

Ein Experiment zur Bestimmung des
 g -Faktors des gebundenen Elektrons in
wasserstoff- und lithiumähnlichen
mittelschweren Ionen

Dissertation
zur Erlangung des Grades
“Doktor der Naturwissenschaften”
am Fachbereich 08 Physik, Mathematik und Informatik
der Johannes Gutenberg-Universität in Mainz

Birgit Schabinger

geboren in Stuttgart

Mainz, den 03.02.2011

1. Gutachter:

2. Gutachter:

Tag der mündlichen Prüfung: 27.05.2011

Ein Experiment zur Bestimmung des g -Faktors des gebundenen Elektrons in wasserstoff- und lithiumähnlichen mittelschweren Ionen.

In dieser Arbeit werden der experimentelle Aufbau und erste Messungen für die Bestimmung des g -Faktors des Elektrons gebunden in wasserstoff- und lithiumähnlichen mittelschweren Ionen beschrieben. Mit dem hochpräzisen Wert des g -Faktors können theoretische Berechnungen der Quantenelektrodynamik gebundener Zustände überprüft werden. Die Messungen werden in einem Dreifach-Penningfallen-System durchgeführt. Dort wurden im Rahmen dieser Arbeit auch erstmals hochgeladene Ionen bis $^{28}\text{Si}^{13+}$ in einer hierfür entwickelten Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle erzeugt. Für die Bestimmung des g -Faktors werden die freie Zyklotronfrequenz und die Larmorfrequenz benötigt. Erstere wird aus den drei Eigenfrequenzen des in der Präzisionsfalle gespeicherten Ions berechnet. Um das Ion bei den Messungen nicht zu verlieren, werden die Eigenfrequenzen des Ions durch Kopplung an einen radiofrequenten Nachweisschwingkreis nicht-destruktiv nachgewiesen. Die freie Zyklotronfrequenz konnte dabei mit einer relativen Genauigkeit von wenigen 10^{-9} bestimmt werden. Zur Bestimmung der Larmorfrequenz ist die genaue Kenntnis der Spinrichtung des Elektrons im Magnetfeld notwendig. Diese wird durch den kontinuierlichen Stern-Gerlach-Effekt in der sogenannten Analysefalle bestimmt. Hierzu muss eine hohe Stabilität der axialen Frequenz des Ions erreicht werden. Um dies sowie die Hochpräzisionsmessungen in der Präzisionsfalle zu erreichen, wurden in dieser Arbeit beide Fallen hinsichtlich ihrer elektrischen und magnetischen Eigenschaften charakterisiert.

Towards a g -factor measurement of the electron bound in hydrogen- and lithium-like medium-heavy ions.

This PhD thesis presents the development of the setup and first measurements towards the determination of the g -factor of an electron bound in hydrogen- and lithium-like medium-heavy ions. Bound-state quantum electrodynamic calculations can be tested by high-precision g -factor measurements. The measurements are done in a triple Penning trap setup. During this PhD thesis highly charged ions up to $^{28}\text{Si}^{13+}$ are produced for the first time in a purpose-built electron-beam-ion-source/trap. To determine the g -factor the free cyclotron frequency and the Larmor frequency are required. The first one can be calculated from the ion's three eigenfrequencies, which are measured in the so-called precision trap. Since the ion should not be lost during the measurements, the eigenfrequencies are measured non-destructively by coupling to a radiofrequency tank circuit. For the free cyclotron frequency a relative uncertainty of a few 10^{-9} has been achieved. To determine the Larmor frequency the electron's spin direction in the magnetic field has to be known. The spin direction can be detected in the so-called analysis trap using the continuous Stern-Gerlach effect. Therefore a highly stable axial oscillation of the ion is required. To achieve this as well as high-precision measurements in the precision trap, both traps are characterized with regard to their electrical and magnetic properties during this theses.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungen	X
Tabellen	XI
1. Einleitung	1
2. Theoretische Grundlagen	5
2.1. Das magnetische Moment und der g -Faktor	5
2.2. Der Spin des Elektrons	7
2.3. Die Quantenelektrodynamik des freien Elektrons	7
2.4. Relativistische Beschreibung des gebundenen Systems	8
2.5. Die Quantenelektrodynamik des gebundenen Elektrons	9
2.6. Der g -Faktor des gebundenen Elektrons	10
2.6.1. Kernkorrekturen	10
2.6.2. Der g -Faktor des wasserstoffähnlichen Systems	12
2.6.3. Der g -Faktor des lithiumähnlichen Systems	12
3. Die Penningfalle	17
3.1. Das Speicherpotential	17
3.2. Die ideale Penningfalle	19
3.3. Die zylindrische Penningfalle	21
3.3.1. Fallenpotential der zylindrischen Penningfalle	22
3.3.2. C_j - und D_j -Koeffizienten	23
3.3.3. Kompensation des Fallenpotentials	24
3.3.4. Fallenfehler	25
3.3.5. Relativistische Korrekturen	28
3.3.6. Spiegelladung	28
3.3.7. Energie der Ionenbewegung	29
4. Prinzipien zur Bestimmung des g-Faktors	31
4.1. Der g -Faktor und die Larmorfrequenz	31
4.2. Bestimmung der Larmorfrequenz	32
4.3. Die magnetische Flasche	32
4.3.1. Erzeugung der magnetischen Flasche	33
4.3.2. Detektion der Spinrichtung	34
4.4. Bestimmung des g -Faktors	35
5. Aufbau und Betrieb des Experiments	37
5.1. Der supraleitende Magnet und der kryogene Aufbau	37
5.2. Fallenturm	39
5.2.1. Die Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle	40

5.2.2.	Erzeugerfalle	50
5.2.3.	Präzisionsfalle	52
5.2.4.	Analysefalle	52
5.3.	Spannungsquellen	53
5.4.	Der nichtdestruktive Ionennachweis	56
5.4.1.	Wechselwirkung des Ions mit der Nachweiselektronik	56
5.4.2.	Nachweiselektronik	58
5.4.3.	Ionensignal	61
5.4.4.	Anregung der Ionen	64
5.5.	Bestimmung der Eigenfrequenzen	65
5.5.1.	Bestimmung der axialen Frequenz	66
5.5.2.	Aufnahme eines Massenspektrums	66
5.5.3.	Seitenbandkopplung und Seitenbandkühlung	68
5.5.4.	Bestimmung der Zyklotronfrequenz	69
5.5.5.	Bestimmung der Magnetronfrequenz	76
5.5.6.	Phasensensitive Detektion der Spinrichtung	78
5.6.	Präparation eines einzelnen Ions	79
5.6.1.	Transport der Ionen	79
5.6.2.	Entfernung von Kontaminationen	81
5.7.	Aufbau der Mikrowellenapparatur	83
5.8.	Kontrollsystem	84
6.	Charakteristische Messungen für den g-Faktor	87
6.1.	Fallensymmetrie und Tuning-Ratio	87
6.1.1.	Bestimmung des idealen Tuning-Ratios	87
6.1.2.	Orthogonalität der Falle	89
6.1.3.	Fallensymmetrie	89
6.2.	Messungen mit verschiedenen Ionenspezies	94
6.3.	Energieabhängigkeit der Ionenfrequenzen	96
6.3.1.	Abhängigkeit der axialen Frequenz von der axialen Energie und der Magnetronenergie	97
6.3.2.	Abhängigkeit der Ionenfrequenzen von der Zyklotronenergie	97
6.3.3.	B_1 und B_2 -Term in der Präzisionsfalle	100
6.4.	Stabilität der Ionenfrequenzen	103
6.4.1.	Stabilität der axialen Frequenz in der Präzisionsfalle	103
6.4.2.	Stabilität der Magnetronfrequenz in der Präzisionsfalle	103
6.4.3.	Stabilität der Zyklotronfrequenz in der Präzisionsfalle	104
6.4.4.	Stabilität der axialen Frequenz in der Analysefalle	105
6.5.	Spinflip	107
6.5.1.	Die Magnetfeldstärke in der Analysefalle	107
6.5.2.	Spinflips in der Analysefalle	109
7.	Zusammenfassung und Ausblick	111
7.1.	Zusammenfassung und Status des Experiments	111
7.2.	Technische Entwicklungen	112
7.3.	Weitere g -Faktor Experimente	113
A.	Frequenzabhängigkeit	115
A.1.	Zyklotronenergie in Einheiten der axialen Energieverschiebung	115

A.2. Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie	115
A.3. Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz durch den Doppeldip und Fehlerbestimmung	116
B. Test des FEP-Array	119

Abbildungsverzeichnis

1.1. QED Beiträge zum g -Faktor	3
2.1. Feynman-Diagramme der Selbstenergie, der Vakuumpolarisation und der Vertex-Korrektur	8
2.2. Feynman-Diagramme erster Ordnung des gebundenen Elektrons	10
2.3. Feynman-Diagramme zweiter Ordnung des gebundenen Elektrons	11
3.1. Hyperbolische und zylindrische Penningfalle	18
3.2. Quadrupolpotential der Penningfalle	19
3.3. Eigenfrequenzen der Penningfalle	20
3.4. Fallenpotential der zylindrischen Penningfalle	23
3.5. Energieniveaus in der Penningfalle	29
4.1. Magnetische Flasche	33
4.2. Spinabhängige potentielle Energie	34
4.3. g -Faktor Resonanz von O^{7+}	36
5.1. Experimenteller Aufbau	38
5.2. Aufbau der Penningfallen	39
5.3. Foto des Fallturms	40
5.4. Testaufbau der Elektronenquelle	43
5.5. Feldemissionsspitzen	44
5.6. Funktionstest einer einzelnen FEP bei 3,76 T	45
5.7. Zeitlicher Test der einzelnen FEP bei 3,6 T	46
5.8. Kryogener FEP-Test	46
5.9. Die Calciumtargets	48
5.10. Massenspektrum des CaF_2 -Targets	49
5.11. Massenspektrum des Ca-Targets	50
5.12. Massenspektrum in der Erzeugerfalle	51
5.13. Schaltung der verschiedenen Spannungsmodi der UM1-14 Spannungsquelle.	54
5.14. Aufbau des elektronischen Nachweissystems	56
5.15. Schaltplan der kryogene Elektronik	57
5.16. Spiegelladung und Spiegelstrom	58
5.17. Influenzierte Spannung	58
5.18. Vergleich des Signal-Rausch-Verhältnisses der axialen Verstärker	61
5.19. Widerstandskühlen der Zyklotronmode	62
5.20. Thermisches Rauschen der Resonanzkurve	63
5.21. Dipolanregung der axialen Bewegung	65
5.22. Verstärkerprinzip bei der Massenspektroskopie	67
5.23. Kühlzeit der Zyklotronfrequenz bei Seitenbandkopplung	69
5.24. Resonanzpeak der Zyklotronbewegung	70
5.25. Die Breite des Zyklotronpeaks in Abhängigkeit der Kühlzeit	71

5.26. Der Doppel-Dip	72
5.27. Frequenzabhängigkeit der Doppel-Dips von der Kopplungskonstanten	73
5.28. Abhängigkeit der Dipbreite vom Detuning der Kopplungsfrequenz	74
5.29. Abhängigkeit der Rabi-Frequenz von der Kopplungsfrequenz	75
5.30. Frequenzdifferenz des Doppel-Dip in Abhängigkeit der Amplitude des Kopplungsfeldes	75
5.31. Zeitliche Stabilität des axialen Ionensignals	76
5.32. Frequenzabhängigkeit der Doppel-Dips von der Kopplungskonstanten	77
5.33. Phase der Ionenbewegung	78
5.34. Phasensensitive Detektion der Spinrichtung	79
5.35. Transporteffizienz am hyperbolischen Reflektor	80
5.36. Abhängigkeit der Transporteffizienz vom Reflektortyp	81
5.37. Drei Zyklotronpeaks auf der Resonanzkurve	83
5.38. Mikrowellenaufbau	83
5.39. Steuerungsprogramm	84
6.1. Bestimmung des optimalen Tuning-Ratios aus der axialen Frequenzverschiebung	88
6.2. Abhängigkeit der axialen Dipbreite vom Tuning-Ratio	89
6.3. Orthogonalität der Falle	90
6.4. Asymmetrie des Speicherpotentials der Analysefalle	90
6.5. Symmetrie des Speicherpotentials in der Präzisionsfalle	91
6.6. Symmetrie des Fallenpotentials in der Präzisionsfalle	93
6.7. Oberflächendetails der Elektroden	94
6.8. Symmetrie des Speicherpotentials der <i>alten</i> Analysefalle	95
6.9. Symmetrie des Speicherpotentials der <i>neuen</i> Analysefalle	95
6.10. Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Magnetronenergie.	98
6.11. Abhängigkeit der reduzierte Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie	99
6.12. Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie	100
6.13. Abhängigkeit der Magnetronfrequenz von Zyklotronenergie	101
6.14. B2-Term in der Präzisionsfalle	102
6.15. Stabilität des axialen Ionensignals in der Präzisionsfalle	104
6.16. Verteilung der Änderung der Magnetronfrequenz	105
6.17. Verteilung der Änderung der Zyklotronfrequenz in der Präzisionsfalle	106
6.18. Ionendips in der Analysefalle	107
6.19. Verteilung der axialen Frequenz in der Analysefalle	108
6.20. B2-Term in der Analysefalle	109
6.21. Spinflips in der Analysefalle	110
B.1. FEP-Arrays	120
B.2. Funktionstest eines Arrays bei 10 K	121
B.3. Funktionstest eines Arrays bei 3,6 T	121

Tabellenverzeichnis

2.1.	Quantenelektrodynamische Korrekturen zum g -Faktor von $^{28}\text{Si}^{13+}$	13
2.2.	Wie Tab. 2.1 für $^{40}\text{Ca}^{19+}$	14
2.3.	Wie Tab. 2.1 für $^{48}\text{Ca}^{19+}$	14
2.4.	Wie Tab. 2.1 für $^{28}\text{Si}^{11+}$	14
2.5.	Wie Tab. 2.1 für $^{40}\text{Ca}^{17+}$	15
3.1.	Eigenfrequenzen von $^{28}\text{Si}^{11+}$, $^{28}\text{Si}^{12+}$ und $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ionen in der Penningfalle . .	21
4.1.	Spinabhängigkeit der axialen Frequenz	34
5.1.	Isotopenzusammensetzung der Calciumtargets	47
5.2.	Spannungsquellen	53
5.3.	q/M -Bereiche der Massenspektren	67
6.1.	Ionenspezies	96
6.2.	Eigenfrequenzen der Ionenspezies	97

1. Einleitung

Die Quantenelektrodynamik (QED) ist die fundamentale Theorie, welche die elektromagnetische Wechselwirkung von Licht mit Materie und von geladenen Teilchen untereinander beschreibt. Sie wurde erstmals in den 20er Jahren des letzten Jahrhunderts durch Dirac formuliert. Die QED-Theorie konnte in zahlreichen Experimenten bestätigt werden. Hierzu gehört die experimentelle Bestimmung des gyromagnetische Faktors – auch als g -Faktor bezeichnet – sowohl des freien als auch des gebundenen Elektrons. So stimmen heute die Vorhersage der QED-Theorie für den g -Faktor des freien Elektrons und der experimentelle Wert innerhalb der Fehler auf 10^{-11} überein [KN06, HFG08]. Um die QED-Theorie auf diesem Genauigkeitsniveau überprüfen zu können, mussten sowohl die Theorie als auch die Experimente immer weiter verbessert werden. Auch die hier vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit dem experimentellen Aufbau einer weiteren Bestimmung des g -Faktors gebundener Elektronen. Da die dazu gehörigen theoretischen Beiträge zur QED im zweiten Kapitel dieser Arbeit genauer beschrieben werden, sollen hier zunächst die Entwicklungen im experimentellen Bereich der Ermittlung des g -Faktors des Elektrons etwas genauer betrachtet werden.

Die ersten Messungen des g -Faktors des Elektrons wurden 1947 von Kusch und Foley an einem Gallium-Atomstrahl durchgeführt [KF47]. Mit Hilfe der Magnetresonanz-Technik wurden Übergänge zwischen verschiedenen Zeemanniveaus angeregt und anschließend das Zustandsniveau beobachtet. Bei dieser Methode hängt der gemessene g -Faktor sowohl vom Bahndrehimpuls als auch vom Spin des Elektrons ab, so dass der g -Faktor des Elektrons durch das Frequenzverhältnis zweier Übergänge bestimmt werden muss. Die Messungen ergaben für das Elektron einen g -Faktor von $2,002\,29(8)$ [KF47]. Für die Bestimmung des g -Faktors des Elektrons erhielt Kusch zusammen mit Lamb 1955 den Nobelpreis für Physik. Die erste Bestimmung des g -Faktors freier Elektronen, zu dem nur der Elektronenspin beiträgt, wurde 1954 von Louisell, Pidd und Crane an einem Strahl polarisierter Elektronen durchgeführt [LPC54]. Für Elektronen, die sich in einer Ebene senkrecht zu einem homogenen Magnetfeld bewegten, wurde deren Zyklotron- und Spinpräzessionsfrequenz, die sogenannte Larmorfrequenz, bestimmt. Aus den Unterschieden der beiden Frequenzen wurde ein g -Faktor von $2,002\,321\,8(48)$ bestimmt [SPC61]. Gegenüber der Methode von Kusch und Foley hat letztere den Vorteil, dass die Magnetfeldstärke direkt gemessen wird und nicht im Nachhinein bestimmt werden muss. Einen anderen Ansatz zur Bestimmung der Larmorfrequenz von freien Elektronen im Magnetfeld, der noch heute seine Anwendung findet, verfolgte Dehmelt 1958 [Deh58]. Dabei wurde ausgenutzt, dass die Larmorfrequenz mit dem Energieunterschied zwischen den beiden im Magnetfeld möglichen Spinrichtungen verknüpft ist [DE73, Deh86]. Der g -Faktor kann wie bei Louisell et al. aus dem Frequenzunterschied zwischen Larmor- und Zyklotronfrequenz, der sogenannten Anomaliefrequenz, bestimmt werden. 1968 nutzten Gräff, Major, Roeder und Werth [GMRW68] eine Penningfalle um den experimentellen Ansatz von Dehmelt fortzuführen. Schließlich wurde 1977 von Van Dyck, Schwinger und Dehmelt der g -Faktor eines einzelnen Elektrons in der Penningfalle, dem sogenannten *Geonium*, bestimmt [VDJSD77]. Bei diesem Experiment wurden an den Elektroden der Penningfalle angeschlossene Schwingkreise verwendet, um die Eigenfrequenzen

1. Einleitung

zen des Elektrons in der Penningfalle durch die vom Elektron induzierten Spiegelströme zu messen. Dabei wird auch gleichzeitig die Magnetfeldstärke mitbestimmt. Durch Einstrahlen von Radiofrequenz-Signalen mit der Anomaliefrequenz wird die Änderung der Spinrichtung, der sogenannte Spinflip, induziert. Mit einem durch eine magnetische Flasche erzeugten inhomogenen Magnetfeld, bei dem die axiale Frequenz von der Spinrichtung im Magnetfeld abhängt, kann schließlich die Spinrichtung bestimmt werden. Die Messung mit nur einem Teilchen hat den Vorteil, dass störende Effekte durch dessen Spiegelladung sehr klein und Wechselwirkungen mit benachbarten Teilchen ausgeschlossen sind. In diesem Experiment wurde 1977 für das freie Elektron ein g -Faktor von $2,002\,319\,305(400)$ gemessen [VDJSD77]. In den folgenden Jahren wurde dieses Experiment von Gabrielse und Mitarbeitern weiter verbessert, so dass heute $g/2=1.001\,159\,652\,180\,73(28)$ gilt [HFG08]. Dehmelt erhielt 1989 den Nobelpreis für Physik für seine Arbeiten an Ionenfallen, die heute in allen Experimenten auf dem Gebiet der g -Faktor Bestimmung einzelner Teilchen verwendet werden.

Unter dem Einfluss von sehr großen elektromagnetischen Feldstärken ändern sich die QED-Effekte des Elektrons [Bei00]. Da es aber nicht möglich ist die notwendigen Feldstärken in einem Labor zu erzeugen, werden Elektronen, die an hochgeladenen Ionen gebunden sind, untersucht. Hier reichen die elektrischen Feldstärken von einigen 10^{10} V/cm bei wasserstoffähnlichem Helium bis zu 10^{16} V/cm bei wasserstoffähnlichem Uran. Für die Berechnungen der QED der gebundenen Zustände (BS-QED, engl. bound-state QED) muss ein anderer Lösungsansatz als für das freie Elektron verwendet werden. Dort kann die QED-Theorie durch Störungsrechnung in einer konvergente Reihe entwickelt werden. Bei der BS-QED-Theorie wird dies komplizierter, da zusätzliche Kerneffekte berücksichtigt werden müssen. Zum Test von Rechnungen der BS-QED-Theorie wurde daher 1998 erstmals der g -Faktor des gebundenen Elektrons im hochgeladenen Ion bestimmt [DHH⁺98]. Das Experiment ähnelt dem Experiment von Van Dyck et al., jedoch wurde eine andere Penningfallenkonfiguration mit zylindrischer Geometrie verwendet. Zudem ist eine sehr viel stärkere magnetische Flasche notwendig, um die axiale Frequenzdifferenz zwischen zwei Spinzuständen beobachten zu können. Zum Induzieren eines Spinflips des gebundenen Elektrons werden Mikrowellen mit der Larmorfrequenz eingestrahlt. Für das Experiment an wasserstoffähnlichem Kohlenstoff wurde ein g -Faktor von $2,001\,040(4)$ bestimmt [DHH⁺99]. Die Messgenauigkeit des Experimentes wurde durch thermische Fluktuationen der axialen Energie im inhomogenen Feld der magnetischen Flasche limitiert. Daher wurden in einem nachfolgenden Experiment zwei getrennte Penningfallen verwendet. Die erste mit einer magnetischen Flasche zur Bestimmung der Spinrichtung und die zweite mit einem sehr homogenen Magnetfeld zur Bestimmung der Ionenfrequenzen. Für dieses Experiment an $^{12}\text{C}^{5+}$ konnte in guter Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert ein g -Faktor von $2,001\,041\,596(5)$ bestimmt werden [HBH⁺00]. Die Genauigkeit dieses Messwerts wird dabei durch die Unsicherheit mit der die Elektronenmasse bekannt ist limitiert. Unter der Annahme, dass der theoretische Wert richtig ist, kann aus der g -Faktor Bestimmung die atomare Masse des Elektrons zu $0,000\,548\,579\,911\,1(12)$ berechnet werden [BHH⁺02]. Da die Effekte der BS-QED mit höherer Kernladungszahl zunehmen (siehe Abbildung 1.1), wurde 2004 der g -Faktor in wasserstoffähnlichem Sauerstoff in der gleichen Apparatur gemessen [VKA⁺05]. Mit einem Wert von $2,000\,047\,020\,2(6)$ stimmt auch dieser g -Faktor sehr genau mit dem theoretischen Wert überein.

Mit der Bestimmung des g -Faktors von $^{12}\text{C}^{5+}$ und $^{16}\text{O}^{7+}$ konnte die BS-QED-Theorie für kleine Kernladungszahlen bereits erfolgreich getestet werden. Um die Korrekturen der BS-QED genauer testen zu können, ist es von Interesse, den g -Faktor für Ionen mit noch höherer Kernladungszahlen zu bestimmen. Mit größerer Ionenmasse nehmen zusätzlich auch Kern- und Masseneffekte zu, die bei der Berechnung des g -Faktors berücksichtigt werden müssen.

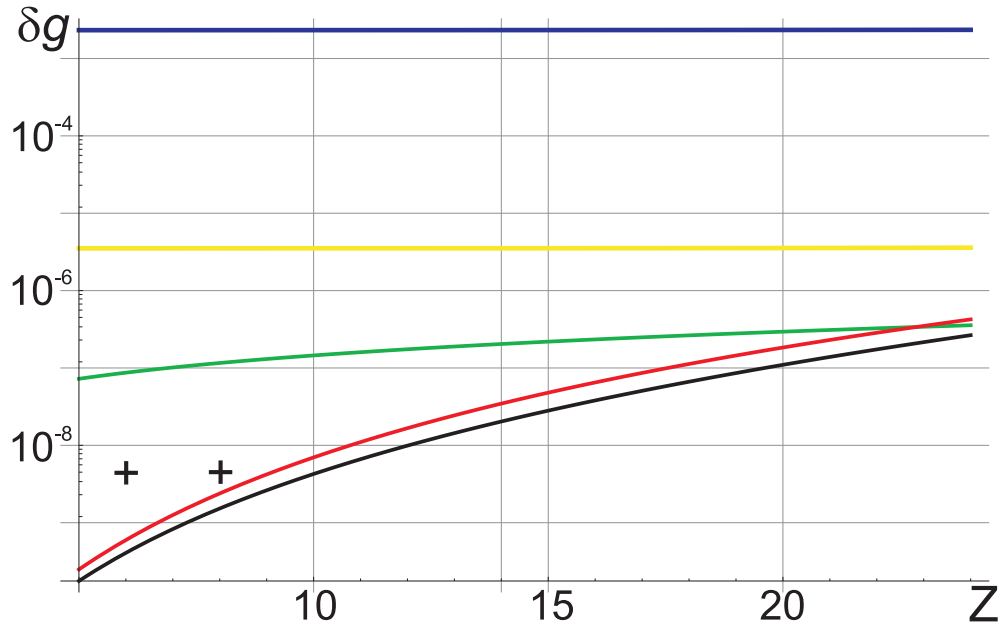


Abbildung 1.1.: Beiträge zum g -Faktor des gebundenen Elektrons: Einschleifen-BS-QED Korrekturen (blau), Zweischleifen-BS-QED Korrekturen (gelb), endlichen Kerngröße (schwarz), Kernrückstoßkorrekturen (grün) und Vakuumpolarisation höherer Ordnung (rot) [ZHK10]. Die erreichte Messgenauigkeit bei g -Faktor Messungen von wasserstoffähnlichem Kohlenstoff [Häf00] und wasserstoffähnlichem Sauerstoff [VG03] sind durch Kreuze markiert.

Die notwendigen Korrekturen können ebenfalls durch die Messung des g -Faktors des gebundenen Elektrons überprüft werden. Hierzu ist es jedoch notwendig, den g -Faktor von zwei Isotopen des gleichen Elements zu bestimmen. Weil die Effekte der QED und der BS-QED in guter Näherung gleich bleiben, beruht der Unterschied zwischen beiden g -Faktoren nur auf den Rückstoß- und Kernkorrekturen. Da diese in weiteren Experimenten ebenfalls überprüft werden sollen sind hierzu Atome von Interesse, die schwerer als Sauerstoff sind, gleichzeitig aber mindestens zwei stabile Isotope ohne Kernspin haben und deren Massen besser als 10^{-9} bekannt sind. In diesem Experiment sollen die Ionen direkt in den Penningfallen erzeugt werden, daher gibt es bei der Wahl der Ionen eine Einschränkung hinsichtlich ihrer Ionisierungsenergie. Diese muss niedrig genug sein, damit die Ionen mit einer kleinen Elektronenstrahl-Ionenquelle erzeugt werden können. In [BBB⁺03, VAD⁺07] wurden ^{24}Mg , ^{26}Mg , und die beiden doppelmagischen Kerne ^{40}Ca , ^{48}Ca für diese Experimente vorgeschlagen. Ein weiteres interessantes Element ist ^{28}Si , mit dem weiteren stabilen Isotop ^{30}Si . Für weitere g -Faktor Experimente wurden schließlich Silizium und Calcium ausgewählt [BKK⁺09, SBS⁺10]. Bei diesen Elementen soll der g -Faktor des Elektrons in wasserstoffähnlichen Systemen der Isotope ^{28}Si , ^{30}Si , ^{40}Ca und ^{48}Ca bestimmt werden. Außerdem sollen auch die g -Faktoren des Elektrons in lithiumähnlichen Ionen gemessen werden. Dadurch können relativistische und QED-Rechnungen zur Elektron-Elektron-Wechselwirkung überprüft werden. Mit dem Vergleich des g -Faktors von wasserstoff- und lithiumähnlichen Ionen des gleichen Isotops können, nach zukünftigen Verbesserungen der Theorie, zusätzlich Unsicherheiten bei den Korrekturen ausgedehnter Kerne reduziert werden. Insgesamt sind die Bestimmungen der g -Faktoren von $^{28}\text{Si}^{13+}$, $^{28}\text{Si}^{11+}$, $^{30}\text{Si}^{13+}$ und $^{28}\text{Si}^{11+}$ sowie von $^{40}\text{Ca}^{19+}$, $^{40}\text{Ca}^{17+}$, $^{48}\text{Ca}^{19+}$ und $^{48}\text{Ca}^{17+}$ geplant. Ein weiteres Experiment zur Bestimmung des g -Faktors sehr schwerer Elemente befindet sich im Rahmen des HITRAP-Experimentes zur Zeit im Aufbau [HBD⁺06]. Dort sollen unter anderem der g -Faktor von wasserstoffähn-

1. Einleitung

lichem Blei und Uran ermittelt werden [BDK⁺05].

In dieser Arbeit soll das Experiment zur Bestimmung des g -Faktors des Elektrons gebunden an hochgeladenen mittelschweren Ionen aufgebaut und die Messung des g -Faktors von $^{28}\text{Si}^{13+}$ vorbereitet werden. Die Methoden, die hierzu angewandt wurden, und die zahlreichen Ergebnisse der Messungen werden in den folgenden Kapiteln beschrieben und vorgestellt. Diese gliedern sich wie folgt: In Kapitel 2 wird die Theorie der Quantenelektrodynamik in Bezug auf die Bestimmung des magnetischen Moments des freien und des gebundenen Elektrons dargestellt. Die Penningfalle als das wichtigste Instrument in diesem Experiment wird in Kapitel 3 beschrieben. Nach einer allgemeinen Darstellung der Penningfalle wird die zylindrische Konfiguration im Detail diskutiert. Die generelle Bestimmung der Larmorfrequenz und des g -Faktors werden in Kapitel 4 behandelt. Dort werden auch die Detektion der Spinrichtung mit dem kontinuierlichen Stern-Gerlach-Effekt und die hierzu notwendige magnetische Flasche diskutiert. Kapitel 5 hat zwei Schwerpunkte: den experimentellen Aufbau und den Betrieb des Experiments. Zunächst werden die Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle und die beiden Messfallen im Detail beschrieben. Anschließend werden die nicht destruktive Ionendetektion und die Bestimmung der Eigenfrequenzen von Ionen in der Penningfalle erläutert. Des Weiteren wird hier auch die Präparation eines einzelnen Ions behandelt. Kapitel 6 widmet sich den charakteristischen Messungen, die in beiden Messfallen durchgeführt wurden. Das Fallenpotential der beiden Penningfallen konnte damit verbessert werden. Charakteristika, die nicht von der Fallenspannung abhängen, wurden bestimmt, um ihren störenden Einfluss auf die Präzisionsmessungen zu kennen. Mit der Kenntnis der Magnetfeldstärke konnte die Larmorfrequenz so genau berechnet werden, dass es für diese Arbeit abschließend gelang die Änderung der Spinrichtung bei Einstrahlung einer geeigneten Mikrowellenstrahlung in der Analysefalle zu beobachten. Schließlich wird in Kapitel 7 eine Zusammenfassung dieser Arbeit mit den erreichten Zielen und dem aktuellen Status gegeben. Auch werden in diesem letzten Kapitel neuere technische Entwicklungen beschrieben, die für dieses und zukünftige Experimente von Interesse sind. Als Abschluss werden weitere mögliche g -Faktor Experimente aufgezeigt, deren Ziel unter anderem die genauere Messung des Einflusses von Kernstruktureffekten auf die QED sind. Des Weiteren werden Experimente vorgestellt, welche eine genauere Bestimmung von fundamentalen Naturkonstanten ermöglichen.

2. Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird das magnetische Moment geladener Teilchen diskutiert und der Spin des Elektrons eingeführt. Nach Einführung der QED-Theorie des freien und des gebundenen Elektrons und relativistischer Beiträge wird schließlich der g -Faktor des gebundenen Elektrons in wasserstoff- und lithiumähnlichen Systemen vorgestellt.

2.1. Das magnetische Moment und der g -Faktor

Das Elektron auf seiner Umlaufbahn um den Atomkern kann in guter Näherung durch einen Kreisstrom beschrieben werden [HW00]. Dieser erzeugt ein magnetisches Dipolmoment

$$\boldsymbol{\mu} = I \cdot \mathbf{F} . \quad (2.1)$$

Dabei ist I die Stromstärke und \mathbf{F} der Vektor, der senkrecht zu der durch die Leiterschleife aufgespannten Kreisfläche mit dem Radius r steht und dessen Betrag $|\mathbf{F}|$ gleich dem Inhalt der Kreisfläche ist. Ein Teilchen der Ladung q und der Masse m erzeugt bei einer Umlaufzeit $T = 2\pi/\omega$ den Strom:

$$\langle I \rangle = \frac{q}{T} = \frac{q\omega}{2\pi} , \quad (2.2)$$

wobei ω die Kreisfrequenz bezeichnet. Das dazugehörige magnetische Moment μ ist somit gegeben durch

$$\mu = I F = \frac{q\omega}{2\pi} \pi r^2 = \frac{q}{2} \omega r^2 . \quad (2.3)$$

Mit dem Bahndrehimpuls $|\mathbf{l}| = m v r = m \omega r^2$ kann das magnetische Moment wie folgt formuliert werden:

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{q}{2m} \mathbf{l} . \quad (2.4)$$

Für eine positive Ladung q sind $\boldsymbol{\mu}$ und \mathbf{l} in gleicher Richtung orientiert. Bei Elektronen stehen beide antiparallel zueinander. Da die Energie quantisiert ist kann der Bahndrehimpuls \mathbf{l} die Quantenzahlen $l = 0, 1, 2, 3, \dots$ annehmen. Der kleinst mögliche Bahndrehimpuls für ein Elektron ist dabei $|\mathbf{l}| = h/2\pi = \hbar = 1,054\,571\,628\,(53) \cdot 10^{-34} \text{ Js}$, mit dem Planck'schen Wirkungsquantum $h = 6,626\,068\,96\,(33) \text{ Js}$ [MTN08]. Das sich hieraus ergebende magnetische Moment wird als Bohr'sches Magneton [MTN08] bezeichnet:

$$\mu_B = \frac{e}{2m} \hbar = 9,274\,009\,15\,(23) \cdot 10^{-24} \text{ J/T} , \quad (2.5)$$

wobei $e = 1,602\,176\,487\,(40) \cdot 10^{-19} \text{ C}$ die Elementarladung [MTN08] ist. Mit Gleichung (2.5) ergibt sich das magnetische Moment aus Gl. (2.4) zu

$$\boldsymbol{\mu}_l = -g_l \mu_B \frac{\mathbf{l}}{\hbar} , \quad (2.6)$$

wobei g_l der sogenannte Landé-Faktor ist, eine dimensionslose Proportionalitätskonstante. Sie wird auch als gyromagnetischer Faktor – kurz g -Faktor – bezeichnet. Im Falle des Bahndrehimpulses eines Elektrons beträgt $g_l = 1$. In einem Magnetfeld (im Weiteren wird das

2. Theoretische Grundlagen

Magnetfeld ohne Einschränkung der Allgemeinheit in z -Richtung orientiert sein) ist die Orientierung des Bahndrehimpulses nicht beliebig. Seine Orientierungsachse ist vielmehr durch die Richtung des Magnetfeldes gegeben. Die Werte der z -Komponente des Bahndrehimpulses können nur ganzzahlige Vielfache des Planck'schen Wirkungsquantums annehmen, so dass

$$l_z = m_l \hbar \quad (2.7)$$

folgt, mit der magnetischen Quantenzahl $m_l = 0, \pm 1 \dots \pm l$. Die z -Komponente des Drehimpuls l_z und das magnetische Moment μ_l können also $2l + 1$ verschiedene Werte annehmen. Für den Betrag des Bahnmoments gilt

$$\mu_l = \mu_B \sqrt{l(l+1)}. \quad (2.8)$$

Neben dieser Betrachtungsweise kann das magnetische Moment auch aus der Schrödingergleichung hergeleitet werden [HW00]. Für ein Teilchen der Masse m und der Ladung q lautet sie in einem magnetischen Vektorpotential \mathbf{A} :

$$H\Psi = \left[\frac{1}{2m} (\mathbf{p} - q \mathbf{A})^2 + q \Phi \right] \Psi. \quad (2.9)$$

Dabei ist H der Hamilton-Operator, der auf die Wellenfunktion Ψ wirkt, \mathbf{p} der Impulsoperator und Φ ein skalares Potential. Wird \mathbf{p} durch den Impulsoperator $-i\hbar\nabla$ ersetzt, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} H\Psi &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{i\hbar q}{2m} (\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla) + \frac{q^2 \mathbf{A}^2}{2m} + q \Phi \right] \Psi \\ &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{i\hbar q}{m} \mathbf{A} \cdot \nabla + \frac{q^2 \mathbf{A}^2}{2m} + q \Phi \right] \Psi, \end{aligned} \quad (2.10)$$

wobei die Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ verwendet wurde. In einem zeitlich konstanten Magnetfeld \mathbf{B} kann das Vektorpotential durch

$$\mathbf{A} = -\frac{1}{2} [\mathbf{x} \times \mathbf{B}] \quad (2.11)$$

ausgedrückt werden, wobei \mathbf{x} der Ortsvektor ist. Aus Gl. (2.10) folgt dann

$$\begin{aligned} H\Psi &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{i\hbar q}{m} \left(-\frac{1}{2}\right) (\mathbf{x} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla + \frac{q^2}{8m} (\mathbf{x} \times \mathbf{B})^2 + q\Phi \right] \Psi \\ &= \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{i\hbar q}{2m} (\mathbf{x} \times \nabla) \cdot \mathbf{B} + \frac{q^2}{8m} (\mathbf{x}^2 \mathbf{B}^2 - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{B})^2) + q\Phi \right] \Psi. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Mit Einführung des Drehimpulsoperators $\mathbf{l} = \frac{\hbar}{i} \mathbf{x} \times \nabla = \mathbf{x} \times \mathbf{p}$ vereinfacht sich dies zu:

$$H\Psi = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{q}{2m} \mathbf{l} \mathbf{B} + \frac{q^2}{8m} (\mathbf{x}^2 \mathbf{B}^2 - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{B})^2) + q\Phi \right] \Psi. \quad (2.13)$$

Der zweite Term des Hamilton-Operators kann dabei durch das magnetische Moment ausgedrückt werden:

$$\frac{q}{2m} \mathbf{l} \cdot \mathbf{B} = \mu_l \cdot \mathbf{B}. \quad (2.14)$$

Daraus folgt für $\boldsymbol{\mu}_l$:

$$\boldsymbol{\mu}_l = -\frac{e}{2m} \boldsymbol{l} = -g_l \mu_B \frac{\boldsymbol{l}}{\hbar}. \quad (2.15)$$

Der Vergleich mit Gl. (2.6), zeigt dass die semi-klassische Betrachtung das gleiche Ergebnis wie die Herleitung über die Schrödingergleichung liefert.

2.2. Der Spin des Elektrons

Der Spin eines Teilchens beschreibt eine Art Eigenrotation für die es kein klassisches Analogon gibt. Mathematisch gelten für ihn die Vertauschungsrelationen des Drehimpulses, er unterscheidet sich jedoch grundlegend von diesem durch sein gyromagnetisches Verhältnis. Mit dem Versuch von W. Gerlach und O. Stern [GS22] wurde die Existenz des Spins nachgewiesen. Ein kollimierter Strahl neutraler Silberatome läuft durch ein inhomogenes Magnetfeld und wird anschließend auf einer Fotoplatte detektiert. Klassisch wird erwartet, dass ein einzelner, verbreiteter Auftreffpunkt zu sehen ist. Im Experiment werden jedoch zwei Auftreffpunkte entlang des Magnetfeldgradienten beobachtet, die symmetrisch um die Strahlachse angeordnet sind. Mit dem Bahndrehimpuls lässt sich dies nicht erklären, da nach der Elektronenkonfiguration Silber ein Valenzelektron besitzt, welches sich in der Schale 5s befindet. Sein Bahndrehimpuls ist daher $l = 0$. Für die magnetische Quantenzahl aber gilt $m_l = l = 0$. Nach Gl. (2.7) kann der Bahndrehimpuls dann nur eine z -Komponente haben und folglich kann es nur einen Auftreffpunkt geben. Das Elektron muss also eine weitere Quantenzahl besitzen: den Spin \boldsymbol{s} . Die Spinquantenzahl ist $s = 1/2$, für seine z -Komponente ergibt sich $s_z = \pm m_s \hbar = \pm 1/2 \hbar$. Der Betrag des Eigenwertes des Spins ist $|\boldsymbol{s}| = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \sqrt{3/4}$. Ersetzt man in Gleichung (2.6) den Bahndrehimpuls \boldsymbol{l} durch den Spin \boldsymbol{s} , folgt für das magnetische Moment des Spins:

$$\boldsymbol{\mu}_s = -g \mu_B \frac{\boldsymbol{s}}{\hbar}. \quad (2.16)$$

Sowohl aus der klassischen Theorie als auch aus der Schrödinger-Gleichung folgt für die Proportionalitätskonste $g = 1$. Erst die relativistische Behandlung des Elektrons – von Dirac durchgeführt [Dir28] – ergibt $g = 2$. Der Spin erzeugt also im Vergleich zum Bahndrehimpuls ein doppelt so großes magnetisches Moment.

2.3. Die Quantenelektrodynamik des freien Elektrons

Ein geladenes Teilchen wie das Elektron emittiert ständig Photonen und absorbiert diese wieder (siehe Abbildung 2.1a). Dies ist aufgrund der Energieerhaltung jedoch nur für kurze Zeiten, in denen die Unschärferelation $\Delta E \Delta t \approx \hbar$ nicht verletzt wird, erlaubt. Dabei kann die Energie des Photons E_γ negativ und der Impuls imaginär sein; man spricht daher von virtuellen Photonen. Der Prozess, bei dem virtuelle Photonen emittiert und wieder absorbiert werden, wird Selbstenergie genannt. Ein weiterer Prozess ist die sogenannte Vakuumpolarisation (siehe Abbildung 2.1b). Ein Elektron-Positron-Paar wird aus einem virtuellen Photon erzeugt und zerstrahlt wieder in ein solches. Dies führt zu einer Änderung der effektiven Ladung. Schließlich muss für ein freies Elektron noch die sogenannte Vertex-Korrektur (siehe Abbildung 2.1c) berücksichtigt werden. Hier findet die Elektron-Photon-Wechselwirkung unter Einbeziehung eines virtuellen Photons statt. Diese grundlegenden Prozesse der Quantenelektrodynamik und ihre Kombinationen führen zu Änderungen des g -Faktors des freien

2. Theoretische Grundlagen

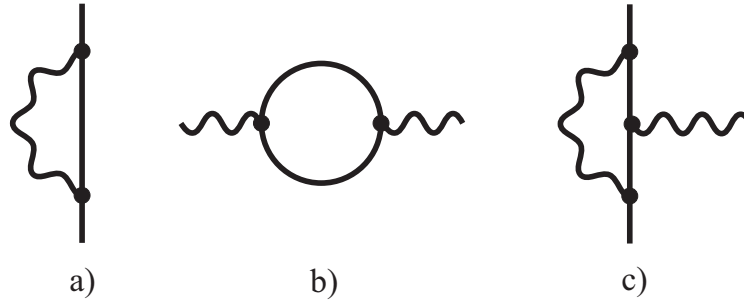


Abbildung 2.1.: Die grundlegenden Prozesse der Quantenelektrodynamik sind hier in erster Ordnung dargestellt. Durchgezogene Linien markieren ein Elektron oder Positron, eine Wellenlinie ein Photon. a) Selbstenergie: Die Emission und Absorption eines virtuellen Photons durch ein Elektron. b) Vakuumpolarisation: Erzeugung und Vernichtung eines Elektron-Positron-Paares durch ein virtuelles Photon. c) Vertex-Korrektur: Ein zusätzliches virtuelles Photon führt zu einer Veränderung der Elektron-Photon Wechselwirkung.

Elektrons. Die notwendigen Korrekturen können durch die Feinstrukturkonstante¹ α wie folgt ausgedrückt werden:

$$\frac{g}{2} = 1 + C_2 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + C_4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_6 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + C_8 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + C_{10} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots + \alpha_{hadronisch} + \alpha_{schwach} . \quad (2.17)$$

In $\alpha_{hadronisch}$ und $\alpha_{schwach}$ werden Korrekturen der hadronischen Vakuumpolarisation und der Einfluss der schwachen Wechselwirkung zusammen gefasst. Die aktuellen Berechnungen der Koeffizienten C_j und des g -Faktors des freien Elektrons stammen aus [KN06, GHK⁺06, GHK⁺07]. Den Wert mit der größten Genauigkeit für α liefert zur Zeit das Experiment zur Bestimmung des g -Faktors des freien Elektrons [HFG08] selbst und beträgt:

$$\frac{1}{\alpha} = 137,035999084(33)(39) . \quad (2.18)$$

Dabei wurde davon ausgegangen, dass sowohl der experimentelle als auch der theoretische Wert des g -Faktors des freien Elektrons stimmen. Wird der experimentelle Wert mit der theoretischen Gleichung gleichgesetzt, so kann daraus α bestimmt werden. Eine vom g -Faktor des freien Elektrons unabhängige Bestimmung der Feinstrukturkonstante wird in [BCGK⁺10] angegeben. Dieser Wert für α stimmt innerhalb der Fehler mit dem Wert aus [HFG08] überein. Der aktuelle Wert des g -Faktors des freien Elektrons [HFG08] ist

$$g/2 = 1.00115965218073(28) .$$

2.4. Relativistische Beschreibung des gebundenen Systems

Ist das Elektron an ein Atom gebunden, dann ist der Spin selbst keine beobachtbare Größe mehr, denn Spin \mathbf{s} und Bahndrehimpuls \mathbf{l} koppeln zum Gesamtdrehimpuls² $\mathbf{j} = \mathbf{s} + \mathbf{l}$.

¹ $\alpha = \frac{1}{2c_0\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar} = \frac{1}{4\pi c_0\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar} = \frac{1}{137,035\dots}$

²Ein freies Elektron hat keinen Bahndrehimpuls, der Gesamtdrehimpuls ist mit dem Spin $\mathbf{j} = \mathbf{s}$ identisch

Ersetzt man in Gl. (2.6) den Bahndrehimpuls \mathbf{l} durch den Gesamtdrehimpuls \mathbf{j} , so lautet das magnetische Moment für diesen:

$$\boldsymbol{\mu}_j = -g_j \mu_B \frac{\mathbf{j}}{\hbar}. \quad (2.19)$$

Die potentielle Energie in einem Magnetfeld ist $E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$, und hängt von der Orientierung des Gesamtdrehimpulses im Magnetfeld ab. Die hieraus resultierende Energieverschiebung eines Zustandes $|a_n\rangle$ in einem homogenen Magnetfeld ist [Bei00]:

$$\Delta E = -\langle a_n | \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} | a_n \rangle = -g_j \frac{\mu_B}{\hbar} B \langle a_n | j_z | a_n \rangle = m_j g_j \mu_B B_z, \quad (2.20)$$

mit j_z der z -Komponente des Gesamtdrehimpulses und der dazugehörigen Quantenzahl $m_j = j, j-1, \dots, -j$. Für die in dieser Arbeit betrachteten $S_{1/2}$ -Zustände³ gilt $l = 0$, woraus für die magnetische Quantenzahl $m_j = \pm \frac{1}{2}$ folgt.

Mit dem Vektorpotential $\mathbf{A} = -\frac{1}{2}[\mathbf{B} \times \mathbf{x}]$ aus Gleichung (2.11) kann der g -Faktor somit aus der Energieverschiebung berechnet werden. Eine detaillierte Herleitung hierfür findet sich bei [Bei00] und [Mar40]. Unter der Annahme eines reinen Coulomb-Potentials und eines punktförmigen Kerns ergibt sich für ein wasserstoffähnliches Ion:

$$g_j(1S_{1/2}) = \frac{2}{3} \left(1 + 2\sqrt{1 - (Z\alpha)^2} \right). \quad (2.21)$$

Unter Vernachlässigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung gilt für einen lithiumähnlichen Zustand:

$$g_j(2S_{1/2}) = \frac{2}{3} \left(1 + 2\sqrt{\frac{1 - (Z\alpha)^2}{2}} \right). \quad (2.22)$$

Dies wurde bereits 1928 von Breit [Bre28] beschrieben.

2.5. Die Quantenelektrodynamik des gebundenen Elektrons

Ein einzelnes Elektron, gebunden im Coulomb-Potential eines Atomkerns, erfährt je nach Kernladungszahl hohe elektrische Feldstärken. Diese reichen von einigen 10^{10} V/cm für wasserstoffähnliches Helium ($Z = 2$) bis hin zu 10^{16} V/cm im Falle von wasserstoffähnlichem Uran ($Z = 92$) [Bei00]. Die quantenelektrodynamischen Berechnungen [Bei00] zum g -Faktor werden hierdurch komplexer.

Die QED-Effekte des gebundenen Elektrons werden in der ersten Ordnung in α durch sechs Feynman-Diagramme (siehe Abb. 2.2) und bereits durch 50 Diagramme in der zweiten Ordnung in α (siehe Abb. 2.3) beschrieben. Durch die Wechselwirkung des Elektrons mit dem Atomkern ändert sich auch die Selbstenergie und die Vakuumpolarisation. In den Tabellen 2.1 und 2.2 sind diese Beiträge der Selbstenergie und der Vakuumpolarisation für wasserstoffähnliches Silizium $^{28}\text{Si}^{13+}$ und wasserstoffähnliches Calcium $^{40}\text{Ca}^{19+}$ aufgeführt.

³Dies sind die $1S_{1/2}$ -Zustände wasserstoffähnlicher und die $2S_{1/2}$ -Zustände lithiumähnlicher Ionen.

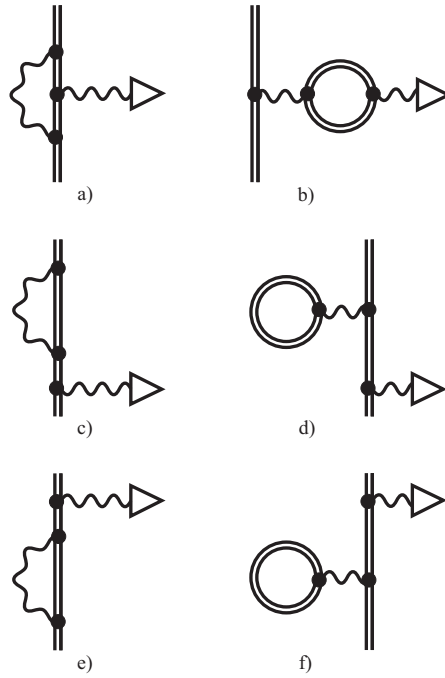


Abbildung 2.2.: Feynman-Diagramme für die erste Ordnung in α eines gebundenen Elektrons. Das gebundene Elektron ist durch eine Doppellinie dargestellt. In jedem Diagramm findet eine Wechselwirkung des Elektrons mit einem externen Magnetfeld (Dreieck) durch ein Photon statt. Die Diagramme a), c) und e) zeigen die Selbstenergie, in den Graphen b), d) und f) ist die Vakuumpolarisation für das gebundene Elektron dargestellt.

2.6. Der g -Faktor des gebundenen Elektrons

2.6.1. Kernkorrekturen

Neben den bisher betrachteten QED-Effekte sind aber für die Berechnung des g -Faktors des gebundenen Elektrons auch die Änderungen durch den Atomkern entscheidend. Hierzu tragen die Masse, die Kernladungsverteilung, seine Ausdehnung - der Atomkern kann nicht länger als Punktteilchen angenommen werden - und die Form des Kerns bei. Detaillierte Betrachtungen hierzu finden sich in [Bei00].

Des Weiteren ist die auf Kerneffekten beruhende Rückstoßkorrektur (im engl. recoil correction) zu berücksichtigen. Der Atomkern darf weder als unendlich schwer angenommen werden noch führt eine Behandlung als Zweikörperproblem mit Zerlegung in Masseschwerpunkt und Relativkoordinaten zu richtigen Ergebnissen. Eine gute Näherung stammt von Grotch [Gro70a, Gro70b], bei der die Dirac-Gleichung auf zwei Teilchen erweitert wird. Eine weitere Näherung stammt von Faustov [Fau70], in der ein effektives Potential verwendet wird. Beide Ansätze führen zu einem Beitrag für den g -Faktor des Elektrons im Grundzustand von:

$$g_{recoil} = (Z\alpha)^2 \left[\left(\frac{m_e}{M_N} \right) - (1 - Z) \left(\frac{m_e}{M_N} \right)^2 \right] + (Z\alpha)^2 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) \left[-\frac{1}{3} \left(\frac{m_e}{M_N} \right) + \frac{3 - 2Z}{6} \left(\frac{m_e}{M_N} \right)^2 \right]. \quad (2.23)$$

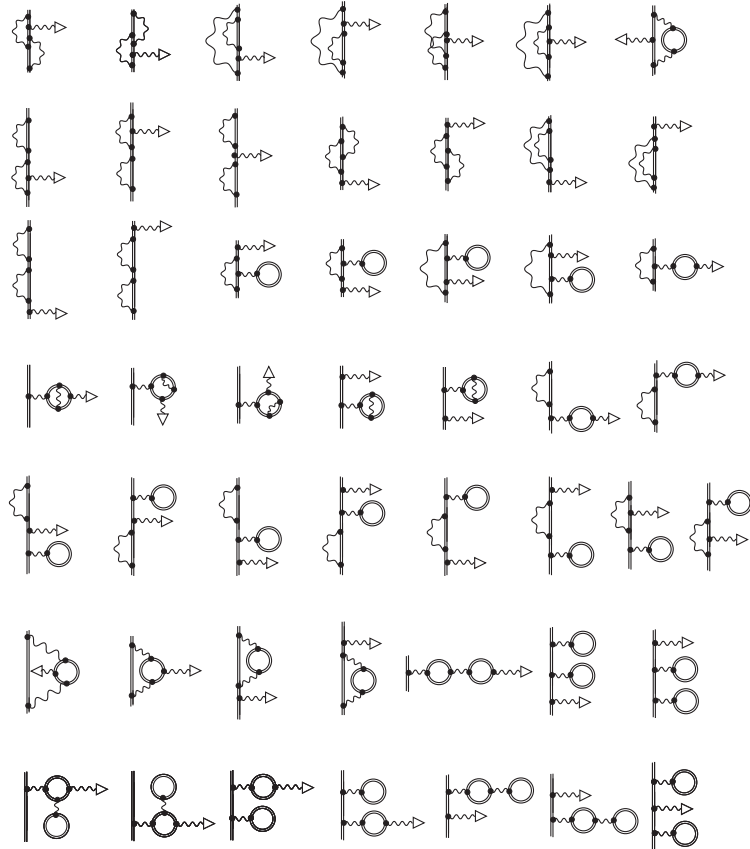


Abbildung 2.3.: Die 50 Feynman-Diagramme der BS-QED-Korrekturen in der zweiten Ordnung von α .

Hier sind M_N und m_e die Massen des Kerns und des Elektrons. Eine Rechnung zur Rückstoßkorrektur für einen beliebigen Zustand eines wasserstoffähnlichen Ions in Ordnungen von $(\alpha Z)^2 m_e / M_N$ findet sich in [Sha01].

