4.2.1.1.2)$$

Damit liefert die Diffusionstheorie die wesentliche Aussage, daß die mittlere Höhe  $\bar{h}(x)$  einer Partikelwolke von der mittleren Anströmgeschwindigkeit  $U$  unabhängig ist. Nach der Gleichung 4.2.1.1.2 ist diese Höhe lediglich eine Funktion der Streichlänge  $x$  und der Rauigkeitslänge  $z_0$ .

Das Ergebnis der Diffusionstheorie wird durch eine einfache Abschätzung der charakteristischen Längenmaße der turbulenten Diffusion und der mittleren horizontalen Advektion erhärtet. Die horizontale Advektion einer Beimengung  $S$  beträgt der Größenordnung nach  $O(U \Delta S / L_x)$  -  $L_x$  ist das Längenmaß der horizontalen Advektion, in diesem Beispiel gleich der Streichlänge. Für die Größenordnung der vertikalen turbulenten Diffusion läßt sich  $O(K_m \Delta S / l_z^2)$  angeben - mit  $l_z$  als vertikalem Längenmaß der Diffusion, in diesem Beispiel proportional zur mittleren Höhe der Partikelwolke zu setzen. Da der turbulente Austauschkoefizient  $K_m$  proportional zu  $u_* l_z$  ist, gilt

$$\frac{l_z}{L_x} \sim \frac{u_*}{U} \sim \frac{1}{\ln \frac{L_x}{z_0}} \quad (4.2.1.1.3)$$

Interessant ist ein Vergleich zur Entwicklung einer laminaren Grenzschicht. Da in einer laminaren Strömung der Austauschkoefizient konstant ist, folgt analog zur obigen Abschätzung

$$\frac{l_z}{L_x} \sim \left( \frac{\nu}{U L_x} \right)^{1/2} = Re^{-1/2} \quad (4.2.1.1.4)$$

Im Gegensatz zu einer turbulenten Strömung hängt also das Anwachsen der Partikelwolke in einer laminaren Strömung von der Anströmung beziehungsweise von der Reynoldszahl  $Re$  der Anströmung ab. Je kräftiger die Anströmung, desto flacher ist die Partikelwolke.

Miyake (1965) hat das Diffusionsmodell passiver Luftbeimengungen auf die Berechnung der vertikalen Mächtigkeit einer internen Geschwindigkeitsgrenzschicht übertragen. Damit vernachlässigt Miyake (1965) die Beschleunigung der Strömung durch mittlere Druckgradienten. Die 4.2.1.1.1a und b entsprechenden Gleichungen lauten für die Geschwindigkeitsgrenzschicht stromab von einer stufenartigen Änderung der Bodenrauigkeit

$$\frac{dh_U(x)}{dt} \simeq (\overline{ww})^{1/2} \simeq u_{*2} \quad (4.2.1.1.5a)$$

$$\frac{dx}{dt} \simeq U(h_U(x)) = \frac{u_{*1}}{\kappa} \ln \frac{h_U(x)}{z_{01}} \quad (4.2.1.1.5b)$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{h_U(x)}{z_{01}} \left( \ln \frac{h_U(x)}{z_{01}} - 1 \right) = \text{const} \frac{u_{*2}}{u_{*1}} \frac{x}{z_{01}} \quad (4.2.1.1.6)$$

Das Verhältnis der beiden Schubspannungsgeschwindigkeiten bestimmt Miyake (1965) aus der Kontinuitätsgleichung zu

$$\frac{u_{*2}}{u_{*1}} = \frac{\ln \frac{h_U(x)}{z_{01}} - 1}{\ln \frac{h_U(x)}{z_{02}} - 1} = 1 + \frac{\ln \frac{z_{02}}{z_{01}}}{\ln \frac{h_U(x)}{z_{02}} - 1} \quad (4.2.1.1.7)$$

In die Herleitung der Gleichung 4.2.1.1.7 fließt die Annahme ein, daß innerhalb der internen Grenzschicht die Strömung sich sofort auf das neue Gleichgewicht eingestellt, daß also  $h_U = h_{eq}$  gilt. Einsetzen der Gleichung 4.2.1.1.7 in 4.2.1.1.6 führt auf

$$\frac{h_U(x)}{z_{02}} \left( \ln \frac{h_U(x)}{z_{02}} - 1 \right) = A \frac{x}{z_{02}} \quad (4.2.1.1.8)$$

Miyake (1965) wählt anhand von Messungen für die Konstante  $A = 0.69$ . Panofsky und Dutton (1984) korregieren diesen Wert auf  $A = 0.52$

Von dem Miyakeschen Modell ausgehend leitet Jackson (1976) eine empirische Formel für die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht her, in dem er die Gleichung 4.2.1.1.8 an Meßdaten anpaßt. Zum einen berücksichtigt Jackson die Verschiebungshöhe, zum anderen wählt Jackson statt der Rauigkeitslänge  $z_{02}$  ein nichtlineares Mittel beider Rauigkeitslängen  $z_{0g} = 0.5(z_{01}^2 + z_{02}^2)^{1/2}$  als Skalierungslänge, um dem empirischen Befund Rechnung zu tragen, daß die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht nicht allein durch die Rauigkeit der neuen Oberfläche, sondern vielmehr durch die stärkere der Rauigkeiten zu beiden Seiten der Rauigkeitsänderung bestimmt ist.

Walmsley (1989) vergleicht verschiedene Formeln für die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht mit zahlreichen Messungen und kommt zu dem Ergebnis, daß Jacksons empirisches Modell die gemessenen Grenzschichtmächtigkeiten nur für relativ kurze Streichlängen von zehn bis zwanzig Metern gut beschreibt. Für größere Streichlängen läßt sich dagegen Miyakes Modell mit der von Panofsky und Dutton ermittelten empirischen Konstante gut anwenden. Diese Beobachtung legt den Schluß nahe, daß die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht ein Nahfeld und ein Fernfeld aufweist. Im Nahfeld wird das Anwachsen der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht

wesentlich durch die größere der Rauigkeitslängen zu beiden Seiten des Rauigkeits-  
sprunges bestimmt, im Fernfeld dagegen durch die lokale Rauigkeitslänge. Dieser  
Befund kann durch Diffusionsmodelle nicht erklärt werden.

#### 4.2.1.2 Integralmodelle

Eines der ersten Modelle der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht wurde von Elliott  
(1958) vorgestellt. Dieses wie auch manches später formulierte Modell beruht auf der  
Kontinuitätsgleichung und der Bilanzgleichung des mittleren Horizontalimpulses, in der  
die Horizontaldiffusion und die Beschleunigung durch horizontale Druckgradienten ver-  
nachlässigt werden:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (4.2.1.2.1a)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + W \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} = 0 \quad (4.2.1.2.1b)$$

Elliott (1958) löst das Gleichungssystem 4.2.1.2.1 mit Hilfe des Kármán-Pohlhausen-  
Verfahrens. Nach dieser Methode ergibt sich

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^{h_U(x)} U^2 dz \right) - U(h_U) \frac{\partial}{\partial x} \left( \int_0^{h_U(x)} U dz \right) = u_{*1}^2 - u_{*2}^2 \quad (4.2.1.2.2)$$

Um die Gleichung 4.2.1.2.2 lösen zu können, werden die mittlere Geschwindigkeit und  
der turbulente Impulsfluß beziehungsweise die Schubspannungsgeschwindigkeiten mit-  
einander verknüpft. Elliott (1958), Panofsky und Townsend (1964) sowie Plate und  
Hidy (1967) nehmen an, daß das vertikale Geschwindigkeitsprofil innerhalb der internen  
Grenzschicht sich im allgemeinen durch

$$\frac{U(z)}{u_{*2}} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{z_{02}} + f \left( \frac{z}{h_U(x)} \right) \quad (4.2.1.2.3)$$

beschreiben läßt.

Elliott (1958) setzt

$$f \left( \frac{z}{h_U} \right) = 0 \quad (4.2.1.2.4)$$

Diese Annahme bedeutet, daß sich die Strömung an der Stelle  $z = h_U$  sofort auf ein  
neues Gleichgewicht mit der Oberfläche einstellt - es gilt also  $h_U = h_{eq}$ . Trotz die-  
ser unrealistischen Annahmen stimmt die von Elliotts Modell berechnete Anwachsrate

der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht mit Beobachtungen qualitativ überein, wenn gleich die vertikale Mächtigkeit der internen Grenzschicht überschätzt wird - dies wird im Abschnitt 4.2.2 an einem Beispiel gezeigt. Die analytische Lösung, die Elliott durch Integration der Gleichungen 4.2.1.2.2 mit 4.2.1.2.3 und 4.2.1.2.4 erhält, kann durch

$$\frac{h_U(x)}{z_{02}} = (0.75 - 0.03 \ln \frac{z_{02}}{z_{01}}) \left( \frac{x}{z_{02}} \right)^{0.8} \quad (4.2.1.2.5)$$

angenähert werden. Es stellt sich heraus, daß der vom Miyakeschen und vom Elliottschen Modell berechnete Funktionsverlauf  $h_U(x)$  innerhalb des Bereiches  $10^2 < x/z_{02} < 10^5$  - bei geeigneter Wahl der Konstanten  $A$  in der Gleichung 4.2.1.1.8 übereinstimmen (siehe auch Abb. 4.2.2.1 im Abschnitt 4.2.2). Das Verhältnis der Schubspannungsgeschwindigkeiten ergibt sich nach Elliott zu

$$\frac{u_{*2}}{u_{*1}} = 1 + \frac{\ln \frac{z_{02}}{z_{01}}}{\ln \frac{h_U(x)}{z_{02}}} \quad (4.2.1.2.6)$$

und ist von dem vom Miyakeschen Modell bestimmten zumindest für hinreichend große Höhen  $h_U/z_{02}$  kaum zu unterscheiden. Plate und Hidy (1967) erweitern Elliotts Modell, indem sie zwar die Gleichung 4.2.1.2.4 behalten, aber noch einen Term in der Gleichung 4.2.1.2.3 hinzufügen, der die Verschiebung  $\delta$  der Stromlinien berücksichtigt.

Panofsky und Townsend (1964) wählen

$$f\left(\frac{z}{h_U}\right) = \frac{(u_{*1} - u_{*2})}{u_{*2}} \frac{z}{h_U} \quad (4.2.1.2.7)$$

Aus der Gleichung 4.2.1.2.7 folgt, daß sich der turbulente Impulsfluß linear mit der Höhe ändert. Ferner ist gewährleistet, daß zwischen der mittleren Geschwindigkeit und dem turbulenten Impulsfluß ein lokales Gleichgewicht  $\partial U / \partial z = (\overline{uw})^{1/2} / (\kappa z)$  erhalten bleibt. Die Annahmen, die in das Modell von Panofsky und Townsend einfließen, sind realistischer als die des Elliottschen Modells. Die Ergebnisse beider Modelle für  $h_U(x)$  und  $u_{*2}/u_{*1}$  unterscheiden sich allerdings nur geringfügig voneinander. Panofsky und Townsend berechnen geringfügig mächtigere internen Grenzschichten als Elliott.

### 4.2.1.3 Ähnlichkeitsmodelle

Der erste Versuch, die räumliche Struktur der bodennahen Strömung über Flächen unterschiedlicher Bodenbeschaffenheit durch eine Ähnlichkeitstheorie zu beschreiben, wurde von Townsend (1965a,b, 1966) unternommen. Ähnliche Modelle wurden danach auch von Blom und Wartena (1969), Logan und Fichtl (1975) sowie Mulhearn (1977) entworfen. Allen Ähnlichkeitsmodellen gemeinsam ist die grundlegende Annahme, daß die Vertikalprofile der mittleren Zustandsgrößen und der turbulenten Flüsse sich vollständig durch Ähnlichkeitsfunktionen darstellen lassen, so daß die mit geeigneten Längen- und Geschwindigkeitsmaßen und den Ähnlichkeitsfunktionen normierten Vertikalprofile nicht mehr von der Streichlänge abhängen. Die Entwicklung der internen Grenzschicht wird dann nur durch die Längen- und Geschwindigkeitsmaße bestimmt. Townsend nimmt an, daß sich die mittlere Strömungsgeschwindigkeit  $U(z)$  innerhalb einer internen Grenzschicht in drei Komponenten unterteilen läßt:

$$U(z) = U_1(z) + U_\delta + V(z) \quad (4.2.1.3.1)$$

$U_1$  ist die ungestörte Geschwindigkeit.  $U_\delta$  steht für die Geschwindigkeitsänderung durch die Verschiebung  $\delta$  der Stromlinien, die Townsend vernachlässigt. Die Änderung  $V(z)$  der mittleren Geschwindigkeit gegenüber der ungestörten Strömung  $U_1$  soll nach Townsend an jedem Punkt innerhalb der internen Grenzschicht ähnlich sein, so daß sich

$$V(z) = \frac{u_c}{\kappa} g(\eta) \quad (4.2.1.3.2a)$$

mit  $\eta = z/l_c$  schreiben läßt. Für den turbulenten Impulsfluß wählt Townsend

$$-\overline{uw} = u_{*1}^2 + (u_{*2}^2 - u_{*1}^2)G(\eta) \quad (4.2.1.3.2b)$$

$l_c$  und  $u_c$  sind die Längen- und Geschwindigkeitsmaße der Ähnlichkeitsfunktionen  $g$  und  $G$ . Townsend zeigt, daß aufgrund der Randbedingungen  $|u_c/u_{*1}| \ll 1$  und somit  $u_{*2}^2 - u_{*1}^2 = 2u_c u_{*1}$  gelten muß. Für hinreichend große Werte  $l_c/z_c$  leitet Townsend aus der vereinfachten Bewegungsgleichungen 4.2.1.2.1b für die Ähnlichkeitsfunktionen

$$-\eta \frac{dg}{d\eta} = \frac{dG}{d\eta} \quad (4.2.1.3.3a)$$

ab. Das Mischungswegmodell liefert eine zweite Gleichung für  $g$  und  $G$

$$\frac{dg}{d\eta} = \frac{G}{\eta} \quad (4.1.2.3.3b)$$

so daß sich als Lösung

$$g(\eta) = Ei(-\eta) \quad (4.2.1.3.4a)$$

$$G(\eta) = exp(-\eta) \quad (4.2.1.3.4b)$$

ergibt.  $Ei(-\eta)$  ist die Integraleponentialfunktion. Für  $l_c$  und  $u_c$  erhält die Townsend unter der Bedingung  $|u_c/u_{*1}| \ll 1$  und  $l_c/z_0 \gg 1$

$$l_c \left( \ln \frac{l_c}{z_{02}} - 1 \right) = 2\kappa^2 x \quad (4.2.1.3.5a)$$

$$\frac{u_c}{u_{*1}} = - \frac{\ln \frac{z_{01}}{z_{02}}}{\ln \frac{l_c}{z_{02}} - \gamma + 1} \quad (4.2.1.3.5b)$$

$\gamma = 0.577$  is die Eulersche Konstante. Das Townsendsche Modell liefert offensichtlich Ergebnisse, die den oben erwähnten Diffusions- und Integralmodellen sehr ähneln. Insbesondere stimmen die Gleichung 4.2.1.3.5a für das Längenmaß  $l_c$ , das auch als vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht aufgefaßt werden kann, und die Gleichung 4.2.1.1.8, die das Diffusionsmodell für  $h_U(x)$  liefert, überein. Für das Verhältnis der Schubspannungsgeschwindigkeiten  $u_{*2}/u_{*1}$  erhält Townsend näherungsweise die gleichen Ergebnisse wie Miyake und Elliott (Gleichungen 4.2.1.1.7 und 4.2.1.2.6).

#### 4.2.1.4 Lineare Modelle

Der Vollständigkeit halber werden unter den analytischen Modellen der internen Grenzschicht die linearen Modelle aufgeführt. Die grundlegenden Ideen, auf denen die linearen Modelle beruhen, wurden von Jackson und Hunt (1975) veröffentlicht. Walmsley *et al.* (1986) haben diese Ideen auf die Beschreibung bodennaher Strömungen über unterschiedlich rauhen Flächen übertragen. Nach Jackson und Hunt werden die mittleren Geschwindigkeiten  $U$  und  $W$  sowie der turbulente Impulsfluß  $\overline{uw}$  bezüglich eines ungestörten Gleichgewichtszustandes linearisiert, so daß sich diese Größen in Taylorsche Reihen entwickeln lassen:

$$U = \frac{u_*}{\kappa} \left( \ln \frac{z}{z_0} + \eta_s U_0(X, Z) + O(\eta_s^2) \dots \right) \quad (4.2.1.4.1a)$$

$$W = \eta_s \frac{u_*}{\kappa} \frac{l}{L} W_0(X, Z) + O(\eta_s^2) \dots \quad (4.2.1.4.1b)$$

$$-\overline{uw} = u_*^2 (1 + \eta_s T_0(X, Z) + O(\eta_s^2) \dots) \quad (4.2.1.4.1c)$$

$\eta_s$  ist eine kleine Zahl.  $U_0, W_0, T_0$  sind die Entwicklungskoeffizienten erster Ordnung.  $l$  und  $L$  stehen für ein vertikales und horizontales Längenmaß, mit denen die Koordinaten zu

$$X = \frac{x}{L}, \quad Z = \frac{z}{l}$$

normiert werden. Die linearisierte Bewegungsgleichung 4.2.1.2.1b lautet:

$$\left(1 + \frac{\ln Z}{\ln Z_0^{-1}}\right) \frac{\partial U_0}{\partial X} + \frac{W_0}{Z \ln Z_0^{-1}} = \frac{\kappa L}{l \ln Z_0^{-1}} \frac{\partial T_0}{\partial Z} \quad (4.2.1.4.2)$$

wobei nur Terme der Größenordnung  $O(\eta_s)$  berücksichtigt werden. Jackson and Hunt (1975) bestimmen das Verhältnis der Längenmaße  $l/L$  durch

$$\frac{l}{L} \ln \frac{l}{Z_0} = const \quad (4.2.1.4.3)$$

Diese Gleichung ähnelt sehr den oben erwähnten Gleichungen für die Anwachsrate  $h_U/x$  der internen Grenzschichten. Dies ist nicht verwunderlich, da Jackson und Hunt die Gleichung 4.2.1.4.3 im wesentlichen unter der Annahme ableiten, daß in der Luftschicht  $z/l \leq 1$  sich Advektion und vertikale Diffusion die Waage halten - also der gleichen Annahme, die auf die Beziehung 4.2.1.1.3 führt. Die Konstante in der Gleichung 4.2.1.4.3 kann beliebig gewählt werden. Jackson und Hunt wählen  $2\kappa^2$ , da bei Verwendung des Mischungswegmodells als Turbulenzschließung sich diese Konstante gegen andere herauskürzt. Im Prinzip sollte die Konstante an Daten angepasst werden (Claussen, 1988b).

Jackson and Hunt (1975) lösen die Gleichung 4.2.1.4.2 durch eine Reihenentwicklung nach  $\ln(Z_0^{-1})^{-n}$ . Für  $n = 0$  ergibt sich aus 4.2.1.4.2

$$\frac{\partial U_0}{\partial X} = \frac{1}{2} \frac{\partial T_0}{\partial Z} \quad (4.2.1.4.4)$$

Die Linearisierung der Gleichung 3.2.1 für die turbulenten Flüsse sowie des Mischungswegmodells 3.2.1.1 und 3.2.1.2 liefert schließlich

$$\frac{\partial U_0}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Z} Z \frac{\partial U_0}{\partial Z} \quad (4.2.1.4.5)$$

Die von Jackson und Hunt vorgeschlagene Linearisierung kann auch für sämtliche im Abschnitt 3.2 vorgestellten Turbulenzmodelle durchgeführt werden (Claussen, 1988a). Die Gleichung 4.2.1.4.5 wird durch eine Fouriertransformation in eine gewöhnliche Differentialgleichung umgewandelt. Als Lösung für die Fouriertransformierte der mittleren Geschwindigkeit lassen sich modifizierte Besselfunktionen finden. Beljaars *et al.* (1987)

lösen in ihrem linearen Modell die die Gleichung im Wellenzahlraum durch ein numerisches Modell finiter Differenzen.

Die linearen Modelle können zur Simulation über recht komplexen Gelände mit zahlreichen Rauigkeitsänderungen gut eingesetzt werden. Die bekannteste Anwendung dürfte das Modell des europäischen Windatlasses sein (Troen und Petersen, 1989). Neue Einsichten in den Prozeß der lokalen Advektion liefern sie nicht.

#### 4.2.1.5 Bewertung der analytischen Modelle

Wie Vergleiche mit Messungen in der bodennahen Atmosphäre zeigen (siehe Bradley, 1968, Panofsky und Petersen, 1972, Petersen und Taylor, 1973, Jackson, 1976 und Walmsley, 1989 - Beispiele werden auch im folgenden Abschnitt 4.2.2 vorgestellt), können die Diffusionsmodelle, Integralmodelle und Ähnlichkeitsmodelle die in der Natur beobachteten Schubspannungsgeschwindigkeiten und vertikalen Mächtigkeiten der internen Geschwindigkeitsgrenzschichten qualitativ richtig wiedergeben. Dies läßt den Schluß zu, daß die Wechselwirkung zwischen horizontaler Advektion und vertikaler turbulenter Diffusion - dies ist die grundlegende Annahme in sämtlichen analytischen Modellen - ein wesentlicher Mechanismus der lokalen Advektion ist.

Allerdings gibt es auch systematische Abweichungen zwischen Modellrechnung und Beobachtung. Die Meßdaten zeigen eine wesentlich raschere Angleichung der Bodenschubspannung an neue Rauigkeitsverhältnisse als sämtliche oben genannten Modelle. Auch die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht wird zu groß angegeben. Lediglich die Diffusionsmodelle können durch geschickte Wahl der freien Integrationskonstante an Daten angepaßt werden. Doch selbst im letzteren Fall stimmen Beobachtungen und Rechnungen nahe der Rauigkeitsänderung nicht überein.

Diffusions- und Integralmodelle beruhen auf der unrealistischen Annahme, daß die Strömung sich sofort auf ein neues Gleichgewicht mit der neuen Oberfläche einstellt. In der Natur wird dagegen beobachtet, daß zwischen dem alten und dem neuen Gleichgewicht eine Übergangsschicht existiert. Panofsky und Townsend (1964) schwächen die Annahme eines steten Gleichgewichtes ab, indem sie eine Höhenabhängigkeit des turbulenten Impulsflusses vorschreiben. Wie Peterson (1969) bemerkt, führt dies zu

einem überbestimmten Gleichungssystem. Es werden vier Gleichungen für  $U$ ,  $W$  und  $\overline{uw}$  bereitgestellt. Die Ähnlichkeitsmodelle vermeiden zwar eine explizite Vorgabe der Profilkfunktionen, doch ist die Ähnlichkeit der Vertikalprofile der mittleren Größen und der turbulenten Flüsse nur weit stromab von einer Rauigkeitsänderung gegeben und nur in Strömungen über geringfügigen Änderungen der Bodeneigenschaften. Gleiches gilt auch bezüglich der linearen Modelle.

Ein wesentlicher Nachteil der oben genannten Modelle liegt in der Wahl der Turbulenzschließung. Diese Modelle verwenden implizit oder explizit das Mischungswegmodell, das ein Gleichgewicht zwischen dem turbulenten Impulsfluß und der mittleren Windscherung festlegt. (Lediglich das Modell von Beljaars *et al.* (1987) ist davon ausgenommen.) Da die turbulente Diffusion - neben der Advektion - offenbar eine Hauptrolle bei lokalen Advektion spielt, müssen die Modellergebnisse von der Wahl der Turbulenzschließung abhängen. Daher soll der Diffusionsterm im folgenden Abschnitt 4.2.2 näher untersucht werden.

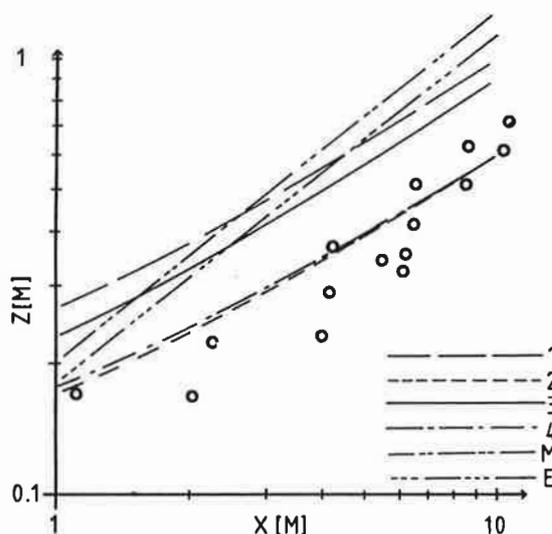
#### 4.2.2 Ein numerischer Vergleich verschiedener Turbulenzmodelle

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse beruhen im wesentlichen auf der Arbeit von Claussen (1988a). Huang und Nickerson (1974b) sowie Taylor (1972) haben ähnliche, wenngleich weniger umfangreiche Untersuchungen durchgeführt.

Um die Bedeutung des Diffusionsterms für die lokalen Advektionsprozesse näher zu beleuchten und um auf besondere Mechanismen der turbulenten Diffusion über einer inhomogenen Oberfläche zu schließen, hat Claussen (1988a) die bodennahe Strömung über einer stufenartigen Änderung der Bodenrauigkeit mit ein und demselben numerischen Strömungsmodell, aber vier verschiedenen Modellen des Austauschkoefizienten berechnet. Die vier Turbulenzmodelle, die bereits im Abschnitt 3.2 vorgestellt wurden, werden im folgenden mit *Modell 1* : Mischungswegmodell, *Modell 2* : Petersonsches Modell, *Modell 3* : Prandtl- Kolmogoroff-Modell und *Modell 4* :  $E - \epsilon$ -Modell bezeichnet. Die Rauigkeitslängen  $z_{01}$  und  $z_{02}$  sowie die Windgeschwindigkeit weit stromauf von der Rauigkeitsänderung wurden in dem numerischen Experiment so gewählt, daß die Rechenergebnisse mit den experimentellen Untersuchungen von Bradley (1968)

verglichen werden können.<sup>⊙</sup> Als Randbedingungen wurden daher  $z_{01} = 0.00002\text{m}$  und  $z_{02} = 0.0025\text{m}$  sowie  $U(z = H = 2.2\text{m}) = 3.9\text{m/s}$  in  $x = -10\text{m}$  gesetzt.

Die Abbildung 4.2.2.1 zeigt die unterschiedliche vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht, die mit den verschiedenen *Modellen 1, 2, 3* und *4* bestimmt wurden. Zum Vergleich sind auch die Werte des Elliottschen und des Miyakeschen Modells in die Abbildung eingetragen. Offenbar können nur *Modell 4* und *Modell 2* die Bradleyschen Meßdaten treffen. Wie bereits erwähnt, läßt sich das Miyakesche Modell durch geschickte Wahl der Konstanten  $A$  an die Daten anpassen. In diesem Fall wäre  $A \simeq 0.32$  zu wählen.

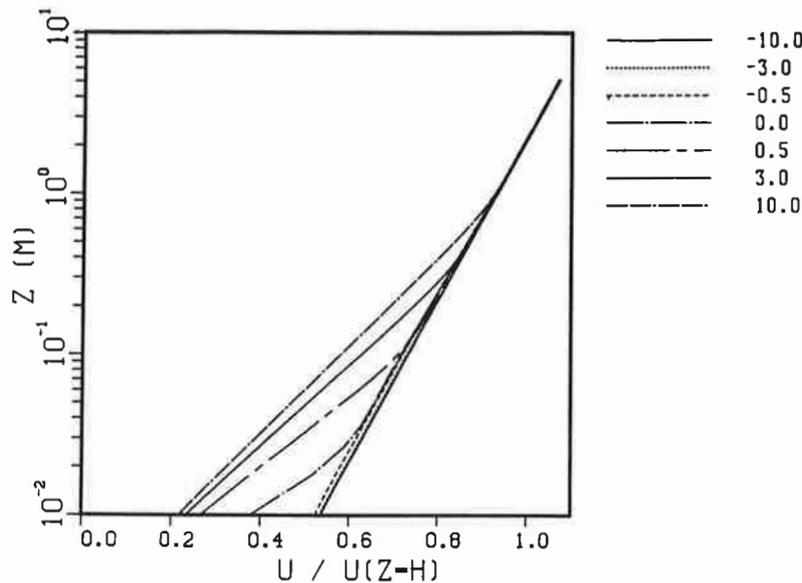


**Abb.4.2.2.1:** Die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht als Funktion der Streichlänge. Die Kurvenparameter beziehen sich auf die verschiedenen Turbulenzmodelle (Siehe auch Symbolliste). *E* und *M* kennzeichnen die Ergebnisse des Elliottschen und des Miyakeschen Modells.

In den Abbildungen 4.2.2.2a und b sind die Vertikalprofile der mittleren horizontalen Windgeschwindigkeit an verschiedenen Punkten zu beiden Seiten der Rauigkeitsänderung dargestellt. Hier werden nur die vom *Modell 3* und *Modell 4* berechneten Profile gezeigt. Die Ergebnisse des *Modells 1* und des *Modells 2* gleichen jeweils denen des *Modells 3* und des *Modells 4*. Die vollständige Serie der Abbildungen ist in dem Aufsatz von Claussen (1988a) enthalten.

<sup>⊙</sup> Bradley (1968) hat Windgeschwindigkeit und Bodenschubspannung über einer glatten Rollbahnfläche und speziell konstruierten, rauhen Nagelmatten gemessen.

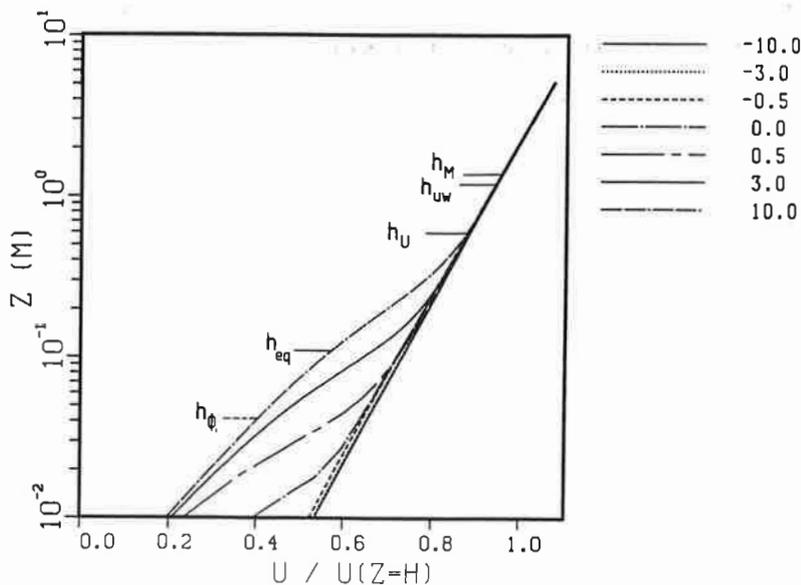
Die Abbildungen 4.2.2.2a und b zeigen einen interessanten qualitativen Unterschied in den von den verschiedenen Turbulenzmodellen berechneten Vertikalprofilen der mittleren Strömungsgeschwindigkeit. *Modell 4* (und ebenso *Modell 2*) führt offenbar - im Gegensatz zu *Modell 3* (und *Modell 1*) - zu einem Wendepunkt im logarithmischen Vertikalprofil  $U(\ln z)$ . Solche Wendepunkte sind auch in den Bradleyschen Daten zu erkennen - Peterson (1969) wies als erster darauf hin. Auch die von Petersen und Taylor (1973) auf der dänischen Halbinsel Risø erhobenen Daten zeigen diese Wendepunkte. In dem Vergleich der Turbulenzmodelle wird deutlich (siehe Claussen, 1988a), daß die Existenz eines Wendepunktes in den *Modellen 3, 4* mit einer kräftigeren Impulsflußdivergenz als in den *Modellen 1, 2* einhergeht.



**Abb.4.2.2.2a:** Vertikalprofile der mittleren horizontalen Geschwindigkeit in verschiedenen Entfernungen (in: m) stromauf ( $x < 0$ ) und stromab ( $x > 0$ ) von einer Rauigkeitsänderung. Die Profile wurden mit dem Modell 3 berechnet.

In die Abbildung 4.2.2.2b sind die vertikale Mächtigkeit  $h_{uw}$  und  $h_U$  der internen Impulsfluß- und Geschwindigkeitsgrenzschicht, die Mächtigkeit  $h_{eq}$  der nach Rao *et al.* (1974) definierten neuen Gleichgewichtsschicht sowie die Mächtigkeit  $h_M$  der vom Miyakeschen Modell (mit  $A = 0.69$ ) berechneten internen Grenzschicht für die Streichlänge  $x = 10\text{m}$  eingezeichnet. Offensichtlich stimmen  $h_M \simeq 1.3\text{m}$  und  $h_{uw} \simeq 1.2\text{m}$  recht gut über ein. Daher wird in manchen Anwendungen (siehe beispielsweise Sempreviva *et al.*, 1990)  $h_{uw}$  mit dem Miyakeschen Modell abgeschätzt. Das Verhältnis der vertikalen Grenzschichtmächtigkeiten untereinander beträgt in etwa  $h_{eq}/h_{uw} \sim 1/10$  und  $h_U/h_{uw} \sim 1/2$ .

Als Faustregel für das Verhältnis zwischen vertikaler Mächtigkeit der internen Grenzschichten und der Streichlänge geben Shir (1972) und Rao *et al.* (1974)  $h_{eq}/x \sim 1/100$ ,  $h_U/x \sim 1/20$  und  $h_{uw}/x \sim 1/10$  an. Diese Regel stimmt mit den Ergebnissen des Modells 4 überein.



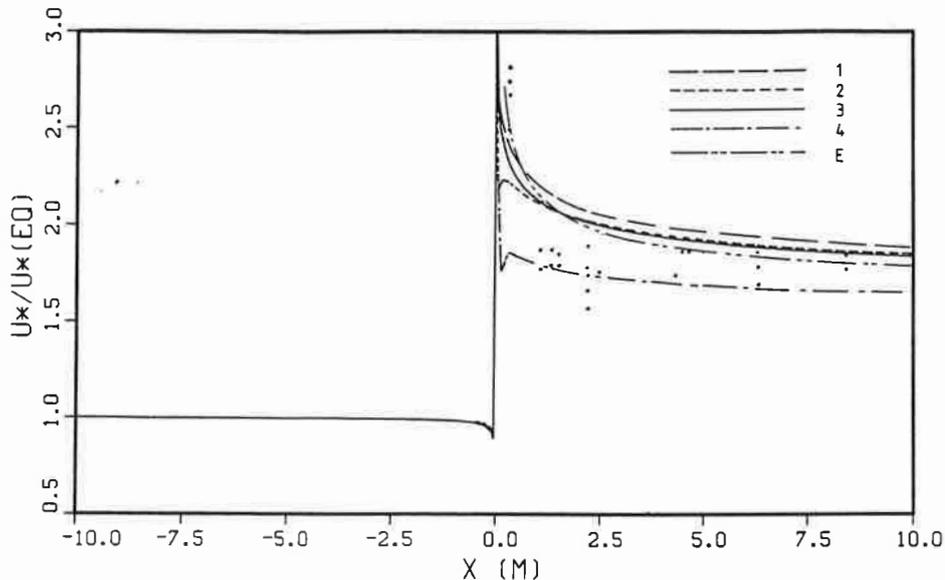
**Abb.4.2.2.2b:** Wie Abb. 4.2.2.2a, nur für Modell 4

Daß die interne Impulsflußgrenzschicht wesentlich mächtiger ist als die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht, wird von sämtlichen hier vorgestellten Turbulenzmodellen (Modell 1, 2, 3, 4) berechnet. Die unterschiedliche Mächtigkeit der Grenzschichten kann nach dem Prandtl'schen Mischungswegmodell (Modell 1) darauf zurückgeführt werden, daß die Änderung des turbulenten Impulsflusses proportional zum Quadrat der Geschwindigkeitsänderung ist. In den anderen Turbulenzmodellen (Modelle 2, 3, 4) ist die Ursache für die unterschiedliche Mächtigkeit in der Änderung der turbulenten kinetischen Energie, also letztlich in der Nettoproduktion (Scherproduktion minus Dissipation) turbulenter kinetischer Energie zu suchen.

In der Abbildung 4.2.2.2b ist auch die Höhe  $h_{\Phi_1}$  eingetragen. In der Schicht  $z < h_{\Phi_1}$  ist die Abweichung der mit dem lokalen turbulenten Impulsfluß und der Höhe normierten mittleren Windscherung vom Gleichgewichtswert geringer als 10% - siehe auch Gleichung 4.2.2.1 und Abbildung 4.2.2.4 weiter unten. Danach dürfte die vertikale Mächtigkeit der Schicht, in der sich mittlere Größen und turbulente Flüsse durch Gleichgewichtsbeziehungen miteinander verknüpfen lassen, noch etwa einen Faktor 1/3 bis 1/2

kleiner sein als die von Rao *et al.* (1974) angegebene vertikale Mächtigkeit  $h_{eq}$  einer neuen Gleichgewichtsschicht.

Die von den verschiedenen Turbulenzmodellen ermittelte Schubspannungsgeschwindigkeit ist in der Abbildung 4.2.2.3 dargestellt.



**Abb.4.2.2.3:** Die Schubspannungsgeschwindigkeit normiert mit ihrem Wert weit stromauf von der Rauigkeitsänderung als Funktion der Streichlänge. Die verschiedenen Kurven sind die Ergebnisse der Turbulenzmodelle 1, 2, 3 und 4 (siehe Text oder Symbolliste). Die mit E bezeichnete Kurve ergibt sich aus dem Elliottschen Modell (1958). Die Punkte kennzeichnen Bradleys (1968) Meßdaten.

Sämtliche Modelle, auch die analytischen, zeigen ein kräftiges "Überschießen" der Schubspannungsgeschwindigkeit knapp stromab von der Rauigkeitsänderung, das darauf zurückzuführen ist, daß die Scherung der mittleren Strömung und damit der Impulsfluß am Rauigkeitsübergang am stärksten ist und erst weiter stromabwärts durch die turbulente Diffusion allmählich verringert wird. Fließt die Strömung von einer rauhen auf eine glatte Fläche, so wird ein "Unterschwingen" der Schubspannungsgeschwindigkeit beobachtet (siehe Abschnitt 4.5.1).

Drei weitere Punkte sind in der Abbildung 4.2.2.3 bemerkenswert. 1.: Stromauf von der Rauigkeitsänderung wird ein "Unterschwingen" der Schubspannungsgeschwindigkeit berechnet. 2.: Im Gegensatz zu Modell 1 und Modell 3 zeigen Modell 2 und Modell 4 einen nichtmonotonen Funktionsverlauf  $u_*(x)$  für  $x > 0$ . Beide Punkte können auf

die Störung des mittleren horizontalen Druckgradienten zurückgeführt werden (siehe Abschnitt 4.3). 3.: Nur das *Modell 4* gibt die beobachtete recht kräftige Änderung der Schubspannungsgeschwindigkeit unmittelbar stromab vom Rauigkeitssprung richtig wieder.

Claussen (1988a) vergleicht neben den eben erwähnten Größen auch die von den unterschiedlichen Turbulenzmodellen ermittelten Ähnlichkeitsfunktionen  $\Phi_1$  und  $\alpha_1$ . Diese Funktionen sind durch

$$\Phi_1 = \frac{\kappa z}{\sqrt{\overline{uw}(x, z)}} \frac{\partial U}{\partial z} - 1 \quad (4.2.2.1)$$

und

$$\alpha_1 = \frac{\overline{uw}(x, z)}{c_0^2 E(x, z)} - 1 \quad (4.2.2.2)$$

definiert. In einer horizontal homogenen Strömung gilt  $\Phi_1 = \alpha_1 = 0$ . Das Mischungsmodell, *Modell 1*, setzt  $\Phi_1 = 0$ , während *Modell 2*, *Modell 3* und *Modell 4*  $\Phi_1 \neq 0$  erlauben. Petersons Modell, *Modell 2*, fordert  $\alpha_1 = 0$  - im Gegensatz zu den anderen Turbulenzmodellen.\* Claussen (1988a) findet

$$\Phi_1^{(4)} > \Phi_1^{(2)} > \Phi_1^{(3)} > \Phi_1^{(1)} = 0$$

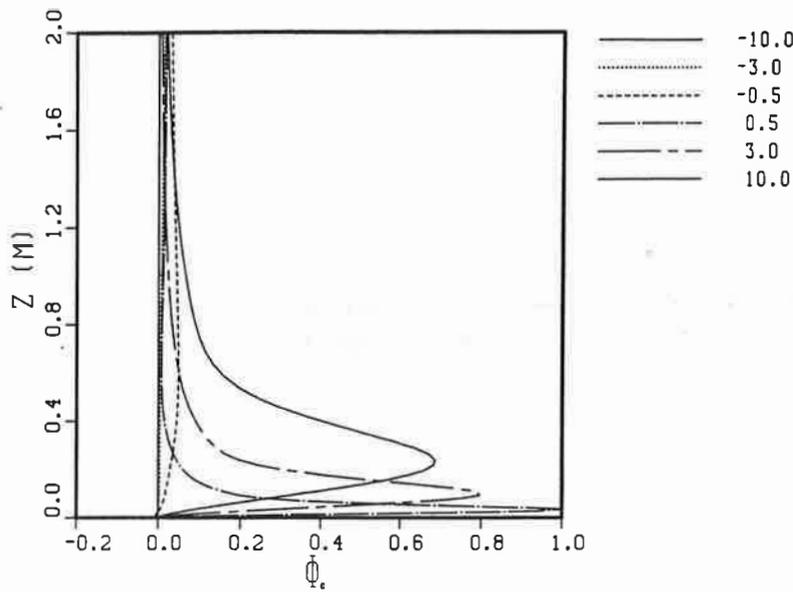
sowie

$$\alpha_1^{(1)} > \alpha_1^{(3)} > \alpha_1^{(4)} > \alpha_1^{(2)} = 0$$

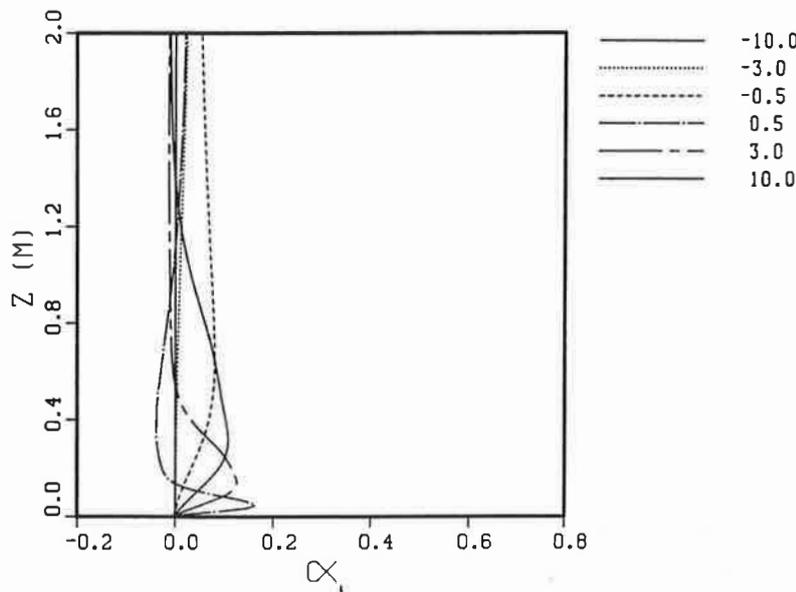
Der hochgestellte Index weist auf das entsprechende Turbulenzmodell hin. Hier sind nur  $\Phi_1^{(4)}$  und  $\alpha_1^{(4)}$  abgebildet. Diese Werte stimmen recht gut mit den von Rao *et al.* (1974) aus einem Schließungsmodell zweiter Ordnung berechneten überein. Dies liegt vermutlich daran, daß das *Modell 4* und das Raosche Modell beide die Mischungsweglänge (beziehungsweise den sogenannten "master length scale") in ähnlicher Weise berechnen.

---

\* Oft wird auch im Mischungsmodell  $\alpha_1 = 0$  gesetzt, so daß in diesem Modell die Scherproduktion  $P_s$  genauso groß ist wie die Dissipation  $\epsilon$  turbulenter kinetischer Energie.



**Abb.4.2.2.4:** Die Abweichung der mit dem lokalen turbulenten Impulsfluß und der Höhe normierten mittleren Windscherung vom Gleichgewichtswert. Die Ergebnisse wurden mit dem Modell 4 erzielt.

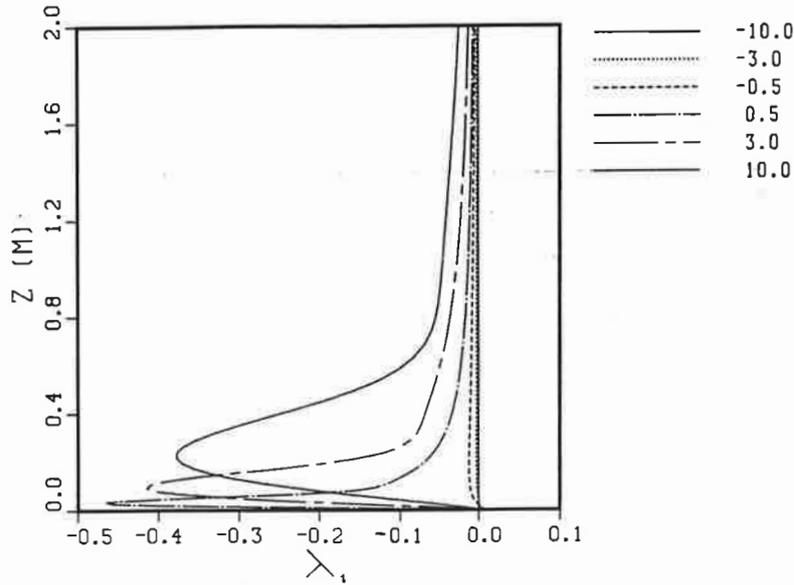


**Abb.4.2.2.5:** Die Abweichung des Quotienten des lokalen turbulenten Impulsfluß und der turbulenten kinetischen Energie vom Gleichgewichtswert. Die Profile wurden mit dem Modell 4 berechnet.

Eine Änderung der Mischungsweglänge von ihrem Wert  $\kappa z$  in einer horizontal homogenen Strömung wird nur im Modell 4 zugelassen. Ein Maß für diese Änderung ist die Größe

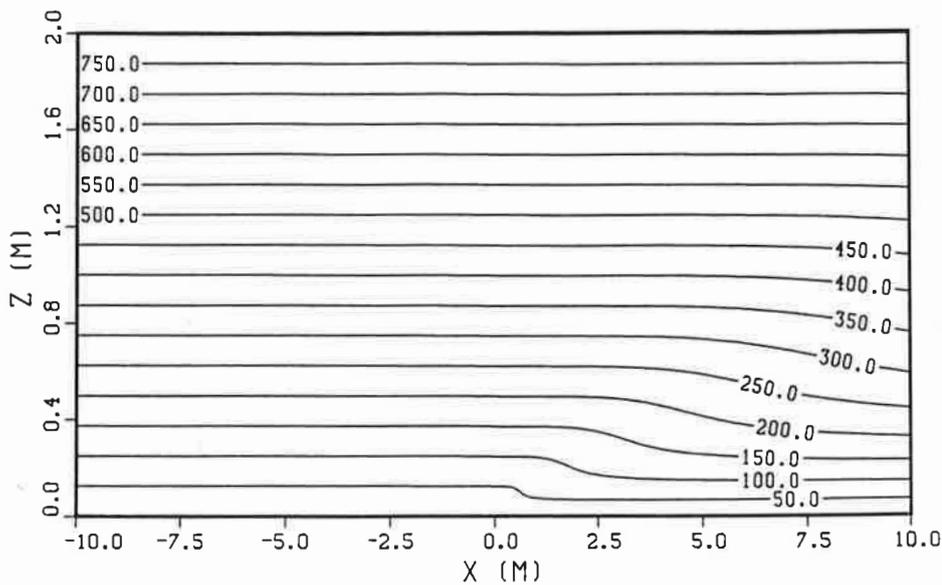
$$\lambda_1 = \frac{c_0^3 E^{3/2} \epsilon^{-1} - \kappa z}{\kappa z} \quad , \quad (4.2.2.3)$$

die in der Abbildung 4.2.2.6 gezeigt wird. Erkennbar ist, daß die Mischungsweglänge stromab vom Rauigkeitssprung kleiner als  $\kappa z$  wird.

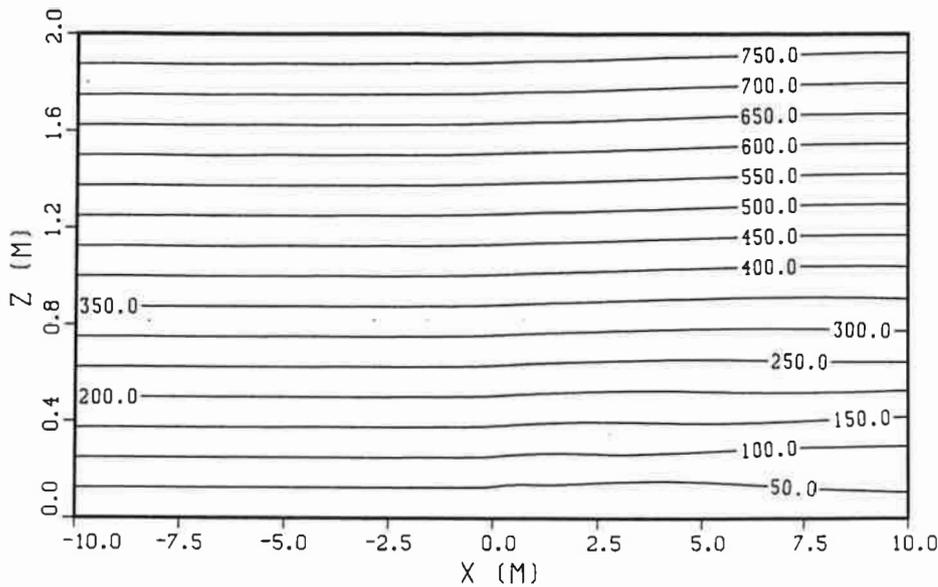


**Abb.4.2.2.6:** Die Abweichung der Mischungsweglänge von ihrem Gleichgewichtswert.

Die folgenden Abbildungen 4.2.2.7a und b zeigen die unterschiedlichen Austauschkoefizienten als Funktion der Höhe und der Streichlänge. Auch hier werden nur die Ergebnisse der Modelle 3, 4 gegenübergestellt.



**Abb.4.2.2.7a:** Isolinien des vom Modell 3 berechneten, dimensionslosen Austauschkoefizienten  $K_m / (\kappa u_*1 z_{01})$ .



**Abb.4.2.2.7b:** Isolinien des vom Modell 4 berechneten Austauschkoeffizienten.

Das Modell 3 (ebenso Modell 1 und Modell 2) und Modell 4 zeigen einen bemerkenswerten Unterschied. Der Austauschkoeffizient des Modells 3 (ebenso des Modells 1, 2) ändert sich mehr oder weniger kräftig - der Austauschkoeffizient des Modells 4 bleibt hingegen nahezu unverändert. Eine sehr langsame Angleichung des Austauschkoeffizienten an geänderte Bodenverhältnisse wird auch von Beljaars (1982) und Beljaars *et al.* (1983) aus Messungen des Impulsflusses und der mittleren Windscherung beobachtet. Beljaars (1982) führt die langsame Angleichung des Austauschkoeffizienten auf die starke Abweichung des Verhältnisses der mittleren Windscherung zum turbulenten Impulsfluß zurück. Claussen (1988a) weist daraufhin, daß letztlich die Änderung der Mischungsweglänge für diesen Effekt verantwortlich sein dürfte.

Eine mögliche Erklärung könnte ein spektrales Turbulenzmodell von Claussen (1985a) liefern. Claussen (1985a) vermutet, daß die Produktion spektraler turbulenter kinetischer Energie umgekehrt proportional zur mittleren Windscherung ist, so daß eine kräftige Windscherung mit energiereichen Turbulenzelementen bei relativ großen Wellenzahlen, also Turbulenzelementen kleiner Abmessung, verbunden ist, eine schwache Windscherung dagegen mit Turbulenzelementen geringerer Energiedichte, aber größerer Abmessung. Da die energiereichen Turbulenzelemente am wirksamsten Impuls transportieren, ist die Größe dieser Elemente proportional zur Mischungsweglänge. Auf die Strömung über einem Rauigkeitssprung übertragen, ergibt diese Vorstellung folgendes Bild. Trifft die Strömung von einer relativ glatten auf eine rauhe Fläche, so nimmt die

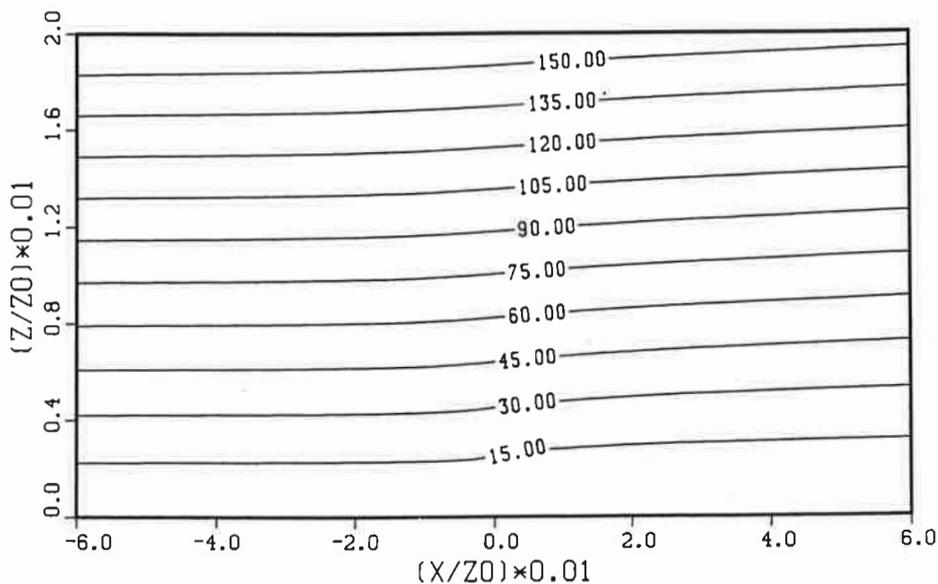
Windscherung in Bodennähe zu. Dies bedeutet zwar auch eine Zunahme an turbulenter kinetischer Energie, doch bei größeren Wellenzahlen. Die energiereichen Turbulenzelemente werden kleiner und daher ändert sich auch der turbulente Austauschkoefizient, der ja proportional zur Wurzel der turbulenten kinetischen Energie und der Mischungsweglänge ist, nur geringfügig. Messungen der Turbulenzspektren in internen Grenzschichten von Højstrup (1981) bestätigen diese Vermutung.

Zusammenfassend läßt sich also feststellen, daß nur ein Turbulenzmodell, in dem die Mischungsweglänge aus der Struktur des Strömungsfeldes berechnet und nicht als Gleichgewichtswert vorgegeben wird, die in der Natur beobachtete langsame Angleichung des Austauschkoefizienten realistisch beschreiben kann. Offensichtlich gelingt dies schon mit dem *Modell 4*, dem  $E - \epsilon$ -Modell, das recht ähnliche Ergebnisse liefert wie ein erheblich aufwendigeres Turbulenzmodell zweiter Ordnung.

### 4.3 Die Bedeutung des Druckfeldes

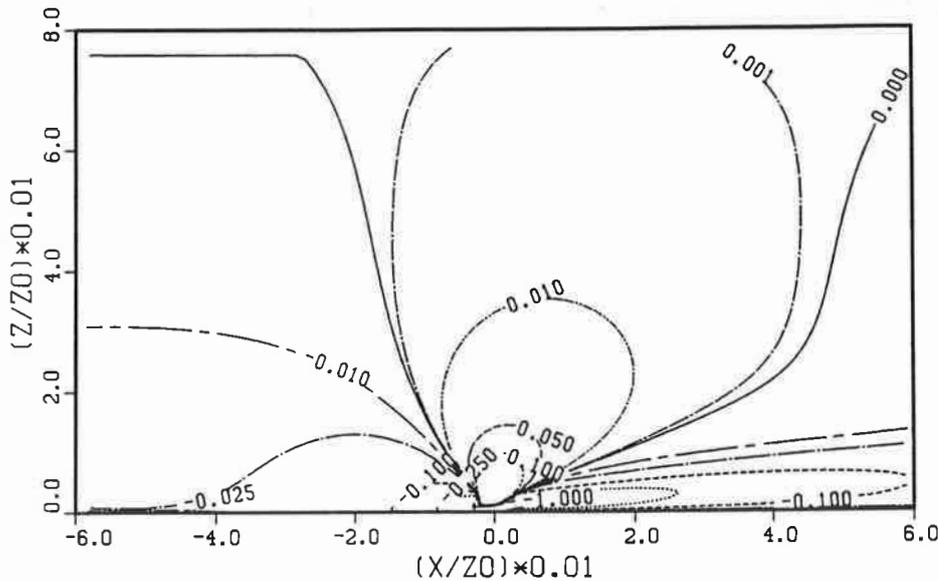
Neben der Advektion und der Diffusion wird die Impulsbilanz durch die räumliche Änderung des Druckfeldes bestimmt. Der Druckterm wird in vielen Modellen der lokalen Advektion vernachlässigt, obwohl diesem Term in einer inkompressiblen Strömung eine große Bedeutung zukommt.

Der Druck  $P$  ist in den Bewegungsgleichungen einer inkompressiblen Strömung keine unabhängige Größe, sondern kann aus der Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes berechnet werden und ist so unmittelbar mit der Kontinuitätsgleichung verknüpft. Im Prinzip läßt sich sogar sagen, daß das Druckfeld die Divergenzfreiheit des Geschwindigkeitsfeldes erzwingt. In einer Strömung über unterschiedlich rauhen Flächen macht sich dies folgendermaßen bemerkbar: Streicht die bodennahe Luft von einer relativ glatten auf eine raue Oberfläche, so wird sie über der rauhen Oberfläche abgebremst. Durch die Änderung des Druckfeldes beziehungsweise des Stromlinienfeldes "sieht" die nachfolgende Luft die langsamere Luftmasse als Hindernis und wird bereits stromauf vom Hindernis abgebremst und über dem Hindernis beschleunigt. Die Abbildung 4.3.1 zeigt die Verschiebung der Stromlinien über einer stufenartigen Zunahme der Rauigkeit von  $z_{01} = 10^{-5}$  m auf  $z_{02} = 10^{-2}$  m bei  $x = 0$  m.



**Abb.4.3.1:** Isolinien der normierten Stromfunktion  $\tilde{\psi} = \psi u_{*1}/z_0$  einer Strömung über einer stufenartigen Änderung der Bodenrauigkeit bei  $x = 0$ . (Hier:  $z_0 = z_{02}$ , siehe Text.)

In der Abbildung 4.3.2 sind die Isolinien der lokalen Änderung der mittleren Horizontalgeschwindigkeit für dieselbe Strömung dargestellt. Zu erkennen ist die lokale Abbremsung der Strömung über der rauheren Fläche und ebenso stromauf vom Rauigkeitssprung. Über der abgebremsten Luftschicht macht sich die Beschleunigung der Strömung, insbesondere direkt über dem Rauigkeitssprung, bemerkbar.



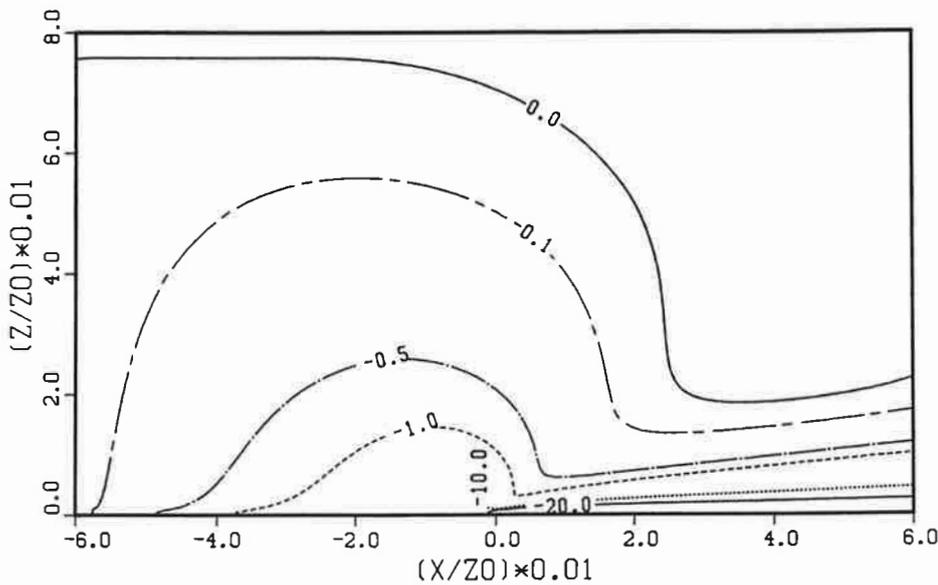
**Abb.4.3.2:** Isolinien der normierten Geschwindigkeitsänderung  $\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{x}} = \frac{\partial U}{\partial x} \frac{z_0}{U_H}$  in einer Strömung über einer stufenartigen Änderung der Bodenrauigkeit bei  $x = 0$ .

Die Abbildungen 4.3.1 und 4.3.2 entstammen dem Aufsatz von Claussen (1987). Die Stromfunktion und die lokale Geschwindigkeitsänderung in diesen Abbildungen werden mit einem geeigneten Geschwindigkeits- und Längenmaß normiert, wozu die größere der beiden Rauigkeitslängen - in den Abbildungen einfach mit  $z_0$  bezeichnet - und die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_{*1}$  oder die mittlere Geschwindigkeit  $U(H)$  in einer Höhe  $z = H$  weit stromauf vom Rauigkeitssprung gewählt wird. Claussen (1987) erwähnt, daß die Normierbarkeit der bodennahen Strömung zu beiden Seiten der Rauigkeitsänderungen durch Vergleichsrechnungen nachgewiesen ist.<sup>†</sup>

Bereits Huang und Nickerson (1974a) haben die Ausbreitung einer Strömungsänderung stromauf vom Rauigkeitssprung mit einem Mischungswegmodell numerisch untersucht. Sie beobachten, daß die interne Impulsflußgrenzschicht bis in etwa  $-x/z_{02} \sim O(10^4)$

<sup>†</sup> Bradley (1968), Shir (1972), Rao *et al.* (1974) und Lo (1986) haben die Normierbarkeit vorausgesetzt.

nachweisbar ist. Dies wird durch Claussens Rechnungen nicht bestätigt. Claussen (1987) findet die interne Impulsgrenzschicht bis in etwa  $-x/z_0 \simeq 600$  - mit  $z_0$  ist wiederum die die größere der beiden Rauheitslängen bezeichnet - und zwar in Strömungen, die sowohl von einer glatten auf eine raue Fläche fließen als auch umgekehrt von einer rauhen auf eine glatte Fläche. Die Ausdehnung der internen Grenzschicht stromauf von einer Rauheitsänderung hängt also offenbar von der größeren der beiden Rauheitslängen ab und kaum von der Rauheitslänge stromab von der Rauheitsänderung.



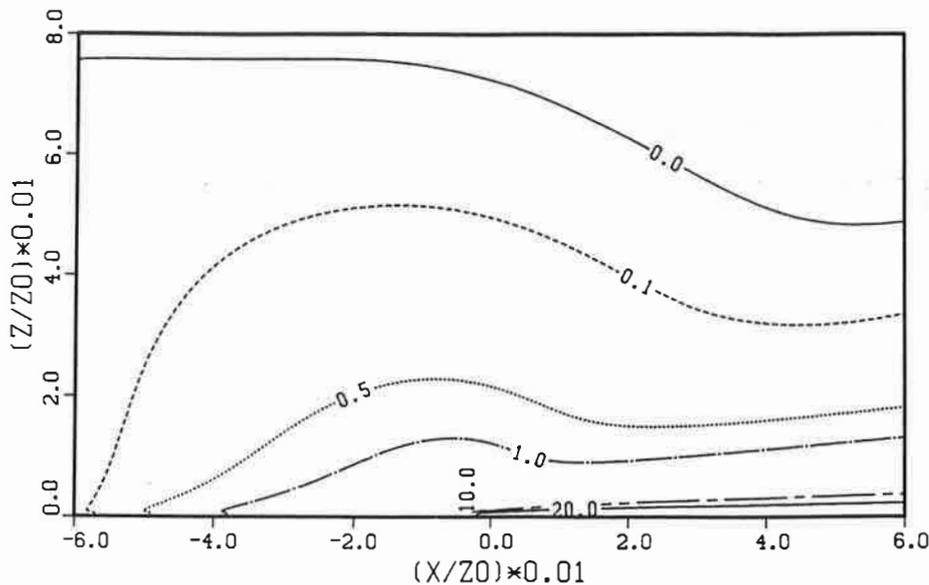
**Abb.4.3.3a:** Isolinien der prozentualen, relativen Differenz zwischen lokaler mittlerer Geschwindigkeit und ungestörter Geschwindigkeit weit stromauf von der Rauheitsänderung, also

$$\frac{U(x, z) - U(-\infty, z)}{U(-\infty, z)} \times 100 = const$$

Hier:  $z_{02}/z_{01} = 10^3$ .

In den Abbildungen 4.3.3a und b sind die Isolinien der relativen Geschwindigkeitsänderung dargestellt. Die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht  $h_U$  ist durch die gestrichelte +1% beziehungsweise strichpunktierte -1%-Isolinie in der Abbildung 4.3.3a beziehungsweise 4.3.3b gekennzeichnet. Diesen Abbildungen ist zu entnehmen, daß die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht in beiden Fällen - sowohl für  $z_{02}/z_{01} > 1$  wie auch für  $z_{02}/z_{01} < 1$  - bis in etwa  $-x/z_0 \simeq 300$  reicht. Der letztere

Wert ist als Daumenregel anzusehen, denn in den Abbildungen ist zu erkennen, daß die interne Grenzschicht nicht abrupt bei  $-x/z_0 = 300$  endet. †



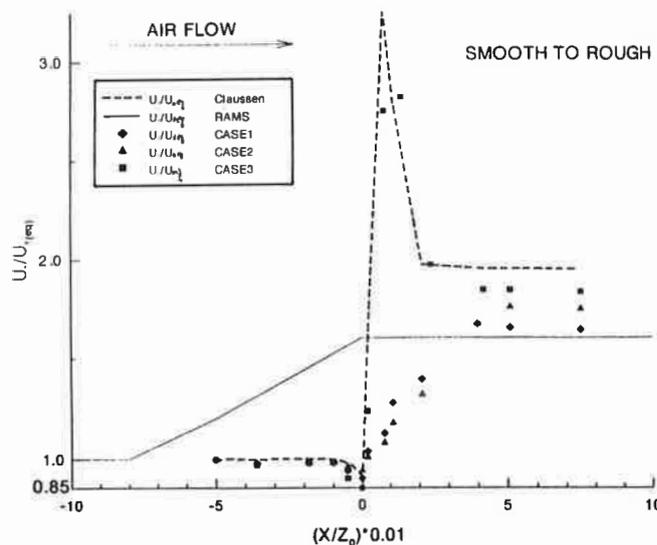
**Abb.4.3.3b:** wie Abbildung 4.3.3a, nur für  $z_{02}/z_{01} = 10^{-3}$ .

Der Einfluß des Druckgradienten auf das Geschwindigkeitsfeld macht sich nicht nur stromauf vom Rauigkeitssprung bemerkbar. Die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht stromab vom Rauigkeitssprung wächst für  $z_{02}/z_{01} < 1$  langsamer an als für  $z_{02}/z_{01} > 1$ . Für  $z_{02}/z_{01} > 1$  wird  $h_U \sim x^{0.77}$  und für  $z_{02}/z_{01} < 1$  etwa  $h_U \sim x^{0.7}$  ermittelt. Allerdings ist die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht unmittelbar über dem Rauigkeitssprung für den Fall  $z_{02}/z_{01} < 1$  größer als für  $z_{02}/z_{01} > 1$ . Auch Shir (1972) und Huang und Nickerson (1974a) beobachten ein unterschiedliches Anwachsen der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht. Modelle, die eine Änderung der Strömung durch Druckgradienten nicht berücksichtigen, zeigen diesen Unterschied nicht.

Wie sich die Änderung der Strömung stromauf vom Rauigkeitssprung in der turbulenten kinetischen Energie, dem turbulenten Impulsfluß und den Ähnlichkeitsfunktionen bemerkbar macht, ist zum Teil den Abbildungen des Abschnittes 4.2.2 zu entnehmen. Die Einzelheiten werden ausführlich in dem Aufsatz von Claussen (1987) beschrieben. Hier sei lediglich noch auf das Verhalten der Schubspannungsgeschwindigkeit hingewiesen.

† Die in den Abbildungen 4.3.3a und b gezeigten Rechnungen wurden mit dem Prandtl-Kolmogoroff-Modell (Modell 3) durchgeführt, das im Vergleich mit Messungen etwas zu hohe interne Grenzschichten berechnet. Kontrollrechnungen mit dem realistischeren  $E - \epsilon$ -Modell (Modell 4) (Claussen, 1988a) zeigen jedoch nur geringe Unterschiede: Modell 3 liefert  $-x/z_0 \simeq 320$  und Modell 4  $-x/z_0 \simeq 280$ .

In der Abbildung 4.2.2.3 wurde die Schubspannungsgeschwindigkeit zu beiden Seiten eines Rauigkeitssprunges gezeigt und bemerkt, daß zwei Turbulenzmodelle einen nichtmonotonen Kurvenverlauf der Schubspannungsgeschwindigkeit berechnen. Dies wurde der Wirkung des Druckfeldes zugeschrieben. Dafür sprechen folgende Punkte: Shir (1972), der Petersons Turbulenzmodell verwendet, aber im Gegensatz zu Peterson (1969) eine Beschleunigung der Strömung durch Druckgradienten zuläßt, beobachtet in seinen Modellrechnungen ein nichtmonotones  $u_*(x)$  - nicht aber Peterson. Beljaars *et al.* (1987) verwenden das gleiche Turbulenzmodell wie Claussen (1988a), vernachlässigen aber den Druckgradientterme in der Impulsbilanz und erhalten ein monotonen  $u_*(x)$  - im Gegensatz zu Claussen (1988a). Das nichtmonotone Verhalten der Schubspannungsgeschwindigkeit kann nach Claussen (1987) als relative Rezirkulation der Strömung oder als Frontwirbel interpretiert werden. In der Tat ähnelt die Kurve  $u_*(x)$  der Zeitreihe der Konzentration  $c(t)$  eines sich am Boden ausbreitenden schweren Gases (König, 1987), das am Kopf der Gaswolke einen Frontwirbel ausbildet.



**Abb.4.3.4:** Vergleich zwischen gemessener und berechneter Schubspannungsgeschwindigkeit für  $z_{01} = 0.00002\text{m}$  und  $z_{02} = 0.0025\text{m}$  (siehe auch Abschnitt 4.2.2). Ausgezogene Linie: grobmaschiges numerisches Modell der Colorado State University (CSU). Die noch unveröffentlichte Abbildung stammt von Wu (CSU).

In der Abbildung 4.2.2.3 ist auch die Störung der Schubspannungsgeschwindigkeit stromauf vom Rauigkeitssprung deutlich zu erkennen. Diese Störung wurde in einem Windkanal bereits nachgewiesen, wie der noch unveröffentlichten Abbildung (hier Abbildung 4.3.4) von Wu (1990, persönliche Mitteilung) zu entnehmen ist. Leider sind keine Ein-

zelheiten des Experimentes bekannt. Daher kann auch nicht erklärt werden, warum manche der Messungen kein "Überschießen" von  $u_*$  zeigen.

Auch beim Übergang der Strömung von einer rauhen auf eine glattere Fläche wird die Schubspannungsgeschwindigkeit stromauf von der glatteren Fläche gestört.  $u_*$  nimmt stromauf von der glatten Fläche zu. Claussen (1987) zeigt, daß die Änderung von  $u_*$  stromauf von einer glatteren Fläche stärker ist als die stromauf von einer rauheren. (siehe auch Abbildung 4.5.1.5).

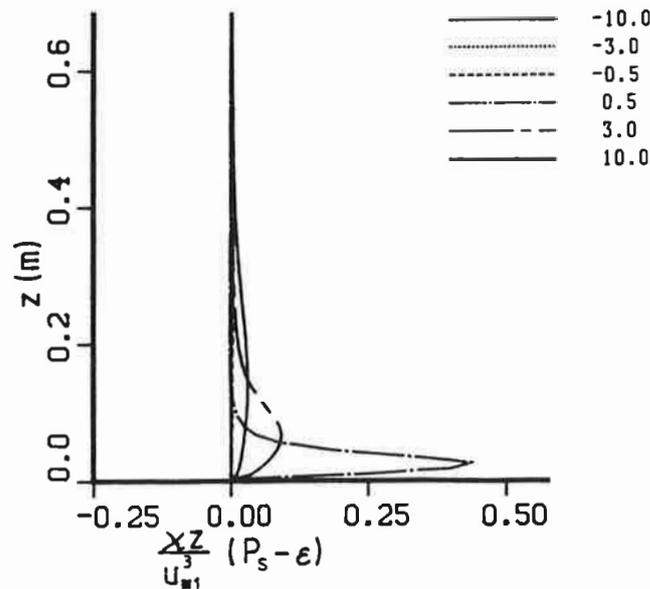
Die Ausbreitung der Strömungsänderung stromauf von einer Rauigkeitsänderung ist durch Messungen in der Atmosphäre noch nicht systematisch untersucht worden. Messungen von Peterson *et al.* (1979) zeigen eine leichte Zunahme der Windgeschwindigkeit von etwa 0.3% bis 1% oberhalb der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht in etwa  $x/z_0 \simeq 1.4 \times 10^4$  und  $z/z_0 \simeq 800$ . Dies steht im Einklang mit den Modellrechnungen. In manchen Experimenten - wie zum Beispiel bei Bradley (1968) - wurde versucht, die ungestörte Strömung stromauf vom Rauigkeitssprung durch Messungen am Rauigkeitssprung selbst, also bei  $x = 0$ , zu erfassen. Wie die obigen Abbildungen zeigen, ist die Strömung bei  $x = 0$  erheblich durch den Rauigkeitssprung gestört. Shir (1972) und Rao *et al.* (1974a) bemerken, daß die von Bradley (1968) angegebene Rauigkeitslänge, das Vertikalprofil der mittleren Geschwindigkeit und die Schubspannungsgeschwindigkeit nicht zueinander passen. Die Abbildungen 4.2.2.2a und b sowie 4.2.2.3 zeigen, daß dies in der Tat nicht möglich ist; das Vertikalprofil der mittleren Geschwindigkeit am Rauigkeitssprung ist in Bodennähe nicht logarithmisch und auch die Schubspannungsgeschwindigkeit weicht von ihrem Gleichgewichtswert weit stromauf von der Rauigkeitsänderung ab.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß Änderungen des Druckfeldes das Geschwindigkeitsfeld nur in der Nähe einer Rauigkeitsänderung beeinflussen. Die Konsequenzen sind daher insbesondere für die Planung von Meßstrategien interessant.

#### 4.4 Der Haushalt der turbulenten kinetischen Energie

An einem speziellen Beispiel wird die räumliche Struktur der einzelnen Terme der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie beschrieben. Die daraus gewonnenen qualitativen Aussagen gelten jedoch allgemein, wie ein Vergleich mit Rechnungen von Peterson (1972) bestätigt.

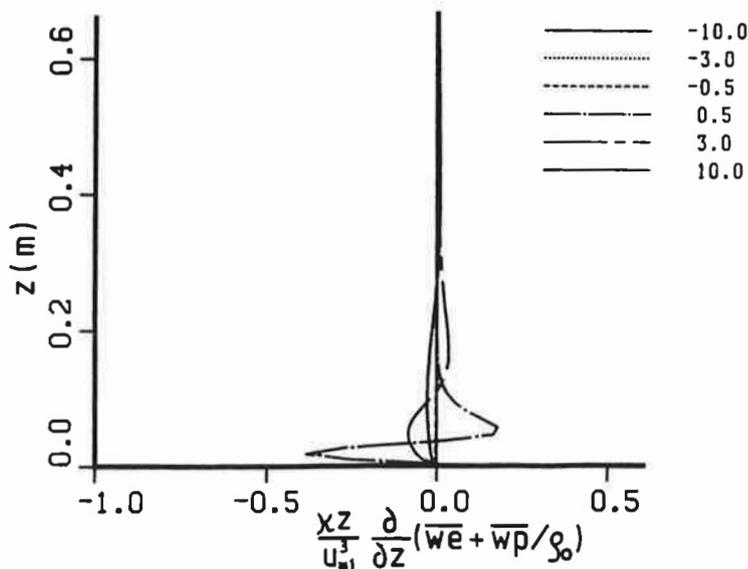
In den Abbildungen 4.4.1a und b sind die Vertikalprofile der Nettoproduktion (Scherproduktion  $P_s$ , minus Dissipation  $\epsilon$ ) und der vertikalen Diffusion  $\frac{\partial \overline{w\epsilon} + \overline{w'p}}{\partial z} / \rho_0$  turbulenter kinetischer Energie an verschiedenen Punkten zu beiden Seiten eines Rauigkeitssprunges dargestellt. Diese Vertikalprofile wurden von Claussen (1988a) mit dem Modell 4 für die bereits im Abschnitt 4.2.4 beschriebene Strömungssituation berechnet.



**Abb.4.4.1a:** Vertikalprofile der normierten Nettoproduktion turbulenter kinetischer Energie an verschiedenen Punkten zu beiden Seiten eines Rauigkeitssprunges mit  $z_{01} = 0.00002\text{m}$  und  $z_{02} = 0.0025\text{m}$ . (Die Profile stromauf vom Rauigkeitssprung sind kaum von der Linie  $P_s - \epsilon = 0$  zu unterscheiden.)

Drei verschiedene Schichten lassen sich erkennen, in denen die einzelnen Terme der Bilanzgleichung der turbulenten kinetischen Energie in unterschiedlicher Weise zur lokalen Advektion beitragen. In Bodennähe ist die Nettoproduktion positiv - es wird mehr turbulente kinetische Energie produziert als dissipiert. Die vertikale Diffusion ist negativ und dem Betrage nach etwas kleiner als die Nettoproduktion. Offensichtlich ist also die lokale Advektion turbulenter kinetischer Energie durch eine positive Nettoproduktion von turbulenter kinetischer Energie hervorgerufen; allerdings wird ein Großteil der "zu

viel" produzierten Energie durch die Turbulenz in größere Höhen transportiert. In der Schicht darüber, in der die Nettoproduktion turbulenter kinetischer Energie mit der Höhe kräftig abnimmt, sorgt auch die Diffusion für einen Zugewinn an turbulenter kinetischer Energie. In dieser Schicht tragen sowohl Nettoproduktion wie auch Diffusion gleichermaßen zur lokalen Advektion bei. In der dritten Schicht halten sich lediglich lokale Advektion und vertikale Diffusion die Waage - dies ist in den Abbildungen kaum noch zu erkennen. Die erste Schicht reicht in etwa bis in die Höhe, in der der Wendepunkt im Vertikalprofil der Geschwindigkeit zu erkennen ist, die zweite Schicht bis in etwa  $h_U$ .



**Abb.4.4.1b:** Wie Abbildung 4.4.1a, nur für die vertikale Diffusion turbulenter kinetischer Energie.

In einer Strömung, die von einer rauhen auf eine glatte Fläche streicht, gilt die gleiche Einteilung - lediglich die Vorzeichen der Nettoproduktion und vertikalen Diffusion sind vertauscht.

Die Horizontaldiffusion  $\frac{\partial \overline{ue} + \overline{up}}{\partial x}$  kann bei der Betrachtung des Haushaltes der turbulenten kinetischen Energie vernachlässigt werden. Claussen (1988a) bemerkt, daß die Horizontaldiffusion stets gut um zwei Größenordnungen kleiner als die Vertikaldiffusion ist.

Vergleichsrechnungen von Claussen (1988a), in denen der komplexe Produktionsterm (Gleichung 3.2.5.2) durch  $P_s \simeq -\overline{uw} \partial U / \partial z$  angenähert wird, zeigen nur eine geringfügige Änderung der Ergebnisse. Die turbulente kinetische Energie nimmt stromauf vom

Rauhigkeitssprung um 4% ab, stromab um etwa 1% zu; allerdings nur im Bereich  $-100 < x/z_0 < 100$  und  $z/z_0 < 50$ .

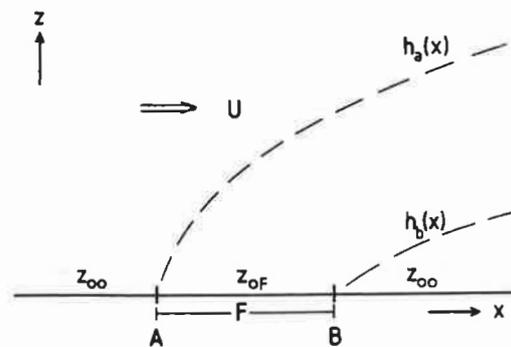
Nach Claussen (1988a) unterscheidet sich der Diffusionsterm der Bilanzgleichung turbulenter kinetischer Energie in den verschiedenen Turbulenzmodellen in erster Näherung nicht, sondern nur die Nettoproduktion. Claussen (1988a) zeigt, daß in den *Modellen 2, 3* der turbulente Impulsfluß nicht nur von der mittleren Windscherung, sondern auch von der Nettoproduktion turbulenter kinetischer Energie und im *Modell 4* zusätzlich von der Änderung der Mischungsweglänge abhängt. Nimmt in einer Strömung, die von einer glatten auf eine rauhe Fläche fließt, die mittlere Windscherung in Bodennähe zu, so wirkt die Nettoproduktion der Zunahme des turbulenten Impulsflusses durch die Windscherung entgegen. Dieser Effekt wird durch die Verringerung der Mischungsweglänge noch verstärkt. Damit ist zu erklären, weshalb das *Modell 2* und das *Modell 4* zu einer kräftigeren Impulsflußdivergenz in Bodennähe führen als das *Modell 3*.

## 4.5 Mehrfache Änderungen der Bodenrauigkeit

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die bodennahe Strömung über einer stufenartigen Änderung der Bodenrauigkeit beschrieben. In der Natur lassen sich allerdings häufig mehrere stufenartige Änderungen der Bodenrauigkeit ausmachen, von denen interne Grenzschichten ausgehen. Diese internen Grenzschichten sind interne Grenzschichten innerhalb einer internen Grenzschicht ähnlich wie die bekannten russischen Puppen in der Puppe. Dieser Vergleich gilt *cum grano salis*, da die internen Grenzschichten sich gegenseitig beeinflussen und unter Umständen miteinander verschmelzen.