Der Isotopieeffekt

In den letzten Jahren wurde die Theorie zu den Rückstoßkorrekturen deutlich verbessert. So findet man in [SY02] Rechnungen für die erste Ordnung in m_e / M_N und für alle Ordnungen in αZ . Um diese Theorie unabhängig zu testen, bietet sich die Messung des g -Faktors wasserstoffähnlicher Ionen von zwei Isotopen an. In [BBB⁺03] wurde dies für ^{24}Mg und ^{26}Mg vorgeschlagen. Für Magnesium sind die Korrekturen für die endliche Kerngröße eine Größenordnung kleiner als die Rückstoßkorrekturen [BLP⁺00]. In dem hier vorgestellten Experiment soll der Isotopieeffekt an wasserstoffähnlichen ^{40}Ca (Tab. 2.2) und ^{48}Ca (Tab. 2.3) getestet werden. Da bei den Calciumisotopen der Massenunterschied größer ist als bei den Magnesiumisotopen ist ein Isotopeneffekt leichter detektierbar. Wie Tabelle 2.2 zu entnehmen ist, sind für ^{40}Ca die Rückstoßkorrekturen zwar einen Faktor zwei größer als die Korrekturen durch die endliche Kerngröße, diese sind aber genauer bekannt da ^{40}Ca ein doppelmagischer Kern ist; das Gleiche gilt für ^{48}Ca .

2.6.2. Der g -Faktor des wasserstoffähnlichen Systems

In den vorangegangenen Abschnitten wurde gezeigt, dass sich der g -Faktor eines gebundenen Elektrons aus der Dirac-Theorie und mehreren Korrekturen, die die QED und den Atomkern betreffen, zusammensetzt. Unter Berücksichtigung dieser Korrekturen gilt für den g -Faktor eines wasserstoffähnlichen Ions:

$$g = g_{\text{Dirac}} + \Delta g_{\text{QED}} + \Delta g_{\text{BS-QED}} + \Delta g_{\text{Recoil}} + \Delta g_{\text{NS}} . \quad (2.24)$$

Hierbei stammt g_{Dirac} aus der Dirac-Theorie⁴. Δg_{QED} sind die QED-Korrekturen für das freie Elektron, $\Delta g_{\text{BS-QED}}$ die QED-Korrekturen für das gebundene Elektron, Δg_{Recoil} die Rückstoßkorrekturen und Δg_{NS} die Korrekturen, die sich aus der endlichen Kernaussdehnung ergeben.

Besitzt das Ion auch noch einen Kernspin, so müssen dafür ebenfalls Korrekturen zum g -Faktor berücksichtigt werden. Da im später vorgestellten Experiment nur Ionen ohne Kernspin untersucht werden, wird auf eine Diskussion dieses Falls verzichtet. Diese werden ausführlich bei [SAA⁺06] beschrieben.

Die vollständigen Korrekturen, wie sie in Gl. (2.24) aufgeführt sind, finden sich für wasserstoffähnliches Silizium und Calcium in den Tabellen 2.1 und 2.2.

Der theoretische g -Faktor für wasserstoffähnliches Silizium $^{28}\text{Si}^{13+}$ [Pac09, SBS⁺10] beträgt:

$$g(^{28}\text{Si}^{13+}) = 1,995\,348\,957\,9(18) . \quad (2.25)$$

Für den theoretischen g -Faktor von wasserstoffähnlichen Calcium $^{40}\text{Ca}^{19+}$ [PCJY05] findet sich:

$$g(^{40}\text{Ca}^{19+}) = 1,988\,056\,946\,7(100) . \quad (2.26)$$

2.6.3. Der g -Faktor des lithiumähnlichen Systems

Die Bestimmung des g -Faktors von lithiumähnlichen Ionen ist aus mehreren Gründen interessant [SGS⁺02]: In diesen Ionen wechselwirken drei Elektronen miteinander, so dass sich die relativistischen und QED-Rechnungen zur Elektron-Elektron-Wechselwirkung testen lassen. Des Weiteren lassen sich die Unsicherheiten, die aus den Korrekturen für einen endlich ausgedehnten Kern entstehen, durch den Vergleich der Messungen des g -Faktors von lithiumähnlichen Ionen mit dem g -Faktor des dazugehörigen wasserstoffähnlichen Ions, reduzieren.

Es gibt zwei systematische Unterschiede zwischen wasserstoffähnlichen und lithiumähnlichen Ionen. Im Grundzustand eines lithiumähnlichen Ions ist die 1s-Schale gefüllt und das Valenzelektron befindet sich in der 2s-Schale, während es bei wasserstoffähnlichen Ionen die 1s-Schale besetzt. Diese Änderung muss bei den bisherigen Korrekturen berücksichtigt werden. Darüber hinaus muss eine Korrektur, die die Elektron-Elektron-Wechselwirkung berücksichtigt, eingeführt werden [SGS⁺02]:

$$\Delta g_{\text{int}} = 2 \left[\frac{(\alpha Z)^2}{Z} B(\alpha Z) + \frac{(\alpha Z)^2}{Z^2} C(\alpha Z) + \frac{(\alpha Z)^2}{Z^3} D(\alpha Z) + \dots \right] \quad (2.27)$$

mit den Funktionen $B(\alpha Z)$, $C(\alpha Z)$ und $D(\alpha Z)$, die die Elektron-Elektron-Wechselwirkung in erster, zweiter und dritter Ordnung in $1/Z$ beschreiben. Zusätzlich müssen QED-Screening

⁴inklusive der relativistischen Korrekturen

Tabelle 2.1.: Beiträge der QED zum g -Faktor von $^{28}\text{Si}^{13+}$ [Pac09, SBS⁺10].

Beitrag	$^{28}\text{Si}^{13+}$
Dirac theorie (point)	1,993 023 571 6 (0)
Nuclear size	0,000 000 020 4 (1)
One-loop QED, free	0,002 322 819 5 (0)
One-loop QED, order $(Z\alpha)^2$	0,000 004 040 6
One-loop QED, order $(Z\alpha)^4$	0,000 001 244 6
One-loop QED, h.o. SE	0,000 000 542 8 (3)
One-loop QED, h.o. VP,EL	0,000 000 032 6
One-loop QED, h.o. VP,ML	0,000 000 002 5 (0)
Two-loop QED, free	-0,000 003 515 1
Two-loop QED, order $(Z\alpha)^2$	-0,000 000 006 1
Two-loop QED, order $(Z\alpha)^4$	-0,000 000 001 3
Two-loop QED, h.o. SE	0,000 000 000 0 (17)
Recoil correction (m/M)	0,000 000 206 1 (0)
Recoil correction h.o.	-0,000 000 000 2
Total	1,995 348 957 9 (18)

Verwendete Abkürzungen: h.o.=higher oder (höhere Ordnungen); SE=self energie (Selbstenergie); VP,EL= electric loop vacuum polarization; VP,ML= magnetic loop vacuum polarization

Terme (sreening engl. für Abschirmung) berücksichtigt werden. Diese entstehen aus einer Kombination aus QED und Elektron-Elektron-Wechselwirkung.

Der g -Faktor für lithiumähnliche Ionen setzt sich dann wie folgt zusammen:

$$g = g_{\text{Dirac}} + \Delta g_{\text{QED}} + \Delta g_{\text{BS-QED}} + \Delta g_{\text{Recoil}} + \Delta g_{\text{NS}} + \Delta g_{\text{int}} + \Delta g_{\text{QED-scr}} . \quad (2.28)$$

In den Tabelle 2.4 und 2.5 sind die Korrekturen für lithiumähnliches Silizium und Calcium aufgeführt. Für den theoretischen g -Faktor von lithiumähnlichem Silizium $^{28}\text{Si}^{11+}$ [GV09, SBS⁺10] ergibt sich ein Wert von:

$$g(^{28}\text{Si}^{11+}) = 2,000 890 011 (87) \quad (2.29)$$

und für den theoretischen g -Faktor von lithiumähnlichem $^{40}\text{Ca}^{17+}$ [GV09, SBS⁺10]:

$$g(^{40}\text{Ca}^{17+}) = 1,999 202 26 (17) . \quad (2.30)$$

2. Theoretische Grundlagen

Tabelle 2.2.: Beiträge der QED zum g -Faktor von $^{40}\text{Ca}^{19+}$ [PCJY05].

Beitrag	$^{40}\text{Ca}^{19+}$
Dirac theorie (point)	1,985 723 203 8 (0)
Nuclear size	0,000 000 113 0 (1)
One-loop QED, free	0,002 322 819 5 (0)
One-loop QED, order $(Z\alpha)^2$	0,000 008 246 2
One-loop QED, order $(Z\alpha)^4$	0,000 002 510 6
One-loop QED, h.o. SE	0,000 003 107 7 (2)
One-loop QED, h.o. VP,EL	0,000 000 172 7
One-loop QED, h.o. VP,ML	0,000 000 014 6 (0)
Two-loop QED, free	-0,000 003 515 1
Two-loop QED, order $(Z\alpha)^2$	-0,000 000 012 5
Two-loop QED, order $(Z\alpha)^4$	-0,000 000 010 9
Two-loop QED, h.o. SE	0,000 000 000 0 (100)
Recoil correction (m/M)	0,000 000 297 4
Recoil correction h.o.	-0,000 000 000 3
Total	1,988 056 946 7 (100)

Tabelle 2.3.: Beiträge der QED zum g -Faktor von $^{48}\text{Ca}^{19+}$ [GV09].

Beitrag	$^{48}\text{Ca}^{19+}$
Dirac theorie (point)	1,985 723 203 7 (1)
Nuclear size	0,000 000 112 9 (1)
QED, order α^1	0,002 336 871 3 (2)
QED, order α^2	-0,000 003 539 (10)
Nuclear recoil	0,000 000 247 5
Total	1,988 056 897 (10)

Tabelle 2.4.: Beiträge der QED zum g -Faktor von $^{28}\text{Si}^{11+}$ [GV09, SBS⁺10].

Beitrag	$^{28}\text{Si}^{11+}$
Dirac theorie (point)	1,998 254 751
Nuclear size	0,000 000 003
Interelectronic interaction	0,000 314 903 (74)
QED, order α^1	0,002 324 044 (3)
QED, order α^2	-0,000 003 517 (1)
Screened QED	-0,000 000 212 (46)
Nuclear recoil	0,000 000 039 (1)
Total	2,000 890 011 (87)

Tabelle 2.5.: Beiträge der QED zum g -Faktor von $^{40}\text{Ca}^{17+}$ [GV09, SBS⁺10].

Beitrag	$^{40}\text{Ca}^{17+}$
Dirca theorie (point)	1,996 426 011
Nuclear size	0,000 000 014
Interelectronic interaction	0,000 454 45 (14)
QED, order α^1	0,002 325 555 (5)
QED, order α^2	-0,000 003 520 (2)
Screened QED	-0,000 000 31 (10)
Nuclear recoil	0,000 000 061 (2)
Total	1,999 202 26 (17)

3. Die Penningfalle

Um Präzisionsexperimente an Ionen durchführen zu können, müssen diese für längere Zeit gespeichert werden. Hierzu bieten sich besonders Ionenfallen an. Sie können sowohl einzelne als auch bis zu 10^8 Ionen¹ speichern [Stu07]. Dazu dienen geeignete elektrische- und magnetische Felder. Die Paulfalle [Ram90] wird unter anderem als Massenfiter genutzt, wobei ein elektrostatisches und ein elektrisches Wechselfeld zum Einsatz kommt. Bei der Penningfalle [Deh90, BG86] wird ein elektrostatisches Feld mit einem magnetischen Feld überlagert. Sie findet Einsatz in der Präzisionsspektroskopie. Im Folgenden wird die Ionenspeicherung in der Penningfalle detailliert beschrieben.

3.1. Das Speicherpotential

Um ein Ion in allen drei Raumrichtungen speichern zu können, muss entlang jeder Raumachse eine Kraft auf das Ion wirken, die es zurück ins Fallenzentrum treibt. Im einfachsten Fall wirkt diese Kraft proportional zum Abstand vom Fallenzentrum und erzeugt so ein harmonisches Speicherpotential. Auf geladene Teilchen üben elektrische Felder \mathbf{E} und magnetische Felder \mathbf{B} die sogenannte Lorentzkraft

$$\mathbf{F} = q [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{v} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)] \quad (3.1)$$

aus. Damit das Teilchen dauerhaft gespeichert bleibt, muss sich die auf das Ion ausgeübte Kraft im zeitlichen Mittel aufheben:

$$\langle \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) \rangle_t = \langle \nabla \Phi(\mathbf{r}, t) \rangle_t = 0. \quad (3.2)$$

Bei Vernachlässigung von Raumladungen in der Falle erfüllt das elektrische Feld auch die Laplace-Gleichung

$$\Delta \Phi(\mathbf{r}) = 0. \quad (3.3)$$

Eine allgemeine Lösung dieser Gleichung in Zylinderkoordinaten, für eine um die z -Achse symmetrische Elektrodenanordnung, lautet

$$\Phi(r) = \Phi_0 \left(\frac{1}{2} r^2 - z^2 \right). \quad (3.4)$$

Zwei für Penningfallen typische Elektrodenkonfigurationen sind in Abbildung 3.1 dargestellt. In einfachster Ausführung wird das elektrische Speicherpotential durch drei Elektroden erzeugt: eine Ring- und zwei Endkappenelektroden (im Folgenden nur noch als Endkappen bezeichnet). Bei der hyperbolischen Fallengeometrie (siehe Abb. 3.1 a) wird die Oberfläche des Rings durch $r^2 = r_0^2 + 2z^2$ und die der beiden Endkappen durch $z^2 = (z_0^2 + r^2)/2$ beschrieben. r_0 ist dabei der minimale Abstand vom Zentrum zur Ringelektrode und $2z_0$ der minimale Abstand zwischen den Endkappen. In der Nähe des Fallenzentrums lässt sich mit der zylindrischen Fallenkonfiguration (siehe Abb. 3.1 b) in guter Näherung das gleiche

3. Die Penningfalle

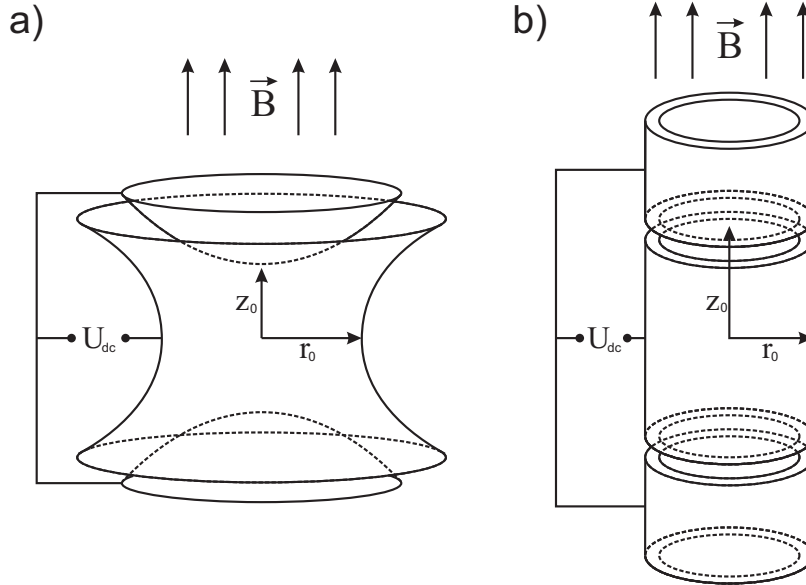


Abbildung 3.1.: Hyperbolisch (a) und zylindrisch (b) geformte Penningfalle. Dem statischen elektrischen Feld ist ein homogenes Magnetfeld, das entlang der Fallenachse orientiert ist, überlagert.

Speicherpotential wie in einer hyperbolischen Falle erzeugen. Mit dem charakteristischen Fallenparameter [Gab83]

$$d = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{r_0^2}{2} + z_0^2 \right)} \quad (3.5)$$

ergibt sich für die beschriebenen Fallengeometrien das elektrische Speicherpotential zu:

$$\Phi = \frac{U_{dc}}{2d^2} \left(\frac{r^2}{2} - z^2 \right). \quad (3.6)$$

U_{dc} ist die Spannungsdifferenz zwischen der Ringelektrode und den beiden Endkappen. In Abbildung 3.2 ist das quadrupolare Speicherpotential dargestellt. Es erinnert an eine Sattelfläche. Um ein Ion nur mit Hilfe von elektrostatischen Potentialen in allen drei Raumrichtungen zu speichern, muss das Potential in allen drei Dimensionen ein Energieminimum aufweisen. Dies bedeutet, dass die Hesse-Matrix des Potentials echt positiv Definit und damit $tr(H(\Phi)) > 0$ wäre. Da dies jedoch einen Widerspruch zu Gleichung (3.3) darstellt, ist eine Ionenspeicherung nur mit elektrostatischen Potentialen nicht möglich. Um die Speicherung in allen drei Raumrichtungen zu erreichen wird bei einer Paulfalle zusätzlich ein elektrisches Wechselfeld zwischen der Ringelektrode und den beiden Endkappen angelegt. Ionen erfahren hierdurch in der radialen Ebene und der z -Richtung im Wechsel ein speicherndes oder abstoßendes Potential. Da die Frequenz des Wechselfeldes von der Masse des Ions abhängt, kann die Paulfalle als Massenfilter genutzt werden. Bei der Penningfalle wird dem konstanten elektrischen Potential, welches den Einschluss des Ions in z -Richtung bewirkt, ein starkes, homogenes Magnetfeld $\mathbf{B}(z)$ überlagert, um das Ion in der radialen Ebene zu speichern.

¹Die Anzahl der Ionen, die in einer Ionenfalle gespeichert werden können, hängt von der Größe der Falle und der Ladung der Ionen ab.

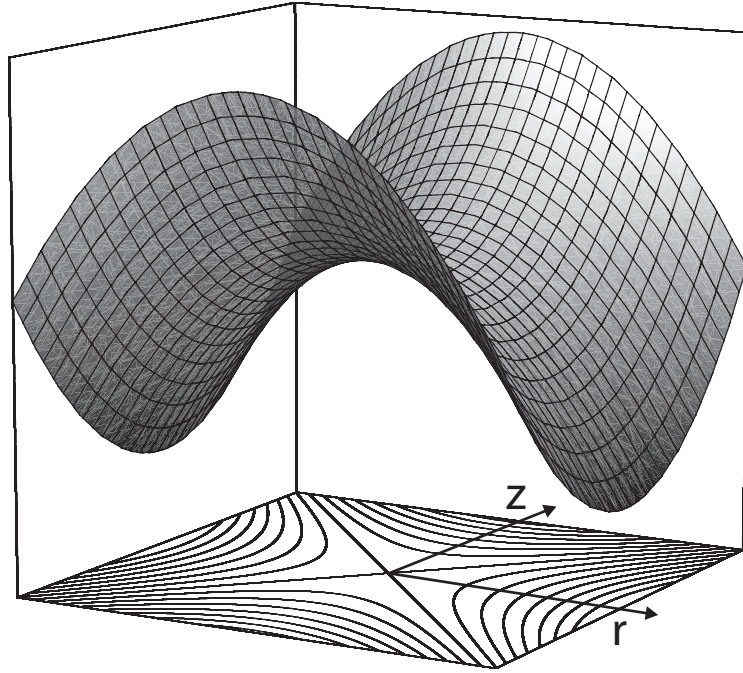


Abbildung 3.2.: Quadrupolpotential der Penningfalle in Zylinderkoordinaten. Auf die Ebene sind die Äquipotentiallinien projiziert.

3.2. Die ideale Penningfalle

Ein Ion der Masse m und der Ladung q wird in einem homogenen Magnetfeld $\mathbf{B}(z)$ auf eine Kreisbahn mit der Zyklotronfrequenz

$$\nu_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{q}{m} B \quad (3.7)$$

gezwungen.

Auf das Ion wirkt unter Vernachlässigung anderer Kräfte gemäß Gleichung (3.1) nur die Lorentzkraft. Somit kann die Newton'sche Bewegungsgleichung $\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}}$ in folgendes Gleichungssystem aufgelöst werden:

$$\ddot{x} - \omega_c \dot{y} - \omega_z^2 x = 0, \quad (3.8)$$

$$\ddot{y} + \omega_c \dot{x} - \omega_z^2 y = 0, \quad (3.9)$$

$$\ddot{z} + \omega_z^2 z = 0. \quad (3.10)$$

Die Lösung der axialen Bewegungsgleichung (3.10) ist eine harmonische Bewegung entlang der z -Achse mit der axialen Frequenz

$$\omega_z = 2\pi \nu_z = \sqrt{\frac{q U_{dc}}{m d^2}}. \quad (3.11)$$

Sie hängt von der Masse m und der Ladung q des Ions, dem Fallenparameter d und der angelegten Fallenspannung U_{dc} ab, ist aber unabhängig vom Magnetfeld B . Die axiale Bewegung ist von den radialen Bewegungen entkoppelt. Die Gleichungen (3.8) und (3.9) können mit der komplexen Variablen $u = x + iy$ [Kre91] in folgende Gleichung überführt werden:

$$\ddot{u} - i\omega_c \dot{u} - \frac{1}{2}\omega_z^2 u = 0. \quad (3.12)$$

3. Die Penningfalle

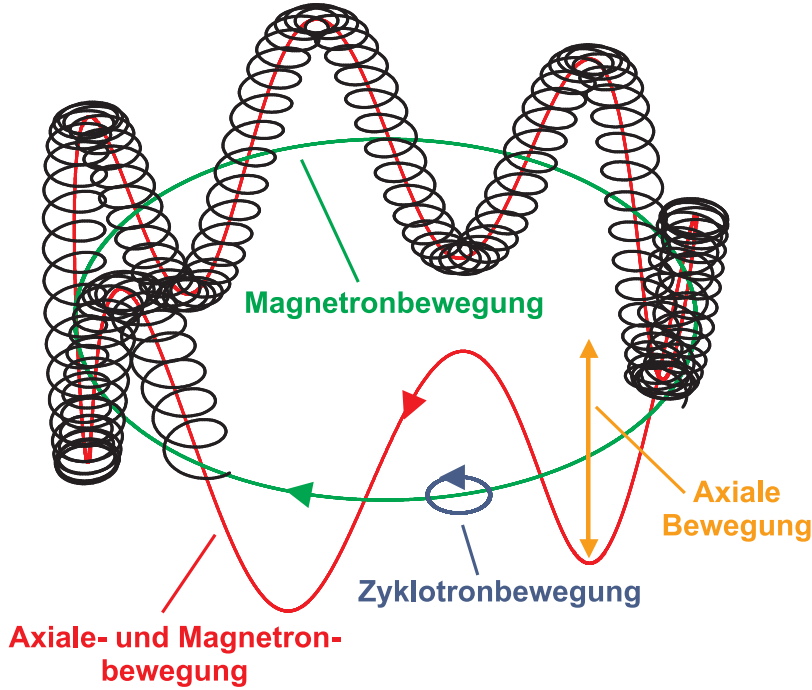


Abbildung 3.3.: Mit den drei Eigenfrequenzen ν_+ , ν_+ und ν_- des Ions ist eine räumliche Bewegung in der Penningfalle verbunden: die Zyklotron-Bewegung (blau), die axiale Bewegung (orange) und die Magnetronbewegung (grün). Die Superposition aller drei Eigenbewegungen ist schwarz dargestellt. Zur Veranschaulichung wird auch die Superposition aus der axialen und der Magnetronbewegung (rot) gezeigt. Die gewählte Darstellung dient der Verdeutlichung der Eigenbewegungen und ist keine reelle Lösung der Bewegungsgleichung. Sie wurde aus willkürlichen Frequenzen berechnet.

Mit dem allgemeinen Ansatz $u = u_0 e^{i\omega t}$ findet sich die Bedingung:

$$\omega^2 - \omega\omega_c + \frac{1}{2}\omega_z = 0. \quad (3.13)$$

Die Lösungen dieser Gleichung sind die Eigenfrequenzen der radialen Bewegungen [BG86, Kre91]. Zum einen ist dies die reduzierte Zyklotronfrequenz

$$\omega_+ = 2\pi\nu_+ = \frac{\omega_c}{2} + \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}}, \quad (3.14)$$

und zum anderen die Magnetronfrequenz

$$\omega_- = 2\pi\nu_- = \frac{\omega_c}{2} - \sqrt{\frac{\omega_c^2}{4} - \frac{\omega_z^2}{2}}. \quad (3.15)$$

In Abbildung 3.3 ist die mit den drei Eigenfrequenzen verbundene räumliche Bewegung des Ions in der Falle schematisch dargestellt. Damit ein Ion der Penningfalle gespeichert wird, müssen $\omega_c^2 - 2\omega_z^2 > 0$ und $qU > 0$ erfüllt sein. Ist die erste Bedingung nicht erfüllt, so ist das Ion nicht in der radialen Ebene und bei der zweiten nicht entlang der axialen Richtung gespeichert. Darüber hinaus werden Ionen nicht gespeichert, wenn sie aufgrund ihrer kinetischen Energie das Speicherpotential überwinden können.

In Tabelle 3.1 sind die Eigenfrequenzen von Siliziumionen in der Penningfalle aufgelistet. Allgemein gelten für die Eigenfrequenzen die Relationen:

Tabelle 3.1.: Die experimentelle Eigenfrequenzen von $^{28}\text{Si}^{11+}$, $^{28}\text{Si}^{12+}$ und $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ionen in der Präzisionsfalle bei der im Experiment verwendeten Magnetfeldstärke von 3,76 T. Das Speicherpotential ist so gewählt, dass die axiale Frequenz der Ionen sich in Resonanz mit dem axialen Nachweisschwingkreis ($\nu_{PTaxial} \approx 668,320$ kHz) befindet. Der Nachweisschwingkreis wird in Abschnitt 5.4.2 beschrieben.

Ion	ν_+ /MHz	ν_z /Hz	ν_- /Hz	ν_c /MHz	U_{Ring} /V
$^{28}\text{Si}^{11+}$	22,722 479 65	668 386,31	9 830,69	22,732 310 01	-8,920
$^{28}\text{Si}^{12+}$	23,934 373 28	668 296,21	9 330,25	23,943 703 37	-8,177
$^{28}\text{Si}^{13+}$	24,790 362 47	668 313,56	9 010,65	24,799 370 87	-7,548

$$\nu_c > \nu_+ > \nu_z > \nu_- \quad (3.16)$$

$$\nu_c = \nu_+ + \nu_- \quad (3.17)$$

$$\nu_z^2 = 2\nu_+\nu_- \quad (3.18)$$

$$\nu_c^2 = \nu_+^2 + \nu_z^2 + \nu_-^2. \quad (3.19)$$

Das Invarianztheorem

Mit der freien Zyklotronfrequenz ν_c lässt sich unter Ausnutzung von Gleichung (3.7) bei bekanntem Magnetfeld B die Masse des Ions bestimmen. Umgekehrt kann bei bekannter Masse das Magnetfeld ermittelt werden. Die freie Zyklotronfrequenz ist jedoch keine Eigenbewegung in der idealen Penningfalle und ist daher nicht direkt messbar. Statt ihrer werden die drei Eigenfrequenzen gemessen, die über das Invarianztheorem [BG82]

$$\nu_c^2 = \bar{\nu}_+^2 + \bar{\nu}_z^2 + \bar{\nu}_-^2 \quad (3.20)$$

mit der freien Zyklotronfrequenz verknüpft sind. An dieser Stelle sind die gemessenen Eigenfrequenzen mit $\bar{\nu}_z$, $\bar{\nu}_-$ und $\bar{\nu}_+$ bezeichnet, um sie von den theoretischen Eigenfrequenzen aus Gleichung 3.32 zu unterscheiden.

Sowohl das Invarianztheorem als auch die Relation (3.17) – wenn bei dieser wie bei Gleichung 3.20 die gemessenen Eigenfrequenzen eingesetzt werden – sind Näherungen. Letztere ist empfindlich gegenüber Fehljustage der Fallachsen [Gab08, Gab09] und gilt nur in der idealen Penningfalle exakt. Das Invarianztheorem dagegen ist in erster Ordnung unabhängig von den Verkipfungswinkeln θ und ϕ der Fallachse gegen die Magnetfeldachse und von der Fallenelliptizität ϵ (siehe auch Gl. 3.32) [BG86]. Aus diesem Grund wird für die Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz das Invarianztheorem verwendet. Details zu den genannten Fallenfehlern werden im Abschnitt 3.3.4 beschrieben.

3.3. Die zylindrische Penningfalle

In dem hier beschriebenen Experiment wird die zylindrische Penningfalle (siehe Abbildung 3.1 b) verwendet. Gegenüber einer hyperbolischen Konfiguration hat sie den Vorteil, dass sie eine einfachere Geometrie besitzt und die Elektroden schneller und mit einer höheren Genauigkeit hergestellt werden können. Auch vereinfacht die offene Zylindergeometrie das Einstrahlen von Laserlicht oder Mikrowellen, sowie den Ionentransport zwischen den Fallen.

3. Die Penningfalle

Wie oben beschrieben besteht eine einfache zylindrische Penningfalle aus einer Ringelektrode und zwei Endkappen, die jeweils durch einen elektrischen Isolator² voneinander getrennt sind. Mit einer zusätzlichen Korrektorelektrode zwischen der Ringelektrode und den Endkappen (siehe Abbildung 3.4), kann eine größere Harmonizität des Speicherpotentials erreicht werden. In diesem Fall wird von einer fünfpoligen Zylinderfalle gesprochen. Dieser Typ Penningfalle wird in vielen Präzisionsexperimenten verwendet.

3.3.1. Fallenpotential der zylindrischen Penningfalle

Das Fallenpotential einer zylindrischen Penningfalle kann präzise analytisch berechnet werden [GHR89]. Dies erlaubt bereits beim Design der Penningfallen Aussagen über die zu erwartenden Eigenschaften des Speicherpotentials und der Falle zu treffen. Hierzu gehören die Kompensation des Fallenpotentials und die Fallenorthogonalität. Sie werden weiter unten besprochen.

In [VG01] wird eine detaillierte mathematische Herleitung des Fallenpotentials beschrieben. Daher soll an dieser Stelle darauf verzichtet werden. Für eine beliebige zylindrische Fallenkongfiguration, die aus mindestens drei Elektroden besteht, ist das Fallenpotential gegeben durch

$$\phi(r, z) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^t \left[\frac{U_1 \cos(k_n 0) - U_m \cos(k_n l)}{\frac{n \cdot \pi}{l}} \right] \frac{I_0(k_n r)}{I_0(k_n a)} \sin(k_n (z + l/2)) \cdot \sum_{i=2}^{m-1} \left(\frac{U_{i+1} - U_i}{k_n d_{z_i}} [\sin(k_n (l_{z_i} + d_{z_i})) - \sin(k_n l_{z_i})] \right). \quad (3.21)$$

Dabei gilt:

$n = 1 \dots t$ mit $t = \infty$. Da sich das Potential nur analytisch berechnen lässt, muss für t eine endliche Zahl eingesetzt werden. Diese richtet sich nach der gewünschten Genauigkeit, mit der das Potential berechnet werden soll. In dieser Arbeit wurde $t = 50$ bis 100 zur Berechnung des Potentials verwendet.

l_{z_i} ist die Länge der jeweiligen Elektrode.

d_{z_i} ist der Abstand zwischen den Elektroden.

r ist die Position in radialer Richtung, das Fallenzentrum liegt bei $r = 0$.

a bezeichnet den Fallenradius.

$k_n = \frac{n\pi}{l}$ mit $n \in 1, 2, 3 \dots t$ und der Gesamtlänge der Falle $l = l_{z_1} + d_{z_1} + l_{z_2} + d_{z_2} \dots + d_{z_{i-1}} + l_{z_i}$.

U_i sind die elektrischen Spannungen, die an der jeweiligen Elektrode anliegen.

$I_0(x)$ ist die modifizierte Besselfunktion erster Art und nullter Ordnung.

²Zwischen den Fallenelektroden wird Saphir (Al_2O_3) als Isolator verwendet. Bei den Hochspannungselektroden (z.B. Reflektor) kommt Glaskeramik wie Macor und Vitronit als Isolator zum Einsatz.

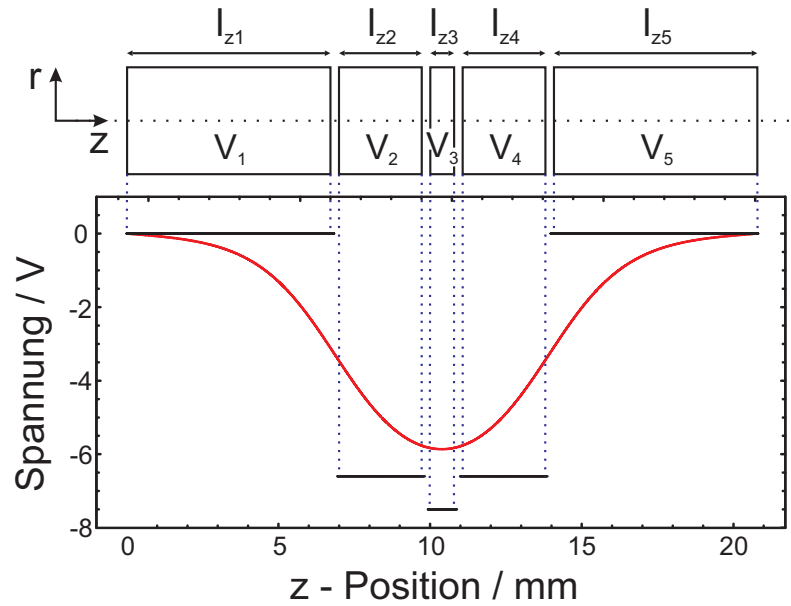


Abbildung 3.4.: Das Potential einer fünfpoligen zylindrischen Penningfalle bei Raumtemperatur und ohne Berücksichtigung von Fertigungstoleranzen der Elektroden: zwei Endkappen mit den axialen Längen $l_{z1} = l_{z5} = 6,8$ mm, zwei Korrektorelektroden mit $l_{z2} = l_{z4} = 2,85$ mm und die Ringelektrode mit $l_{z3} = 0,92$ mm. Zur besseren Darstellung wurde der Abstand von $d_{zi} = 0,14$ mm zwischen den Elektroden um einen Faktor zehn größer dargestellt als es in dem Experiment der Fall ist. Im unteren Teil sind für diese Fallenkonfiguration die Potentiale entlang der z -Achse dargestellt. Schwarz sind die an den Elektroden anliegenden Spannungen ($U_1 = U_5 = 0$ V, $U_2 = U_4 = -6,6$ V und $U_3 = -7,5$ V) und rot ist das hieraus resultierende Speicherpotential im Zentrum der Elektroden bei $r = 0$.

Bei der Berechnung des Speicherpotentials können neben den drei bzw. fünf Fallenelektroden auch weitere Elektroden, die z.B. dem Transport der Ionen dienen, berücksichtigt werden. Ihr Einfluss auf das Speicherpotential ist meistens zu vernachlässigen wenn sie, wie die Endkappen, auf Masse liegen. Für die weiteren Betrachtungen dieses Kapitels soll dies der Fall sein. Des Weiteren soll an beiden Korrektorelektroden die gleiche Spannung anliegen. Für die symmetrische fünfpolige Penningfalle gilt dann:

$$\begin{aligned} U_2 &= U_4 = U_{KE} & l_{z2} &= l_{z4} = l_{z_{KE}} \\ U_1 &= U_5 = U_E & l_{z1} &= l_{z5} = l_{z_{EK}} \end{aligned}$$

3.3.2. C_j - und D_j -Koeffizienten

Als Lösung der Laplace-Gleichung (3.3) wurde zunächst das Potential (3.4) angegeben. Dieses gilt jedoch nur in der idealen Penningfalle. Für eine reale Falle lässt sich das Potential in einer Taylorreihe

$$\phi(z) = C_0 + C_1 z + C_2 z^2 + C_3 z^3 + C_4 z^4 + C_5 z^5 + C_6 z^6 + \dots \quad (3.22)$$

entwickeln. Dabei ergeben sich die sogenannten C_j -Koeffizienten aus der j -ten Ableitung des Potentials an der Stelle $z = 0$. Mit dem Fallenpotential aus (3.21) ergibt sich für die

3. Die Penningfalle

C_j -Koeffizienten

$$\begin{aligned}
 C_j &= \frac{1}{j!} \left. \frac{\partial^j \phi}{\partial z^j} \right|_{z=0} \\
 &= \frac{1}{j!} \frac{2}{l} \sum_{n=1}^t \left[\left[\frac{U_1 \cos(k_n 0) - U_m \cos(k_n l)}{\frac{n \cdot \pi}{l}} \right] \frac{1}{I_0(k_n a)} \left(\frac{n\pi}{l} \right)^j \sin \left(\frac{\pi}{2} (n + j) \right) \right. \\
 &\quad \left. \sum_{i=2}^{m-1} \left(\frac{U_{i+1} - U_i}{k_n d_{z_i}} [\sin(k_n (l_{z_i} + d_{z_i})) - \sin(k_n l_{z_i})] \right) \right]. \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

Dabei gibt $j = 1, 2, 3 \dots$ die Ordnung an. Werden die C_j -Koeffizienten auf die Ringspannung normiert, so gilt

$$c_j = C_j / U_{Ring}. \quad (3.24)$$

Bei einem reinen Quadrupolfeld als Speicherpotential sind alle C_j -Koeffizienten außer C_2 Null. Damit sind die C_j -Koeffizienten ein Maß für die Kompensation und die Harmonizität des Fallenpotentials.

Von der Fallengeometrie abgesehen hängt bei einer symmetrischen fünfpoligen-Penningfalle das Speicherpotential nur von den Spannungen am Ring und den beiden Korrektur Elektroden ab. Letztere kann durch das Produkt von Tuning-Ratio TR und Ringspannung U_{Ring}

$$U_{KE} = TR \cdot U_{Ring} \quad (3.25)$$

beschrieben werden. Wird dies auf die C_j -Koeffizienten angewendet, so ergeben sich Terme die entweder vom Tuning-Ratio abhängen oder nur von der Ringspannung abhängig sind. Nach Separation lassen sich die C_j -Koeffizienten durch

$$C_j = E_j + TR \cdot D_j, \quad (3.26)$$

ausdrücken. E_j sind die von der Ringspannung, D_j die vom Tuning-Ratio abhängigen Terme. Der D_2 -Koeffizient ist hierbei für die Orthogonalität der Falle wichtig, diese wird weiter unten beschrieben.

3.3.3. Kompensation des Fallenpotentials

Wie im vorigen Abschnitt beschrieben, müssen alle c_j -Koeffizienten bis auf c_2 verschwinden, um ein reines Quadrupolpotential zu erreichen. Die ungeraden c_j -Koeffizienten heben sich dabei aufgrund der Fallensymmetrie auf. Hierzu müssen alle Elektroden symmetrisch um die Ringelektrode angeordnet sein, so dass die Falle sowohl rotationssymmetrisch bezüglich der Fallenachse als auch spiegelsymmetrisch im Bezug zum Fallenzentrum ($l_{Fallenzentrum} = l/2$) ist. Der vom Tuning-Ratio abhängige c_4 -Koeffizient kann über die Spannung an den Korrektur elektroden verändert werden. Beim optimalen Tuning-Ratio ($TR_{optimal}$) ist $c_4 = 0$. Für die in Abbildung 3.4 beschriebene Falle wird dies theoretisch bei $TR_{optimal} = 0,866887$ erreicht. Höhere gradzahlige c_j -Koeffizienten sollten vernachlässigbar sein. Aus der Bewegungsgleichung eines reinen Quadrupolfeldes, wie es hier für das Speicherpotential beschrieben wurde, ergibt sich die axiale Frequenz zu

$$\omega_z = 2\pi\nu_z = \sqrt{\frac{2qc_2 U_{Ring}}{m}}. \quad (3.27)$$

Bei einer realen Penningfalle führen Fertigungsfehler der Fallenelektroden und Abweichungen der an ihnen anliegenden Spannungen vom errechneten, optimalen Wert dazu, dass die Spiegelsymmetrie der Falle aufgehoben wird. Durch diese Unvollkommenheiten tragen auch die ungeradzahligen c_j -Koeffizienten und die Koeffizienten höherer Ordnung zum Fallenpotential bei. Des Weiteren gilt das angegebene optimale TR nur für Raumtemperatur. Beim Abkühlen auf 4 K ändern sich die Längen und Durchmesser der Elektroden, wodurch sich auch die c_j -Koeffizienten verändern, so dass das Tuning-Ratio für die Falle experimentell eingestellt werden muss. Dies wird in Abschnitt 6.1.1 beschrieben.

Orthogonalität der Penningfalle

Durch Anpassung des Tuning-Ratios kann in einer idealen Penningfalle der c_4 -Koeffizient reduziert werden. Wegen der Abhängigkeit von $c_2 = e_2 + TR \cdot d_2$ vom Tuning-Ratio hat eine Spannungsänderung an den Korrektorelektroden auch eine Änderung des C_2 -Koeffizient zur Folge. Ist jedoch $D_2 = 0$, so ist der c_2 -Koeffizient unabhängig vom Tuning-Ratio. Dies wird als orthogonale Falle bezeichnet [GHR89]. Sie wird durch geeignete Wahl der Verhältnisse von Länge der Korrektorelektroden zur Länge des Ringes l_{KE}/l_{Ring} und vom Fallenradius zur Länge der Ringelektrode r/l_{Ring} erreicht. In [VG03] wurde gezeigt, dass bei den verwendeten Fallendimensionen dieses Experimentes, die Orthogonalität der Falle bei einer Länge der Korrektorelektrode von $l_{KE} = 2,84790(5)$ mm erreicht ist. Im Experiment werden Korrektorelektrode mit einer Länge von $l_{KE} = 2,8590(3)$ mm verwendet. Für die Fallen im Experiment ergibt sich ein $d_2 = 0,000034(727)$ 1/mm², wobei sich der Fehler auf die Herstellungstoleranzen der Elektroden bezieht.

3.3.4. Fallenfehler

In einer realen Penningfalle gibt es Abweichungen vom harmonischen Fallenpotential, welche die Präzision der Frequenzmessungen einschränken. So können Fertigungsfehler der Fallenelektroden, sowie eine Verkippung der Fallennachse zur Magnetfeldachse nicht ganz vermieden werden. Des Weiteren kann die Homogenität des Magnetfeldes durch die verwendeten Materialien gestört werden. Wie stark diese und andere Fallenfehler die Präzision der Messung beeinflussen, hängt von der jeweiligen Falle ab. Im Folgenden sollen die verschiedenen Fallenfehler im Detail beschrieben werden, wobei das Experiment dieser Arbeit im Vordergrund stehen soll.

Fehljustage und Asymmetrie der Fallengeometrie

Eine Abweichung von der Zylindersymmetrie stört das Quadrupolpotential. Dies führt zu einer Verschiebung der Eigenfrequenzen. Wird das Fallenpotential (3.4) um den Asymmetrieparameter ϵ erweitert, so ergibt sich in kartesischen Koordinaten:

$$U = \frac{1}{2}mw_z^2 \left[z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - \frac{1}{2}\epsilon(x^2 - y^2) \right]. \quad (3.28)$$

Eine Verschiebung der Eigenfrequenzen wird zusätzlich durch eine Verkippung der Symmetrieachsen verursacht. Diese sind durch das elektrische Speicherpotential und die Richtung des magnetischen Feldes definiert. Ist das magnetische Feld um die Winkel θ und ϕ verkippt,

3. Die Penningfalle

so können die Komponenten in Raumkoordinaten geschrieben werden

$$B_x = B \sin \theta \cos \phi , \quad (3.29)$$

$$B_y = B \sin \theta \sin \phi , \quad (3.30)$$

$$B_z = B \cos \theta . \quad (3.31)$$

Bei der Fallenasymmetrie und der Fehljustage der Falle sind die Bewegungen entlang der Fallennachse nicht mehr von der Bewegung in der radialen Ebene entkoppelt. Die freie Zyklotronfrequenz berechnet sich hierfür zu

$$\nu_c = \sqrt{[\bar{\nu}_+(\theta, \phi, \epsilon)]^2 + [\bar{\nu}_z(\theta, \phi, \epsilon)]^2 + [\bar{\nu}_-(\theta, \phi, \epsilon)]^2} . \quad (3.32)$$

Nach [BG82] ist dies eine in erster Ordnung von den Verkippungswinkeln θ und ϕ und dem Asymmetrieparameter ϵ unabhängige Lösung der freien Zyklotronfrequenz ν_c .

Das Invarianztheorem (3.20) kann dazu genutzt werden, die Verkippung der Falle zu berechnen. Für die Abweichung der freien Zyklotronfrequenz aus (3.32) und (3.17) ergibt sich nach [Gab08]

$$\Delta\bar{\omega}(\theta, \phi, \epsilon) \approx \bar{\omega}_- \left(\frac{9}{4}\theta^2 - \frac{1}{2}\epsilon^2 \right) . \quad (3.33)$$

Hieraus kann unter der Annahme, dass $\epsilon = 0$ ist, eine Obergrenze für den Verkippungswinkel³ [Gab09]

$$\theta = \sqrt{\frac{4\bar{\nu}_+ + \bar{\nu}_- - \nu_c}{9\bar{\nu}_-}} \quad (3.34)$$

und für die Bedingung $\theta = 0$ eine Obergrenze für den Asymmetrieparameter

$$\epsilon = \sqrt{\frac{-2(\bar{\nu}_+ + \bar{\nu}_- - \nu_c)}{\bar{\nu}_-}} \quad (3.35)$$

berechnet werden, den die Falle im Experiment haben kann.

Magnetische Feldfehler

Für magnetische Feldfehler gibt es zwei unterschiedliche Ursachen. Zum einen ist das Feld des supraleitenden Magneten im Bereich des Speicherpotentials der Falle geringfügig inhomogen. Dies führt zu einer Verschiebung der Eigenfrequenzen. Nach [VG03] ist der Einfluss durch Inhomogenitäten des Magneten an der Position der Präzisionsfalle⁴ bei niedrigen Ionenenergien jedoch vernachlässigbar. Zum anderen werden magnetische Feldfehler durch die verwendeten Materialien verursacht. Beim Einbringen des experimentellen Aufbaus in den supraleitenden Magneten werden die eingebrachten Materialien je nach ihrer magnetischen Suszeptibilität magnetisiert. Sie stören so lokal die Homogenität des magnetischen Feldes. Die Beiträge des Magnetfeldes sind folgendermaßen definiert:

$$B_k = \frac{1}{k!} \frac{\partial^k B_z}{\partial z^k} \Big|_{(0,z)} . \quad (3.36)$$

³Dieser ist nicht mit dem maximalen Winkel unter dem das Invarianztheorem noch gültig ist zu verwechseln.

⁴Anders als im Experiment von [VG03] befindet sich die Präzisionsfalle in diesem Experiment an einer anderen Stelle, an der das Magnetfeld jedoch noch homogener ist.

Aufgrund der Ionenbewegung mitteln sich die linearen Beiträge des Magnetfeldes heraus und müssen daher nicht berücksichtigt werden. Die quadratischen Beiträge werden durch

$$\Delta B = B_2 \left[\left(z^2 - \frac{r^2}{2} \right) \hat{u}_z - z r \hat{u}_r \right] \quad (3.37)$$

beschrieben [Häf00, BG86]. Unter Verwendung der Näherung $\omega_c \approx \omega_+$ führt dies zu einer energieabhängigen Frequenzverschiebung von

$$\begin{pmatrix} \Delta\omega_+/\omega_+ \\ \Delta\omega_z/\omega_z \\ \Delta\omega_-/\omega_- \end{pmatrix} = \frac{1}{m\omega_z^2} \frac{B_2}{B_0} \begin{pmatrix} -(\omega_z/\omega_+)^2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_+ \\ E_z \\ E_- \end{pmatrix}, \quad (3.38)$$

mit den Energien E_+ , E_z und E_- der Eigenzustände [BG86, Häf00], wobei $\omega_+\omega_- = \omega_z^2/2$ (siehe Gl. 3.18) verwendet wurde.

Elektrische Fallenfehler

Die Harmonizität des elektrischen Speicherpotentials wird durch unvermeidliche Einflüsse gestört. Dazu gehört die endliche Ausdehnung der Elektrodenoberflächen, mechanische Herstellungstoleranzen und Ungenauigkeiten beim Zusammenbau der Falle. Andere Störungen des Potentials sind durch die Notwendigkeit der Ionenpräparation und der Detektion bedingt. Darüber hinaus brechen Bohrungen in den Endkappen der hyperbolischen Penningfalle, die den Transport der Ionen ermöglichen, die ideale Elektrodengeometrie. Auch die Segmentierung von Fallenelektroden, durch die der in den Elektroden induzierte Ionenstrom detektiert wird und Anregungssignale eingekoppelt werden, stört das ideale Speicherpotential.

Ist dem Quadrupolanteil des Speicherpotentials ein Oktupolanteil überlagert, führt dies zu einer Frequenzänderung von

$$\begin{pmatrix} \Delta\omega_+/\omega_+ \\ \Delta\omega_z/\omega_z \\ \Delta\omega_-/\omega_- \end{pmatrix} = \frac{6C_4d^4}{qU_{Ring}} \begin{pmatrix} +\frac{1}{4}(\omega_z/\omega_+)^4 & -\frac{1}{2}(\omega_z/\omega_+)^2 & -(\omega_z/\omega_+)^2 \\ -\frac{1}{2}(\omega_z/\omega_+)^2 & \frac{1}{4} & 1 \\ -(\omega_z/\omega_+)^2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_+ \\ E_z \\ E_- \end{pmatrix} \quad (3.39)$$

[BG86, VG03]. Diese ist zum einen von der Größe des C_4 -Koeffizienten abhängig. Zum anderen hängt sie von der Energie des Ions ab. Das Gleiche gilt für höhere Ordnungen.

Die Wechselwirkung mit anderen Ionen

Sind in einer Penningfalle gleichzeitig mehrere Ionen gespeichert, so wechselwirken diese über die Coulombkraft miteinander. Aufgrund der Raumladung der Ionenwolke⁵ ändert sich das Speicherpotential was zu einer Verschiebung der axialen Frequenz führt. Zusätzlich führen Raumladungen zu einer Modifikation der Magnetron- und Zyklotronfrequenz [Stu07]. Auf eine explizite Diskussion der Frequenzverschiebung wird hier verzichtet, da in diesem Experiment die Präzisionsmessungen der Eigenfrequenzen an einzelnen Ion durchgeführt werden. Die Präparation eines einzelnen Ions wird später beschrieben.

⁵Für dieses Experiment wird ab einer Ionenzahl von zwei von einer Ionenwolke gesprochen.

3.3.5. Relativistische Korrekturen

Die Bewegungsgleichungen in der Penningfalle wurden bisher nicht relativistisch formuliert. Nach [BG86] gilt für die relativistischen Korrekturen

$$\begin{pmatrix} \Delta\omega_+/\omega_+ \\ \Delta\omega_z/\omega_z \\ \Delta\omega_-/\omega_- \end{pmatrix} = -\frac{1}{mc^2} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & -(\omega_z/\omega_+)^2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & -\frac{1}{4}(\omega_z/\omega_+)^2 \\ -(\omega_z/\omega_+)^2 & -\frac{1}{4}(\omega_z/\omega_+)^2 & +\frac{1}{4}(\omega_z/\omega_+)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_+ \\ E_z \\ E_- \end{pmatrix}. \quad (3.40)$$

Erfolgt die Detektion der Eigenfrequenzen wenn die Bewegungsmoden der Ionen gekühlt sind, so haben die Bewegungsmoden Temperaturen von 4,2 K bei der axialen Mode, ca. 260 K in der Zyklotronmode und ca. 550 mK in der Magnetronmode. Daraus ergeben sich Verschiebungen der Eigenfrequenzen von $\Delta\nu_+/\nu_+ \approx -5,4 \cdot 10^{-13}$, $\Delta\nu_z/\nu_z \approx -2,8 \cdot 10^{-13}$ und $\Delta\nu_-/\nu_- \approx -1,4 \cdot 10^{-14}$. Bei einer hier angestrebten Genauigkeit für $\Delta g/g$ von 10^{-10} können bei diesen niedrigen Energien der Eigenmoden relativistische Korrekturen vernachlässigt werden. Werden die Eigenfrequenzen bei viel höheren Energien der Eigenmoden bestimmt, so sind relativistische Korrekturen zu berücksichtigen.

3.3.6. Spiegelladung

Die Wechselwirkung des Ions mit der von ihm in den Elektroden induzierte Spiegelladung führt ebenfalls zu einer Änderung seiner Eigenfrequenzen. In [Häf00] werden diese Frequenzänderungen hergeleitet:

$$\Delta\omega_+ \approx \left[\omega_c - \frac{\omega_z^2 + \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 m r_0^3 \omega_c}}{2\omega_c} \right] - \left[\omega_c - \frac{\omega_z^2}{2\omega_c} \right] \approx \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m r_0^3 \omega_c} \quad (3.41)$$

$$\Delta\omega_z = 0 \quad (3.42)$$

$$\Delta\omega_- \approx \frac{\omega_z^2 + \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 m r_0^3 \omega_c}}{2\omega_c} - \frac{\omega_z^2}{2\omega_c} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m r_0^3 \omega_c}. \quad (3.43)$$

Daraus ergibt sich für die freie Zyklotronfrequenz eine relative Verschiebung von

$$\frac{\Delta\omega_c}{\omega_c} = \left(-\frac{\omega_+}{\omega_c} + \frac{\omega_-}{\omega_c} \right) \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m r_0^3 \omega_c}. \quad (3.44)$$

Unter der Voraussetzung das sich das Ion um das Zentrum der Falle bewegt, würde sich im Experiment für $^{28}\text{Si}^{13+}$ eine relative Frequenzänderung der freien Zyklotronfrequenz von $-6,86(18) \cdot 10^{-10}$ ergeben. Der angegebene Fehler bezieht sich auf die Unsicherheit des Radius des Ions und wurde mit 30 μm angenommen. Da die freie Zyklotronfrequenz und damit auch die Magnetfeldstärke zu niedrig bestimmt werden, wird der g -Faktor systematisch zu groß bestimmt.

Außer diesen Frequenzänderungen gibt es, wie in [Häf00] beschrieben, noch Frequenzänderungen aufgrund der Wechselwirkung des Ions mit seiner Spiegelladung. Dies sind Retardierungseffekte aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit. Sie sind für dieses Experiment vernachlässigbar und werden daher an dieser Stelle nicht aufgeführt.

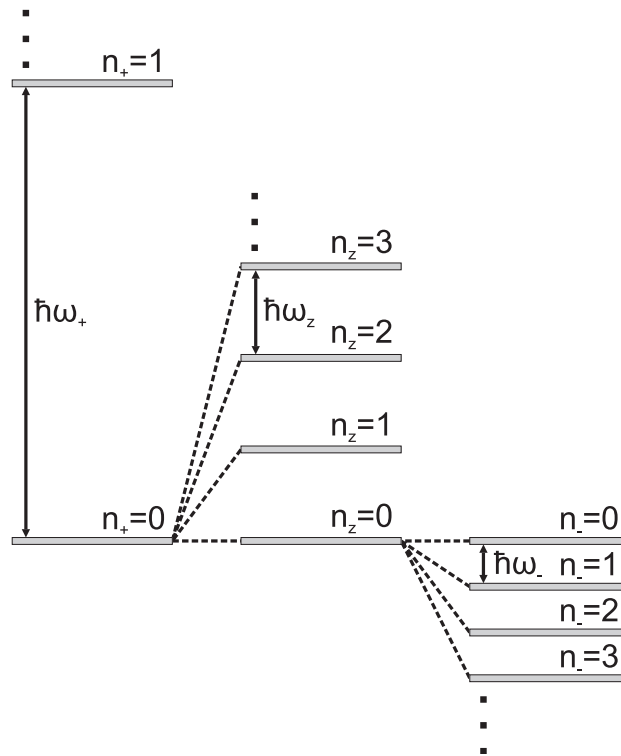


Abbildung 3.5.: Die Energieniveaus der Eigenbewegungen in der Penningfalle. n_+ , n_z und n_- sind die zu den drei Eigenbewegungen gehörigen Quantenzahlen.