### 4.5.1 Isolierte Rauigkeitsstreifen

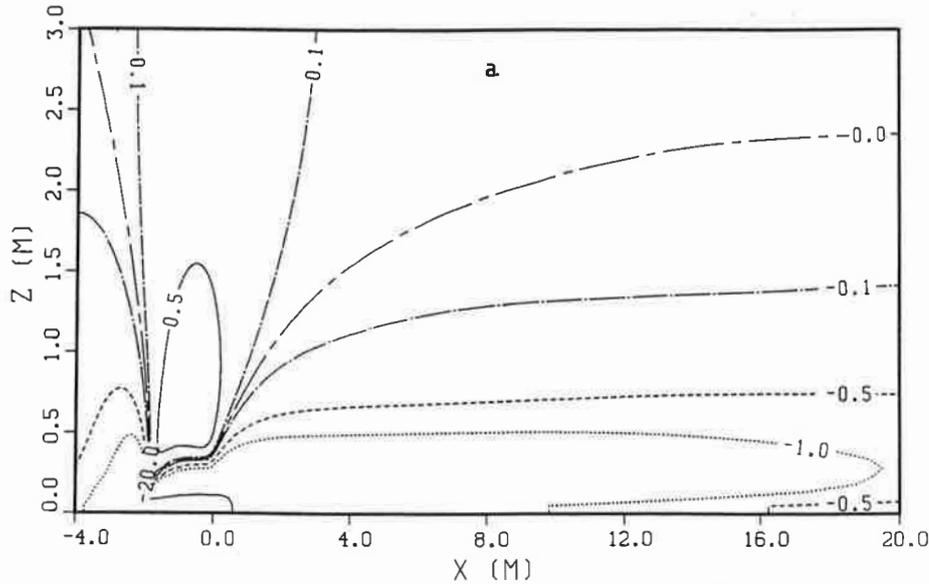
Zunächst wird die Strömung über einem Rauigkeitsstreifen betrachtet. Der Rauigkeitsstreifen mit der Weite  $F$  und der Rauigkeitslänge  $z_{0F}$  sei in eine sonst homogene Fläche, die eine Rauigkeitslänge  $z_{00}$  aufweist, eingebettet. Diese Strömungskonfiguration ist schematisch in der Abbildung 4.5.1.1 dargestellt.



**Abb.4.5.1.1:** Schematische Darstellung der internen Grenzschichten an einem Rauigkeitsstreifen.

In der Natur lassen sich solche Strömungen beispielsweise über einer Halbinsel, der Rollbahn eines Flugplatzes oder einem Fluß finden. Die Abbildungen 4.5.1.2a und b zeigen

die von Claussen (1989a) mit dem *Modell 4* berechnete Strömung über einem Rauigkeitsstreifen von nur  $F = 2\text{m}$  innerhalb  $-2\text{m} \leq x \leq 0\text{m}$ . Die Rauigkeitslänge der den Rauigkeitsstreifen umgebenden Fläche beträgt  $z_{00} = 10^{-3}\text{m}$ , die des Rauigkeitsstreifens  $z_{0F} = 10^{-2}\text{m}$  (siehe Abbildung 4.5.1.2a) und  $z_{0F} = 10^{-4}\text{m}$  (siehe Abbildung 4.5.1.2b).

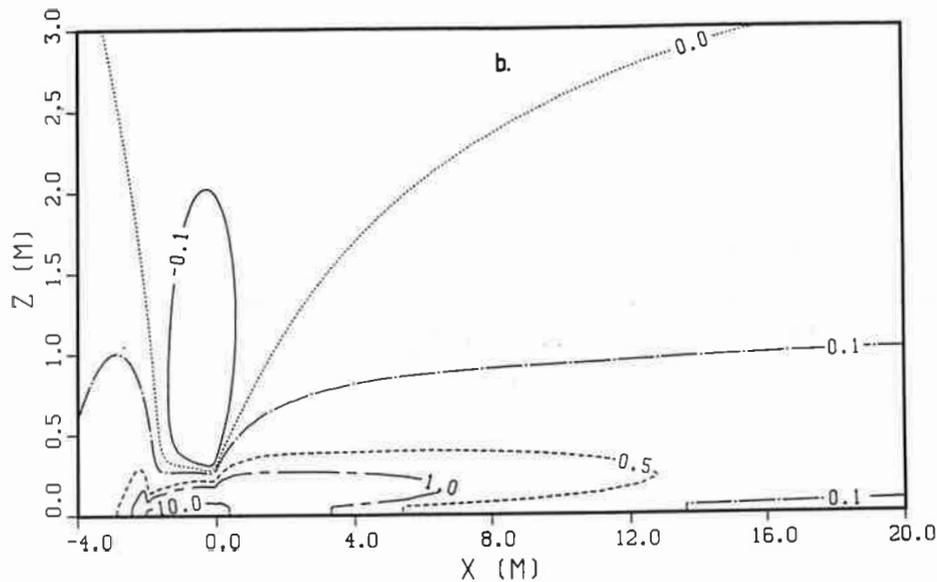


**Abb.4.5.1.2a:** Isolinien der prozentualen, relativen Differenz zwischen lokaler und ungestörter mittlerer Horizontalgeschwindigkeit

$$\frac{U(x, z) - U(-\infty, z)}{U(-\infty, z)} \times 100 = \text{const} \quad .$$

Die Rauigkeitslänge des Streifens zwischen  $-2\text{m} \leq x \leq 0\text{m}$  beträgt  $z_{0F} = 10^{-2}\text{m}$  und die der umgebenden Fläche  $z_{00} = 10^{-3}\text{m}$ .

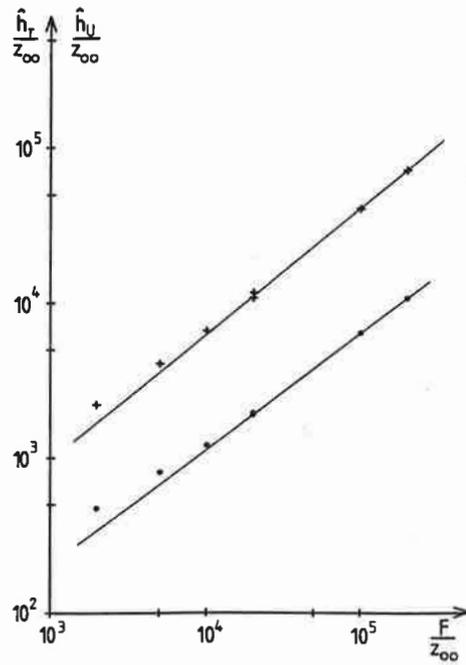
Die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht, die an der Luvkante des Rauigkeitsstreifens entsteht (in der Abbildung 4.5.1.1 mit  $h_a$  bezeichnet) und die, die von der Leekante ausgeht ( $h_b$ ), verschmelzen miteinander. Die letztere Grenzschicht ist zunächst so flach, daß das numerische Modell sie erst in einiger Entfernung hinter der Leekante erkennt. Der Bereich der bodennahen Strömung stromab vom Rauigkeitsstreifen, in dem die relative Abweichung der mittleren Geschwindigkeit oder des turbulenten Impulsflusses größer als  $\pm 1\%$  ist, wird im folgenden auch als Nachlaufgrenzschicht der Geschwindigkeit oder des turbulenten Impulsflusses bezeichnet. Die größte vertikale Mächtigkeit der Nachlaufgrenzschicht der Geschwindigkeit wird durch  $\hat{h}_U$  und die maximale horizontale Ausbreitung durch  $\hat{x}_U$  gekennzeichnet.



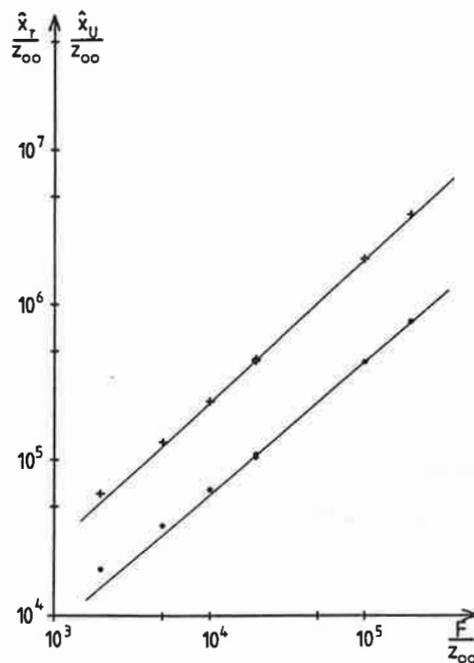
**Abb.4.5.1.2b:** Wie Abbildung 4.5.1.2a, nur mit  $z_{0F} = 10^{-4}m$ .

Die von dem Rauheitsstreifen ausgehende Störung der mittleren Strömung breitet sich relativ flach über dem Boden aus. Das Verhältnis  $\hat{h}_U$  zu  $\hat{x}_U$  liegt der Größenordnung nach zwischen  $O(10)$  und  $O(100)$ . Die an der Luvkante entstehende Grenzschicht ist deutlich stromauf vom Rauheitsstreifen zu erkennen. Ebenso breitet sich die von der Leekante ausgehende Störung des Geschwindigkeitsfeldes stromauf aus und führt zu einem abrupten Anstieg der Nachlaufgrenzschicht über der Leekante. Beide Effekte sind auf die Änderung des Druckfeldes zurückzuführen. Die Abbildungen 4.5.1.2a und b zeigen die Struktur der internen Grenzschichten über einem nur 2 Meter weiten Rauheitsstreifen, doch lassen sich die gleichen Strukturen in ähnlicher Form über weiteren Streifen beobachten.

Claussen (1989a) hat mehrere Rechnungen durchgeführt, um die Skalierungseigenschaften der Nachlaufgrenzschichten über einem Rauheitsstreifen zu erkunden. Die Rechnungen ergeben, daß sich die Geschwindigkeitsänderung wie in der einfachen internen Grenzschicht mit der Schubspannungsgeschwindigkeit weit stromauf vom Streifen skalieren läßt. Die größte vertikale Mächtigkeit  $\hat{h}_U$  der Nachlaufgrenzschicht sowie ihre maximale horizontale Ausdehnung  $\hat{x}_U$  können mit  $z_{00}$  normiert werden. Diese dimensionslosen Größen hängen dann lediglich von den dimensionslosen Größen  $z_{0F}/z_{00}$  und  $F/z_{00}$  ab. Das gleiche gilt für die maximale vertikale Mächtigkeit  $\hat{h}_\tau$  und horizontale Ausdehnung  $\hat{x}_\tau$  der Nachlaufgrenzschicht des turbulenten Impulsflusses. Die Abbildungen 4.5.1.3a und b verdeutlichen dies.



**Abb.4.5.1.3a:** Maximale vertikale Mächtigkeit der Nachlaufgrenzschichten des turbulenten Impulsflusses (Index  $\tau$ , Symbol +) und der mittleren Geschwindigkeit (Index  $U$ , Symbol •) über verschieden weiten Streifen, die rauher als die sie umgebende Fläche sind.



**Abb.4.5.1.3b:** Wie Abbildung 4.5.1.3a, nur für die maximale horizontale Ausdehnung der Nachlaufgrenzschichten.

Für hinreichend weite Streifen  $F/z_{00} > O(10^3)$  lassen sich einfache Skalierungsgesetze

angeben. So findet Claussen (1989a)

$$\frac{\hat{h}_\tau}{z_{00}} \simeq \begin{cases} (1.4 \pm 2\%) \left(\frac{z_{0F}}{z_{00}}\right)^{0.40} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.82} & z_{0F} > z_{00} \\ (2.2 \pm 3\%) \left(\frac{z_{00}}{z_{0F}}\right)^{0.06} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.80} & z_{0F} \leq z_{00} \end{cases} \quad (4.5.1.1a)$$

$$\frac{\hat{h}_U}{z_{00}} \simeq \begin{cases} (0.6 \pm 4\%) \left(\frac{z_{0F}}{z_{00}}\right)^{0.36} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.74} & z_{0F} > z_{00} \\ (0.8 \pm 3\%) \left(\frac{z_{00}}{z_{0F}}\right)^{0.06} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.72} & z_{0F} \leq z_{00} \end{cases} \quad (4.5.1.1b)$$

$$\frac{\hat{x}_\tau}{z_{00}} \simeq \begin{cases} (16.3 \pm 7\%) \left(\frac{z_{0F}}{z_{00}}\right)^{0.50} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.92} & z_{0F} > z_{00} \\ (13.6 \pm 3\%) \left(\frac{z_{00}}{z_{0F}}\right)^{0.07} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.95} & z_{0F} \leq z_{00} \end{cases} \quad (4.5.1.1c)$$

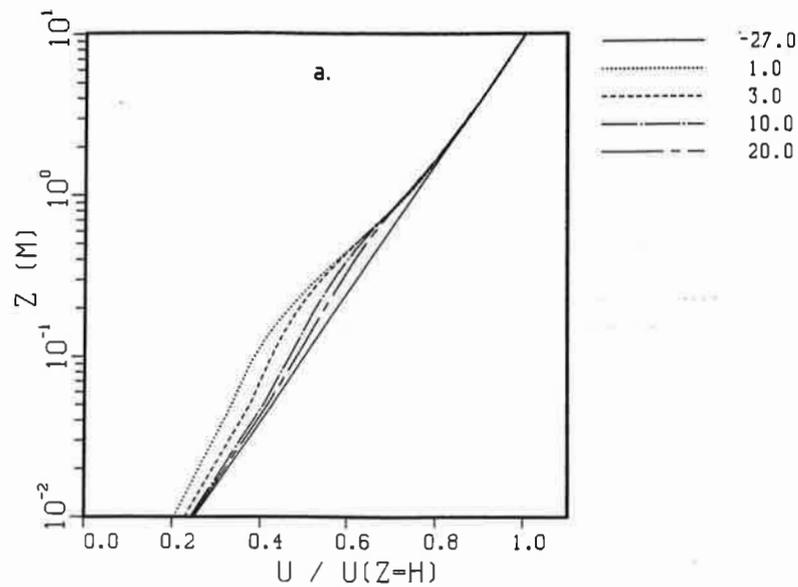
$$\frac{\hat{x}_U}{z_{00}} \simeq \begin{cases} (8.3 \pm 8\%) \left(\frac{z_{0F}}{z_{00}}\right)^{0.47} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.85} & z_{0F} > z_{00} \\ (10.3 \pm 6\%) \left(\frac{z_{00}}{z_{0F}}\right)^{0.07} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{0.85} & z_{0F} \leq z_{00} \end{cases} \quad (4.5.1.1d)$$

Für Strömungen über relativ schmalen Streifen muß die Änderung des Geschwindigkeitsfeldes durch den Staudruck berücksichtigt werden. Dies ist in den einfachen Skalierungsgesetzen nicht enthalten. Auch für Strömungen über weiten Streifen gelten die Gleichungen 4.5.1.1a bis d nicht exakt. Daher ist bei den Konstanten die prozentuale Standardabweichung vermerkt.

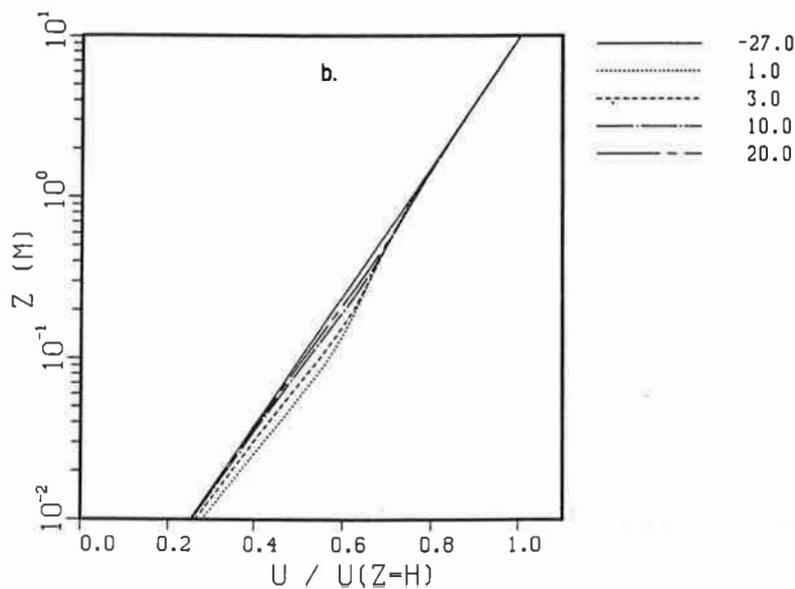
Folgende qualitative Aussagen erlauben die Gleichungen 4.5.1.1a bis d. Bei gleicher Umgebungsrauigkeit und gleicher Weite reicht die von einem rauheren Streifen ausgehende Nachlaufgrenzschicht weiter und höher als die von einem, der glatter als die Umgebung ist. Die maximale vertikale und horizontale Ausdehnung der Nachlaufgrenzschicht, die von einem Streifen herrührt, der glatter als die Umgebung ist, hängt kaum von der Rauigkeitslänge des Streifens ab. Letzteres wird durch die empirischen Befunde von Jackson (1976) und Wood (1982) gestützt, nach denen die vertikale Mächtigkeit einer internen Grenzschicht mit der größeren der Rauigkeitslängen skaliert werden kann. Mit zunehmender Weite des Rauigkeitsstreifens und wachsendem Unterschied zwischen den Rauigkeitslängen  $z_{0F}$  und  $z_{00}$  wird das Höhen-Längenverhältnis  $\hat{h}_\tau/\hat{x}_\tau$  gemäß

$$\frac{\hat{h}_\tau}{\hat{x}_\tau} \simeq \begin{cases} 0.09 \left(\frac{z_{0F}}{z_{00}}\right)^{-0.10} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{-0.10} & z_{0F} > z_{00} \\ 0.16 \left(\frac{z_{00}}{z_{0F}}\right)^{-0.01} \left(\frac{F}{z_{00}}\right)^{-0.15} & z_{0F} \leq z_{00} \end{cases} \quad (4.5.1.2)$$

kleiner. Ähnliches ergibt sich für  $\hat{h}_U/\hat{x}_U$ .



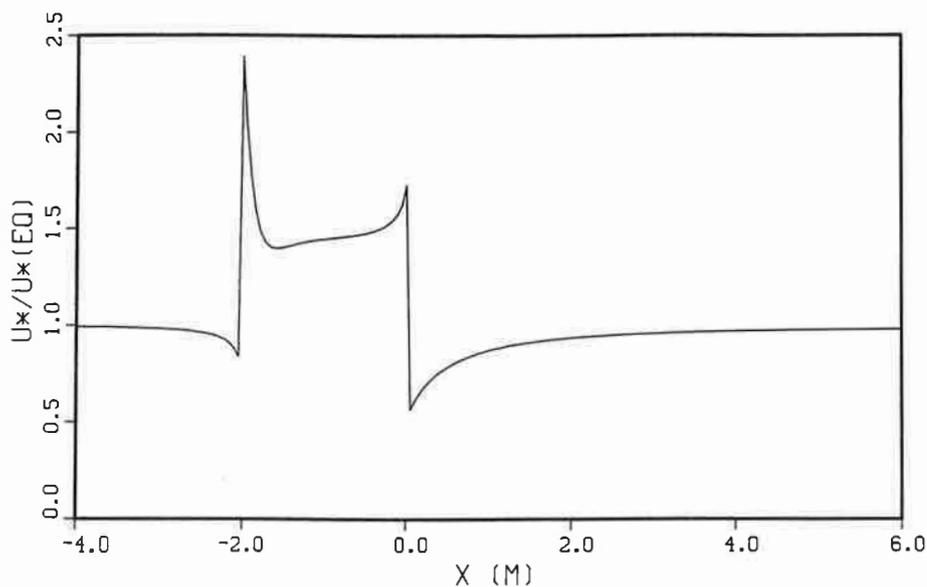
**Abb.4.5.1.4a:** Vertikalprofile der mittleren Geschwindigkeit zu beiden Seiten und über einem Rauigkeitsstreifen, der sich bei  $-2m \leq x \leq 0m$  befindet. Die Rauigkeit des Streifens beträgt  $z_{0F} = 10^{-2}m$  und die der Umgebung  $z_{00} = 10^{-3}m$ .



**Abb.4.5.1.4b:** Wie Abbildung 4.5.1.4a, nur für  $z_{0F} = 10^{-4}m$ .

Die Vertikalprofile der mittleren Geschwindigkeit sind in den Abbildungen 4.5.1.4a und b aufgetragen. Deutlich erkennbar ist der konvexe beziehungsweise konkave "Buckel" in den Vertikalprofilen stromab vom Rauigkeitsstreifen. Petersen und Taylor (1973) beobachten in ihren Meßdaten, die sie auf der dänischen Halbinsel Bogenæs gewonnen haben,

eine ähnlich reiche Struktur der Geschwindigkeitsprofile. In ihren Modellrechnungen, in denen Petersen und Taylor das Prandtlsche Mischungswegmodell verwenden, sind diese "Buckel" nicht zu sehen. Petersen und Taylor führen diesen Mangel auf das Mischungswegmodell zurück. Diese Vermutung wird durch die Untersuchung von Claussen (1988a) gestützt, die zeigt, daß das Mischungswegmodell (*Modell 1*) wesentlich gleichförmigere Vertikalprofile liefert als das  $E - \epsilon$ -Modell (*Modell 4*). Auch im Abschnitt 4.2.2 war ja daraufhingewiesen worden, daß ein Wendepunkt im vertikalen Geschwindigkeitsprofil nur von den *Modellen 2, 4*, aber nicht von den *Modellen 1, 3* wiedergegeben wird.



**Abb.4.5.1.5:** Die mit ihrem ungestörten Wert weit stromauf vom Rauheitsstreifen normierte Schubspannungsgeschwindigkeit über einem Rauheitsstreifen. Die Strömungssituation ist dieselbe, auf die sich auch die Abbildung 4.5.1.2 bezieht.

Zum Abschluß dieses Abschnittes 4.5.1 wird die Schubspannungsgeschwindigkeit  $u_*$  auf einem Rauheitsstreifen betrachtet. In der Abbildung 4.5.1.5 ist die normierte Schubspannungsgeschwindigkeit für dieselbe Strömung, auf die sich auch die Abbildung 4.5.1.2a bezieht, gegen die Streichlänge aufgetragen. Zu sehen ist, daß die Änderung von  $u_*$  für  $z_{02}/z_{01} < 1$  stromauf vom Rauheitsprung, in diesem Beispiel stromauf von der Leekante, stärker ist als für  $z_{02}/z_{01} > 1$ , also hier stromauf von der Luvkante. Ferner ist klar die Asymmetrie der Angleichung der Schubspannungsgeschwindigkeit an die neuen Bodenverhältnisse zu erkennen. Stromab von der Luvkante des Rauheitsstreifens, also stromab von der Stelle, an der die Strömung von der glatten auf die rauhere Fläche trifft, stellt sich die Schubspannungsgeschwindigkeit sehr

rasch auf die neue Bodenrauigkeit ein und zeigt eine nichtmonotone Abhängigkeit von der Streichlänge. Stromab von der Leekante, bleibt  $u_*(x)$  monoton und kehrt (relativ) langsam auf den ursprünglichen Gleichgewichtswert zurück. Jensen (1978) schließt aus dieser Beobachtung, daß der Impulsfluß im Mittel über ein größeres Gebiet, in dem sich die Rauigkeitslänge nahezu periodisch ändert, kleiner sein muß als der Mittelwert der Gleichgewichtsimpulsflüsse. Dies gilt jedoch nicht allgemein, wie im Kapitel 6 noch zu zeigen sein wird.

#### 4.5.2 Ensemble von Rauigkeitssprüngen

In einer Strömung, die zahlreiche Änderungen der Bodenrauigkeit erfährt, in der sich also viele interne Grenzschichten entwickeln und gegenseitig beeinflussen, erscheint es nicht sinnvoll, jede einzelne interne Grenzschicht zu bestimmen. Statt dessen wird zu fragen sein, wie sich die Strömung im Mittel über eine größere inhomogene Fläche verhält. In diesem Abschnitt wird der Begriff der "Blendhöhe" erläutert, der für die Strömung über zahlreichen Rauigkeitsänderungen eine ähnliche Bedeutung hat, wie der Begriff der internen Grenzschicht für die Strömung über einer einzelnen Rauigkeitsänderung. Weitere Einzelheiten über mehrfache interne Grenzschichten werden im Abschnitt 5.4 nachgetragen. Die mittleren Impuls- und Energieflüsse über einer inhomogenen Oberfläche werden im Kapitel 6 betrachtet.

Wieringa (1976, 1986) führte den Begriff der Blendhöhe im Zusammenhang mit der Untersuchung der Strömung über zahlreichen Rauigkeitsänderungen in die Literatur ein. Die Blendhöhe betrachtet Wieringa als die Höhe, in der die von den Rauigkeitssprüngen ausgehenden Störungen im einzelnen nicht mehr zu erkennen sind. Wieringa schätzt, daß über einer etwa  $5\text{km} \times 5\text{km}$  großen Fläche die Blendhöhe bei etwa 60 Meter liegt - offenbar unabhängig davon, wie diese Fläche beschaffen ist.

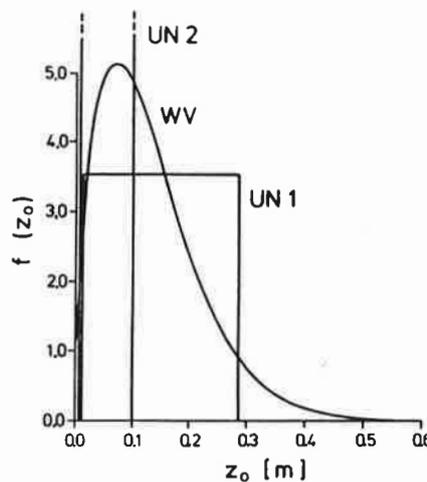
Mason (1988) greift Wieringas Vorschlag auf und entwickelt ein allgemeineres Konzept der Blendhöhe. Mason fordert, daß die Strömung in der Blendhöhe nahezu horizontal homogen sein und sich gleichzeitig an jeder Stelle nahezu im lokalen Gleichgewicht mit der Oberfläche befinden solle. Mit Hilfe eines heuristischen Modells bestimmt Mason die Blendhöhe  $l_b$  als Funktion der charakteristischen horizontalen Längenskala  $L_x$ , auf

der sich die Rauigkeit ändert, zu

$$l_b \left( \ln \frac{l_b}{z_0} \right)^2 \sim 2\kappa^2 L_x \quad (4.5.2.1)$$

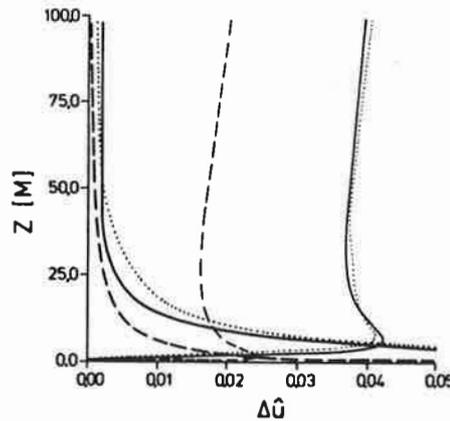
Mason betont, daß die Größe  $l_b$  eher als charakteristisches Maß, nicht als präzise Höhenangabe zu verstehen ist.

Claussen (1990) folgt Masons Konzept, bestimmt aber die Blendhöhe aus numerischen Simulationen von Strömungen über einem Ensemble von Rauigkeitssprüngen. Dazu betrachtet Claussen drei verschiedene Rauigkeitsensemble, die im folgenden als *WV*, *UN1* und *UN2* bezeichnet werden. Die einzelnen Ensemble werden folgendermaßen konstruiert. Das Modellgebiet mit einer gesamten Streichlänge von 5 Kilometern wird in Abschnitte von je 100 Metern unterteilt. Für jeden dieser Abschnitte wird eine Rauigkeitslänge mit Hilfe eines Zufallsgenerator ermittelt. Das Ensemble *WV* genügt einer Weibullverteilung positiver Schiefe mit dem Formparameter  $a = 1.5$  und dem Skalenparameter  $b = 0.06$ . Der Mittelwert dieses Ensemble beträgt  $[z_0] = 0.15\text{m}$ . (Im folgenden bezeichnen die eckigen Klammern [...] einen Mittelwert über die Streichlänge.) Die Ensemble *UN1* und *UN2* ergeben sich aus Rechteckverteilungen mit den Mittelwerten  $[z_0] = 0.15\text{m}$  beziehungsweise  $[z_0] = 0.005\text{m}$ . Diese Verteilungen sind in der Abbildung 4.5.2.1 veranschaulicht.



**Abb.4.5.2.1:** Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen der Rauigkeitslänge für die Ensemble *WV*, *UN1* und *UN2*, die im Text näher erklärt sind.

Claussen berechnet die absolute Abweichung der lokalen Strömungsgeschwindigkeit  $U(x, z)$  vom horizontalen Mittelwert  $[U](z)$  sowie die absolute Abweichung der lokalen Strömungsgeschwindigkeit vom lokalen Gleichgewichtswert  $U_0(x, z) = (u_*(x)/\kappa) \ln(z/z_0(x))$ . Die Ergebnisse sind in der Abbildung 4.5.2.2 dargestellt.



**Abb.4.5.2.2:** Die mittlere Abweichung der Strömungsgeschwindigkeit vom lokalen Gleichgewicht und von ihrem Mittelwert über die gesamte Streichlänge. Die dicken Linien stehen für

$$\Delta\hat{U} = \frac{[|U(x, z) - [U](z)|]}{[U](z)}$$

und die dünnen für

$$\Delta\hat{U} = \frac{[|U(x, z) - U_0(x, z)|]}{U_0(x, z)}$$

mit  $U_0(x, z) = (u_*(x)/\kappa) \ln(z/z_0(x))$ . Die ausgezogenen Linien beziehen sich auf die im Text näher beschriebenen Strömungskonfiguration WV, die gepunktete auf UN1 und die strichlinierte auf UN2.

Wie zu erwarten ist die Abweichung der Strömung von der horizontalen Homogenität nur in Bodennähe groß und nimmt mit der Höhe rasch ab; die Abweichung vom lokalen Gleichgewicht nimmt hingegen mit der Höhe zu. Somit läßt sich eine Höhe  $z_{min}$  finden, in der die Summe beider Abweichungen minimal ist. Diese Höhe legt Claussen (1990) als Blendhöhe fest. In der Tabelle 4.5.2.1 sind die Werte  $z_{min}$  und  $l_b$  für die drei Strömungskonfigurationen aufgelistet. In der Tabelle 4.5.2.1 ist auch die Höhe  $l_d$  eingetragen. Dies ist die sogenannte Diffusionshöhe, die - wie bereits im Abschnitt 4.2.1.1

erwähnt -

$$l_d = \text{const} \frac{L_x}{\ln\left(\frac{l_d}{z_0}\right)} \quad (4.5.2.2a)$$

beträgt. Wird für die Konstante  $2\kappa$  gewählt, so kann  $l_d$  im Bereich  $10^2 < L_x/z_0 < 10^5$  durch

$$l_d \simeq 0.7z_0 \left(\frac{L_x}{z_0}\right)^{4/5} \quad (4.5.2.2b)$$

angenähert werden. Offensichtlich läßt sich  $z_{min}$  eher durch  $l_d$  als durch  $l_b$  berechnen. Die nach Claussen (1990) bestimmte Blendhöhe ist also in etwa so groß wie die Diffusionshöhe - approximiert durch  $l_d$  nach Gleichung 4.5.2.2b - und erheblich größer als die von Mason (1988) berechnete Höhe  $l_b$ .

**Tabelle 4.5.2.1:**

	$z_{min}$ [m]	$l_d$ [m]	$l_b$ [m]
UN2	36	32	3.3
UN1	60	61	7.8
WV	45	62	8.1

*Die Blendhöhe nach Mason (1988):  $l_b$ , nach Claussen (1990) aus Modellrechnungen bestimmt:  $z_{min}$  und die Diffusionshöhe  $l_d$  nach Gleichung 3.5.4 abgeschätzt. UN2, UN1 und WV stehen für die im Text näher beschriebenen Strömungskonfigurationen.*

## 4.6 Interne Massengrenzschichten

Änderungen der Bodeneigenschaften in einer neutral geschichteten, bodennahen Atmosphäre führen nicht nur zu internen Grenzschichten des Geschwindigkeitsfeldes, sondern auch zu internen Massen- oder Stoffgrenzschichten. In diesem Abschnitt werden nur passive, nichtreaktive Luftbeimengungen betrachtet. Zu diesen Beimengungen gehören viele Spurengase, natürliche oder künstliche. Wasserdampf läßt sich nicht dazurechnen, da Änderungen der Wasserdampfkonzentration sich auch in der Luftdichte bemerkbar machen.

Die Gleichung, die die Ausbreitung einer passiven, nichtreaktiven Luftbeimengung beschreibt, ist die gleiche wie die für die Bilanz des Wasserdampfes ( die spezifische Feuchte wird lediglich durch den Erwartungswert  $S$  und die Fluktuation  $s$  der Beimengungskonzentration ersetzt). Auch die turbulenten Flüsse der Beimengungskonzentration werden genauso parameterisiert wie die der Wasserdampfkonzentration, wobei allerdings die entsprechende turbulente Schmidtzahl  $\sigma_s = K_m/K_s$  zu wählen ist. Wie für die Wasserdampfkonzentration läßt sich auch für die Stoffkonzentration eine Rauigkeitslänge  $z_{0s}$  und eine Bodenleitfähigkeit  $g_s$  beziehungsweise ein Bodenwiderstand  $r_s = 1/g_s$  festlegen, der als Maß für die Aufnahmefähigkeit des Bodens bezüglich des betrachteten Stoffes anzusehen ist. Befindet sich die Luftströmung dicht über dem Boden (in  $z = z_r$ ) im Gleichgewicht mit der Erdoberfläche, so gilt für die Stoffkonzentration

$$S(z_r) - S_G = \frac{s_*}{\kappa} \ln \frac{z_r}{z_{0s}} \quad (4.6.1)$$

$s_*$  ist das charakteristische Turbulenzmaß der Stoffkonzentration. Die Konzentration  $S_G$  an der Erdoberfläche wird durch den Bodenwiderstand geregelt. Beide Größen sind durch

$$S_G = s_* u_* r_s \quad (4.6.2)$$

miteinander verknüpft. Die Gleichung 4.6.1 läßt sich auch als

$$S(z_r) = \frac{s_*}{\kappa} \left( \ln \frac{z_r}{z_0} + \ln \frac{z_0}{z_{0s}} + \kappa u_* r_s \right) \quad (4.6.3)$$

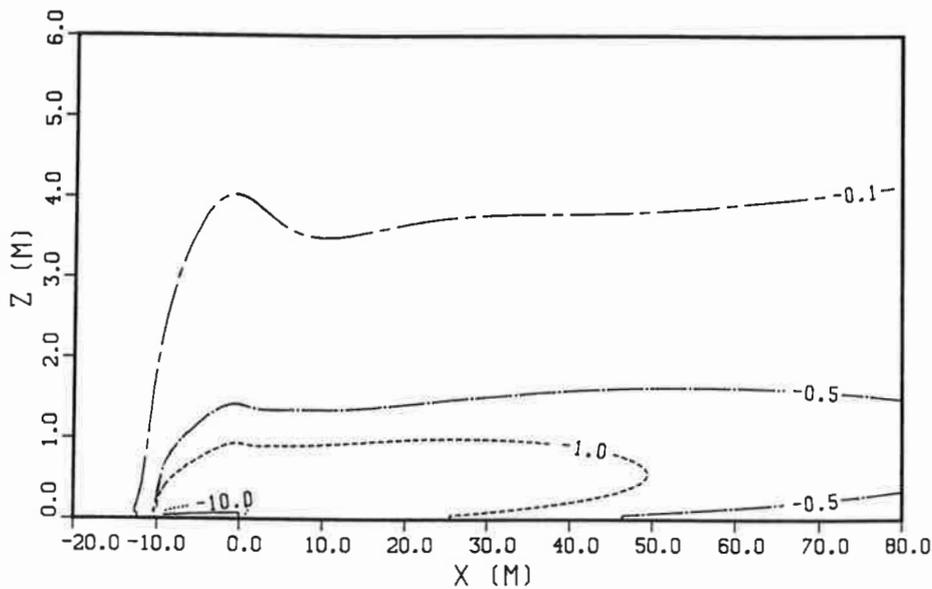
schreiben. Das Verhältnis der Rauigkeitslängen  $z_0/z_{0s}$  wird genauso bestimmt wie bei der spezifischen Feuchte und der Lufttemperatur (siehe Gleichungen 2.4.6a, b). In der Literatur tauchen häufig die Begriffe aerodynamischer und laminarer oder viskoser Widerstand auf. Der aerodynamische Widerstand  $r_a$  und der Widerstand  $r_b$  der viskosen Unterschicht sind mittels der Gleichung 4.6.3 durch

$$S(z_r) = s_* u_* (r_a(z_r) + r_b + r_s) \quad (4.6.4)$$

definiert. Der Kehrwert der Summe sämtlicher Widerstände wird auch als Depositionsgeschwindigkeit bezeichnet.

Die Parameter  $z_0$ ,  $z_{0s}$  und  $r_s$  kennzeichnen also bestimmte Bodeneigenschaften, deren Änderungen interne Stoffgrenschichten hervorrufen können. An einem Beispiel, das der Arbeit von Claussen (1990) entnommen ist, wird gezeigt, wie die interne Stoffgrenschicht auf Änderungen dieser Parameter reagiert.

In der Abbildung 4.6.1 sind die Isolinien der relativen prozentualen Änderung einer Stoffkonzentration abgebildet, die für eine Strömung berechnet wurden, die über einer sonst homogenen Oberfläche bei  $-10\text{m} \leq x \leq 0\text{m}$  auf einen Rauigkeitsstreifen trifft. Die Umgebungsrauigkeit beträgt  $z_{00} = 10^{-3}\text{m}$ , die des Streifens  $z_{0F} = 10^{-2}\text{m}$ . Das Verhältnis beider Rauigkeitslängen wird konstant gehalten mit  $\ln(z_0/z_{0s}) = 2.3$ . (Dieser Parametersatz könnte beispielsweise einen ebenen Golfrasen mit einem Streifen ungeschnittenen Grasses kennzeichnen.) Der Oberflächenwiderstand wird mit  $r_s = 0\text{s/m}$  angegeben, das heißt, der Stoff wird vollständig vom Boden absorbiert.

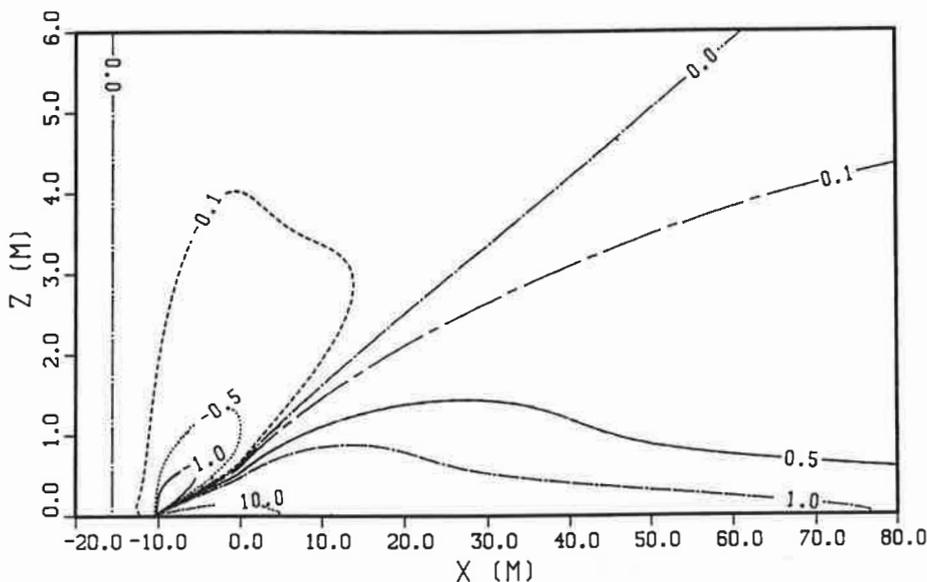


**Abb.4.6.1:** Isolinien der prozentualen relativen Differenz der lokalen, gestörten und der ungestörten Stoffkonzentration. Die Rauigkeit der Oberfläche beträgt  $z_{00} = 10^{-3}\text{m}$ , die des Streifens zwischen  $-10\text{m} \leq x \leq 0\text{m}$   $z_{0F} = 10^{-2}\text{m}$ . Die Rauigkeitslänge der Stoffkonzentration wird aus  $\ln(z_0/z_{0s}) = 2.3$  berechnet. Der Bodenwiderstand  $r_s$  ist im gesamten Strömungsgebiet null.

Die Isolinien der Konzentrationsänderung ähneln denen der Geschwindigkeitsänderung über einem Rauigkeitsstreifen (vergleiche Abbildung 4.5.1.2a) mit Ausnahme der Gebiete nahe den Kanten des Streifens. In der Abbildung 4.6.1 ist nur eine sehr kleine Änderung des Konzentrationsfeldes stromauf von der Luvkante zu erkennen. Ferner fehlt der abrupte Anstieg der von der Luvkante ausgehenden internen Grenzschicht über der Leekante. Dies ist nicht verwunderlich, da ja Änderungen im Druckfeld sich nur im Impulstransport, nicht aber im Stofftransport auswirken. Die maximale vertikale Mächtigkeit  $\hat{h}_S$  der internen Stoffgrenzschicht, die wie auch die der internen Ge-

schwindigkeitsgrenzschicht durch die Isoline der -1% beziehungsweise +1%-Abweichung festgelegt werden kann, sowie die maximale horizontale Erstreckung  $\hat{x}_S$  hängen von der turbulenten Schmidtzahl ab. Für das hier vorgestellte Beispiel wurde  $\sigma_s = 1$  angenommen. Wird  $\sigma_s = 2$  gewählt (das bedeutet, der turbulente Austauschkoeffizient für die Stoffkonzentration ist nur halb so groß wie der für die Geschwindigkeit), so nehmen  $\hat{h}_S$  und  $\hat{x}_S$  um etwa 25% ab.

Die Struktur der internen Stoffgrenzschicht ändert sich drastisch, wenn der Bodenwiderstand sehr groß wird. Wird auf dem Rauheitsstreifen der Widerstand von  $r_s = 0\text{s/m}$  auf  $r_s = 10^5\text{s/m}$  erhöht, so nimmt die Oberfläche des Streifens diesen Stoff kaum noch auf. Somit muß die Stoffkonzentration über dem Streifen zunehmen, und der Stoffüberschuß wird nach Lee verfrachtet. Dies ist in der Abbildung 4.6.2 deutlich zu erkennen. Die Stoffzunahme über dem Streifen führt in der Nähe der Luvkante sogar dazu, daß sich dort ein nach oben gerichteter Stofffluß einstellt.



**Abb.4.6.2:** Wie Abbildung 4.6.1 Nur über dem Streifen zwischen  $-10\text{m} \leq x \leq 0\text{m}$   $z_{0F} = 10^{-2}\text{m}$ . wird ein sehr hoher Bodenwiderstand von  $r_s = 10^5\text{s/m}$  vorgegeben.

## 5. Interne Grenzschichten bei nichtneutraler Schichtung

Interne Grenzschichten entstehen nicht nur durch Änderungen der aerodynamischen Rauigkeit sondern auch durch Änderungen der optischen und thermischen Parameter natürlicher und künstlicher Oberflächen und Böden. Zu diesen Parametern sind die Albedo, das Emissionsvermögen, die thermische Trägheit sowie die hydraulische Leitfähigkeit und Feldkapazität (Wasseraufnahmefähigkeit) eines Bodens zu zählen. Bei Pflanzenbeständen ist zudem die unterschiedliche Verdunstungsfähigkeit verschiedener Pflanzenarten zu berücksichtigen. Die bodennahe Strömung reagiert unterschiedlich stark auf die Änderung der verschiedenen optischen und thermischen Parameter. So finden Carlson und Boland (1978) anhand von Modellrechnungen heraus, daß die Wärmeinsel über einer Stadt tagsüber hauptsächlich durch die unterschiedliche Feldkapazität zwischen Stadt und umliegendem Land hervorgerufen wird und nachts durch die unterschiedliche thermische Trägheit. In diesem Abschnitt wird allerdings nicht die Empfindlichkeit interner Grenzschichten gegen jeden der optischen, thermischen und pflanzenphysiologischen Parameter untersucht, sondern die Entwicklung interner Grenzschichten in einer nichtneutralen Atmosphäre wird anhand drei verschiedener, auch in der Natur vorkommender Landschaftskonfigurationen beispielhaft dargestellt.

Hauptsächlich wird die bodennahe Strömung über der Eisrandzone betrachtet. Gerade die Eisrandzone - ein etwa 30 bis 150 Kilometer breites Gebiet zwischen dem offenen Ozean und dem Eisinneren mit zahlreichen, oft schneebedeckten Eisschollen - bietet sich für eine Untersuchung interner Grenzschichten an, die vorwiegend durch optische und thermische Unterschiede der Oberfläche entstehen. Eis und Wasser unterscheiden sich nur wenig in ihrer aerodynamischen Rauigkeit<sup>⊕</sup>, dafür umso stärker in ihren optischen und thermischen Eigenschaften. Während die turbulenten Flüsse fühlbarer und latenter Wärme über den Eis- und Schneeflächen relativ klein sind, kommt es gerade im Winter über den offenen Wasserflächen zu sehr kräftigen Wärmeflüssen, wenn die sehr kalte Luft bei etwa  $-30^{\circ}\text{C}$  aus dem Eisinneren über das mit etwa  $-2^{\circ}\text{C}$  relativ warme Wasser streicht. Die im folgenden vorzustellenden Modellrechnungen, die sämtlich mit

---

<sup>⊕</sup> Die Rauigkeit der Eisrandzone wird hauptsächlich durch den Formwiderstand am Freibord älterer Eisschollen oder an zusammengepreßten, gekippten Eisschollen erzeugt. Hanssen-Bauer und Gjessing (1988) ermitteln eine Rauigkeitslänge von etwa  $z_0 = 0.03\text{m}$  über einem Gebiet mit kleineren Eisschollen, die etwa 40 Zentimeter aus dem Wasser ragen. Diese Rauigkeitslänge ergibt sich aus dem Windprofil in einigen Metern über den Schollen. Die Rauigkeitslänge der Eisoberfläche selbst liegt zwischen  $z_0 \simeq 0.0002\text{m}$  und  $z_0 \simeq 0.001\text{m}$  (Andreas *et al.* 1979, 1984). Hier wird angenommen, daß, wie bei jungem Eis, die Eisschollen kein nennenswertes Freibord aufweisen.

dem im Abschnitt 3.2.3 vorgestellten Prandtl-Kolmogoroff-Modell durchgeführt wurden, können zum Teil mit Messungen der internen Temperaturgrenzschichten und der Wärmeflüsse an der Oberfläche verglichen werden, die von Andreas *et al.* (1979, 1984) in der arktischen Eisrandzone gewonnen wurden.

Die Experimente von Rider *et al.* (1963) sowie Dyer und Crawford (1965), in denen die Entwicklung von Temperaturprofilen in einer Strömung beobachtet wurde, die von einer glatten, trockenen auf eine rauhe, feuchte Oberfläche streicht, gelten als klassisch. Anhand dieser Experimente wurden mehrere Modelle überprüft (siehe Garratt, 1990), wenngleich die Datensätze nicht vollständig sind, da die Windgeschwindigkeit nur über der glatten, aber nicht über der rauhen Fläche gemessen wurde. Dennoch werden auch hier Modellrechnungen mit den Beobachtungen von Rider *et al.* (1963) verglichen.

Als drittes Anschauungsbeispiel wird eine Seebrise betrachtet, die über einen 250 Meter breiten Sandstreifen und weiter stromab über eine gleichbreite Gras- und Waldfläche streicht. Über diesem idealisierten Küstengebiet können neben den thermischen Unterschieden auch starke Unterschiede in der aerodynamischen Rauhigkeit auftreten. Auch die Verdunstung über der Wasserfläche und über den bepflanzen Oberflächen ist unter Umständen recht verschieden. Während an der Wasseroberfläche stets Temperatur und Feuchte miteinander im Gleichgewicht stehen, wird die Feuchte an einer Pflanzenoberfläche durch die Dynamik vor allem der Stomata bestimmt, vorausgesetzt, daß die Pflanzen nicht durch Tau oder Regen benetzt sind. Messungen der internen Temperaturgrenzschicht über einer Strandküste finden sich bei Vugts und Businger (1977).

Der Abschnitt 5 ist in fünf Teile gegliedert. Zunächst wird die Entwicklung der internen Geschwindigkeits-, Temperatur- und Feuchtegrenzschicht stromab von einer stufenartigen Änderung der optischen und thermischen Bodeneigenschaften beschrieben (Abschnitt 5.1 bis 5.3). Daran schließen sich die Untersuchung der internen Grenzschichten über Oberflächen mit mehrfachen Änderungen der Bodeneigenschaften (Abschnitt 5.4) sowie die Betrachtung der inhomogenen Wärmeflüsse an den verschiedenen Oberflächen (Abschnitt 5.5) an. Der Großteil der Ergebnisse stammt aus den Arbeiten von Claussen (1991a,b).

## 5.1 Die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht

Die internen Geschwindigkeitsgrenzschichten über der Eisrandzone wurden von Clausen (1991a) für vier typische meteorologische Situationen berechnet: für zwei aufeisige und zwei abeisige Strömungen jeweils im Frühsommer und im Winter. (Als "aufeisige Strömung" wird im folgenden die vom Ozean zum Eisinneren fließende Strömung bezeichnet.) Die meteorologischen Daten der frühlommerlichen Strömungen, die in der Tabelle 5.1.1 angegeben und mit "Sommer" bezeichnet sind, stammen vom Experiment ARKTIS 1988 (Brümmer, 1989), die der winterlichen, abeisigen von Andreas *et al.* (1979, 1984). Diese Daten kennzeichnen die ungestörte Strömung entweder über dem Eis (für eine abeisige Strömung) oder über dem Wasser (für eine aufeisige Strömung) weit stromauf von der Eiskante. In der Tabelle 5.1.1 ist auch die ungestörte Obukhov-Länge sowie die Obukhov-Länge etwa 200 Meter stromab von der Eiskante angegeben, um zu zeigen, wie stark sich die Stabilität der Schichtung ändert. Die Tabelle 5.1.2 enthält die für die Modellrechnungen benutzten optischen und thermischen Parameter der Eis- und Wasserflächen.

**Tabelle 5.1.1:**

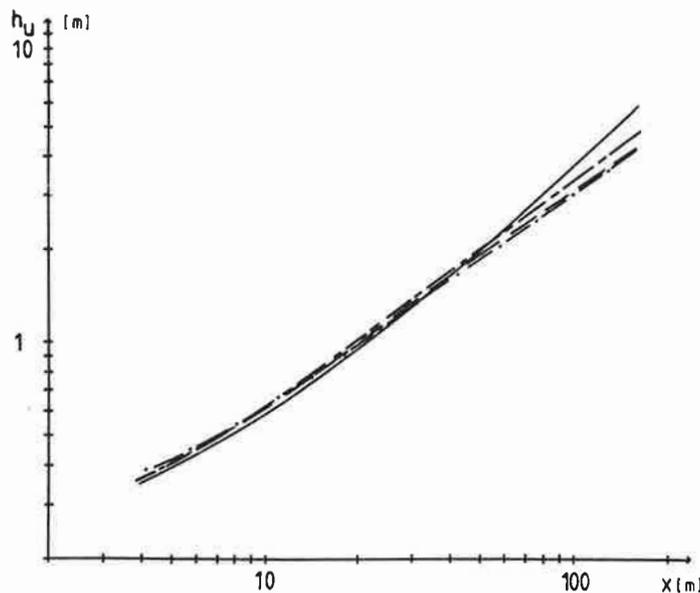
		Sommer		Winter	
		über Eis	über Wasser	über Eis	über Wasser
Wind (z=4m)	[m/s]	4.5	9.0	4.5	4.5
Temperatur (z=4m)	[°C]	-5.0	+0.0	-25.0	-2.0
Feuchte (z=4m)	[g/kg]	2.5	3.8	0.5	3.3
Relative Feuchte (z=4m)		0.94	0.98	1.0	1.0
Schneetemp. (z=-5cm)	[°C]	-5.5	-2.0	-24.15	-2.0
Wassertemperatur	[°C]	-2.0	-2.0	-2.0	-2.0
Solare Strahlung	[W/m <sup>2</sup> ]	450	250	0	0
Emissionsvermögen Luft		0.9	1.0	0.9	0.9
Obukhov-Länge	[m]	-58	+ 79	+1406	∞
"-, stromab		-13	- 1100	-2	+90

*Meteorologische Randbedingungen für verschiedene Strömungen über der Eisrandzone.*

**Tabelle 5.1.2:**

		Wasser	Eisscholle
Rauhigkeitslänge	[m]	0.0001	0.0010
Albedo		0.05	0.80
Emissionsvermögen		0.97	0.97
Thermische Trägheit	$[W_s^{1/2}/(mK)]$	$\infty$	1874

*Rauhigkeitslänge, optische und thermische Parameter von Wasserflächen und Eisschollen in einer idealisierten Eisrandzone.*



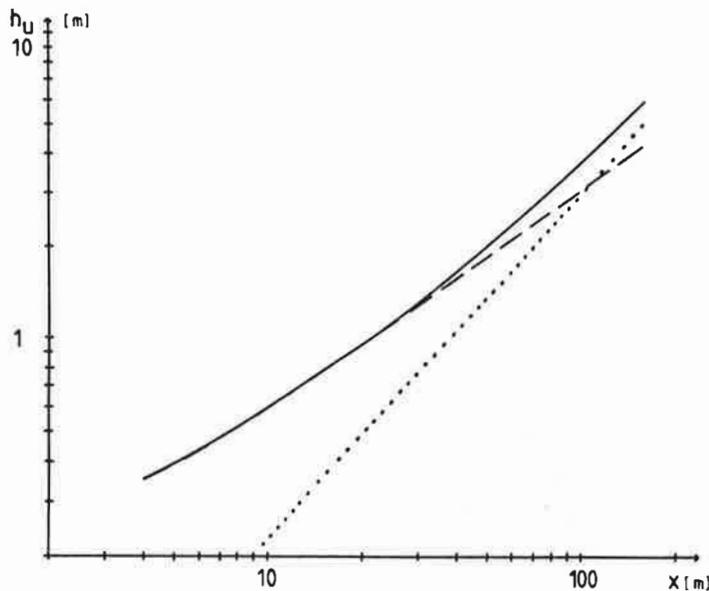
**Abb.5.1.1:** Die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht als Funktion der Streichlänge. Ausgezogene Kurve: winterliche, abeisige Strömung; gestrichelte Kurve: winterliche, aufeisige Strömung; strichpunktierte Kurve: sommerliche, abeisige Strömung; strichlinierte Kurve: sommerliche, aufeisige Strömung.

Die Abbildung 5.1.1 zeigt die vertikale Mächtigkeit der vier internen Geschwindigkeitsgrenzschichten, die sich stromab von einer Eiskante entwickeln. Die internen Grenzschichten sind knapp stromab von der Eiskante nahezu gleich mächtig, da sie hauptsächlich durch den Unterschied in der Rauhigkeitslänge zwischen Eis und Wasser bestimmt werden. Auch in diesem Beispiel zeigt sich, daß die Höhe  $h_U$  nicht mit der Rauhigkeitslänge stromab von der Eiskante, sondern, wie im Abschnitt 4.3 bereits erwähnt, mit der größeren, also der Rauhigkeitslänge der Eisfläche, skaliert werden kann. Weiterhin fällt bei genauerem Studium der Abbildung 5.1.1 auf, daß in den aufeisigen Strömungen,

in denen die Luft von der glatteren zur rauheren Fläche fließt,  $h_U(x)$  schneller anwächst, als in den abeisigen. Dies wurde ebenfalls im Abschnitt 4.3 erklärt.

In größeren Abständen von der Eiskante weichen die Höhen  $h_U$  deutlich voneinander ab. In der winterlichen, abeisigen Strömung ist die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht am mächtigsten und wächst auch am schnellsten an. Die sommerliche, abeisige interne Grenzschicht in der stabil geschichteten Atmosphäre wächst gleichbleibend nahezu mit  $h_U \sim x^{0.7}$  und ist anscheinend die flachste der vier internen Grenzschichten.

Das unterschiedliche Verhalten der internen Geschwindigkeitsgrenzschichten mit zunehmender Entfernung von der Eiskante legt nahe, die Begriffe "Nahfeld" und "Fernfeld" einer internen Grenzschicht einführen. Nahfeld und Fernfeld einer Geschwindigkeitsgrenzschicht unterscheiden sich im wesentlichen dadurch, daß die Änderung der Rauigkeitslänge das Anwachsen der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht im Nahfeld bestimmt, während im Fernfeld die Änderung der Dichteschichtung zunehmend an Bedeutung gewinnt. Dies läßt sich klar durch die Abbildung 5.1.2 belegen.



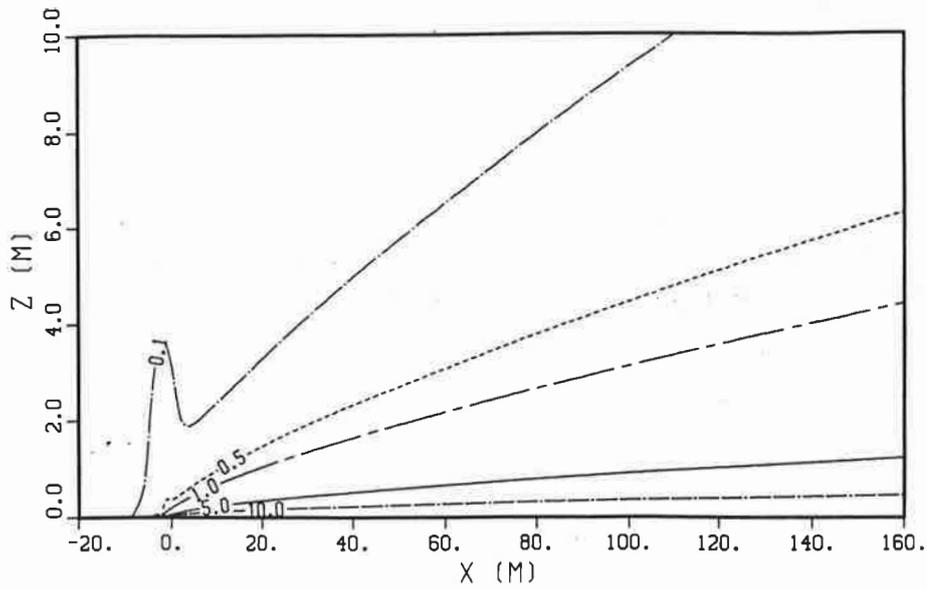
**Abb.5.1.2:** Die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht als Funktion der Streichlänge. Ausgezogene Kurve: winterliche, abeisige Strömung; gestrichelte Kurve: dieselbe Strömung, jedoch wurden die thermischen Unterschiede zwischen Eis und Wasser vernachlässigt; gepunktete Kurve: winterliche, abeisige Strömung, allerdings wurde für das Wasser dieselbe Rauigkeitslänge wie für die Eisfläche angenommen.

Die ausgezogene Kurve in der Abbildung 5.1.2 ist aus der Abbildung 5.1.1 kopiert. Sie gibt die vertikale Mächtigkeit der internen Grenzschicht in der abeisigen, winterlichen Strömung an. Die gestrichelte Kurve zeigt  $h_U$  für dieselbe meteorologische Situation, allerdings wurden für die Wasserfläche dieselben optischen und thermischen Parameter wie für die Eisfläche angenommen; das bedeutet, die Strömung erfährt lediglich den Rauigkeitsunterschied zwischen Wasser und Eis. Umgekehrt zeigt die gepunktete Kurve  $h_U$  für den Fall, daß sich die optischen und thermischen Parameter zwischen Wasser und Eis unterscheiden, nicht aber die Rauigkeitslängen. Die Rauigkeitslänge des Wassers wurde im letzteren Fall gleich der der Eisfläche gesetzt. Erfährt die Strömung nur die thermischen Unterschiede der Oberflächen, so wächst  $h_U$  etwa wie  $h_U(x) \sim x^{1.1}$ . Aus dem Miyakeschen Modell schätzt Rao (1975) ab, daß die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht bestenfalls wie  $h_U(x) \sim x^{1.5}$  anwachsen kann, falls sich die Schichtung der Strömung von neutral zu extrem instabil ändert.

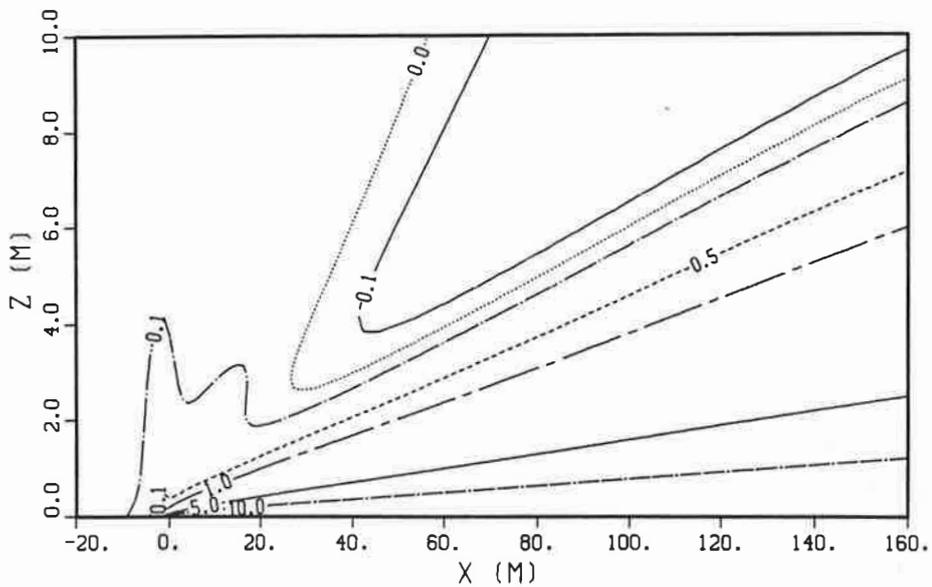
Nahfeld und Fernfeld einer internen Geschwindigkeitsgrenzschicht unterscheiden sich nicht nur in der Anwachsrate, sondern auch im vertikalen Aufbau der Grenzschicht. Die Abbildungen 5.1.3a und b zeigen die Isolinien der prozentualen, relativen Differenz zwischen lokaler und ungestörter mittlerer Horizontalgeschwindigkeit, also

$$\frac{U(x, z) - U(-\infty, z)}{U(-\infty, z)} \times 100 = \text{const.} \quad ,$$

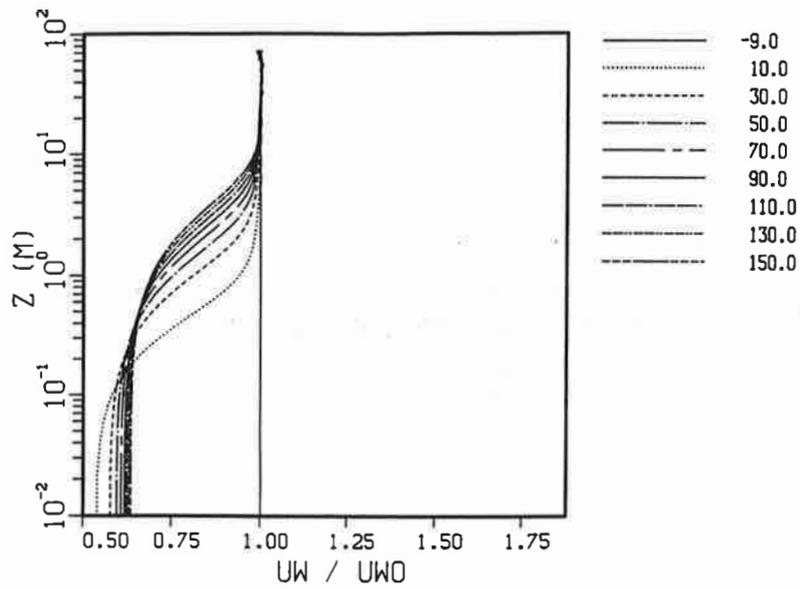
und zwar für die sommerliche, abeisige Strömung (Abbildung 5.1.3a) und die winterliche, abeisige Strömung (Abbildung 5.1.3b). In beiden Abbildungen ist eine Beschleunigung der Strömung über dem gegenüber der Eisfläche aerodynamisch glatterem Wasser zu sehen. Das Nahfeld der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht ist daran zu erkennen, daß die internen Grenzschichten in der sommerlichen und der winterlichen Strömung gleich mächtig sind. Das Nahfeld reicht bis etwa  $x \simeq 40\text{m}$ . Im Fernfeld unterscheiden sich beide Grenzschichten. In der winterlichen, abeisigen Strömung ist die bodennahe Beschleunigung stärker ausgeprägt als in der sommerlichen, da die größere Labilität der Strömung für einen stärkeren Impulsfluß und damit für eine stärkere Impulsflußdivergenz sorgt. In größeren Höhen führt dann die Konvergenz des Impulsflusses, die in der sommerlichen Strömung nicht zu beobachten ist (vergleiche Abbildungen 5.1.4a und b), zu einer Abbremsung in der winterlichen Strömung.



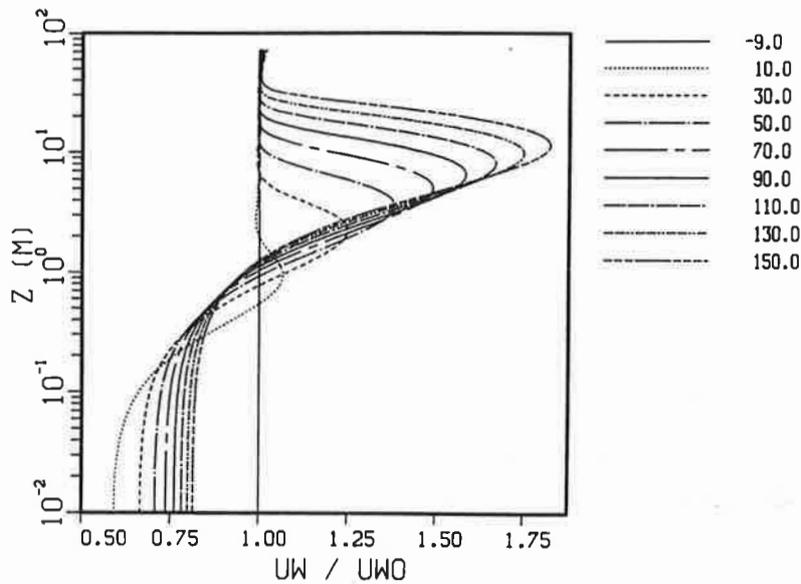
**Abb.5.1.3a:** Isolinien der prozentualen relativen Differenz zwischen lokaler und ungestörter mittlerer horizontaler Geschwindigkeit in der sommerlichen, abeisigen Strömung. (Die Eiskante liegt bei  $x=0m$ .)



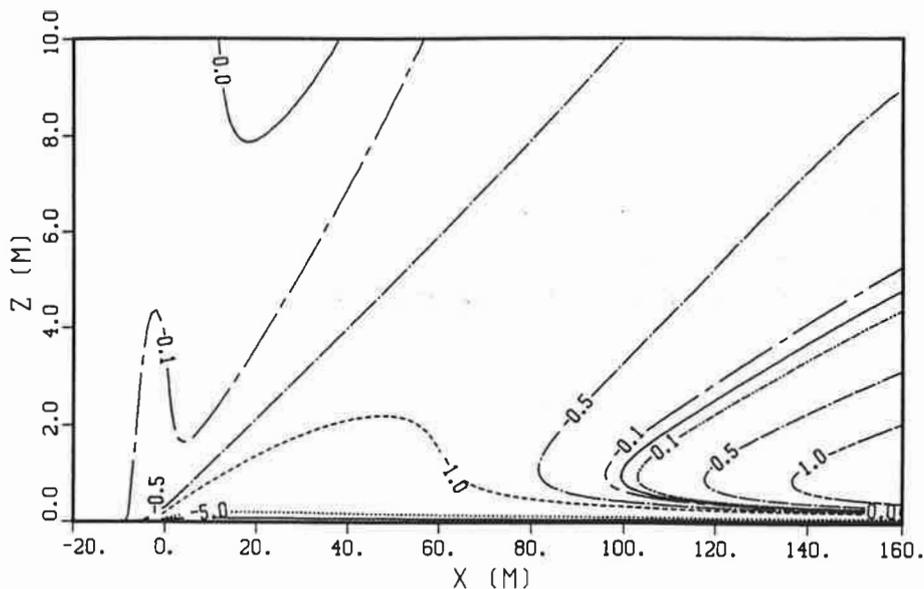
**Abb.5.1.3b:** Wie Abb. 5.1.3a, jedoch für die winterliche, abeisige Strömung.



**Abb.5.1.4a:** Vertikalprofile des mit dem Gleichgewichtswert über dem Eis normierten turbulenten Impulsflusses in verschiedenen Abständen (Dimension: m) von der Eiskante, in der sommerlichen, abeisigen Strömung.

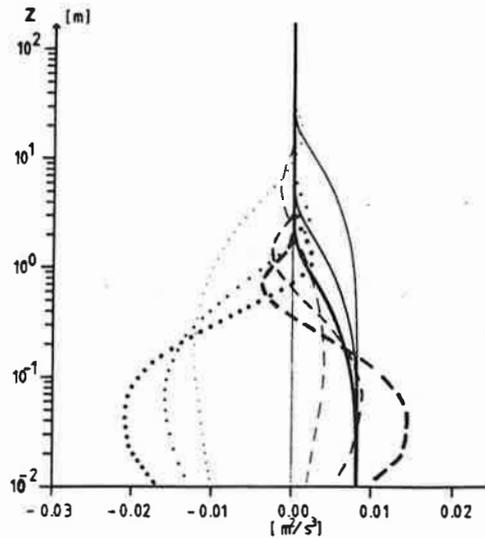


**Abb.5.1.4b:** Wie Abb. 5.1.4a, jedoch für die winterliche, abeisige Strömung.



**Abb.5.1.5:** Wie Abb. 5.1.3b, jedoch sind die Rauigkeitslängen vertauscht.

In dem eben genannten Beispiel der winterlichen, abeisigen Strömung wird die Beschleunigung der Strömung über der Wasseroberfläche aufgrund der Rauigkeitsabnahme durch die zunehmende Destabilisierung der Schichtung verstärkt. Was geschieht aber nun, wenn die Änderung der Rauigkeit und die der Schichtung einander entgegenwirken? Die Abbildung 5.1.5 zeigt die relative Geschwindigkeitsänderung für einen solchen Fall. Die meteorologischen Randbedingungen sind dieselben wie für die oben erwähnte winterliche, abeisige Strömung, lediglich die Rauigkeitslängen des Wassers und der Eisfläche sind vertauscht. Die Luft strömt in diesem Beispiel also von einer glatten, kalten auf eine rauhe, warme Fläche. Im Nahfeld der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht ist die Abbremsung der Strömung aufgrund der mit der Rauigkeitszunahme verbundenen Konvergenz des Impulsflusses zu sehen. Jedoch im Fernfeld wird die Strömung wegen des durch die zunehmende Labilität verstärkten Impulsflusses beziehungsweise der daraus resultierenden Impulsflußdivergenz beschleunigt. In der Schicht darüber und in einer sehr flachen Schicht direkt über der rauheren Fläche wird die Strömung durch die Konvergenz des Impulsflusses abgebremst. Dieses Beispiel verdeutlicht die Schwierigkeit, die vertikale Mächtigkeit der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht in einer nichtneutral geschichteten Strömung eindeutig festzulegen.



**Abb.5.1.6:** Vertikalprofile der Nettoproduktion (Scherproduktion minus Dissipation) (gepunktete Kurven), des Auftriebterms (ausgezogene Kurven) und der vertikalen turbulenten Diffusion (gestrichelte Kurven) der turbulenten kinetischen Energie an verschiedenen Punkten in verschiedenen Entfernungen von der Eiskante in der winterlichen, abeisigen Strömung. Dick gezeichnete Kurven:  $x=15m$ , mittlere Dicke:  $x=35m$ , dünne Kurven:  $x=155m$ .

Kann nun die Grenze zwischen Nahfeld und Fernfeld einer internen Grenzschicht zumindest für den Fall einer nahe neutralen Anströmung in einfacher Weise abgeschätzt werden? Die Abbildung 5.1.6, in der die Vertikalprofile der einzelnen Terme der Haushaltsgleichung der turbulenten kinetischen Energie der winterlichen, abeisigen Strömung in verschiedenen Entfernungen von der Eiskante aufgetragen sind, führt zu einer Antwort. Im Nahfeld der internen Grenzschicht wird die lokale Advektion turbulenter kinetischer Energie durch die Nettoproduktion und die vertikale turbulente Diffusion bestimmt. Im Fernfeld gewinnt der Auftriebsterm an Bedeutung und überflügelt den Diffusionsterm. Die Streichlänge, bei der diese beiden Terme etwa gleich groß sind, kann daher als Grenze zwischen Nah- und Fernfeld angesehen werden. Wird angenommen, daß der Diffusionsterm der Größenordnung nach etwa  $O(u_*^3/h(x))$  beträgt (siehe Venkatram, 1977), dann liegt die Grenze  $x_{NF}$  zwischen Nah- und Fernfeld bei  $|\frac{g}{\Theta_{ov}} \overline{w\theta}| \sim O(u_*^3/h(x_{NF}))$ .  $h$  steht hier für die vertikale Mächtigkeit der internen Grenzschicht der Geschwindigkeit oder der turbulenten kinetischen Energie - bei dieser Größenordnungsabschätzung spielt der Unterschied zwischen beiden keine Rolle. Mit  $h \sim 0.1x$  als grober Abschätzung folgt  $x_{NF} \sim O(10 \times |\frac{u_*^3}{g/\Theta_{ov} \overline{w\theta}}|)$  oder  $x_{NF}/|L_{*2}| \sim O(10)$ , wobei  $L_{*2}$  einen mittleren

Wert der Obukhov-Länge stromab von der Eiskante angibt. (Auf den ersten Metern direkt stromab von der Eiskante ändert sich  $L_{*2}$  recht kräftig.) Nach dieser einfachen Abschätzung kann sich selbst bei einer starken Änderung der Schichtung - in der winterlichen, abeisigen Strömung ist  $L_{*2} \simeq -2\text{m}$  - das Fernfeld erst in einigen Dekametern stromab von der Bodenänderung entwickeln. Dies wird durch die numerischen Ergebnisse gestützt, aus denen sich etwa  $x_{NF}/|L_{*2}| \sim 20$  ergibt.

Als letztes Beispiel interner Geschwindigkeitsgrenzschichten wird die Strömung über dem idealisierten Küstenstreifen betrachtet. Dieses Beispiel stammt aus der Arbeit von Claussen (1991b). Berechnet wurde die Strömung mit dem sogenannten Hybridmodell, also dem Prandtl-Kolmogoroff-Modell, in dem statt der einfachen Mischungsweglänge  $l_m$  (Gleichung 3.2.1.2) die Blackadarsche Mischungsweglänge  $l_m^B$  (Gleichung 3.2.8.2) benutzt wurde. Die meteorologischen Randbedingungen sind in der Tabelle 5.1.3 zusammengefaßt, die optischen und thermischen Parameter der verschiedenen Oberflächen und Böden in der Tabelle 5.1.4.

**Tabelle 5.1.3:**

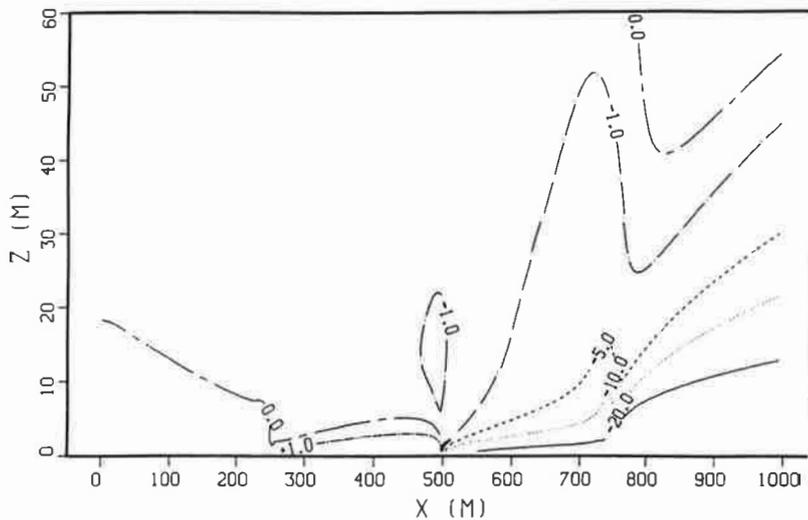
Wind $U(z=4\text{m})$	[m/s]	5.0
Temperatur $\Theta(z=4\text{m})$	[K]	290.16
Feuchte $Q(z=4\text{m})$	[g/kg]	9.7
Solare Strahlung $S_o$	[W/m <sup>2</sup> ]	700
Emissionsvermögen Luft $\epsilon_a$		0.8
Temperatur $T_s$ des Wassers	[K]	290.16
-"- im Sand	[K]	295.16
-"- unter Gras	[K]	295.16
-"- unter Wald	[K]	295.16
relative Bodenfeuchte $m$ des Wassers		1
-"- des Sandes		0.1
-"- unter Gras		0.5
-"- unter Wald		0.7

*Meteorologische Randbedingungen für die Strömung über dem Küstengebiet.*

**Tabelle 5.1.4:**

		Wasser	Sand	Gras	Wald
Rauhigkeitslänge	[m]	0.0002	0.0004	0.03	0.75
Albedo		0.05	0.40	0.15	0.15
Emissionsvermögen		0.95	0.95	0.95	0.95
Thermische Trägheit	$[Ws^{1/2}/(mK)]$	$\infty$	537	1485	1485

*Rauhigkeitslänge optische und thermische Parameter verschiedener Oberflächen in einem idealisierten Küstengebiet.*



**Abb.5.1.7:** *Isolinien der prozentualen, relativen Differenz zwischen lokaler mittlerer Horizontalgeschwindigkeit und ungestörter Geschwindigkeit in der Strömung über einem Küstenstreifen bestehend aus Wasser ( $0m \leq x < 250m$ ), Sand ( $250m \leq x < 500m$ ), Gras ( $500m \leq x < 750m$ ) und Waldfläche ( $750m \leq x < 1000m$ ).*

Die Abbildung 5.1.7 zeigt die komplexe Entwicklung der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht über einem Gebiet mit kräftigen thermischen Unterschieden und großen Unterschieden in der Rauhigkeitslänge. Bemerkenswert ist in diesem Beispiel, daß der Einfluß der Waldfläche auf die interne Grenzschicht bereits gut 200 Meter, also etwa  $x/z_{0,Wald} \simeq 300m$ , stromauf von der Waldkante zu erkennen ist - Stromaufgrenzschich-

ten sind also nicht immer vernachlässigbar kleine Phänomene.<sup>▽</sup> Weiterhin fällt auf, daß die Strömung, die von der relativ glatten Wasseroberfläche auf die rauhere, sehr trockene und damit recht warme Sandoberfläche streicht, über dem Sand beschleunigt wird. Das Nahfeld an der Sandkante und die abgebremste Luftschicht direkt über der Sandfläche sind hier wegen des relativ groben numerischen Gitters nicht mehr zu erkennen.

## 5.2 Die interne Temperaturgrenzschicht

In der Literatur finden sich recht verschiedene Definitionen der vertikalen Mächtigkeit einer internen Temperaturgrenzschicht. Miyake (1965) legt sie durch die Höhe  $h_t^{mi}(x)$  fest, in der die Bedingung

$$\frac{T(\infty) - T(x, h_t^{mi})}{T(\infty) - T_0} < 10^{-1} \quad (5.2.1)$$

erfüllt ist.  $T(\infty)$  ist die Temperatur außerhalb der internen Grenzschicht und  $T_0$  die Temperatur der neuen Oberfläche (leider gibt Miyake keine genaue Definition der Temperatur  $T(\infty)$ ). Andreas *et al.* (1979) untersuchen interne Temperaturgrenzschichten, die an natürlichen und künstlichen Wasserspalten in der Arktis entstehen. Sie bestimmen die vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht durch die Höhe  $h_t^a(x)$ , in der

$$\frac{T(x, h_t^a) - T(-\infty, h_t^a)}{T_{water} - T_{ice}} < 5 * 10^{-4} \quad (5.2.2)$$

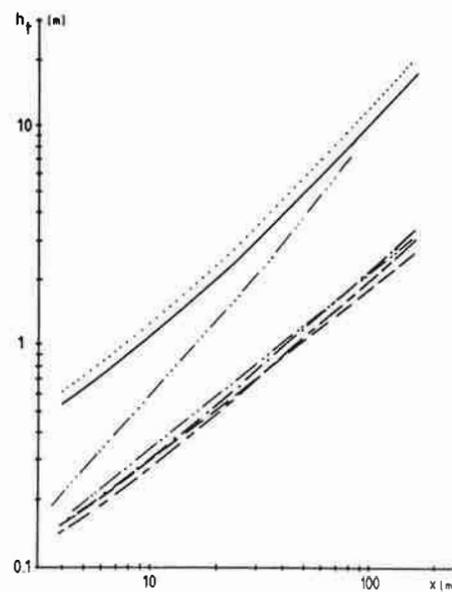
gilt. Mit  $T_{water}$  und  $T_{ice}$  werden jeweils die Oberflächentemperaturen der Wasser- und Eisflächen bezeichnet. Die obigen Definitionen erscheinen nur sinnvoll, wenn die Oberflächentemperatur stromab von einer Änderung der Bodeneigenschaft konstant bleibt. Darüber hinaus verlangt Miyakes Definition, daß die Temperatur weit stromauf von einer Änderung der Bodeneigenschaft nahezu höhenkonstant ist. Beide Voraussetzungen sind nicht immer erfüllt. In abeisigen Strömungen sind  $T_{water}$  und  $T_{ice}$  konstant, jedoch nicht in aufeisigen Strömungen, da der Schnee beziehungsweise das Eis Wärme

<sup>▽</sup> Diese Stromaufgrenzschicht wird hauptsächlich durch die Änderung der mittleren Druckfeldes aufgrund die Abbremsung der Strömung über der Waldfläche und zu einem kleinen Teil aufgrund der Verdrängung der Luft durch die Stufe von  $z_{0,Gras}$  zu  $z_{0,Wald}$  - siehe Abschnitt 4.3 - hervorgerufen. Eine Verschiebungshöhe oder auch Verdrängungshöhe des Baumbestandes wird nicht berücksichtigt.

aufnehmen oder abgeben kann, so daß sich auch die Temperatur einer Schnee- oder Eisoberfläche stromab von der Eiskante ändert. Aufgrund dieser Überlegungen wird im folgenden die vertikale Mächtigkeit einer internen Temperaturgrenzschicht - in Analogie zur Definition der vertikalen Mächtigkeit einer internen Geschwindigkeitsgrenzschicht - aus der Höhe  $h_t(x)$  berechnet, die durch

$$\frac{T(x, h_t) - T(-\infty, h_t)}{T(-\infty, h_t)} < 10^{-4} \quad (5.2.3)$$

festgelegt ist.



**Abb.5.2.1:** Vertikale Mächtigkeit  $h_t$  interner Temperaturgrenzschichten in der winterlichen, abeisigen Strömung (ausgezogene Kurve), der winterlichen, aufeisigen Strömung (gestrichelte Kurve), der sommerlichen, abeisigen Strömung (strichpunktierte Kurve) und der sommerlichen aufeisigen Strömung (strichlinierte Kurve). Die gepunktete Kurve kennzeichnet nach der Gleichung 5.2.2 berechnete Höhe  $h_t^a$  für die winterliche, abeisige Grenzschicht. Zweifachpunktig-gestrichelte Kurve: Ergebnisse des Elliottschen Modells; Dreifachpunktig-gestrichelte Kurve: Ergebnisse des Miyakeschen Modells für die winterliche, abeisige Strömung.

In der Abbildung 5.2.1 ist die vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschichten für die bereits im vorangegangenen Abschnitt 5.1 beschriebenen vier Strömungen über der Eisrandzone aufgetragen. Auf den ersten Blick sehen  $h_t(x)$  und  $h_U(x)$  (vergleiche mit Abbildung 5.1.1) recht verschieden aus. Die winterliche, abeisige Temperaturgrenzschicht ist wesentlich mächtiger als die anderen. Dies liegt daran, daß die lokale

Temperaturadvektion unmittelbar von der Wärmeflußdivergenz bestimmt wird. In der winterlichen, abeisigen Strömung nimmt der Fluß fühlbarer Wärme an der Oberfläche von etwa  $-0.5 \text{ W/m}^2$  auf  $+300 \text{ W/m}^2$  zu, wohingegen in den übrigen Fällen der Fluß fühlbarer Wärme sich höchstens nur um  $\pm 20 \text{ W/m}^2$  ändert.