3.3.7. Energie der Ionenbewegung

Im Idealfall sind die drei Eigenbewegungen voneinander entkoppelt und jede kann für sich als harmonischer Oszillator betrachtet werden. Ohne Berücksichtigung des Spins setzt sich die Gesamtenergie des Ions dann aus der Summe der Energien der drei Eigenbewegungen zusammen:

$$\begin{aligned}
 E &= E_{n_z} + E_{n_+} + E_{n_-} \\
 &= \hbar\omega_z \left(n_z + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_+ \left(n_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(n_- + \frac{1}{2} \right). \quad (3.45)
 \end{aligned}$$

Wie im Energieschema in Abbildung 3.5 zu erkennen ist, hat die Magnetronbewegung anders als die axiale Bewegung und die reduzierte Zyklotronbewegung eine negative potentielle Energie. Eine Erhöhung ihrer Quantenzahl führt zu einer Vergrößerung des Magnetronradius und zu einer Verkleinerung der potentiellen Energie.

4. Prinzipien zur Bestimmung des g -Faktors

In diesem Kapitel wird die Detektion der Larmorfrequenz und der g -Faktor Resonanz beschrieben. Dazu wird der kontinuierlichen Stern-Gerlach Effekt und die magnetische Flasche, die zur Bestimmung der Spinnrichtung notwendig ist, eingeführt.

4.1. Der g -Faktor und die Larmorfrequenz

Die Atomkerne der Ionen, die hier untersucht werden sollen, sind sogenannte gg-Kerne. Das heißt, sie setzen sich aus je einer geraden Anzahl an Protonen und Neutronen zusammen. Daraus folgt, dass der Kernspin dieser Ionen $I = 0$ ist. Des Weiteren befindet sich das Valenzelektron im Grundzustand mit dem Bahndrehimpuls $l = 0$. Zum Gesamtdrehimpuls $F = I + l + s$ des Ions trägt daher nur der Spin des Elektrons bei. Für das magnetische Moment folgt hieraus

$$\mu_F = -g\mu_B \frac{F}{\hbar} = -g\mu_B \frac{s}{\hbar} = \mu_s. \quad (4.1)$$

Der dimensionslose g -Faktor beschreibt dabei die Stärke der Kopplung zwischen Spin und magnetischem Moment (siehe Kapitel 1).

Befindet sich das Ion in einem homogenen Magnetfeld, so hat es die potentielle Energie $E_{mag} = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{B}$. Die zwei möglichen Orientierungen des Spins im Magnetfeld (up und down) unterscheiden sich in ihrer Energie um

$$\Delta E_L = g\mu_B B = \hbar\omega_L. \quad (4.2)$$

Die Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{g\mu_B}{\hbar} B \quad (4.3)$$

gibt an, mit welcher Frequenz das magnetische Moment um die Magnetfeldrichtung präzediert. Die Larmorpräzession lässt sich als harmonischer Oszillator mit der magnetischen Quantenzahl m_L und der Energie

$$E_{m_L} = \hbar\omega_L m_L \quad (4.4)$$

beschreiben. m_L kann dabei die Werte $\pm 1/2$ annehmen. Wird sie in der Energiebilanz der Penningfalle berücksichtigt, so ergibt sich eine Gesamtenergie von

$$\begin{aligned} E &= E_{n_z} + E_{n_+} + E_{n_-} + E_{m_L} \\ &= \hbar\omega_z \left(n_z + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_+ \left(n_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(n_+ + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_L m_L. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Wird die Gleichung (4.2) umgestellt und Gleichung (2.5) ausgenutzt, so kann der g -Faktor durch

$$g = \frac{h\nu_L}{\mu_B B} = 2 \frac{\nu_L}{\nu_c} \frac{q}{e} \frac{m}{M} \quad (4.6)$$

4. Prinzipien zur Bestimmung des g -Faktors

ausgedrückt werden. Hierbei sind m die Elektronenmasse und M die Masse des Ions. Für ^{28}Si , ^{40}Ca und das Elektron sind bereits sehr genau bekannt [AWT03, RMM08, NFS⁺06, MTN08]. Die Bestimmung des g -Faktors beschränkt sich daher auf die Messungen der freien Zyklotronfrequenz und der Larmorfrequenz. Wie in Abschnitt 3.2 beschrieben wurde, kann Erstere über die Messung der drei Eigenfrequenzen ν_+ , ν_z und ν_- des Ions in der Penningfalle unter Anwendung des Invarianztheorems bestimmt werden. Bei der Larmorfrequenz handelt es sich jedoch weder um eine Eigenfrequenz des Ions in der Penningfalle noch ist es möglich aus den drei Eigenfrequenzen auf sie zu schließen. Sie lässt sich jedoch mit Hilfe eines magnetischen Dipolübergangs bestimmen, was nachfolgend beschrieben wird.

4.2. Bestimmung der Larmorfrequenz

Die zwei Orientierungen des Elektronenspins im Magnetfeld unterscheiden sich in ihrer magnetischen Quantenzahl um $\Delta m_L = \pm 1$. Dies bedeutet, dass magnetische Dipolübergänge zwischen beiden Niveaus erlaubt sind. Wird ein hochfrequentes, elektrisches Wechselfeld eingestrahlt, so kann der Übergang von einem Spinzustand in den anderen induziert werden. Dies wird als Spinflip bezeichnet. Hierzu muss die Energie des Wechselfeldes $h\nu_{RF}$ dem Energieunterschied zwischen den zwei Spinorientierungen, gemäß Gleichung (4.2), entsprechen und damit $\nu_{RF} = \nu_L$ gelten. Nach Gleichung (4.3) hängt ν_L vom g -Faktor des Ions und der Stärke des Magnetfeldes ab. Bei einer Magnetfeldstärke von ca. $B = 3,76\text{ T}$ ergibt sich für Si^{11+} , Si^{13+} , Ca^{17+} und Ca^{19+} eine Larmorfrequenz von $\nu_L \approx 105\text{ GHz}$. Dies liegt im Mikrowellenbereich.

Wird das Ion einem Mikrowellenfeld ausgesetzt, dessen Frequenz nahe der Larmorfrequenz des Ions liegt, so kann ein Spinflip induziert werden. Die Wahrscheinlichkeit eines Spinflips hängt davon ab, wie groß der Frequenzunterschied zwischen eingestrahelter Frequenz und Larmorfrequenz ist. Wird die Wahrscheinlichkeit eines Spinflips in Abhängigkeit der Frequenz des Mikrowellenfeldes gemessen, so ergibt sich eine Resonanzkurve, deren Maximum sich in Abhängigkeit der eingestrahelten Leistung bei einer Frequenz findet, die nahe der Larmorfrequenz liegt. Eine detaillierte Diskussion zur Verschiebung der Larmorfrequenz in Abhängigkeit der Mikrowellenleistung findet sich in [VG03]. Mit Hilfe einer magnetischen Flasche und unter Ausnutzung des „kontinuierlichen Stern-Gerlach Effektes“ kann die Spinorientierung detektiert werden. In den folgenden Abschnitten wird dies im Detail beschrieben.

4.3. Die magnetische Flasche

Wird dem homogenen Magnetfeld ein magnetisches Quadrupolfeld überlagert, so kann das resultierende Magnetfeld durch

$$B_z = B_0 + B_2 \left(z^2 - \frac{r^2}{2} \right) \quad (4.7)$$

beschrieben werden. Ein solches Feld ist schematisch in Abbildung 4.1 dargestellt. Für die potentielle Energie des Teilchens folgt dann

$$E_{mag} = \mu_s B_0 + \mu_s B_2 \left(z^2 - \frac{r^2}{2} \right) . \quad (4.8)$$

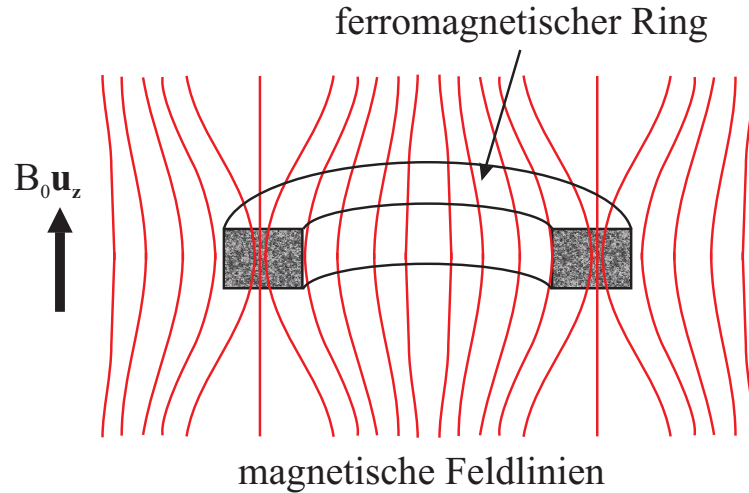


Abbildung 4.1.: Durch einen ferromagnetischen Ring erzeugte magnetische Flasche. Das homogene Magnetfeld des Magneten wird dabei lokal gestört.

Da nur der zweite Term eine Kraft auf das Teilchen ausübt, führt dies zu einem effektiven Potential von

$$U_{eff} = (qU_e + \mu_s B_2) \left(z^2 - \frac{r^2}{2} \right). \quad (4.9)$$

Die axiale Frequenz aus Gleichung (3.27) modifiziert sich damit zu

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2qc_2 U_{Ring}}{m} - \frac{2\mu_s B_2}{m}} \cong \omega_{z,0} - \frac{\mu_s B_2}{m\omega_z}. \quad (4.10)$$

Über das magnetische Moment des Teilchens hängt das resultierende Potential, und damit auch die axiale Frequenz des Teilchens, direkt von dessen Spinrichtung im Magnetfeld ab. In Abbildung 4.2 ist das Potential eines Teilchens in einem magnetischen Quadrupolfeld dargestellt.

4.3.1. Erzeugung der magnetischen Flasche

Zur Erzeugung des beschriebenen Quadrupolfeldes wird in der Penningfalle eine Ringelektrode aus einem ferromagnetischem Material verwendet. Wegen der Punktsymmetrie der Ringelektrode hat das resultierende Magnetfeld im Zentrum der Falle keinen Term erster Ordnung (B_1). Es setzt sich aus dem homogenen Feld des Magneten und der durch die von der Ringelektrode verursachten Inhomogenität zusammen (siehe Gl. (4.7)).

Die Stärke des erzeugten B_2 -Feldes hängt dabei von der Magnetisierung des ferromagnetischen Materials und der Feldstärke des Magneten ab. In diesem Experiment wird Nickel als Material für die Ringelektrode verwendet. Mit einer Magnetisierung von $\mu_0 M = 0,644 \text{ A/m}$ ist Nickel [Lid01] bei einer Magnetfeldstärke von $3,76 \text{ T}$ vollständig magnetisiert. Hieraus ergibt sich ein theoretisches B_2 von ca. 10 mT/mm^2 . Nach Gleichung (4.10) und (2.16) unterscheidet sich die axialen Frequenzen der beiden Spinrichtungen (up und down) damit um

$$\Delta\nu_z = \frac{g\mu_B B_2}{m(2\pi)^2\nu_z}. \quad (4.11)$$

Die Differenzen sind für verschiedene Ionenspezies in Tabelle 4.1 aufgeführt. Um die Ho-

4. Prinzipien zur Bestimmung des g -Faktors

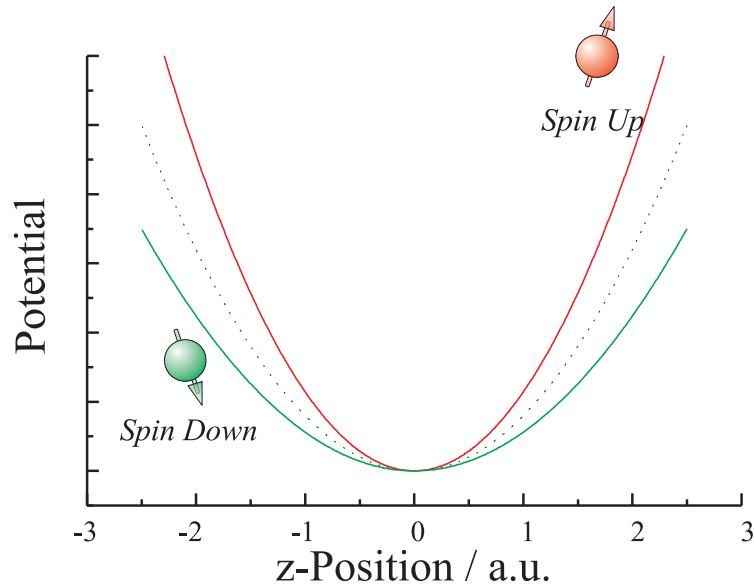


Abbildung 4.2.: Die potentielle Energie für ein Elektron mit Spin up (rot) und down (grün) sowie für ein Teilchen ohne Spin (gestrichelt).

Tabelle 4.1.: Die ungefähre spinabhängige Änderung der axialen Frequenz für verschiedene wasserstoffähnliche Ionenspezies zwischen dem Zustand Spin up und Spin down. Sie gelten bei einer absoluten Frequenz $\nu_z = 420$ kHz und einem $B_2 = 10$ mT/mm², wie es unter der Verwendung einer Ringelektrode aus Nickel in der Analysefalle hervorgerufen wird.

Spezies	$\Delta\nu_z$ / mHz
¹² C ⁵⁺	560
¹⁶ O ⁷⁺	420
²⁸ Si ¹³⁺	240
⁴⁰ Ca ¹⁹⁺	170

mogenität der eigentlichen Messfalle nicht zu stören, wird die Nickel-Ringelektrode in einer zusätzlichen Penningfalle eingebracht, der sogenannten Analysefalle.

4.3.2. Detektion der Spinrichtung

Die Spinrichtung des Elektrons im Magnetfeld kann gemäß Gleichung (4.11) über den axialen Frequenzunterschied bestimmt werden. Diese wird als kontinuierlicher Stern-Gerlach-Effekt bezeichnet [Deh86, WHQ02]. Der axialen Frequenzunterschied muss mit einer ausreichenden Genauigkeit gemessen werden, damit zwischen beiden Spinorientierungen unterschieden werden kann. Mit den Frequenzunterschieden aus Tabelle 4.1 bedeutet dies für ²⁸Si¹³⁺ und ⁴⁰Ca¹⁹⁺ eine relative Frequenzbestimmung von etwa 10^{-7} .

Ein weiteres Verfahren zur Bestimmung der Spinrichtung ist die so genannte phasensensitive Methode und ist in [SAD⁺05, Ota07] im Detail beschrieben. Sie nutzt die Phaseninformation der axialen Frequenz aus. Durch diese Information verkürzt sich die Messzeit zur Bestimmung der Spinrichtung.

Wegen der Abhängigkeit des axialen Frequenzunterschiedes von der Spinrichtung muss diese in der Analysefalle bestimmt werden. Um die Spinrichtung eindeutig festzulegen, ist bei

beiden Verfahren ein direkter Vergleich der axialen Frequenzen bzw. der Phasen beider Spinorientierungen nötig, da nach dem Transport aus der Präzisionsfalle (siehe nächster Abschnitt) sich aufgrund von Fluktuationen der Zyklotronenergie die axiale Frequenz in der Analysefalle um bis zu 5 Hz gegenüber einer vorhergehenden Messung ändern kann. Eine einmalige Messung der Frequenz bzw. der Phase reicht daher nicht aus. Damit beide Spinzustände miteinander verglichen werden können, muss zwischen zwei axialen Frequenzmessungen ein Spinflip induziert werden. Wie bereits in Abschnitt 4.2 beschrieben, geschieht dies durch einstrahlen eines Mikrowellenfeldes mit der Larmorfrequenz des Ions. Mit der folgenden Messesequenz kann die Spinrichtung in der Analysefalle detektiert werden:

1. Messung der axialen Frequenz bzw. deren Phase
2. Einstrahlen von Mikrowellen mit $\nu_{RF} = \nu_L$ zum Induzieren eines Spinflips
3. Wiederholung der Messung der axialen Frequenz bzw. deren Phase

Wenn nach dem dritten Schritt kein Spinflip beobachtet wird, so muss die Abfolge solange wiederholt werden bis ein Spinflip beobachtet wird. Die Messesequenz kann dann verständlicherweise beim zweiten Schritt beginnen.

4.4. Bestimmung des g -Faktors

Da die Massen von Elektron und Ion mit der notwendigen Genauigkeit bekannt sind, beschränkt sich die Bestimmung des g -Faktors auf die Bestimmung des Verhältnisses von Larmorfrequenz zur freien Zyklotronfrequenz. Letztere ist jedoch keine zeitliche Konstante, sondern ändert sich analog zu den Magnetfeldschwankungen am Aufenthaltsort¹ des Ions. Das heißt, sie muss durch ständige Messung der drei Eigenbewegungen immer wieder neu bestimmt werden. Dies geschieht während jedem Spinflip, der zur Bestimmung der Larmorfrequenz induziert wird. Für die Bestimmung des g -Faktors wird die Wahrscheinlichkeit eines Spinflips in Abhängigkeit des Verhältnisses von der Frequenz des eingestrahlten Mikrowellenfeldes zur gemessenen freien Zyklotronfrequenz aufgetragen. Aus dem Maximum der sich ergebenden Resonanzkurve wird der g -Faktor bestimmt. In Abbildung 4.3 ist eine Resonanzkurve für den g -Faktor von $^{16}\text{O}^{+7}$ [VDS⁺04] dargestellt. Eine detaillierte Diskussion über die Linienform findet sich in [Häf00, VG03].

Für eine sehr hohe Präzision in der Bestimmung des g -Faktors muss das Magnetfeld und damit die freie Zyklotronfrequenz zum Zeitpunkt des Spinflips bekannt sein. Dies ist aber wegen der endlichen Messdauer der drei Eigenfrequenzen nicht möglich. Sie sollen jedoch möglichst zeitnah zum Spinflip gemessen werden, um Fehler durch zeitliche Magnetfeldschwankungen zu reduzieren. Dies lässt sich dadurch realisieren, dass die Messdauer der Eigenfrequenzen möglichst kurz ist und das Mikrowellenfeld während des gesamten Messzeit eingestrahlt wird. So werden Frequenzmessung und Induzierung des Spinflips parallel ausgeführt.

¹Da das Magnetfeld des supraleitenden Magneten nicht perfekt homogen ist und Inhomogenitäten durch die verwendeten Materialien hinzukommen, wirkt durch die Ionenbewegung ständig ein anderes Magnetfeld auf das Ion. Ein weiterer Grund für die Änderungen sind zeitliche Schwankungen des homogenen Magnetfeldes.

4. Prinzipien zur Bestimmung des g -Faktors

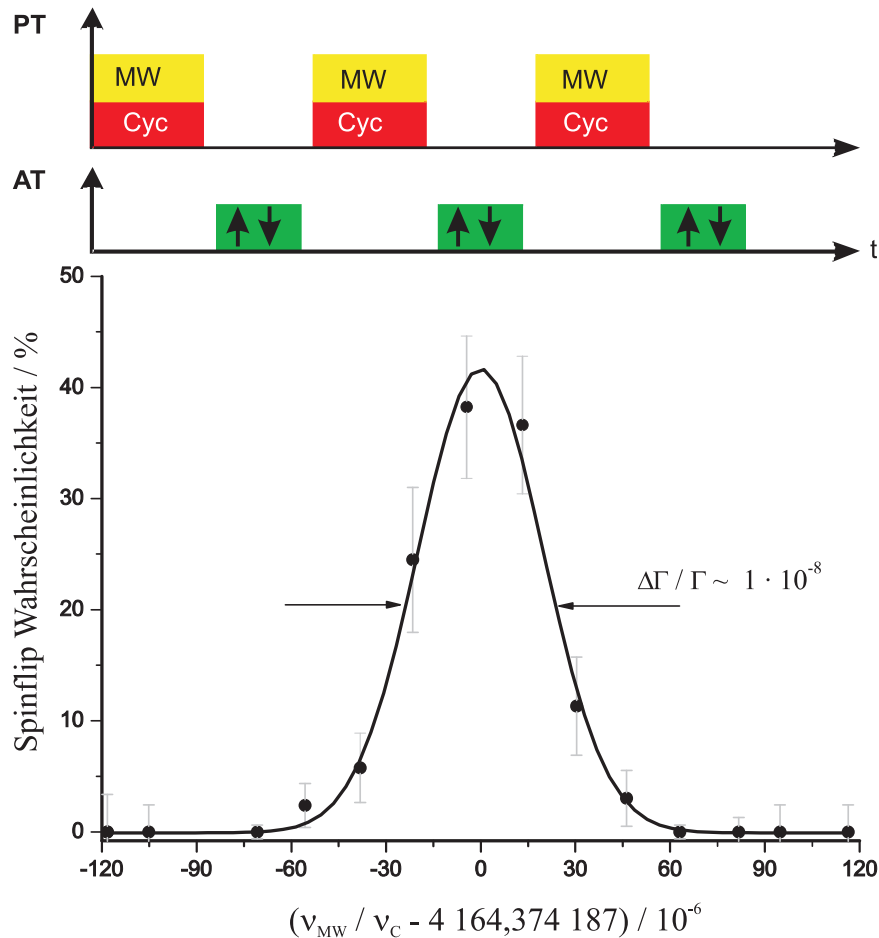


Abbildung 4.3.: Messsequenz (oben) und g -Faktor Resonanz (unten) von O^{7+} [Ver10, VDS⁺04]. Die Spinflipwahrscheinlichkeit ist gegen das Verhältnis von eingestrahlter Mikrowellenfrequenz zur freien Zyklotronfrequenz aufgetragen.

Messfolge für den g -Faktor

Die Messfolge zur Bestimmung des g -Faktors gliedert sich wie folgt (siehe auch Abbildung 4.3 oben):

1. Einstrahlen der Mikrowellen zum Induzieren des Spinflips bei gleichzeitiger Messung der Eigenfrequenzen zur Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz in der Präzisionsfalle
2. Transport des Ions in die Analysefalle
3. Detektion des Spinflips
4. Transport zurück in die Präzisionsfalle.

Durch Wiederholen der Messfolge mit unterschiedlichen Frequenzen des Mikrowellenfeldes kann eine g -Faktor Resonanz (siehe Abb. 4.3) aufgenommen werden.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

Mit der Durchführung von Hochpräzisionsmessungen an einzelnen Ionen sind hinsichtlich der verwendeten Materialien und angewandten Techniken hohe Anforderungen an den experimentellen Aufbau verbunden. So wird ein starkes, homogenes und zeitlich stabiles Magnetfeld benötigt. Um Stöße der Ionen mit Restgasatomen zu minimieren und so lange Speicherzeiten zu ermöglichen, ist ein extrem gutes Vakuum (XHV¹ für engl. extrem high vacuum) notwendig. Hierzu befinden sich die Penningfallen in einer Fallenkammer, die zunächst evakuiert und anschließend hermetisch verschlossen wird. Danach wird die gesamte Fallenkammer mit flüssigem Helium auf eine Temperatur von 4,2 K abgekühlt. Dadurch frieren Restgasatome an den kalten Oberflächen innerhalb der Fallenkammer aus und der Druck fällt auf etwa $p = 10^{-16}$ mbar ab [Her99]. Eine geschlossene Fallenkammer erfordert jedoch, dass die Erzeugung der hochgeladenen Ionen in situ erfolgt. Dies geschieht in der so genannten Erzeugerfalle mit Hilfe einer Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle (EBIS/T für engl. electron-beam ion source/trap). Zum zerstörungsfreien Nachweis der Ionen werden supraleitende Resonatoren hoher Güte zusammen mit einer hochempfindlichen Nachweiselektronik verwendet. Die Nachweiselektronik wird ebenfalls auf eine Temperatur von 4,2 K abgekühlt, um so ihr thermisches Rauschen zu reduzieren und ein hohes Signal-Rausch-Verhältnis zu erreichen.

5.1. Der supraleitende Magnet und der kryogene Aufbau

Supraleitender Magnet

Für den radialen Einschluss der Ionen in der Penningfalle ist ein starkes Magnetfeld notwendig, welches durch einen supraleitenden NMR-Magneten (NMR für engl. nuclear magnetic resonance) der Firma Oxford erzeugt wird. Der Magnet mit einem Durchmesser der Kernbohrung von 127 mm ist auf eine Feldstärke von ca. 3,76 T geladen. Um die gewünschte Präzision bei den Messungen zu erreichen, darf das Magnetfeld im Bereich der Fallen maximal eine Inhomogenität von 10^{-7} T/cm³ aufweisen und zeitlich nur sehr geringen Schwankungen von maximal 10^{-8} T/h unterliegen. Mit einer NMR-Sonde wurde das Magnetfeld innerhalb der Kernbohrung ausgemessen. Für den homogenen Bereich mit $\delta B/B < 10^{-4}$ wurde dabei eine Länge von ca. 15 cm festgestellt. Die Magnetfeldstärke² im Zentrum des Magneten betrug 3,843,(2) T. In Abbildung 5.1 ist der Magnet mit dem experimentellen

¹ $p < 10^{-12}$ mbar

²Die mit der NMR-Sonde bestimmte Magnetfeldstärke weicht von dem Wert ab, der über eine Messung der Zyklotronfrequenz bestimmt wurde. Aufgrund der Abweichung wird angenommen, dass die NMR-Sonde fehlerhaft kalibriert ist. Der angegebene Fehler gibt die Messgenauigkeit der NMR-Proben und nicht die Inhomogenität des Magnetfeldes wieder.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

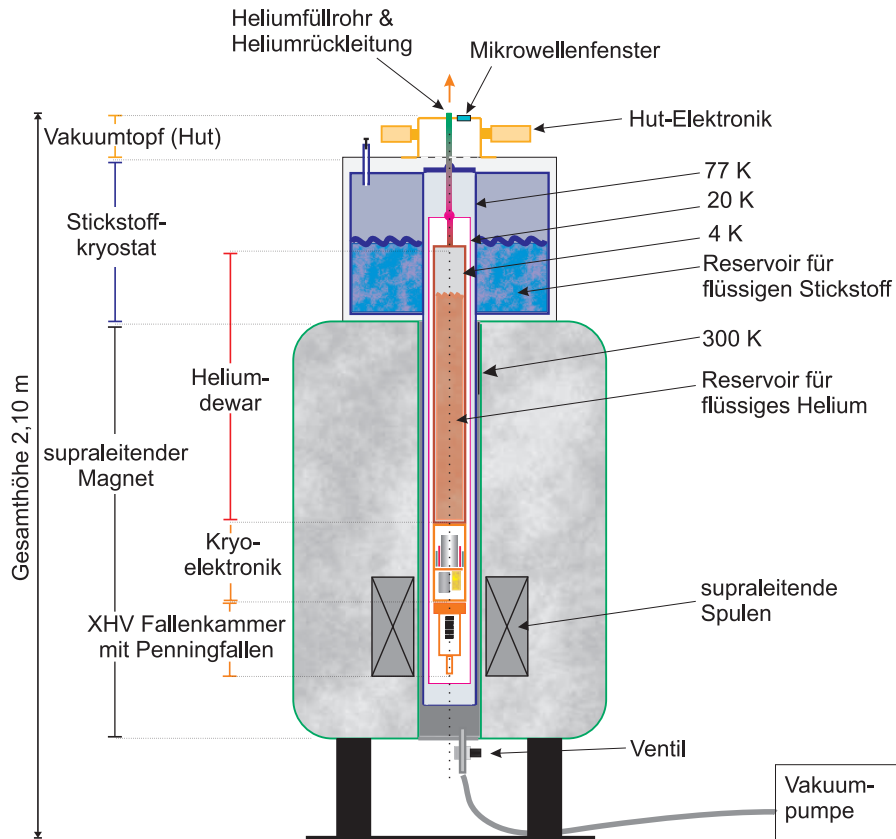


Abbildung 5.1.: Darstellung des supraleitenden Magneten mit dem Stickstoffkryostaten. Der experimentelle Aufbau befindet sich in der Kernbohrung. Die verschiedenen Temperaturbereiche sind gekennzeichnet.

Aufbau dargestellt.

Helium- und Stickstoffkryostat

Wie in Abbildung 5.1 dargestellt ist der Magnet mit einem hohlzylinderförmigen Kryostaten für flüssigen Stickstoff ausgestattet. Der Kryostat ist an die Kernbohrung des Magneten angepasst. Die Innenwand von Stickstoffkryostat und Magnet wird auf eine Temperatur von 77 K abgekühlt. An ihr friert Restgas der evakuierten Kernbohrung aus, wodurch ein für den Heliumkryostat notwendiges Isoliervakuum erzeugt wird. Gleichzeitig dient die Innenwand als Wärmeschild für das Experiment. Dieser 77-K-Schild wird unterhalb des Hutes³ mit einer Aluminiumscheibe geschlossen. In der Bohrung von Magnet und Stickstoffkryostat hängt der experimentelle Aufbau. Dieser besteht aus Heliumkryostat, kryogener Elektronik und Fallenkammer mit Fallenturm.

Da der Heliumverbrauch von der Wärmelast des experimentellen Aufbaus abhängt, soll diese möglichst gering gehalten werden. Daher ist der Aufbau innerhalb des 77-K-Schildes noch von einem 20-K-Schild umgeben. Er soll den äußeren Wärmeeintrag weiter reduzieren. Zusätzlich sind der Heliumkryostat und die kryogene Elektronik mit einer hoch reflektierenden Aluminiumschicht ummantelt. Eine detaillierte Diskussion zum Aufbau der thermischen Schilde und ihrer Wirkung findet sich in [Ota07]. Auch die thermische Leitfähigkeit

³Es handelt sich um einen Vakuumpf, an dem das Experiment befestigt ist.

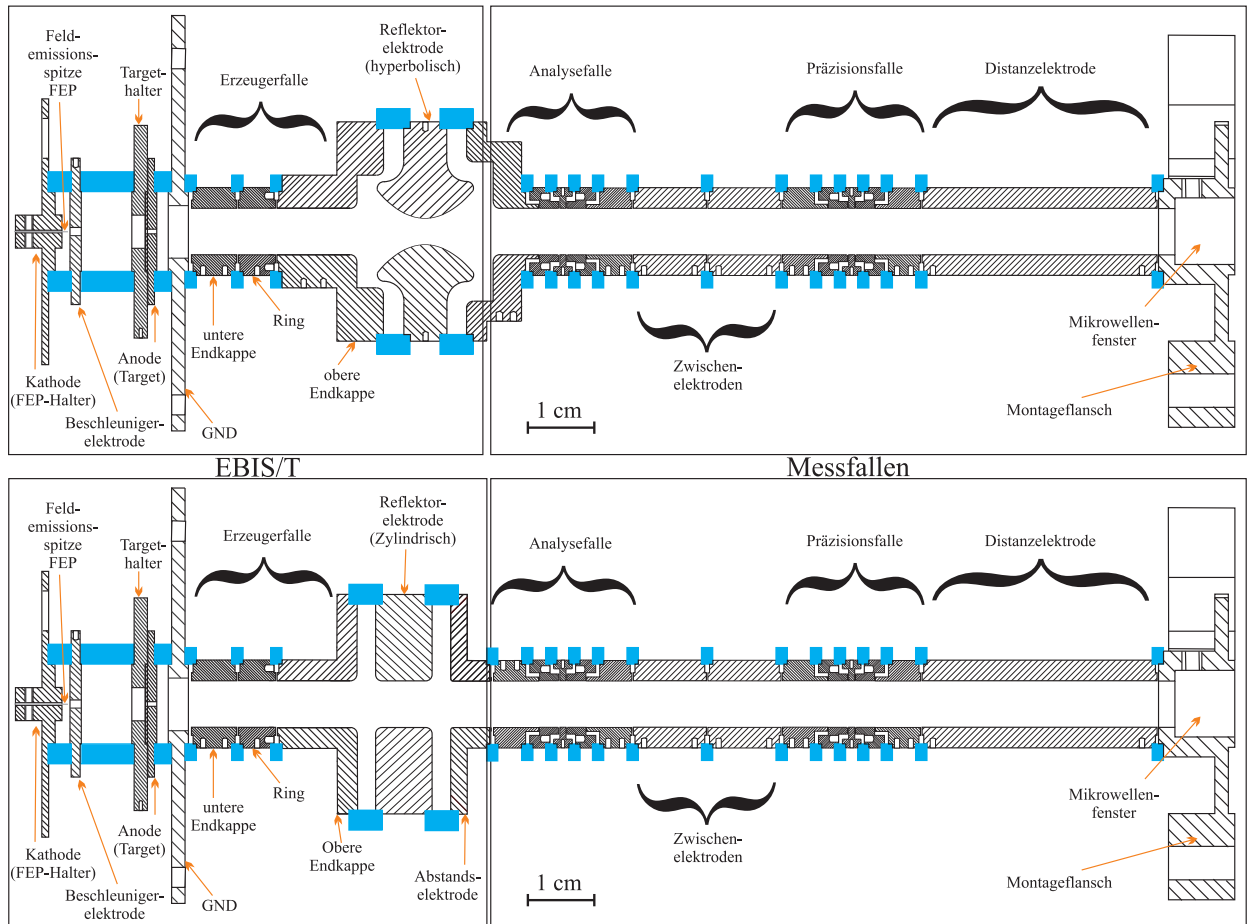


Abbildung 5.2.: Oberes Bild: Links die EBIS/T bestehend aus Elektronenkanone, Erzeugerfalle und hyperbolischem Reflektor. Daran schließen sich Analyse- und Präzisionsfalle an. Rechts befindet sich ein Quarzfenster, durch das die Mikrowellen eingestrahlt werden. Unteres Bild: die Konfiguration mit dem zylindrischen Reflektor und einer Abstandselektrode zwischen Analysefalle und Reflektor.

der verwendeten Materialien hat Einfluss auf die Wärmelast. Daher werden zwischen dem Raumtemperatur- und dem 4,2 K-Bereich nur Materialien mit einer geringen spezifischen Wärmeleitfähigkeit eingesetzt. Dies betrifft die Heliumfülleitung und alle elektrischen Leitungen. Wo es technisch möglich ist, wird zudem ein kleiner Leiterquerschnitt genutzt, um einen größeren Wärmewiderstand zu erreichen. Durch diese Maßnahmen und eine geringe elektrische Leistung der verwendeten Verstärker wird eine Standzeit des Heliumkryostaten von ca. 80 Stunden erreicht. Für den Stickstoffkryostaten ergibt sich eine Standzeit von ca. 40 Stunden. Letzterer kann automatisch wieder aufgefüllt werden.

5.2. Fallenturm

Die Anordnung aller Elektroden wird als Fallenturm bezeichnet. Er besteht aus Präzisionsfalle, Analysefalle, Reflektor, Erzeugerfalle, Target, Beschleunigungselektrode, Kathode und Zwischen- bzw. Abstandselektroden (siehe Abbildung 5.2 und 5.3). Die Elektroden sind durch Saphir- bzw. Macorringe elektrisch voneinander isoliert. Segmente geteilter Elektro-

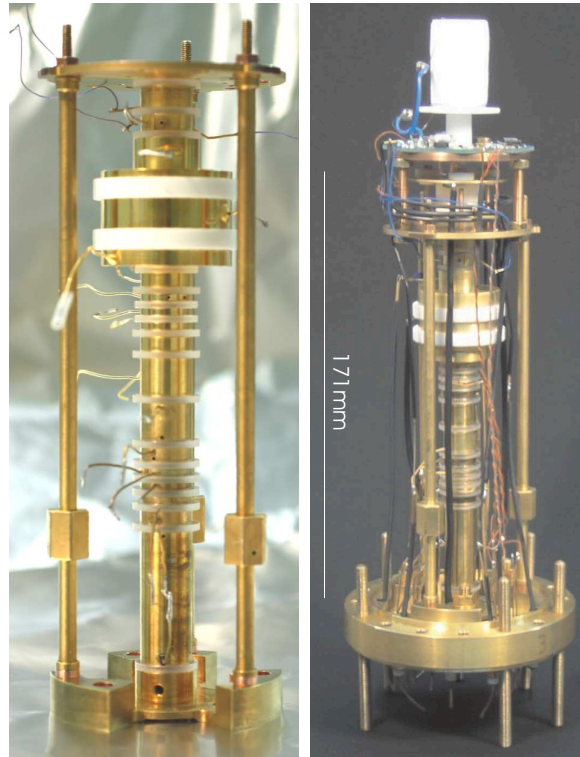


Abbildung 5.3.: Fotos des Fallturms. Links mit dem zylindrischen Reflektor ohne die Elektronenkanone und Anschlüsse. Rechts mit Elektronenkanone und axialen Verstärker der Erzeugerfalle.

den werden durch Saphirkugeln⁴ getrennt. Alle Elektroden sind aus OFHC-Kupfer (OFHC für engl. oxygen-free high thermal conductivity) gefertigt. Dieses wird verwendet, weil es eine sehr geringe magnetische Suszeptibilität ($\chi = -6,4 \cdot 10^{-6}$) besitzt [Lid01]. Dasselbe gilt auch für Saphir mit einer Suszeptibilität von $\chi = -2,1 \cdot 10^{-7}$ [Lid01]. Durch die Verwendung von kleinen Materialmengen ist der Einfluss auf das Magnetfeld sehr gering. Damit die Elektroden vor Oxidation geschützt sind, wurden sie vergoldet. Um zu verhindern, dass das Gold in das Kupfer diffundiert, befindet sich zwischen beiden Metallen eine Speerschicht aus Silber⁵. Der Fallturm wird mit drei Kupferstangen zwischen dem oberen Montageflansch (UMF für engl. upper mounting flange) und einer Halteplatte, die auch als elektrische Masse dient, zusammengehalten (siehe Abb. 5.3). Das Target, die Beschleunigungselektrode und die Kathode werden durch Schrauben auf der Halteplatte befestigt. An dieser wird auch ein Teil der Kryoelektronik angebracht. Im Folgenden sollen die einzelnen Komponenten des Fallturms eingehender beschrieben werden.

5.2.1. Die Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle

Da das Experiment bei 4,2K in einem geschlossenen System betrieben wird, müssen die hochgeladenen Ionen in situ erzeugt werden. Dies geschieht in einer dreipoligen Penningfalle, der sogenannten Erzeugerfalle (CT für engl. creation trap). Im Verbund mit einer Elektro-

⁴Die Saphirkugeln haben einem Durchmesser von 1 mm und befinden sich in Sackbohrungen der Elektroden.

⁵Eine bessere Speerschicht zwischen Gold und Kupfer besteht aus Nickel. Dies kann jedoch wegen seiner magnetischen Eigenschaften nicht verwendet werden.

nenkanone arbeitet sie nach dem Prinzip einer Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle. Da weder an den Elektroden der EBIS/T noch an ihren Zuleitungen Überschläge, die die empfindliche Nachweiselektronik zerstören könnten, auftreten dürfen, ist die maximale Spannung der EBIS/T auf 8 kV begrenzt. Hierdurch ist auch die maximale Energie der Elektronen limitiert, so dass Ionen mit einer Ionisierungsenergie von höchstens 8 keV erzeugt werden können. Da die Ionisierungsenergien von hochgeladenen Silizium und Calcium bei 1,08 keV für Ca^{17+} , bei 2,44 keV für Si^{13+} und bei 5,13 keV für Ca^{19+} liegen [RIS⁺04], sind beide Ladungszustände mit der beschriebenen EBIS/T erreichbar.

EBIS/T

Die EBIS/T (Abbildung 5.2) besteht aus einer Elektronenkanone als Elektronenquelle, einem Target, einer Penningfalle zur Ionenspeicherung und einer Reflektorelektrode für die Reflexion des Elektronenstrahls. Zur Emission der Elektronen kann kein Heizfilament verwendet werden, da die dabei auftretende Wärmelast für den Betrieb des Experimentes bei einer Temperatur von 4,2 K zu groß wäre. Die Elektronen werden daher mit einer Konfiguration aus einer Feldemissionspitze (FEP für engl. field-emmission-point) und einer Beschleunigungselektrode erzeugt. Die Emission von Elektronen an einer FEP beruht auf dem so genannten Tunneleffekt. Die Bedingung hierfür ist, dass an der FEP eine kritische Feldstärke erreicht werden muss. Dies geschieht durch Erhöhung der Potentialdifferenz zwischen FEP und Beschleunigungselektrode. Die notwendige Spannungsdifferenz hängt sowohl vom Radius der FEP als auch von ihrem Abstand zur Beschleunigungselektrode ab. In dem hier verwendeten Aufbau beträgt letzterer weniger als 1 mm. Die Stromdichte J als Funktion der elektrischen Feldstärke E , der Austrittsarbeit ϕ und des Formfaktors $\beta = h/r$ mit der Länge h und dem Krümmungsradius r wird durch die vereinfachte Fowler-Nordheim Relation [MDL⁺06, FN28]

$$J = \frac{A(\beta E)^2}{\phi} e^{\left(\frac{-B\phi^{1,5}}{\beta E}\right)} \quad (5.1)$$

beschrieben. A und B sind Produkte aus Fundamentalkonstanten. Die Energie der Elektronen hängt von der Potentialdifferenz zwischen FEP und Masse ab.

Die von der FEP emittierten Elektronen fliegen zunächst – den Magnetfeldlinien des Magneten folgend – durch eine Bohrung in Beschleunigungselektrode und Target, welches im Abstand von ca. 10 mm auf die Beschleunigungselektrode folgt. Sie durchqueren die Erzeugerfalle und werden durch ein geeignetes Potential am Reflektor reflektiert. An der FEP werden die Elektroden abermals reflektiert und fliegen so mehrmals zwischen Reflektor und FEP hin und her. Durch die gegenseitige Coulombabstoßung der Elektronen vergrößert sich dabei kontinuierlich die Querschnittsfläche des Elektronenstrahls bis er schließlich auf das Target trifft. Dort werden Atome durch die auftreffenden Elektronen aus der Oberfläche herausgeschlagen. Diese Atome werden durch den Elektronenstrahl ionisiert und die zunächst noch niedrig geladenen Ionen in der Erzeugerfalle gespeichert. In der Folge kommt es fortwährend zu Stößen zwischen Ionen und Elektronen. Durch Elektronen-Stoßionisation werden dabei immer höhere Ladungszustände der Ionen erreicht. Im Detail ist dies in [Ota07] beschrieben.

Die Elektronenkanone

Wie in [Ota07] beschrieben, sollten die Elektronen ursprünglich aus einem FEP-Array emittiert werden. Gegenüber einer einzelnen FEP haben FEP-Arrays den Vorteil, dass sie aus

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

sehr vielen FEPs aufgebaut sind und damit der Ausfall einzelner Spitzen nicht relevant ist. Daher wurde in einer Kooperation mit F. Mauer und C. Trautmann von der TU-Darmstadt und der GSI-Darmstadt ein neuartiges FEP-Array aus Kupfernanodrähten [MDL⁺06] getestet und eingebaut [Ota07]. Es wird mit einem speziellen kohlenstoffhaltigen Klebstoff an der Kathodenplatte aufgebracht. Da dieser Klebstoff bei einer Temperatur von 4,2 K nicht mehr elektrisch leitend ist, wurde die Kathodenplatte mit dem Array durch Kathodenzerstäubung mit einer wenige nm dicken, elektrisch leitenden Goldschicht überzogen (vergleiche Abbildung B.1). Nach dem Einbau des FEP-Arrays zeigte sich, dass seine Dimension im Vergleich zur Kernbohrung der Beschleunigungselektrode zu groß gewählt war. Wie in [Ota07] beschrieben, erfahren bei einem Array die äußeren FEPs eine höhere Feldstärke als die innen liegenden. Somit können die äußeren FEPs bereits bei geringeren Potentialunterschieden zwischen Array und Beschleunigungselektrode Elektronen emittieren, als die innen liegenden FEPs. Elektronen, die von den äußeren FEPs emittiert werden, treffen hier aber alle auf die Beschleunigungselektrode. So konnten in der Erzeugerfalle keine Ionen erzeugt werden. Zur Umgehung des Problems, ohne die Kernbohrung der Beschleunigungselektrode zu vergrößern, wurde die Größe des Arrays angepasst. Wie jedoch in Anhang B gezeigt wird, eignen sich auch kleinere Arrays in dieser Konfiguration nicht zum Erzeugen von Elektronen. Im Folgenden wird der Test von einzelnen FEPs beschrieben, die anstelle der Arrays verwendet werden sollen.

Tests für die Feldemissionsquelle

Mit einem Testaufbau sollten einzelne FEPs und kleine FEP-Arrays getestet werden. Im Testaufbau wurden alle Tests der einzelnen FEPs zusammen mit der Beschleunigungselektrode und dem Target durchgeführt. So sollte sichergestellt sein, dass die einzelne FEP in ihrer Position bezüglich der Bohrung der Beschleunigungselektrode korrekt ausgerichtet ist. Nach einem erfolgreichen Test der einzelnen FEP können die Kathodenplatte, die Beschleunigungselektrode und das Target gemeinsam vom Testaufbau abmontiert und wieder am Elektrodenturm angebracht werden. Dadurch sollten beim Umbau nachträgliche Beschädigungen der FEP vermieden werden, so dass eine im Testaufbau erfolgreich getestete einzelne Spitze auch im Experiment funktionsfähig ist. Im Folgenden werden zunächst der Testaufbau und das Messprinzip beschrieben. Anschließend folgen die Messergebnisse.

Testaufbau

In Abbildung 5.4 ist der verwendete Testaufbau dargestellt. Target und Elektronenkanone – bestehend aus einzelner FEP und Beschleunigungselektrode – sind an einer Halteplatte befestigt. Oberhalb der Halteplatte befindet sich eine Elektrode, welche die Erzeugerfalle repräsentiert⁶. Es folgt der Reflektor, der zur Vereinfachung als Zylinderelektrode (siehe Abbildung 5.4) gefertigt wurde und nicht wie im Experiment eine hyperbolische Form hat. Eine weitere Elektrode dient als Abstandshalter zwischen Reflektor und einer Kupferscheibe als Detektor. Wird der Reflektor nicht als solcher genutzt, so treffen die den Magnetfeldlinien folgenden Elektronen auf den Detektor.

Der Strom, der durch die von der FEP emittierten Elektronen verursacht wird, wird durch ein an der Kathodenplatte angeschlossenes Multimeter ermittelt. Hierzu wird die über einen bekannten Widerstand abfallende Spannung gemessen und anschließend der geflossene Strom

⁶Auf den Test der Funktionalität der Elektronenquelle haben die anderen Fallenelektroden des Experimentes keinen Einfluss. Sie müssen daher nicht im Testaufbau berücksichtigt werden.

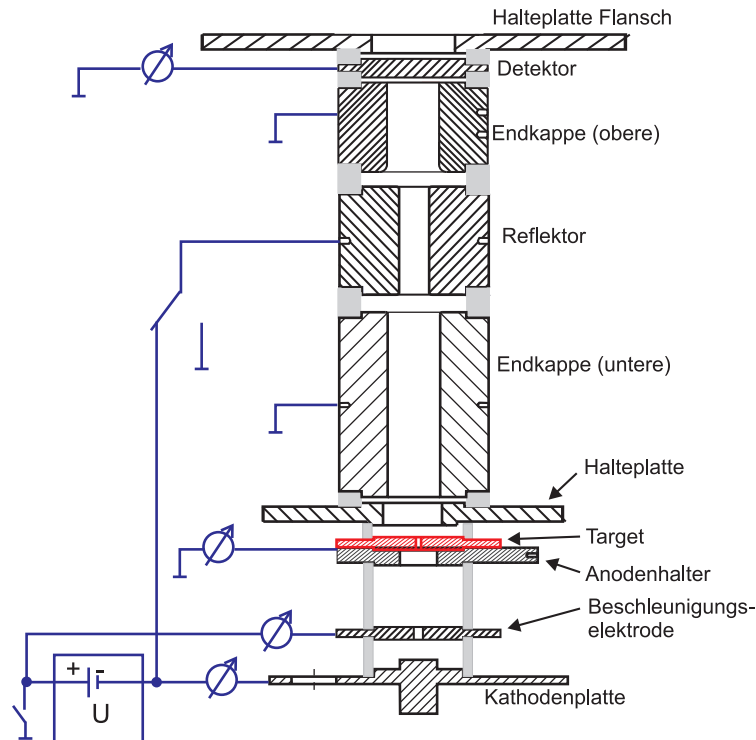


Abbildung 5.4.: Testaufbau der Elektronenquelle (schwarz) mit Target (rot) und Schaltung der Elektroden (blau).

berechnet. Damit Elektronen, die auf die Beschleunigungselektrode, das Target oder den Detektor treffen, nachgewiesen werden können, wird an diesen Elektroden ebenfalls der Strom gemessen.

Messprinzip

Mit dem Testaufbau soll zunächst die Elektronenquelle auf ihre Tauglichkeit bei einer Temperatur von 4,2 K getestet werden. Zusätzlich soll gezeigt werden, dass die Elektronen im Magnetfeld durch die Bohrungen der Beschleunigungselektrode und des Targets gelangen ohne diese zu treffen. Hierzu befindet sich die Elektronenkanone im Magneten an der gleichen Position wie im Experiment. So ist sichergestellt, dass die Magnetfeldgradienten identisch sind. Durch eine geeignete Spannung am Reflektor lässt sich einstellen, dass entweder das Target oder der Detektor von den emittierten Elektronen getroffen wird. Ist der Reflektor geerdet, so werden die Elektroden nicht reflektiert und treffen den Detektor. Liegt am Reflektor die gleiche Spannung wie an der Kathode an, so werden die Elektronen zum Target reflektiert. In beiden Fällen sollten an der Beschleunigungselektrode keine Elektronen detektiert werden können. Treffen bei einer einzelnen FEP Elektronen auf die Beschleunigungselektrode, so ist die Spitze nicht korrekt ausgerichtet.

Bei einer einzelnen FEP wird der elektrische Kontakt über eine elektrisch leitende Schraube hergestellt, die auch zur mechanischen Befestigung der FEP an der Kathode dient. In einem Test bei 4,2 K soll die Funktionsfähigkeit der einzelnen FEP bestätigt werden. Hierzu wird der Testaufbau an einen Kaltkopf von VeriCold [Ulm06] montiert. Für diesen Test wird kein Magnetfeld benötigt. Daher findet er außerhalb des Magneten statt. Die von der Kathode emittierten Elektronen folgen nun keinen Magnetfeldlinien, so dass erwartet wird, dass die meisten Elektronen auf die Beschleunigungselektrode und nur wenige auf das Target treffen.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

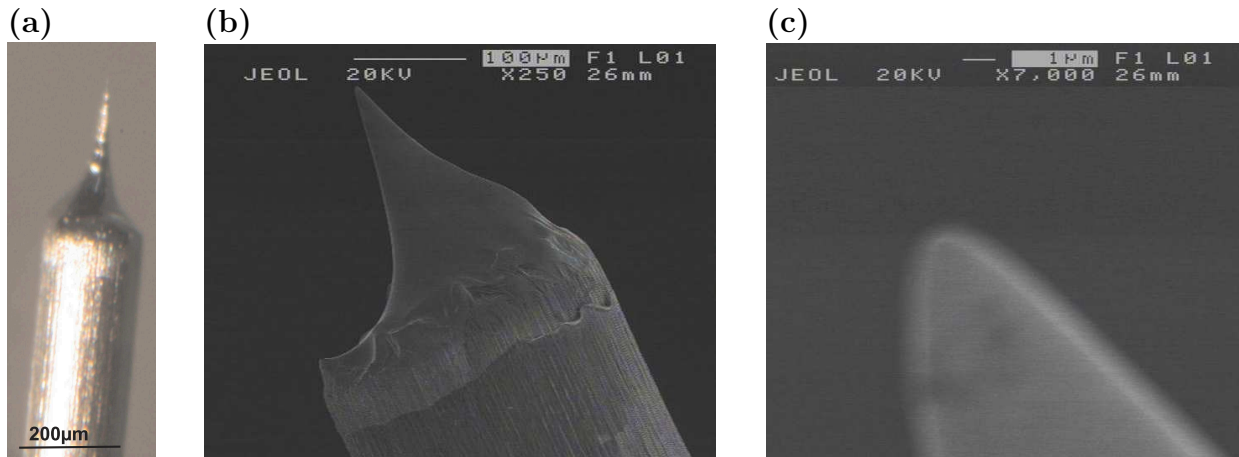


Abbildung 5.5.: Abbildung einer einzelnen Feldemissionsspitze unter dem Lichtmikroskop (a) und unter dem Rasterelektronenmikroskop (b). In (c) ist die eigentliche „Spitze“ in einer Detailaufnahme mit einem Rasterelektronenmikroskop zu sehen.

Einzelne FEP

Die einzelnen Feldemissionsspitzen (siehe Abbildung 5.5) werden mittels Elektro-Ätzverfahren [BKZY87, MMH⁺99] aus einem 200 µm dicken Wolframdraht hergestellt. Für die Verwendung einzelner Feldemissionsspitzen wurde eine neue Kathode aus OFHC-Kupfer hergestellt. Diese hat in ihrer Mitte eine Bohrung, in der die einzelne FEP befestigt wird. Sie ist somit zentral unter der Beschleunigungselektrode platziert.

Die Tests an den einzelnen Spitzen werden wie bei den Arrays im gleichen Aufbau durchgeführt. Für den Test mit Magnetfeld sind die Ergebnisse in Abbildung 5.6 dargestellt. Abhängig von der Spannung am Reflektor treffen die von der FEP emittierten Elektronen nur auf den Detektor oder das Target. In beiden Fällen wurde kein Strom an der Beschleunigungselektrode gemessen. Wie auch beim Array (siehe Anhang B) wurde bei der einzelnen Spitze die Feldstärke mehrmals hintereinander erhöht und wieder abgesenkt. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Anders als beim Array (siehe Abbildung B.2) streut der emittierte Strom bei Verwendung der einzelnen Spitze stärker. Da die Elektronen nur von einer einzelnen Spitze emittiert werden, wirken sich hier kleinste Schwankungen der Feldstärke stärker aus als bei einem Array, bei dem die Elektronen von vielen FEPs emittiert werden. Durch einen abschließenden Test bei < 20 K wird bestätigt, dass der elektrische Kontakt durch die Befestigungsschraube auch bei niedrigen Temperaturen gegeben ist. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.8 dargestellt.

Die Elektronenkanone mit der einzelnen FEP wurde daher vom Testaufbau entfernt und in das eigentliche Experiment eingebaut. Dort konnten mit ihr erstmalig Ionen erzeugt werden. Die Spannungsdifferenz zwischen FEP und Beschleunigungselektrode, bei der die Emission von Elektronen einsetzt, erhöhte sich durch den regelmäßigen Gebrauch der FEP geringfügig.

Reflektor

Am Reflektor sollen alle von der FEP emittierten Elektronen zu dieser zurückreflektiert werden. Dies ist aufgrund der Geometrie des Experimentes erforderlich, da das Calciumtarget in Richtung des Reflektors orientiert ist. Nur so können Atome durch auftreffende Elektronen aus dem Target herausgeschlagen werden. Zusätzlich wird so verhindert, dass Elektronen das Mikrowellenfenster aus Quarzglas hinter dem Reflektor treffen. Dort können

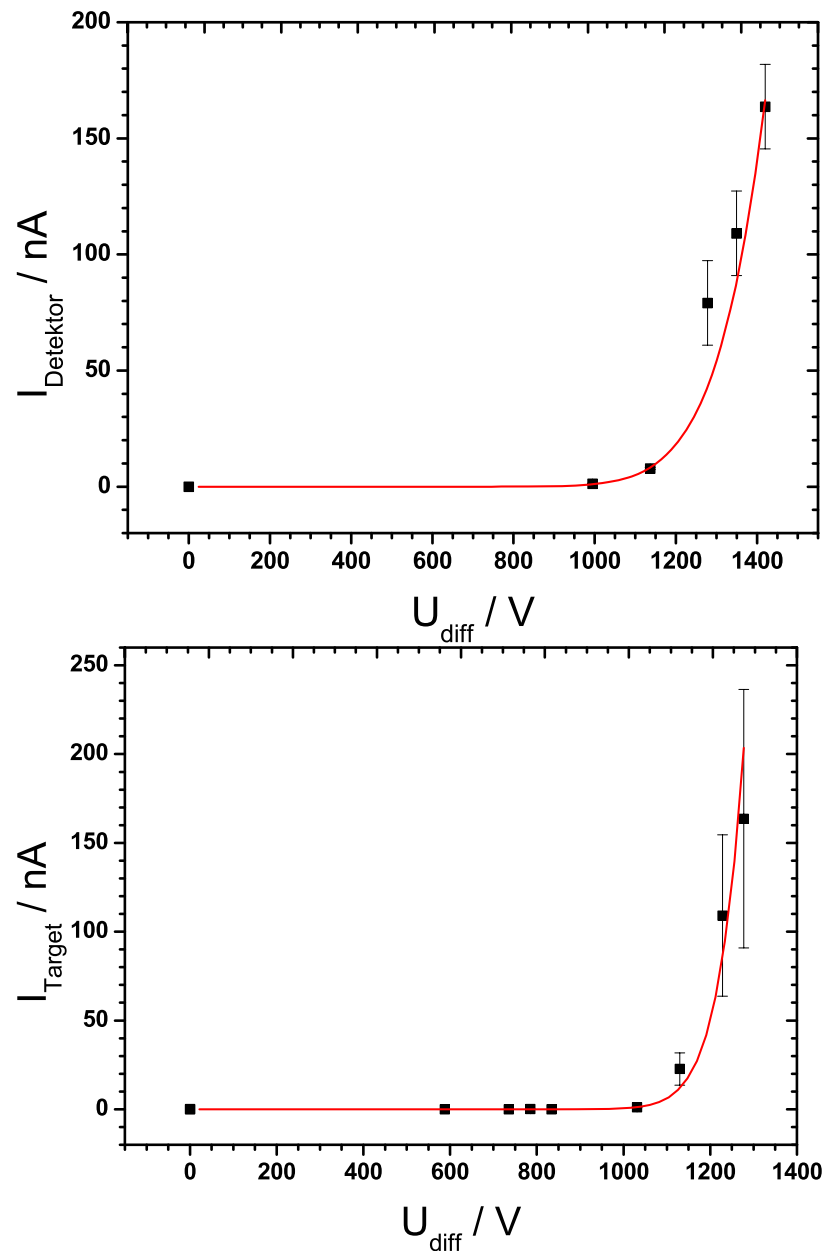


Abbildung 5.6.: Test einer einzelnen FEP bei einer Magnetfeldstärke von ca. 3,76 T, einer Temperatur von ca. 293 K und einem gemessenen Druck von ca. $6,5 \cdot 10^{-8}$ mbar. Liegt der Reflektor auf GND so treffen die von der Spitze emittierten Elektronen den Detektor (oben). Liegt der Reflektor auf dem gleichen Potential wie die Kathode, so treffen die Elektronen das Target (unten). An die Messpunkte wurde die vereinfachte Fowler-Nordheim Beziehung (siehe Gl. (5.1)) angepasst. Nicht dargestellt ist der Strom, der von der FEP emittiert wurde. Er ist genauso groß wie der Strom am Detektor bzw. am Target. Das Gleiche gilt auch für seinen Messfehler.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

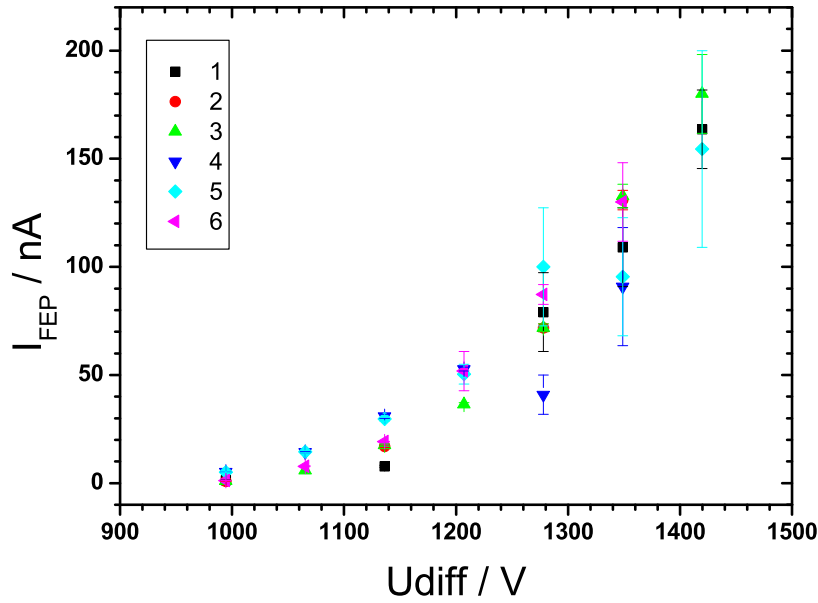


Abbildung 5.7.: Die Potentialdifferenz zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode wurde sechs Mal hintereinander bei einer Magnetfeldstärke von ca. 3,76 T, einer Temperatur von ca. 293 K und einem gemessenen Druck von ca. $6,5 \cdot 10^{-8}$ mbar durchlaufen, um die FEP-Spitze auf Abnutzungserscheinungen zu untersuchen. Im Vergleich mit einem Array streut die Stromstärke der einzelnen Durchläufe stärker.

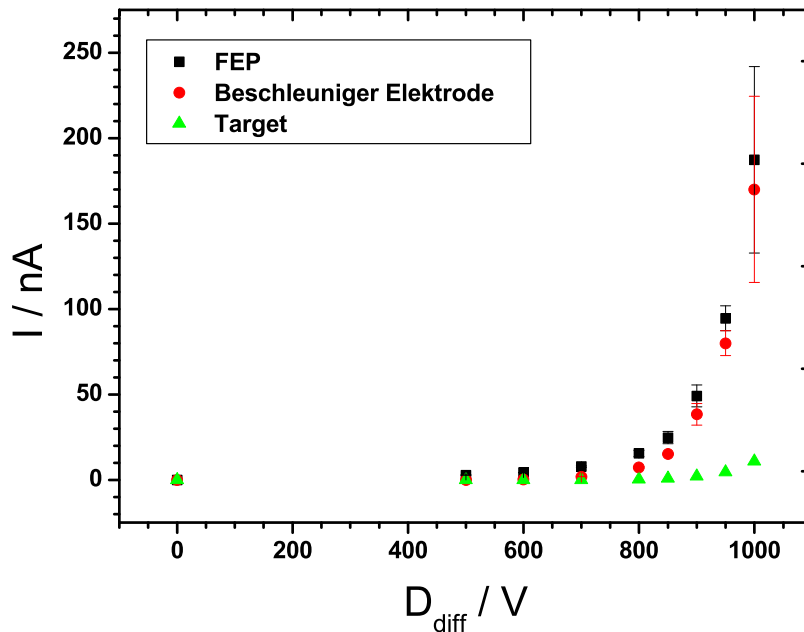


Abbildung 5.8.: Test der einzelnen FEP bei einer Temperatur von < 20 K, einer Magnetfeldstärke von 0 T und einem gemessenen Druck von ca. $6 \cdot 10^{-6}$ mbar. Die meisten von der FEP emittierten Elektronen treffen die Beschleunigungselektrode, nur ein kleiner Teil trifft das Target.

Tabelle 5.1.: Die Isotopenzusammensetzung der beiden Calciumtargets und die natürliche Isotopenhäufigkeit [Tul05]. Nicht aufgeführt sind Kontaminationen der Targets.

Isotop	CaF ₂ -Target in %	Ca-Target in %	Natur in %
⁴⁰ Ca	15,78	87,774	96,940 (16)
⁴² Ca	0,18	3,015	0,647 (23)
⁴³ Ca	0,07	0,615	0,135 (10)
⁴⁴ Ca	1,27	9,549	2,090 (11)
⁴⁶ Ca		0,021	0,004 (3)
⁴⁸ Ca	82,7 (11)	8,023 (1)	0,187 (21)

die Elektronen das Mikrowellenfenster aufladen, und so das Speicherpotential in der Präzisionsfalle beeinflussen. Da Quarzglas ein Isolator ist, entlüde sich das Mikrowellenfenster bei den extrem niedrigen Drücken in der Fallenkammer nur sehr langsam. Das Speicherpotential in der Präzisionsfalle wäre somit ständig Änderungen unterworfen, was zu Fehlern bei der Messung in der Präzisionsfalle führen würde. Um dies zu verhindern, ist die Spannung am Reflektor um ca. 10 % höher als an der Kathode (siehe Abschnitt 5.3).

Für das Experiment wurden zwei Reflektoren entworfen. Ein hyperbolischer Reflektor, der ursprünglich vorgesehen war, und ein Reflektor mit einer zylindrischen Geometrie, der im Rahmen der Doktorarbeit von Anke Wagner entwickelt wurde. Bei Verwendung des hyperbolischen Reflektors konnten beim Erzeugen von hochgeladenen Ionen in der Erzeugerfalle jedoch auch Ionen in der Analyse- und der Präzisionsfalle nachgewiesen werden. Dies liegt daran, dass einfach geladene Ionen die im Speicherpotential des Reflektors erzeugt wurden, dort nicht stabil gespeichert werden können und daher auf benachbarte Elektroden treffen und dort Sekundärelektronen auslösen, welche wiederum in der Analyse- und Präzisionsfalle Atome des Restgases ionisieren könnten. Bei Verwendung des zylindrischen Reflektors wird dies verhindert.

Calciumtarget

In der Natur kommen die stabilen Calcium-Isotope mit unterschiedlichen Häufigkeiten vor. Für das Isotop ⁴⁰Ca liegt die Häufigkeit bei 96,94 %, wohingegen sie für ⁴⁸Ca nur 0,187 % beträgt [Tul05]. Eine detaillierte Auflistung der Häufigkeitsverteilungen findet sich in Tabelle 5.1. Da im Experiment der *g*-Faktor dieser beiden Isotope bestimmt werden soll, muss das Calcium zum Herstellen des verwendeten Targets mit ⁴⁸Ca angereichert werden. Dadurch soll gewährleistet werden, dass ⁴⁸Ca in ausreichendem Maße im Experiment zur Verfügung steht.

Im Experiment kommen zwei Targettypen zur Verwendung. Sie sind in Abbildung 5.9 zu sehen. Das eine besteht aus Calciumfluorid (CaF₂) und war ursprünglich für das Experiment vorgesehen [Ota07]. Das andere besteht aus metallischem Calcium. Bei beiden Typen wurde als Trägermaterial eine Scheibe aus hochreinem Graphit verwendet, auf die das eigentliche Targetmaterial aufgebracht⁷ wurde. Die Targets werden im Folgenden im Detail beschrieben.

⁷Der komplizierte Prozess wurde durch das Target-Labor an der GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH Darmstadt durchgeführt.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

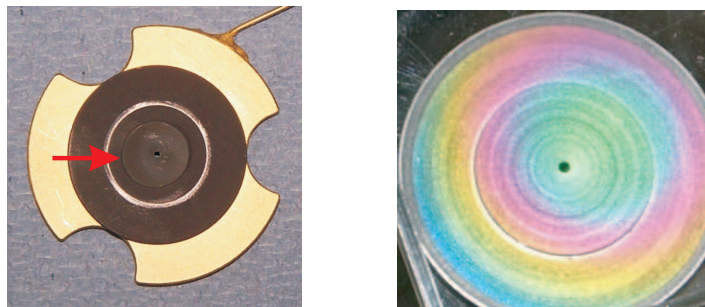


Abbildung 5.9.: Links ist ein Calciumfluorid-Target abgebildet. Der graue Kreis – durch einen Pfeil markiert – um die Bohrung ist das eigentliche Target. Die Graphitscheibe, die als Träger dient, ist auf dem vergoldeten Anodenhalter zu erkennen. Rechts ist das Target aus metallischem Calcium abgebildet. Die bunte Färbung beruht auf Interferenzen an dünnen Schichten. Bei diesem Target wurde Calcium auf einen großen Teil des Graphitträgers aufgebracht. Dieser ist für beide Targettypen gleich groß.

Calciumfluoridtarget

Ein q/M -Spektrum (das genaue Verfahren zur Aufnahme von q/M -Spektrern wird im Detail in Abschnitt 5.5.1 beschrieben), das mit den Ionen aus dem Calciumfluoridtarget (CaF_2 -Target) aufgenommen wurde, ist in Abbildung 5.10 dargestellt. Es setzt sich hauptsächlich aus hochgeladenen Ionen von Restgasatomen wie Sauerstoff und Stickstoff zusammen. Hochgeladene Calciumionen konnten trotz ausreichender Elektronenenergie nur in sehr geringen Mengen im Massenspektrum nachgewiesen werden. Das Gleiche gilt auch für hochgeladene Fluorionen. Diese sollten wegen ihrer kleineren Ionisierungsenergie ebenfalls beobachtet werden. Der Grund für die geringe Anzahl an Calcium- und Fluorionen kann mit dem Targetmaterial, welches ein Isolator ist, zusammenhängen. Lädt sich das Target unter Elektronenbeschuss auf, wird der Elektronenstrahl abgelenkt, so dass statt dem Target nur umliegende Elektroden getroffen werden und nur Atome des Restgases, die an den Elektrodenoberflächen haften, ionisiert werden können.

Target aus metallischem Calcium

Ein Target aus metallischem Calcium ist elektrisch leitfähig, reagiert an Luft jedoch sofort mit Sauerstoff zu Calciumoxid CaO_2 , was ebenfalls ein Isolator ist. Das Target muss daher unter Schutzgas⁸ aufbewahrt werden.

In den Massenspektren (siehe Abbildung 5.11) der Ionen, die mit dem Target aus metallischem Calcium aufgenommen wurden, kann hauptsächlich hochgeladenes Silizium beobachtet werden, jedoch kein Calcium. Des Weiteren werden Ionen der Restgasatome in den Massenspektren beobachtet. Der Grund für den Mangel an Calcium ist nicht klar. Um das Target als Ursache auszuschließen, wurde zur genaueren Analyse ein Target, dessen Calciumschicht oxidiert war, an mehreren Stellen mittels einer energiedispersiven Röntgenspektroskopie (EDX für engl. energy dispersive X-ray spectroscopy) untersucht. Dabei konnte außer Calcium, Kohlenstoff und Sauerstoff kein anderes Element nachgewiesen werden. Dies

⁸Das Schutzgas darf neben Sauerstoff auch keinen Wasserdampf enthalten, da das metallische Calcium mit diesem zu $\text{Ca}(\text{OH})_2$ reagiert. Als Schutzgas können alle Edelgase verwendet werden. Hier wurde Argon 5.0 verwendet. Auch der Einbau des Targets in den Fallenturm muss unter Schutzgas erfolgen.

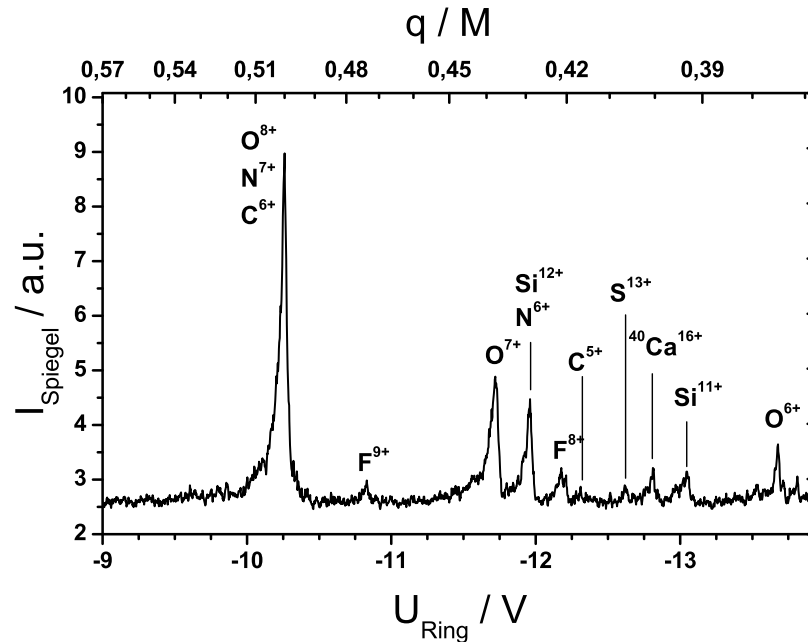


Abbildung 5.10.: Bei dem abgebildeten Massenspektrum wurde der detektierte Spiegelstrom I_{Spiegel} (in beliebigen Einheiten, a.u. für engl. arbitrary units) gegen die Spannung der Ringelektrode U_{Ring} bzw. gegen das Verhältnis aus Ladung und Masse q/M aufgetragen. Damit ein höheres Signal-Rausch-Verhältnis erzielt werden konnte, wurden mehrere Massenspektren aufsummiert. Die Zuordnung der Ionen erfolgt aufgrund ihres Ladungs-Masse-Verhältnisses.

deutet daraufhin, dass es keine grundlegenden Probleme mit dem Target⁹ gibt. Die Ursache für den Calciummangel scheinen daher nicht verstandene Probleme zu sein, die den Erzeugungsprozess von hochgeladenen Calcium bzw. das Herausschlagen von einzelnen Calciumatomen aus dem Target betreffen.

Die Untersuchungen des Targets mittels EDX zeigen aber auch, dass der Ursprung des Siliziums unklar ist. Da das Ausgangsmaterial für die Target-Herstellung in einer größeren Menge¹⁰ mit Silizium kontaminiert war, wurde davon ausgegangen, dass das Silizium vom Target stammt. Dass in der EDX-Analyse kein Silizium beobachtet wurde, widerspricht jedoch der Annahme. Im Folgenden sollen daher andere mögliche Quellen für das Silizium diskutiert werden.

Im Fallenturm kommt Silizium nur noch in zwei Bauteilen vor. Dies sind die Macorrings¹¹ und das Mikrowellenfenster aus Quarzglas. Stammt das Silizium vom Macor, so sollten in den Massenspektren auch andere Elemente, die ebenfalls in Macor vorkommen, beobachtet werden. Dies trifft jedoch nur noch auf Sauerstoff, dessen Ursprung allerdings nicht auf die Macorrings beschränkt ist, zu. Gegen eine Herkunft des Siliziums aus dem Quarzglas spricht,

⁹Da das untersuchte Target jedoch nie im Experiment verwendet wurde und jedes Target einzeln hergestellt werden muss, kann das verwendete Target nicht mit absoluter Sicherheit als Ursache ausgeschlossen werden.

¹⁰Die genaue Menge an Silizium im Ausgangsmaterial ist nicht bekannt, da in der Häufigkeitsanalyse die genaue Menge nicht bestimmt werden konnte.

¹¹Macor ist eine Glaskeramik und wird als Isolator für die Hochspannungselektroden verwendet. Dies sind der Reflektor, die Kathode und die Beschleunigungselektrode. Zusätzlich wird dieser Isolator auch beim Target eingesetzt. Macor besteht aus 46 % SiO_2 , 17 % MgO , 16 % Al_2O_3 , 10 % K_2O , 7 % B_2O und 4 % F [Inc01].

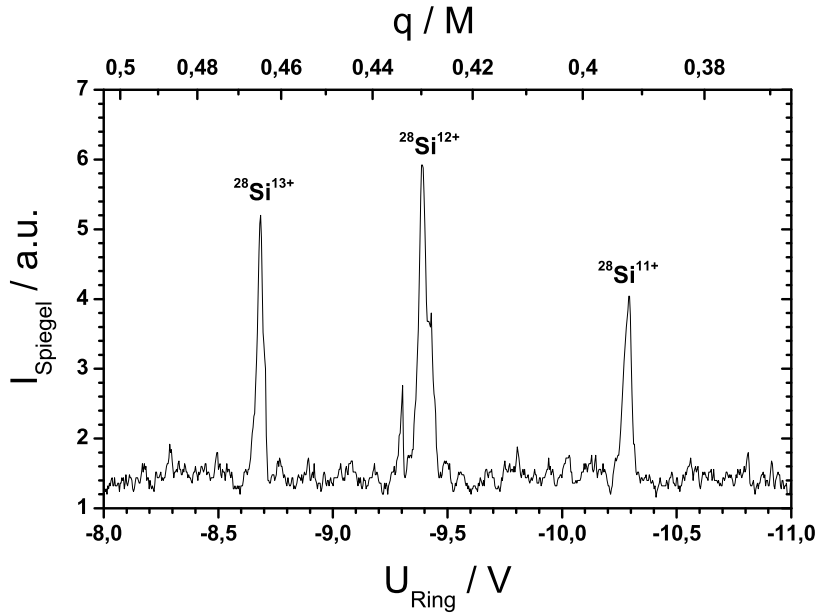


Abbildung 5.11.: In diesem Ausschnitt des Massenspektrums werden nur hochgeladene ^{28}Si Ionen im Ladungszustand 11^+ , 12^+ und 13^+ detektiert, jedoch keine Ionen der Restgasatome. Die Zuordnung ist aufgrund des Ladungs-Masse-Verhältnisses möglich.

dass Silizium nur im Massenspektrum beobachtet wurde, wenn die Ionen in der Erzeugerfalle erbrütet wurden. Wurden die Ionen in der Analyse- oder Präzisionsfalle erzeugt¹² war dies nicht der Fall. Dies zeigt dass eine genauere Untersuchung¹³ des Targets, mit dem die Ionen erzeugt wurden, notwendig ist, damit das Target als Quelle für das Silizium bestätigt oder ausgeschlossen werden kann. Da jedoch zunächst der g -Faktor von hochgeladenem Silizium bestimmt werden soll, bleibt das Target weiterhin in Verwendung. Erst wenn diese Messungen abgeschlossen sind, soll das Target entweder ausgetauscht oder eine gänzlich andere Quelle zur Erzeugung von Calcium verwendet werden.

5.2.2. Erzeugerfalle

Die Erzeugerfalle ist eine dreipolige Penningfalle. Wie in Abbildung 5.2 zu sehen ist, haben die beiden Endkappen eine unterschiedliche Geometrie. Die Form der oberen Endkappe wurde aufgrund ihrer Nähe zum Reflektor diesem angepasst. Wegen des begrenzten Volumens in der Fallenkammer war es nicht möglich, eine Zwischenelektrode, die Reflektor und Erzeugerfalle voneinander trennt, einzubauen. Zudem liegt die Erzeugerfalle am Rande des homogenen Bereiches des Magnetfeldes. Durch eine weitere Elektrode wären die Ionen einem stärkeren Magnetfeldgradienten ausgesetzt. Dieser kann sich negativ auf den Transport der Ionen in die Analysefalle auswirken. Da in der Erzeugerfalle keine Präzisionsmessungen an den Ionen durchgeführt werden sollen, ist die Harmonizität des Speicherpotentials nicht besonders wichtig. Auf Korrektorelektroden konnte daher verzichtet werden.

Bei den vorangegangenen Experimenten [Häf00, VG03] gab es keine eigene Erzeugerfalle. Die

¹²Wie in Abschnitt 5.2.1 beschrieben, konnten Elektronen oder Ionen die Potentialbarriere am Reflektor überwinden. So war es möglich Restgas in den beiden Messfallen zu ionisieren und dort hochgeladene Ionen zu erzeugen.

¹³EDX oder Massenspektroskopie

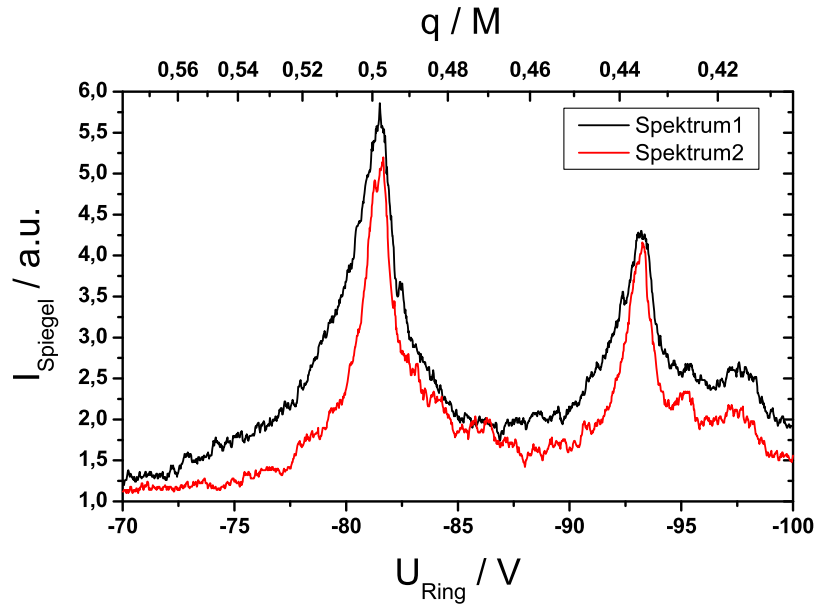


Abbildung 5.12.: Zwei Massenspektren aus der Erzeugerfalle. Spektrum 1 wurde nach dem Erzeugen der Ionen aufgenommen. Spektrum 2 einige Zeit später. Da die axial heißen Ionen mit der Zeit gekühlt werden, nimmt die Signalstärke zwischen den Spektren ab. Im Vergleich mit einem Massenspektrum aus der Präzisionsfalle (siehe Abbildung 5.10) ist die Auflösung in der Erzeugerfalle deutlich geringer.

hochgeladenen Ionen wurden direkt in der Analysefalle¹⁴ erzeugt. Da für die Erzeugung von hochgeladenem Calcium höhere Elektronenenergien notwendig sind, wurde hierfür von Jose Verdú eine eigene Falle entworfen. Im Unterschied zur Analyse- und Präzisionsfalle hat die Erzeugerfalle ein tieferes Speicherpotential. Mit den verwendeten Spannungsquellen können bei Analyse- und Präzisionsfalle die Elektroden auf eine Spannung von maximal $U = -14 \text{ V}$ gelegt werden. Dagegen sind es bei der Erzeugerfalle $U = -100 \text{ V}$. Hierdurch können in der Erzeugerfalle mehr Ionen gespeichert werden als in den beiden anderen Fällen.

An die untere Endkappe ist ein axialer Nachweisschwingkreis (siehe Abschnitt 5.4.2) angeschlossen, mit dessen Hilfe Ionen in der Erzeugerfalle detektiert werden können. Ein Massenspektrum aus der Erzeugerfalle ist in Abbildung 5.12 zu sehen. Die Auflösung des Nachweisschwingkreises ist nicht hoch genug, um einzelne Spezies detektieren zu können. Es ist auch nicht vorgesehen, bestimmte Spezies selektiv in der Erzeugerfalle anzuregen. Dies soll direkt in der Präzisionsfalle geschehen. Zusätzlich zum axialen Ionennachweis ist an der geteilten Ringelektrode der Falle ein breitbandiger Nachweisschwingkreis zur Bestimmung der Zyklotronfrequenz angeschlossen. Mit dessen Hilfe sollte das Erzeugen hochgeladener Ionen beim Erzeugungsprozess beobachtet werden, so dass auf den Wirkungsquerschnitt des Erzeugens von hochgeladenen Ionen geschlossen werden kann [Ota07]. Trotz mehrerer Versuche konnten mit diesem Zyklotronverstärker keine Ionen detektiert werden. Daher wurde dies nicht weiter verfolgt.

Erzeugung der Ionen

Zum Erzeugen der Ionen wird die Potentialdifferenz zwischen FEP und Beschleunigungselektrode soweit erhöht, bis ein ausreichend hoher Elektronenstrom auf dem Target regi-

¹⁴An der Stelle an der sich vormals die Analysefalle befand, sitzt nun die Präzisionsfalle.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

striert wird. Dies sind einige nA bis hin zu wenigen μA . Die Energie der Elektronen ist mit ca. 4 keV so gewählt, dass sie höher ist als die Ionisierungsenergie der gewünschten Ionenspezies¹⁵. Damit die erzeugten Ionen gespeichert werden können, liegt die Erzeugerfalle auf einem Speicherpotential von -100 V. Mit Hilfe eines Massenspektrums kann überprüft werden, ob sich Ionen in der Erzeugerfalle befinden. Durch Variation der Zeit, in der die Elektronenkanone betrieben wird, lassen sich die Anzahl der erzeugten Ionen und ihr Ladungszustand beeinflussen. Je länger erzeugt wird, desto mehr hochgeladene Ionen befinden sich in der Falle. Da für das Experiment nur sehr hochgeladene, leichte Ionen ($6 \leq Z \leq 40$) von Interesse sind, wird die Elektronenkanone beim Erzeugen für 30 bis 40 Sekunden betrieben. Experimentell hat sich gezeigt, dass eine längere Erzeugungszeit bei Verwendung des hyperbolischen Reflektors keinen signifikanten Einfluss auf die Zusammensetzung des Ionenensembles hat, das im Massenspektrum in der Präzisionsfalle¹⁶ beobachtet wird.

5.2.3. Präzisionsfalle

In der Präzisionsfalle (siehe Abbildung 5.2) werden die hochpräzisen Messungen der drei Eigenfrequenzen durchgeführt. Die Falle ist im homogenen Bereich des supraleitenden Magneten platziert. Anders als bei der Erzeugerfalle ist für die Präzisionsmessung ein Speicherpotential mit einer hohen Harmonizität notwendig. Bei der Präzisionsfalle handelt es sich daher um eine fünfpolige Penningfalle. Sie ist den Fallen der Vorgängerexperimente ähnlich. Um die Falle zu orthogonalisieren¹⁷ (siehe Abschnitt 3.3.3), wurde die Länge der Korrektorelektroden angepasst [VG03]. Die untere Korrektorelektrode ist in zwei Hälften geteilt. Die maximale Spannung, die an den Elektroden der Präzisionsfalle angelegt werden kann, ist durch die verwendete hochstabile Spannungsquelle (siehe Abschnitt 5.3) auf $U = -14\text{ V}$ begrenzt.

Zur Detektion der Ionen in der Präzisionsfalle sind an diese ein axialer und ein Zyklotronnachweisschwingkreis angeschlossen. Ersterer ist mit der oberen Korrektorelektrode und der oberen Endkappe verbunden, während der Zyklotronnachweisschwingkreis über eine Hälfte der segmentierten Korrektorelektrode angeschlossen ist. Beide Nachweisschwingkreise werden im Detail in Abschnitt 5.4.2 beschrieben.

Die Amplituden der drei Eigenbewegungen der Ionen können in der Präzisionsfalle mittels Dipol- und Quadrupolanregung manipuliert werden. Hierdurch lassen sich in der Präzisionsfalle – im Unterschied zur Erzeugerfalle – einzelne Ionenspezies selektieren. Daher wird ein einzelnes Ion in der Präzisionsfalle präpariert. Die Dipolanregung erfolgt über die untere Endkappe der Falle und die Quadrupolanregung über eine segmentierte Korrektorelektrode¹⁸. Die Anregung der Ionen wird im Detail in Abschnitt 5.4.4 beschrieben.

5.2.4. Analysefalle

In der Analysefalle wird die Richtung des Elektronenspins detektiert. Dies geschieht mit Hilfe einer magnetischen Flasche (siehe Abschnitt 4.3). Um diese zu erzeugen, ist die Ringelektrode der Analysefalle aus Nickel gefertigt. Damit der magnetische Einfluss des Nickelrings

¹⁵die Ionisierungsenergie von Si^{13+} ist ca. 2,44 keV, die von Si^{11+} ca. 0,47 keV [RIS+04].

¹⁶In der Erzeugerfalle ist das Massenspektrum nicht hochgenug aufgelöst, um dies beurteilen zu können. Zudem ist die Ionenzahl bei längeren Erzeugungsdauern sehr groß, so dass die Ionensignale aufgrund von Raumladungseffekten verschoben werden, was die Zuordnung der Signale erschwert.

¹⁷Die Fallen der vorangegangenen Experimente waren nicht orthogonal [VG03].

¹⁸Der Zyklotronnachweisschwingkreis und die Quadrupolanregung sind an zwei unterschiedlichen Hälften der geteilten Korrektorelektrode angeschlossen.

Tabelle 5.2.: Die verwendeten Spannungsquellen und ihre Anwendungen. Es werden folgende Abkürzungen verwendet: PT = Präzisionsfalle, AT = Analysefalle, CT = Erzeugerfalle, U_{Gate} = Gatespannung der Verstärker, U_{Drain} = Drainspannung der Verstärker und U_{Diode} = Spannung der Kapazitätsdiode.

Name	Spannungsbereich	Beschreibung / Spannungsversorgung	
UM1-14	0 bis -14 V	Transport der Ionen	PT, AT und der Transportelektroden
	0 bis -14 V	Präzisionsmessung PT	
	0 bis -3,5 V	Präzisionsmessung AT	
BS1-12	0 bis -5 V	U_{Gate} , U_{Diode} , Steuerspannung HV	
	0 bis 5 V	U_{Drain} , Steuerspannung HVM	
	-15 V, -5 V, 5 V, 15 V	HV, HVM	
HVM	0 bis -200 V	Ionenerzeugung CT	
HV	0 bis -8 kV	Ionenerzeugung Elektronenkanone	

auf die Präzisionsfalle so gering wie möglich ist (siehe Abschnitt 3.3.4), ist der Abstand zwischen beiden Fallen durch zwei Transportelektroden vergrößert. Von der unteren Korrektorelektrode abgesehen stimmt die Geometrie von Analyse- und Präzisionsfalle überein (siehe Abbildung 5.2). Für die untere Korrektorelektrode wurden zwei verschiedene Geometrien entworfen. Eine Korrektorelektrode ist in ihrer Form an den hyperbolischen Reflektor angepasst (siehe Abbildung 5.2) und wird zusammen mit diesem verwendet. Bei der anderen Korrektorelektrode wurde die Geometrie der oberen Korrektorelektrode verwendet. Sie wird zusammen mit dem zylindrischen Reflektor und einer zusätzlichen Distanzelektrode, zwischen Reflektor und unterer Korrektorelektrode, benutzt (siehe Abbildung 5.2).

Die Detektion der Richtung des Elektronenspins erfordert eine hohe Stabilität des Speicherpotentials der Falle. Durch die im Experiment verwendete Spannungsquelle ist die hochstabile Spannung an den Elektroden auf maximal $U = -3,5$ V beschränkt. Wie im folgenden Abschnitt beschrieben kann zum Transport die Fallenspannung auf eine Elektrodenspannung von $U = -14$ V gesetzt werden.

Zur Ionendetektion ist an der Analysefalle ein axialer Nachweisschwingkreis angeschlossen. Wie in der Präzisionsfalle können die Ionen auch in der Analysefalle durch Dipol- und Quadrupolanregung in ihrer Amplitude beeinflusst werden.

5.3. Spannungsquellen

Im Experiment werden vier Spannungsquellen (UM1-14, BS1-12, HVM-Box und HV-Box) eingesetzt. Ihre verschiedenen Anwendungen sind in Tabelle 5.2 aufgeführt. Da alle Spannungsquellen bereits in [Ota07] beschrieben sind, sollen an dieser Stelle nur ihre Funktionen und Anwendungen dargestellt werden.

UM1-14

Die UM1-14 von stahl-electronics [se08] wird für die Spannungsversorgung der Messfallen und der Transportelektroden eingesetzt. Wie in Abbildung 5.13 zu sehen, besitzt sie zwei verschiedene Spannungsmodi, einen Präzisionsmodus mit 25 Bit und einen Hilfsmodus mit 16 Bit-Auflösung. Ersterer ist sehr stabil und wird für die Präzisionsmessung in der

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

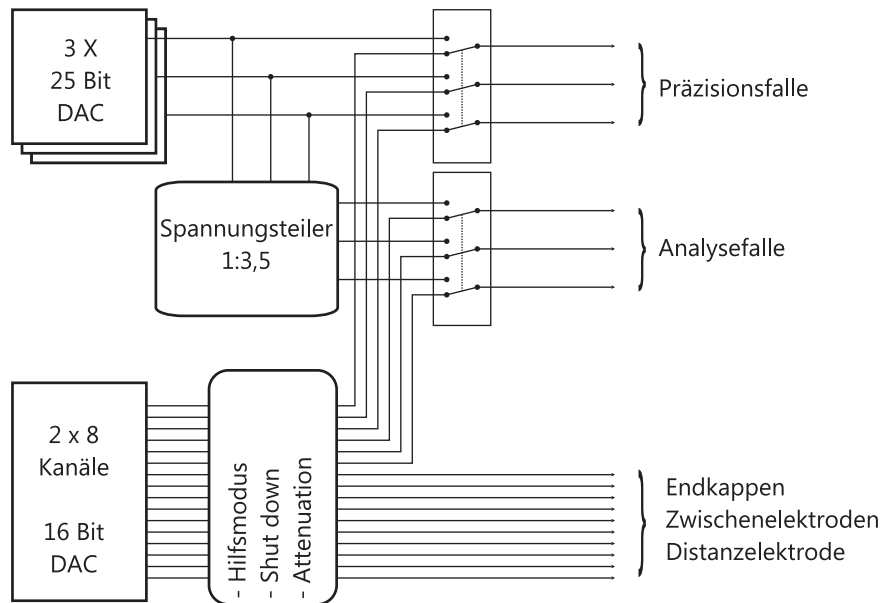


Abbildung 5.13.: Schaltung der verschiedenen Spannungsmodi der UM1-14 Spannungsquelle.

Präzisions- und der Analysefalle verwendet. Für die Korrektorelektroden und die Ringelektrode der Präzisionsfalle stehen drei Kanäle mit Spannungen von 0 bis -14 V zu Verfügung. Diese werden für die Analysefalle durch einen Spannungsteiler auf 0 bis -3,5 V beschränkt. Hierdurch wird eine noch höhere Stabilität der Spannungsversorgung in der Analysefalle erzielt. Dies ist wichtig, da in dieser bereits eine Spannungsänderung von $1\ \mu\text{V}$ an der Ringspannung zu axialen Frequenzänderungen des Ions von $\approx 100\ \text{mHz}$ führen¹⁹. Nach Tabelle 4.1 entspricht dies für $^{28}\text{Si}^{13+}$ 40% der axialen Frequenzänderung durch den Spinflip, bei $^{40}\text{Ca}^{19+}$ entspräche dies sogar mehr als 50%. Um die axiale Frequenzänderung durch den Spinflip in möglichst kurzer Zeit detektieren zu können, sollte die Frequenzänderung durch Spannungsfluktuationen höchstens 50% der durch Änderung der Spinrichtung verursachten Frequenzänderung betragen. Da für die Analyse- und Präzisionsfalle zusammen nur drei Präzisionskanäle bei der Spannungsversorgung zur Verfügung stehen, können beide Fallen nicht gleichzeitig mit nur einer hochstabilen Spannung versorgt werden.

Im Vergleich mit dem Präzisionsmodus erreicht der Hilfsmodus eine deutlich geringere Spannungsstabilität. Für jede Fallen- und Transportelektrode steht jedoch ein eigener Kanal zu Verfügung, so dass die Spannungen an allen Elektroden unabhängig voneinander sind. Der Hilfsmodus kann die Elektroden mit einer Spannung von -0,01 bis -14 V versorgen und wird zum Transport der Ionen verwendet. Zwischen beiden Modi kann während des Experimentes gewechselt werden, dabei bleibt die eingestellte Spannung des inaktiven Modus erhalten und muss bei dessen Aktivierung nicht erneut festgesetzt werden. Hierdurch werden Relaxationszeiten, wie sie bei einer Änderung der Spannung auftreten, reduziert. So kann direkt nach dem Transport der Ionen die Messung im Präzisionsmodus beginnen, ohne dass darauf gewartet werden muss, dass die gewünschte Spannung erreicht wird.

Bei einer Präzisionsmessung soll an den Endkappen und den Transportelektroden eine Spannung von 0 V anliegen. Da dies mit dem Hilfsmodus nicht möglich ist, gibt es die Option die Ausgangsspannungen über einen Spannungsteiler auf Spannungen von wenigen μV zu reduzieren (*Shut down* Modus). Hierdurch verringern sich auch die Spannungsfluktuationen,

¹⁹Die genaue Frequenzänderung hängt von der axialen Frequenz des Ions ab.

die auf den Kanälen des Hilfsmodus deutlich größer sind als im Präzisionsmodus.

BS1-12

Für die Spannungsversorgung der kryogenen Verstärker wird die computergesteuerte Spannungsquelle BS1-12 von stahl-electronics verwendet. Sie hat je acht positive und negative Kanäle von 0 bis 5 V und vier Kanäle mit festen Ausgangsspannungen von -15 V, -5 V, 5 V und 15 V. Über die regelbaren Kanäle werden außer den kryogenen Verstärkern (siehe Abschnitt 5.4.2), die HVM-Box (Spannungsversorgung der Erzeugerfalle), die HV-Box (Spannungsversorgung der Elektronenkanone) und die Kapazitätsdiode (siehe Abschnitt 5.4.2) gesteuert. Die Kanäle, die eine festgelegte Spannung ausgeben, versorgen die Raumtemperaturverstärker und ebenso die HVM-Box mit Spannung.

HVM-Box

Diese Spannungsquelle dient der Spannungsversorgung der Erzeugerfalle. Der Spannungsbereich der drei Kanäle von 0 bis -200 V wird über die BS1-12 gesteuert. Da sie nur beim Erzeugen der Ionen und deren Transport in die Messfallen benötigt wird, sind die Anforderungen bezüglich ihrer Stabilität gering. Da die an der Erzeugerfalle angeschlossenen Filter nur bis zu einer Spannung von 100 V ausgelegt sind, kann die HVM-Box nur bis zu diesem Limit betrieben werden.

HV-Box

Über die HV-Box wird die Elektronenkanone betrieben, welche ebenfalls über die BS1-12 gesteuert wird. Sie ist aufgebaut aus zwei Hochspannungsmodulen C80N und GP60 von Emco [CORa, CORb]. C80N arbeitet in einem Spannungsbereich von 0 bis -8 kV, GP60 von 0 bis 6 kV. Durch einen Spannungsteiler ist die Spannung von C80N auf ca. -7 kV limitiert, ein Schaltplan der HV-Box findet sich in [Ota07]. Mit C80N werden Reflektor, FEP und Beschleunigungselektrode auf ein negatives Potential gelegt, wobei die Spannung am Reflektor ca. 10 % höher ist als an den beiden anderen Elektroden. Durch Hinzuschalten der GP60 wird die Beschleunigungselektrode auf ein höheres Potential als die FEP gelegt, um eine Potentialdifferenz zu erzeugen. Zum Transport der Ionen aus der Erzeugerfalle in die Messfallen wird die HV-Box als Spannungsversorgung für den Reflektor ebenfalls benötigt.

ASVS5600

Die Spannungsversorgung der UM1-14 und der BS1-12 kann über ihr jeweiliges Netzgerät erfolgen. Allerdings können dabei Spannungsschwankungen des Stromnetzes insbesondere die Stabilität der UM1-14 beeinflussen. Des Weiteren würde ein Stromausfall wegen des Spannungsverlustes an der Falle zum Verlust des Ions führen. Daher wurde im Rahmen der Diplomarbeit von Anke Wagner eine stabile Spannungsquelle entwickelt und aufgebaut, die auf einer 12 V Autobatterie basiert [Wag08, WSS⁺10]. Durch diese Spannungsquelle können die UM1-14 und die BS1-12 unabhängig vom Stromnetz betrieben werden.

Filter

Damit über die Leitungen, welche die Fallenelektroden mit Spannung versorgen, keine Radiofrequenzsignale einkoppeln, werden diese Leitungen durch einen Tiefpass gefiltert. In Abbildung 5.15 ist der Schaltplan der kryogenen Elektronik abgebildet.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

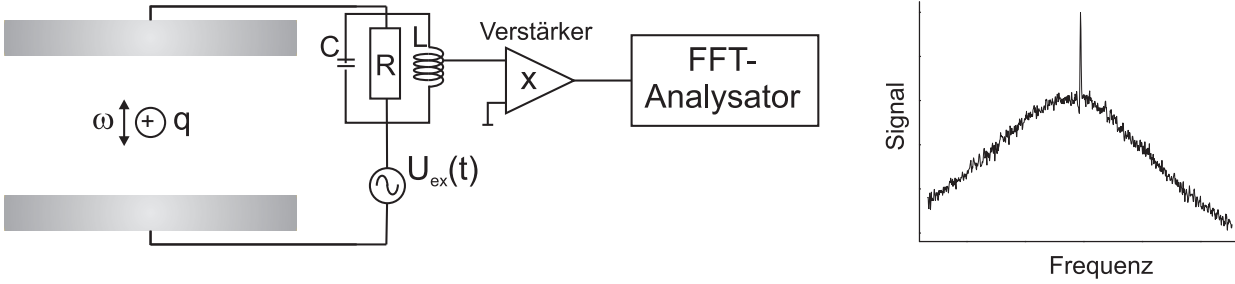


Abbildung 5.14.: Aufbau des elektronischen Nachweissystems. Die abfallende Spannung wird an der Spule abgegriffen und verstärkt. Ein FFT-Analysator wandelt das zeitabhängige Signal in eine Frequenz um.

5.4. Der nichtdestruktive Ionennachweis

Für das Experiment ist die Messung der Eigenfrequenzen eines einzelnen Ions notwendig, ohne dieses dabei zu verlieren. Dies ist durch die Wechselwirkung des Ions mit den Fallenelektroden und der angeschlossenen Nachweiselektronik möglich.

5.4.1. Wechselwirkung des Ions mit der Nachweiselektronik

Zur Vereinfachung wird zunächst die Wechselwirkung des Ions mit zwei unendlich ausgedehnten, elektrisch leitenden Platten, welche einen Abstand d voneinander haben, betrachtet. Wie in Abbildung 5.16 a) dargestellt, influenziert ein ruhendes Ion, mit der Ladung q , eine Spiegelladung in den Platten. Die maximale Ladung, die durch das Ion auf einer Platte influenziert werden kann, ist $Q = q$. Bewegt sich das Ion nun mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit von $v = \dot{z}$, mit einer maximalen Auslenkung in Richtung der z -Achse von z_{max} , zwischen den Platten, so ändert sich die Dichte der Ladungsträger in den Platten in der Zeit $dt = z_{max}/\dot{z}$ und es fließt zwischen ihnen ein Strom I (siehe Abbildung 5.16 b). Der influenzierte Strom

$$I_{Ind} = \frac{dQ}{dt} = \frac{q}{d} \dot{z} \quad (5.2)$$

hängt dabei von der Änderung der Ladung $dQ = z_{max}q/d$ auf einer Platte ab.

Um das Modell des Plattenkondensators auf die Fallenelektroden zu übertragen, müssen einige Korrekturen durchgeführt werden. So kann das beschriebene Modell durch die Einführung eines effektiven Elektrodenabstandes D auf die endliche Ausdehnung der Fallenelektroden angepasst werden. Das Ion erzeugt dabei ein elektrisches Feld, dessen Feldstärke an den Fallenelektroden genauso groß ist wie an den Platten des Plattenkondensators. Eine weitere Änderung betrifft die Geschwindigkeit des in der Falle gespeicherten Ions. Da sich dieses in einem harmonischen Speicherpotential bewegt, ist seine Geschwindigkeit nicht mehr gleichförmig. Stattdessen gilt $\dot{z} = z_{max}\omega_{Ion} \cos(\omega_{Ion}t)$. Über der Impedanz, welche die Fallenelektroden miteinander verbindet, fällt die Spannung $U_{Ind} = Z(\omega)I_{Ind}$ ab (siehe Abbildung 5.16 c). Die Bewegungsgleichung des Ions wird durch

$$m\ddot{z}(t) + \omega_{Ion}^2 z(t) = -\frac{q}{D} U_{Ind}(\dot{z}(t)) = -\frac{q}{D} Z(\omega) z_{max}\omega_{Ion} \cos(\omega_{Ion}t) \quad (5.3)$$

beschrieben. Dabei wird die Kraft, die durch die Spiegelladung auf das Ion ausgeübt wird, vernachlässigt. Wird in Gleichung (5.3) die Frequenz ω_{Ion} durch die axiale Frequenz des Ions aus Gleichung (3.27) ersetzt und zusätzlich zur influenzierten Spannung noch eine externe

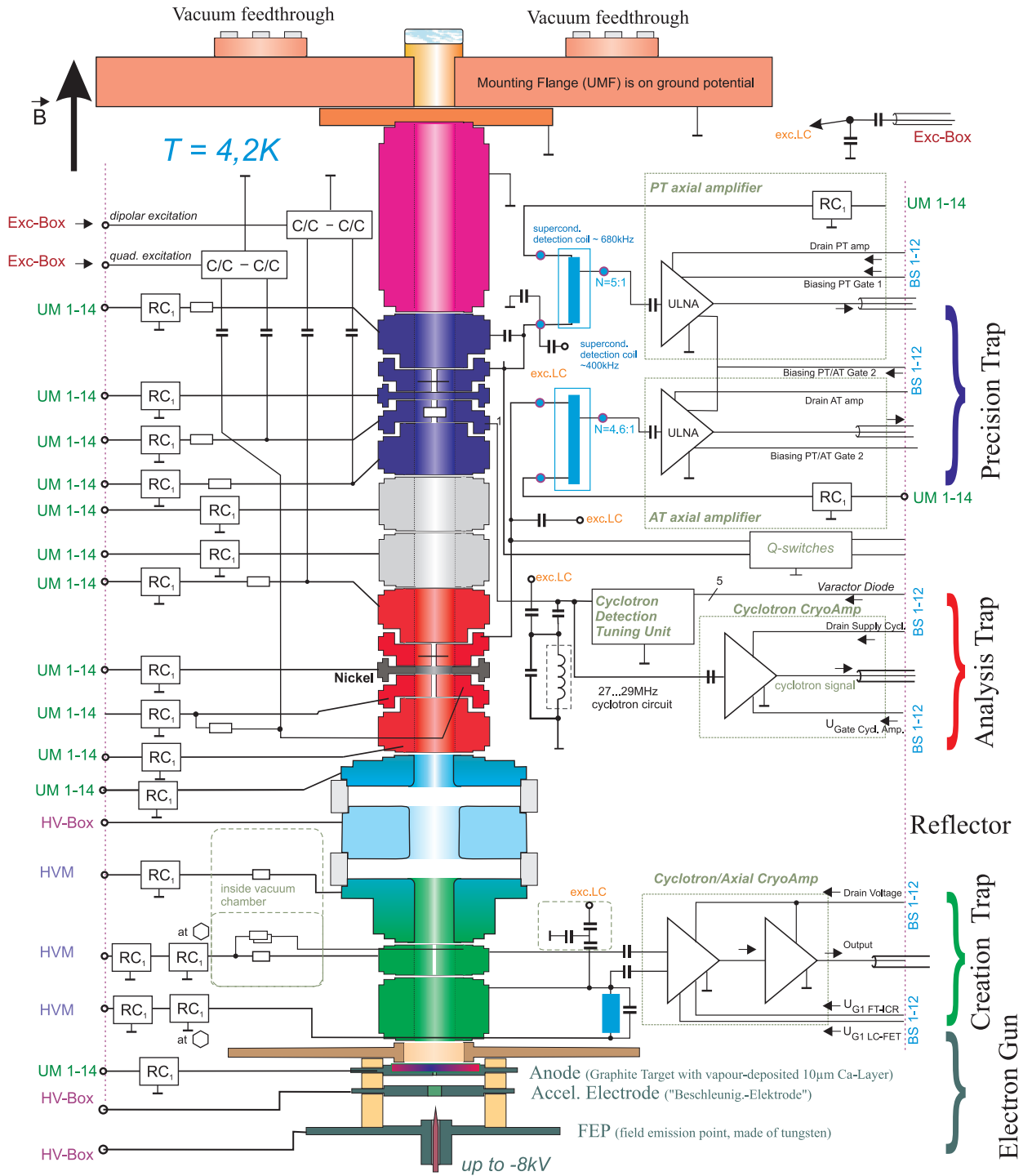


Abbildung 5.15.: Schaltplan der kryogenen Elektronik.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

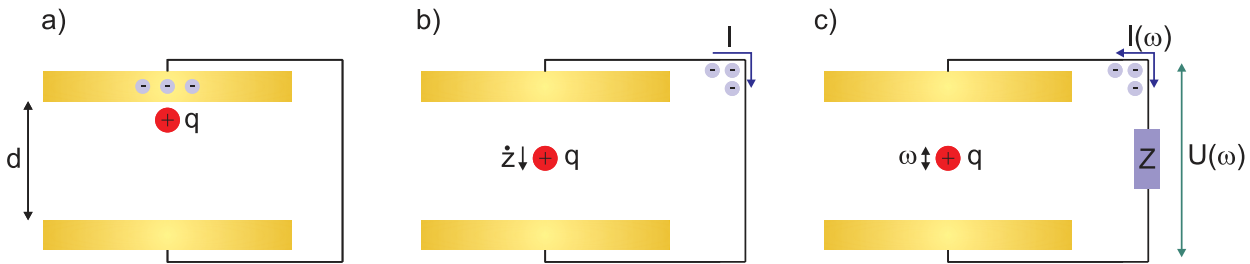


Abbildung 5.16.: a) Ein Ion induziert in einer elektrisch leitenden Platte Spiegelladungen. b) Bewegt sich ein Ion mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit \dot{z} , so fließt ein Strom I zwischen den Platten. c) Bewegt sich das Ion im Fallenpotential mit der Geschwindigkeit $\dot{\omega}$ so fließt der Strom $I(\omega)$.

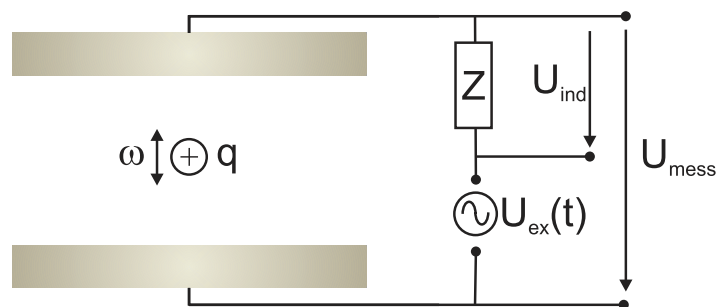


Abbildung 5.17.: Durch die in den Elektroden induzierten Ladungen fällt über der Impedanz des Schwingkreises die Spannung U_{ind} ab. Durch Anlegen einer externen Wechselspannung U_{ex} mit einer geeigneten Frequenz ω an den Elektroden kann das Ion angeregt werden.