Die interne Temperaturgrenzschicht und die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht weisen aber auch Gemeinsamkeiten auf. Auch in der internen Temperaturgrenzschicht läßt sich ein Nahfeld und ein Fernfeld ausmachen. Während im Nahfeld der Geschwindigkeitsgrenzschicht die Änderung der Rauigkeitslänge und damit die Änderung des Impulsflusses am Boden das Anwachsen der Grenzschicht bestimmt, so ist dies im Nahfeld der Temperaturgrenzschicht die Änderung des Wärmeflusses an der Oberfläche. In den hier betrachteten vier verschiedenen Strömungssituationen wachsen die Temperaturgrenzschichten im Nahfeld wie  $h_t(x) \sim x^{0.8}$  an. Im Fernfeld hingegen unterscheiden sich die Anwachsrate. Aufgrund der instabileren Schichtung und damit kräftigeren turbulenten Vermischung steigt die winterliche, abeisige Temperaturgrenzschicht am stärksten an, die winterliche, aufeisige am geringsten. Offenbar setzt das Fernfeld der Temperaturgrenzschicht in der gleichen Entfernung von der Eiskante ein wie auch das der Geschwindigkeitsgrenzschicht - was zu erwarten ist, da die Austauschkoefizienten  $K_m$  und  $K_h$  in ähnlicher Weise von der Stabilität der Schichtung abhängen. Im Gegensatz zur Geschwindigkeitsgrenzschicht zeigt aber das Fernfeld der Temperaturgrenzschicht keine solch komplexe Vertikalstruktur, da die Änderung der Dichteschichtung von der Änderung der Bodenwärmeflüsse ausgeht, also beide Effekte nie einander entgegenwirken.

Wie unterscheiden sich die Ergebnisse dieser Modellrechnungen von denen analytischer Modelle der internen Temperaturgrenzschicht? Elliotts (1958) Integralmodell (siehe auch Abschnitt 4.2.1.2) führt auf

$$\frac{h_t}{z_{02}} = 0.35 \left( \frac{x}{z_{02}} \right)^{0.8} \quad (5.2.5)$$

Bemerkenswerterweise enthält dieses Modell keine Terme, die eine Abhängigkeit der vertikalen Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht von der Schichtung sowie der Änderung der Schichtung beschreiben. Daher kann Elliotts Modell auch die unterschiedliche Mächtigkeit der winterlichen und sommerlichen, abeisigen Grenzschicht nicht erklären. Elliotts Höhe  $h_t(x)$  (siehe gepunktete Kurve in der Abbildung 5.2.1) stimmt mit der für die sommerliche, abeisige Grenzschicht numerisch berechneten überein\* -

\* Elliott (1958) definiert die Mächtigkeit einer internen Grenzschicht durch die (un-

nicht so die Höhen der aufeisigen (sommerlichen wie winterlichen) Grenzschicht. Für die abeisigen Grenzschichten gilt ja  $z_{02} = z_{0,Wasser}$  und für die aufeisigen  $z_{02} = z_{0,Eis}$ . Daher sagt das Elliottsche Modell für die aufeisigen Grenzschichten eine größere vertikale Mächtigkeit voraus als für die abeisigen (dies ist in der Abbildung 5.2.1 nicht gezeigt). Sollte das Elliottsche Modell an die mit dem numerischen Modell gewonnenen Daten angepaßt werden, so müßte  $h_t(x)$  in der Gleichung 5.2.5 ähnlich wie bei der internen Geschwindigkeitsgrenzschicht (in den Abschnitten 4.3 und 4.5.1 war darauf hingewiesen worden) mit der größeren der beiden Rauheitslängen normiert werden und die Konstante in der Gleichung 5.2.5 von 0.35 auf 0.22 gesetzt werden.

Townsend (1965) erhält aus Ähnlichkeitsbetrachtungen, die denen im Abschnitt 4.2.1.3 vorgestellten gleichen, genau dieselbe Gleichung für das charakteristische vertikale Längenmaß einer internen Temperaturgrenzschicht wie im Falle einer internen Geschwindigkeitsgrenzschicht (siehe Gleichung 4.1.2.3.5a), so daß

$$\frac{h_t}{z_{02}} \left( \ln \frac{h_t}{z_{02}} - 1 \right) = 2\kappa^2 \frac{x}{z_{02}} \quad (5.2.6)$$

folgt. Die Ergebnisse des Townsendschen Modells ähneln denen des Elliottschen und sind daher nicht in der Abbildung 5.2.1 eingetragen. Das Townsendsche Modell zeigt also auch die gleichen Eigenschaften wie das Elliottsche Modell: Es kann nur auf nahezu neutral geschichtete Strömungen angewandt werden, bei denen sich die Bodentemperatur und die Bodenwärmeflüsse nur wenig ändern (Townsend (1965) hatte dies auch *expressis verbis* vorausgesetzt.), und die Skalierbarkeit der Höhe  $h_t$  mit der Rauheitslänge  $z_{02}$  steht im Widerspruch zu den numerischen Ergebnissen.

Im Miyakeschen Modell (siehe Abschnitt 4.2.1.1) kann eine Änderung der Schichtung in einfacher Weise berücksichtigt werden. Im wesentlichen wird lediglich die für eine horizontal homogene, bodennahe Strömung bekannte Parameterisierung der Varianz der Vertikalgeschwindigkeit in die Gleichung 4.2.1.1.1a eingesetzt. Miyake erhält

$$\left( \frac{h_t}{z_{01}} \right)^{2/3} \left( 1 - \left( \frac{z_{02}}{h_t} \right)^{1/3} \right)^{1/2} \left( \ln \frac{h_t}{z_{01}} - \frac{3}{2} \right) \left( \frac{z_{01}}{z_{02}} \right)^{1/6} = \frac{2\kappa D}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{gz_{01}\Delta T}{u_{*1}^2 \Theta_0}} \frac{x}{z_{01}} \quad (5.2.7)$$

$\Delta T$  kennzeichnet die Temperaturdifferenz zwischen dem Wasser und der Luft über dem Eis. Für die Konstante in der Gleichung 5.2.7 wählt Miyake  $D = 2.01$ . Aus der

---

realistische) abrupte Änderung des turbulenten Flusses vom Gleichgewichtswert stromab zum dem stromauf von einer Änderung der Bodeneigenschaft. Daher dürfte Elliotts Grenzschichtmächtigkeit eigentlich nicht über  $h_t$  bestimmt werden.

Abbildung 5.2.1 (siehe die dreifachpunktirt-gestrichelte Kurve) ist ersichtlich, daß auch Miyakes Modell die numerischen Ergebnisse nicht wiedergibt.

Lo (1986) hat die interne Grenzschicht in der abeisigen Strömung über einer winterlichen kanadischen Polynya ebenfalls mit einem Prandtl-Kolmogoroff-Modell berechnet. Leider lassen sich Los Ergebnisse mit den hier vorgestellten nur schwer vergleichen, da Lo (1986) die vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht nicht explizit angibt. Allerdings ist aus den von Lo (1986) berechneten Temperaturprofilen abzuschätzen, daß die Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht in den Loschen Rechnungen mit der hier gezeigten in etwa übereinstimmt.

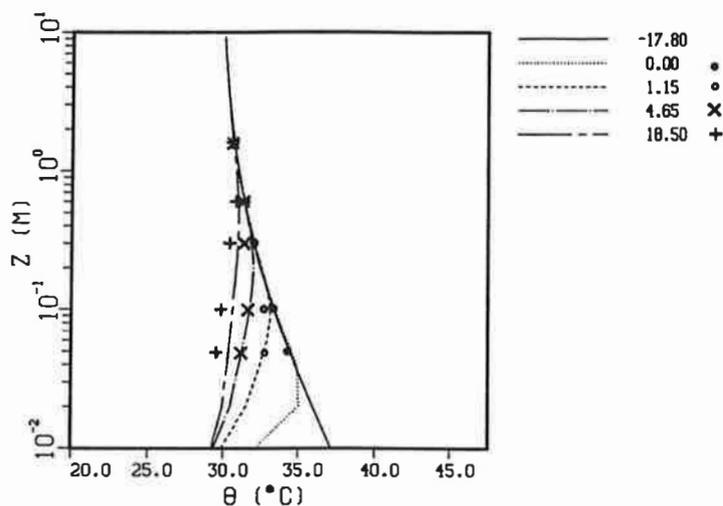
Um die berechneten Werte  $h_t$  den empirischen Daten von Andreas *et al.* (1979) gegenüberstellen zu können, ist in die Abbildung 5.2.1 die Höhe  $h_t^a(x)$  für die interne Temperaturgrenzschicht der winterlichen, abeisigen Strömung eingetragen, die nach der Gleichung 5.2.2 berechnet wurde (gepunktete Kurve). Andreas *et al.* (1979) messen eine vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht von etwa 1 bis 2.5 Metern in einer Entfernung von etwa 8 bis 20 Metern von der Eiskante. Auch die vom Modell berechnete vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht liegt in diesem Bereich. Aus ihren Daten gewinnen Andreas *et al.* (1979) folgende Formel für  $h_t^a(x)$ :

$$\frac{h_t^a}{z_{02}} = \beta \left( -\frac{z_{02}}{L_{*2}} \right) \left( \frac{x}{z_{02}} \right)^{0.4}, \quad (5.2.8)$$

wobei  $\beta$  eine Konstante ist, die von der Schichtung der Strömung stromauf von der Eiskante abhängt. Leider passen die nach dieser empirischen Formel berechnete Höhe und die vom Modell ermittelte Höhe  $h_t^a(x)$  nicht zusammen. Zum einen geben Andreas *et al.* (1979) eine erstaunlich geringe, vom Modell nicht vorhergesagte Anwachsrate  $h_t^a \sim x^{0.4}$  an. Aus der Theorie der Diffusion wird eine solche, nahezu parabolische Anwachsrate erst bei sehr großen Streichlängen, etwa  $x \geq O(\text{km})$ , erwartet (Hunt und Simpson, 1982). Zum anderen stimmen auch die Zahlenwerte zwischen berechnetem und gemessenem  $h_t^a$  nicht überein. Mit  $z_{0, \text{wasser}} = 10^{-4} \text{m}$  und  $L_{*2}(x = 10\text{m}) \simeq -1\text{m}$  ergibt sich aus der Gleichung 5.2.8  $h_t^a(x = 10\text{m}) \simeq 0.4\text{m}$ . Aus persönlichen Gesprächen mit E. L. Andreas ist dem Autor bekannt, daß die Meßdaten von Andreas *et al.* (1979) durchaus eine Anwachsrate  $h_t^a(x) \sim x^{0.8}$  zulassen. Die Meßdaten sollen erneut ausgewertet werden.

Wie bereits erwähnt, haben Rider *et al.* (1963) die Entwicklung einer Temperaturinversion verfolgt, die sich in einer Strömung ausbildet, die von einer glatten, trockenen

auf eine rauhe, feuchte und daher kühlere Fläche streicht. Die meteorologischen Randbedingungen sind in Rao *et al.* (1974) ausführlich zitiert, die Riders Experiment mit einem numerischen Modell, das eine Turbulenzschließung zweiter Ordnung enthält, erfolgreich simuliert haben. Daher wurde dieses Experiment auch mit dem im Abschnitt 3.2.3 vorgestellten Prandtl-Kolmogoroff-Modell nachgerechnet. Die Ergebnisse sind der Abbildung 5.2.2 zu entnehmen. Sie belegen, daß auch das Prandtl-Kolmogoroff-Modell die gemessenen Temperaturprofile realistisch wiedergeben kann. Vergleiche der Riderschen Daten mit Ergebnissen des Townsendschen Ähnlichkeitsmodells und des numerischen Modells von Taylor, das das Prandtlsche Mischungswegmodell als Turbulenzmodell enthält, fallen erheblich ungünstiger aus (siehe Garratt, 1990). Nur die von Dyer und Crawford (1965) weit stromab von der Oberflächenänderung ( $33\text{m} < x < 230\text{m}$ ) gemessenen Temperaturprofile lassen sich durch ein Ähnlichkeitsmodell realistisch beschreiben (Mulhearn, 1977).



**Abb.5.2.2:** Vertikalprofile der potentiellen Temperatur in einer Strömung, die von einer glatten, warmen auf eine rauhe, kühle Oberfläche strömt in verschiedenen Abständen zu beiden Seiten der Bodenänderung. Die Symbole kennzeichnen die empirischen Daten von Rider *et al.* (1963).

Vugts und Businger (1977) haben eine empirische Formel entwickelt, um die Änderung der vertikalen Temperaturprofile in einer internen Temperaturgrenzschicht zu beschreiben. Die Messungen dazu wurden am seewärtigen, flachen Nordstrand der niederländischen Insel Schiermonnikoog bei auflandigen Winden durchgeführt. In diese empiri-

sche Formel geht die vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht ein, die Vugts und Businger (1977) durch den Schnittpunkt des lokalen mit dem ungestörten vertikalen Temperaturprofil festlegen. Die Townsendsche Formel (Gleichung 5.2.6) wird an die so erhaltene Mächtigkeit der Temperaturgrenzschicht angepaßt, indem die Konstante  $2\kappa$  ( $\simeq 0.25$  bis  $0.33$ ) in dieser Formel durch den Wert  $4.34$  ersetzt wird. Die Simulation der Strömung über dem idealisierten Küstenstreifen liefert für die vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht an der Leekante des  $250$  Meter weiten Strandes  $h_t \simeq 28\text{m}$ . (Hier nicht durch Abbildungen belegt.) Ein Schnittpunkt zwischen dem vertikalen Temperaturprofil über dem Wasser und an der Leekante des Strandes ist in den Rechnungen nicht zu erkennen. Nach der von Vugts und Businger (1977) modifizierten Townsendschen Formel sollte dieser Schnittpunkt in einer Höhe von etwa  $88$  Metern liegen.<sup>II</sup> Auch die nach der Vugts und Busingerschen, empirischen Formel und die vom Modell berechneten Vertikalprofile der Temperatur passen nicht zusammen. Zur Zeit ist noch nicht geklärt an welchen Faktoren dies liegt. Sicherlich dokumentieren die in diesem Abschnitt aufgeworfenen Probleme der Verifizierbarkeit von Modellrechnungen den auch von Garratt (1990) festgestellten Mangel an vollständigen Meßdaten der nichtneutral geschichteten internen Grenzschicht.

### 5.3 Die interne Feuchtegrenzschicht

Nur wenige theoretische und experimentelle Untersuchungen der bodennahen internen Feuchtegrenzschicht liegen in der Literatur vor. Zu nennen sind hier lediglich die Experimente von Rider *et al.* (1963) und die numerische Simulation dieser Experimente durch Rao *et al.* (1974b). In der Abbildung 5.3.1 sind die Meßergebnisse von Rider *et al.* (1963) mit numerischen Ergebnisse verglichen, die mit dem im Abschnitt 3.2.3 vorgestellten Prandtl-Kolmogoroff-Modell gewonnen wurden. Die in diese Rechnungen eingehenden meteorologischen Randbedingungen sind dieselben, wie die für die im vorhergehenden Abschnitt 5.2 und in der Abbildung 5.2.2 gezeigte advektive Temperaturinversion. Genau wie die Temperaturprofile, so werden offenbar auch die vertikalen Feuchteprofile durch das Prandtl-Kolmogoroff-Modell realistisch wiedergegeben.

---

<sup>II</sup> Zu fragen bleibt, wie Vugts und Businger die so vereinbarte vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht mit den nur  $12.5$  Meter hohen, etwa  $180$  und  $400$  Meter von der Hochwasserlinie entfernten Meßmasten überhaupt bestimmen konnten.

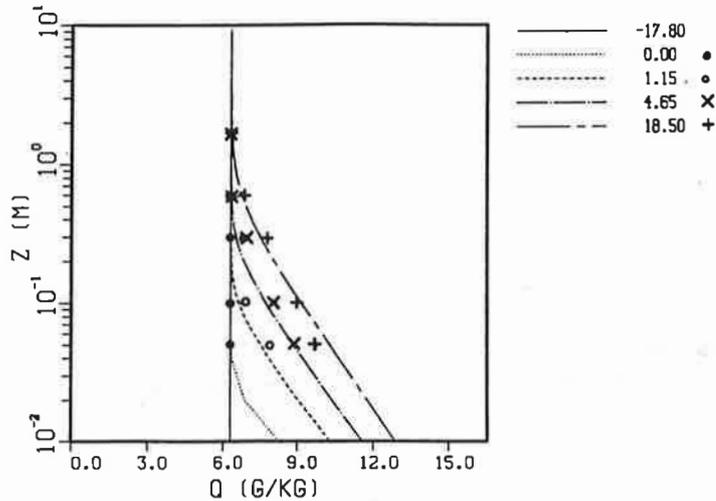
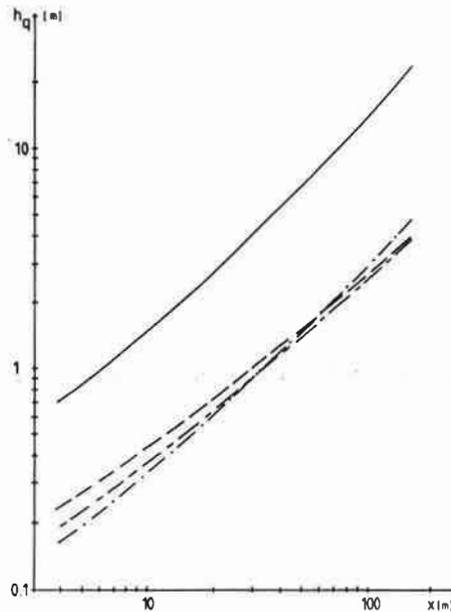


Abb.5.3.1: Vertikalprofile der spezifischen Feuchte in einer Strömung, die von einer glatten, warmen auf eine rauhe, kühle Oberfläche strömt in verschiedenen Abständen zu beiden Seiten einer Änderung der Bodeneigenschaften. Die Symbole kennzeichnen die empirischen Daten von Rider et al. (1963).

Um die vertikale Mächtigkeit der internen Temperaturgrenzschicht und Geschwindigkeitsgrenzschicht mit der Mächtigkeit der internen Feuchtegrenzschicht vergleichen zu können, erscheint es sinnvoll, sie durch die Höhe  $h_q(x)$  festzulegen, in der

$$\frac{Q(x, h_q) - Q(-\infty, h_q)}{Q(-\infty, h_q)} < 10^{-3} \quad (5.3.1)$$

gilt. (Aus der Literatur sind keine anderen Vorschläge bekannt.) In der Abbildung 5.3.2 werden die Werte  $h_q(x)$  für die bereits in den vorangegangenen Abschnitten erwähnten vier Strömungssituationen in der Eisrandzone vorgestellt. Beim Vergleich der Abbildungen 5.3.2 und 5.2.1 fällt auf, daß die vertikale Mächtigkeit der internen Temperatur- und der internen Feuchtegrenzschichten einander ähneln. Wie bei der internen Temperaturgrenzschicht, so hängt auch die Mächtigkeit der internen Feuchtegrenzschicht hauptsächlich von der Änderung des Flusses latenter Wärme an der Oberfläche ab. Daher ist die winterliche, abeisige interne Feuchtegrenzschicht erheblich mächtiger als die anderen Feuchtegrenzschichten. Auch die Feuchtegrenzschichten entwickeln, wie die Temperatur- und Geschwindigkeitsgrenzschichten, ein Nah- und Fernfeld. Ist die Luft nahezu gesättigt, wie in den winterlichen Strömungen, so zeigen  $h_q(x)$  und  $h_t(x)$  dieselbe Anwachrate; in den sommerlichen Strömungen weichen  $h_q(x)$  und  $h_t(x)$  ein wenig voneinander ab.



**Abb.5.3.2:** Vertikale Mächtigkeit interner Feuchtgrenzsichten in der winterlichen, abeisigen Strömung (ausgezogene Kurve), der winterlichen, aufeisigen Strömung (gestrichelte Kurve), der sommerlichen, abeisigen Strömung (strichpunktierte Kurve) und der sommerlichen aufeisigen Strömung (strichlinierte Kurve).

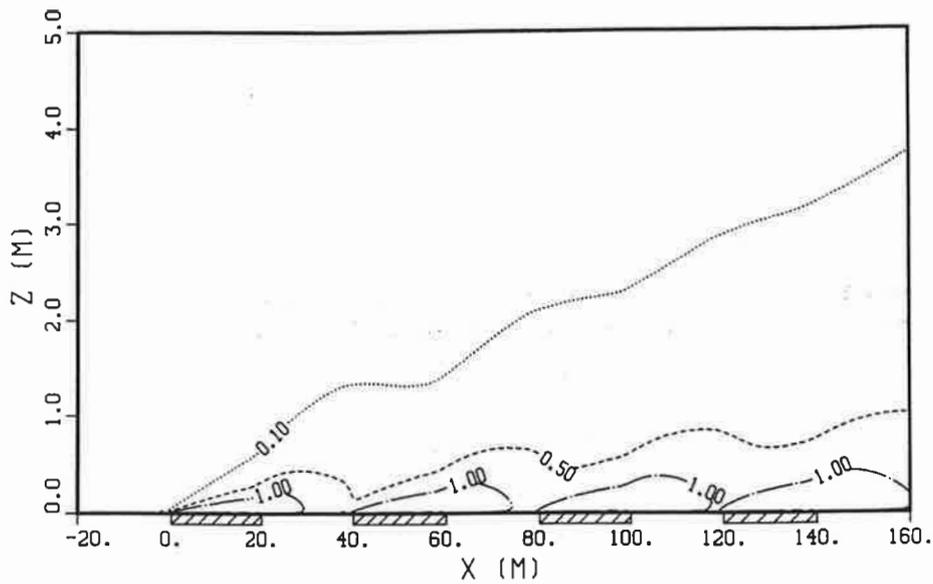
#### 5.4 Mehrfache interne Grenzschichten

Im Abschnitt 4.5.2 wurde bereits erwähnt, daß bei mehrfachen Änderungen der Bodeneigenschaften die von diesen Änderungen ausgehenden internen Grenzschichten in hinreichend großen Höhen gewissermaßen verschmelzen. Hier wird nun an dem Beispiel interner Grenzschichten über einem Ensemble von regelmäßig angeordneten Eis- und Wasserstreifen in der Eisrandzone die Verschmelzung der internen Grenzschichten näher untersucht.

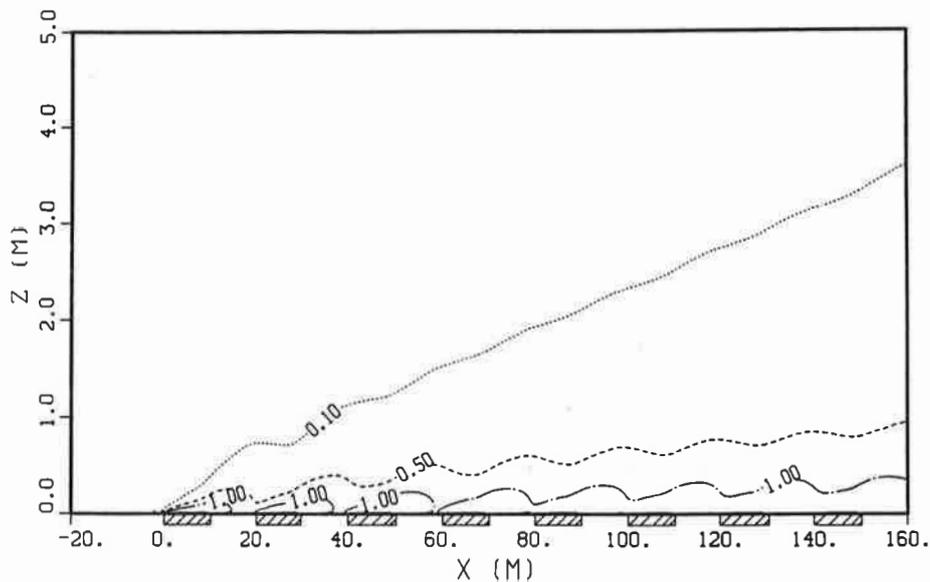
In der Abbildung 5.4.1a sind die Isolinien der prozentualen, relativen Feuchtedifferenz zwischen lokaler und ungestörter spezifischer Feuchte weit stromauf von der ersten Eiskante, also

$$\frac{Q(x, z) - Q(-\infty, z)}{Q(-\infty, z)} \times 100 = const \quad ,$$

dargestellt. Diese internen Feuchtgrenzsichten entwickeln sich in der sommerlichen, abeisigen Strömung, die vom Eisinneren kommend auf regelmäßig angeordnete, jeweils 20 Meter breite Eis- und Wasserstreifen trifft.



**Abb.5.4.1a:** Isolinien der prozentualen, relativen Differenz zwischen lokaler spezifischer Feuchte und ungestörter Feuchte in der sommerlichen, abeisigen Strömung. Die schraffierten Streifen kennzeichnen die Wasserflächen.



**Abb.5.4.1b:** Wie Abbildung 5.4.1a, jedoch mit schmalere Eis- und Wasserstreifen.

Die Lage der Wasserstreifen ist durch die schraffierten Flächen an der Abszisse gekennzeichnet. Die Isolinien der 1%-Differenz sind geschlossen, die der 0.1%-Differenz ist leicht wellenförmig, wobei die Amplitude dieser Welle offenbar mit der Höhe abnimmt. Ein ähnliches Bild ergibt sich, wenn die Luft unter sonst gleichen Bedingungen

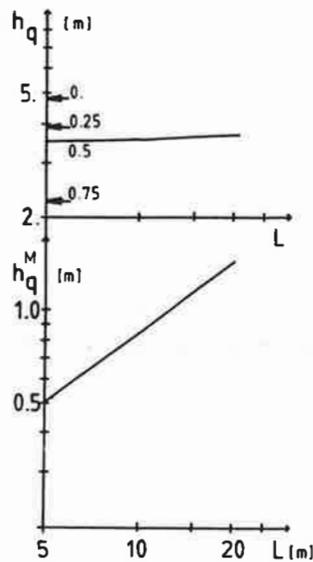
über schmalere Eis- und Wasserflächen streicht (siehe Abbildung 5.4.1b). Im letzteren Fall verschmelzen sogar die Isolinien der 1%-Differenz in hinreichend großem Abstand von der ersten Eiskante. Auch die Amplitude der 0.1%-Isolinie - die ja gleichzeitig die vertikale Mächtigkeit der internen Feuchtegrenzschicht kennzeichnet - nimmt rascher mit der Höhe ab, als in dem in der Abbildung 5.4.1a gezeigten Fall. Die Vermutung liegt nahe, daß sich eine "Verschmelzungshöhe" festlegen läßt, unterhalb der die horizontale Variabilität der Bodeneigenschaften sich deutlich in der Strömung bemerkbar macht, oberhalb der sich aber eine "einhüllende" interne Grenzschicht entwickelt, die im wesentlichen nur von der über eine größere Fläche gemittelten Änderung der Bodeneigenschaften abhängt.

Um diese Vermutung zu stützen, wird in jeder Höhe über dem Boden die horizontale Varianz der bodennahen Strömung betrachtet. (Allerdings wird in diesem Beispiel die Strömung nur zwischen  $x = 60$  m und  $x = 160$  m betrachtet, da sonst, bei Berücksichtigung der gesamten Streichlänge, die horizontale Varianz hauptsächlich durch die starke horizontale Variabilität der Strömung in der Nähe der ersten Eiskante bestimmt ist.) Die Verschmelzungshöhe  $h_c^M$  der Geschwindigkeit ( $c = u$ ), der Temperatur ( $c = t$ ) oder der Feuchte ( $c = q$ ) wird dann als die Höhe definiert, in der die Standardabweichung der betreffenden Größe  $c$  normiert mit ihrer maximalen Änderung  $C$  am Boden kleiner als ein bestimmter Schwellenwert  $\epsilon_c$  wird, also:

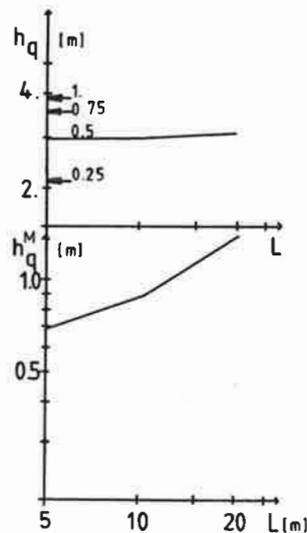
$$\frac{\sigma_C(h_c^M)}{\Delta C} \leq \epsilon_c \quad (5.4.1)$$

( $\Delta C$  wird natürlich nur für Temperatur und Feuchte berechnet; für  $c = u$  wird  $\Delta U = U(-\infty, H)$  gesetzt.) Für die Festlegung der Schwellenwerte  $\epsilon_c$  kann, ähnlich wie bei der Definition der vertikalen Mächtigkeit einer internen Grenzschicht, keine allgemeingültige Regel angegeben werden. In dem vorliegenden Beispiel der Strömung über der Eisrandzone wird  $\epsilon_q = \epsilon_t = 0.001$  und  $\epsilon_u = 0.01$  gewählt.

Die Verschmelzungshöhen wurden für die vier verschiedenen Strömungssituationen in der Eisrandzone berechnet, wobei jeweils verschieden breite Eis- und Wasserstreifen vorgegeben wurden. Die Verschmelzungshöhen in der sommerlichen, abeisigen und aufeisigen Strömung sind in den Abbildungen 5.4.2a und 5.4.2b dargestellt.  $L_x$  gibt die Streichlänge an, innerhalb der sich die Oberfläche ändert. (Im Falle 20 Meter breiter Eis- und Wasserfläche gilt  $L_x = 20$ m.) In der sommerlichen, abeisigen Strömung wächst  $h_q^M$  etwa proportional zu  $L_x^{0.75}$  (siehe Abbildung 5.4.2a).



**Abb.5.4.2a:** Verschmelzungshöhe  $h_q^M$  der internen Feuchtgrenzschicht (unterer Teil der Abbildung) und vertikale Mächtigkeit  $h_q$  der Feuchtgrenzschicht an der Stelle  $x = 160\text{m}$  (von der ersten Eiskante gerechnet) (oberer Teil der Abbildung) als Funktion der Breite  $L_x$  der Eis- und Wasserstreifen in der sommerlichen abeisigen Strömung.



**Abb.5.4.2b:** Wie Abbildung 5.4.2a, jedoch für die sommerlichen, aufeisige Strömung.

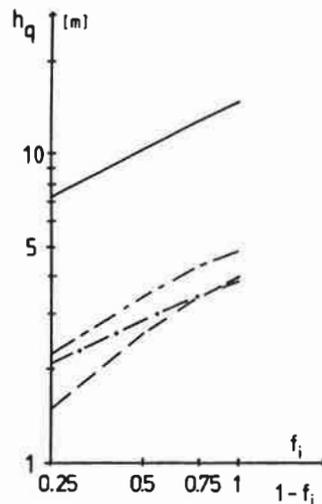
Die Verschmelzungshöhe in der sommerlichen aufeisigen Strömung ist, insbesondere bei kleinen  $L_x$ , größer als in der abeisigen. Der gleiche Unterschied kann auch in den winterlichen auf- und abeisigen Strömungen gefunden werden. Das bedeutet, daß die aufeisigen

Strömungen gerade bei kleinen  $L_x$  in Bodennähe eine größere horizontale Varianz aufweisen als die abeisigen. Dies liegt vermutlich an der bereits erwähnten Asymmetrie der Rauigkeitsübergänge: die Strömung gleicht sich rascher an eine Oberfläche an, die rauher ist als die in der Anströmung, als an eine, die glatter ist. Die Verschmelzungshöhe hängt auch von der Schichtung der Strömung und deren Änderung ab. So ist  $h_q^M$  in der winterlichen abeisigen Strömung größer als in der sommerlichen, aufeisigen. Die Verschmelzungshöhe der internen Temperaturgrenzschichten ist genauso groß wie der der internen Feuchtegrenzschichten, die der internen Geschwindigkeitsgrenzschichten einige Zentimeter kleiner - dies hängt natürlich auch von der Wahl der Schwellenwerte  $\epsilon_c$  ab. Mit dieser Einschränkung gilt als Daumenregel für die Abhängigkeit der Verschmelzungshöhe von der charakteristischen Länge  $L_x$ :  $h_c^M/L_x \sim 1/20$  bis  $1/10$ .

Die Verschmelzungshöhe und die im Abschnitt 4.5.2 definierten Blendhöhe sind etwa gleich groß. In der Tat entspricht die hier vorgestellte Verschmelzungshöhe der Wieringaschen Blendhöhe. Der Unterschied zwischen dem Begriff der Verschmelzungshöhe und dem von Mason (1988) und Claussen (1990) entworfenen Konzept der Blendhöhe besteht darin, daß zur Bestimmung der Blendhöhe neben der horizontalen Variabilität der bodennahen Strömung zusätzlich die Abweichung der Strömung vom Gleichgewicht mit der lokalen Oberfläche festgestellt werden muß. Die Verschmelzungshöhe wurde lediglich eingeführt, um eine anschauliche Maßzahl für die Höhe bereitzustellen, in der die einzelnen internen Grenzschichten in der Strömung nicht mehr erkennbar sind, sozusagen verschmelzen. Das von Mason (1988) und Claussen (1990) entwickelte Konzept der Blendhöhe ist hingegen ein wichtiger Baustein, um die Flächenmittel der Bodenwärme- und -impulsflüsse in einer inhomogenen Strömung abschätzen zu können.

Oberhalb der Verschmelzungshöhe entwickelt sich eine einhüllende interne Grenzschicht, die nicht mehr von der horizontalen Variabilität der Bodeneigenschaften, also von  $L_x$ , abhängt, sondern nur von der Änderung der Bodenflüsse im Mittel über eine größere Fläche. Um dies zu spezifizieren, werden die Werte  $h_q$ ,  $h_t$  und  $h_U$  der internen Grenzschichten an der Stelle  $x = 160\text{m}$  in den verschiedenen Strömungen über der Eisrandzone miteinander verglichen. Die Stelle  $x = 160\text{m}$  wird deshalb gewählt, weil hier  $h_q$ ,  $h_t$  und  $h_U$  deutlich über den Verschmelzungshöhen liegen. In der Tat zeigen die Abbildungen 5.4.2a und b (oberer Abschnitt der Abbildungen), daß die Höhe  $h_q$  in der sommerlichen, auf- und abeisigen Strömung bei Eisbedeckungen von 50% - Eis- und Wasserstreifen sind gleich breit - kaum von  $L_x$  abhängt. Das gleiche gilt auch für die anderen Strömungsverhältnisse und ebenso für  $h_t(x = 160\text{m})$  und  $h_U(x = 160\text{m})$ . Die

Abhängigkeit der Höhe  $h_q(x = 160\text{m})$  von der Eisbedeckung  $f_i$  und damit von dem Fluß latenter Wärme im Mittel über  $0\text{m} \leq x \leq 160\text{m}$  ist erheblich stärker als von  $L_x$ . Dies wird auch durch die Abbildung 5.4.3 belegt. Dieser Abbildung ist zu entnehmen, daß in etwa  $h_q(x = 160\text{m}, f_i) \sim f_i^{0.5 \rightarrow 0.7}$  gilt; jedoch ist weder für  $h_q$  noch für  $h_t$  und  $h_U$  ein einfaches Gesetz aus den numerischen Simulationen zu gewinnen. Daher muß es zunächst bei der qualitativen Aussage bleiben: Die Mächtigkeit der einhüllenden internen Grenzschicht hängt kaum von der horizontalen Variabilität der Bodenflüsse, sondern von deren Mittel über eine größere Fläche ab.<sup>‡</sup>

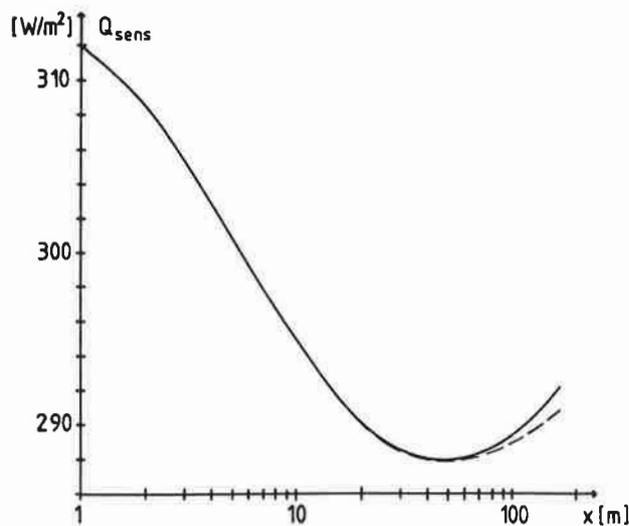


**Abb.5.4.3:** Vertikale Mächtigkeit  $h_q$  der Feuchtegrenzschicht an der Stelle  $x = 160\text{m}$  (von der ersten Eiskante gerechnet) als Funktion der Eisbedeckung  $f_i$  im Falle aufeisiger Strömungen und  $(1 - f_i)$  im Falle abeisiger Strömungen. Ausgezogene Kurve: winterliche, abeisige Strömung; gestrichelte Kurve: winterliche, aufeisige Strömung; strichlierte Kurve: sommerliche, abeisige Strömung; strichpunktierte Kurve: sommerliche, aufeisige Strömung.

<sup>‡</sup> Eine ähnliche Aussage gilt auch für Strömungen über unendlich vielen Eis- und Wasserstreifen, die in numerischen Modellen durch die Vorgabe periodischer Randbedingungen simuliert werden können. Allerdings bildet sich in einer solchen Strömung keine einhüllende interne Grenzschicht aus, sondern die Struktur der gesamten Grenzschicht der Atmosphäre oberhalb der Verschmelzungshöhe wird durch die mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse bestimmt.

## 5.5 Die inhomogenen Wärmeflüsse

Dieser Abschnitt ist in zwei Teile gegliedert. Zunächst wird der Wärmefluß an der Oberfläche stromab von einer einfachen Änderung der Bodeneigenschaft betrachtet, so dann an einer Oberfläche mit mehrfachen Änderungen der Rauigkeit und thermischen Parameter des Bodens. Wieder dient die Strömung über der Eisrandzone als Anschauungsbeispiel.



**Abb.5.5.1:** Turbulenter Fluß fühlbarer Wärme an der Wasseroberfläche stromab von einer Eiskante (die bei  $x = 0\text{m}$  liegt) in der winterlichen, abeisigen Strömung. Ausgezogene Kurve: Rechnung mit der einfachen Mischungsweglänge  $l_m$ ; gestrichelte Kurve: mit der Blackadarschen Mischungsweglänge  $l_m^B$ .

In der winterlichen, abeisigen Strömung wächst der turbulente Fluß fühlbarer Wärme an der Oberfläche von wenigen  $\text{W}/\text{m}^2$  über dem Eis auf einige hundert  $\text{W}/\text{m}^2$  über dem Wasser. Mit zunehmender Entfernung von der Eiskante wird der Fluß wieder deutlich schwächer, da die kräftigen Temperaturgegensätze zwischen der kalten Luft und dem relativ warmen Wasser durch die turbulente Diffusion abgebaut werden. In hinreichend großen Entfernungen von der Eiskante nimmt der Wärmefluß wieder zu (siehe Abbildung 5.5.1). Offensichtlich ist auch im turbulenten Wärmefluß an der Oberfläche das Nah- und das Fernfeld der internen Grenzschichten zu erkennen. Gleiches gilt für den turbulenten Fluß latenter Wärme. Lo (1986) erhält ein ähnliches Ergebnis, ebenso Weisman (1975), der allerdings den Wiederanstieg des Wärmeflusses für unrealistisch hält

und auf das unrealistische Anwachsen der Mischungsweglänge und die damit verbundene unrealistisch starke turbulente Vermischung im Fernfeld der internen Grenzschicht zurückführt. Die ausgezogene Kurve in der Abbildung 5.5.1 wurde in der Tat mit der einfachen Mischungsweglänge  $l_m$  (Gleichung 3.2.1.2) durchgeführt. Die gestrichelte Kurve in derselben Abbildung zeigt die gleiche Rechnung jedoch mit der Blackadar-schen Mischungsweglänge  $l_m^B$  (Gleichung 3.2.8.2), deren Wert in dem gezeigten Beispiel auf maximal 30 Meter begrenzt ist. Zu erkennen ist, daß das Wiederaanwachsen des Wärmeflusses auch bei Verwendung von  $l_m^B$  noch vorhanden ist, wenn auch schwächer ausgeprägt als in der Rechnung mit  $l_m$ . Leider sind keine Meßdaten bekannt, die diese Rechnungen zu überprüfen gestatten.