Spannung U_{ex} zur Anregung des Ions berücksichtigt (siehe Abbildung 5.17), so ergibt sich aus Gleichung (5.3):

$$m\ddot{z}(t) + \frac{qc_2 U_{Ring}}{d^2} z(t) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{q}{D} [U_{Ind}(\dot{z}(t)) + U_{ex}(t)] . \quad (5.4)$$

5.4.2. Nachweiselektronik

Zur Detektion einzelner Ionen in den Fallen werden supraleitende Nachweisschwingkreise verwendet. Um die sehr kleinen Spannungen, die über den Impedanzen der Schwingkreise abfallen, detektieren zu können, werden sie durch mehrere Verstärkerstufen verstärkt. Der erste Verstärker ist ein rauscharmer, kryogener Verstärker, der sich im 4,2K-Bereich befindet. Diesem folgt ein weiterer Verstärker, der bei Raumtemperatur betrieben wird. Der elektronische Nachweis der Ionen ist in Abbildung 5.14 dargestellt.

Nachweisschwingkreise

Die durch das Ion im Nachweisschwingkreis induzierten Ströme sind sehr klein. Um sie durch den Spannungsabfall über der Impedanz des Nachweisschwingkreises detektieren zu können, muss dessen Impedanz entsprechend groß sein. Für die Impedanz gilt

$$Z = \frac{Q}{\omega C} , \quad (5.5)$$

mit der Güte²⁰ Q , der Frequenz ω und der Kapazität C des Schwingkreises. Da dessen Frequenz $\omega = 1/\sqrt{LC}$ von seiner Induktivität L und Kapazität C abhängt, beeinflussen sich Änderungen der Frequenz und der Kapazität des Schwingkreises gegenseitig. Durch eine höhere Impedanz des Nachweisschwingkreises verursacht das Ionensignal einen höheren Spannungsabfall über der Impedanz womit das Ionensignal leichter zu detektieren ist. Daher soll die Impedanz erhöht werden. Wegen ihrer gegenseitigen Abhängigkeit eignen sich Änderungen an Kapazität, Induktivität und Frequenz aber nur bedingt zum Erhöhen der Impedanz. Des Weiteren ist die Frequenz des Schwingkreises so gewählt, dass die axiale Frequenz des Ions bei einem geeigneten Speicherpotential in Resonanz mit der Eigenfrequenz des Schwingkreises ist.

Eine Reduzierung der Frequenz des Schwingkreises, zur Erhöhung der Impedanz, erfordert eine Verringerung der Fallenspannung. Dies wiederum würde die Anforderungen hinsichtlich der Stabilität der Spannungsquelle erhöhen. Bei einer Reduzierung der Frequenz des Nachweisschwingkreises ist weiterhin zu berücksichtigen, dass die nachgeschaltete Elektronik nicht für jedem Frequenzbereich²¹ gleichermaßen geeignet ist. Die Frequenz eignet sich daher nicht zur Erhöhung der Impedanz. Diese lässt sich aber durch eine Erhöhung der Güte $Q = \omega CR$ vergrößern. Damit dies bei gleichbleibender Frequenz und Kapazität des Schwingkreises geschieht, muss der Widerstand der Spule verkleinert werden. Darum werden supraleitende Materialien verwendet.

Die Spulen der Nachweisschwingkreise von Analysefalle und Präzisionsfalle sind aus supraleitendem Niob-Titan (NbTi)-Draht hergestellt. Sie befinden sich in Gehäusen, die ebenfalls aus NbTi gefertigt wurden [Sta98]. Niob-Titan ist ein Typ-II-Supraleiter, der unterhalb einer Sprungtemperatur von 9,5 K supraleitend wird [UKB⁺09]. Die Spulen sind daher im 4,2 K-Bereich platziert. Durch den Einsatz von supraleitenden Materialien können freie Spulen mit Güten von mehreren zehntausend [UKB⁺09] bis einigen hunderttausend [MA10] erreicht werden. Im Experiment wird die Güte jedoch durch Parallelwiderstände, zum Beispiel des angeschlossenen Verstärkers, limitiert. In der Präzisionsfalle wird eine Güte von ca. 1200 bei einer Frequenz von 720 kHz erreicht. Bei einer Frequenz von 420 kHz beträgt die Güte in der Analysefalle ca. 3000.

Um das Signal, das durch die Ionenbewegung im Nachweisschwingkreis influenziert wird, dem Verstärker zuzuführen, werden im Experiment zwei Methoden angewandt, wobei die anschließenden Verstärker auf die jeweilige Technik angepasst sind. Zum einen kann das Signal entweder durch eine zweite Spule induktiv ausgekoppelt und anschließend den Verstärkern zugeführt werden. Für diese Technik werden die axialen Verstärker der Vorgängerexperimente verwendet [Sta98, Ota07]. Zum anderen besteht die Möglichkeit das influenzierte Signal an der Spule des Nachweisschwingkreises abzugreifen und zum Verstärker zu leiten. Für die letztere Methode werden kryogene, axiale Verstärker (siehe Seite 60), welche im Rahmen der Doktorarbeit von S. Sturm entwickelt wurden, für die Präzisions- und die Analysefalle verwendet. Das Wicklungsverhältnis, bei dem der Abgriff an der Spule erfolgt, beeinflusst dabei die Güte der Spule und auch das Signal-Rausch-Verhältnis des Signals. Im Experiment wird bei einem Wicklungsverhältnis von 5:1 in der Präzisionsfalle und 4,6:1 in der Analysefalle abgegriffen.

Sowohl die Spule und das Gehäuse des Zyklotronresonators als auch die Spule des axialen Resonators der Erzeugerfalle sind aus Kupfer gefertigt. Dadurch ist die Güte kleiner als bei

²⁰Die Güte des Schwingkreises ist definiert durch $Q = f_0/B$, mit der Mittenfrequenz f_0 und der Bandbreite $B = f_r - f_l$ des Schwingkreises, wobei der Pegel des Schwingkreises bei den Frequenzen f_r und f_l auf 3dB des bei der Frequenz f_0 gemessenen Wertes abgefallen ist.

²¹Die Frequenz des Schwingkreises soll nicht im 1/f-Rauschen des Verstärkers liegen.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

Verwendung von supraleitenden Materialien. Dies stellt aber im Bezug zur Ionendetektion in der Erzeugerfalle keine Limitierung dar. Eine geringere Güte des Resonators vergrößert die Kühlzeitkonstante (siehe Abschnitt 5.4.3), so dass es länger dauert bis das Ion im thermischen Gleichgewicht mit dem Schwingkreis ist. Gleichzeitig verbreitert sich dadurch die Resonanzkurve. Um die reduzierte Zyklotronfrequenz des Ions durch den Zyklotronresonator bestimmen zu können, muss sie im Resonanzbereich des Resonators liegen. Die Frequenz des Zyklotronresonators muss also auf die reduzierte Zyklotronfrequenz des Ions, das untersucht werden soll, abgestimmt werden. Da sich jedoch beim Abkühlen der Apparatur auf eine Temperatur von 4,2 K auch die Parallelkapazität des Schwingkreises ändert, führt dies zu einer Verschiebung des Frequenzbereichs des Zyklotronresonators um bis zu 1%. Um dies zu kompensieren, ist eine Kapazitätsdiode parallel zum Zyklotronresonator geschaltet. Abhängig von der angelegten Spannung ändert die Diode ihre Kapazität. Damit lässt sich die Frequenz des Zyklotronresonators um bis zu 200 kHz verschieben [Ota07]. Verbunden mit einer Breite der Resonanzkurve von ca. 90 kHz, die durch die geringe Güte bedingt ist, ist so sichergestellt, dass das Ion trotz Änderung der Frequenz des Zyklotronresonators, durch diesen detektiert und auch gekühlt werden kann. Durch die Breite der Resonanzkurve des Zyklotronresonators konnte im Experiment auch die reduzierte Zyklotronfrequenz einer Ionenspezies detektiert werden, obwohl die Resonanzfrequenz auf eine andere Ionenspezies eingestellt war. Dies gelingt jedoch nur bei Ionenspezies, deren reduzierte Zyklotronfrequenzen nahe beieinander liegen, wie es zum Beispiel bei $^{14}\text{N}^{6+}$ und $^{40}\text{Ca}^{17+}$ der Fall ist.

Verstärker

Damit die sehr kleinen Spannungen, die über der Impedanz des Nachweisschwingkreises abfallen, gemessen werden können, müssen sie verstärkt werden. Dies geschieht erstmalig im 4,2 K-Bereich. Durch die niedrige Temperatur weist der Verstärker ein geringeres elektronisches Rauschen auf. Eine weitere Verstärkerstufe befindet sich im Raumtemperaturbereich.

Kryogene Verstärker

Im Rahmen der Doktorarbeit von S. Sturm wurde ein kryogener, axialer Verstärker entwickelt, der sowohl für die Analyse- als auch für die Präzisionsfalle verwendet wird. Der Verstärkungsfaktor dieses Verstärkers ist ca. 7. Er hat ein niedriges Eingangsrauschen von 600 bis 800 pV/ $\sqrt{\text{Hz}}$ und seine 1/f-Kante liegt zwischen 300 und 400 kHz. In Abbildung 5.18 wird, unter der Voraussetzung dass die Resonatoren gleich geblieben sind, das niedrige Eingangsrauschen mit dem Eingangsrauschen der Verstärker der Vorgängerexperimente verglichen. Das Signal-Rausch-Verhältnis ist deutlich verbessert. Wie erwähnt sind für die Ionendetektion hohe Güten der Nachweisschwingkreise erforderlich. Durch eine hohe Eingangsimpedanz des Verstärkers von $>7\text{ M}\Omega$ wird sichergestellt, dass die Güte der angeschlossenen Nachweisschwingkreise nicht durch den Verstärker limitiert sind. Um dielektrische Verluste durch das Platinenmaterial gering zu halten, wurde eine Teflonplatine für den Verstärker verwendet.

In der Doktorarbeit von Joseba Otamendi [Ota07] findet sich eine detaillierte Beschreibung des axialen Verstärkers der Erzeugerfalle, der axialen Verstärker der Vorgängerexperimente und des Zyklotronverstärkers. Daher wird an in dieser Stelle auf eine weitere Beschreibung verzichtet.

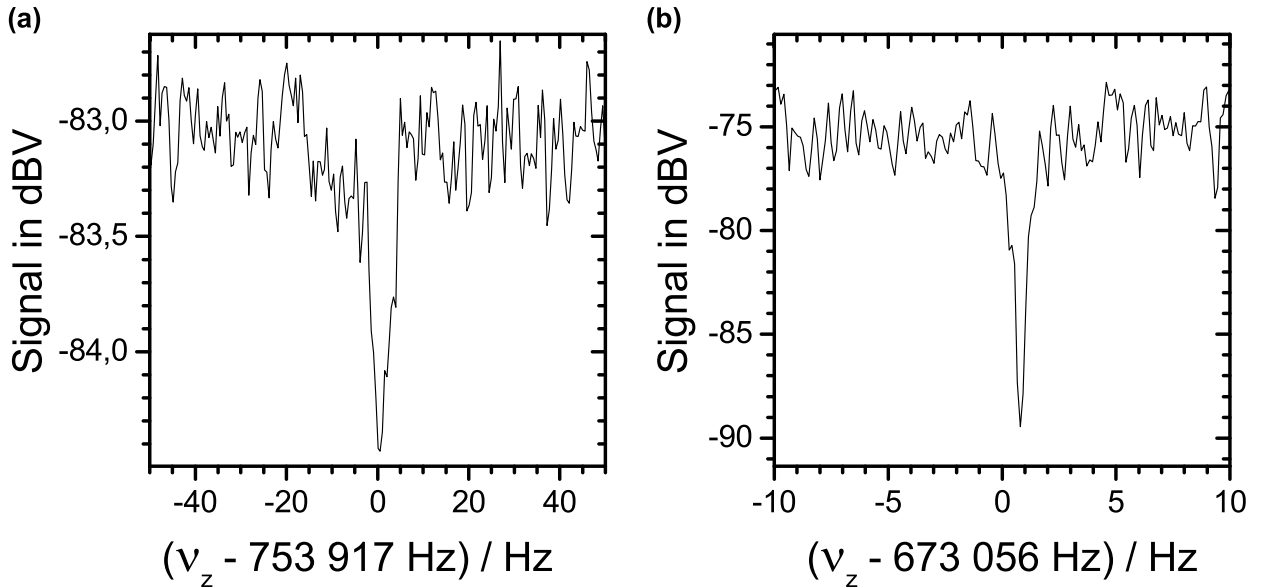


Abbildung 5.18.: Vergleich des Signal-Rausch-Verhältnisses der kryogenen, axialen Verstärker. a) zeigt einen Dip von $^{28}\text{Si}^{13+}$ mit dem axialen Verstärker der Vorgängerexperimente. Der Dip hat eine Tiefe von ca. 1,5 dBV. b) Der Dip des gleichen Ions mit dem neuen Verstärker hat eine Tiefe von ca. 13 dBV. Die unterschiedlichen axialen Frequenzen des Ions sind durch eine zwischenzeitliche Änderung des Resonanzfrequenz des axialen Nachweisschwingkreises bedingt. Da sich das Ion für die Messung in Resonanz mit dem Schwingkreis befinden muss, wurde die axiale Frequenz des Ions angepasst.

Raumtemperaturverstärker

Alle Verstärker sind mehrstufig aufgebaut und besitzen neben den kryogenen Verstärkern noch Raumtemperaturverstärker [Ota07]. Diese befinden sich in elektronisch abgeschirmten Boxen direkt am Hutflansch, um das Einkoppeln von hochfrequenten Störsignalen zu unterdrücken. Vor den Raumtemperaturverstärkern werden die Signale der axialen Nachweisschwingkreise von Analyse- und Präzisionsfalle durch einen integrierten Ein-Seitenband-Mischer in ihrer Frequenz von 410 kHz beziehungsweise 700 kHz auf Frequenzen zwischen 0 und 20 kHz heruntergemischt²². Dies ist notwendig, da der verwendete Fourier-Analysator nur einen Frequenzbereich bis 400 kHz abdeckt. Ein weiterer Verstärker, der bei Raumtemperatur betrieben wird, wird zur Aufzeichnung der Massenspektren benötigt. Dieser wird im Detail im Abschnitt 5.5.2 beschrieben.

5.4.3. Ionensignal

Die vom Ion influenzierte Ladung wird durch die Spannung, die über der Impedanz des Nachweisschwingkreises abfällt, detektiert. Die Art des beobachteten Ionensignals hängt dabei von der Temperatur des Ions im Vergleich zur Temperatur des Nachweisschwingkreises ab. Hier wird zwischen heißen Ionen, deren Temperatur höher als die des Nachweisschwingkreises ist, und kalten Ionen, die sich im thermischen Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis

²²Auch das axiale Signal der Erzeugerfalle und das Zyklotronsignal müssen in ihrer Frequenz heruntergemischt werden, um detektiert werden zu können. Dies geschieht ebenfalls durch Seitenband-Mischer, diese sind aber nicht in der zweiten Verstärkerstufe integriert.

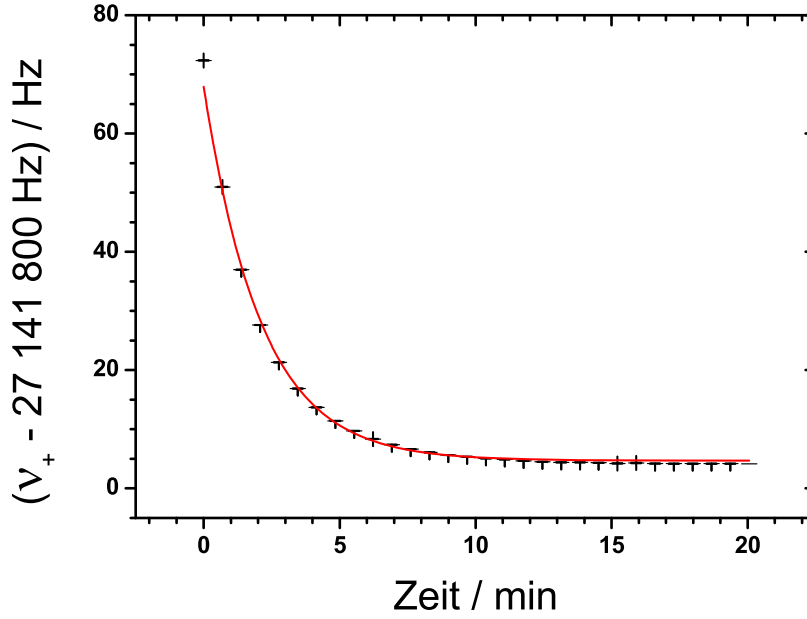


Abbildung 5.19.: Zeitabhängige Änderung der Zyklotronfrequenz aufgrund des Widerstandskühlen der Zyklotronmode. Aus dem exponentiellen Abfall ergibt sich eine Kühlzeitkonstante von 2,12 (4) Minuten.

befinden, unterschieden. Wie im Folgenden beschrieben, gibt es eine thermische Wechselwirkung der Ionen mit dem Nachweisschwingkreis.

Widerstandskühlen

Beim Influenzieren eines Stroms in den Nachweisschwingkreis mit der Impedanz Z wird Energie dissipiert. Diese wird der Bewegungsamplitude des Ions entzogen, so dass diese ohne externe Anregung gedämpft und das Ion gekühlt wird. Dies wird als Widerstandskühlen bezeichnet. Die Kühlzeitkonstante [WD09]

$$\tau = \frac{mD^2}{q^2 \operatorname{Re}\{Z\}} = \frac{mD^2 \omega C}{q^2 Q} \quad (5.6)$$

hängt von der Masse m des Ions, seiner Ladung q , dem effektiven Elektrodenabstand D und dem Realteil der Impedanz $\operatorname{Re}\{Z\}$ ab. Für letzteren gilt in Resonanz $\operatorname{Re}\{Z\} = Q/\omega C$, wobei Q die Güte des Nachweisschwingkreises, ω dessen Frequenz und C seine Kapazität ist. Je größer die Güte des Nachweisschwingkreises, desto kürzer ist die Kühlzeit des Ions. Die Kühlzeit des Ions hängt darüber hinaus auch von der Differenz zwischen Resonanzfrequenz des Schwingkreises und Eigenfrequenz des Ions ab. Je geringer die Frequenzdifferenz, desto stärker ist die Wechselwirkung und entsprechend kürzer die Kühlzeit. In Abbildung 5.19 ist die Kühlung der Zyklotronbewegung des Ions dargestellt. Da sowohl elektrische und magnetische Fallenfehler (siehe Gl. 3.39 und Gl. 3.38) als auch relativistische Verschiebungen (siehe Gl. 3.40) zu einer energieabhängigen Frequenzverschiebung führen, ändert sich die Eigenfrequenz des Ions durch die Kühlung. Aus dem dargestellten Verlauf der Zyklotronfrequenz in Abbildung 5.19 kann die Kühlzeitkonstante bestimmt werden. Das Ion wird solange gekühlt bis es sich im thermischen Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis befindet.

Dessen thermisches Rauschen wird in Resonanz durch das Johnson-Rauschen

$$u_R = \sqrt{4k_B T B_w \operatorname{Re}\{Z(\omega)\}} \quad (5.7)$$

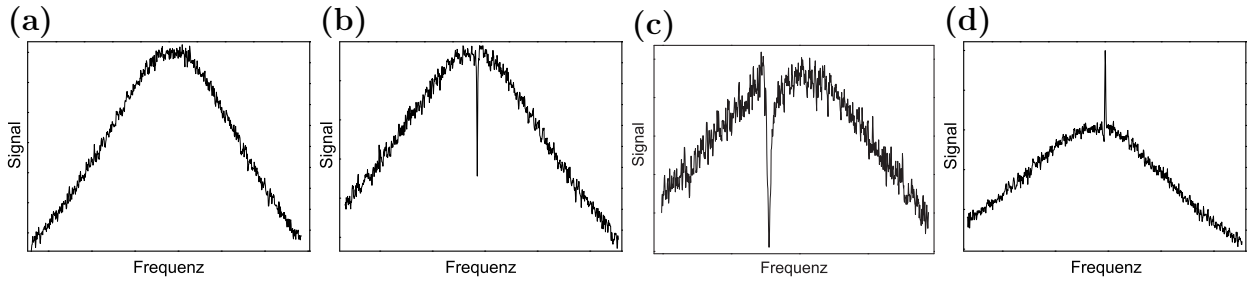


Abbildung 5.20.: Thermisches Rauschen des axialen Nachweisschwingkreises. a) zeigt die Resonanzkurve ohne Ion. In b) ist das von einem kalten Ion verursachten Minimum zu sehen. In c) ist das Minimum gegen die Resonanzfrequenz des Schwingkreises verschoben, so dass der komplexe Anteil des Schwingkreises das Ionensignal dominiert. d) zeigt den Ionenpeak eines heißen Ions auf der Resonanzkurve des Nachweisschwingkreises. Dem Ion wurde durch eine parametrische Anregung mit $2\omega_z$ Energie zugeführt.

beschrieben. Hierbei ist T die Temperatur des Nachweisschwingkreises und B_w die Bandbreite, mit der dieser mit einem Spektrumanalysator beobachtet wird. In Abbildung 5.20 a) ist das Johnson-Rauschen eines axialen Nachweisschwingkreises zu sehen.

Kaltes Ion

Befindet sich das Ion im thermischen Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis, so kompensiert das Ion bei der Frequenz $\omega = \omega_{Ion}$ das thermische Rauschen des Nachweisschwingkreises und bei der Eigenfrequenz des Ions wird auf der Resonanzkurve ein Minimum beobachtet. Eine mathematische Herleitung hierzu findet sich in [Häf00]. Danach gilt in Näherung für die gemessene Spannungsdichte²³

$$|U_g(\omega)| = |U_a(\omega)| \left| \frac{\omega_{Ion}^2 \left(1 + \frac{i}{Q_{Ion}}\right)^2 - \omega^2}{\omega_{Ion}^2 \left(1 + \frac{i}{Q_{Ion}}\right)^2 - i \cdot n \cdot \gamma \cdot \omega - \omega^2} \right|, \quad (5.8)$$

mit der Güte Q_{Ion} des Ions²⁴, der Dämpfung $\gamma = q^2 Z(\omega)/(mD^2)$ und der Anzahl n der Ionen mit gleichem Ladungs-Masse-Verhältnis. In Abbildung 5.20 b) ist ein Ionensignal dargestellt, bei dem die Resonanzfrequenz des Schwingkreises und die Eigenfrequenz des Ions fast gleich sind. Sind die zwei Frequenzen jedoch stark gegeneinander verstimmt, so dominiert der komplexe Anteil des Schwingkreises das Ionensignal. So lange das Minimum auf der Resonanzkurve liegt kann dieses beobachtet werden, jedoch ist die Flanke der Resonanzkurve in der Nähe des Minimums stark überhört. Dies in Abbildung 5.20 c) gezeigt. Das Minimum in der Resonanzkurve wird auch als Dip (engl. für Abfall/Senke) bezeichnet. Bei der Detektion des Ions ist ein hohes Signal-Rausch-Verhältnis wichtig, da hierdurch die Messzeit verkürzt werden kann. Wird das Ion wie beschrieben durch ein Minimum auf der Resonanzkurve bestimmt, so kann das Ionensignal nicht tiefer sein als die Höhe der Reso-

²³Am FFT-Analysator wird die Spannung des Rauschens pro Wurzel aus Frequenzeinheit gemessen. Wird die Bandbreite des FFT-Analysators halbiert, so reduziert sich auch die Spannung des Rauschens um $\sqrt{2}$, das innerhalb der durch die Bandbreite definierten Binbreite liegt. Da die Breite der Resonanzkurve viel größer ist als die maximal mögliche Binbreite des FFT-Analysators, werden die Resonanzkurve, und damit auch der Ionendip, als Spannungsdichte gemessen. Die Einheit der Spannungsdichte ist $U/\sqrt{\text{Hz}}$.

²⁴Dieses kann als Serienschwingkreis beschrieben werden.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

nanzkurve über dem technischen Rauschen²⁵. Um das Signal-Rausch-Verhältnis zu erhöhen, muss demnach die Höhe der Resonanzkurve über dem technischen Rauschen erhöht werden. Nach Gleichung (5.7) kann dies durch eine höhere Güte oder durch eine höhere Temperatur des Nachweisschwingkreis erreicht werden. Letzteres führt aber zwangsläufig zu einer höheren Temperatur des Ions.

Heißes Ion

Ist die Temperatur des Ions höher als die des Nachweisschwingkreises, so wird Energie an diesen übertragen. In diesem Fall wird, wie in Abbildung 5.20 d) zu sehen ist, bei der Eigenfrequenz des Ions ein Maximum auf der Resonanzkurve des Nachweisschwingkreises beobachtet. Die Amplitude des Maximums ist dabei ein Maß für die Temperatur des Ions. Um diese zu erhöhen, kann dem Ion, wie in Abbildung 5.17 zu sehen ist, durch Anregung mit einer externen Spannung $U_{ex}(t)$ Energie zugeführt werden. Für die Anregungsfrequenz muss dabei $\nu_{ex} \approx \nu_{Ion}$ gelten. Die axiale Bewegung des Ions kann auch mit der parametrischen Anregung bei $2w_z$ angeregt werden (siehe Abschnitt 5.4.4). Ohne externe Anregung wird die Bewegungsmode des Ions durch Widerstandskühlen gekühlt, bis das Ion sich wieder im thermischen Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis befindet.

Im Gegensatz zum kalten Ion wird das Signal-Rausch-Verhältnis beim heißen Ion durch die Höhe des Peaks über dem thermischen Rauschen des Nachweisschwingkreises bestimmt. Eine Erhöhung der Temperatur des Schwingkreises führt hier zu einer Verringerung des Signal-Rausch-Verhältnisses. Eine höhere Ionenenergie führt somit zu einer Verbesserung des Signal-Rausch-Verhältnisses. Dabei darf dem Ion jedoch nur so viel Energie zugeführt werden, dass es noch in der Falle gespeichert bleibt. Auch ist zu beachten, dass das Speicherpotential nur nahe dem Fallenzentrum harmonisch ist. Wird das Ion stärker angeregt, so führen Anharmonizitäten des Speicherpotentials und relativistische Effekte dazu, dass sich die Frequenz des Ions verschiebt.

5.4.4. Anregung der Ionen

Damit die Ionen in den Amplituden ihrer Bewegungsmoden manipuliert werden können, ist es notwendig ihnen von außen Energie zuzuführen. Hierzu werden im Experiment monopolare, dipolare und quadrupolare Anregungen verwendet.

Axiale Dipolanregung

Die Dipolanregung der axialen Bewegungsmode ist in Abbildung 5.21 dargestellt. Durch Anlegen einer Wechselspannung mit der Frequenz ν_{ex} an einer der Fallen-Endkappen wirkt abwechselnd ein anziehendes und abstoßendes Feld auf das Ion. Liegt die Anregungsfrequenz nahe der axialen Frequenz des Ions $\nu_z \approx \nu_{ex}$ wird es zur Schwingung gezwungen. Die dipolare Anregung der radialen Moden erfolgt analog über die geteilte Korrektorelektroden, wobei auch ein Anteil in axialer Richtung vorliegt.

²⁵Das technische Rauschen wird durch die Verstärker etc. verursacht und ist nicht mit thermischen Rauschen des Resonators zu verwechseln. Die Stärke des technischen Rauschens bestimmt den Rauschuntergrund des thermischen Rauschens des Resonators.

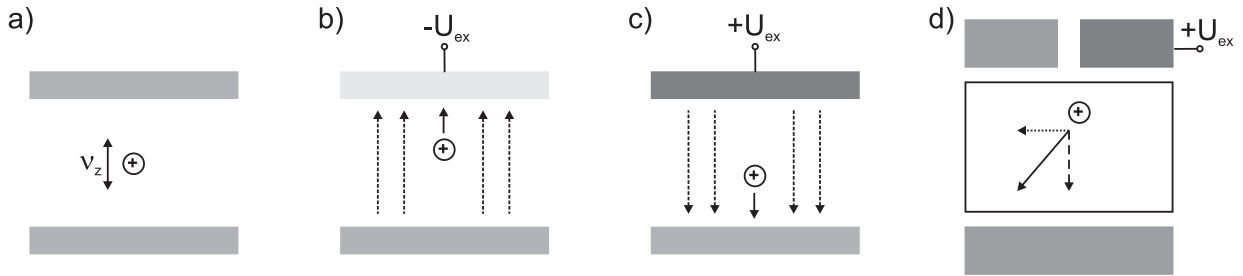


Abbildung 5.21.: Dipolanregung der axialen Bewegung: a) Ion in der Falle ohne eine externe Anregungsspannung. b) Durch eine negative Spannung an der oberen Elektrode wird ein für das Ion anziehendes Potential erzeugt. c) Eine positive Spannung an der oberen Elektrode erzeugt ein abstoßendes Potential. Erfolgt der Wechsel zwischen positiver und negativer Spannung mit einer Frequenz gleich der axialen Frequenz des Ions, so wird dem Ion resonant Energie zugeführt. d) Neben der radialen Komponente besitzt eine Anregung an einer Hälfte der geteilten Korrektorelektrode auch einen Anteil in axialer Richtung.

Parametrische Anregung

Bei der so genannten parametrischen Anregung des Ions wird eine Monopolanregung mit Frequenzen, die einem geradzahigen Vielfachen der axialen Frequenz entsprechen, durchgeführt. Für das Experiment ist dabei die Anregung mit $2\omega_z$ besonders interessant. Sie ist die stärkste parametrische Anregung. Befindet sich das Ion in Resonanz mit dem Nachweisschwingkreis, so wird mit $2\omega_z$ nur das Ion angeregt, jedoch nicht der Nachweisschwingkreis, wie es bei der axialen Dipolanregung der Fall ist. Dies ist in Bezug auf die sensible Nachweiselektronik wichtig, damit diese durch eine große Anregungsamplitude nicht zerstört wird. Zudem kann die Anregung und die Detektion gleichzeitig erfolgen.

Quadrupol-Anregung der radialen Eigenfrequenzen

Wie in Abbildung 5.21 zu sehen ist, hat eine Anregung durch eine geteilten Korrektorelektrode nicht nur eine radiale Komponente, sondern auch eine Komponente in axialer Richtung. Diese wird zur Koppelung, durch geeignete Frequenzen, der radialen Bewegungsmoden an die axiale Bewegungsmode, genutzt. Als Kopplungsfrequenzen werden das obere und untere Seitenband der Zyklotronfrequenz $\nu_+ + \nu_z$ und $\nu_+ - \nu_z$ beziehungsweise das obere und untere Seitenband der axialen Frequenz $\nu_z + \nu_-$ und $\nu_z - \nu_-$ benutzt. In den Abschnitten 5.5.3, 5.5.4 und 5.5.5 wird gezeigt, dass für das Kühlen der radialen Eigenfrequenzen nur das untere Seitenband der Zyklotronfrequenz und das obere Seitenband der axialen Frequenz interessant sind. Daher soll bis auf weiteres mit *unterem Seitenband* die Frequenz $\nu_+ - \nu_z$ und mit *oberem Seitenband* die Frequenz $\nu_z + \nu_-$, bezeichnet werden.

5.5. Bestimmung der Eigenfrequenzen

Zur Bestimmung der Zyklotronfrequenz unter Ausnutzung des Invarianztheorems müssen die drei Eigenfrequenzen des Ions in der Penningfalle gemessen werden. Die angewandten Methoden werden im Folgenden beschrieben.

5.5.1. Bestimmung der axialen Frequenz

Die axiale Frequenz des Ions wird direkt über den axialen Nachweisschwingkreis gemessen. Dies kann im Resonanzfall über einen Peak bei einem angeregten Ion und über einen Dip bei einem kalten Ion erfolgen. Mit Hilfe der Spannungsdichte aus Gleichung (5.8) kann die Frequenz des Ions bestimmt werden. Die Breite des Dips beträgt für ein einzelnes $^{28}\text{Si}^{13+}$ ungefähr ~ 1 Hz. Sind mehrere Ionen in der Falle, so ist die Resonanz des Ionensignals breiter als bei einem einzelnen Ion (siehe Gleichung 5.8). Dieser Effekt lässt sich zur Bestimmung der Ionenzahl ausnutzen.

Damit ein Minimum auf der Resonanzkurve des Nachweisschwingkreises detektiert werden kann, muss die axiale Frequenz eine ausreichende zeitliche Stabilität besitzen. Änderungen in der Zyklotronfrequenz oder die Wechselwirkung des Ions mit Ionen einer fremden Spezies führen zu Veränderungen der axialen Frequenz des Ions innerhalb kurzer Zeiträume. Dies kann dazu führen, dass der Ionendip verbreitert wird und die axiale Frequenz nur mit größerer Unsicherheit bestimmt werden kann. Durch die Detektion des Ionenpeaks eines heißen Ions kann die Messzeit verkürzt werden, so dass sich die axiale Frequenz bei gleicher Messzeit wie beim Ionendip genauer ermitteln lässt. Jedoch ist die axiale Frequenz eines Ions nur bei einer kompensierten Falle unabhängig von der axialen Energie. Ist dies nicht der Fall, führt die größere axiale Bewegungsamplitude zu einer Frequenzverschiebung des Ions.

Einfluss der axialen Energie auf den g -Faktor

Bei der Bestimmung der axialen Frequenz mit Hilfe des Ionendips befindet sich das Ion in Kontakt mit einem Wärmereservoir, dem axialen Nachweisschwingkreis. Die Fluktuationen der axialen Energie des Ions entsprechen dabei einer Boltzmann-Verteilung. Mit der Änderung der axialen Energie sind auch Änderungen des Magnetfeldes, das auf das Ion wirkt, verbunden. Die Fluktuationen der Energie finden auf der Zeitskala der Kühlzeitkonstanten des Nachweisschwingkreises von ca. 100 ms statt. Da die Bestimmung des Ionendips ca. 1 Minute dauert, mittelt sich die mit den Energiefluktuationen verbundenen Frequenzänderungen heraus und haben daher keinen Einfluss auf die Zyklotronfrequenz. Dies gilt jedoch nicht für die Larmorfrequenz, so dass die g -Faktor Resonanzkurve die Energieverteilung der axialen Frequenz wieder gibt. Je niedriger die Temperatur des Wärmereservoirs ist, desto näher liegt das Maximum der g -Faktor Resonanzkurve am echten g -Faktor. Eine detaillierte Diskussion der Form der g -Faktor Resonanzkurve in Abhängigkeit der axialen Frequenz findet sich in [VG03].

5.5.2. Aufnahme eines Massenspektrums

Zur Bestimmung der verschiedenen Ionenspezies in den Penningfallen muss von ihnen zunächst ein Massenspektrum erstellt werden. Damit die Ionen anschließend noch weiter untersucht werden können, dürfen für die Massenspektrometrie keine destruktiven Techniken verwendet werden. Hierzu eignet sich die Detektion von heißen Ionen über den axialen Nachweisschwingkreis. Durch kontinuierliche Änderung des Speicherpotentials wird die axiale Frequenz der verschiedenen Ionenspezies nacheinander in Resonanz mit dem axialen Nachweisschwingkreis gebracht, was als Massenspektrum verwendet werden kann. Die axiale Bewegung des Ions wird jedoch schnell gekühlt, wenn sich das Ion in Resonanz mit dem Nachweisschwingkreis befindet, so dass der Peak verschwindet. Demzufolge ist eine schnelle Detektionsmethode Voraussetzung. Im Rahmen der Doktorarbeit von Sven Sturm wurde

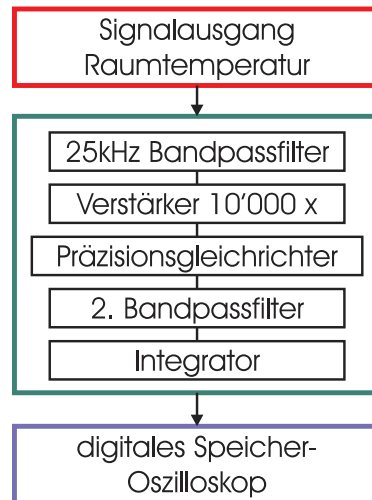


Abbildung 5.22.: Aufbau des Verstärkers zur Aufnahme eines Massenspektrums. Er ist durch einen grünen Rahmen markiert.

Tabelle 5.3.: q/M -Bereiche die bei einem Massenspektrum in den verschiedenen Fällen beobachtet werden können. Um in der Erzeugerfalle den q/M -Bereich auf kleinere Ladung-Masse-Verhältnisse zu erweitern, wurden an die Endkappen ein Spannung von +16 V angelegt. Dadurch erhöht sich das Fallenpotential effektiv auf -116 V. Mit dieser Konfiguration ist jedoch kein Transport mehr möglich daher wurde sie mit einem * gekennzeichnet.

Falle	Spannungsbereich / V	q/M -Bereich	Frequenz des Resonators / kHz
Erzeugerfalle	-100 bis -30	1 bis 0,4	3000
Erzeugerfalle*	-116 bis -30	1 bis 0,35	3000
Präzisionsfalle	-14 bis - 3	1 bis 0,29	720
Analysefalle	-14 bis -1,2	1 bis 0,1	370

daher ein Integrator mit Verstärker entwickelt, mit dem die Detektion der Ionen erfolgt. Dieser besteht aus einem 25 kHz Bandpassfilter und einem Verstärker, der das Signal um einen Faktor 10 000 verstärkt. Anschließend wird das elektrische Signal gleichgerichtet. Es folgen ein zweiter Bandpassfilter und schließlich ein Integrator mit variabler Integrationszeit. Die beiden Bandpassfilter sind so abgestimmt, dass nur das Signal des axialen Resonators des jeweiligen Nachweisschwingkreises verstärkt bzw. integriert wird, nicht aber das technische Rauschen, da dies zu einer Verschlechterung des Signal-Rausch-Verhältnisses führen würde. Ein schematischer Aufbau ist in Abbildung 5.22 dargestellt. Die grafische Darstellung des Signals erfolgt mit einem digitalen Speicheroszilloskop.

Das Ladung-Masse-Verhältnis q/M , das mit einem Massenspektrum abgedeckt werden kann, hängt von der Frequenz des axialen Nachweisschwingkreises und der maximalen Potentialtiefe der Falle ab. In der Tabelle 5.3 sind für die verschiedenen Fällen einige Richtwerte aufgeführt. In den Massenspektren wird ein Ladung-Masse-Verhältnis von 0,5 als Referenz für die Zuordnung der Ionenspezies verwendet. Die Auflösung der Massenspektren ist jedoch nicht ausreichend um Ionen, die ein sehr ähnliches Ladung-Masse-Verhältnis haben, wie beispielsweise $^{16}\text{O}^{8+}$, $^{14}\text{N}^{7+}$ und $^{12}\text{C}^{6+}$, zu unterscheiden. In der Erzeugerfalle ist das Auflösungsvermögen zudem durch die nicht kompensierte Falle und Raumladungseffekte

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

deutlich schlechter als in der Präzisionsfalle. Beide Effekte führen dazu dass keine Zuordnung der Ionenspezies möglich ist.

5.5.3. Seitenbandkopplung und Seitenbandkühlung

In einer Penningfalle können die Moden der verschiedenen Eigenbewegungen durch ein entsprechendes RF-Signal gekoppelt werden. Durch Absorption beziehungsweise Emission eines Photons aus dem Kopplungsfeld mit der Energie $\hbar 2\pi\nu_{kopp}$, mit der Frequenz ν_{kopp} , ändert sich der Zustand der Quantenzahlen n_z , n_+ und n_- und die Energie der Bewegungsmode wird modifiziert. Im Experiment werden zur Anregung das untere Seitenband bei $\nu_+ - \nu_z$ und das obere Seitenband bei $\nu_z + \nu_-$ verwendet. Bei der Seitenbandkopplung ändern sich die Hauptquantenzahlen dann zu [BG86]

$$\begin{aligned} (n_z, n_+) &\rightarrow (n_z + 1, n_+ - 1) & (n_z, n_-) &\rightarrow (n_z + 1, n_- - 1) \\ (n_z, n_+) &\rightarrow (n_z - 1, n_+ + 1) & (n_z, n_-) &\rightarrow (n_z - 1, n_- + 1) . \end{aligned}$$

Befindet sich das Ion in Resonanz mit dem axialen Nachweisschwingkreis, so wird die Amplitude dieser Bewegungsmode durch das Widerstandskühlen stetig reduziert, bis sich das Ion im thermischen Gleichgewicht²⁶ mit dem Schwingkreis befindet. Durch Kopplung der axialen Mode an die anderen Bewegungsmoden können diese ebenfalls gekühlt werden. Bei Kühlen der Zyklotronmode durch Kopplung des untere Seitenband mit $\nu_+ - \nu_z$ ändern sich die Quantenzahlen von (n_z, n_+) zu $(n_z + 1, n_+ - 1)$, wobei der axialen Mode durch das Widerstandskühlen die aufgenommene Energie wieder entzogen wird. Dadurch wird der Zyklotronbewegung sukzessiv Energie entzogen und letztlich der Zyklotronradius verkleinert, bis sich die Quantenzahlen beider Moden im thermischen Mittel angepasst haben $\langle n_z \rangle = \langle n_+ \rangle$. Dieser Vorgang wird als Seitenbandkühlung bezeichnet. Damit kann innerhalb von wenigen Sekunden die Zyklotronbewegung gekühlt werden (siehe Abbildung 5.23), während das direkte Widerstandskühlen der Zyklotronmode mit einer Kühlzeitkonstanten τ von ca. 2 Minuten deutlich länger dauern würde.

Sind die jeweiligen Hauptquantenzahlen im Gleichgewicht, findet keine Kühlung mehr statt. Es gilt dann:

$$\langle E_+ \rangle = \langle E_z \rangle \frac{\nu_+}{\nu_z} = k_B T_z \frac{\nu_+}{\nu_z} . \quad (5.9)$$

Mit einer axialen Temperatur $T_z = 4,2$ K, einer axialen Frequenz $\nu_z \approx 700$ kHz und einer Zyklotronfrequenz $\nu_+ \approx 27$ MHz kann die Zyklotronbewegung mit dieser Methode höchstens auf eine Temperatur von $T_+ \approx 160$ K gekühlt werden. Dies entspricht einer Zyklotronenergie von ca. 14 meV. Durch das direkte Widerstandskühlen der Zyklotronmode wird in dieser Mode dagegen eine Temperatur von 4,2 K erreicht.

Bei Verwendung des oberen Seitenbandes $\nu_z + \nu_-$ kann auch die Magnetronbewegung gekühlt werden. Wie in Abbildung 3.5 zu sehen ist, hat die Magnetronbewegung eine negative potentielle Energie, so dass eine Erhöhung der Hauptquantenzahl eine Reduzierung der potentiellen Energie bewirkt. Dadurch weitet sich der Magnetronradius auf. Soll dieser verringert und die Magnetronbewegung *gekühlt* werden, muss ihre potentielle Energie erhöht werden. Hierzu müssen aus dem Kopplungsfeld Photonen der Energie $\hbar 2\pi (\nu_z + \nu_-)$ absorbiert werden. Die Quantenzahlen ändern sich hierbei von (n_z, n_-) zu $(n_z + 1, n_- - 1)$. Da sich die axiale Mode jedoch im thermischen Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis befindet,

²⁶Dabei entspricht ihre Quantenzahl der Temperatur des Schwingkreises $\hbar\omega(n_z + 1/2) = kT$.

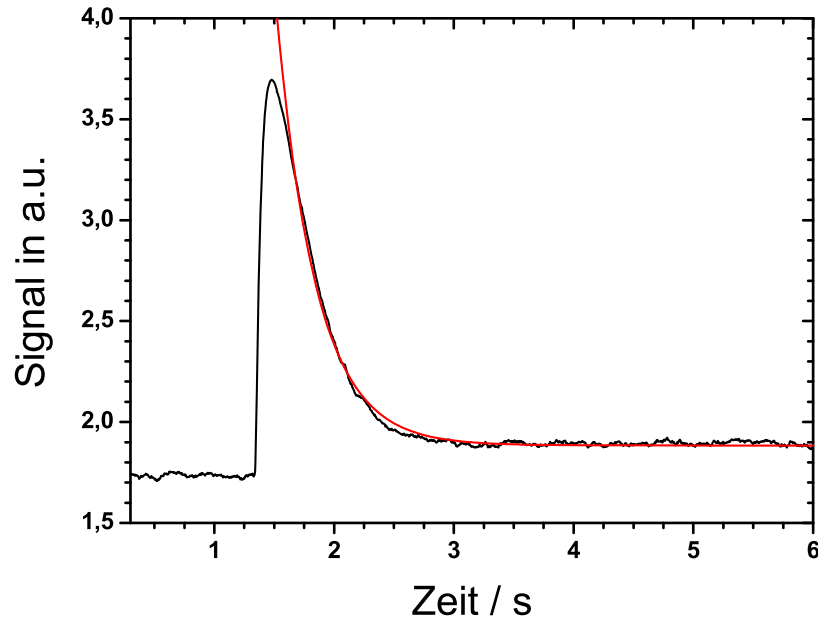


Abbildung 5.23.: Amplitude der axialen Frequenz eines einzelnen $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ions beim Kühlen der Zyklotronfrequenz durch Seitenbandkopplung. Um die sehr schnellen Änderungen in der Amplitude der axialen Bewegungsmode aufzeichnen zu können, wird der Massenspektroskopie-Verstärker verwendet. Zu Anfang ist die axiale Bewegungsmode im thermischen Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis, so dass nur das Untergrundrauschen der Verstärker beobachtet wird. Anschließend wird der Zustand der Zyklotronquantenzahl in die axiale Bewegung transferiert. Hierdurch erhöhen sich dessen Energie und damit auch die Amplitude. Durch Widerstandskühlen wird die axiale Bewegung wieder gekühlt. Aus dem exponentiellen Abfall (rote Kurve) ergibt sich eine Kühlzeitkonstante τ von 330 (7) ms.

verringert sich ihre Quantenzahl sofort wieder. Mit dieser Methode kann die Magnetronmode auf eine Energie von

$$\langle E_- \rangle = - \langle E_z \rangle \frac{\nu_-}{\nu_z} = -k_B T_z \frac{\nu_-}{\nu_z} . \quad (5.10)$$

gekühlt werden. Mit einer Magnetronfrequenz von $\nu_- \approx 9\,200$ Hz entspricht dies einer Temperatur von ca. 55 mK.

5.5.4. Bestimmung der Zyklotronfrequenz

Die reduzierte Zyklotronfrequenz des Ions kann in der Präzisionsfalle über den im Zyklotronschwingkreis influenzierten Spiegelstrom nachgewiesen werden. Dies wird als direkte Methode bezeichnet. Eine indirekte Methode ist die Bestimmung über die axiale Frequenz mittels Seitenbandkopplung $\nu_{kopp} = \nu_+ - \nu_z$. Hierbei wird die reduzierte Zyklotronfrequenz indirekt über die axiale Frequenz detektiert. Beide Methoden werden im Folgenden vorgestellt und verglichen.

Direkte Methode

Bei der Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz des Ions über den Zyklotronschwingkreis kann, anders als bei der Messung der axialen Frequenz, das Ionensignal nicht über einen

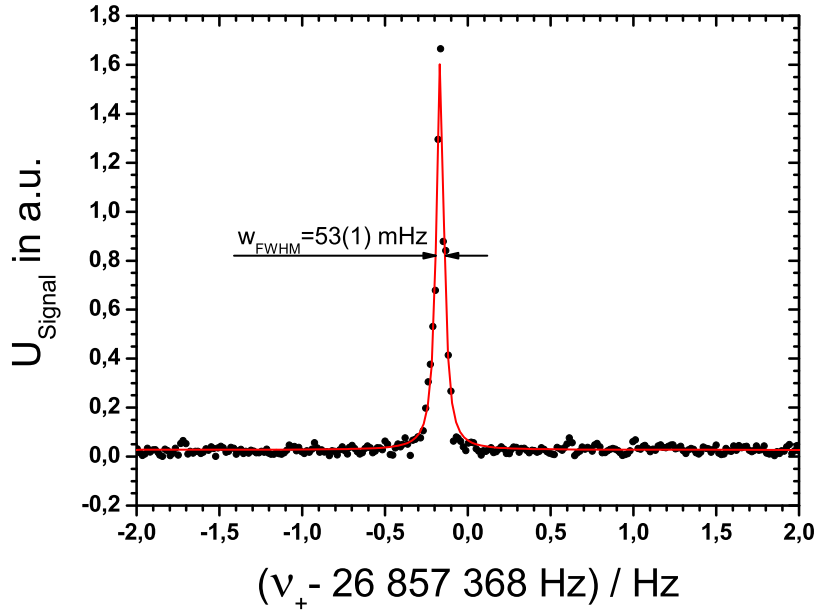


Abbildung 5.24.: Zyklotronpeak eines $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ions. Mit einem Lorentz-Fit (rot) wird die Breite des Zyklotronpeaks zu $w_{FWHM} = 53(1)$ mHz bestimmt.

Dip detektiert werden. Für den Dip der reduzierten Zyklotronfrequenz ergibt sich nach Gleichung (5.8) eine Breite von nur wenigen mHz [Häf00]. Bedingt durch das Signal-Rausch-Verhältnis und der damit notwendigen Anzahl an Mittelungen bei der FFT-Analyse, folgt eine Mittelungszeit von ca. 10 Minuten. In dieser Zeit fluktuieren Magnetfeld und axiale Energie des Ions. Dies führt zu einer Verbreiterung des Dips von ca. 100 mHz. Dies bedeutet bei gleichbleibender Fläche des Ionensignals eine zu geringe Tiefe des Dips, die keine Detektion im Rauschen mehr zulässt.

Das Ion wird stattdessen durch einen Peak nachgewiesen. Hierzu muss ein $^{28}\text{Si}^{13+}$ eine Energie²⁷ von ca. 1 eV haben, was einer Temperatur von ca. 12 300 K entspricht. In Abbildung 5.24 ist ein Zyklotronsignal dargestellt. Es hat eine Breite von 53(1) mHz. Der angegebene Fehler bezieht sich nur auf die statistische Unsicherheit.

Wegen der Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz von ihrer Energie (siehe Gl. 3.38 und 3.40) führt eine Erhöhung der Zyklotronenergie zu einer unerwünschten Verschiebung der Zyklotronfrequenz, gleichzeitig wird die Zyklotronmode durch das Widerstandskühlen permanent gekühlt. Dadurch verschiebt sich die Zyklotronfrequenz während der Messzeit, wodurch der gemessene Zyklotronpeak verbreitert und die Messgenauigkeit limitiert wird. In Abbildung 5.25 ist die Breite des Zyklotronpeaks in Abhängigkeit von der Dauer der Kühlung aufgetragen.

Indirekte Methode

Sind beide Bewegungsmoden gekühlt, so kann die Kopplung über die Seitenbänder zur Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz und der Magnetronfrequenz genutzt werden. Bei *resonanter Kopplung* der axialen Mode mit der Zyklotronmode durch ein externes Radiofrequenzsignal mit der Frequenz $\nu_{kopp} = \nu_+ - \nu_z$, entsteht ein getriebenes quantenmechanisches Zwei-Niveau-System. Die Amplituden der beiden Bewegungsmoden werden durch

²⁷Die notwendige Energie hängt unter anderem vom geforderten Signal-Rausch-Verhältnis und der Messzeit ab.

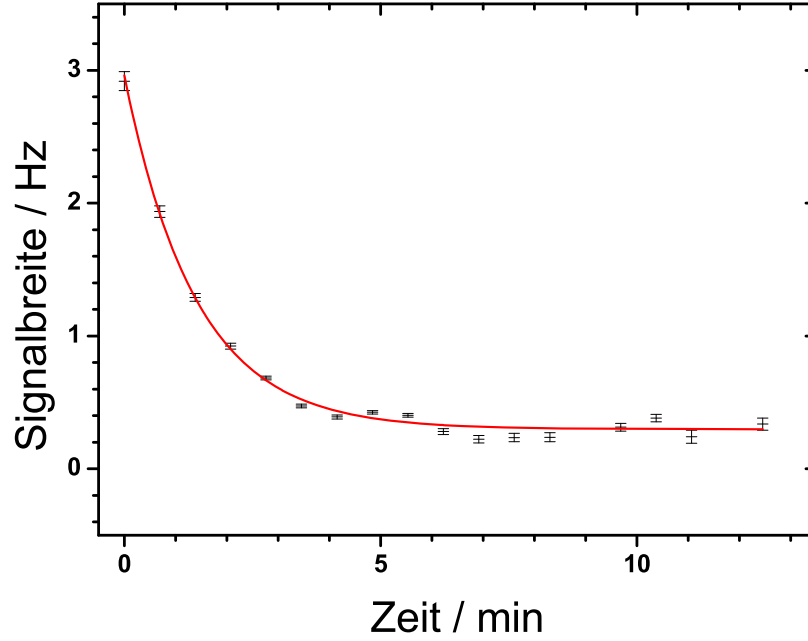


Abbildung 5.25.: Breite des Zyklotronpeaks in Abhängigkeit von der Dauer der Kühlung. Die Signalbreite und deren Unsicherheit wurde durch einen Lorentz-Fit bestimmt (siehe Abbildung 5.24). Da die Zyklotronmode bereits nach 5 Minuten stark gekühlt ist, kann die Breite des Signals teilweise nicht mehr genau bestimmt werden. Als Kühlzeitkonstanten ergibt sich $\tau = 1,38(13)$ min.

$\cos(\Omega t)$ moduliert. Hierbei ist Ω die Rabi-Frequenz. Sie hängt linear von der Amplitude des Kopplungsfeldes $|V|$, die in Einheiten der Frequenz angegeben wird, ab. Die zeitliche Entwicklung der axialen Moden wird beschrieben durch

$$z(t) = \frac{1}{2} \cos(\Omega t) \sin(\omega_z t) = \frac{1}{2} [(\sin(\omega_z + \Omega t)) + (\sin(\omega_z - \Omega t))] . \quad (5.11)$$

Das axiale Ionensignal spaltet sich also in zwei Signale mit den Frequenzen

$$\nu_{z,l} = \nu_{z,0} - \Omega \quad \text{und} \quad \nu_{z,r} = \nu_{z,0} + \Omega$$

auf. Ihre Mittenfrequenz $\nu_m = (\nu_{z,l} + \nu_{z,r})/2$ ist mit der axialen Frequenz $\nu_{z,0}$ des ungekoppelten Systems identisch. Wie in Abbildung 5.26 zu sehen ist, sind die beiden entstehenden Minima dabei nur halb so breit wie das ursprüngliche Ionensignal.

In der Praxis wird die Kopplungsfrequenz ν_{kopp} immer ein wenig gegenüber dem unteren Seitenband $(\nu_+ - \nu_z)$ verstimmt sein, so dass die Kopplung nicht resonant ist. Dadurch tritt ein sogenanntes *Detuning*

$$\delta = \nu_{kopp} - (\nu_+ - \nu_{z,0}) , \quad (5.12)$$

auf. In diesem Fall sind die beiden Minima des gekoppelten Systems nicht mehr symmetrisch um die axiale Frequenz $\nu_{z,0}$ angeordnet, sondern um

$$\epsilon = \frac{-\delta}{2} \pm \sqrt{\delta^2 + (2V)^2} \quad (5.13)$$

verschoben. Für die Frequenzen der zwei Minima gilt dann

$$\nu_{z,l} = \nu_{z,0} - \frac{\delta}{2} - \frac{\Omega}{2} \quad \text{und} \quad \nu_{z,r} = \nu_{z,0} - \frac{\delta}{2} + \frac{\Omega}{2} . \quad (5.14)$$

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

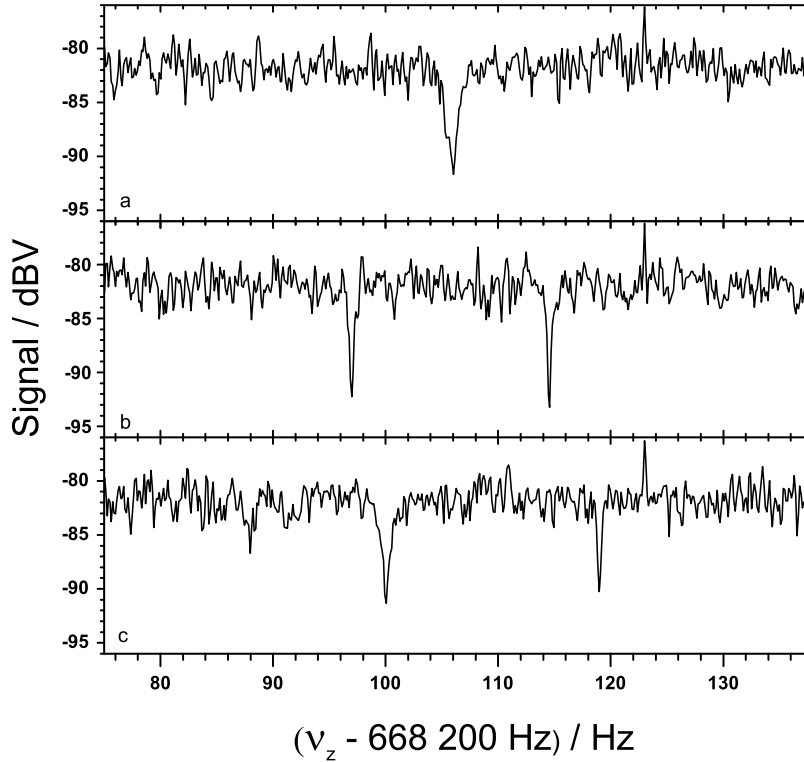


Abbildung 5.26.: Durch Kopplung über das untere bzw. das obere Seitenband spaltet sich der axiale Ionendip (a) in zwei Minima (b) auf. Der Abstand der beiden Minima hängt von der Stärke des Kopplungsfeldes ab. Die Differenz ihrer Mittenfrequenz zur axialen Frequenz des ungekoppelten Systems ist durch die Verstimmung der Anregungs- zur Kopplungsfrequenz bestimmt. Ist die Kopplungsfrequenz zu kleineren Frequenzen verstimmt (c), wird das linke Minimum breiter während das rechte schmaler wird. Der Unterschied in der Frequenz zwischen dem linken Dip und dem Dip des ungekoppelten Systems ist im Vergleich zur resonanten Kopplung kleiner geworden.

Mit

$$\Omega = \sqrt{\delta^2 + (2V)^2} \quad (5.15)$$

wird die Rabi-Frequenz bezeichnet. Unabhängig von der Größe des Detunings δ und der Amplitude des Kopplungsfeldes $|V|$ können sich die Frequenzen der beiden Minima nicht überschneiden. Die Frequenzen der beiden Minima sind in Abbildung 5.27 als Funktion der Kopplungsfrequenz dargestellt. Ist die Kopplungsfrequenz ν_{kopp} größer als $(\nu_+ - \nu_z)$, so verkleinert sich der Abstand von $\nu_{z,r}$ zur axialen Frequenz $\nu_{z,0}$ des ungekoppelten Systems, während für $\nu_{z,l}$ der Abstand zunimmt. Bei einer zu kleinen Kopplungsfrequenz ist dieses Verhalten gespiegelt. Die Frequenzen der Doppel-Dips überschneiden nie die Frequenz des ungekoppelten axialen Dips $\nu_{z,0}$. Dieses Verhalten wird als *Avoided Crossing* bezeichnet. Wie in Abbildung 5.26 c) zu sehen ist, verschiebt sich mit zunehmenden Detuning $|\delta|$ aber nicht nur die Frequenz der beiden Minima sondern auch deren Breite w ändert sich. So wird das Minimum, dessen Frequenz näher an der axialen Frequenz $\nu_{z,0}$ ist, mit größerem $|\delta|$ breiter, während das andere Minimum schmaler wird. Für den Grenzfall eines sehr großen

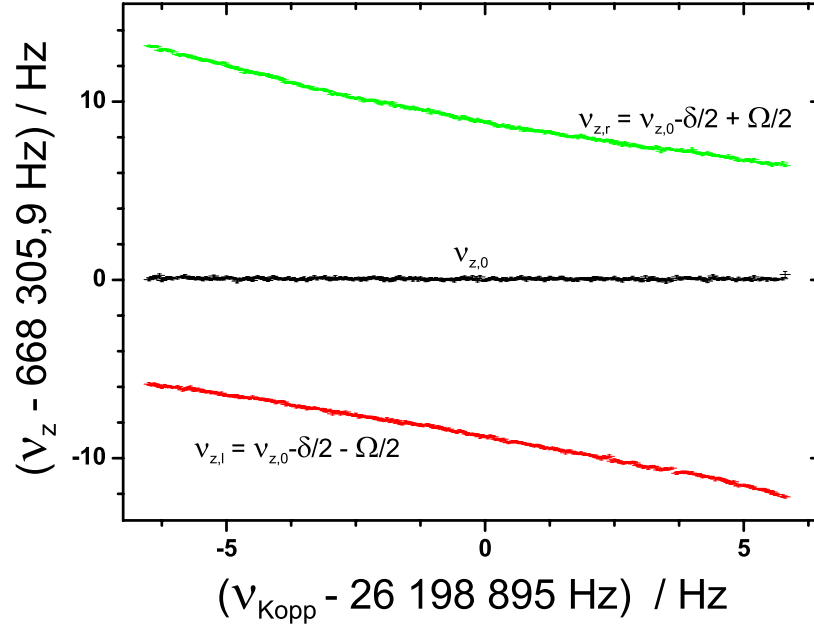


Abbildung 5.27.: Abhängigkeit der Frequenzen der gemessenen Zyklotron-Doppel-Dips von der Kopplungsfrequenz ν_{Kopp} bei Kopplung an das untere Seitenbandes $\nu_+ - \nu_z$.

Detuning $|\delta|$ gilt:

$$\nu_{kopp} \gg (\nu_+ - \nu_z) \begin{cases} w_{z,l} \rightarrow 0 & \nu_{z,l} \rightarrow 0 \\ w_{z,r} \rightarrow w_{z,0} & \nu_{z,r} \rightarrow \nu_{z,0} \end{cases}$$

$$\nu_{kopp} \ll (\nu_+ - \nu_z) \begin{cases} w_{z,l} \rightarrow w_{z,0} & \nu_{z,l} \rightarrow \nu_{z,0} \\ w_{z,r} \rightarrow 0 & \nu_{z,r} \rightarrow \infty \end{cases} .$$

Die Breiten der beiden Minima als Funktion der Kopplungsfrequenz sind in Abbildung 5.28 dargestellt.

Wird die Frequenzdifferenz der beiden axialen Dips des gekoppelten Systems als Funktion der Frequenz des Kopplungsfeldes bestimmt, so kann, wie in Abbildung 5.29 gezeigt, die Amplitude des Kopplungsfeldes $|V|$ durch anfitten einer quadratischen Funktion bestimmt werden. Darüber hinaus kann auch die Frequenz des unteren Seitenbandes bestimmt werden, da die quadratische Funktion bei dieser Frequenz ihr Minimum hat. Die Frequenzdifferenz der beiden axialen Minima als Funktion der Amplitude der Anregungsspannung ist in Abbildung 5.30 zu sehen.

Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz mit der indirekten Methode

Durch Kopplung über das untere Seitenband kann die Frequenz der beiden axialen Minima $\nu_{z,l}$ und $\nu_{z,r}$ bestimmt werden. Darüber hinaus ist natürlich die Frequenz ν_{kopp} des Kopplungsfeldes bekannt. Ein Vergleich der Gleichungen (5.12), (5.14) und (5.15) zeigt, dass dies jedoch zu wenige Informationen sind um die reduzierte Zyklotronfrequenz ν_+ zu bestimmen. Es sind

bekannt:	unbekannt:
$\nu_{z,l}, \nu_{z,r}, \nu_{kopp}$	$\nu_+, \nu_{z,0}, \delta, \Omega$

Es fehlt also eine Information. Diese kann durch eine zusätzliche Messung der axialen Frequenz $\nu_{z,0}$ des ungekoppelten System gewonnen werden. Die reduzierte Zyklotronfrequenz

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

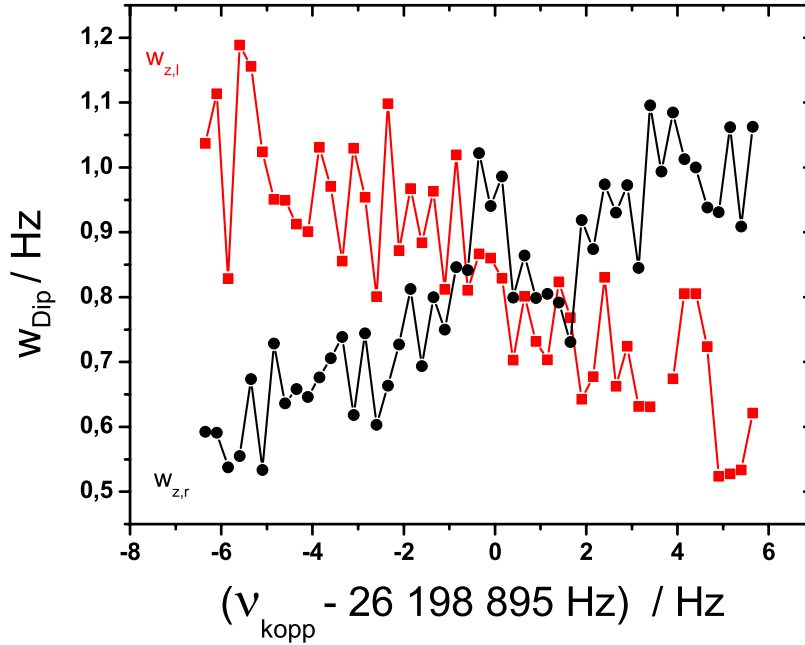


Abbildung 5.28.: Abhängigkeit der Breiten der beiden Doppel-Dips bei Kopplung über das untere Seitenband als Funktion der Kopplungsfrequenz. Hierzu wurde an jedes Minimum eine Lorentzfunktion gefittet und zur besseren Darstellung über jeweils fünf Dips mit einer Schrittweite von 25 mHz gemittelt.

kann dann mit

$$\nu_+ = \nu_{kopp} - \nu_{z,0} + \nu_{z,l} + \nu_{z,r} \quad (5.16)$$

ermittelt werden.

In Abbildung 5.31 ist zu sehen, dass die axiale Frequenz zeitlichen Änderungen unterworfen ist. Da sich die axiale Frequenz zwischen den Messungen des gekoppelten und des ungekoppelten Systems ändert führt dies zu einem Fehler bei der Bestimmung der reduzierten Zyklotronfrequenz. Der Einfluss der Fluktuationen der axialen Frequenz auf die Genauigkeit bei der Ermittlung der reduzierten Zyklotronfrequenz kann jedoch durch eine zweite Messung der axialen Frequenz des ungekoppelten Systems verringert werden. Unter der Annahme, dass sich die axiale Frequenz in der kurzen Messzeit annähernd linear ändert, kann die axiale Frequenz zum Zeitpunkt der Koppelung des Seitenbandes durch Interpolation aus einer Messung der axialen Frequenz vor und nach der Kopplung bestimmt werden.

Bei Verwendung der direkten Methode kann zwar die Zyklotronfrequenz bei gleicher Messzeit genauer bestimmt werden. Die Frequenzverschiebungen aufgrund der hohen Temperatur des Ions von ca. 12 300 K bei $^{28}\text{Si}^{13+}$ stellen aber einen Nachteil gegenüber der indirekten Methode dar. Hier wird die Bewegungsmode durch die Kopplung ständig gekühlt, so dass die reduzierte Zyklotronfrequenz für ein kaltes Ionen bestimmt wird. Nach Gleichung (5.9) ergibt sich eine Temperatur der Zyklotronmode von ca. 160 K. Dies ist deutlich kälter als bei der direkten Methode, so dass die Frequenzverschiebungen der Zyklotronfrequenz sehr gering sind. In diesem Experiment ist die Temperatur der Zyklotronmode um eine Größenordnung kleiner als beim Experiment am wasserstoffähnlichem Sauerstoff [VG03], was auf eine deutlich geringere Temperatur des axialen Nachweisschwingkreises rückzuführen ist.

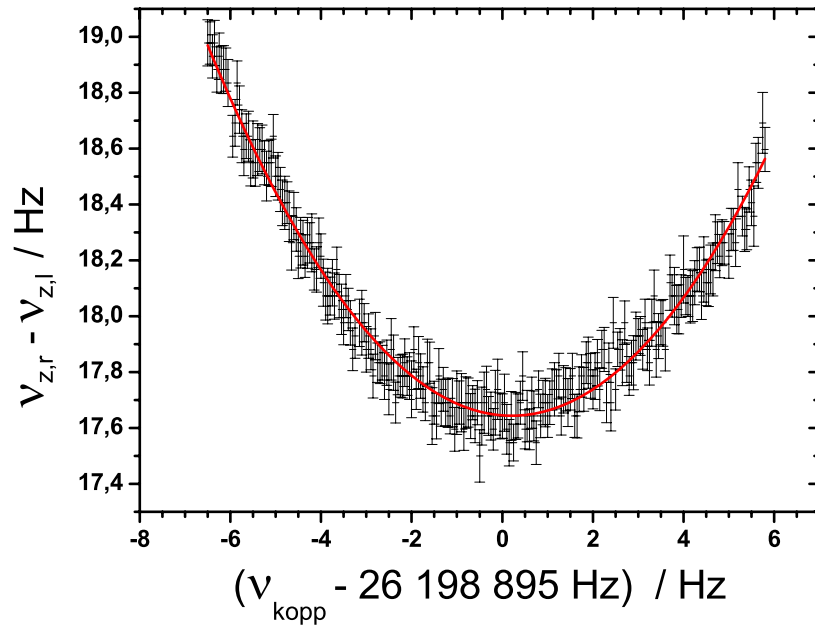


Abbildung 5.29.: Abhängigkeit der Rabi-Frequenz Ω von der Kopplungsfrequenz ν_{Kopp} bei Kopplung des unteren Seitenbandes $\nu_+ - \nu_z$. Hieraus kann die Stärke des Kopplungsfeldes und die Kopplungsfrequenz $\nu_{Kopp,\delta=0}$ bei der $\delta = 0$ gilt bestimmt werden. Ein Fit mit einer quadratischen Funktion ergibt $2V = 17,645(6)$ Hz und $\nu_{Kopp,\delta=0} = 26\,198\,895,20(3)$ Hz.

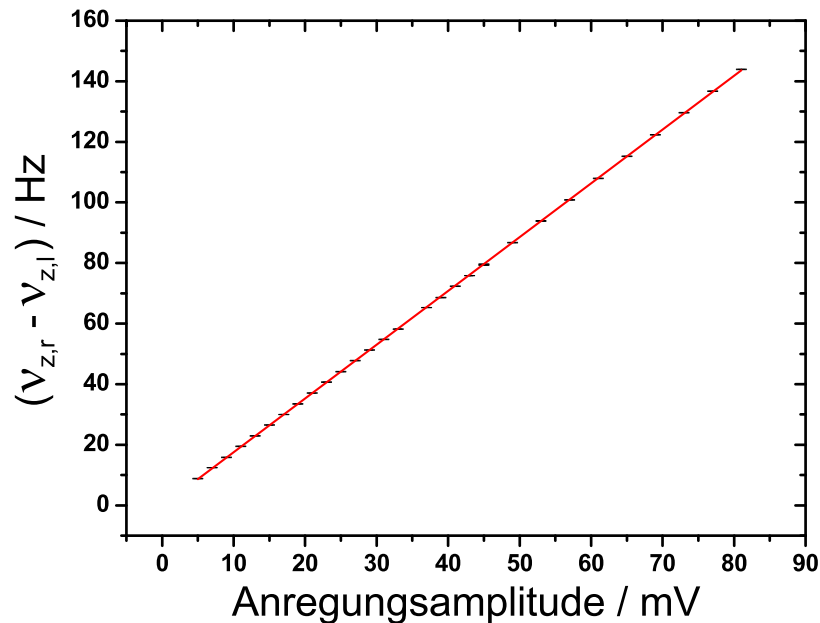


Abbildung 5.30.: Abhängigkeit der Frequenzdifferenz der zwei Minima von der Amplitude des Kopplungsfeldes bei Kopplung über das untere Seitenband bei $\nu_{kopp} = 26\,189\,894$ Hz.

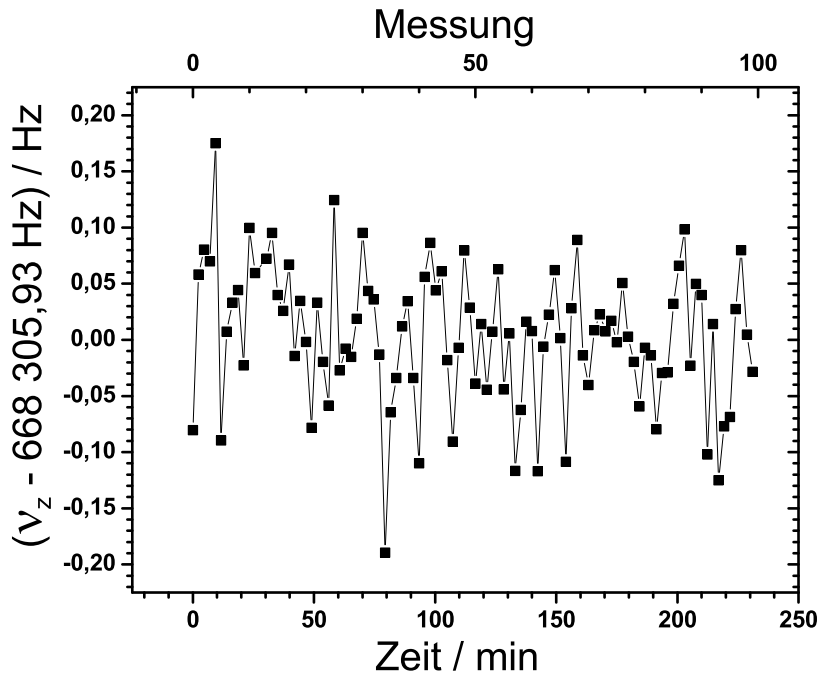


Abbildung 5.31.: Zeitliche Variation des axialen Ionensignals im nicht-gekoppelten System.

Einfluss der Methoden auf den g -Faktor

Mit der Anregung der Zyklotronenergie gehen Änderungen des Zyklotronradius und des auf das Ion wirkenden Magnetfeldes (siehe Gl. 3.38) einher, was zusammen mit der relativistischen Verschiebung (siehe Gl. 3.40) der Grund für die Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie ist. Nach Gleichung (3.38) hängt auch die axiale Frequenz wegen der Magnetfeldinhomogenitäten von der Zyklotronenergie des Ions ab. Wird die freie Zyklotronfrequenz über das Invarianztheorem bestimmt, so hängt die freie Zyklotronfrequenz vom Magnetfeld im Zentrum der Falle ab (siehe Anhang A). Dagegen ist die Larmorfrequenz vom Magnetfeld am Ort des Ions abhängig und unterscheidet sich von dem durch die Zyklotronfrequenz bestimmten Magnetfeld. Dies bedeutet, dass der g -Faktor abhängig von der Zyklotronenergie des Ions falsch bestimmt wird. Wird die Zyklotronfrequenz durch die direkte Methode ermittelt, muss die g -Faktor Bestimmung mit verschiedenen Zyklotronenergien durchgeführt werden, um den g -Faktor für eine Zyklotronenergie von 0 eV extrapolieren zu können [VG03]. Bei der Verwendung der indirekten Methode ist dies wegen der sehr niedrigen Zyklotrontemperatur nicht notwendig. Dafür kann die reduzierte Zyklotronfrequenz bei der direkten Methode in einer kürzeren Messzeit und somit mit einer geringeren statistischen Unsicherheit als bei Verwendung der indirekten Methode bestimmt werden.

5.5.5. Bestimmung der Magnetronfrequenz

Anders als die reduzierte Zyklotronfrequenz oder die axiale Frequenz kann die Magnetronfrequenz nicht über einen Nachweisschwingkreis direkt gemessen werden. Ein resonanter Nachweisschwingkreis entzöge der Magnetronmode permanent kinetische Energie, so dass sich ihr Radius aufweiten und das Ion verloren gehen würde.

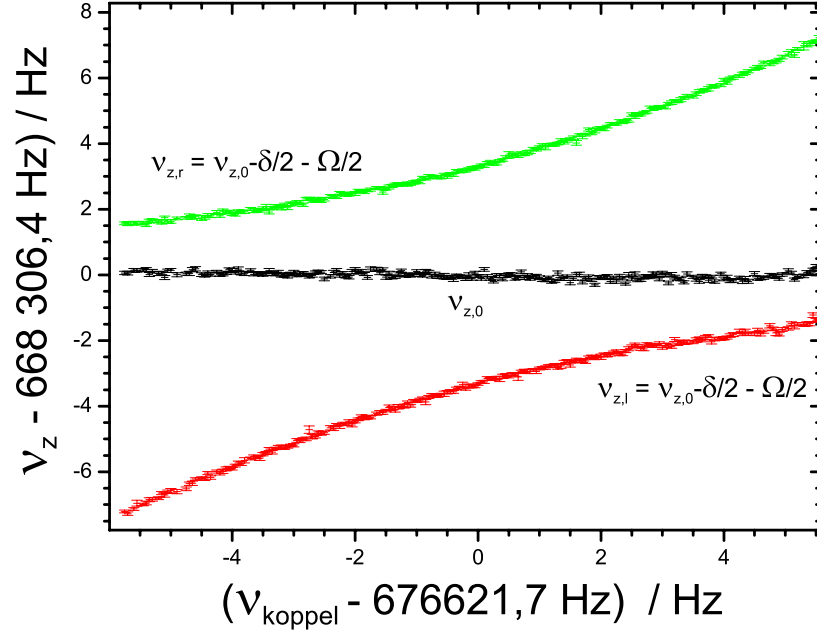


Abbildung 5.32.: Abhängigkeit der Frequenzen der Magnetron-Doppel-Dips von der Kopplungskonstanten ν_{Kopp} bei Kopplung über das obere Seitenband $\nu_z - \nu_-$.

Nicht-resonante Kopplung

Wie bei der reduzierten Zyklotronfrequenz kann jedoch auch bei der Magnetronfrequenz die Kopplung über das Seitenband nicht nur zur Kühlung der Bewegungsmode genutzt werden, sondern auch zur Bestimmung der Frequenz. Hierzu wird das obere Seitenband $\nu_z + \nu_-$ benutzt. Für den Fall der nicht-resonanten Kopplung wird die Verstimmung zwischen Kopplungsfrequenz und Frequenz des Seitenbandes durch

$$\delta = (\nu_- - \nu_{z,0}) - \nu_{kopp} \quad (5.17)$$

definiert. Hier ist der Unterschied zu Gleichung (5.12) bei Kopplung der reduzierten Zyklotronfrequenz zu beachten. Die Frequenzen der entstehenden zwei axialen Minima sind durch Gleichung (5.14) gegeben und für die Rabi-Frequenz gilt Gleichung (5.15). In Abbildung 5.32 ist die Abhängigkeit der Frequenz beider Doppel-Dips als Funktion der Kopplungsfrequenz dargestellt. Wie auch bei der Zyklotronfrequenz überschneiden sich die Frequenzen der entstehenden Minima nicht. Aber der Verlauf der axialen Frequenzen der zwei Minima und deren Breite ist in Abhängigkeit der Kopplungsfrequenz dem Verhalten bei der reduzierten Zyklotronfrequenz entgegengesetzt. Hier gilt für sehr große Unterschiede zwischen Kopplungsfrequenz und Frequenz des Seitenbandes:

$$\nu_{kopp} \gg (\nu_z - \nu_-) \begin{cases} w_{z,l} \rightarrow w_{z,0} & \nu_{z,l} \rightarrow \nu_{z,0} \\ w_{z,r} \rightarrow 0 & \nu_{z,r} \rightarrow \infty \end{cases}$$

$$\nu_{kopp} \ll (\nu_z - \nu_-) \begin{cases} w_{z,l} \rightarrow 0 & \nu_{z,l} \rightarrow 0 \\ w_{z,r} \rightarrow w_{z,0} & \nu_{z,r} \rightarrow \nu_{z,0} \end{cases} .$$

Bestimmung der Magnetronfrequenz mit der indirekten Methode

Auch zur Ermittlung der Magnetronfrequenz muss zusätzlich zu den Frequenzen beider axialen Minima $\nu_{z,l}$ und $\nu_{z,r}$ die axiale Frequenz $\nu_{z,0}$ des ungekoppelten Systems gemessen

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

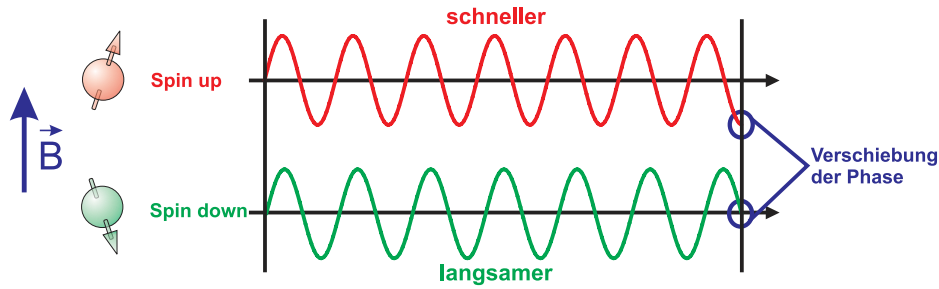


Abbildung 5.33.: Entwicklung der Phasen von einem Ion mit Spin up und Spin down.

werden. Die Magnetronfrequenz kann dann durch

$$\nu_- = \nu_{kopp} + \nu_{z,0} - \nu_{z,l} - \nu_{z,r} \quad (5.18)$$

bestimmt werden. Wird bei der Bestimmung des g -Faktors eine relative Genauigkeit von 10^{-10} angestrebt, so muss die Magnetronfrequenz mit einer relativen Genauigkeit von mindestens 1,1 Hz bestimmt werden. Die Magnetronfrequenz hängt nicht vom Magnetfeld, sondern vom Speicherpotential, welches durch die Verwendung einer hochstabilen Spannungsquelle, mit einer relativen Spannungsstabilität von $10^{-6}/24 \text{ h}$ [se08], über einen Zeitraum von 24 Stunden annähernd konstant bleibt, ab. Daher ist es nicht notwendig, dass die Magnetronfrequenz zur Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz mit Hilfe des Invarianztheorems ständig mitgemessen wird. Für die notwendige Genauigkeit sollte es ausreichend sein, wenn die Magnetronfrequenz im Abstand von mehreren Stunden bestimmt wird.

5.5.6. Phasensensitive Detektion der Spinrichtung

Die Richtung des Ionenspins wird in der Analysefalle bestimmt. Aufgrund der Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Spinrichtung kann diese durch Messen der axialen Frequenz bestimmt werden (siehe Abschnitt 4.3). Da die axiale Frequenzänderung zwischen Spin up und down für Silizium Si^{13+} jedoch nur 240 mHz beträgt (siehe Tabelle 4.1), erfordert dies eine entsprechende Stabilität des Ionensignals während der notwendigen Messzeit (siehe Abschnitt 4.3.2). Die erforderliche Messzeit soll dabei möglichst kurz sein. Bei der Messung der Ionenfrequenz über den Ionendip wird die minimale Messzeit jedoch durch das Signal-Rausch-Verhältnis vorgegeben. Zur Ermittlung der Spinrichtung bietet sich daher die so genannte phasensensitive Spindetektion an [Ota07, SAD⁺05]. Wie in Abbildung 5.33 gezeigt ist, haben zwei Ionensignale, die mit der gleichen Phase starten, aber eine unterschiedliche Frequenz haben, nach einer festgelegten Entwicklungszeit t_{wait} eine Phasenverschiebung von θ . Im Gegensatz zur Dip-Methode wird bei der phasensensitiven Spindetektion die Phase²⁸ des Ionensignals gemessen. Durch diese Information kann die, durch den Spinflip verursachte, axiale Frequenzänderung des Ions schneller bestimmt werden.

Für die Detektion der Spinrichtung wird die axiale Frequenz des Ions zunächst angeregt und diesem eine feste Phase aufgezwungen. Damit das Ion nicht sofort über die axiale Resonanz gekühlt wird, muss diese in ihrer Frequenz verschoben werden, so dass das Ion nur noch sehr schwach an den Schwingkreis gekoppelt ist. Nach der Entwicklungszeit t_{wait} wird die Resonanz auf ihre ursprüngliche Frequenz zurück verschoben und im Anschluss die Phase des Ions detektiert. In Abbildung 5.34 ist ein entsprechendes Anregungsschema dargestellt.

²⁸Bei einem Dip geht die Phaseninformation in den Fluktuationen des thermischen Rauschens unter, so dass diese Information fehlt.

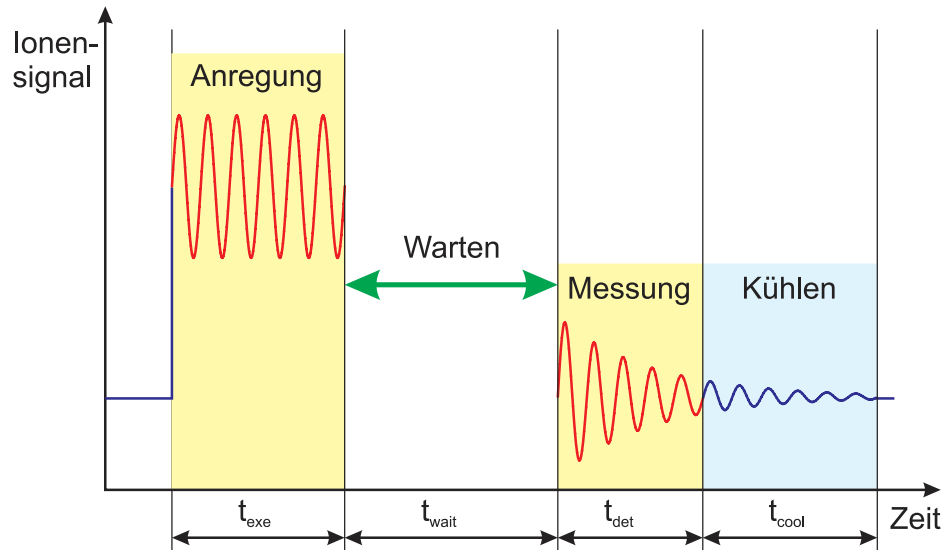


Abbildung 5.34.: Messvorgang zur Bestimmung der Spinrichtung aus der Phase des Ions.

Um die Spinrichtung festlegen zu können, muss, wie im Abschnitt 4.3.2 beschrieben, nach dieser ersten Messung die Spinrichtung des Ions umgekehrt werden und die Messung wiederholt werden. Aus der Änderung der Phase des Ions vor und nach dem Spinflip kann auf die Spinrichtung geschlossen werden.

5.6. Präparation eines einzelnen Ions

Im Experiment soll ein einzelnes Ion untersucht werden. Da beim Erzeugen von hochgeladenen Ionen in der Erzeugerfalle verschiedene Ionenspezies entstehen, muss die Ionenwolke zunächst auf die gewünschte Ionensorte reduziert werden. Anschließend wird aus der verbleibende Ionenwolke ein einzelnes Ion präpariert. Da dies in der Erzeugerfalle nicht möglich ist, müssen die Ionen zunächst in die Präzisionsfalle transportiert werden. Hier können durch dipolare und quadrupolare Anregung gezielt unerwünschte Ionensorten entfernt werden. Dieser Vorgang wird als Reinigung bezeichnet. Im Folgenden werden der Transport und die verschiedenen Verfahren zur Entfernung von Kontaminationen beschrieben.

5.6.1. Transport der Ionen

Während des Experimentes müssen die Ionen zwischen den Fallen transportiert werden. Durch geeignete Wahl der Spannungen an den Elektroden wird das Potentialminimum, in dem die Ionen gespeichert sind, verschoben. Damit lassen sich die Ionen entlang der z-Achse bewegen. Beim Transport aus der Erzeugerfalle darf keine Ionensorte selektiv angeregt werden. Dies würde zum Verlust dieser Spezies führen. Bei Verwendung des hyperbolischen Reflektors gab es beim Transport jedoch massive Ionenverluste (siehe Abbildung 5.35). Dadurch wurden in dem q/M -Bereich der in der Präzisionsfalle zugänglich ist (siehe Tab. 5.3) weniger als hundert Ionen beobachtet, wobei die genaue Anzahl der erzeugten Ionen nicht bekannt ist, es sollten aber mindestens 10^4 Ionen sein. Bei einer genaueren Untersuchung des Transportvorgangs konnte der Transport vom Reflektor in die Endkappe der Analysefalle für den Ionenverlust verantwortlich gemacht werden (siehe Abbildung 5.35). Durch eine andere Wahl der Elektrodenspannung beim Transport konnte dies in einem geringen Maße

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

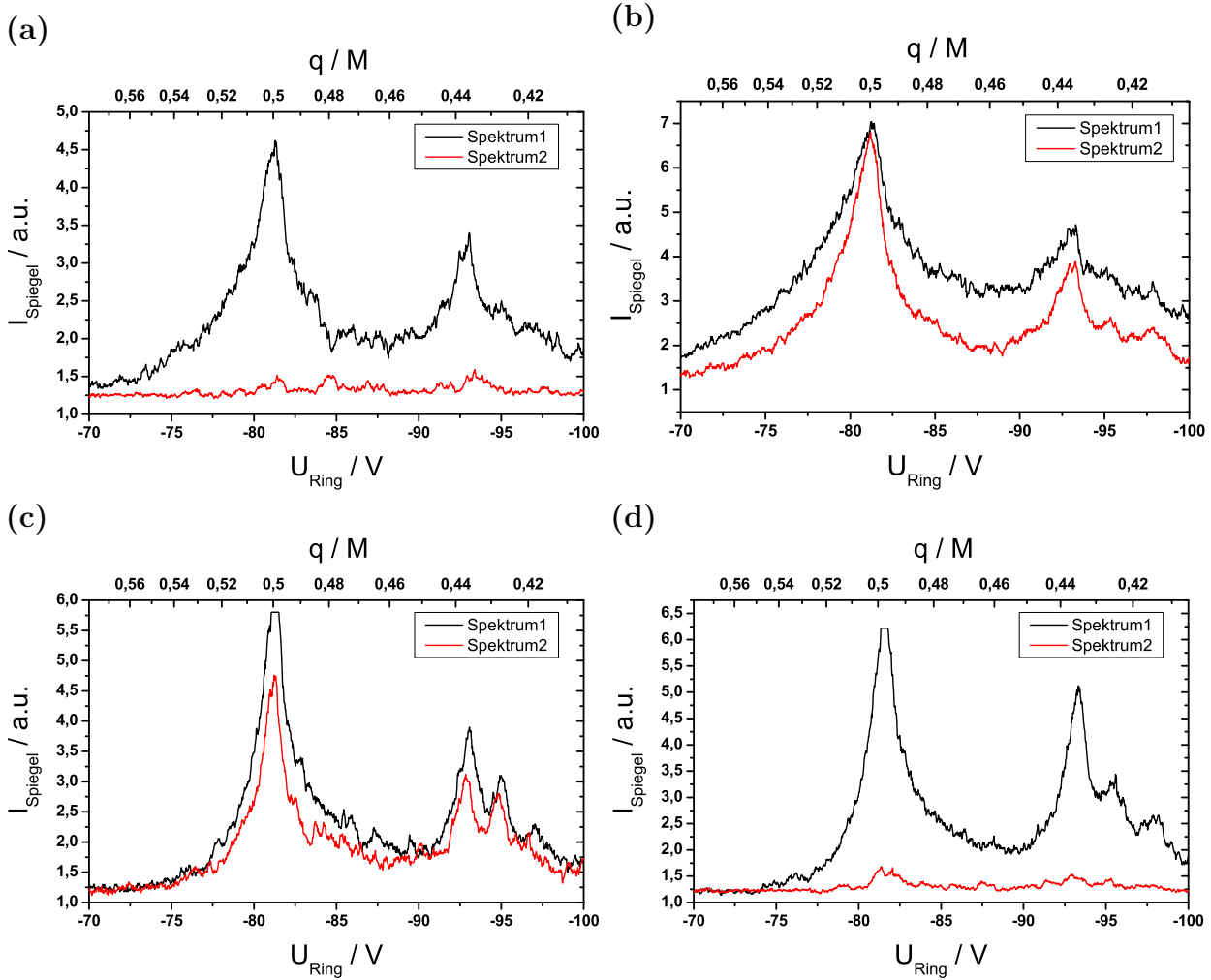


Abbildung 5.35.: Transporteffizienz bei Verwendung des hyperbolischen Reflektors. Das Massenspektrum vor dem Transport ist als Spektrum 1 bezeichnet, nach dem Rücktransport als Spektrum 2. a) beim Transport der Ionen in den Reflektor bei einer Elektrodenspannung von -14 V kommt es zu einem fast vollständigen Ionenverlust. b) der Transport der Ionen in den Reflektor erfolgt bei einer Elektrodenspannung von unter -50 V und wird anschließend auf -14 V erhöht. Die Ionen werden nur mit geringen Verlusten transportiert. Das gleiche gilt, wenn die untere Endkappe der Analysefalle gleichzeitig mit dem Reflektor auf eine Elektrodenspannung von -14 V gesetzt wird (c). Wird der Reflektor anschließend kontinuierlich auf 0 V gefahren, so dass die Ionen in die unteren Endkappe der Analysefalle transportiert werden, kommt es wieder zu großen Ionenverlusten (d).

kompensiert werden. Beim zylindrischen Reflektor traten diese Probleme nicht auf. Wie in Abbildung 5.36 zu sehen ist hat der zylindrische Reflektor eine deutlich höhere Transporteffizienz.

Für die Bestimmung des g -Faktors ist der Transport des Ions zwischen der Präzisionsfalle und der Analysefalle von besonderer Bedeutung. Da die Richtung des Elektronenspins in der Analysefalle bestimmt werden soll, darf sich dieser beim Transport nicht ändern. Da die axiale Frequenz in der Erzeugerfalle wegen des großen B_2 -Terms stark von den Energien der Magnetron- bzw. der Zyklotronmode abhängt, dürfen die drei Eigenbewegungen beim

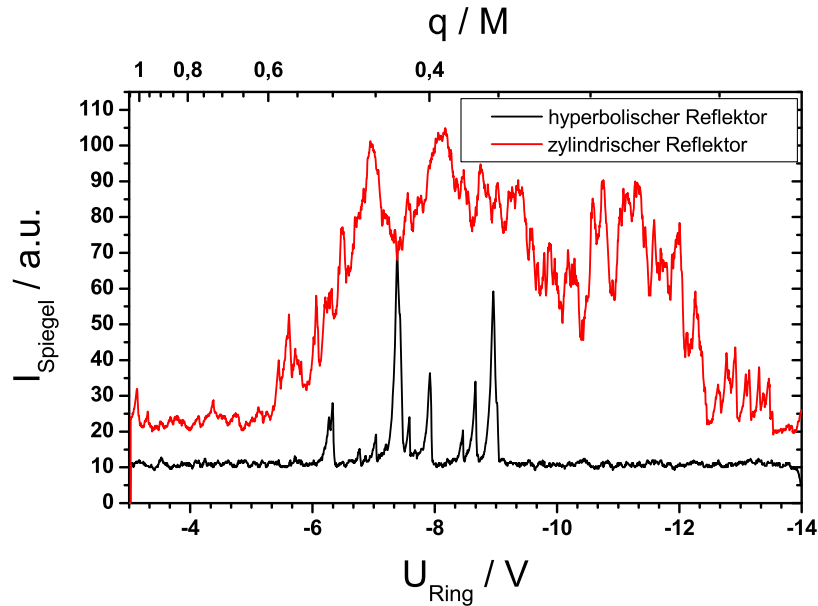


Abbildung 5.36.: Zwei Massenspektren in der Präzisionsfalle verdeutlichen die unterschiedliche Transporteffizienz für die beiden Reflektortypen beim Transport der Ionen aus der Erzeugerfalle in die Präzisionsfalle. Hierbei wird davon ausgegangen, dass beim Ionenerzeugen eine vergleichbare Anzahl von Ionen entstehen. Beim schwarz gezeichneten Massenspektrum wurde der hyperbolische Reflektor verwendet, beim rot gezeichneten Massenspektrum der zylindrische. Für beide Massenspektren wurden die Ionen unter vergleichbaren Bedingungen erzeugt und transportiert.

Transport nicht angeregt werden. Durch mehrfache Transporte²⁹ zwischen beiden Messfällen konnte gezeigt werden, dass keine signifikante³⁰ Verschiebung der axialen Frequenz auftritt.

5.6.2. Entfernung von Kontaminationen

Die verschiedenen Methoden zur Entfernung von Kontaminationen aus der Falle unterscheiden sich in den Bewegungsmoden die angeregt werden und darin ob sich eine Methode nur zum Entfernen einzelner Ionen eignet oder auch für eine Ionenwolke, die sich aus vielen verschiedenen Spezies zusammensetzt.

Swift Cleaning

Um alle unerwünschten Ionenspezies aus der Ionenwolke zu entfernen, wird ein so genanntes *Swift Cleaning* verwendet [GM96]. Hierbei werden in einem Frequenzbereich von 0,2 bis 20 MHz die unerwünschten Ionen in ihrer axialen Bewegung so stark angeregt, dass sie nicht mehr durch das Fallenpotential gespeichert werden. Damit die gewünschte Ionensorte dabei nicht ebenfalls angeregt wird und damit verloren geht, wird um ihre axiale Frequenz ein Fenster im Anregungsbereich ausgelassen. Um die empfindliche kryogenen Verstärker der axialen Nachweisschwingkreise in der Präzisions- und Analysefalle vor zu großen Signalen

²⁹Nach jedem Transport wurden die drei Eigenfrequenzen des Ions gekühlt.

³⁰Die Stärke der axialen Frequenzverschiebung hängt von der Stärke des C_4 -Terms ab. Nur wenn $C_4 \neq 0$ gilt, kann eine Verschiebung beobachtet und der Transport dahingehend optimiert werden, dass sich die Magnetron- und die Zyklotronradien nicht aufweiten.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

zu schützen, wird der Frequenzbereich um deren Resonanzfrequenz beim Anregen ebenfalls ausgespart. Des Weiteren dürfen auch die Magnetronfrequenz und doppelte axiale Frequenz (siehe Abschnitt 5.4.4) der Ionen nicht angeregt werden, da hierbei die gewünschte Ionenspezies ebenfalls verloren ginge. Damit die Ionenspezies, die präpariert werden soll, während des Swift Cleaning axial gekühlt wird, befindet sie sich während der Reinigungsprozedur in Resonanz mit dem axialen Nachweisschwingkreis.

Die axiale Anregung zum Entfernen von Kontaminationen hat den Nachteil, dass Ionenspezies mit einem sehr ähnlichen q/m wie z.B. $^{28}\text{Si}^{12+}$ und $^{14}\text{N}^{6+}$ nicht getrennt werden können. Diese unerwünschten Ionensorten müssen über eine selektive Anregung ihrer Zyklotronbewegung aus der Falle entfernt werden.

Entfernung von Kontaminationen durch Anregung der reduzierten Zyklotronfrequenz

Durch starke Anregung der reduzierten Zyklotronbewegung ν_+ mittels eines Sweeps können Ionen ebenfalls aus der Falle entfernt werden. Da sich die Zyklotronfrequenz der verschiedenen Ionenspezies über einen großen Frequenzbereich von 25 MHz verteilt, würde es aber mehrere Stunden dauern, bis allein mit diesem Verfahren die Falle geleert wäre. Daher eignet sich diese Methode nur um einzelne Ionenspezies gezielt aus der Falle zu entfernen. Es ist jedoch eine effiziente Methode um Ionen zu trennen, die aufgrund ihres Ladung-Masse-Verhältnisses fast identische axiale Frequenzen haben, sich aber in ihrer Zyklotronfrequenz unterscheiden. Dies ist beispielsweise bei $^{28}\text{Si}^{12+}$ und $^{14}\text{N}^{6+}$ der Fall.

Befindet sich nur noch die gewünschte Ionenspezies in der Falle, so muss die Anzahl der Ionen reduziert werden bis nur noch ein einzelnes übrig ist. Hierzu kann ebenfalls die Anregung mit der Zyklotronbewegung genutzt werden. Voraussetzung ist, dass sich die Ionen in Resonanz mit dem Zyklotronschwingkreis befinden, so dass sie über diesen detektiert werden können. Zunächst wird nur ein einzelner Zyklotronpeak beobachtet. Durch gezielte Verstimmung des Tuning-Ratios ändert sich die Zyklotronfrequenz der Ionen und der einzelne Peak spaltet sich in mehrere Peaks auf. Auf diese Weise sind in Abbildung 5.37 drei Ionensignale auf der Resonanzkurve des Zyklotronschwingkreises zu sehen. Von jedem einzelnen Ion ist nun die reduzierte Zyklotronfrequenz bekannt. Durch eine geeignete Wahl der Anregungsfrequenz können die überzähligen Ionen mit einem Sweep stark angeregt und aus der Falle entfernt werden. Zurück bleibt ein einzelnes Ion.

Entfernung von Kontaminationen durch Reduzierung der Fallentiefe

Liegt die Zyklotronfrequenz der gewünschten Ionenspezies nicht auf der Resonanz des Zyklotronschwingkreises, so kann die Anzahl der Ionen nicht durch gezielte Anregung der Zyklotronfrequenz auf ein einzelnes Ion reduziert werden. In solchen Fällen wird das Fallenpotential soweit abgesenkt, bis einzelne Ionen nicht mehr gespeichert werden können. Bei kalten Ionen muss das Fallenpotential hierzu auf fast 0 V abgesenkt werden. Daher werden die Ionen zunächst axial angeregt bevor das Fallenpotential³¹ abgesenkt wird. Die axiale Energie der verschiedenen Ionen ist nicht konstant, sondern entspricht einer Boltzmann-Verteilung, so dass die heißesten Ionen des Ensembles schon bei einem tieferen Fallenpotential nicht mehr gespeichert werden können. Kältere Ionen sind dann immer noch gespeichert. Anschließend werden die verbleibenden Ionen axial gekühlt. Über die Breite des Dips wird ihre Anzahl überprüft (siehe Gl. 5.8). Das Verfahren muss solange wiederholt werden, bis

³¹Die notwendige Potentialtiefe hängt von der axialen Energie der Ionen ab.

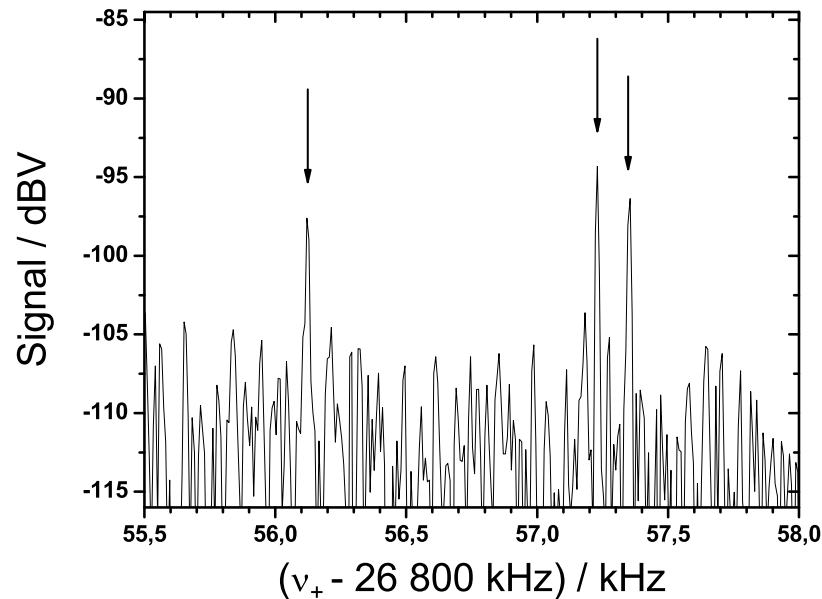


Abbildung 5.37.: Drei Zyklotronpeaks auf der Resonanzkurve. Bei der FFT-Analyse wurden die Daten nicht gemittelt. Dies führt zu einem geringeren Signal-Rausch-Verhältnis. Dennoch sind die Ionen gut zu erkennen. Sie sind markiert.

nur noch ein einzelnes Ion übrig bleibt. Gegebenenfalls muss die Anregungsenergie erhöht und das Speicherpotential stärker reduziert werden. Ein großer Nachteil dieses Verfahrens liegt darin, dass einem einzelnen Ion der Ionenwolke nicht gezielt Energie zugeführt werden kann. Daher besteht die Gefahr, dass alle Ionen verloren gehen.

5.7. Aufbau der Mikrowellenapparatur

Um einen Spinflip zu induzieren, muss ein Mikrowellensignal in die Falle eingestrahlt werden. Der Aufbau, der hierzu verwendet wird, ist in Abbildung 5.38 dargestellt. Für den Spinflip von $^{28}\text{Si}^{13+}$ ist eine Frequenz von ca. 105 GHz notwendig. Mit einem Mikrowellensynthesizer ist dieser Frequenzbereich jedoch nicht mehr zugänglich. Daher wird das Ausgangssignal

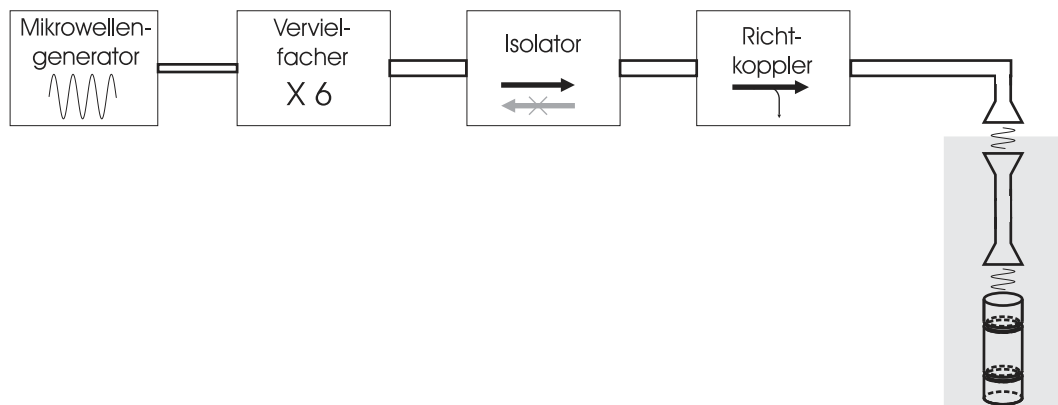


Abbildung 5.38.: Aufbau der Mikrowellenanlage. Die verschiedenen Komponenten sind durch Koaxialleitungen bzw. Mikrowellenhohlleiter miteinander verbunden. Alles grau hinterlegte befindet sich innerhalb des Magneten.

5. Aufbau und Betrieb des Experiments

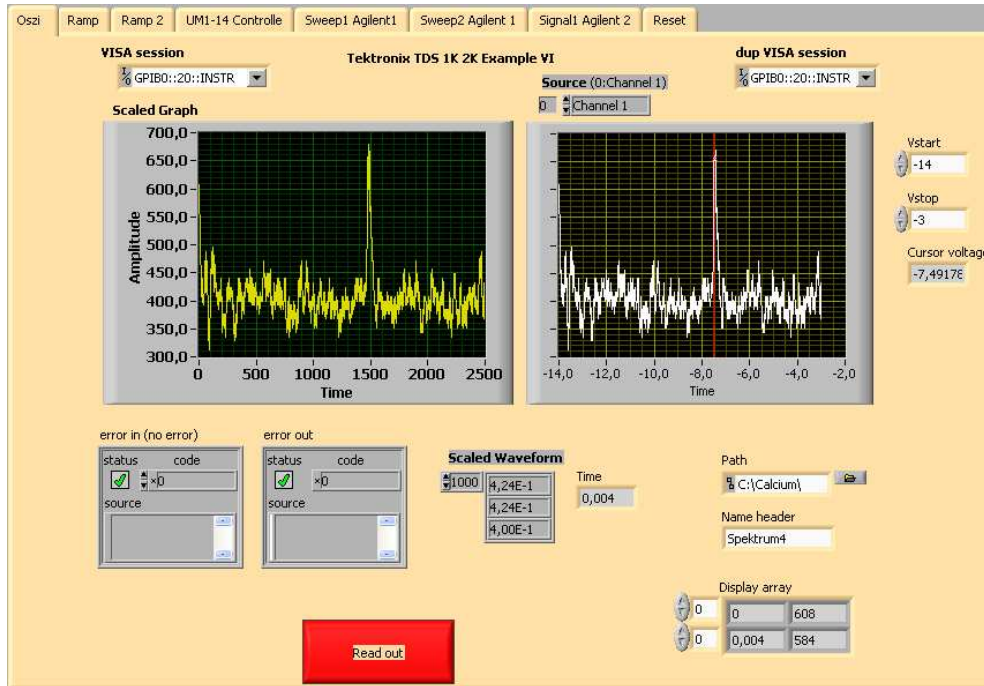


Abbildung 5.39.: Ein LabView-Steuerungsprogramm mit der Registerkarte zum Auslesen des digitalen Oszilloskops.

eines Mikrowellensynthesizers ($\nu_{Ausgang} = 2 - 20$ GHz) zunächst versechsfacht. Um den empfindlichen Versechsfacher zu schützen folgt ein Isolator. Dieser verhindert, dass Mikrowellen zurück auf den Versechsfacher treffen können. Mit einem Mikrowellenhohlleiter werden die Mikrowellen zum Experiment geleitet. Im Flansch des Hutes befindet sich ein Fenster aus Teflon, das für Mikrowellen durchlässig ist. Durch einen weiteren Mikrowellenhohlleiter wird das Mikrowellensignal durch den Heliumkryostaten geleitet und gelangt durch ein Fenster aus Quarzglas in die Falle. Durch die Hohlleiter und die Übergänge an den Mikrowellenfenster treten Verluste in der Mikrowellenleistung auf, die durch eine entsprechend hohe Ausgangsleistung des Versechsfacher kompensiert werden müssen, so dass die Spinflipwahrscheinlichkeit ausreichend groß ist.