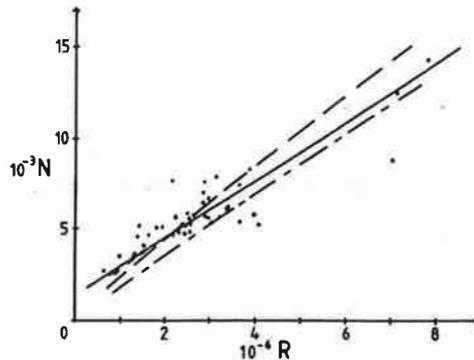
Messungen des Flusses fühlbarer Wärme über offenen, wenige Meter breiten Wasserflächen in der Eisrandzone wurden von Andreas *et al.* (1979) durchgeführt. Allerdings geben Andreas *et al.* (1979) keine Punktmessungen des Wärmeflusses an, sondern Flächenmittel des Wärmeflusses über die Breite  $F$  des Wasserstreifens. Diese Ergebnisse sind in der Abbildung 5.5.2 dargestellt.  $N$  ist die mit der Breite  $F$ , der Wassertemperatur  $T_w$  und der Lufttemperatur  $T_2$  in 2 Metern Höhe gebildete Nusseltzahl

$$N = \frac{[Q_{sens}]F}{\chi_t(T_w - T_2)}$$

mit  $[Q_{sens}] = (1/F) \int_F Q_{sens} dx$ .  $R_x$  steht für die Reynoldszahl

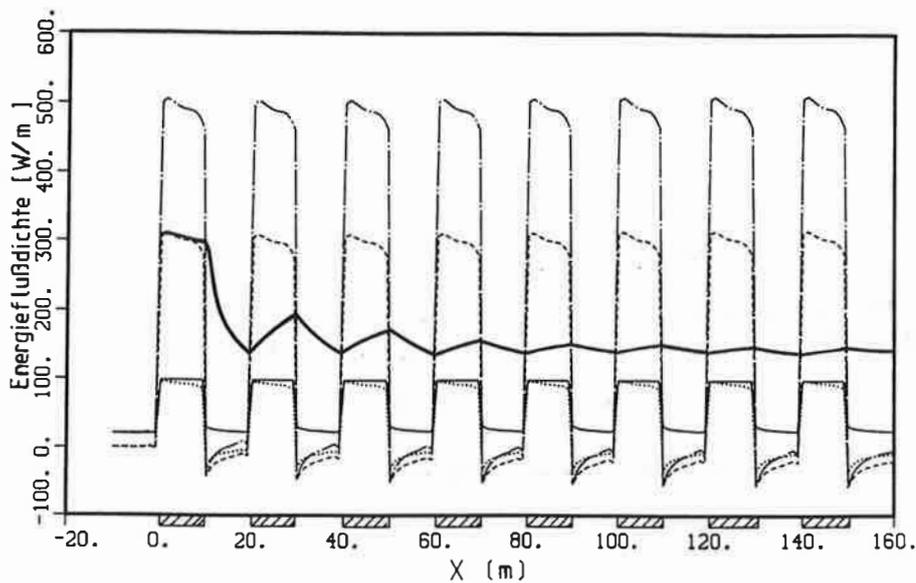
$$R_x = \frac{U_2 F}{\nu}$$

$U_2$  ist die Windgeschwindigkeit in 2 Metern Höhe. Die ausgezogene Kurve in der Abbildung 5.5.2 zeigt die lineare Regression der Meßdaten. Die gestrichelte Kurve ergibt sich aus der numerischen Simulation der winterlichen, abeisigen Strömung und die strichlinierte aus der sommerlichen, abeisigen Strömung. Die Übereinstimmung zwischen Meßdaten und berechneten mittleren Wärmeflüssen ist recht zufriedenstellend. Der Vergleich der Rechenergebnisse für die sommerliche und die winterliche, abeisige Strömung zeigt, daß die Nusseltzahl  $N$  nicht nur eine Funktion der Reynoldszahl  $R_x$  ist, sondern auch der Dichteschichtung, insbesondere der Änderung der Dichteschichtung. Dies könnte die Streuung der Meßwerte in der Abbildung 5.5.2 erklären.



**Abb.5.5.2:** Nusseltzahl  $N$  des mittleren Wärmeflusses über einem Wasserstreifen als Funktion der Reynoldszahl  $R_x$  (siehe Text). Ausgezogene Kurve: Lineare Regression der Meßdaten (die einzelnen Punkte) von Andreas et al. (1979). Gestrichelte Kurve: berechnete Nusseltzahlen für die winterliche, abeisige Strömung; strichlinierte Kurve: für die sommerliche, abeisige Strömung.

In der Abbildung 5.5.3 sind die Energieflußdichten an der Oberfläche der Eis- und Wasserflächen in der winterlichen, abeisigen Strömung als Funktion der Streichlänge aufgetragen. Die Eis- und Wasserstreifen sind jeweils 20 Meter breit. Stromauf von der ersten Eiskante bei  $x = 0\text{m}$  wird eine homogene Eisfläche angenommen. Wie zu erwarten, bilden sich über den Wasserstreifen kräftige, aufwärts gerichtete turbulente Flüsse fühlbarer und latenter Wärme (punktierte und gestrichelte Kurve), da recht kalte Luft über die relativ warmen Wasserflächen streicht. Über den Eisstreifen sind abwärtsgerichtete turbulente Wärmeflüsse erkennbar, die umso stärker werden, je weiter die Eisstreifen von der ersten Eiskante entfernt sind. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Luft über den Wasserstreifen stärker erwärmt als über den Eisschollen wieder abgekühlt wird. Der Wärmefluß in die Eisschollen hinein (strichpunktierte Kurve) führt zu einem geringfügigen Anwachsen der Eisoberflächentemperatur mit zunehmender Entfernung von der ersten Eiskante. Auch die Flüsse fühlbarer und latenter Wärme aus den offenen Wasserflächen weit stromab von der ersten Eiskante sind stärker als die in der Nähe der ersten Eiskante. Dies ist dadurch zu erklären, daß auch in einer Strömung über mehrfachen Änderungen der Bodeneigenschaften sich ein Nahfeld und ein Fernfeld der einhüllenden internen Grenzschicht entwickelt.



**Abb.5.5.3:** Energieflußdichten an Eis- und Wasseroberflächen in der winterlichen, abeisigen Strömung. Die schraffierten Streifen kennzeichnen die Wasseroberflächen. Ausgezogene Kurve: Energieflußdichte der Nettostrahlung  $Q_{rad}$ , gestrichelte Kurve: turbulenter Fluß  $Q_{sens}$  fühlbarer Wärme, punktierte Kurve: turbulenter Fluß  $Q_{lat}$  latenter Wärme, strichpunktierte Kurve: Wärmefluß  $Q_{Wasser,Eis}$  im Wasser und im Eis; Fett gezeichnete, ausgezogene Kurve: Mittelwert  $[Q_{sens}]$  des Flusses fühlbarer Wärme (Definition siehe Text Gleichung 5.5.1).

Das Bowenverhältnis über den Eisstreifen beträgt etwa  $Bo \simeq 1$ , über den Wasserflächen  $Bo \simeq 3$ . Dies stimmt mit den Angaben von Andreas *et al.* (1979) überein. Die Wärmeabgabe des Ozeans durch die offenen Wasserspalten (siehe strichpunktierte Kurve in der Abbildung 5.5.3) in der winterlichen Eisrandzone beläuft sich auf  $Q_{water} \simeq 500 \text{ W/m}^2$  bei abeisiger Strömung. Auch dieser Wert kann nach Häkkinen und Cavalieri (1989) als typisch gelten.

Die fett gezeichnete, ausgezogene Kurve in der Abbildung 5.5.3 zeigt den Mittelwert des Flusses fühlbarer Wärme über den Eis- und Wasserstreifen, also

$$[Q_{sens}](x) = \frac{1}{x} \int_0^x Q_{sens}(x') dx' \quad (5.5.1)$$

Für viele Anwendungen ist es wichtiger, diesen Mittelwert über eine vorgegebene Streichlänge zu kennen als die lokalen Werte der Wärmeflüsse. Wie ein solcher Mittelwert aus der bodennahen Strömung über einer inhomogenen Oberfläche berechnet werden kann, wird im folgenden Kapitel 6 beschrieben.

## 6. Zur Parameterisierung subskaliger turbulenter Transporte

Numerische Strömungsmodelle benötigen eine Parameterisierung sogenannter subskaliger Transporte. Dies sind Transporte, die durch Bewegungen hervorgerufen werden, deren charakteristische räumliche Ausdehnung kleiner ist, als die Gittermaschenweite eines Modells, so daß eine Wechselwirkung zwischen den subskaligen und den größerskaligen, vom Modell nicht aufgelösten Bewegungen nicht mehr direkt beschrieben werden kann. Bisher beruhen Parameterisierungsschemata subskaliger Transporte in der bodennahen Atmosphäre auf Ähnlichkeitstheorien und Skalierungsgesetzen, die für eine horizontal homogene, stationäre, bodennahe Strömung gültig sind. Diese Ansätze können nicht mehr angewandt werden, wenn das Verhältnis von vertikaler Maschenweite  $\Delta Z$  der bodennächsten Gitterzellen zur charakteristischen Länge  $L_x$ , auf der sich die Bodenbeschaffenheit ändert, erheblich größer als  $\Delta Z/L_x \sim 1/100$  ist, oder wenn gar die horizontale Maschenweite  $\Delta X$  größer als  $L_x$  wird. In beiden Fällen kann die Strömung innerhalb der bodennächsten Gitterzellen nicht mehr durch eine Gleichgewichtströmung beschrieben werden. Außerdem ist zu berücksichtigen, daß die Luftbewegungen, die an den Oberflächeninhomogenitäten entstehen, unter Umständen in einer völlig anderen Art und Weise als die turbulenten Bewegungen Impuls und Energie transportieren. Um die turbulenten und die an Oberflächeninhomogenitäten entstehenden Bewegungen begrifflich einfach zu unterscheiden, wird im folgenden von "mikro-" und "mesoturbulenten" Bewegungen gesprochen.\* Wie die Begriffe Mikro- und Mesoturbulenz definiert werden können, wie sich Mikro- und Mesoturbulenz unterscheiden beziehungsweise voneinander abhängen, wird im folgenden Abschnitt 6.1 erläutert.

In diesem Kapitel 6 werden zwei Aspekte der Parameterisierung subskaliger Transporte behandelt. Zum einen wird untersucht, wie die über die Maschenweite  $\Delta X$  gemittelten Flüsse an einer inhomogenen Oberfläche unter Berücksichtigung der Mesoturbulenz abgeschätzt werden können. Diese Untersuchung beruht im wesentlichen auf den Arbeiten von Wieringa (1986), Mahrt (1987), Mason (1988) und Claussen (1990, 1991b). Zweitens werden die mit den mesoturbulenten Bewegungen verbundenen Flüsse und Flußdivergenzen von Impuls, Masse und Energie betrachtet. Hierzu werden die Arbeiten von Mahrt (1987) und Claussen (1989b) zitiert.

---

\* Der Begriff "Mesoturbulenz" stammt von Frau I. Bischoff-Gauss und F. Wippermann, Darmstadt, und wurde von F. Wippermann während eines Seminars über mesoskaligen Modelle der Atmosphäre in Oberpfaffenhofen (1987) vorgestellt.

## 6.1 Mikro- und mesoturbulente Transporte

In einem numerischen Strömungsmodell läßt sich jeder Erwartungswert - im allgemeinen Fall ein Ensemblemittel oder wie im Fall der in diesem Aufsatz betrachteten stationären Strömung ein Zeitmittel - in

$$U(x, y, z) = \{U\} + U^+(x, y, z) \quad , \quad (6.1.1)$$

also einen durch die geschweiften Klammern {...} gekennzeichneten Gittermittelwert und die durch den hochgestellten Index + markierte subskalige Abweichung vom Mittelwert aufspalten. Die letztere Größe  $U^+$  wird im folgenden als mesoturbulente Komponente bezeichnet. Sie umfaßt Bewegungen auf einer Längenskala, die größer ist als die etwa durch die Mischungsweglänge gegebene Skala der Mikroturbulenz aber kleiner als die Maschenweite des numerischen Gitters. Der Gittermittelwert und mesoturbulente Komponente einer Größe sind also numerische Kunstprodukte, die von der Auflösung des numerischen Gitternetzes abhängen. Der Gittermittelwert wird über festen Volumina, also durch

$$\{U\} = \frac{1}{\Delta X \Delta Y \Delta Z} \int_{\Delta X} \int_{\Delta Y} \int_{\Delta Z} U \, dz dy dx \quad ,$$

berechnet. Dieser auch als "control-volume"-Mittel bezeichnete Volumenmittelwert erfüllt im Gegensatz zum kontinuierlichen Volumenmittel (Wyngaard, 1982) die Gleichungen

$$\{\{U\}\{U\}\} = \{U\}\{U\}$$

und

$$\{\{U\}U^+\} = 0 \quad .$$

Mit diesen Beziehungen ergibt sich für der Bilanzgleichungen der Gittermittelwerte, dargestellt am Beispiel der zweidimensionalen, mittleren Horizontalströmung:

$$\begin{aligned} \{U\} \frac{\partial \{U\}}{\partial x} + \{W\} \frac{\partial \{U\}}{\partial z} + \left\{ \frac{\partial U^+ U^+}{\partial x} \right\} + \left\{ \frac{\partial U^+ W^+}{\partial z} \right\} \\ + \left\{ \frac{\partial \overline{uu}}{\partial x} \right\} + \left\{ \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right\} = - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \{P\}}{\partial x} \quad . \end{aligned} \quad (6.1.2)$$

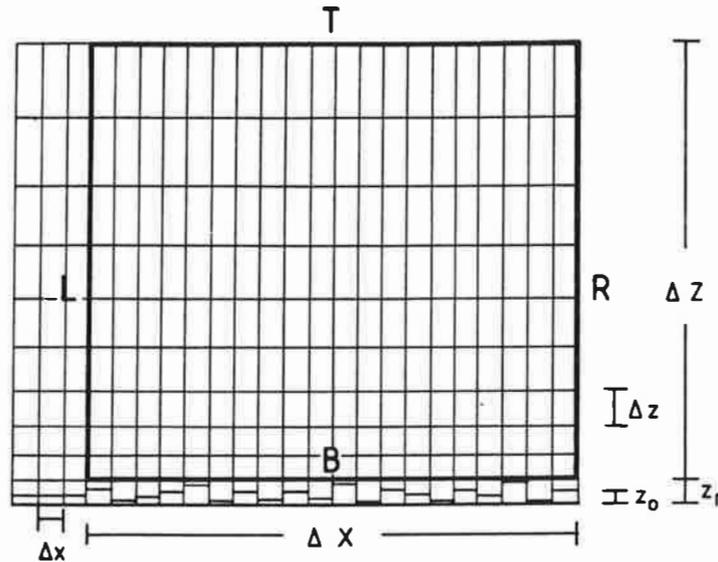
Wie bereits im Abschnitt 3.3 erwähnt, werden bei der Diskretisierung der Bewegungsgleichungen nach dem "control-volume approach" nur die konservativen Größen als Gittermittelwert belassen, während die advektiven und diffusiven Flüsse als Flächenintegral

über die Ränder einer Gitterzelle berechnet werden. Für die mesoturbulenten Flußdivergenzen folgt nach dieser Methode:

$$\left\{ \frac{\partial U^+ W^+}{\partial z} \right\} = \frac{1}{\Delta Z} ([U^+ W^+]_T - [U^+ W^+]_B) \quad (6.1.3a)$$

$$\left\{ \frac{\partial U^+ W^+}{\partial x} \right\} = \frac{1}{\Delta X} (\langle U^+ W^+ \rangle_R - \langle U^+ W^+ \rangle_L) \quad (6.1.3b)$$

Die Klammern  $\langle \dots \rangle_R$  bezeichnen einen Mittelwert über die rechte Seite einer gedachten größerskaligen, bodennächsten Gitterzelle mit den Kantenlängen  $\Delta X$ ,  $\Delta Z$ , und  $\langle \dots \rangle_L$  über die linke Seite. Entsprechend ist  $[\dots]_T$  der Mittelwert über die Oberkante und  $[\dots]_B$  über die Unter- oder Bodenkante dieser Gitterzelle, wie in der Abbildung 6.1.1 schematisch dargestellt.



**Abb.6.1.1:** Schematische Darstellung einer gedachten größerskaligen, bodennächsten Gitterzelle. Die dünnen Linien kennzeichnen das Gitternetz des feinmaschigen, mikroskaligen Modells, mit dem die Strömung innerhalb der größerskaligen Gitterzelle berechnet wird.

Im Abschnitt 6.5 werden Berechnungen der mesoturbulenten Flüsse vorgestellt. Mit einem feinmaschigen, mikroskaligen Modell werden die mesoturbulenten Bewegungen bestimmt, die durch die Wechselwirkung der Strömung mit den (vom feinmaschigen Modell aufgelösten) Änderungen der Bodeneigenschaften hervorgerufen werden. Durch Mittelung der mesoturbulenten Komponenten der Strömung über mehrere Gitterzellen des feinmaschigen Gitternetzes, die zusammen eine Gitterzelle eines gedachten größerskaligen Modells bilden, ergeben sich die mesoturbulenten Flüsse und Flußdivergenzen.

Die Einbettung des feinmaschigen Gitters in die gedachte, gröberskalige Gitterzelle ist in der Abbildung 6.1.1 veranschaulicht.

Für die mikroturbulenten Flußdivergenzen gilt genau das gleiche wie für die mesoturbulenten, also:

$$\left\{ \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right\} = \frac{1}{\Delta Z} ([\overline{uw}]_T - [\overline{uw}]_B) \quad (6.1.4a)$$

$$\left\{ \frac{\partial \overline{uw}}{\partial x} \right\} = \frac{1}{\Delta X} (\langle \overline{uw} \rangle_R - \langle \overline{uw} \rangle_L) \quad (6.1.4b)$$

Auch die mikroturbulenten Flüsse werden über die Flächen einer Gitterzelle gemittelt und enthalten demnach subskalige Änderungen der mikroturbulenten Flüsse. Also auch die gemittelten mikroturbulenten Flüsse sind von der Größe der Gitterzellen nicht unabhängig. Dies bedeutet, daß die gemittelten, mikroturbulenten Flüsse nicht in der gleichen Weise von den Gittermittelwerten der Zustandsgrößen abhängen, wie die lokalen, mikroturbulenten Flüsse von den lokalen Erwartungswerten der Zustandsgrößen. Dies wird am Beispiel der Parameterisierung des Impulsflusses an der Erdoberfläche deutlich.

Der lokale Impulsfluß am Boden wird häufig durch einen Ansatz der Form

$$-\overline{uw}(x, z_r) = C_m(x, z)U^2(x, z) \quad (6.1.5)$$

berechnet. Der Impulsfluß im Mittel über die Bodenfläche einer gedachten gröberskaligen Gitterzelle in unmittelbarer Bodennähe ergibt sich gemäß Gleichung 6.1.1 zu

$$[-\overline{uw}]_B = \{C_m\}\{U\}^2 + \{C_m\}\{U^+U^+\} + 2\{U\}\{C_m^+U^+\} + \{C_m^+U^+U^+\} \quad (6.1.6)$$

Die letzten drei Terme auf der rechten Seite der Gleichung 6.1.6 enthalten mesoturbulente Bewegungskomponenten, sind also ein Maß dafür, wie stark der gemittelte, mikroturbulente Fluß von der Mesoturbulenz mitbestimmt wird. Die Gleichung 6.1.6 zeigt damit, daß Mikro- und Mesoturbulenz nicht vollständig voneinander unabhängig sind. Die einzelnen Terme der Gleichung 6.1.6 hat Claussen (1990) für verschiedene Strömungskonfigurationen berechnet und festgestellt, daß der Term  $\{C_m\}\{U\}^2$  bei weitem der größte ist, aber die übrigen Terme, insbesondere  $\{U\}\{C_m^+U^+\}$ , dagegen nicht vernachlässigbar klein sind. Die Berechnung des mittleren Impulsflusses am Boden nur durch den ersten Term auf der rechten Seite der Gleichung 6.1.6, also durch  $\{C_m\}\{U\}^2$ , ergab einen Fehler von etwa +10% bis +70%, der Impulsfluß wurde also stets überschätzt.

Claussen (1990) schlägt vor, einen "effektiven" Austauschkoefizienten durch

$$[-\overline{uw}]_B = \hat{C}_m \{U\}^2 \quad (6.1.7)$$

zu definieren. Der "effektive" Austauschkoefizient birgt die einem größerskaligen Modell unbekanntes mesoturbulentes Komponenten des gemittelten, mikroturbulentes Flusses. Wie der effektive Austauschkoefizient - nicht nur für Impuls, sondern auch für passive Stoffe und Temperatur - zu berechnen ist, wird in den folgenden drei Abschnitten untersucht.

## 6.2 Die effektive Rauigkeit

Die Parameterisierung des effektiven Impulstransferkoefizienten und die Bestimmung einer effektiven Rauigkeitslänge sind eng miteinander verknüpft. In der horizontal homogenen, bodennahen Strömung ist der lokale Impulstransferkoefizient durch

$$C_m(z) = \frac{-\overline{uw}(z_r)}{U^2(z)} = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z}{z_0}} \right)^2 \quad (6.2.1)$$

gegeben und somit der effektive Impulstransferkoefizient durch

$$\hat{C}_m(z_p) = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{z_0}} \right)^2, \quad (6.2.2)$$

wobei der Übersicht wegen die Größe

$$\ln \frac{z_p}{z_0} = \int_{z_0}^{\Delta Z} \ln \frac{z'}{z_0} dz' \quad (6.2.3)$$

eingeführt wird. Mahrt (1987) bemerkt, daß einer der Fehler bei der Parameterisierung flächengemittelter Flüsse darin besteht, daß die Parameter, die den Fluß bestimmen, also in diesem Fall die Rauigkeitslänge  $z_0$ , einfach durch ihren Mittelwert, also hier durch  $[z_0]$ , ersetzt werden. In dem vorliegenden Fall hieße dies, den effektiven Transferkoefizienten durch

$$\hat{C}_{m,1} = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{[z_0]}} \right)^2 \quad (6.2.4)$$

zu parameterisieren. Ob dieser naive Ansatz tatsächlich zu erheblichen Fehlern in der Abschätzung eines mittleren Impulsflusses führt, wird zu zeigen sein.

Taylor schlägt vor, die effektive Rauzigkeit aus dem Mittelwert des Logarithmusses der Rauzigkeitslänge, also aus

$$\ln z_{0,tay} = [\ln z_0] \quad (6.2.5)$$

zu berechnen. Dieser Ansatz beruht auf der Überlegung, daß in einer Strömung, die sich stets im Gleichgewicht mit der lokalen Oberfläche befindet,

$$\begin{aligned} \{U\} &= \frac{1}{\kappa} ([u_*] \ln z_p - [u_*] \ln z_0) = \frac{1}{\kappa} ([u_*] \ln z_p - [u_*] \ln \tilde{z}_{0,tay}) \\ &\simeq \frac{1}{\kappa} ([u_*] \ln z_p - [u_*] \ln z_0) = \frac{1}{\kappa} ([u_*] \ln z_p - [u_*] \ln z_{0,tay}) \end{aligned} \quad (6.2.6)$$

gilt.  $z_{0,tay}$  ist demnach nur die Näherung für

$$\ln \tilde{z}_{0,tay} = \frac{[u_* \ln z_0]}{[u_*]}. \quad (6.2.7)$$

$z_{0,tay}$  und  $\tilde{z}_{0,tay}$  unterscheiden sich laut Taylor (1987) im allgemeinen nur wenig. Für den effektiven Impulstransferkoeffizienten folgt mit der Gleichung 6.2.6 und der oft hinreichend gut erfüllten Annahme  $[u_*]^2/[u_*^2] \simeq 1$

$$\hat{C}_{m,2} \simeq \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{z_{0,tay}}} \right)^2. \quad (6.2.8)$$

Die Taylorsche effektive Rauzigkeitslänge  $z_{0,tay}$  beziehungsweise  $\tilde{z}_{0,tay}$  ist offenbar so formuliert, daß die mittlere Geschwindigkeit  $\{U\}$  richtig wiedergegeben wird. Wieringa (1986) wählt einen anderen Weg, indem er fordert, die effektive Rauzigkeitslänge solle so bestimmt werden, daß der mittlere Impulsfluß am Boden genau berechnet werden kann. Dazu schlägt Wieringa (1986) vor, den Impulsfluß von der sogenannten Blendhöhe aus zu ermitteln, der Höhe also, in der die Strömung nicht mehr auf die einzelnen Rauzigkeitssprünge, sondern bereits auf die Änderungen der Rauzigkeit im Mittel über eine größere Fläche reagiert. Wieringa stellt allerdings keine Regel zur Berechnung der Blendhöhe bereit. Mason (1988) hingegen legt die Blendhöhe durch die Bedingung fest, daß die Strömung in der Blendhöhe nahezu horizontal homogen sein und zugleich sich näherungsweise im Gleichgewicht mit der lokalen Oberfläche befinden solle. Mason berechnet die Blendhöhe aus einem heuristischen Modell. Claussen (1990) folgt Masons Vorschlag, ermittelt die Blendhöhe jedoch nach dem Prinzip der Fehlerminimierung aus numerischen Simulationen. Dies wurde bereits im Abschnitt 4.5.2 erläutert.

Wird der Impulsfluß am Boden von der nach Mason definierten Blendhöhe aus berechnet, so ergibt sich

$$[-(\overline{uw})]_B = \sum_i f_i (-\overline{uw})_i = \kappa^2 U^2 (l_b) \sum_i \frac{f_i}{(\ln \frac{l_b}{z_0^*})^2}. \quad (6.2.9)$$

$f_i$  ist die prozentuale Bedeckung der Oberfläche mit Flächen der Rauigkeitslänge  $z_0^i$ . (Die Gleichung 6.2.9 kann natürlich auch als Definition der Blendhöhe  $l_b$  aufgefaßt werden.) Aus der Gleichung 6.2.9 läßt sich eine effektive Rauigkeit  $z_{0e}$  mittels

$$\frac{1}{\left(\ln \frac{l_b}{z_{0e}}\right)^2} = \sum_i \frac{f_i}{\left(\ln \frac{l_b}{z_0^i}\right)^2} \quad (6.2.10)$$

ableiten. In einem größerskaligen Modell ist die Größe  $U(l_b)$  nicht bekannt. Unter der Annahme, daß auch der Mittelwert  $\{U\}(z_p)$  ein logarithmisches Vertikalprofil ausbildet, so daß  $U(l_b)/\{U\} \simeq \ln(l_b/z_{0e})/\ln(z_p/z_{0e})$  gilt, folgt schließlich

$$[-(\overline{uw})]_B = \kappa^2 \{U\}^2 \frac{\left(\ln \frac{l_b}{z_{0e}}\right)^2}{\left(\ln \frac{z_p}{z_{0e}}\right)^2} \sum_i \frac{f_i}{\left(\ln \frac{l_b}{z_0^i}\right)^2} = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}} \{U\} \right)^2 \quad (6.2.11)$$

und damit als Parameterisierung des effektiven Transferkoeffizienten

$$\hat{C}_{m,3} = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}} \right)^2 \quad (6.2.12)$$

Der Vollständigkeit halber soll ein vierter Ansatz zur Parameterisierung des effektiven Transferkoeffizienten von André und Bondin (1986) nicht unerwähnt bleiben. André und Bondin (1986) leiten ihren Ansatz aus der Annahme ab, daß die Strömung am Oberrand der bodennächsten Gitterzellen nahezu horizontal homogen ist - unabhängig von Strömungskonfiguration und der jeweiligen vertikalen Mächtigkeit der Gitterzellen. Diese im allgemeinen unrealistische Annahme führt dazu, daß die von André und Blondin formulierte effektive Rauigkeitslänge eine Funktion der vertikalen Mächtigkeit der Gitterzellen ist und nicht allein, wie die bisher vorgestellten effektiven Rauigkeitslängen, nur von der Oberflächenbeschaffenheit abhängt. (Die Abhängigkeit der effektiven Rauigkeitslängen von der horizontalen Maschenweite ist implizit eine Abhängigkeit von der Oberflächenbeschaffenheit, da innerhalb verschieden großer Gitterzellen sich auch die Oberflächenbeschaffenheit ändert.)

Claussen (1990) formuliert André und Blondins Modell neu, indem er davon ausgeht, daß die Strömung in der Blendhöhe nahezu horizontal homogen wird. Claussen berechnet die mittlere Schubspannungsgeschwindigkeit  $[u_*]$  jedoch nicht wie André und Blondin von der Höhe  $z = \Delta Z$ , sondern von der Blendhöhe aus, so daß sich

$$\frac{1}{\ln \frac{l_b}{z_{0a}}} = \left[ \frac{1}{\ln \frac{l_b}{z_0}} \right] \quad (6.2.13)$$

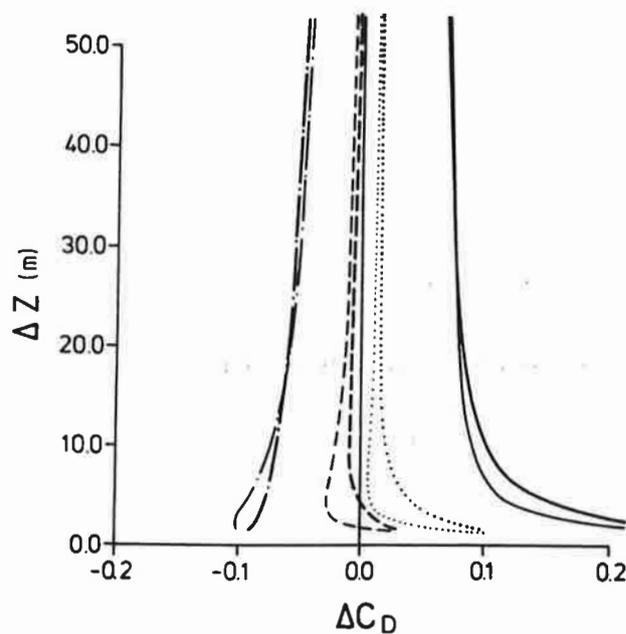
ergibt. Unter der Annahme  $[u_*]^2 \simeq [u_*^2]$  folgt

$$\hat{C}_{m,4} = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{z_{0a}}} \right)^2 \quad (6.2.14)$$

als viertes Modell des effektiven Transferkoeffizienten.

Claussen (1990) ermittelt die relativen Fehler der vier Parameterisierungsansätze  $\hat{C}_{m,i}$  ( $i=1,2,3,4$ ) für verschiedene Strömungskonfigurationen. Aus den verschiedenen Beispielen werden hier nur die Ergebnisse für die Strömung über Oberflächen mit zufällig variierender Rauigkeitslänge herausgegriffen. Die mit *WV*, *UN1* und *UN2* bezeichneten Rauigkeitsensembles wurden bereits im Abschnitt 4.5.2 vorgestellt (siehe auch Abbildung 4.5.2.1). Als Rauigkeitslänge stromauf von einer Rauigkeitsänderung wird stets  $z_0 = z_{0,ta}$  gewählt. Die gedachte, größerskalige Gitterzelle erstreckt sich horizontal über das gesamte, fünf Kilometer weite Strömungsgebiet mit Ausnahme der homogenen Anlaufstrecke stromauf vom ersten Rauigkeitssprung. Die Blendhöhe wird nach der Gleichung 4.5.2.2a berechnet. Die Rauigkeitslänge und charakteristische Längenskala, die in die Berechnung der Blendhöhe eingehen, werden nur grob abgeschätzt mit  $z_0 \simeq [z_0]$  und  $L_x \simeq 450\text{m}$ . Claussen weist daraufhin, daß die berechneten effektiven Transferkoeffizienten recht unempfindlich auf Änderungen der Rauigkeitslänge und der Längenskala, also letztlich der Blendhöhe, reagieren. Dies gilt nicht allgemein. Im Abschnitt 6.3 werden Beispiele angeführt, in denen eine genaue Angabe der Blendhöhe erforderlich ist.

Die Abbildung 6.2.1 zeigt, daß  $\hat{C}_{m,1}$  den effektiven Transferkoeffizienten und damit den mittleren Impulsfluß am Boden überschätzt, während  $\hat{C}_{m,2}$  ihn unterschätzt.  $\hat{C}_{m,3}$  und  $\hat{C}_{m,4}$  liefern gleich gute Berechnungen. Claussen (1990) zeigt, daß dies auch für Strömungen über anderen Oberflächen wie einfachen Rauigkeitsstufen, isolierten oder regelmäßig angeordneten Rauigkeitsstreifen gilt nur mit der Ausnahme, daß die Fehler der Modelle  $\hat{C}_{m,1}$  und  $\hat{C}_{m,2}$  dort erheblich größer sind. Die Fehler der Modelle  $\hat{C}_{m,3}$  und  $\hat{C}_{m,4}$  bleiben stets innerhalb  $\pm 10\%$ . Dies ist ein recht kleiner Fehler, wenn man bedenkt, daß die experimentelle Bestimmung einer Rauigkeitslänge oft recht ungenau ist. Wird die Rauigkeitslänge bei  $z_0 \sim O(0.1\text{m})$  nur um einen Faktor 2 beziehungsweise 1/2 verschätzt, beträgt der Fehler des Transferkoeffizienten bereits  $\pm 30\%$  (siehe auch Garratt, 1977).



**Abb.6.2.1:** Relative Differenz zwischen parameterisierten und von einem feinmaschigen Modell berechneten, effektiven Impulstransferkoeffizienten

$$\Delta C_D = \frac{\hat{C}_{m,i} - \hat{C}_m}{\hat{C}_m}$$

als Funktion der vertikalen Mächtigkeit einer gedachten, größerskaligen Gitterzelle unmittelbar über dem Boden. Ausgezogene Kurven: Modell  $i = 1$ , strichpunktierte Kurven:  $i = 2$ , gepunktete Kurven:  $i = 3$ , gestrichelte Kurven:  $i = 4$ . Dick gezeichnete Kurven: Rauigkeitsensemble UN1, dünn gezeichnete: WV. Die Ergebnisse für das Ensemble UN2 ähneln denen für UN1 und werden deshalb nicht gezeigt.

Die von Jensen (1978) aufgestellte Vermutung, daß aufgrund der verschieden raschen Angleichung des Impulsflusses an raue und glatte Oberflächen der mittlere Impulsfluß kleiner sein müsse als das Mittel der Gleichgewichtsflüsse, wird hier widerlegt. Offensichtlich unterschätzt das Modell  $\hat{C}_{m,2}$ , das auf der Annahme beruht, die Strömung befinde sich stets im Gleichgewicht mit der Oberfläche, den mittleren Impulsfluß. Dies wird auch von Mason (1988) bestätigt.

Zum Schluß dieses Abschnittes sei noch ein praktischer Hinweis gegeben. Claussen (1990) stellt fest, daß der mittlere Impulsfluß genauer abgeschätzt werden kann, wenn Rauigkeitsänderungen, deren Entfernung voneinander größer ist als die horizontale Maschenweite eines Modells, nicht als skalige Rauigkeitsänderungen behandelt werden, sondern das Gitternetz so gelegt wird, daß subskalige Rauigkeitsänderungen entstehen. Letzteres erhöht auch die Genauigkeit numerischer Advektionsschemata.

### 6.3 Die effektiven Bodenwiderstände

Der turbulente Transport passiver, nichtreaktiver Luftbeimengungen hängt, wie im Abschnitt 4.6 erläutert, nicht nur von der aerodynamischen Rauigkeit ab, sondern auch von dem Widerstand  $r_b$  der viskosen Unterschicht und dem Widerstand  $r_s$  einer Oberfläche gegen die Aufnahme einer Luftbeimengung. Der turbulente Stofftransferkoeffizient  $C_s$ , die Rauigkeitslänge  $z_{0s}$  und die Widerstände  $r_b$ ,  $r_s$  sind in einer neutral geschichteten, horizontal homogenen Strömung durch

$$C_s(z) = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z}{z_0} \left( \ln \frac{z}{z_0} + \ln \frac{z_0}{z_{0s}} + \kappa u_* r_s \right)} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z}{z_0} \left( \ln \frac{z}{z_0} + \kappa u_* r_b + \kappa u_* r_s \right)} \quad (6.3.1)$$

miteinander verknüpft (siehe auch Gleichungen 4.6.1 bis 4.6.4).

Zunächst wird davon ausgegangen, daß der Bodenwiderstand  $r_s$  vernachlässigbar klein ist. In Analogie zum effektiven Impulstransferkoeffizienten definiert Claussen (1990) einen effektiven Stofftransferkoeffizienten, für den vier Parameterisierungsmodelle, analog zu denen des effektiven Impulstransferkoeffizienten, vorgestellt werden:

$$\hat{C}_{s,1} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{[z_0]} \ln \frac{z_p}{[z_{0s}]}} \quad , \quad (6.3.2)$$

$$\hat{C}_{s,2} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{z_{0, \text{tay}}} \ln \frac{z_p}{z_{0s, \text{tay}}}} \quad (6.3.3a)$$

mit

$$\ln z_{0s, \text{tay}} = [\ln z_{0s}] \quad , \quad (6.3.3b)$$

$$\hat{C}_{s,3} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{z_{0e}} \ln \frac{z_p}{z_{0se}}} \quad (6.3.4a)$$

mit

$$\frac{1}{\ln \frac{l_d}{z_{0e}} \ln \frac{l_d}{z_{0se}}} = \left[ \frac{1}{\ln \frac{l_d}{z_0} \ln \frac{l_d}{z_{0s}}} \right] \quad (6.3.4b)$$

und

$$\hat{C}_{s,4} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{z_{0a}} \ln \frac{z_p}{z_{0sa}}} \quad (6.3.5a)$$

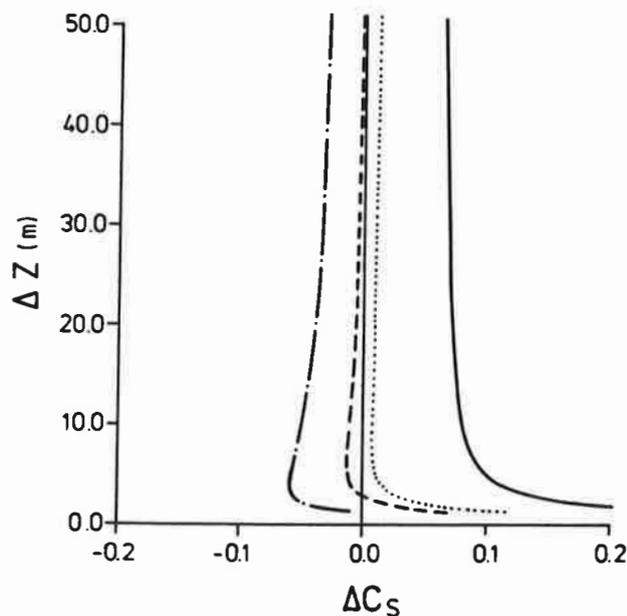
mit

$$\frac{1}{\ln \frac{l_d}{z_{0sa}}} = \left[ \frac{1}{\ln \frac{l_d}{z_{0s}}} \right] \quad . \quad (6.3.5b)$$

Claussen (1990) erwähnt, daß sich auch eine Blendhöhe für die Stoffkonzentration  $S(x, z)$  finden läßt, die in etwa so groß ist wie die für die mittlere Geschwindigkeit

$U(x, z)$ . Daher wird zur Berechnung der effektiven Rauigkeitslängen der Stoffkonzentration auch für die Blendhöhe der Stoffkonzentration einfach  $l_d$  eingesetzt. Diese Näherung gilt nicht für Strömungen über Oberflächen mit überwiegend hohen Bodenwiderständen.

Die Abbildung 6.3.1 zeigt, daß, insbesondere die Modelle  $\hat{C}_{s,3}$  und  $\hat{C}_{s,4}$ , den effektiven Stofftransferkoeffizienten gut wiedergeben. Die in der Abbildung 6.3.1 dargestellten Ergebnisse beziehen sich auf die Strömung über dem Ensemble WV mit den zusätzlichen Randbedingungen  $\ln(z_0/z_{0s}) = 2.3$  (siehe Gleichung 2.4.6a und Anmerkung im Abschnitt 4.6) sowie  $r_s = 0 \text{ sm}^{-1}$ .



**Abb.6.3.1:** Relative Differenz zwischen parameterisierten und von einem feinmaschigen Modell berechneten, effektiven Stofftransferkoeffizienten

$$\Delta C_s = \frac{\hat{C}_{s,i} - \hat{C}_s}{\hat{C}_s}$$

als Funktion der vertikalen Mächtigkeit einer gedachten, größerskaligen Gitterzelle unmittelbar über dem Boden. Ausgezogene Kurven: Modell  $i = 1$ , strichpunktierte Kurven:  $i = 2$ , gepunktete Kurven:  $i = 3$ , gestrichelte Kurven:  $i = 4$ . Die Ergebnisse beziehen sich auf das Rauigkeitsensemble WV mit der zusätzlichen Bedingungen  $\ln(z_0/z_{0s}) = 2.3$  und  $r_s = 0$ .

Die Parameterisierung des effektiven Stofftransferkoeffizienten bereitet offenbar keine Probleme, wenn  $\ln(z_0/z_{0s})$  stets konstant bleibt. Über Oberflächen mit schroffen Rauigkeitselementen hängt  $\ln(z_0/z_{0s})$  jedoch von der lokalen Reibungsreynoldszahl  $Re_*$

ab, die einem größerskaligen Modell im allgemeinen nicht bekannt ist. Hierzu schlägt Claussen (1990) vor, im Ansatz

$$\hat{C}_{s,4} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{z_{0a}} \ln \frac{z_p}{z_{0sa}}} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{z_{0a}} \left( \ln \frac{z_p}{z_{0a}} + \ln \frac{z_{0a}}{z_{0sa}} \right)} \quad (6.3.6)$$

$\ln(z_{0a}/z_{0sa})$  durch

$$\ln \frac{z_{0a}}{z_{0sa}} = \kappa \left( 7.3 \left( \frac{\hat{u}_* z_{0a}}{\nu} \right)^{1/4} \left[ Sc^{1/2} \right] - 5 \right) \quad (6.3.7a)$$

mit

$$\hat{u}_* = \frac{\kappa}{\ln \frac{z_p}{z_{0a}}} \{U\} \quad (6.3.7b)$$

zu ersetzen. Der gleiche Ansatz gilt auch für  $\hat{C}_{s,3}$  und  $z_{0se}$ , die sehr ähnliche Ergebnisse wie  $\hat{C}_{s,4}$  und  $z_{0sa}$  liefern. (Die Modelle  $i = 1, 2$  werden nicht weiter betrachtet, da sie zu ungenau sind.) Claussen (1990) zeigt, daß die Fehler dieser eher "geratenen" als abgeleiteten Parameterisierung (Gleichung 6.3.7a,b) für die Strömungen über den Ensemble *WV*, *UN1*, *UN2*, in denen die Reibungsreynoldszahl im Bereich von  $0.2 < Re_* < 1000$  liegt, die Grenze  $\pm 5\%$  nicht überschreiten. Claussen (1990) erwähnt, daß auch im Fall  $\ln(z_0/z_{0s}) = const$  die effektive Rauigkeitslänge  $z_{0sa}$  oder  $z_{0se}$  einfach aus  $\ln(z_{0a}/z_{0sa}) = const$  beziehungsweise

$$\ln(z_{0e}/z_{0se}) = const \quad (6.3.8)$$

ermittelt werden kann. Daß sich die effektive Rauigkeitslänge der Stoffkonzentration und damit der effektive Widerstand der viskosen Unterschicht so einfach abschätzen läßt, liegt vermutlich daran, daß der Widerstand der viskosen Unterschicht gegenüber den anderen beiden Widerständen relativ unbedeutend ist. Die Fehler in der Parameterisierung des effektiven viskosen Widerstandes wirken sich daher nicht so sehr auf die Genauigkeit der Abschätzung der mittleren Stoffflüsse aus wie Fehler in den Parameterisierungen der anderen Widerstände.

Den effektiven Bodenwiderstand zu berechnen, führt auf besondere Schwierigkeiten. Wieder muß zur Berechnung des mittleren Stoffflusses die lokale Schubspannungsgeschwindigkeit bekannt sein. Claussen (1990) weist nach, daß in manchen Fällen der pragmatische Ansatz

$$\hat{C}_{s,4} = \frac{\kappa^2}{\ln \frac{z_p}{z_{0a}} \left( \ln \frac{z_p}{z_{0a}} + \ln \frac{z_{0a}}{z_{0sa}} + \kappa \hat{u}_* r_{se} \right)} \quad (6.3.9a)$$

mit

$$r_{se} = \left[ \frac{1}{r_s} \right]^{-1} \quad (6.3.9b)$$

hinreichend genaue Stoffflüsse liefert. In Strömungen über Oberflächen mit überwiegend hohem Bodenwiderstand  $r_s \geq 1000 \text{ s/m}^{-1}$  steigt jedoch der Fehler der einfachen Parameterisierung kräftig an. Ein weiteres Problem, einen geeigneten Ansatz für den effektiven Bodenwiderstand zu finden, besteht darin, daß der Bodenwiderstand im allgemeinen kein von der jeweiligen Strömungssituation unabhängiger Bodenparameter ist, wie etwa - mit gewissen Einschränkungen - die Bodenrauhigkeit. So ist der Bodenwiderstand der Vegetation eine bestandsspezifische Größe, die unter anderem von der solaren Einstrahlung, dem Wasserdampfdefizit und der Lufttemperatur abhängt. Im folgenden Abschnitt 6.4 werden weitere Lösungsvorschläge zu diesem Problemkreis vorgestellt.

#### 6.4 Die mittleren Bodenwärmeflüsse

Wood und Mason (1990) schlagen vor, auch den mittleren Bodenwärmefluß von der Blendhöhe aus zu bestimmen. Sie berechnen die lokale Oberflächentemperatur als Funktion eines vorgegebenen turbulenten Flusses fühlbarer Wärme und einer Rauheitslänge  $z_{0t}$  des Temperaturprofils. Daher definieren Wood und Mason auch die effektive Rauheitslänge  $z_{0te}$  so, daß sie eine genaue Abschätzung der mittleren Oberflächentemperatur erhalten.

Dieses Verfahren kann nicht allgemein anwendbar sein. Denn im allgemeinen stellt sich der Fluß fühlbarer Wärme an einer Oberfläche so ein, daß die Bilanzgleichung der Energieflußdichten erfüllt ist. Der Fluß fühlbarer Wärme und ebenso die Oberflächentemperatur werden nicht nur durch die Rauheitslänge des Temperaturprofils bestimmt, sondern auch durch die Verdunstung, den Nettostrahlungstransport und den Bodenwärmestrom, also letztlich durch die optischen und thermischen Bodenparameter, die Bodenfeuchte und die pflanzenspezifische Verdunstungsfähigkeit. Sollten die mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse über effektive Rauheitslängen ermittelt werden, so müßten in ähnlicher Weise effektive optische und thermische Parameter festgelegt werden. Im vorangegangenen Abschnitt 6.3 wurde erwähnt, daß jedoch bereits die Berechnung eines effektiven Bodenwiderstandes in einer neutral geschichteten Strömung auf Schwierigkeiten führt. Wird der Bodenwärmestrom in verschiedenen Böden durch

verschiedene Prozesse angetrieben - im Erdreich spielen die molekulare Diffusion, im Wasser daneben auch die Advektion und sekundäre Zirkulationen, wie die thermohaline Zirkulation, eine große Rolle -, so dürfte auch die Berechnung einer effektiven thermischen Trägheit kaum möglich sein.

Eine weitere Komplikation bei der Berechnung mittlerer Flüsse als Funktion der mittleren Strömung ergibt sich durch die Nichtlinearität der Beziehung zwischen den Vertikalprofilen der mittleren Zustandsgrößen und den turbulenten Flüssen. Es ist durchaus möglich, daß im Mittel über ein größeres Gebiet die Temperatur mit der Höhe zunimmt und gleichzeitig der Wärmefluß aufwärts, also gegen das Temperaturgefälle gerichtet ist, wenn über nur wenigen Flecken die turbulente Durchmischung durch eine lokal instabile Schichtung kräftig angeregt wird. Dieses Phänomen wird als Schmidtsches Paradoxon bezeichnet (siehe auch Lettau, 1979), das zwar ursprünglich für zeitliche Mittelung formuliert wurde, aber entsprechend auch für räumliche Mittelwertbildung gilt.

Um die eben angesprochenen Probleme zu umgehen, regt Claussen (1991b) an, die mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse direkt von der Blendhöhe aus und nicht über effektive Parameter zu bestimmen. Dazu muß die Bodenfläche einer größerskaligen Gitterzelle in verschiedene Bodentypen unterteilt und der Flächenanteil an der Oberfläche, den die verschiedenen Bodentypen einnehmen, ermittelt werden. Für jeden Bodentyp werden die Bodenwärme- und -impulsflüsse von der Blendhöhe aus berechnet. Die mittleren Flüsse lassen sich dann als mit der relativen Bedeckung gewogener Mittelwert über die Flüsse sämtlicher Bodentypen berechnen. Ist  $f_i$  der relative Anteil an der Oberfläche, den der Bodentyp 'i' einnimmt,  $\Theta_G^i$  und  $Q_G^i$  die Oberflächentemperatur und -feuchte dieses Bodentyps sowie  $\hat{C}_{d,h,q}^i$  die effektiven Transferkoeffizienten über den Flächen des Bodentyps 'i', dann ergeben sich die mittleren Bodenflüsse zu

$$[-(\overline{uw})]_B = \sum_i f_i \hat{C}_m^i \{U\}^2 \quad (6.4.1a)$$

$$[-(\overline{w\theta})]_B = \sum_i f_i \hat{C}_h^i \{U\} (\{\Theta\} - \Theta_G^i) \quad (6.4.1b)$$

$$[-(\overline{wq})]_B = \sum_i f_i \hat{C}_q^i \{U\} (\{Q\} - Q_G^i) \quad (6.4.1c)$$

In einer neutral geschichteten Strömung ist der effektive Impulstransferkoeffizient über dem Bodentyp 'i' (mit den Gleichungen 6.2.11 und 6.4.1a) durch

$$\hat{C}_m^i = \left( \frac{\kappa}{\ln \frac{z_d}{z_0} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}}{\ln \frac{z_d}{z_{0e}}}} \right)^2 \quad (6.4.2)$$

gegeben. Die effektiven Transferkoeffizienten in einer nichtneutral geschichteten Strömung könnten ebenso gut ausgerechnet werden, doch schlägt Claussen (1991b) vor, eine einfache Näherung zu suchen, statt die korrekte Formel abzuleiten.

Claussen (1991a) weist nach, daß die mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse über Oberflächen mit geringen Rauigkeitsunterschieden aber kräftigen Unterschieden der optischen und thermischen Parameter, wie zum Beispiel in der Eisrandzone, recht genau abgeschätzt werden können, ohne die Struktur der räumlich variierenden Strömung, etwa durch die Bestimmung einer Blendhöhe, zu berücksichtigen. Die effektiven Transferkoeffizienten lassen sich nach Claussen (1991a) durch

$$\hat{C}_m^{i,s} = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \frac{z_p}{z_0^i} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right) \left(\ln \frac{z_p}{z_0^i} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right)} \quad (6.4.3a)$$

$$\hat{C}_h^{i,s} = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \frac{z_p}{z_0^i} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right) \left(\ln \frac{z_p}{z_{0t}^i} - \psi_h\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right)} \quad (6.4.3b)$$

$$\hat{C}_q^{i,s} = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \frac{z_p}{z_0^i} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right) \left(\ln \frac{z_p}{z_{0q}^i} - \psi_h\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right)} \quad (6.4.3c)$$

ermitteln.  $L^i$  ist die Obukhov-Länge über den Flächen des Bodentyps 'i'. Als einfache Interpolationsformel zwischen den Transferkoeffizienten in der neutral geschichteten Strömung,  $L^i \rightarrow \pm\infty$ , und der Näherung für Oberflächen mit geringen Rauigkeitsunterschieden,  $z_0^i \simeq z_{0e}$ , findet Claussen (1991b)

$$\hat{C}_m^i = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \frac{L^i}{z_0^i} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}}{\ln \frac{L^i}{z_{0e}}} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right) \left(\ln \frac{L^i}{z_0^i} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}}{\ln \frac{L^i}{z_{0e}}} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right)} \quad (6.4.4a)$$

$$\hat{C}_h^i = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \frac{L^i}{z_0^i} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}}{\ln \frac{L^i}{z_{0e}}} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right) \left(\ln \frac{L^i}{z_{0t}^i} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0t}^i}}{\ln \frac{L^i}{z_{0t}^i}} - \psi_h\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right)} \quad (6.4.4b)$$

$$\hat{C}_q^i = \frac{\kappa^2}{\left(\ln \frac{L^i}{z_0^i} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0e}}}{\ln \frac{L^i}{z_{0e}}} - \psi_m\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right) \left(\ln \frac{L^i}{z_{0q}^i} \frac{\ln \frac{z_p}{z_{0q}^i}}{\ln \frac{L^i}{z_{0q}^i}} - \psi_h\left(\frac{z_p}{L^i}\right)\right)} \quad (6.4.4c)$$

In dieser einfachen Näherung wird der Einfluß der Schichtung auf die Blendhöhe und die effektiven Rauigkeitslängen vernachlässigt. Die Untersuchungen von Wood und Mason (1990) stützen diese vereinfachende Annahme.

Offensichtlich kommt auch Claussens (1991b) Methode zur Berechnung der mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse nicht ohne "effektive Parameter" aus - allerdings bleiben

lediglich die effektiven Rauigkeitslängen.  $z_{0te}$  und  $z_{0ge}$  werden aus den Gleichungen 6.3.7a, b und 6.3.8 berechnet.  $z_{0e}$  muß iterativ ermittelt werden und zwar aus den Gleichungen 6.2.10, also

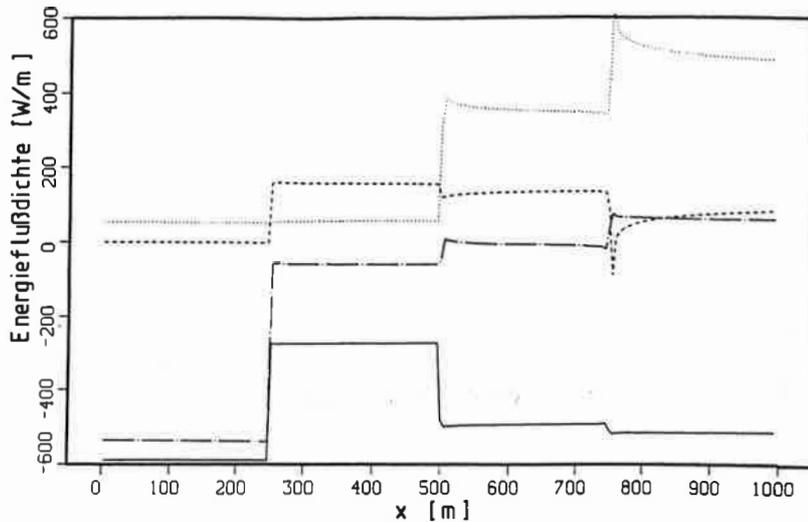
$$\frac{1}{\left(\ln \frac{l_d}{z_{0e}}\right)^2} = \sum_i \frac{f_i}{\left(\ln \frac{l_d}{z_0^*}\right)^2} \quad (6.4.5)$$

(hier wird  $l_d$  statt  $l_b$  geschrieben, um die nach Claussen (1990) und nach Mason (1988) berechnete Blendhöhe zu unterscheiden) und 4.5.2.2a

$$\frac{l_d}{L_x} \left( \ln \frac{l_d}{z_{0e}} \right) = c_1 \kappa \quad (6.4.6)$$

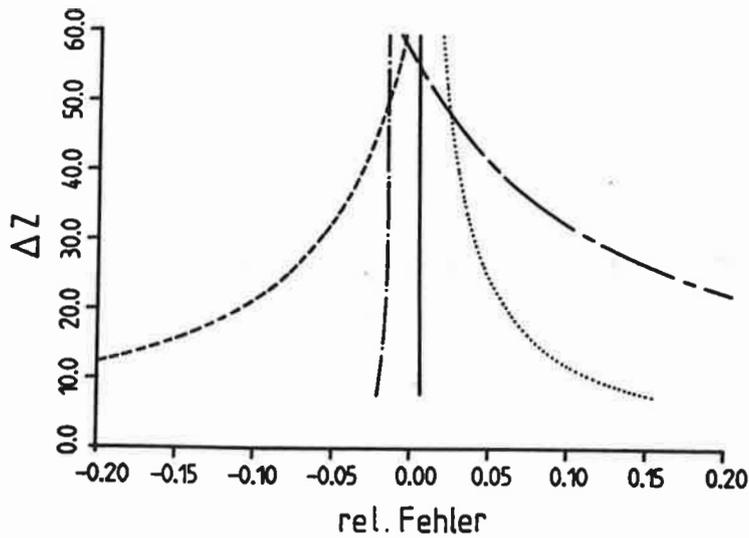
Dieses Verfahren ist erforderlich, da Claussen (1991b) feststellt, daß die mittleren Flüsse nicht in allen Strömungen unempfindlich auf Änderungen der Blendhöhe reagieren, wie dies ja für die im Abschnitt 6.2 vorgestellten Strömungen der Fall ist. Aus Berechnungen der mittleren Bodenwärme- und impulsflüsse über verschiedenen Oberflächenkonfigurationen und verschieden geschichteten Strömungen und durch Anpassung der parameterisierten Flüsse an die vom feinmaschigen Modell berechneten durch Variation der Konstanten in der Gleichung 6.4.6 findet Claussen (1991b) den Wert  $c_1 = 1.75$ . Dieser Wert liegt nahe  $c_1 = 2$ , den Claussen (1990) aus der direkten Bestimmung der Blendhöhe ermittelt hat (siehe Abschnitt 4.5.2).

Um die Brauchbarkeit des eben beschriebenen Verfahrens zu demonstrieren, werden zwei Beispiele aus der Arbeit von Claussen (1991b) zitiert. Als erstes Beispiel dient die im Kapitel 5 erwähnte und durch die Tabellen 5.1.3 und 5.1.4 näher spezifizierte Strömung über einem idealisierten Küstenstreifen. Die Abbildung 5.1.7 zeigte die internen Geschwindigkeitsgrenzsichten in dieser Strömung. Die Energieflußdichten an der Oberfläche sind in der Abbildung 6.4.1 aufgetragen. Die kräftigste Verdunstung setzt über dem Wald mit seinen vom Tau oder Regen noch benetzten Flächen ein. In anderen Beispielen, bei denen trockene Blätter angenommen werden, zeigt sich die stärkste Verdunstung über dem Gras, während die Waldfläche den kräftigsten Fluß fühlbarer Wärme liefert.

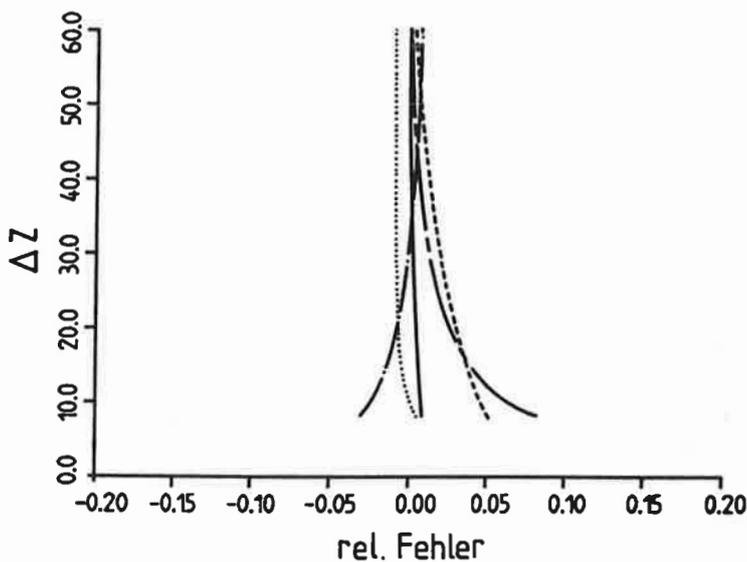


**Abb.6.4.1:** Energieflußdichten (in  $W/m^2$ ) an den Oberflächen des idealisierten Küstengebietes bestehend aus Wasser ( $0 \leq x < 250m$ ), Sand ( $250 \leq x < 500m$ ), Gras ( $500 \leq x < 750m$ ) und Wald ( $750 \leq x < 1000m$ ). Ausgezogene Kurve:  $Q_{rad}$ , gestrichelte Kurve:  $Q_{sens}$ , gepunktete Kurve:  $Q_{lat}$  und strichpunktierte Kurve:  $Q_{boden}$ .

Die gedachte gröberskalige, bodennahe Gitterzelle, für die die mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse abgeschätzt werden sollen, umfaßt den gesamten Küstenstreifen. Die vertikale Mächtigkeit dieser Gitterzelle wird von  $\Delta Z = 7.5m$ , dem zehnfachen der größten Rauheitslänge, bis  $\Delta Z = 60m$  variiert. Wird der lokalen Impuls- und Energieadvektion keine Rechnung getragen, werden die effektiven Transferkoeffizienten einfach durch  $\hat{C}_{m,h,q}^{i,s}$ , also durch die Gleichungen 6.4.3a bis c parameterisiert, dann können die Flüsse fühlbarer und latenter Wärme sowie der Impulsfluß nur sehr schlecht abgeschätzt werden (siehe Abbildung 6.4.2). Der Fehler des parameterisierten Impulsflusses steigt bis auf 80%, der des Flusses fühlbarer Wärme bis auf -40%. Die Fehler werden erheblich reduziert, wenn die horizontale Inhomogenität der Strömung berücksichtigt wird, wenn also die Flüsse mittels der effektiven Transferkoeffizienten, die durch die Gleichungen 6.4.4a bis c gegeben sind, bestimmt werden (siehe Abbildung 6.4.3). Die Blendhöhe beträgt in diesem Beispiel etwa  $l_d \simeq 29m$  und die effektive Rauheitslänge  $z_{0e} = 0.072m$ . Die Taylorsche effektive Rauheitslänge liegt mit  $z_{0,tay} = 0.006m$  erheblich unter  $z_{0e}$ . Sollte der mittlere Impulsfluß über  $z_{0,tay}$  abgeschätzt werden, ergäbe sich ein etwa um den Faktor 1/2 zu niedriger Impulsfluß. Für das Längenmaß  $L_x$  wurde  $L_x = 250m$  gewählt. Claussen (1991b) findet anhand weiterer Rechnungen, daß für  $L_x$  stets die charakteristische Länge angegeben werden sollte, mit der sich die Bodeneigenschaften im Mittel über die gröberskalige Gitterzelle ändert.

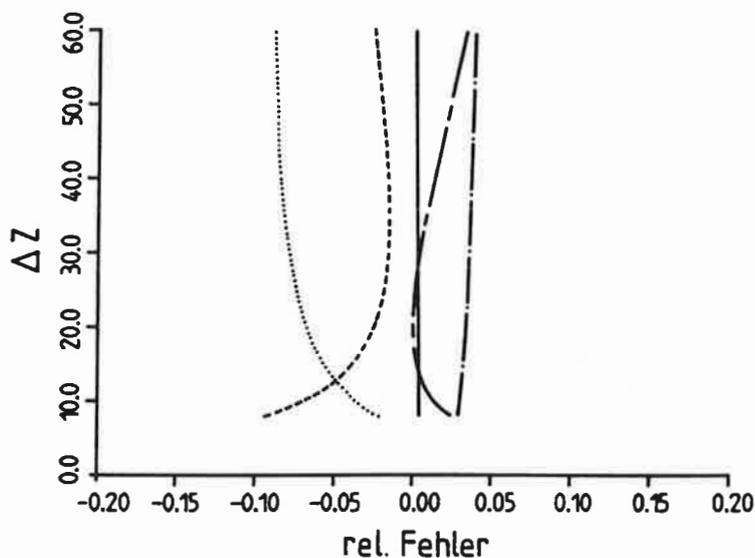


**Abb.6.4.2:** Relativer Fehler zwischen parameterisierten und vom feinmaschigen Modell berechneten mittleren Wärme- und Impulsflüssen an der Oberfläche des idealisierten Küstengebiets.  $\Delta Z$  kennzeichnet die vertikale Mächtigkeit der gedachten, größerskaligen Gitterzelle. Ausgezogene Kurve: Fehler im Nettostrahlungsfluß, gestrichelte Kurve: im Fluß fühlbarer Wärme, gepunktete Kurve: im Fluß latenter Wärme, strichpunktete Kurve: im Bodenwärmestrom und strichlinierte Kurve: im Impulsfluß. Die mittleren Flüsse wurden mit dem einfachen Modell  $\hat{C}_{m,h,q}^{i,s}$ , Gleichungen 6.4.3a-c, berechnet.



**Abb.6.4.3:** Wie Abbildung 6.4.2. Die mittleren Flüsse wurden mit dem komplexeren Modell  $\hat{C}_{m,h,q}^i$ , Gleichungen 6.4.4a-c, berechnet.

Das zweite Beispiel bezieht sich auf das Schmidtsche Paradoxon. In diesem Beispiel wird angenommen, daß die Luft von einer homogenen Grasfläche auf ein Gebiet strömt, dessen Oberfläche zu 60% aus Gras, zu 30% aus Sand und nur zu 10% aus Wald besteht. Die Bodeneigenschaften ändern sich im Mittel über das ein Kilometer weite Gebiet alle 140 Meter. (Also wird  $L_x = 140\text{m}$  gesetzt.) Die meteorologischen Randbedingungen sind in der Tabelle 6.4.1 zusammengestellt. Die Strömung ist überall stabil geschichtet, nur über der 100 Meter breiten Waldfläche wird sie lokal instabil. Im Mittel über das gesamte Gebiet ist die Strömung stabil geschichtet und die potentielle Temperatur nimmt im Mittel mit der Höhe zu. Fühlbare Wärme wird aus der Strömung zum Boden transportiert mit Ausnahme über der Waldfläche. Dort bildet sich ein relativ kräftiger, aufwärts gerichteter Transport, so daß im Mittel über das gesamte Strömungsgebiet der Fluß fühlbarer Wärme positiv wird. Selbst in diesem Beispiel werden die mittleren Flüsse durch das Modell  $\hat{C}_{m,h,q}^i$  (Gleichungen 6.4.4a-c) recht gut abgeschätzt. Der Fehler liegt innerhalb von  $\pm 5\%$ , abgesehen vom Fehler im fühlbaren und latenten Fluß, doch auch dort übersteigt er nicht  $-10\%$ . Auch das Vorzeichen der Flüsse wird richtig diagnostiziert (nicht in der Abbildung zu sehen).



**Abb.6.4.4:** Wie Abbildung 6.4.3, jedoch für eine andere Oberfläche (siehe Text) und andere meteorologische Randbedigungen (siehe Tabelle 6.4.1). Die Strömung wurde so gewählt, daß der mittlere Fluß fühlbarer Wärme positiv ist und die potentielle Temperatur im Mittel mit der Höhe zunimmt.

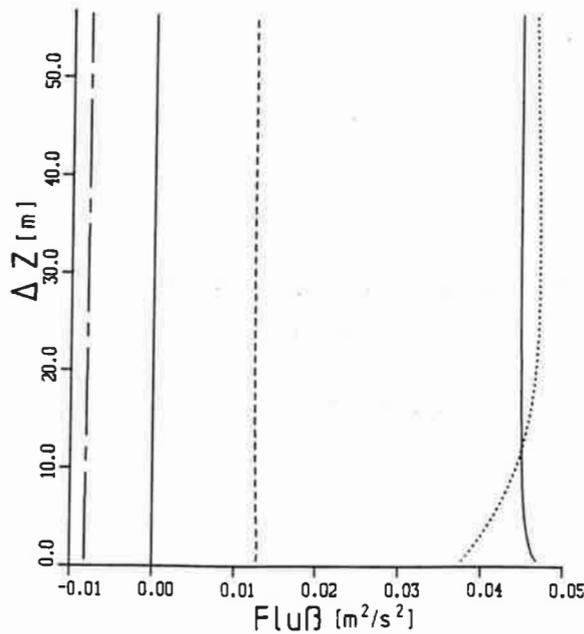
**Tabelle 6.4.1:**

Wind $U(z=4m)$	[m/s]	5.0
Temperatur $\Theta(z=4m)$	[K]	290.16
Feuchte $Q(z=4m)$	[g/kg]	10.9
Solare Strahlung $S_o$	[W/m <sup>2</sup> ]	700
Emissionsvermögen Luft $\epsilon_a$		0.8
Temperatur $T_s$ im Sand	[K]	287.16
-"- unter Gras	[K]	287.16
-"- unter Wald	[K]	295.16
relative Bodenfeuchte des Sandes		0.1
-"- unter Gras		0.1
-"- unter Wald		0.1

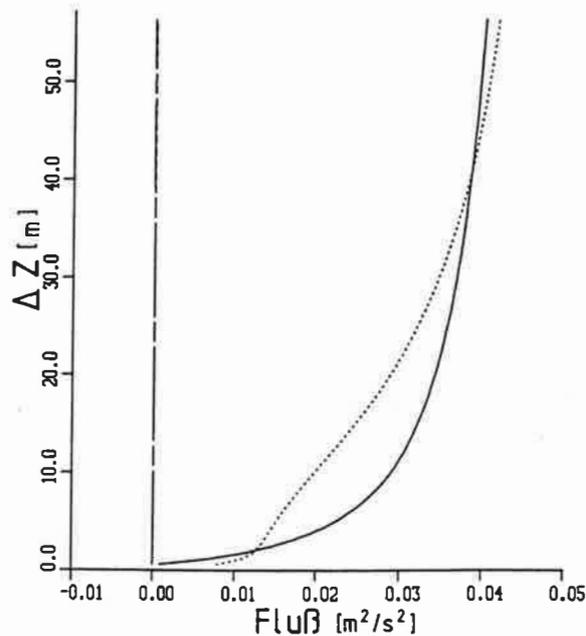
*Meteorologische Randbedingungen für die Strömung über einem Gras-Wald-Sand-Gebiet.*

Zusammenfassend betrachtet erweist sich die Methode, die mittleren Bodenflüsse über den verschiedenen Bodentypen von der Blendhöhe aus abzuschätzen, als eine bequeme Möglichkeit, die Bodenflüsse in einem gröberskaligen Modell, zum Beispiel einem mesoskaligen Modell, recht genau zu parameterisieren. Der numerische Aufwand gegenüber den herkömmlichen Verfahren steigt nur um den Faktor der vom Modell zu berücksichtigenden, verschiedenen Bodentypen. Da die Berechnung der Bodenflüsse in einem mesoskaligen Modell nur einen verschwindend kleinen Anteil an der Gesamtrechnenzeit beansprucht, ist die Kosten-Nutzen-Frage rasch beantwortet. Außer der genaueren Abschätzung der mittleren Flüsse kann zum Nutzen des Verfahrens hinzugerechnet werden, daß die Varianz der Flüsse und insbesondere der Bodentemperaturen innerhalb einer (zum Beispiel mesoskaligen) Gitterzelle ermittelt werden kann. Die von Claussen (1991b) vorgestellten Rechnungen zeigen, daß zur Berechnung der mittleren Flüsse nicht sämtliche Details der subskaligen Inhomogenität der Oberfläche bekannt sein müssen. Es ist nicht wichtig zu wissen, ob zum Beispiel der Wald stromauf oder stromab von der Grasfläche liegt und auf wie vielen Flecken die Waldfläche verteilt ist; die Angabe der relativen Bedeckung  $f_i$  und der charakteristischen Länge  $L_x$ , auf der sich die Bodeneigenschaften im Mittel ändern, genügt. Zu prüfen bleibt, ob dieser Ansatz auch auf dreidimensionale Strömungen angewendet werden kann und inwiefern in diesem Fall die Orientierung der subskaligen Flecken berücksichtigt werden muß.

## 6.5 Die mesoturbulenten Flüsse und Flußdivergenzen



**Abb.6.5.1a:** Mikroturbulente Flüsse als Funktion der vertikalen Mächtigkeit einer gedachten, größerskaligen, bodennahen Gitterzelle. Strömungskonfiguration: siehe Text. Ausgezogene Kurve:  $\langle \overline{u\overline{u}} \rangle_L$ , gepunktete Kurve:  $\langle \overline{u\overline{u}} \rangle_R$ , gestrichelte Kurve:  $[\overline{w\overline{w}}]_T$ , strichlinierte Kurve:  $[\overline{u\overline{w}}]_T$ ,  $\langle \overline{u\overline{w}} \rangle_R$  und  $\langle \overline{u\overline{w}} \rangle_L$  sind nahezu genauso groß wie  $[\overline{u\overline{w}}]_T$  und daher nicht eingezeichnet.



**Abb.6.5.1b:** Wie Abbildung 6.5.1a, jedoch für die mesoturbulenten Flüsse. Ausgezogene Kurve:  $\langle U^+U^+ \rangle_L$ , gepunktete Kurve:  $\langle U^+U^+ \rangle_R$ , strichlinierte Kurve:  $[U^+W^+]_T$ , gestrichelte Kurve:  $[W^+W^+]_T$  - direkt neben  $[U^+W^+]_T$ ,  $\langle U^+W^+ \rangle_R$  und  $\langle U^+W^+ \rangle_L$  sind vernachlässigbar klein.

In den Abbildungen 6.5.1a und b sind die mikro- und mesoturbulenten Flüsse der Strömung über dem Rauigkeitsensemble  $WV$  gegen die vertikale Mächtigkeit  $\Delta Z$  der gedachten, größerskaligen, bodennahen Gitterzelle aufgetragen. Diese Gitterzelle erstreckt sich über das gesamte, 5 Kilometer weite Strömungsgebiet des feinmaschigen Modells (wie bereits im Abschnitt 6.2 beschrieben). Folgende Punkte sind in den Abbildungen 6.5.1a und b bemerkenswert, die von Claussen (1989b) auch in anderen Strömungen über anderen Rauigkeitsensemble gefunden werden.

Die horizontalen Flüsse  $\langle \overline{uu} \rangle_L$  und  $\langle \overline{uu} \rangle_R$  sowie  $\langle U^+U^+ \rangle_L$  und  $\langle U^+U^+ \rangle_R$  überragen sämtliche anderen mikro- und mesoturbulenten Flüsse

Die Flüsse  $\langle \overline{uu} \rangle_R$  und  $\langle U^+U^+ \rangle_R$  am Auströmrund der gedachten Gitterzelle hängen im wesentlichen von der dortigen, zufälligen Rauigkeit ab, allerdings nur, falls die Gitterzelle relativ flach bleibt. Reicht die vertikale Mächtigkeit der Gitterzelle größenordnungsmäßig an die Blendhöhe, so muß der Unterschied zwischen jeweils  $\langle \overline{uu} \rangle_L$  und  $\langle \overline{uu} \rangle_R$  sowie  $\langle U^+U^+ \rangle_L$  und  $\langle U^+U^+ \rangle_R$  von der Änderung der Strömung im Integral über das gesamte Strömungsgebiet, also von der Änderung der effektiven Rauigkeitslänge herrühren.

In einer horizontal homogenen Strömung strebt der mesoturbulente Fluß  $\langle U^+U^+ \rangle$  mit zunehmender vertikaler Mächtigkeit der Gitterzelle den Wert  $\langle U^+U^+ \rangle = u_*^2/\kappa^2$  an. Im vorliegenden Beispiel haben  $\langle U^+U^+ \rangle_{L,R}$  den Wert  $u_*^2/\kappa^2 \simeq 0.05$  noch nicht erreicht.

Im Gegensatz zu seinem mikroturbulenten Gegenstück kann der mesoturbulente Impulsfluß  $[U^+W^+]_T$  sowohl positiv wie auch negativ sein,  $[U^+W^+]_T$  kann also auch Impuls von der Oberfläche in die Strömung transportieren. In dem gezeigten Beispiel ist dieser Effekt jedoch vernachlässigbar klein und daher in der Abbildung in der Abbildung 6.5.1b nicht zu sehen.

Die aus den Flüssen ermittelten Flußdivergenzen sind in den Abbildungen 6.5.2a und b dargestellt.

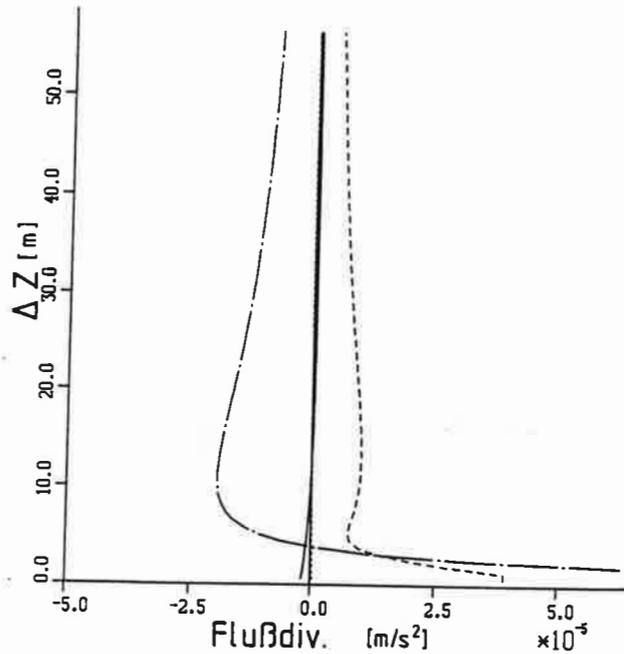


Abb.6.5.2a: Wie Abbildung 6.5.1a, jedoch für die mikroturbulenten Flußdivergenzen. Ausgezogene Kurve:  $\left\{ \frac{\partial \overline{uu}}{\partial x} \right\}$ , gepunktete Kurve:  $\left\{ \frac{\partial \overline{uw}}{\partial x} \right\}$ , gestrichelte Kurve:  $\left\{ \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right\}$ , strichpunktierte Kurve:  $\left\{ \frac{\partial \overline{ww}}{\partial z} \right\}$ .

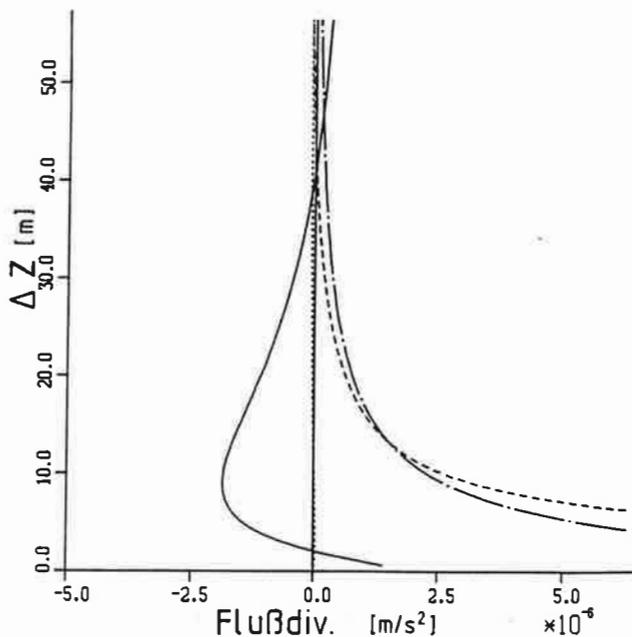


Abb.6.5.2b: Wie Abbildung 6.5.2a, jedoch für die mesoturbulenten Flußdivergenzen. Ausgezogene Kurve:  $\left\{ \frac{\partial U^+ U^+}{\partial x} \right\}$ , gepunktete Kurve:  $\left\{ \frac{\partial U^+ W^+}{\partial x} \right\}$ , gestrichelte Kurve:  $\left\{ \frac{\partial U^+ W^+}{\partial z} \right\}$ , strichpunktierte Kurve:  $\left\{ \frac{\partial W^+ W^+}{\partial z} \right\}$ .

Unter den mikroturbulenten Flußdivergenzen sind die vertikalen Diffusionsterme  $\left\{ \frac{\partial \overline{uw}}{\partial z} \right\}$  und  $\left\{ \frac{\partial \overline{ww}}{\partial z} \right\}$  am größten. Bei den mesoturbulenten Flußdivergenzen heben sich die vertikalen Diffusionsterme  $\left\{ \frac{\partial U^+ W^+}{\partial z} \right\}$  und  $\left\{ \frac{\partial W^+ W^+}{\partial z} \right\}$  aber auch die Horizontaldiffusion  $\left\{ \frac{\partial U^+ U^+}{\partial x} \right\}$  hervor.

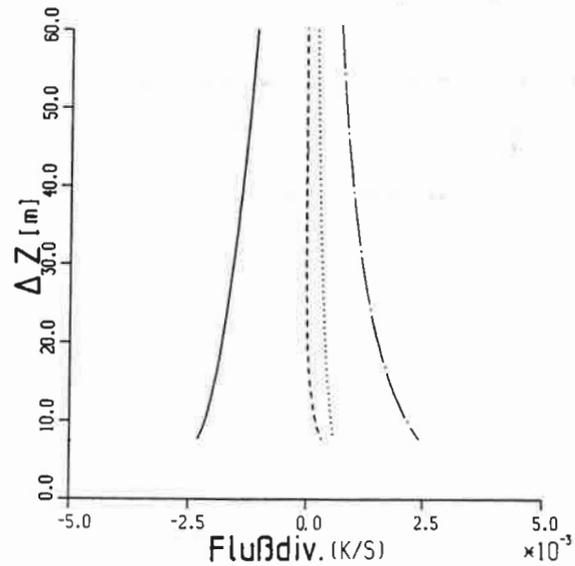
Mikro- und mesoturbulente Flußdivergenzen sind etwa gleich groß, falls die gedachte, größerskalige Gitterzelle hinreichend flach bleibt. Falls die vertikale Mächtigkeit der gedachten Gitterzelle der Größenordnung nach etwa die Blendhöhe erreicht (die Blendhöhe beträgt in diesem Beispiel etwa  $l_d \simeq 60\text{m}$ ), können die mesoturbulenten Flußdivergenzen gegen die mikroturbulenten vernachlässigt werden. Dies gilt nicht allgemein. Claussen (1989b) berichtet, daß in manchen Strömungen die mesoturbulente Horizontaldiffusion  $\left\{\frac{\partial U+U^+}{\partial x}\right\}$  gegenüber den mikroturbulenten Terme nicht vernachlässigbar klein zu werden braucht. Nur in Strömungen, die eine Änderung des Impulsflusses im Mittel über ein größeres Gebiet, also eine Änderung der effektiven Rauigkeitslänge erfahren, überragen die mikroturbulenten Flußdivergenzen stets die mesoturbulenten.

In den Fällen, in denen Claussen (1989b) auch in einer hinreichend mächtigen größerskaligen Gitterzelle eine bedeutende mesoturbulente Horizontaldiffusion findet, zeigt dieser Term das gleiche Vorzeichen wie der entsprechende mikroturbulente Term. Offensichtlich neigt die Mesoturbulenz dazu, die mikroturbulente Horizontaldiffusion zu erhöhen. Daher könnte vermutlich die mesoturbulente Horizontaldiffusion in ähnlicher Weise parameterisiert werden, wie die mikroturbulente. Doch bevor nach einer Parameterisierung der mesoturbulenten Horizontaldiffusion gesucht wird, sind weiterführende Untersuchungen insbesondere dreidimensionaler Strömungen notwendig, da Claussen (1989b) lediglich zweidimensionale Strömungen und daher auch zweidimensionale Mesoturbulenz betrachtet.

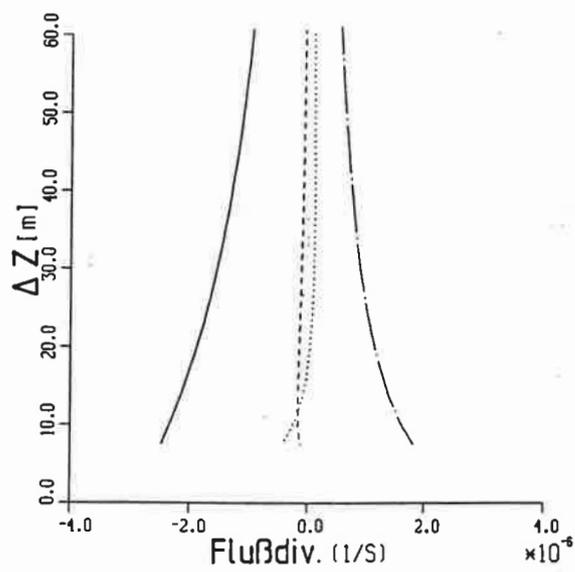
Claussen (1989b) zeigt Beispiele mikro- und mesoturbulenter Stoffflußdivergenzen und berichtet, daß auch unter den Stoffflußdivergenzen die mikroturbulente Vertikaldiffusion in einer hinreichend hohen größerskaligen Gitterzelle die übrigen mikro- und mesoturbulenten Diffusionsterme überragt, insbesondere, wenn sich der Bodenwiderstand innerhalb des betrachteten Gebiets ändert.