5.8. Kontrollsystem

Die zur Steuerung des Experiments notwendigen Programme wurden in der Programmiersprache LabView 7.1, die sich besonders für Mess- und Automatisierungstechnik eignet³², geschrieben. Dabei können alle Programme ohne großen Aufwand miteinander kombiniert werden. Die eigentlichen Kontrollprogramme setzten sich dabei aus sehr vielen Unterprogrammen, den so genannten SubVIs, zusammen. So wurde das von Joseba Otamendi für das Experiment geschriebene Programm M.I.R.C.O. [Ota07] erweitert und um weitere Kontrollprogramme ergänzt. In Abbildung 5.39 ist beispielhaft die Registerkarte zum Auslesen des digitalen Oszilloskops dargestellt. Alle beim Experiment verwendeten Geräte wie Spannungsquellen, Frequenzgeneratoren, digitales Oszilloskop, FFT-Analysator und Pulsgenerator können mit diesen Programmen gesteuert werden. Als Schnittstelle zwischen Compu-

³²Von vielen Herstellern von Frequenzgeneratoren, Oszilloskop etc. werden fertige Steuerungsprogramme in der Programmiersprache LabView zu Verfügung gestellt.

ter und den Geräten werden USB-, GPIB- oder RS232-Schnittstellen verwendet. An die Spannungsquellen BS1-12 und UM1-14, die über eine USB-Schnittstelle gesteuert werden, können in ca. 100 ms Abständen neue Befehle gesendet werden. Für die Steuerung der Spannung an den Verstärkern durch die BS-12 ist dies zeitlich unkritisch, da diese im normalen Betrieb dauerhaft eingeschaltet bleiben. Dagegen erfolgt die Steuerung der Elektrodenspannungen bei der Aufnahme von Massenspektren durch ein internes Programm der UM1-14-Spannungsquelle, da die Zeitverzögerungen bei der Ansteuerung der Spannungsquelle über den Computer zu groß wären. Bei der Steuerung des Ionenstroms müssen außerdem durch den Computer verursachte Verzögerungen auch Relaxationszeiten bei Spannungsänderung an der UM1-14 berücksichtigt werden, da es andernfalls zum Verlust der Ionen kommen kann. Beim Seitenbandkühlen der Ionenfrequenzen werden Frequenzgeneratoren über GPIB angesteuert. Da die Dauer der Seitenbandkopplung mit einigen Sekunden lang gegenüber eventuelle Computer-bedingte Fluktuationen bei der Steuerung von Beginn und Dauer der Seitenbandkopplung von wenigen 100 ms ist, können diese Variationen vernachlässigt werden. Anders verhält es sich bei der Detektion der Spinrichtung durch die Phasenmethode. Hier müssen die genauen Zeitvorgaben wie z.B. die Anregungsdauer eingehalten werden. Da die Ausgangssignale der Frequenzgeneratoren hierbei auf 50 ns genau gesteuert werden müssen, werden bei der Phasenmethode alle benötigten Geräte über einen Pulsgenerator mit einer entsprechend hohen Taktung gesteuert. Außer zur Steuerung des Experiments können mit LabView die gemessenen Daten von FFT-Analysator und Oszilloskop auch weiterverarbeitet und analysiert werden. Dies geschieht beispielsweise bei der Bestimmung der Ionenfrequenzen.

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

Als Voraussetzung für die eigentliche g -Faktor Messung müssen die Speicherpotentiale der beiden Messfallen charakterisiert werden. Hierzu gehören die Bestimmungen der Fallensymmetrie und des idealen Tuning-Ratios – dem Verhältnis der Spannung an den Korrektur-elektroden zur Ringspannung. Des Weiteren müssen die Magnetfelder in der Analyse- und der Präzisionsfalle hinreichend genau bekannt sein, damit die Larmorfrequenz des Ions mit einer Genauigkeit von $< 10^{-4}$ in der Analysefalle und $< 10^{-7}$ in der Präzisionsfalle berechnet werden kann. So kann der Frequenzbereich, in welchem durch Einstrahlen eines Mikrowellenfeldes der Spinflip induziert wird, eingeschränkt werden. Beim Bestimmen des Magnetfeldes in der Analysefalle wird zusätzlich auch die Größe des B_2 -Terms in dieser Falle gemessen. In der Präzisionsfalle wird der B_2 -Term ebenfalls bestimmt, um den Einfluss des Nickelrings auf die Eigenfrequenzen zu ermitteln. Durch den Vergleich der Eigenfrequenzen in der Falle mit der freien Zyklotronfrequenz eines Ions können außerdem Obergrenzen für den Verkip-pungswinkel der Fallennachse gegen das Magnetfeld und für die Falleneiptizität bestimmt werden.

6.1. Fallensymmetrie und Tuning-Ratio

Die Form des Fallenpotentials beeinflusst sowohl die Position des Ions entlang der z -Achse der Falle als auch die Abhängigkeit der axialen Frequenz von den Energien der Eigenmoden. Letztere kann durch Anpassung des Tuning-Ratios weitgehend aufgehoben werden. Da im experimentellen Aufbau jede Fallenelektrode ihre eigene Spannungsversorgung hat, kann die axiale Frequenz in Abhängigkeit der Spannungen an den einzelnen Elektroden untersucht werden. So lässt sich, eine mögliche Asymmetrie des Fallenpotentials bestimmen und auszugleichen.

6.1.1. Bestimmung des idealen Tuning-Ratios

Um ein reines Quadrupolfeld als Speicherpotential zu erreichen, müssen alle höheren C_j -Koeffizienten mit Ausnahme von C_2 verschwinden (siehe Abschnitt 3.3.3). Terme höherer Ordnung als C_4 sollten jedoch aufgrund von niedrigen Teilchenenergien vernachlässigbar sein. Der C_4 -Koeffizient führt zu einer linearen Abhängigkeit der axialen Frequenz von der axialen Energie. Dies bedingt eine Frequenzverschiebung eines heißen Ions gegenüber einem kalten Ion. Ist $C_4 > 0$, so ist das Speicherpotential gestreckt und die axiale Frequenz eines heißen Ion verschiebt sich zu höheren Frequenzen. Bei $C_4 < 0$ wird das Speicherpotential gestaucht, so dass sich die axiale Frequenz eines heißen Ions zu niedrigeren Frequenzen verschiebt. Die Frequenzabhängigkeit von der axialen Energie lässt sich ausnutzen, um das ideale Tuning-Ratio, für das $C_4 = 0$ gilt, zu bestimmen, da beim idealen Tuning-Ratio unabhängig von der Ionenenergie keine Frequenzverschiebung auftritt.

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

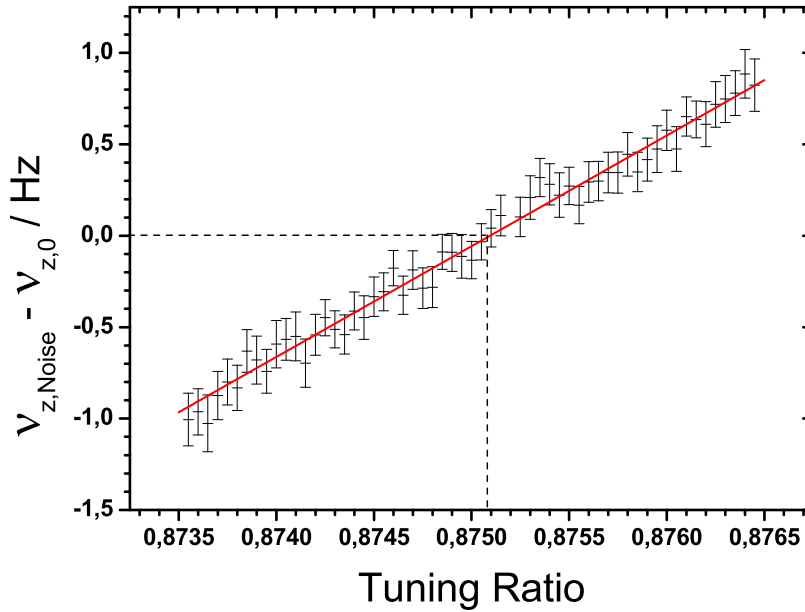


Abbildung 6.1.: Abhängigkeit der axialen Frequenzverschiebung zwischen einem heißen ($\nu_{z,Noise}$) und einem kalten ($\nu_{z,0}$) Ion vom Tuning-Ratio. Nach Anpassung der linearen Funktion ergibt sich ein ideale Tuning-Ratio von 0,875 09 (2).

Um dem Ion Energie zuzuführen wird die Temperatur des axialen Nachweisschwingkreises durch weißes Rauschen¹ erhöht. Da das Ion stets ein thermisches Gleichgewicht mit dem Nachweisschwingkreis anstrebt, erhöht sich auch dessen Temperatur. Wird die axiale Frequenzverschiebung zwischen dem heißen und dem kalten Ion in Abhängigkeit von verschiedenen Tuning-Ratios bestimmt, so kann hieraus das ideale Tuning-Ratio ermittelt werden (siehe Abbildung 6.1). Der experimentelle Wert von 0,875 09 (2) ist im Vergleich zum theoretischen Wert $TR_{optimal} = 0,866\,914$ höher. Die Unterschiede zwischen den Werten sind zu groß, um sie allein durch Fertigungstoleranzen der Falle erklären zu können. Die Tatsache, dass die an den Elektroden angelegten Spannungen durch Offsetspannungen von den idealen Spannungen abweichen können, kann diese Differenz erklären. So reicht zum Beispiel ein Spannungsoffset von ca. +70 mV an der Ringelektrode oder von ca. +125 mV an der unteren Korrekturlektrode aus, um die festgestellte Abweichung herbeizuführen. In Abschnitt 6.1.3 werden Ursachen für diese Offsetspannungen beschrieben und wie diese ausgeglichen werden können. Dies ist für die Bestimmung des idealen Tuning-Ratios aber nicht notwendig, da sich die Falle trotz Offsetspannung kompensieren lässt. Nach jedem Erzeugen von Ionen muss das ideale Tuning-Ratio allerdings neu ermittelt werden, da sich das Speicherpotential beim Erzeugen aufgrund von Ladungsänderungen an den Elektroden und am Mikrowellenfenster geringfügig ändert.

Nicht nur die axiale Frequenz des Ions, sondern auch die Güte des axialen Ionensignals (siehe Gl. (5.8)) hängt vom idealen Tuning-Ratio ab. Im anharmonischen Fallenpotential verbreitert sich der Ionendip. In Abbildung 6.2 ist die Breite des axialen Ionensignals, die durch Anpassung des Ionendips mit einer Lorentzfunktion bestimmt wurde, in Abhängigkeit von verschiedenen Tuning-Ratios dargestellt. Es ergibt sich ein ideales Tuning-Ratio von 0,874 961 (61). Innerhalb der Fehler stimmt dies mit dem Tuning-Ratio, das durch die axiale Frequenzverschiebung ermittelt wurde, überein. Allerdings ist die Unsicherheit bei

¹Vom Frequenzgenerator erzeugtes Rauschen das im Leistungsdichtespektrum eine konstante Rauschleistungsdichte hat.

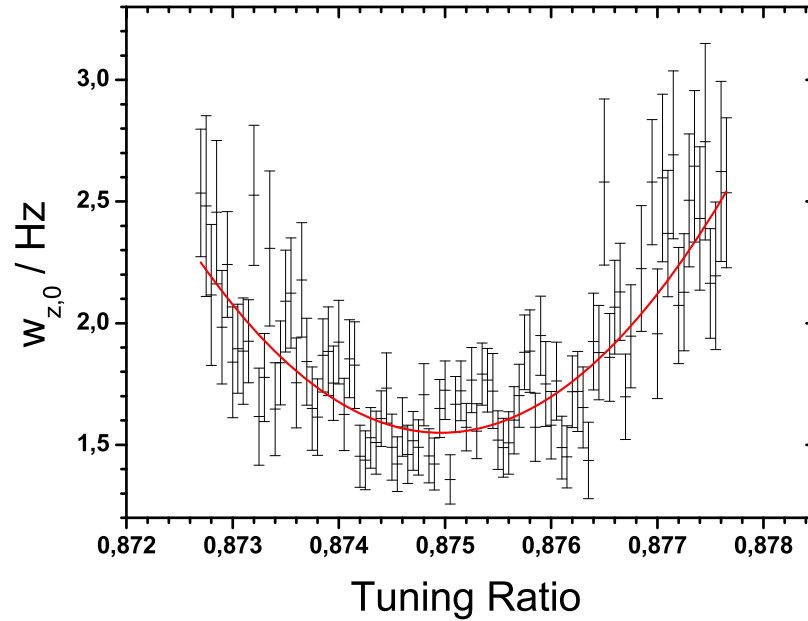


Abbildung 6.2.: Abhängigkeit der axialen Dipbreite eines $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ions vom Tuning-Ratio. Durch Anpassen einer quadratischen Funktion an die Messpunkte wird ein optimales Tuning-Ratio von 0,874961 (61) bestimmt.

der Bestimmung über die Dipbreite deutlich größer.

6.1.2. Orthogonalität der Falle

Wie in Abschnitt 3.3.3 beschrieben ist in einer orthogonalen Falle die axiale Frequenz unabhängig vom Tuning-Ratio. Durch Messung der axialen Frequenz in Abhängigkeit des Tuning-Ratios kann die Orthogonalität experimentell überprüft werden. Abbildung 6.3 zeigt das Verhalten einer nicht-orthogonalen Falle. Die Abhängigkeit der axialen Frequenz vom angelegten Tuning-Ratio beträgt für $^{28}\text{Si}^{13+}$ 1,928,(11) Hz/mU. Dies ist jedoch um einen Faktor 12 niedriger als bei früheren Experimenten [VG03]. Aus der Länge der Elektroden ergibt sich theoretisch ein Wert von ca. = 0,4(3,1) Hz/mU, dessen Fehler auf den Herstellungstoleranzen der Elektroden beruht (siehe Abschnitt 3.3.3). Innerhalb der Fehler stimmen theoretischer und experimenteller Wert überein. Um eine Falle mit einer kleineren Orthogonalität herzustellen, müssten die Elektroden und Saphirringe präziser als 10 μm gefertigt werden.

6.1.3. Fallensymmetrie

Um ein harmonisches Fallenpotential zu erzeugen, müssen an jeder Fallenelektrode exakt die berechneten Spannungen anliegen. Weicht die Spannung an einer der Fallenelektroden von der „idealen“ Spannung ab, so ändert sich dadurch die Tiefe und Form des Fallenpotentials. Zusätzlich verschiebt sich auch die Position des Fallenpotentialminimums auf der z-Achse. Durch eine Asymmetrie (siehe Abbildung 6.4) sind auch höhere und ungerade C_j -Koeffizienten nicht mehr vernachlässigbar, was zu einer zusätzlichen Abhängigkeit der axialen Frequenz von der axialen Energie und bei geraden C_j -Koeffizienten auch von der Magnetronenergie führt. Der C_4 -Koeffizient kann weiterhin durch eine Änderung des Tuning-Ratios kompensiert werden. Liegt an einer der Korrektorelektroden eine negative

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

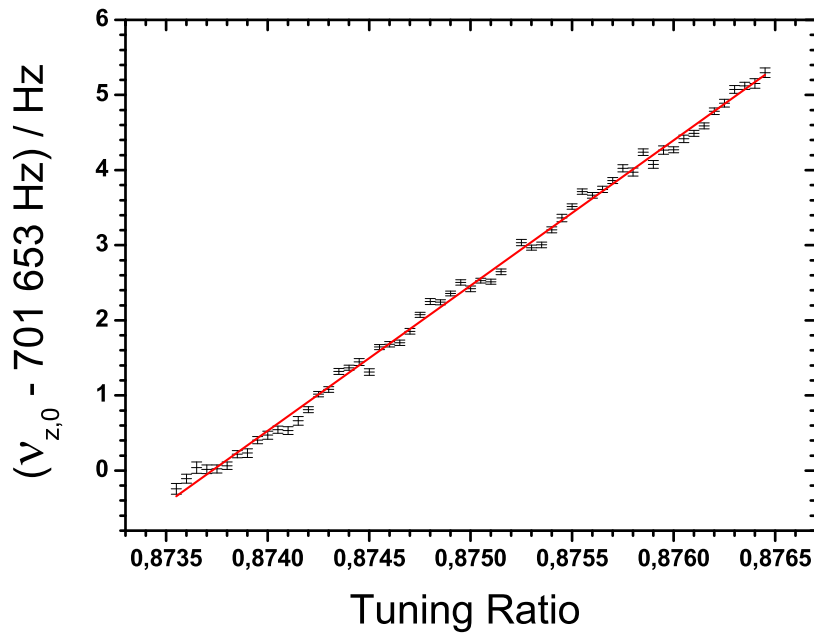


Abbildung 6.3.: Abhängigkeit der axialen Frequenz eines $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ions vom Tuning-Ratio. Aus der Steigung der linearen Anpassung an die Messpunkte wird eine Orthogonalität der Falle von 1,928 (11) Hz/mU bestimmt.

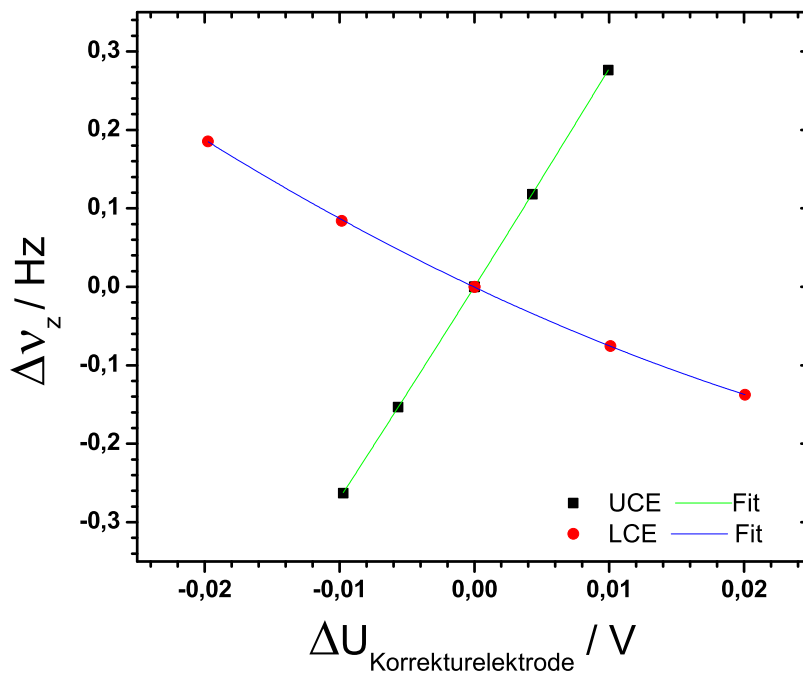


Abbildung 6.4.: Asymmetrie des Speicherpotentials in der Analysefalle ohne Ausgleichsspannung. Aus den Parametern der angepassten Funktion ergibt sich ein Offset von 63 mV an der unteren Korrektorelektrode und von -318 mV an der oberen Korrektorelektrode.

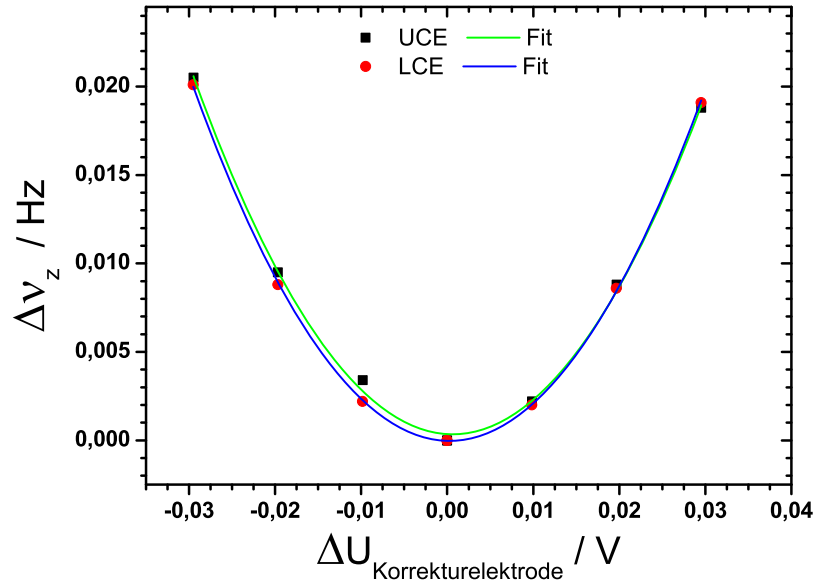


Abbildung 6.5.: Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Spannungsänderung an den Korrektorelektroden bei einem symmetrischen Fallenpotential in der Präzisionsfalle. Durch eine Ausgleichsspannung von ca. 210 mV an der oberen Korrektorelektrode und zusätzlich ca. -110 mV an der oberen Endkappe konnte die Asymmetrie der Falle ausgeglichen werden. Der Offset beträgt nur noch -0, (5) mV an der oberen Korrektorelektrode und -0,3 (2) mV an der unteren Korrektorelektrode.

Offsetspannung an, so wird das ideale Tuning-Ratio einen kleineren Wert haben als bei einem symmetrischen Potential. Bei einer positiven Offsetspannung wird das Tuning-Ratio entsprechend größer sein. Ungerade C_j -Koeffizienten sind durch ein symmetrisches Fallenpotential kompensiert.

Offsetspannungen können mehrere Ursachen haben. Bei der Spannungsversorgung der Fallenelektroden können unter anderem an den Filtern, welche radiofrequente Störsignale herausfiltern sollen, unerwünschte Widerstände gegen Masse auftreten. Dies führt zu einem Spannungsabfall, so dass an der Elektrode eine geringere Spannung anliegt. Für dieses Experiment konnten dies jedoch als Ursache für Offsetspannungen ausgeschlossen werden. Auch durch Thermospannungen, die an den Übergängen zweier Metalle auftreten, führen zu Spannungsänderungen. Eine andere Ursache für Abweichungen zwischen theoretischem und tatsächlichen Potential sind Fertigungstoleranzen, durch die die verschiedenen Fallenelektroden in ihrer Dimensionierung und Positionierung nicht ideal sind. Da diese Unterschiede nicht bekannt sind, können sie nicht bei der Berechnung der idealen Fallenspannungen berücksichtigt werden und an den Elektroden liegt nicht das wirklich benötigte Spannungsverhältnis an.

Die axiale Frequenz hängt mit der zweiten Potenz von den Offsetspannungen der Fallenelektroden ab. Die Frequenzänderung kann genutzt werden, um die ungeraden C_j -Koeffizienten aufzuheben und ein symmetrisches Fallenpotential zu erreichen. Dieses Verfahren wurde im Rahmen der Doktorarbeit von S. Ulmer entwickelt. Bei einem symmetrischen Fallenpotential besitzt die axiale Frequenz ihr Minimum (siehe Abbildung 6.5). Führt eine Spannungsänderung an einer der Korrektorelektroden zu einer Verringerung der axialen Frequenz, so nimmt die Asymmetrie des Speicherpotentials ab, umgekehrt nimmt sie zu. Aus der Frequenzänderung kann dabei nicht auf die Elektrode geschlossen werden, an der eine Offsetspannung anliegt. Diese Information wird zur Kompensation aber nicht benötigt. Um bei diesem Ver-

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

fahren keinen systematischen Fehler zu machen und sicherzustellen, dass keine Abhängigkeit der axialen Frequenz von der axialen Energie besteht, muss dies nach Kompensation der Fallensymmetrie und des Tuning-Ratios bei verschiedenen axialen Energien überprüft werden.

Kompensation der Fallenasymmetrie

Hier soll nur die Kompensation der Asymmetrie durch eine Änderung der Spannung an einer der Korrektorelektroden beschrieben werden. Diese bewusst verursachte Spannungsänderung wird bis auf weiteres als Ausgleichsspannung bezeichnet, um sie von dem ungewollten Spannungsoffset unterscheiden zu können. Bei der Korrektorelektrode, an der eine Verringerung der anliegenden Elektrodenspannung zu einer kleineren axialen Frequenz führt, wird die Spannung so lange verringert bis die axiale Frequenz ihr Minimum erreicht hat (siehe Abbildung 6.5). Da sich, abhängig von der Größe der Offsetspannung, die axiale Frequenz um mehrere hundert Hz ändern kann, muss die Frequenzänderung durch Anpassung der Potentialtiefe kompensiert werden, so dass sich das Ionensignal weiterhin in Resonanz mit dem Nachweisschwingkreis befindet. Nachdem das Minimum gefunden wurde, wird für diese Konfiguration das ideale Tuning-Ratio bestimmt. Hierdurch ändert sich aber die Fallensymmetrie wieder, so dass anschließend die Falle erneut kompensiert werden muss. Dies wird iterativ so lange fortgeführt bis die Symmetrie des Fallenpotentials den Anforderungen genügt. Wird die Asymmetrie des Fallenpotentials durch eine Offsetspannung an einer der Endkappen verursacht, so kann die Asymmetrie auf eine vergleichbare Weise kompensiert werden. Die Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Spannung an den Endkappen ist jedoch geringer als bei den Korrektorelektroden.

Fallensymmetrie in der Präzisionsfalle

Nach Kompensation der Asymmetrie des Fallenpotentials in der Präzisionsfalle ist in Abbildung 6.5 die Änderung der axialen Frequenz in Abhängigkeit von der Spannungsänderung an beiden Korrektorelektroden dargestellt. Durch eine Ausgleichsspannung von ca. 210 mV an der unteren Korrektorelektrode und einer Ausgleichsspannung von ca. -110 mV an der oberen Endkappe konnte die Asymmetrie der Falle aufgehoben werden. In diesem Fall verursachen Spannungsänderungen an beiden Korrektorelektroden die gleichen axialen Frequenzänderungen, so dass die beiden Parabeln der quadratischen Fitfunktion deckungsgleich und symmetrisch um den Nullpunkt angeordnet sind.

Wie in Abschnitt 5.3 beschrieben sollen während des Experiments an den Endkappen 0 V anliegen. Daher ist es nicht möglich die Fallenasymmetrie zu kompensieren, wenn deren Ursache in den Endkappen der Falle zu finden ist. In diesen Fällen muss sich die Kompensation der Fallenasymmetrie auf eine Änderung der Spannungen an den Korrektorelektroden beschränken. Wie in Abbildung 6.6 zu sehen ist, kann die Fallenasymmetrie dann nicht vollständig aufgehoben werden. Die Minima der Parabeln der quadratischen Fitfunktion sind zu größeren Spannungsänderungen verschoben. Aus der Verschiebung ergibt sich eine Offsetspannung von ca. -7 mV an beiden Korrektorelektroden. Wird an einer der Elektroden die Spannung um eine Ausgleichsspannung von +7 mV korrigiert, so erhöht sich der Spannungsoffset an der anderen Elektrode auf ca. -14 mV. Für das Experiment ist die Symmetrie jedoch ausreichend. Hier sei nochmals darauf hingewiesen, dass bei früheren Experimenten eine Fallenasymmetrie, die durch die Korrektorelektroden verursacht wurde, nicht ausgeglichen werden konnte, da für diese Elektroden nur eine gemeinsame Spannungsquelle zur Verfügung stand [Sta98, Her99, VG03].

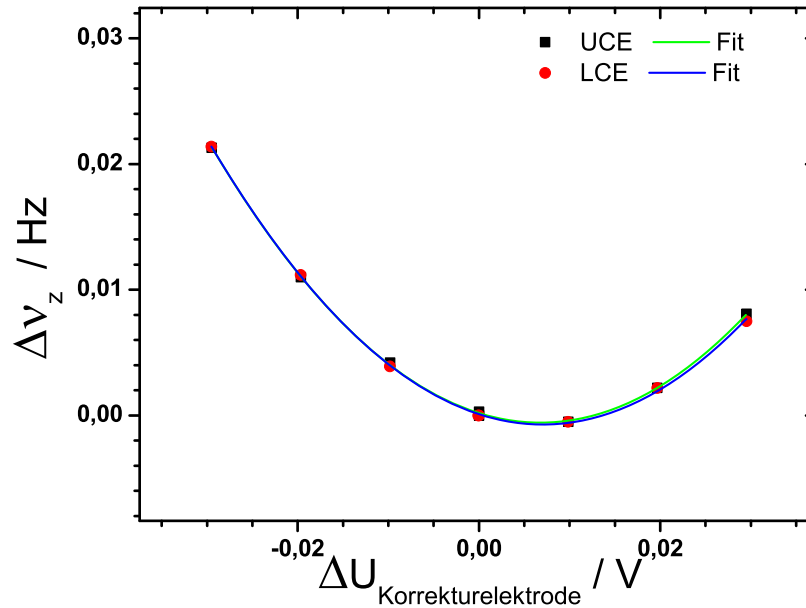


Abbildung 6.6.: Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Spannungsänderung an den Korrektorelektroden. Die Fallensymmetrie in der Präzisionsfalle wurde durch eine Ausgleichsspannung von ~ 200 mV an der unteren Korrektorelektrode erreicht. Da an den Endkappen im Experiment eine Spannung von 0 V anliegen soll, konnte die Symmetrie der Falle nicht mit Hilfe der Endkappen verbessert werden. Dies erklärt die Verschiebung des Frequenzminimums zu positiven Spannungen. Der Offset beträgt für die obere Korrektorelektrode $-6,8$ (3) mV und für die untere Korrektorelektrode $-7,0$ (4) mV.

Fallensymmetrie in der Analysefalle

Die bisher beschriebenen Ursachen für eine Asymmetrie der Fallen waren zylindersymmetrisch und können durch eine entsprechende Anpassung der Fallenspannung kompensiert werden. Ist die Zylindersymmetrie der Falle gebrochen, so kann auch durch eine Änderung der Elektrodenspannung keine Symmetrie der Falle erreicht werden. Dies ist der Fall, wenn an den beiden Hälften der geteilten Korrektorelektroden eine unterschiedliche Spannung anliegt. Auch punktuelle Unterschiede des Potentials der Elektrode bewirken eine Brechung der Zylindersymmetrie. In Abbildung 6.7 ist die Oberfläche einer Elektrode dargestellt. Die schwarzen Stellen sind Zerstörungen der vergoldeten Elektrodenoberfläche, bei denen die Silberschicht oder das Kupfer der Elektrode an der Oberfläche liegen. Da sich die Austrittsarbeit dieser Metalle von Gold unterscheiden, entstehen Patchpotentiale (patch engl. für Fleck), die das Fallenpotential ändern und die Zylindersymmetrie der Falle brechen. Auch können Silber und Kupfer an Luft oxidieren oder Sulfate bilden, so dass eine elektrisch nicht leitfähige Oberfläche entsteht, die sich durch Ionen oder Elektronen aufladen kann, was ebenfalls zu Patchpotentialen führt.

In Abbildung 6.4 ist die Asymmetrie der Analysefalle vor der Kompensation dargestellt. Durch Anpassung einer quadratischen Funktion an die Datenpunkte wurden für die obere und untere Korrektorelektrode der jeweilige Spannungsoffset vor der Kompensation berechnet. Diese weichen um ca. 400 mV voneinander ab. Mit einer Ausgleichsspannung von ca. 150 mV an der unteren Korrektorelektrode und einer Ausgleichsspannung von ca. $-2,13$ V an der unteren Endkappe wurde die Fallensymmetrie teilweise wiederhergestellt. Wie in Abbildung 6.8 zu sehen, ist die Offsetspannung an der unteren Korrektorelektrode ausgeglichen. Dagegen hat die obere Korrektorelektrode noch eine Offsetspannung von ca. 80 mV. Auch

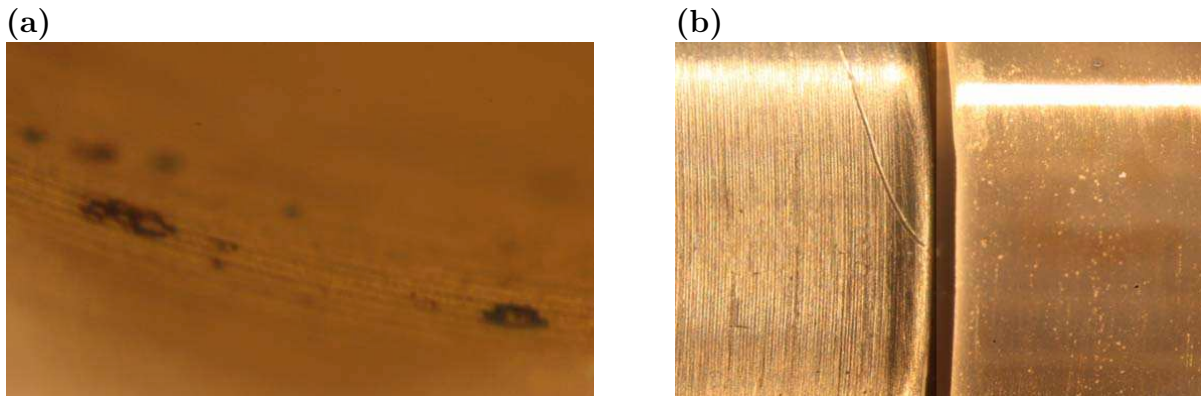


Abbildung 6.7.: Detailaufnahme der Oberflächen der Fallenelektroden: (a) Die schwarzen Flecken auf der Goldoberfläche sind oxidiertes Kupfer. An diesen Stellen ist das Gold und Silber in das Kupfer der Elektrode diffundiert. (b) Links ist eine unpolierte Elektrode gezeigt, bei der deutlich die Spuren des Herstellungsprozesses zu sehen sind. Rechts ist eine Elektrode gezeigt, die vor dem Vergolden poliert wurde.

mit höheren Ausgleichspannungen an den Endkappen ließ sich keine bessere Fallensymmetrie erreichen. Dies deutet darauf hin, dass die Zylindersymmetrie der Falle gebrochen ist. Da Änderungen an den elektronischen Komponenten keine Verbesserung hinsichtlich der Offsetspannungen bewirken konnten, wurde die Analysefalle neu gefertigt. Die Innenflächen der Elektroden wurden dabei poliert, um eine geringere Oberflächenrauigkeit zu erreichen und dadurch eine Abschirmung des, für das Vergolden, notwendigen elektrischen Feldes zu verhindern. Auf diese Weise soll sichergestellt sein, dass die Gold- und Silberschicht über die gesamte Innenfläche der Elektrode eine gleichmäßige Schichtdicke haben und einzelne Stellen, in denen das Gold fehlt, vermieden werden (siehe Abbildung 6.7). Zusätzlich konnte durch die Verwendung von Kobaltgold eine Schichtdicke von $5\ \mu\text{m}$ erreicht werden. Die bisherige maximale Schichtdicke betrug bei der Verwendung von Reingold $1\ \mu\text{m}$. Die dickere Goldschicht soll verhindern, dass die gesamte Goldschicht durch die Silbersperrschicht diffundieren kann. In Abbildung 6.9 ist die Fallensymmetrie dieser neu gefertigten Analysefalle zu sehen. Ohne Anlegen einer Ausgleichspannung wird hier eine deutlich bessere Fallensymmetrie als zuvor erreicht. Wie auch bei der Präzisionsfalle werden in der Analysefalle die Endkappen nicht zur Kompensation der Asymmetrie verwendet.

6.2. Messungen mit verschiedenen Ionenspezies

Der experimentelle Aufbau wurde mit unterschiedlichen Ionenspezies getestet. Über die Eigenfrequenzen konnten die freien Zyklotronfrequenzen für diese Ionen mit Hilfe des Invarianztheorems bestimmt werden. Um der jeweiligen freien Zyklotronfrequenz aus Gleichung (3.7) eine Ionenspezies zuordnen zu können, muss die Magnetfeldstärke bekannt sein. Je genauer die Magnetfeldstärke und die freie Zyklotronfrequenz einer Ionensorte bekannt sind, desto kleiner dürfen Unterschiede im Ladungs-Masse-Verhältnisse zweier Ionensorten sein, damit sie eindeutig einer Spezies zugeordnet werden können. Als Referenz zur Bestimmung der Magnetfeldstärke wurde $^{28}\text{Si}^{13+}$, dessen Masse bekannt ist [RMM08], verwendet. Da die Messungen mit dem unbekanntem Ion und $^{28}\text{Si}^{13+}$ nicht zeitgleich durchgeführt werden können und sich das Magnetfeld mit der Zeit ändert, sinkt die Genauigkeit, mit der das Magnetfeld auf den Zeitpunkt der Messung des unbekanntem Ions interpoliert werden

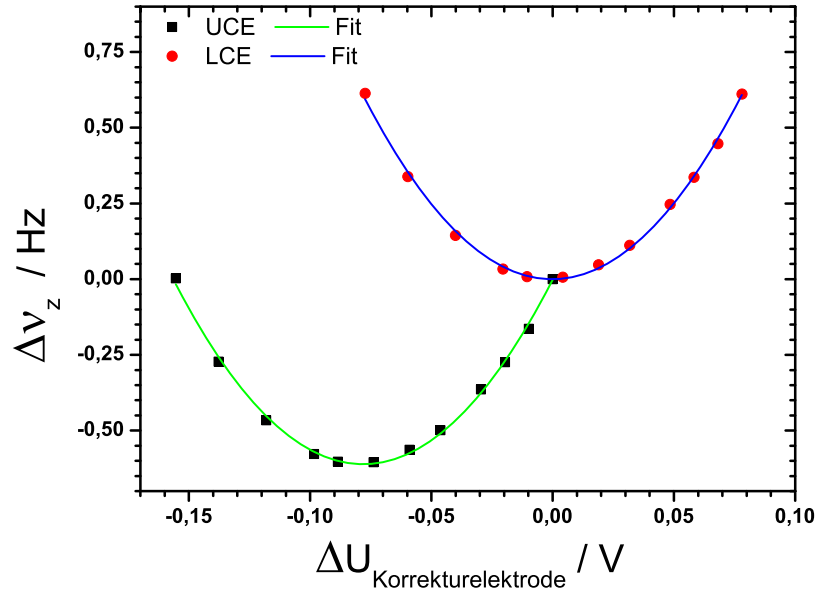


Abbildung 6.8.: Symmetrie des Speicherpotentials der Analysefalle. Durch Anlegen einer Ausgleichsspannung von ca. 150 mV an der unteren Korrektorelektrode und einer Ausgleichsspannung von ca. 2,13 V an der unteren Endkappe konnte die Asymmetrie in der Analysefalle teilweise kompensiert werden. Der Offset an der unteren Korrektorelektrode beträgt nur 0,1 (5) mV aber noch -78 (3) mV an der oberen Korrektorelektrode.

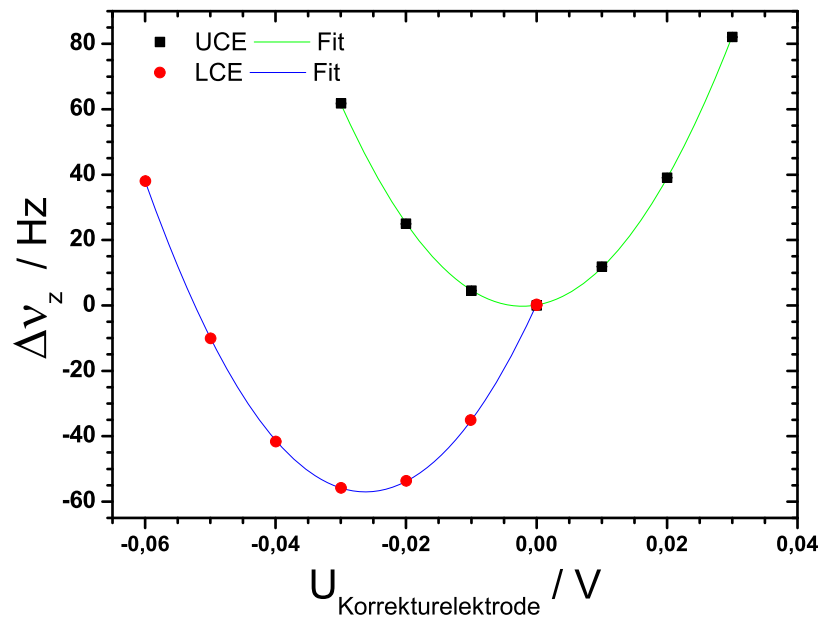


Abbildung 6.9.: Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Spannungsänderung an den Korrektorelektroden in der Analysefalle mit neuen Elektroden. Ohne Ausgleichsspannungen an den Endkappen und den Korrektorelektroden wird ein Fallenpotential erreicht, das lediglich um ca. 25 mV von der idealen Symmetrie abweicht.

kann. Den experimentellen Ladungs-Masse-Verhältnissen wurde die Spezies zugeordnet, deren theoretisches Ladungs-Masse-Verhältnis weniger als 10^{-6} vom experimentellen Wert abweicht (siehe Tabelle 6.1).

In Tabelle 6.2 sind die gemessenen Eigenfrequenzen der jeweiligen Ionenspezies aufgeführt.

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

Tabelle 6.1.: Zuordnung der Spezies zu den Ladungs-Masse-Verhältnissen der gemessenen Ionen. Als Referenzion wurde $^{28}\text{Si}^{13+}$ verwendet [RMM08]. Die Spezies sind nach der relativen Abweichung von gemessenen und berechneten Ladungs-Masse-Verhältnissen sortiert. Bei Abweichung von größer als 10^{-4} ist nur eine Auswahl an möglichen Spezies aufgeführt, die Tabelle ist hier nicht vollständig, dies gilt insbesondere für $q/M = 0, 5$.

(q/M)	0,2713	0,3146	0,3334	0,3752	0,3933	0,429	0,5
$\Delta(q/M)/(q/M)$							
$< 10^{-6}$	$^{107}\text{Ag}^{29+}$	$^{35}\text{Cl}^{11+}$	$^{12}\text{C}^{4+}$	$^{16}\text{O}^{6+}$	$^{28}\text{Si}^{11+}$	$^{28}\text{Si}^{12+}$	$^{16}\text{O}^{8+}$
$< 10^{-4}$			$^{18}\text{O}^{6+}$				
$< 10^{-3}$	$^{48}\text{Ca}^{13+}$ $^{59}\text{Co}^{16+}$		$^{24}\text{Mg}^{8+}$ $^{36}\text{Ar}^{12+}$ $^{36}\text{S}^{12+}$	$^{24}\text{Mg}^{9+}$ $^{32}\text{S}^{12+}$ $^{40}\text{Ca}^{15+}$ $^{48}\text{Ca}^{18+}$ $^{48}\text{Ti}^{18+}$ $^{45}\text{Fe}^{21+}$	$^{56}\text{Fe}^{22+}$	$^{42}\text{Ca}^{18+}$ $^{56}\text{Fe}^{24+}$	$^4\text{He}^{2+}$ $^{14}\text{N}^{7+}$ $^{28}\text{Si}^{14+}$ $^{32}\text{S}^{16+}$ $^{32}\text{S}^{16+}$ $^{36}\text{Ar}^{18+}$

Es handelt sich meist um hochgeladene Ionspezies von ^{28}Si und Ionen von Restgasatomen wie ^{16}O und ^{12}C . Der Ursprung des Silberions liegt wahrscheinlich in der Sperrschicht, mit der die Kupferelektroden vor dem Vergolden beschichtet wurden.

Wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben, kann die Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz mittels des Invarianztheorems dazu genutzt werden, eine Obergrenze für den Verkippungswinkel der Penningfalle gegen die Magnetfeldachse zu bestimmen. Unter Verwendung von Gleichung (3.34) wurde für die in Tabelle 6.2 aufgeführte Frequenzen, für die $\nu_c - \nu_+ - \nu_- \geq 0$ gilt, der maximal mögliche Verkippungswinkel bestimmt. Dieser liegt zwischen $0,180$ (88°) und $0,560$ (66°), wobei sich für $^{16}\text{O}^{6+}$ ein unrealistischer Winkel von ca. 11° ergibt. Da nicht zwischen einem Verkippungswinkel und dem Asymmetrieparameter ϵ unterschieden werden kann, sind die angegebenen Werte nicht als reale Winkel zu verstehen. Dies würden nur für $\epsilon = 0$ gelten. Für die Ionen, für die $\nu_c - \nu_+ - \nu_- \leq 0$ gilt, kann für $\theta = 0$ unter Ausnutzung von Gleichung (3.35) der maximal mögliche Asymmetrieparameter bestimmt werden. Es ergeben sich Werte zwischen $6,0$ ($4,2$) $\cdot 10^{-3}$ und $18,9$ ($1,1$) $\cdot 10^{-3}$.

6.3. Energieabhängigkeit der Ionenfrequenzen

Magnetische und elektrische Fallenfehler führen wie in Abschnitt 3.3.4 beschrieben zu einer energieabhängigen Verschiebung der Eigenfrequenzen des Ions. Da sich die Eigenfrequenzen jedoch um mehrere Größenordnungen unterscheiden, ist auch die Energieabhängigkeit der Eigenfrequenzen sehr unterschiedlich. So dominiert die Abhängigkeit von der Zyklotronfrequenz bei magnetischen Fallenfehlern, jedoch nicht bei Anharmonizitäten des Speicherpotentials. Im Folgenden soll der Einfluss der Energie der verschiedenen Eigenmoden auf die Frequenzverschiebung untersucht werden.

Tabelle 6.2.: Frequenzen der verschiedenen Ionenspezies, bzw. der gemessenen Ladungs-Masse-Verhältnisse. Diese sind auf 10^{-4} genau angegeben. Die Magnetronfrequenz und die reduzierte Zyklotronfrequenz wurden hierbei durch Kopplung der Seitenbänder bestimmt. Die Messungen wurden in einem Zeitraum von 1,5 Jahren durchgeführt. Die axiale Frequenz der Ionen wurde an die Frequenz des axialen Nachweisverstärkers, dessen Frequenz durch bauliche Änderungen variiert, angepasst. Ionenspezies, die mehrmals in der Präzisionsfalle untersucht wurden, sind nur einmal aufgeführt. Die statistischen Fehler liegen bei der axialen Frequenz zwischen 55 und 151 mHz, bei der Magnetronfrequenz zwischen 95 und 196 mHz und bei der reduzierten Zyklotronfrequenz zwischen 131 und 250 mHz. Für die freie Zyklotronfrequenz ist der statistische Fehler in der Tabelle angegeben, wobei dieser nach Gleichung (A.15) berechnet wurde.

q/M	Spezies	ν_z / Hz	ν_- / Hz	ν_+ / Hz	ν_{cyc} / Hz,
0,2713	$^{107}\text{Ag}^{29+}$	668 362,414	14 255,262	15 668 466,934	15 682 721,944 (143)
0,3146	$^{35}\text{Cl}^{11+}$	668 341,112	12 291,184	18 173 976,010	18 186 265,008 (159)
0,3334	$^{12}\text{C}^{4+}$	667 638,329	11 569,225	19 259 938,483	19 271 510,194 (209)
0,3752	$^{16}\text{O}^{6+}$	667 662,268	9 512,358	21 677 550,370	21 687 831,921 (250)
0,3933	$^{28}\text{Si}^{11+}$	668 386,433	9 830,678	22 722 479,820	22 732 310,182 (147)
0,4290	$^{28}\text{Si}^{12+}$	668 236,834	9 006,491	24 790 367,797	24 799 374,127 (210)
0,4648	$^{28}\text{Si}^{13+}$	701 613,504	9 164,165	26 857 361,659	26 866 526,027 (132)
0,5000	$^{16}\text{O}^{8+}$	668 727,674	7 734,430	28 911 338,384	28 919 072,317 (204)

6.3.1. Abhängigkeit der axialen Frequenz von der axialen Energie und der Magnetronenergie

Durch Bestimmung des idealen Tuning-Ratios (siehe Abschnitt 6.1.1) lässt sich der C_4 -Koeffizient kompensieren, so dass ein ideales Quadrupolpotential erreicht wird und die axiale Frequenz energieunabhängig ist. Dies gilt jedoch nur, wenn höhere und ungeradzahlige C_j -Koeffizienten vernachlässigbar klein sind. Trifft dies nicht zu, so führen Anharmonizitäten des Quadrupolpotentials zu einer Abhängigkeit sowohl der axialen Frequenz als auch der Magnetronfrequenz von den Energien jener beiden Eigenmoden.

In Abbildung 6.10 ist die Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Magnetronenergie für $C_4 \neq 0$ dargestellt. Wie erwartet hängt die axiale Frequenzverschiebung vom jeweiligen Tuning-Ratio ab. Ist $C_4 = 0$ und sind weitere C_j -Koeffizienten vernachlässigbar, so verschwindet die Frequenzabhängigkeit von der Magnetronenergie. Wegen ihrer negativen Potentialenergie weitet sich die Magnetronmode aufgrund von äußeren Störungen auf und muss daher regelmäßig gekühlt werden (siehe Abschnitt 3.3.7), so dass die Magnetronenergie des Ions nicht weiter von Bedeutung ist. Dies gilt jedoch nicht für die axiale Energie.

6.3.2. Abhängigkeit der Ionenfrequenzen von der Zyklotronenergie

Anders als die elektrischen Fallenfehler können die magnetischen Fallenfehler nicht kompensiert werden. Ihr Einfluss auf die Eigenfrequenzen soll in Abhängigkeit der Zyklotronenergie untersucht werden. Die Zyklotronmode wird hierzu mit unterschiedlichen Energien angeregt und die Zyklotronfrequenz durch den Zyklotronnachweisschwingkreis detektiert. Die

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

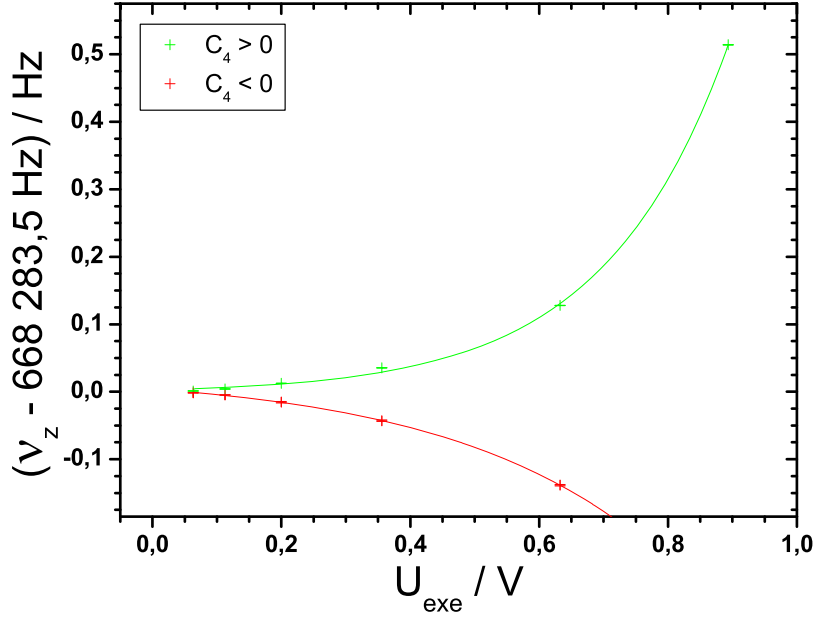


Abbildung 6.10.: Abhängigkeit der axialen Frequenz von der Magnetronenergie für $C_4 > 0$ grün, und $C_4 < 0$ in rot dargestellt. Die Magnetronenergie ist in Einheiten der Anregungsspannung angegeben.

Zyklotronenergien sind hierbei zufällig gewählt, um den Einfluss einer linearen Magnetfeld-drift, die in Abschnitt 6.4.3 beschrieben wird, auf die Frequenzmessungen zu minimieren. Da die Zyklotronmode durch das Widerstandskühlen des Nachweisschwingkreises sofort wieder gekühlt wird und sich damit auch die Eigenfrequenzen verschieben (siehe Abbildung 5.19), wird die Frequenz des Zyklotronnachweisschwingkreises bei der Bestimmung der axialen und der Magnetronfrequenz durch eine Kapazitätsdiode verschoben. Die Zyklotronmode ist somit nicht mehr in Resonanz mit dem Nachweisschwingkreis, und sowohl die Kühlzeitkonstante als auch das Signal-Rausch-Verhältnis der axialen Ionendips erhöhen sich. Bei der Messung der Zyklotronfrequenz muss sich das Ion in Resonanz mit dem Nachweisschwingkreis befinden. Um hier eine Verbreiterung des Ionenpeaks (siehe Abbildung 5.25) zu vermeiden, muss die Messzeit möglichst kurz sein. Mit Hilfe von Gleichung (A.2) kann die Zyklotronenergie in Abhängigkeit der axialen Frequenzverschiebung ausgedrückt werden. Für die reduzierte Zyklotronfrequenz wird nach Gleichung (3.38) eine energieabhängige Verschiebung von

$$\Delta\nu_+ = \frac{\nu_{z,0}\Delta\nu_z}{\nu_+} = 26,124 \cdot 10^{-3} \Delta\nu_z \quad (6.1)$$

$$\frac{\Delta\nu_+}{\nu_+} = \frac{\nu_{z,0}\Delta\nu_z}{\nu_+^2} = 9,727 \cdot 10^{-10} \Delta\nu_z / \text{Hz} \quad (6.2)$$

erwartet, wobei die Fehler vernachlässigbar sind. Der Vergleich mit Abbildung 6.11, in der die Verschiebung der reduzierten Zyklotronfrequenz in Abhängigkeit der Zyklotronenergie dargestellt ist, zeigt, dass der experimentelle Wert für die Frequenzverschiebung um mehr als 50% vom theoretischen Wert abweicht. Um diesen Unterschied zu erklären, wird zunächst die Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie untersucht. Diese ist in Abbildung 6.12 gezeigt. Da die freie Zyklotronfrequenz über das Invarianztheorem bestimmt wurde, ist sie nach Gleichung (A.8) und (A.9) unabhängig von magnetischen Fallenfehlern. Von relativistischen Effekten abgesehen, sollte sie daher unabhängig von der Zyklotronenergie sein. Für die Verschiebung der freien Zyklotronfrequenz aufgrund

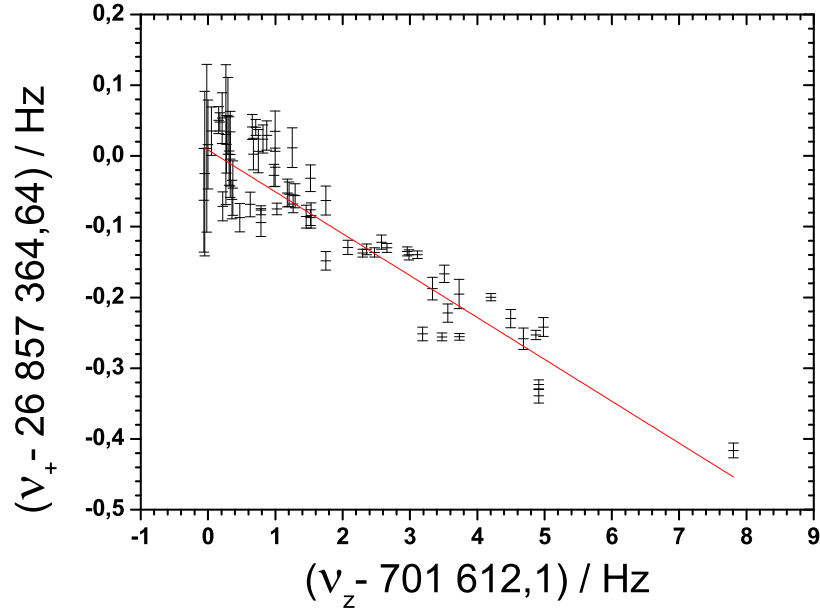


Abbildung 6.11.: Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie. Diese ist gemäß Gleichung (A.2) in Einheiten der axialen Frequenzverschiebung angegeben. Durch einen linearen Fit an die Datenpunkte kann eine absolute Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie von $-59,2 (3,3) \text{ mHz}/\Delta\nu_z$ bestimmt werden. Die relative Abhängigkeit beträgt $2,20 (12) \cdot 10^{-9} / \Delta\nu_z$. Die angegebenen Messfehler setzen sich aus den statistischen Unsicherheiten inklusive der axialen Fehler und den Fluktuationen der Spannungsquelle zusammen.

von relativistischen Effekten ergibt sich eine Abhängigkeit von der Zyklotronenergie von $-33,0 (3,4) \text{ mHz}/\Delta\nu_z$ (siehe Abbildung 6.12). Wird die experimentell bestimmte Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz um relativistische Effekte korrigiert, so ergibt sich eine Abhängigkeit von $\Delta\nu_+ = 26,2 (4,8) \text{ mHz/Hz}$ bzw. $\Delta\nu_+/\nu_+ = 9,8 (1,8) \cdot 10^{-10} / \text{Hz}$. Dies stimmt innerhalb der Fehler mit den theoretisch berechneten Werten in Gleichung (6.1) und (6.2) überein.