In den Abbildungen 6.5.3a und b sind die mikro- und mesoturbulenten Temperatur- und Feuchteflußdivergenzen dargestellt, die für die Strömung über dem idealisierten Küstengebiet berechnet wurden. Diese und weitere, ebenfalls noch unveröffentlichte Rechnungen zeigen stets ein ähnliches Bild. Die mikroturbulente Vertikaldiffusion  $\left\{\frac{\partial ws}{\partial z}\right\}$  balanziert in etwa die horizontale Advektion, die mit  $\langle U \rangle_L (\{S\} - \langle S \rangle_L) / \Delta X$  abgeschätzt wird ( $S = \Theta, Q$  sowie  $s = \theta, q$ ). Die Größe  $\langle S \rangle_L$  steht für den Mittelwert über einer gedachten Gitterzelle, die sich über der homogenen Anströmfläche befindet. Die mikroturbulente Horizontaldiffusion ist nicht gezeigt, da sie stets ein bis zwei Größenordnungen kleiner ist als die horizontale Advektion. Von den mesoturbulenten

Temperatur- und Feuchteflußdivergenzen spielt für die Temperatur- und Feuchtebilanz höchstens die Horizontaldiffusion  $\left\{ \frac{\partial U^+ S^+}{\partial x} \right\}$  eine wichtige Rolle. Allerdings kann auch dieser Term in manchen Fällen, wie in der Abbildung 6.5.3a zu sehen, vernachlässigt werden.



**Abb.6.5.3a:** Mikro- und mesoturbulente Temperaturflußdivergenzen als Funktion der vertikalen Mächtigkeit einer gedachten, größerskaligen, bodennahen Gitterzelle. Strömungskonfiguration: siehe Text. Ausgezogene Kurve:  $\left\{ \frac{\partial \overline{w\theta}}{\partial z} \right\}$ , gepunktete Kurve:  $\left\{ \frac{\partial U^+ \Theta^+}{\partial x} \right\}$ , gestrichelte Kurve:  $\left\{ \frac{\partial W^+ \Theta^+}{\partial z} \right\}$ , strichpunktierte Kurve: mittlere Temperaturadvektion.



**Abb.6.5.3b:** Wie Abbildung 6.5.3a, jedoch für die Feuchteflußdivergenzen und mittlere Feuchteadvektion.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Divergenz der mesoturbulenten Flüsse, die durch die Wechselwirkung der Strömung mit einer inhomogenen Oberfläche entstehen, nur in Bodennähe die Impuls-, Temperatur- und Feuchtebilanz wesentlich mitbestimmt, also nur bei relativ flachen größerskaligen Gitterzellen berücksichtigt werden muß. Reicht die größerskalige Gitterzelle bis etwa zur Blendhöhe, so dominieren die mikroturbulente Vertikaldiffusion, lediglich die mesoturbulente Horizontaldiffusion spielt noch eine gewisse Rolle.

Diese Bemerkungen zu den mesoturbulenten Flußdivergenzen gelten - wie auch die Parameterisierung der mittleren Bodenwärme- und -impulsflüsse - nur in Strömungen, in denen die horizontale Advektion bedeutend ist. In instabil geschichteten Strömungen, in denen die konvektive Bewegungskomponente dominiert, können durch Eigenmoden der Strömung oder durch größerskalige Oberflächeninhomogenitäten Sekundärzirkulationen angeregt werden. Die mit solchen Sekundärzirkulationen verbundenen mesoturbulenten Transporte sind bei der Formulierung der effektiven Transferkoeffizienten wie auch bei der Betrachtung der mesoturbulenten Flußdivergenzen nicht berücksichtigt. In konvektiven Strömungen gelten die Parameterisierung und die Aussagen über die mesoturbulenten Flußdivergenzen also nur, falls die Sekundärzirkulationen von dem größerskaligen numerischen Modell aufgelöst werden können.

## 7. Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, die lokale Advektion der bodennahen Luftströmung über einer nahezu ebenen, inhomogenen Oberfläche zu untersuchen sowie eine Parameterisierung räumlich gemittelter bodennaher Impuls-, Energie- und Stoffflüsse für ein gröberskaliges Strömungsmodell zu entwickeln, das die lokalen Advektionsprozesse nicht aufzulösen gestattet.

Aus bisherigen Untersuchungen der bodennahen Strömung über einfachen, stufenartigen Änderungen der Bodeneigenschaften ist bekannt, daß die Wechselwirkung zwischen horizontaler Advektion und vertikaler Diffusion der wesentliche Mechanismus der lokalen Advektion ist. Einfache analytische Modelle, die diese Wechselwirkung beschreiben, seien es Diffusions-, Integral-, Ähnlichkeits- oder lineare Modelle, liefern daher qualitativ die gleichen, realistischen Aussagen: Die Mächtigkeit einer internen Grenzschicht bei neutraler Schichtung hängt nicht von der mittleren Windgeschwindigkeit ab, sondern nur von der Rauigkeit der Oberflächen und der Streichlänge. Die vertikale Mächtigkeit  $h$  einer internen Grenzschicht als Funktion der Streichlänge gehorcht einem einfachen Potenzgesetz  $h \sim x^{4/5}$ . Als Daumenregel gilt  $h/x \sim 1/10$ . In einer instabil geschichteten Strömung wächst die interne Grenzschicht rascher an, in extremer Schichtung wie  $h \sim x^{3/2}$ . Durch numerische Modelle können diese Aussagen präzisiert werden. So wurde festgestellt, daß sich die turbulenten Größen und die mittleren Zustandsgrößen unterschiedlich rasch auf eine neue Oberfläche einstellen. Die interne Grenzschicht des turbulenten Impulsflusses reicht etwa doppelt so hoch wie die der mittleren Geschwindigkeit,  $h_{uw}/h_U \sim 2$ , wobei etwa  $h_{uw}/x \sim 1/10$  gilt. Ferner existiert eine Schicht, die knapp  $1/20$  bis  $1/10$  der Impulsgrenzschicht einnimmt, innerhalb der die turbulenten Flüsse nahezu höhenkonstant sind. Diese Schicht wird zwar oft als neue Gleichgewichtsschicht bezeichnet, doch ist die Schicht, innerhalb der sich die Strömung nahezu im lokalen Gleichgewicht mit der Oberfläche befindet, noch etwa einen Faktor  $1/3$  bis  $1/2$  kleiner.

Am Anfang der 80er Jahre wurde in Experimenten beobachtet, daß die turbulente Viskosität nur äußerst langsam auf Änderungen der Bodeneigenschaften reagiert. Dies war in der Theorie der lokalen Advektion bisher unbekannt. Durch Vergleiche verschiedener Turbulenzansätze in einem numerischen Modell konnte geklärt werden, daß das langsame Angleichen des turbulenten Austauschkoefizienten auf das unterschiedliche Verhalten der Mischungsweglänge und der turbulenten kinetischen Energie, also letztlich der turbulenten Vermischungsgeschwindigkeit, zurückzuführen ist. Und zwar verkleinert

sich die Mischungsweglänge, wenn die die Luft von einer glatten auf eine rauhere Fläche fließt, während die Vermischungsgeschwindigkeit zunimmt, so daß das Produkt beider Größen, also die turbulente Viskosität, nur sehr langsam anwächst. Beim Übergang der Luft von einer rauhen auf eine glattere Fläche gilt dies umgekehrt. Modelle, in denen die Mischungsweglänge auf ihrem Gleichgewichtswert belassen wird, berechnen eine im Vergleich mit Messungen zu hohe interne Grenzschicht und eine zu langsame Angleichung der Bodenschubspannung an einen neuen Gleichgewichtswert.

Wie die turbulente Diffusion in einer instabil geschichteten, horizontal inhomogenen Strömung realistisch beschrieben werden kann, bleibt weiterhin unbekannt. Einfache Modelle, die auf dem Konzept des Austauschansatzes beruhen und die sowohl die Mischungsweglänge wie auch die turbulente Vermischungsgeschwindigkeit dynamisch berechnen, wie zum Beispiel das  $E - \epsilon$ -Modell, aber auch komplexere Turbulenzmodelle zweiter Ordnung sind nicht in der Lage, die instabil geschichtete horizontal homogene Strömung in allen Punkten realistisch zu beschreiben. Daher ist fraglich, ob solche Modelle auf die Berechnung der instabil geschichteten, horizontal inhomogenen Strömung überhaupt angewandt werden sollten. Andererseits liefert bereits das Turbulenzmodell nach Prandtl und Kolmogoroff, in dem die Mischungsweglänge als Gleichgewichtswert vorgegeben wird, vertikale Temperatur- und Feuchteprofile sowie Bodenflüsse fühlbarer Wärme, die recht gut mit Messungen übereinstimmen. Allerdings sollte diese Aussage nicht überbewertet werden, da kaum vollständige Datensätze vorliegen, anhand derer die Modelle überprüft werden können.

Die Änderung des Druckfeldes beeinflusst die lokale Advektion am stärksten in der Nähe eines Rauigkeitssprunges. Auffällig ist, daß die internen Grenzschichten auch stromauf von einer Rauigkeitsänderung zu finden sind und zwar die Geschwindigkeitsgrenzschicht etwa bis  $x/z_0 \sim 300$  und die Impulsflußgrenzschicht etwa doppelt so weit, wobei  $z_0$  für die größere der beiden Rauigkeitslängen steht. Interne Grenzschichten der Temperatur, Feuchte oder passiver Luftbeimengungen zeigen erklärlicherweise keine Ausbreitung stromauf von einer Bodenänderung. Ebenfalls auf den Einfluß des Druckfeldes zurückzuführen ist, daß stromab von einer rauheren Fläche die interne Geschwindigkeitsgrenzschicht flacher anwächst als stromab von einer glatten Fläche, etwa  $h_U \sim x^{0.7}$  statt  $h_U \sim x^{0.8}$  bei neutraler Schichtung. Stromab von einer Rauigkeitsänderung ist die Wirkung der Druckfeldänderung vermutlich nur bis  $x/z_0 \sim O(10^3)$  bedeutend, denn Untersuchungen der Strömung über isolierten Rauigkeitsstreifen zeigen, daß die vertikale Mächtigkeit und die horizontale Ausdehnung der Nachlaufgrenzschicht einfachen

Skalierungsgesetzen gehorchen, wenn die Streifen hinreichend breit ( $F/z_0 \geq O(10^3)$ ) sind.

In einer nichtneutral geschichteten internen Grenzschicht entwickeln sich ein Nahfeld und ein Fernfeld. Im Nahfeld reagieren die internen Grenzschichten auf die Änderung der Bodenflüsse, also die Geschwindigkeitsgrenzschicht auf die Rauigkeitsänderung und die Temperaturgrenzschicht auf die Änderung des Flusses fühlbarer Wärme an der Oberfläche. Im Fernfeld wird die Änderung der turbulenten Vermischung aufgrund der Änderung der Temperaturschichtung bedeutend. Die Geschwindigkeitsgrenzschicht kann recht komplex strukturiert sein. Streicht die Luft von einer kalten, glatten auf eine wärmere, rauhere Fläche, so wird die Strömung im Nahfeld abgebremst, im Fernfeld dagegen beschleunigt (mit Ausnahme einer sehr flachen Schicht der Abbremsung in unmittelbarer Bodennähe). Nah- und Fernfeld sind auch in den turbulenten Flüssen an der Oberfläche sichtbar. So nimmt der Fluß fühlbarer Wärme in einer Strömung, die von einer kalten auf eine warme Fläche fließt, im Nahfeld kräftig ab, steigt aber im Fernfeld wieder an.

Nachlaufgrenzschichten stromab von isolierten Rauigkeitsstreifen breiten sich recht flach aus; das Verhältnis von vertikaler Mächtigkeit zur horizontalen Ausdehnung beträgt etwa  $O(10)$  bis  $O(100)$ . Interessant ist, daß die Ausbreitung der Nachlaufgrenzschichten wesentlich durch die Größe der Rauigkeitslängen des Streifens oder der Umgebung bestimmt ist. Dieses Modellergebnis wird durch empirische Befunde gestützt, die zeigen, daß die vertikale Mächtigkeit einer internen Geschwindigkeitsgrenzschicht bis wenige Dekameter stromab von einer Rauigkeitsänderung mit der größeren Rauigkeitslänge skaliert werden kann.

In Strömungen über mehrfachen Änderungen der Bodeneigenschaften verschmelzen die internen Grenzschichten und Nachlaufgrenzschichten. In solchen Strömungen läßt sich eine "Verschmelzungshöhe"  $h^M$  festlegen, unterhalb der sich die horizontale Variabilität der inhomogenen Oberfläche noch in der Strömung bemerkbar macht. Die Höhe  $h^M$  beträgt etwa  $1/10 L_x$ , wobei  $L_x$  die Längenskala angibt, auf der sich die Bodeneigenschaften ändern. Oberhalb der Verschmelzungshöhe bildet sich eine einhüllende Grenzschicht aus, die nicht mehr von  $L_x$  abhängt, sondern von der Änderung der Bodeneigenschaft im Mittel über eine größere Fläche. Die Verschmelzungshöhe ist etwa genauso groß wie die sogenannte Blendhöhe, in der die bodennahe Strömung nahezu horizontal homogen sein und gleichzeitig sich näherungsweise im lokalen Gleichgewicht mit der Oberfläche befinden soll. Die Blendhöhe wurde eingeführt, um die mittleren Impuls-

und Energieflüsse über einer inhomogenen Oberfläche zu berechnen. (Praktischerweise wird die Blendhöhe durch die Gleichung 6.2.9 definiert.)

Die Ergebnisse der detaillierten Untersuchung der horizontal inhomogenen, bodennahen Luftströmung fließen unmittelbar in die Planung von Messungen und die Interpretation vieler physikalischer Prozesse in der bodennahen Atmosphäre ein. Eine weitere wichtige Anwendung besteht darin, die bodennahen Transportprozesse, die von einem größerskaligen Strömungsmodell nicht aufgelöst werden können, zu parameterisieren. Insbesondere müssen flächengemittelte Bodenwärme- und -impulsflüsse berechnet sowie die Größenordnung der Transporte durch sogenannte mesoturbulente Bewegungskomponenten abgeschätzt werden. Im ersteren Fall konnte nachgewiesen werden, daß das Verfahren, die Bodenwärme- und impulsflüsse von der Blendhöhe aus für jeden Bodenbeziehungsweise Landnutzungstyp zu berechnen und entsprechend dem Flächenanteil gewichtet zu mitteln, nicht nur recht genau ist (die Fehler liegen im allgemeinen innerhalb  $\pm 10\%$ ), sondern auch stets das richtige Vorzeichen der mittleren Flüsse liefert, also nicht in die Falle des Schmidtschen Paradoxons gerät.

Die Divergenz der mesoturbulenten Flüsse, die durch die Wechselwirkung der Strömung mit einer inhomogenen Oberfläche entstehen, beeinflussen die Impuls-, Temperatur- und Feuchtebilanz nur in Bodennähe wesentlich, brauchen also nur bei relativ flachen, größerskaligen Gitterzellen berücksichtigt zu werden. Reicht die vertikale Mächtigkeit einer größerskaligen Gitterzelle bis etwa zur Blendhöhe, so dominieren die mikroturbulente Vertikaldiffusion, lediglich die mesoturbulente Horizontaldiffusion spielt noch eine gewisse Rolle. Daraufhingewiesen wurde, daß die vorgestellte Parameterisierung der mittleren Bodenflüsse sowie die Abschätzung der mesoturbulenten Transporte nur für Strömungen gelten, in denen die horizontale Advektion bedeutend ist. In konvektiven Strömungen gelten die Parameterisierung und die Aussagen über die mesoturbulenten Flußdivergenzen nur, falls die in solchen Strömungen auftretenden Sekundärzirkulationen von dem größerskaligen numerischen Modell aufgelöst werden können.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß das Verhalten der bodennahen Luftströmung über inhomogenen Oberflächen zum großen Teil erklärt werden kann. Weiterhin unbekannt sind, wie bereits erwähnt, Einzelheiten des Prozesses der turbulenten Diffusion in der instabil geschichteten Strömung. Ebenfalls wurde auf den ausgesprochenen Mangel an vollständigen Messungen in der nichtneutral geschichteten, internen Grenzschicht - auch stromauf von einer Bodenänderung - hingewiesen. Auch die Ausbreitung

lateral interner Grenzschichten ist bisher wenig erforscht. Notwendig sind also Untersuchungen der dreidimensionalen Strömung über inhomogenen Flächen. Dazu sind auch Strömungen zu rechnen, die schräge auf einen Rauheitsstreifen treffen. Wichtiger noch als die Erforschung der dreidimensionalen, horizontal inhomogenen Strömung dürfte zumindest für die Berechnung mittlerer Bodenenergie- und -impulsflüsse die Bestimmung des "Kanteneffekts" sein. Unter dem Kanteneffekt ist zum einen der Einfluß des von der Kante einer in sich homogenen Teiloberfläche ausgehenden Formwiderstandes auf die lokale Advektion zu verstehen, zum anderen der Unterschied in der Verdunstung beziehungsweise den Wärmeflüssen aufgrund der unterschiedlichen Belüftung der Kante und des Inneren eines Pflanzenbestandes oder eines dicht bebauten Gebietes.

## Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. H. Graßl, Max-Planck-Institut für Meteorologie, für die zahlreichen, anregenden Diskussionen und die Förderung der gesamten Untersuchung über mehrere Jahre.

Bedanken möchte ich mich ebenfalls bei Herrn Prof. Dr. H. Hinzpeter, Max-Planck-Institut für Meteorologie, Herrn Dr. D. Eppel, GKSS-Forschungszentrum, und Herrn Dr. D. Hasselmann, Meteorologisches Institut der Universität Hamburg, für kritische Anregungen sowie bei Herrn Dr. R.S. Bernard, Waterways Exp. Station in Vicksburg, USA, für viele hilfreiche Hinweise bei der Konstruktion des numerischen Modells. Herrn E. Resch, GKSS-Forschungszentrum, danke ich für die Erstellung der Software für Isolinienplots.

Die Untersuchungen wurden im Rahmen der Arbeiten in der Abteilung PA am Institut für Physik des GKSS-Forschungszentrums durchgeführt.

## Literaturverzeichnis

- Anderson, D.A., Tannehill, J.C., Pletcher, R.H., 1984: Computational fluid mechanics and heat transfer. *McGraw Hill Book Company*, 599p.
- André, J.-C. and Blondin, C., 1986: On the effective roughness length for use in numerical three-dimensional models. *Boundary-Layer Meteorol.*, **35**, 231-245.
- Andreas, E.L., Paulson, C.A., Williams, R.M., Lindsay, R.W., and Businger, J.A., 1979: The turbulent heat flux from arctic leads. *Boundary-Layer Meteorol.*, **17**, 57-91.
- Andreas, E.L., Tucker II, W.B., and Ackley, S.F., 1984: Atmospheric boundary-layer modification, drag coefficient, and surface heat flux in the Antarctic marginal ice zone. *J. Geophys. Res.*, **89**, 649-661.
- Arya, S.P.S., 1975: A drag partition theory for determining the large-scale roughness parameter and wind stress on the Arctic pack ice. *J. Geophys. Res.*, **80**, 3447-3454.
- Batchelor, G.K., 1967: An introduction to fluid dynamics. *Cambridge University Press*, 615p.
- Beljaars, A.C.M., 1982: The derivation fluxes from profiles in perturbed areas. *Boundary-Layer Meteorol.*, **24**, 35-55.
- Beljaars, A.C.M., Schotanus, P., and Nieuwstadt, F.T.M., 1983: Surface layer similarity under nonuniform fetch conditions. *J. Climate App. Meteorol.*, **22**, 1800-1810.
- Beljaars, A.C.M., Walmsley, J.L., and Taylor P.A., 1987: A mixed spectral finite-difference model for neutrally stratified boundary-layer flow over roughness changes and topography. *Boundary-Layer Meteorol.*, **38**, 273-303.
- Bishop, G.C. and Chellis, S.E., 1989: Fractal dimension: a descriptor of ice keel surface roughness. *Geo. Res. Letters*, **16**, 1007-1010.
- Blackadar, A.K., 1962: The vertical distribution of wind and turbulence exchange in a neutral atmosphere. *J. Geophys. Res.*, **67**, 3095-3102.
- Blom, J. and Wartena, L., 1969: The influence of changes in surface roughness on the development of the turbulent boundary layer in the lowest layers of the atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **26**, 225-265.
- Bradley, E.F., 1968: A micrometeorological study of velocity profiles and surface drag in the region modified by a change in surface roughness. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **94**, 361-379.
- Brümmer, B. (ed.), 1989: Arktis 1988 - Field Phase Report. *Hamburger Geophysikalische Einzelschriften*, Wittenborn Söhne, Hamburg.
- Brutsaert, W., 1979: Heat and mass transfer to and from surfaces with dense vegetation or similar permeable roughness. *Boundary-Layer Meteorol.*, **16**, 365-388.
- Businger, J.A., 1973: A note on free convection. *Boundary-Layer Meteorol.*, **4**, 323-326.
- Businger, J.A., Wyngaard, J.C., Izumi, Y., and Bradley, E.F., 1971: Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, **24**, 181-189.

- Byun, D.W., 1990: On the analytical solutions of flux-profile relationships for the atmospheric surface layer. *J. Appl. Met.*, **29**, 652-657.
- Carlson, T.N. and Bolan F.E., 1978: analysis of urban-rural canopy using a surface heat flux/temperature model. *J. Appl. Meteor.*, **17**, 998-1013.
- Carson, D.J. and Richards, P.J.R., 1978: Modelling surface turbulent fluxes in stable conditions. *Boundary-Layer Meteorol.*, **14**, 67-81.
- Claussen, M., 1984: Surface-layer similarity in turbulent circular Couette flow. *J. Fluid Mech.*, **144**, 123-131.
- Claussen, M., 1985a: A model of turbulence spectra in the atmospheric surface layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **33**, 151-172.
- Claussen, M., 1985b: Estimation of the Monin-Obukhov similarity functions from a spectral model. *Boundary-Layer Meteorol.*, **33**, 233-243.
- Claussen, M., 1987: The flow in a turbulent boundary layer upstream of a change in surface roughness. *Boundary-Layer Meteorol.*, **40**, 31-86.
- Claussen, M., 1988a: Models of eddy viscosity for numerical simulation of horizontally inhomogeneous surface layer flow. *Boundary-Layer Meteorol.*, **42**, 337-369.
- Claussen, M., 1988b: On the inner-layer scale height of boundary-layer flow over low hills. *Boundary-Layer Meteorol.*, **44**, 411-413.
- Claussen, M., 1988c: On the surface energy budget of coastal zones with tidal flats. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **61**, 39-49.
- Claussen M. 1989a: Neutral surface layer flow over isolated roughness strips. *Boundary-Layer Meteorol.*, **48**, 431-442.
- Claussen, M., 1989b: Subgrid-scale fluxes and flux divergences in a neutrally stratified, horizontally inhomogeneous surface-layer. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **62**, 236-245.
- Claussen, M., 1990: Area-averaging of surface fluxes in a a neutrally stratified, horizontally inhomogeneous atmospheric boundary layer. *Atmos. Environ.*, **24a**, 1349-1360.
- Claussen, M., 1991a: Local advection processes in the surface layer of the marginal ice zone. boundary layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **54**, 1-27.
- Claussen, M., 1991b: Estimation of areally-averaged surface fluxes. *Boundary-Layer Meteorol.*, **54**, 387-410.
- Deardorff, J.W., 1978: Efficient prediction of ground surface temperature and moisture with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.*, **83**, 1889-1903.
- Detering, H.W. and Etling, D., 1985: Application of the  $E - \epsilon$  turbulence model to the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **33**, 113-133.
- Dolman, A.J., 1987: Predicting evaporation from an oak forest. Doktorarbeit der Rijksuniversiteit te Groningen, 91 p.
- Dutton, J.A., 1986: The ceaseless wind. *Dover Publ. Inc.*, New York. 617 p.
- Duynderke, P.G., 1988: Application of the  $E - \epsilon$  turbulence closure model to the neutral and stable atmospheric boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 865-880.

- Duynkerke, P.G. and Nieuwstadt, F.T.M., 1989: A solution of the  $E - \epsilon$  model for nearly homogeneous turbulence with a mean shear. *Applied Scientific Research*, **46**, 25-43.
- Dyer, A.J., 1974: A review of flux-profile relationships. *Boundary-Layer Meteorol.*, **7**, 363-372.
- Dyer, A.J., and Crawford, T.V., 1965: Observations of the modification of the microclimate at a leading edge. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **91**, 345-348.
- Elliott, W.P., 1958: The growth of the atmospheric internal boundary. *Trans. A.G.U.*, **39**, 1048-1054.
- Emeis, S., 1987: Pressure drag and effective roughness length with neutral stratification. *Boundary-Layer Meteorol.*, **39**, 379-401.
- Fazu C. and Schwerdtfeger, P., 1989: Flux-gradient relationships for momentum and heat over a rough natural surface. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **115**, 335-352.
- Fiedler, F., 1975: Turbulenter Spannungs- und Deformationstensor in der Prandtl-Schicht. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **48**, 290-300.
- Garratt, J.R., 1977: Aerodynamic roughness and mean monthly surface stress over Australia. *CSIRO Aust. Div. Atmos. Phys. Tech. Pap.*, **29**, 1-19.
- Garratt, J.R., 1990: The internal boundary layer - a review. *Boundary-Layer Meteorol.*, **50**, 171-203.
- Häkkinen, S. and Cavalieri, D.J., 1989: A study of oceanic surface heat fluxes in the Greenland, Norwegian, and Barents Sea. *J. Geophys. Res.*, **94**, C5, 6145-6157.
- Hanssen-Bauer, I. and Gjessing, Y.T., 1988: Observations and model calculations of aerodynamic drag on sea ice in the Fram strait. *Tellus*, **40A**, 151-161
- Hicks, B.B., 1985: Application of forest-atmosphere turbulent exchange information. in: B.A. Hutchison and B.B. Hicks (eds.), *The Forest-Atmosphere Interaction.*, 631-644.
- Hinze, H.O., 1975: *Turbulence McGraw-Hill Book Comp.*, New York, 790p.
- Holtslag, A.A.M. and Nieuwstadt, F.T.M., 1986: Scaling the atmospheric boundary layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **36**, 201-209.
- Højstrup, J., 1981: A simple model for the adjustment of velocity spectra in unstable conditions downstream of an abrupt change in roughness and heat flux. *Boundary-Layer Meteorol.*, **21**, 341-356.
- Huang, C.H. and Nickerson, E.C., 1974a: Stratified flow over nonuniform surface conditions: mixing-length model. change in roughness and heat flux. *Boundary-Layer Meteorol.*, **5**, 395-417.
- Huang, C.H. and Nickerson, E.C., 1974b: Stratified flow over nonuniform surface conditions: turbulent energy model. change in roughness and heat flux. *Boundary-Layer Meteorol.*, **7**, 107-123.
- Hunt, J.C.R. and Simpson, J.E., 1982: Atmospheric boundary layers over non-homogeneous terrain. *Engineering Meteorology*, Vol 1., Ed. E. Plate, *Elsevier Sci. Pub. Comp.*, 269-318.
- Jackson, N.A., 1976: The propagation of modified flow downstream of a change in roughness. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **102**, 924-933.

- Jackson, P.S. and Hunt, J.C.R., 1975: Turbulent flow over a low hill. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **101**, 929-955.
- Jensen, N.O., 1978: Change of surface roughness and the planetary boundary layer. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **104**, 351-356.
- Kaimal, J.C., Wyngaard, J.C., Haugen, D.A., Cote, O.R., Izumi, Y., Caughey, S.J., and Readings, C.J., 1976: Turbulence structure in the convective boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 2152-2163.
- Klaassen, W., 1990: persönliche Mitteilung
- König, G., 1987: Windkanalmodellierung der Ausbreitung störfallartig freigesetzter Gase schwerer als Luft. *Hamburger Geophysikalische Einzelschriften*, Reihe A, **85**, Wittenborn Söhne, Hamburg.
- Krishna, K., 1980: The planetary boundary-layer model of Ellison (1956) - a retrospect. *Boundary-Layer Meteorol.*, **19**, 293-301.
- Kroon, L.J.M., 1985: Profile derived fluxes above inhomogeneous terrain: a numerical approach. Doktorarbeit der Landbouwhogeschool te Wageningen, 159 p.
- Lettau, H.H., 1979: Wind and temperature profile prediction for diabatic surface layers including strong inversion cases *Boundary-Layer Meteorol.*, **17**, 443-464.
- Li, Z., Lin, J.D., and Miller, D.R., 1990: Air flow over and through a forest edge: a steady-state numerical simulation. *Boundary-Layer Meteorol.*, **51**, 179-197.
- Lo, A.K-F., 1986: On the boundary-layer flow over a Canadian archipelago polynia. *Boundary-Layer Meteorol.*, **35**, 53-71.
- Logan, E. and Fichtl, G.H., 1975: Rough to smooth transition of an equilibrium neutral constant stress layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **8**, 525-528.
- Louis, J.F., 1979: A parametric model of vertical eddy fluxes in the atmosphere. *Boundary-Layer Meteorol.*, **17**, 187-202.
- Lumley, J.L. and Khajeh-Nouri, B., 1974: Computation of turbulent transport. *Adv. Geophys.*, **18A**, 169-192.
- Lumley, J.L. and Panofsky, H.A., 1964: The structure of atmospheric turbulence. *Interscience Publ.*, New York, 239p.
- Mahrt, L., 1987: Grid-averaged surface fluxes. *Mon. Wea. Rev.*, **15**, 1550-1560.
- Malkus W.V.R., 1956: Outline of a theory of turbulent shear flow. *J. Fluid Mech.*, **1**, 521-539.
- Malkus W.V.R., 1964: Boussinesq equation and convection energetics. *W.H.O.I. Geophysical Fluid Dynamics Notes*, 37 p.
- Marshall, K., 1971: Drag measurements in roughness arrays of varying density and distribution. *Agr. Meteorol.*, **8**, 269-292.
- Mason, P.J., 1988: The formation of areally-averaged roughness lengths. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **114**, 399-420.
- McBean, G.A. and Elliott, J.A., 1975: The vertical transports of kinetic energy by turbulence and pressure in the boundary-layer. *J. Atmos. Sci.*, **32**, 753-766.

- Miyake, M., 1965: Transformation of the atmospheric boundary layer over inhomogeneous surfaces. *Scientific report*, University of Washington, 63p.
- Monin, A.S., 1959: Smoke propagation in the surface layer of the atmosphere. *Adv. Geophys.*, **6**, 331-343.
- Monin, A.S., Obukhov, A.M., 1954: Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre. Deutsche Übersetzung in: *Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz*, Ed. H. Goering, Berlin 1958, 199-226.
- Mulhearn, P.J., 1977: Relations between surface fluxes and mean profiles of velocity, temperature and concentration, downwind of a change in surface roughness. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **103**, 785-802.
- Nieuwstadt, F.T.M., 1984: The turbulent structure of the stable, nocturnal boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 2202-2216.
- Obukhov, A.M., 1946: Turbulence in an atmosphere with a nonuniform temperature. English Translation in: *Boundary-Layer Meteorol.*, **2**, (1971) 7-21.
- Oncley, S.P., Businger, J.A., Friehe, C.A., LaRue, J.C., Itsweire, E.C., and Chang, S.S., 1990: Surface layer profiles and turbulence measurements over uniform land under near-neutral conditions. Proc. of the 9th Symposium on Turbulence and Diffusion held in Roskilde, April 30th - May 3rd, 1990. 237-240.
- Orlanski, I., 1976: A simple boundary condition for unbounded hyperbolic flows. *J. Comp. Physics*, **21**, 251-269.
- Panofsky, H.A., 1978: Matching in the convective planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 272-276.
- Panofsky, H.A. and Dutton, J.A., 1984: Atmospheric turbulence. *Wiley-Interscience publ.*, 397p.
- Panofsky, H.A., Larko, D., Lipshutz, R., Stone, G., Bradley, E.F., Bowen, A.J., and Højstrup, J., 1981: Spectra of velocity components over complex terrain. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **108**, 215-230.
- Panofsky, H.A., Tennekes, H., Lenschow, D.H., Wyngaard, J.C., 1977: The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions. *Boundary-Layer Meteorol.*, **11**, 355-361.
- Panofsky, H.A. and Townsend, A.A., 1964: Change of terrain roughness and the wind profile. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **90**, 147-155.
- Paulson, C.A., 1970: The mathematical representation of wind speed and temperature profiles in the unstable atmospheric surface layer. *Jour. Appl. Meteor.*, **9**, 857-861.
- Petersen, E.L. and Taylor, P.A., 1973: Some comparisons between observed wind profiles at Risø and theoretical predictions for flow over inhomogeneous terrain. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **99**, 329-336.
- Peterson, E.W., 1969: Modification of mean flow and turbulent energy by a change in surface roughness under condition of neutral stability. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **95**, 561-575.

- Peterson, E.W., 1972: Relative importance of terms in the turbulent energy and momentum equations as applied to the problem of a surface roughness change. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 1470-1476.
- Peterson, E.W., Jensen, N.O., and Højstrup, J., 1979: Observations of downwind development of wind speed and variance profiles at Bogenaes and comparison with theory. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **105**, 521-529.
- Plate, E.J. and Hidy, G.M., 1967: Laboratory study of air flowing over a smooth surface onto small water waves. *J. Geophys. Res.*, **72**, 4627-4641.
- Rao, K.S., 1975: Effects of thermal stratification on the growth of an internal boundary layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **8**, 227-234.
- Rao, K.S., Wyngaard, J.C., and Cote, O.R., 1974a: The structure of the internal boundary layer over a sudden change of surface roughness. *J. Atmos. Sci.*, **31**, 738-746.
- Rao, K.S., Wyngaard, J.C., and Cote, O.R., 1974b: Local advection of momentum, heat, and moisture in micrometeorology. *Boundary-Layer Meteorol.*, **7**, 331-348.
- Rider, N.E., Philip, J.R., and Bradley, E.F., 1963: The horizontal transport of heat and moisture - a micrometeorological study. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **89**, 507-531.
- Rodi, W., 1980: Turbulence models and their application in hydraulics. International Association for Hydraulic Research, Delft, Niederlande. 104 p.
- Roth, R., 1972: Modelle für das Windprofil über einer rauhen und einer glatten Oberfläche. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **45**, 277-304.
- Rotta, J. 1972: Turbulente Strömungen. *B.G Teubner*, Stuttgart, 267p.
- Schumann, U., 1988: Minimum friction velocity and heat transfer in the rough surface layer of a convective boundary layer. *Boundary-Layer Meteorol.*, **44**, 311-326.
- Sempreviva, A.M., Larsen, S.E., Mortensen, N.G., and Troen, I., 1990: Response of neutral boundary layers to changes of roughness. *Boundary-Layer Meteorol.*, **50**, 205-225.
- Shir, C.C., 1972: A numerical computation of air flow over a sudden change of surface roughness. *J. Atmos. Sci.*, **29**, 304-310.
- Sievers, U., Forkel, R., and Zdunkowski, W., 1983: Transport equations for heat and moisture in the soil and their application to boundary-layer problems. *Beitr. Phys. Atmosph.*, **56**, 58-83.
- Stull, R.B., 1988: an introduction to boundary layer meteorology. *Kluwer Academic Publishers*, Dordrecht, Niederlande. 666p.
- Taylor, P.A., 1969: The planetary boundary layer above a change in surface roughness. *J. Atmos. Sci.*, **26**, 432-440.
- Taylor, P.A., 1970: A model of airflow above changes in surface heat flux, temperature and roughness, for neutral and unstable conditions. *Boundary-Layer Meteorol.*, **1**, 18-39.
- Taylor, P.A., 1972: Some comparisons between mixing-length and turbulent energy equation models of flow above a change in surface roughness. *Lecture Notes in Physics*, **19**, Proceedings of the 3. Conference in Numerical Methods in Fluid Mechanics. Springer Verlag. 246-253.

- Taylor, P.A., 1987: Comments and further analysis on effective roughness lengths for use in numerical three-dimensional models. *Boundary-Layer Meteorol.*, **39**, 403-418.
- Taylor, P.A., Sykes, R.I., and Mason, P.J., 1989: On the parameterization of drag over small-scale topography in neutrally-stratified boundary-layer flow. *Boundary-Layer Meteorol.*, **48**, 409-422.
- Tennekes, H., 1973: A model for the dynamics of the inversion above a convective boundary-layer. *J. Atmos. Sci.*, **30**, 558-567.
- Tennekes H. and Lumley J.L., 1972: *A first course in turbulence*, The MIT Press, Cambridge, 300p.
- Townsend, A.A., 1965a: Self preserving flow inside a turbulent boundary layer. *J. Fluid Mech.*, **22**, 773-797.
- Townsend, A.A., 1965b: The response of a turbulent boundary layer to abrupt changes in surface conditions. *J. Fluid Mech.*, **22**, 799-822.
- Townsend, A.A., 1966: The flow in a turbulent boundary layer after a change in surface roughness. *J. Fluid Mech.*, **26**, 255-266.
- Vugts, H.F. and Businger, J.A., 1977: Air modification due to a step in surface temperature. *Boundary-Layer Meteorol.*, **11**, 295-305.
- Troen, I. and Petersen, E.L., 1989: *European Wind Atlas*. Veröffentlicht für die Kommission der Europäischen Gemeinschaft durch Risø National Laboratory, Roskilde, Denmark, 656pp.
- Venkatram, A., 1977: A model of internal boundary-layer development. *Boundary-Layer Meteorol.*, **11**, 419-437.
- Walmsley, J.L., Taylor, P.A., and Keith, T., 1986: A simple model of neutrally stratified boundary-layer flow over complex terrain with surface roughness modulations (MS3-DJH/3R). *Boundary-Layer Meteorol.*, **18**, 411-430.
- Walmsley, J.L., 1989: Internal boundary-layer height formulae - a comparison with atmospheric data. *Boundary-Layer Meteorol.*, **47**, 251-262.
- Weisman, R.N., 1975: A developing boundary layer over an evaporating surface *Boundary-Layer Meteorol.*, **8**, 437-445.
- Wieringa, J., 1976: An objective exposure correction method for average wind speeds measured at a sheltered location. *Quart. J. R. Met. Soc.*, **102**, 241-253.
- Wieringa, J., 1980: A revaluation of the Kansas mast influence on measurement of stress and cup anemometer overspeeding. *Boundary-Layer Meteorol.*, **18**, 411-430.
- Wood, D.H., 1982: Internal boundary layer growth following a step change in surface roughness. *Boundary-Layer Meteorol.*, **22**, 241-244.
- Wood, N. and Mason, P.J., 1990: The influence of stability on effective roughness lengths. Proc. of the 9th Symposium on Turbulence and Diffusion held in Roskilde, April 30th - May 3rd, 1990. 247-249.
- Wyngaard, J.C., 1975: Modeling the planetary boundary layer - extension to the stable case. *Boundary-Layer Meteorol.*, **9**, 441-460

Wyngaard, J.C., 1982: Boundary-layer modeling. *Atmospheric turbulence and air pollution modelling*, eds.: Nieuwstadt, F.T.M and VanDop, H., 69-106.

Wyngaard, J.C. and Coté, O.R., 1971: The budgets of turbulent kinetic energy and temperature variance in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.*, **28**, 190-201.

Yaglom, A.M., 1977: Comments on wind and temperature flux-profile relationships. *Boundary-Layer Meteorol.*, **11**, 89-102.

- EXAMENSARBEIT Nr. 1**  
Juli 1990  
Modellierung des gekoppelten Systems  
Ozean-Atmosphäre in den Tropen  
Mojib Latif
- EXAMENSARBEIT Nr. 2**  
Juli 1990  
Zur Dynamik des antarktischen Zirkumpolar-  
stromes  
Jörg-Olaf Wolff
- EXAMENSARBEIT Nr. 3**  
Juli 1990  
Zur Erniedrigung des atmosphärischen  
Kohlendioxidgehalts durch den Weltozean  
während der letzten Eiszeit  
Christoph Heinze
- EXAMENSARBEIT Nr. 4**  
August 1990  
Analysis and Prediction of the El Niño  
Southern Oscillation Phenomenon using  
Principal Oscillation Pattern Analysis  
Jin-Song Xu
- EXAMENSARBEIT Nr. 5**  
Dezember 1990  
Untersuchung zur niederfrequenten  
Variabilität der Meeresoberflächen-  
temperatur im Nordpazifik  
Ute Luksch
- EXAMENSARBEIT Nr. 6**  
Dezember 1990  
Meereismodellierung im Südlichen Ozean  
Achim Stössel
- EXAMENSARBEIT Nr. 7**  
Dezember 1990  
Principal Interaction/Oscillation Patterns  
Theorie und Analysen  
zum El Niño/Southern Oscillation-Phänomen  
Udo Weese
- EXAMENSARBEIT Nr. 8**  
Dezember 1990  
Bestimmung des Temperaturprofils der  
Troposphäre mit einem Zwei-Frequenz-LIDAR  
Felix A. Theopold
- EXAMENSARBEIT Nr. 9**  
Januar 1991  
Modellierung des gekoppelten Systems:  
Inlandeis, Übergangszone und Schelfeis  
der Antarktis  
Wolfgang Böhmer
- EXAMENSARBEIT Nr. 10**  
Januar 1991  
Interne Variabilität in einem stochastisch  
angetriebenen ozeanischen Zirkulations-  
modell  
Uwe Mikolajewicz
- EXAMENSARBEIT Nr. 11**  
Februar 1991  
Bildung und Transport von Aerosolteilchen  
und ihre Bedeutung für den Strahlungs-  
haushalt  
Ingrid Schult
- EXAMENSARBEIT Nr. 12**  
März 1991  
Strahlungsübertragung in klaren Atmosphären  
im IR mit k-Verteilungs- und Linie-für-  
Linie Modellen  
Heinz-Dieter Hollweg
- EXAMENSARBEIT NR. 13**  
November 1991  
Die bodennahe Luftströmung über inhomogenen  
Oberflächen  
Martin Claußen

ISSN 0938-5177