Aus der Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie kann der B_2 -Term in der Präzisionsfalle bestimmt werden. Nach Gleichung (3.40) gilt für die relativistische Verschiebung der reduzierten Zyklotronfrequenz in Abhängigkeit der axialen Frequenzverschiebung (siehe Gl. A.2)

$$\Delta\nu_+ = -\frac{1}{mc^2} E_+ = -\frac{1}{mc^2} 4\pi^2 m \nu_z \frac{B_0}{B_2} \nu_+ \Delta\nu_z . \quad (6.3)$$

Daraus folgt

$$B_2 = \frac{4\pi^2}{c^2} \frac{B_0}{\Delta\nu_+} \nu_z \nu_+ \Delta\nu_z . \quad (6.4)$$

Aus der Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie ergibt sich ein B_2 von $1,19 (22) \mu\text{T}/\text{mm}^2$. Das B_2 in der Präzisionsfalle wird in Abschnitt 6.3.3 detailliert diskutiert.

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

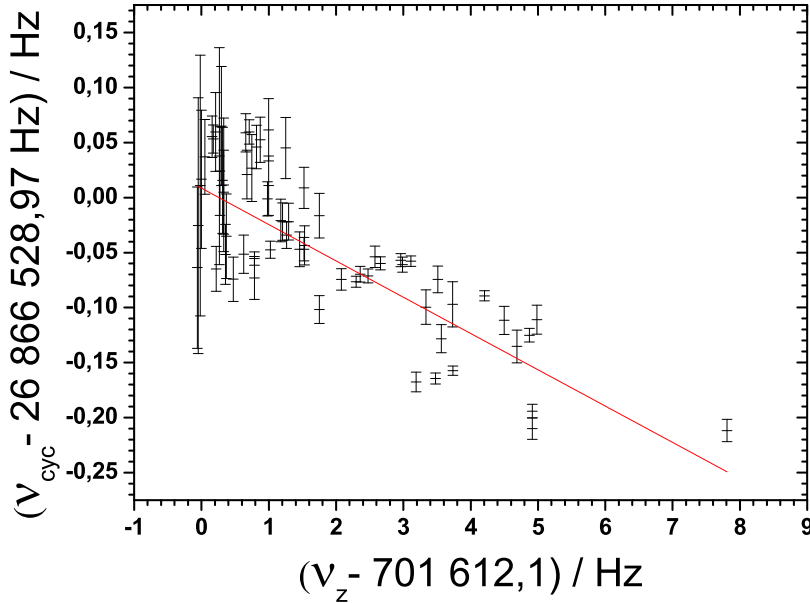


Abbildung 6.12.: Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie in Einheiten der axialen Frequenzverschiebung. Aus der linearen Anpassung an die Datenpunkte ergibt sich eine absolute Abhängigkeit der reduzierten Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie von $-33,0(3,4)$ mHz/ $\Delta\nu_z$ und eine relative Abhängigkeit von $1,23(13) \cdot 10^{-9} / \Delta\nu_z$.

Für die Abhängigkeit der Magnetronfrequenz von der Zyklotronenergie gilt

$$\Delta\nu_- = 2 \frac{\nu_- \Delta\nu_z}{\nu_{z,0}} = 26,124 \cdot 10^{-3} \Delta\nu_z \quad (6.5)$$

$$\frac{\Delta\nu_-}{\nu_-} = 2 \frac{\nu_- \Delta\nu_z}{\nu_{z,0} \nu_-} = 2,851 \cdot 10^{-6} \Delta\nu_z / \text{Hz} . \quad (6.6)$$

Auch hier sind die Fehler zu vernachlässigbar. Durch Kopplung des unteren Seitenbandes wurde die Magnetronfrequenz für verschiedene Zyklotronenergien bestimmt (siehe Abbildung 6.13). Aus der Steigung der Datenpunkte ergibt sich eine Abhängigkeit von $\Delta\nu_- = 24,3(8,2)$ mHz/Hz beziehungsweise $\Delta\nu_- / \nu_- = 2,66(0,89) \cdot 10^{-6} / \text{Hz}$. Innerhalb der Fehler stimmen die experimentellen Ergebnisse mit den theoretischen Werten (siehe Gleichung (6.5) und (6.6)) überein.

6.3.3. B_1 und B_2 -Term in der Präzisionsfalle

Der Nickelring in der Analysefalle ändert nicht nur lokal das Magnetfeld, sondern auch am Ort der Präzisionsfalle. Dies führt zu einer von der Energie der Zyklotronbewegung abhängigen Frequenzverschiebung der Zyklotronmode. Einhergehend damit verschiebt sich auch die axiale Frequenz. Bei früheren Experimenten betrug der experimentell bestimmte B_2 -Term in der Präzisionsfalle $8,0(8) \mu\text{T}/\text{mm}^2$ [Häf00], der theoretische B_2 -Term betrug $4,4(3) \mu\text{T}/\text{mm}^2$ und der theoretische B_1 -Term $66,3(4,7) \mu\text{T}/\text{mm}$ [VG03]. Um für die Experimente mit Silizium und Calcium den Einfluss des Nickelringes auf die Präzisionsfalle zu verringern, wurde der Abstand zwischen den Fallen vergrößert. Mit einer Sättigungsmagnetisierung von Nickel² von $\mu_0 M = 0,644$ A/m ergibt sich für dieses Experiment an der

²Das Magnetfeld wurde wie in [VG03] beschrieben für die Maße des verwendeten Nickelringes berechnet.

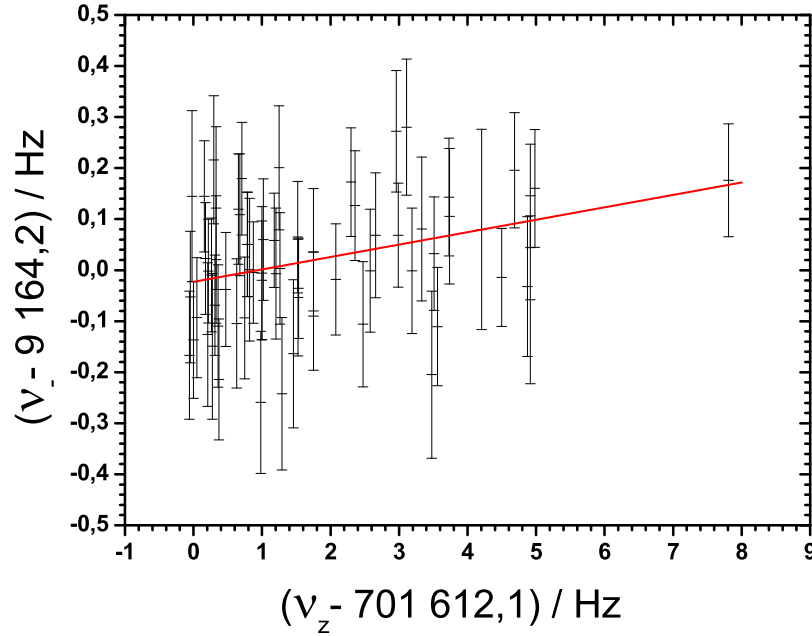


Abbildung 6.13.: Abhängigkeit der Magnetronfrequenz von der Zyklotronenergie. Die Zyklotronenergie ist in Einheiten der axialen Frequenzverschiebung angegeben. Aus der Steigung einer an die Datenpunkte angepassten Gerade ergibt sich eine absolute Frequenzänderung von $24,3(8,2)$ mHz/Hz und eine relative Frequenzänderung von $2,66(0,89) \cdot 10^{-6} / \Delta\nu_z$.

Position der Präzisionsfalle ein theoretischer Wert für B_2 von $0,55 \mu\text{T}/\text{mm}^2$. Außer dem B_2 -Term verursacht der Nickelring in der Präzisionsfalle einen B_1 -Term von $12,5 \mu\text{T}/\text{mm}$. Zur Bestimmung des B_2 in der Präzisionsfalle wird das Magnetfeld in Abhängigkeit von der axialen Position des Ions gemessen. Dazu muss das Fallenpotential entlang der z -Achse verschoben werden. Dies geschieht durch eine geeignete Offsetspannung an den Endkappen der Falle. Die axiale Position des Ions in der Falle kann aus der Gleichung (3.21) für das Fallenpotential aus den Elektroden Spannungen berechnet werden. Für verschiedene axiale Positionen in der Falle wird anschließend die freie Zyklotronfrequenz bestimmt. Hierzu wird die Magnetron- und die reduzierte Zyklotronfrequenz durch Kopplung der entsprechenden Seitenbänder gemessen. Bei bekannter Masse und Ladung des Ions wird aus der freien Zyklotronfrequenz das Magnetfeld berechnet. Die zu erwartenden Variationen des Magnetfeldes aufgrund des B_2 -Terms sind jedoch sehr klein und betragen auch bei einer axialen Verschiebung des Ions von $0,5 \text{ mm}$ – das Ion befindet sich dabei schon ober- bzw. unterhalb der Ringelektrode – nur ca. 150 nT . Damit die kleinen Änderungen nicht durch Schwankungen des Magnetfeldes aufgrund von thermischen Fluktuationen verdeckt werden, wurde für jede axiale Position das Magnetfeld mehrmals gemessen. Um den Einfluss durch Magnetfeldänderungen zu reduzieren, wurden die Messungen für eine Position nicht hintereinander durchgeführt. Stattdessen wurde das Magnetfeld für verschiedene Positionen nacheinander bestimmt. Dieser Vorgang wurde mehrmals wiederholt. In Abbildung 6.14 ist die Magnetfeldstärke gegen die axiale Verschiebung aufgetragen. Durch einen Fit mit einem Polynom 2. Ordnung wurde der B_1 -Term zu $12,53(79) \mu\text{T}/\text{mm}$ und der B_2 -Term zu $0,0(1,4) \mu\text{T}/\text{mm}^2$ bestimmt. Der Fehler bei der Bestimmung der axialen Position aufgrund der Fluktuation der Elektroden Spannungen beträgt dabei $3 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$ und sind daher vernachlässigbar, das gleiche gilt auch für einen festen Spannungsoffset, da dieser nur zu einer Verschiebung entlang der z -Achse führt, nicht jedoch zu einer Änderung der B_1 - und B_2 -Terme. Der B_1 -Term

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

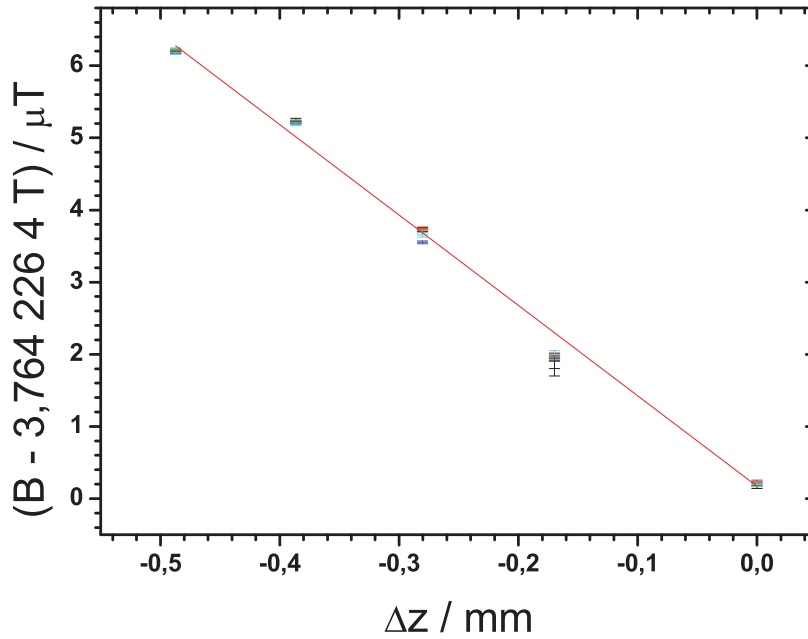


Abbildung 6.14.: Abhängigkeit der Magnetfeldstärke von der axialen Position eines Ions in der Präzisionsfalle. Der Fehler bei der Bestimmung der axialen Position in der Falle aufgrund von Schwankungen der Elektrodenspannungen beträgt $3 \cdot 10^{-6}$ mm und ist damit vernachlässigbar. Abhängig von ihrer Größe können Offsetspannungen dagegen zu einer signifikanten Verschiebung entlang der axialen Position führen. So lange die Offsetspannung jedoch spannungsunabhängig sind, führen sie für alle Messpunkte zu einer konstanten Verschiebung entlang der z -Achse und haben damit keinen Einfluss auf die Größe des B_1 - und B_2 -Terms. Dies gilt jedoch nur für die recht kleinen Offsetspannungen wie sie in der Präzisionsfalle bestimmt wurden. Für Patchpotentiale gilt dies nicht mehr. Aus dem Anpassen der Datenpunkte mit einem Polynom 2. Ordnung ergibt sich eine lineare Abhängigkeit von $-12,53(79) \mu\text{T}/\text{mm}$ und eine quadratische Abhängigkeit von $0,0(1,4) \mu\text{T}/\text{mm}^2$. Bei der Anpassung wurde berücksichtigt, dass an der Position der Präzisionsfalle der vom Nickelring verursachte B_2 -Term nicht negativ sein kann. Wird dies nicht berücksichtigt ergeben sich eine lineare Abhängigkeit von $-13,38(77) \mu\text{T}/\text{mm}$ und eine quadratische Abhängigkeit von $-1,6(1,4) \mu\text{T}/\text{mm}^2$.

stimmt innerhalb der Fehler mit dem theoretischen Wert überein. Die gemessene Unsicherheit des B_2 -Term ist jedoch größer als der Messwert selbst. Innerhalb der Fehler stimmt dies mit dem B_2 -Term überein der über die energieabhängigen Verschiebung der reduzierten Zyklotronfrequenz bestimmt wurde (siehe Abschnitt 6.3.2). Neben dem B_2 -Terme verursacht der Nickelring auch einen B_4 -Terme in der Präzisionsfalle, dessen Einfluss jedoch nicht in dieser Arbeit jedoch nicht diskutiert werden soll. Zusätzlich zum Nickelring können auch andere magnetische Komponenten das Magnetfeld der Präzisionsfalle beeinflussen, so dass das gemessene B_2 eine Summe der verschiedenen Einflüsse ist. Der Vergleich mit dem B_2 -Term der früheren Experimente zeigt jedoch, dass durch den größeren Abstand zwischen den beiden Messfallen der B_2 -Term in der Präzisionsfalle signifikant verkleinert werden konnte.

6.4. Stabilität der Ionenfrequenzen

Fluktuationen des Magnetfelds, der Fallenspannungen und der Ionenenergie sowie Wechselwirkungen des Ions mit Fremdteilchen und radiofrequenten Störsignalen führen zu Änderungen der Eigenfrequenzen des Ions. Dadurch verbreitern sich die Ionensignale und das Signal-Rausch-Verhältnis verringert sich. Die Fluktuationen der Eigenfrequenzen beschränken damit die Genauigkeit, mit der die jeweilige Frequenz und letztlich die freie Zyklotronfrequenz bestimmt werden kann. Darüber hinaus hängt die Sichtbarkeit der axialen Frequenzänderung bei einem Spinflip in der Analysefalle von den Fluktuationen der axialen Frequenz ab. Im Folgenden soll die Stabilität der verschiedenen Eigenfrequenzen diskutiert werden.

6.4.1. Stabilität der axialen Frequenz in der Präzisionsfalle

Fluktuationen der axialen Frequenz beeinflussen nicht nur deren Messgenauigkeit, sondern auch die der Magnetron- und der Zyklotronfrequenz, wenn diese beide Eigenfrequenzen durch Kopplung an die axiale Frequenz bestimmt werden. Wird die freie Zyklotronfrequenz nach Gleichung (3.20) bestimmt, so gilt nach Abschnitt A.3 für deren Abhängigkeit von den Messunsicherheiten der Eigenfrequenzen $\delta\nu_z$, $\delta\nu_+$ und $\delta\nu_-$:

$$\frac{\partial\nu_c}{\partial\nu_z}\delta\nu_z = \frac{\nu_z\delta\nu_z}{\nu_c} \quad (6.7)$$

$$\frac{\partial\nu_c}{\partial\nu_-}\delta\nu_- = \frac{\nu_- \delta\nu_-}{\nu_c} \approx \frac{\sqrt{3}\nu_- \delta\nu_z}{\nu_c} \quad (6.8)$$

$$\frac{\partial\nu_c}{\partial\nu_+}\delta\nu_+ = \frac{\nu_+ \delta\nu_+}{\nu_c} \approx \frac{\sqrt{3}\nu_+ \delta\nu_z}{\nu_c} \approx \sqrt{3}\delta\nu_z. \quad (6.9)$$

Als Vereinfachung wird dabei angenommen, dass die Messgenauigkeit der beiden Doppeldips des gekoppelten Systems mit der Messgenauigkeit des axialen Dips des ungekoppelten Systems identisch ist. Die Unsicherheit der axialen Frequenz bei der Detektion der reduzierten Zyklotronfrequenz trägt demnach am stärksten zur Unsicherheit der freien Zyklotronfrequenz bei. Bei einer angestrebten Genauigkeit der freien Zyklotronfrequenz von $5 \cdot 10^{-10}$, muss die axiale Frequenz mit einer Genauigkeit von ca. 80 mHz gemessen werden. Für das hierzu erforderliche Signal-Rausch-Verhältnis muss das axiale Ionensignal entsprechend stabil sein. Da die drei Eigenfrequenzen nicht gleichzeitig gemessen werden können, ist es für eine hohe Genauigkeit bei der Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz unerlässlich, dass die axiale Frequenz während der Messungen der Eigenfrequenzen zeitlich stabil ist. In Abbildung 6.15 ist die Verteilung der axialen Frequenzänderung zwischen zwei aufeinander folgenden Messungen dargestellt. Die an die Datenpunkte angepasste Normalverteilung hat eine Halbwertsbreite von 172 (6) mHz. Diese sollte aufgrund der Stabilität der Spannungsquelle um einen Faktor zwei schmaler sein. Wegen der statistischen Unsicherheit beim Fitten des Dips mit dem gegebenen Signal-Rausch-Verhältnis werden jedoch größere Fluktuationen der axialen Frequenz bestimmt. Wird bei der Datennahme eine größere Mittelungsdauer verwendet, so verbessert sich das Signal-Rausch-Verhältnis und es sollte eine geringere Halbwertsbreite beobachtet werden.

6.4.2. Stabilität der Magnetronfrequenz in der Präzisionsfalle

Nach Gleichung (6.8) trägt die Messungenauigkeit bei der Bestimmung der Magnetronfrequenz am wenigsten zur Unsicherheit der freien Zyklotronfrequenz bei. Soll daher die

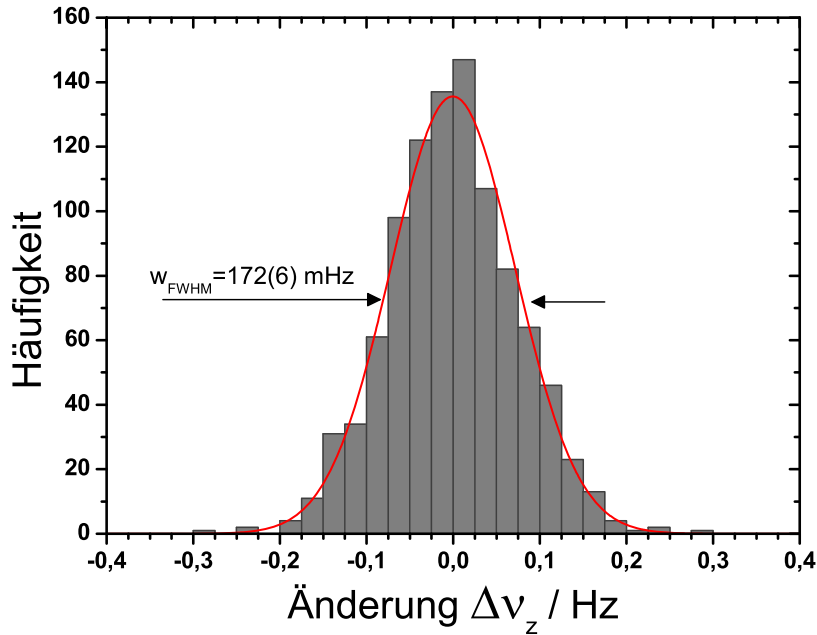


Abbildung 6.15.: Verteilung der Änderung der axialen Frequenz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frequenzmessungen in der Präzisionsfalle. Aus der Anpassung einer Normalverteilung (rot) an die Datenpunkte ergibt sich eine Varianz von 73 (3) mHz. Dies entspricht einer Halbwertsbreite von 172 (6) mHz.

Magnetronfrequenz des Ions wie in Abschnitt 5.5.5 beschrieben nicht bei jedem Messzyklus (siehe Abschnitt 4.4) bestimmt werden, so ist eine hinreichend hohe zeitliche Stabilität der Magnetronfrequenz notwendig. Eine relative Genauigkeit des g -Faktors von 10^{-10} erfordert beispielsweise eine relative Genauigkeit der Magnetronfrequenz von mindestens³ 1,1 Hz. In Abbildung 6.16 ist die Verteilung der Änderungen der Magnetronfrequenz dargestellt. Aus der an die Datenpunkte angepassten Gaußverteilung ergibt sich eine Halbwertsbreite von 302 (24) mHz. Diese wird durch Fluktuationen der axialen Frequenz verursacht, für deren Verteilung sich bei diesen Messungen eine Halbwertsbreite von 253 (21) mHz ergibt. Den Frequenzfluktuationen ist bedingt durch eine Drift der axialen Frequenz eine Drift der Magnetronfrequenz von 17,6 (2,5) mHz/h überlagert. Bei einer stündlichen Messung der Magnetronfrequenz ist diese Änderung klein gegenüber den Frequenzfluktuationen, so dass die Messgenauigkeit der Magnetronfrequenz durch die Frequenzfluktuationen dominiert wird. Ist eine höhere Messgenauigkeit der Magnetronfrequenz erforderlich, so kann dies entweder durch eine höhere Stabilität der axialen Frequenz erreicht werden oder die Magnetronfrequenz muss bei jedem Messzyklus jeweils mitbestimmt werden.

6.4.3. Stabilität der Zyklotronfrequenz in der Präzisionsfalle

Im Experiment werden Änderungen der Zyklotronfrequenz, die unterschiedliche Ursachen haben, beobachtet. Durch den Flux-Creep-Effekt [BLW69] nimmt die Magnetfeldstärke des supraleitenden Magneten und damit auch die Zyklotronfrequenz des Ions kontinuierlich mit der Zeit ab. Des Weiteren ändert sich die Zyklotronfrequenz durch das Widerstandskühlen ständig, wenn sich das Ion nicht im thermischen Gleichgewicht mit dem Zyklotronnach-

³Dies gilt unter der Voraussetzung, dass die Magnetronfrequenz die einzige Unsicherheit bei der Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz ist.

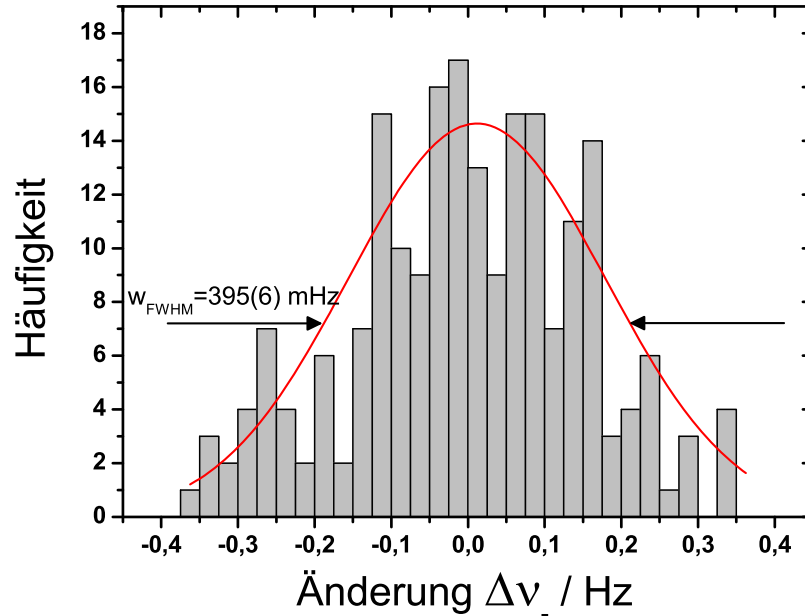


Abbildung 6.16.: Verteilung der Änderung der Magnetronfrequenz von einem $^{28}\text{Si}^{13+}$ Ion. Durch Anpassen einer Gaußverteilung an die Datenpunkte ergibt sich eine Halbwertsbreite von 302 (24) mHz.

weisschwingkreis befindet. Auch Temperatur- und Druckänderungen im Magneten und der Apparatur führen zu Änderung der Magnetfeldstärke in der Falle [MJAB⁺08]. Die größten Temperatur und Druckänderungen werden beim Auffüllen der Stickstoff- und Heliumreservoir von Apparatur und Magnet beobachtet, die zu Änderungen der Zyklotronfrequenz von über 2 Hz führen. Bei den beobachteten Relaxationszeiten von bis zu 2 h dauert es mehrere Stunden bis sich das System nach dem Befüllen wieder stabilisiert hat, so dass Messungen direkt im Anschluss an das Befüllen der Apparatur aufgrund der großen Frequenzänderungen nicht verwendet werden können. Hat sich das Experiment nach dem Befüllen wieder relaxiert, so werden trotz einer äußeren Temperaturstabilisierung des Magneten relative Änderungen der Magnetfeldstärke bzw. der Zyklotronfrequenz von bis zu einigen 10^{-9} /h beobachtet. Schließlich unterliegt die Zyklotronfrequenz zeitlichen Fluktuationen. In Abbildung 6.17 ist die Verteilung der Änderung von reduzierter und der freier Zyklotronfrequenz dargestellt. Auf einer Zeitskala von ca. 2 Minuten werden relative Änderungen der reduzierten und freien Zyklotronfrequenz von ca. 10^{-8} beobachtet. Dies ist vergleichbar mit den Änderungen die in [Häf00] beobachtet wurden. Da die Larmor- und die Zyklotronfrequenz gleichzeitig gemessen werden, führen die Fluktuationen der Zyklotronfrequenz nur zu einer Verbreiterung der g -Faktor Resonanz [Häf00].

6.4.4. Stabilität der axialen Frequenz in der Analysefalle

In der Analysefalle wird die Richtung des Elektronenspins durch Messung der axialen Frequenzänderung bestimmt. Da die Frequenzänderung für $^{28}\text{Si}^{13+}$ nur ca. 240 mHz beträgt (siehe Abschnitt 4.3.1), sollten Fluktuationen der axialen Frequenzen nicht größer sein. In der Analysefalle traten jedoch Sprünge in der axialen Frequenz von bis zu einigen Hz auf. Wie in Abbildung 6.18 dargestellt, führen diese Frequenzfluktuationen zu einer Verbreiterung des Ionendips von über 10 Hz. Zeitweise waren die Fluktuationen so groß, dass der Dip nicht mehr detektierbar war. Durch diese Fluktuationen ist nicht nur die Bestimmung der Spin-

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

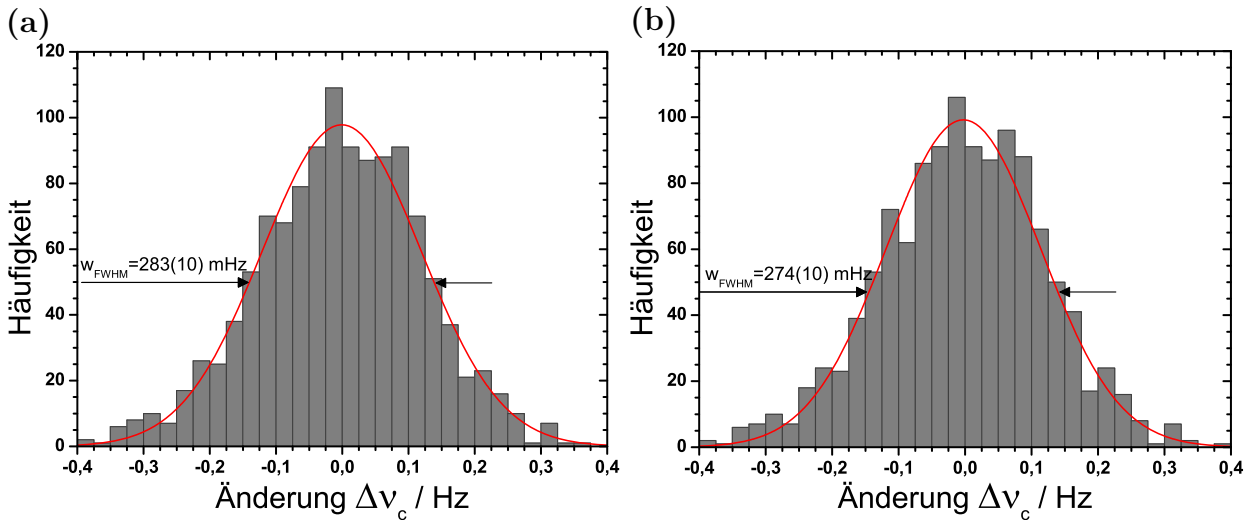


Abbildung 6.17.: Verteilung der Änderung der Zyklotronfrequenz in der Präzisionsfalle. Aus der Anpassung einer Gaußkurve an die Datenpunkte ergibt sich bei der Bestimmung der Frequenz über die Doppeldip-Methode für die reduzierte Zyklotronfrequenz a) eine Halbwertsbreite von 283(10) mHz und für die freie Zyklotronfrequenz b) eine Halbwertsbreite von 274(10) mHz.

richtung unmöglich, sondern sie erschweren auch die Kompensation der Analysefalle. Nach der Kompensation des C_4 -Terms können die axialen Dips leichter detektiert werden, da die durch den C_4 -Term verursachte Kopplung zwischen den Moden wegfällt. Zur Kompensation der Analysefalle wurden verschiedene Ionenspezies mit unterschiedlichem Ladungs-Masse-Verhältnis verwendet. Dabei wurde eine leichte Abhängigkeit der axialen Fluktuationen vom Ladungs-Masse-Verhältnis des gespeicherten Ions beobachtet. Bei Ladungs-Masse-Verhältnissen von unter 0,4 hat die Verteilung der axialen Frequenzänderung eine geringere Halbwertsbreite gegenüber Ladungs-Masse-Verhältnissen von über 0,4. In Abbildung 6.19 ist die Verteilung der axialen Frequenzänderung für verschiedene Ladungs-Masse-Verhältnisse dargestellt. Ursache für diese Abhängigkeit können zum einen die beobachteten Offsetspannungen sein (siehe Abschnitt 6.1.3). Damit sich Ionen mit einem niedrigen Ladungs-Masse-Verhältnis in Resonanz mit dem axialen Nachweisschwingkreis befinden, ist ein tieferes Fallenpotential notwendig, dort wirken sich spannungsunabhängige Offsetspannungen aber nicht so stark aus wie bei flacheren Fallenpotentialen. Zum anderen könnten auch radiofrequente Störsignale, die bei höheren Zyklotronfrequenzen oder höheren Magnetronfrequenzen auftreten, diese Eigenfrequenzen anregen. Wegen des größeren B_2 -Terms in der Analysefalle wirken sich dort Fluktuationen der Zyklotron- bzw. der Magnetronfrequenz viel stärker auf die Stabilität der axialen Frequenz aus als in der Präzisionsfalle. In den beiden Abbildungen 6.19 d) und f) ist die Verteilung der axialen Frequenzänderung für $^{28}\text{Si}^{13+}$ dargestellt. Zwischen beiden Messreihen lagen ca. 90 Minuten. In dieser Zeit verschlechterte sich die axiale Frequenzstabilität um einen Faktor 3, wobei nur die freie Zyklotronfrequenz in der Analysefalle zwischen den Messreihen bestimmt wurde, so dass sich die Stabilität entweder aufgrund von Energieänderungen der Eigenfrequenzen oder wegen statistischer Schwankungen verschlechterte. Nach Austausch der Fallenelektroden der Analysefalle und Änderungen in der elektronischen Schaltung wurde eine höhere Stabilität des axialen Ionensignals erreicht. Für die Verteilung der Änderung der axialen Frequenz ergibt sich nun $w_{\text{FWHM}} \approx 300$ mHz. Dies ist ausreichend, um die Änderungen der axialen Frequenz von

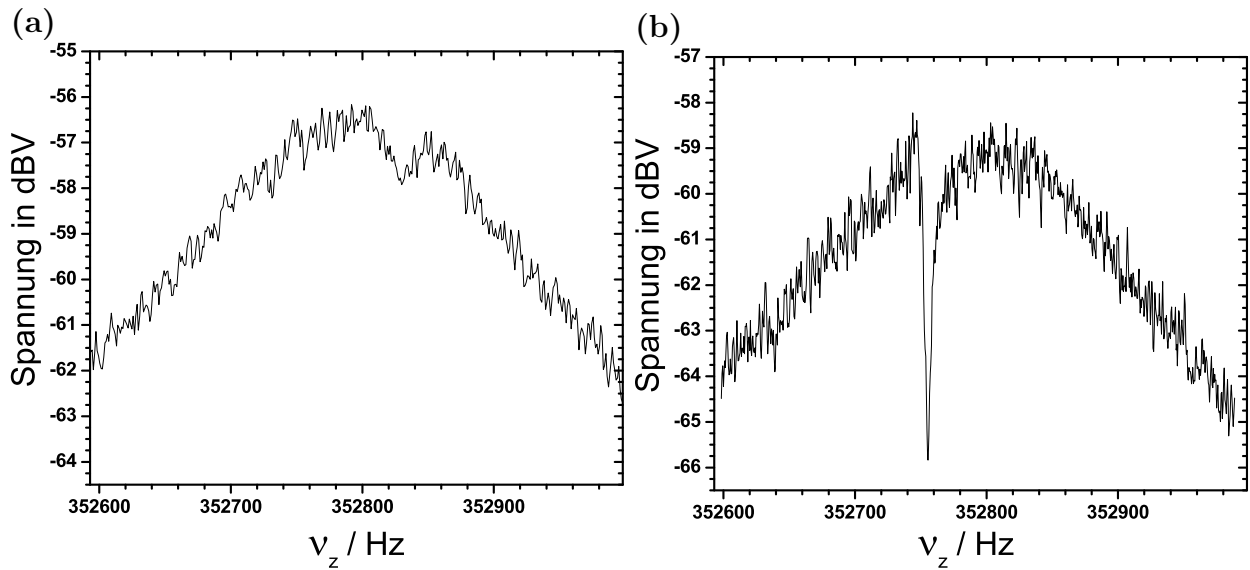


Abbildung 6.18.: Vergleich zweier Ionendips in der Analysefalle. a) Durch Fluktuationen der axialen Frequenz ist der Dip stark verbreitert und nur 1 dBV tief. b) Das gleiche Ion mit einer „stabilen“ axialen Frequenz. Dieser Dip ist deutlich schmäler und hat eine Tiefe von 6 dBV.

$^{28}\text{Si}^{13+}$ beim Spinflip zu beobachten.

6.5. Spinflip

Um einen Spinflip induzieren zu können, muss die Larmorfrequenz des Ions hinreichend genau bekannt sein. Um diese zu berechnen, wird die Magnetfeldstärke am Ort des Ions benötigt.

6.5.1. Die Magnetfeldstärke in der Analysefalle

Der Nickelring in der Analysefalle dient der Detektion der Spinrichtung des Ions. Das Magnetfeld, das durch den Nickelring erzeugt wird, wirkt entlang der z-Achse dem Magnetfeld des Magneten entgegen. Daher ist das Magnetfeld B_z und damit auch die Larmorfrequenz in der Analysefalle kleiner als in der Präzisionsfalle. Wegen der hohen Larmorfrequenz bewirkt bereits eine Änderung der Magnetfeldstärke um 1‰ eine Frequenzänderung von ca. 100 MHz. Um den Frequenzbereich, in dem sich die Larmorfrequenz in der Analysefalle befindet, eingrenzen zu können, muss das Magnetfeld am Ort des Ions entsprechend genau bekannt sein. Hierzu muss die freie Zyklotronfrequenz des Ions in der Analysefalle bestimmt werden. Im Gegensatz zur Präzisionsfalle kann in der Analysefalle die reduzierte Zyklotronfrequenz jedoch nicht aus den Doppeldips bei der Kopplung des Seitenbandes an die axiale Frequenz ermittelt werden. Da die axiale Bewegungsmode in Resonanz zum Nachweisschwingkreis ist, wird sie ständig gekühlt. Sie unterliegt jedoch thermischen Fluktuationen. Diese übertragen sich bei Kopplung des Seitenbandes auf die Zyklotronfrequenz. Wegen des großen B_2 -Terms in der Analysefalle führen Änderungen der Zyklotronenergie hier zu einer ca. 18 000 mal größeren Verschiebung der axialen Frequenz als in der Präzisionsfalle. Dies führt dazu, dass die Doppeldips so stark verbreitert sind, dass sie nicht mehr detektiert werden können. Wird die Zyklotronfrequenz an die axiale Frequenz gekoppelt, so verschwindet

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

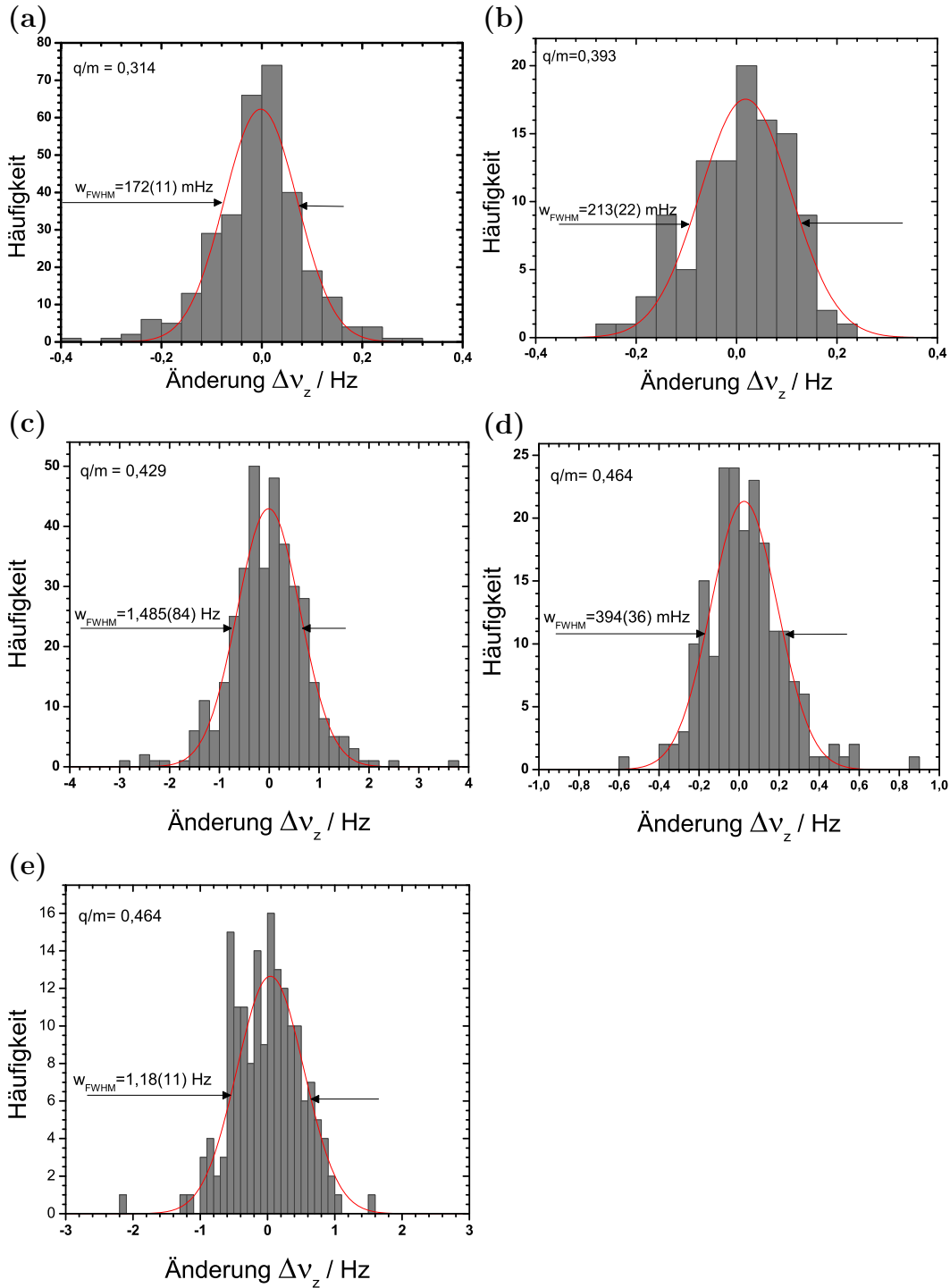


Abbildung 6.19.: Verteilung der axialen Frequenz in der Analysefalle für verschiedene Ionenpezies. a) $q/M \approx 0,314$ (unbekannte Spezies) mit $w_{\text{FWHM}} = 172(11) \text{ mHz}$, b) $q/M \approx 0,393$ ($^{28}\text{Si}^{11+}$) mit $w_{\text{FWHM}} = 213(22) \text{ mHz}$, c) $q/M \approx 0,429$ ($^{28}\text{Si}^{12+}$) mit $w_{\text{FWHM}} = 1,485(84) \text{ Hz}$, d) $q/M \approx 0,464$ ($^{28}\text{Si}^{13+}$) mit $w_{\text{FWHM}} = 394(36) \text{ mHz}$, e) $q/M \approx 0,464$ ($^{28}\text{Si}^{13+}$) mit $w_{\text{FWHM}} = 1,18(11) \text{ Hz}$. Zwischen dem Ende der Messungen für d) und dem Beginn von e) lagen ca. 90 Minuten. In dieser Zeit verschlechterte sich die Stabilität deutlich.

nur der axiale Dip. Dies kann zur Detektion der reduzierten Zyklotronfrequenz ausgenutzt werden. Durch eine hinreichend kleine Kopplungsstärke kann $\nu_+ - \nu_z$ auf ca. 50 Hz genau bestimmt werden. Über das Invarianztheorem lässt sich anschließend die freie Zyklotron-

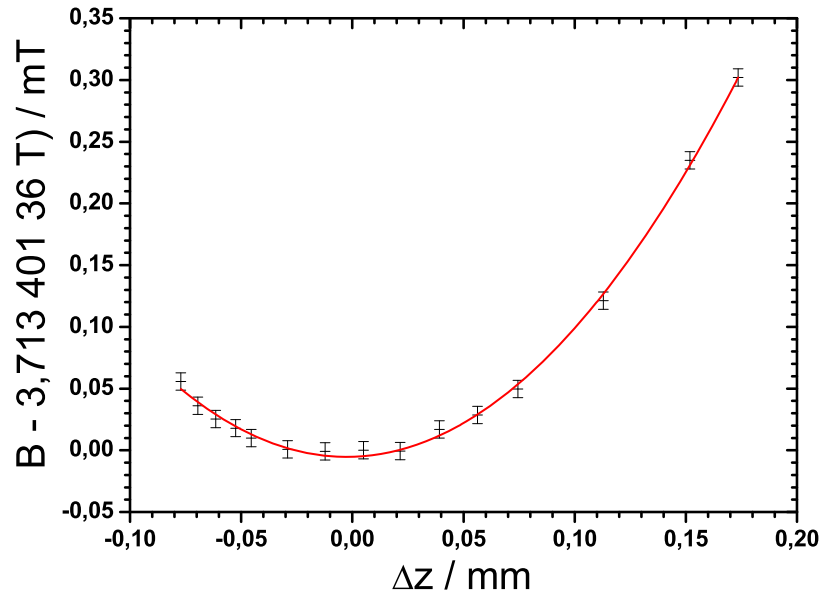


Abbildung 6.20.: Magnetfeldstärke der Analysefalle in Abhängigkeit der Ionenposition entlang der z-Achse. Durch Anpassen einer quadratischen Funktion an die Messwerte wurde ein B_2 -Term von $9,9(2) \text{ mT/mm}^2$ bestimmt. Der B_1 -Term ist in der Mitte der magnetischen Flasche $0 \mu\text{T/mm}$, ansonsten hängt er von der jeweiligen Position entlang der z-Achse ab.

frequenz und damit die Magnetfeldstärke am Ort des Ions bestimmen. Die Larmorfrequenz kann dadurch auf ca. 50 MHz genau berechnet werden.

Wird das Ion in der Analysefalle, wie in Abschnitt 6.3.3 beschrieben, entlang der z-Achse verschoben und gleichzeitig dessen Zyklotronfrequenz ermittelt, so lässt sich der Verlauf des Magnetfeldes in dieser Falle bestimmen. Dies ist in Abbildung 6.20 dargestellt. Aus der Stärke des Magnetfeldes entlang der z-Achse kann durch Anpassung eines Polynom zweiten Grades an die Datenpunkte der vom Nickelring verursachten B_2 -Term bestimmt werden. Für diesen ergibt sich ein Wert von $9,9(2) \text{ mT/mm}^2$. Dies stimmt innerhalb der Fehler mit dem theoretischen Wert von $9,97(11) \text{ mT/mm}^2$ überein. Durch die Messungen des Magnetfeldes entlang der z-Achse kann gleichzeitig auch die Auslenkung des Ions vom Zentrum der Analysefalle bestimmt werden. Dies erlaubt Rückschlüsse auf die Fallensymmetrie. Für das in Abbildung 6.20 dargestellte Ion ergibt sich eine Auslenkung vom Zentrum der Falle von ca. $110 \mu\text{m}$. Das liegt deutlich außerhalb des Nickelringes und bestätigt die Messungen zur Fallensymmetrie aus Abschnitt 6.1.3, die eine Asymmetrie des Speicherpotentials zeigten.

6.5.2. Spinflips in der Analysefalle

Mit der erreichten axialen Frequenzstabilität ist es möglich, den Spinflip von $^{28}\text{Si}^{13+}$ durch Messung der axialen Frequenz zu beobachten. Die zeitliche Abhängigkeit der axialen Frequenz eines wasserstoffähnlichen ^{28}Si in der Analysefalle ist in Abbildung 6.21 dargestellt. Während der Messzeit wurden zum Induzieren der Spinflips ununterbrochen Mikrowellen bei einer Frequenz von ca. 103,571 GHz eingestrahlt. Die Frequenz des eingestrahelten Mikrowellenfeldes wurde dabei kontinuierlich verändert, um die Larmorfrequenz des Ions in der Analysefalle zu bestimmen. In einer Messzeit von ca. 7 Stunden konnten hierbei 3 Spinflips beobachtet werden. Beim Einstrahlen der exakten Larmorfrequenz wird für die Spinflip-Rate ein um 3 Größenordnungen höherer Wert erwartet. Bedingt durch die geringe Anzahl an Spinflips kann keine frequenzabhängige Zunahme der Spinflip-Rate, wie sie bei kleiner

6. Charakteristische Messungen für den g -Faktor

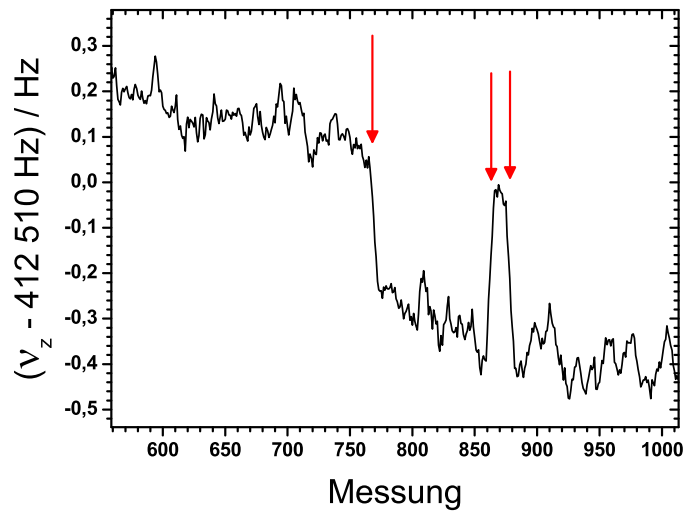


Abbildung 6.21.: Abhängigkeit der axialen Frequenz von $^{28}\text{Si}^{13+}$ von der Spinrichtung in der Analysefalle. Die Spinflips sind durch die roten Pfeile markiert. Da die axiale Frequenz fluktuiert, wurde zur besseren Darstellung der Spinflips der gleitende Durchschnitt von je fünf Datenpunkten verwendet. Die während der Messung beobachtete Drift der axialen Frequenz hat keinen Einfluss auf die Messung der Spinflips.

werdendem Frequenzunterschied zwischen dem eingestrahlten Mikrowellenfeld und der Larmorfrequenz erwartet wird, beobachtet werden. Nach Austausch einer defekte Komponente des Mikrowellensystems konnte nach Abschluss dieser Arbeit bei 20 s Einstrahldauer der maximalen Mikrowellenleistung eine Spinflipwahrscheinlichkeit von 50 % erreicht werden.

7. Zusammenfassung und Ausblick

Im Folgenden sollen die im Rahmen der vorliegenden Arbeit erreichten Ziele des Experiments zusammengefasst und Ausblicke auf zukünftige Entwicklungen gegeben werden. Darüber hinaus sollen nachfolgende Experimente diskutiert werden.

7.1. Zusammenfassung und Status des Experiments

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Aufbau des Experiments zur Bestimmung des g -Faktors des gebundenen Elektrons in wasserstoff- und lithiumähnlichem Silizium abgeschlossen und erste Testmessungen durchgeführt. Eine erste Herausforderung bestand im Erzeugen der hochgeladenen Ionen. Durch die Verwendung einer einzelnen Feldemissionspitze konnten mit der verwendeten Elektronenstrahl-Ionenquelle/-falle Elektronenströme im Bereich von 10-100 nA erzeugt werden. Hierdurch ist es erstmals gelungen, große Mengen hochgeladener Ionen bis zu $^{28}\text{Si}^{13+}$ zu erbrüten. Unter Ausnutzung der axialen Frequenzabhängigkeit von der Fallenspannung wurden Massenspektren der Ionenensembles erstellt. Dies erlaubte die Identifizierung der verschiedenen Ladungs-Masse-Verhältnisse. Mit Hilfe von Dipol- und Quadrupolanregung der Eigenmoden konnten Kontaminationen aus den Fallen entfernt werden. So wurden einzelne Ionen einer erwünschten Spezies präpariert.

Ein weiteres Ziel war die Charakterisierung der Präzisions- und Analysefalle hinsichtlich Harmonizität und Orthogonalität sowie Homogenität des Magnetfeldes. Um den Oktupolanteil des Fallenpotentials zu kompensieren, der in einer symmetrischen Falle am stärksten für die Abhängigkeit der axialen Frequenz von den Energien der Magnetronmode und der axialen Moden verantwortlich ist, wurde das ideale Tuning-Ratio der Fallen ermittelt. Hierzu wurde die axiale Frequenzverschiebung in Abhängigkeit des Tuning-Ratios zwischen einem axial kalten und heißen Ion verglichen. Durch die gezielte Änderung der Elektrodenspannungen konnte über die gemessene axiale Frequenzänderung die Fallenasymmetrie bestimmt und anschließend kompensiert werden. Die Position des Ions entlang der z -Achse konnte durch Änderungen der Spannungen an den Endkappen gezielt manipuliert werden. Dies erlaubte die Ermittlung der Magnetfeldstärke und dessen Gradienten in beiden Messfallen. So konnte B_0 mit einer relativen Genauigkeit von ca. $6 \cdot 10^{-4}$ in der Analysefalle und mit ca. $3 \cdot 10^{-9}$ in der Präzisionsfalle bestimmt werden. Mit der Messung der Eigenfrequenzen in Abhängigkeit von der Zyklotronenergie wurde gezeigt, dass der Einfluss der Magnetfeldinhomogenitäten auf Präzisionsmessungen durch den größeren Abstand zwischen Analyse- und Präzisionsfalle im Gegensatz zu früheren Experimenten [VG03] nun um ein Faktor 5 kleiner ist.

Schließlich konnte demonstriert werden, dass in der Präzisionsfalle Hochpräzisionsmessungen durchgeführt werden können. Bei Verwendung der Doppeldip-Methode zur Messung der reduzierten Zyklotronfrequenz konnte eine relative Genauigkeit bei der Ermittlung der freien Zyklotronfrequenz von einigen 10^{-9} erreicht werden. In der Analysefalle wurde eine zeitliche Stabilität der axialen Frequenz erreicht, die es erlaubte, die Änderung der Spinrichtung des Elektrons zu detektieren, so dass dort bereits erste Spinflips beobachtet wurden.

Da zum Zeitpunkt des Abschluss der experimentellen Arbeiten, die Eingang in die vorliegende Dissertation fanden, das Mikrowellensystem noch nicht voll funktionsfähig war, war

dessen Leistung in den Fallen so gering, so dass dort nur wenige Spinflips pro Tag induziert werden konnten. Nach Austausch der defekten Komponente konnte jedoch sofort mit einer vorläufigen Messung des g -Faktors von $^{28}\text{Si}^{13+}$ in der Analysefalle begonnen werden. Die jüngst erfolgte Aufnahme einer Larmorresonanz und der damit einhergehende Bestimmung des g -Faktors von $^{28}\text{Si}^{13+}$ ist Teil der Dissertation von S. Sturm und A. Wagner.

7.2. Technische Entwicklungen

Im Folgenden werden verschiedene Probleme und Entwicklungen zur Verbesserung des Experiments diskutiert.

Neuartiges Nachweisverfahren zur Detektion der Zyklotronfrequenz

Bei den hier diskutierten Messungen wird die Bestimmung des g -Faktors von $^{28}\text{Si}^{13+}$ durch Fluktuationen der Zyklotronfrequenz limitiert. Durch ein neues Nachweisverfahren für die reduzierte Zyklotronfrequenz (im Rahmen der Doktorarbeit von Sven Sturm entwickelt) konnte zwischenzeitlich die Messzeit verkürzt und gleichzeitig die Fluktuationen der Zyklotronfrequenz deutlich reduziert werden. Die Zyklotronmode wird hierbei im Gegensatz zur Detektion über den durch die Zyklotronbewegung induzierten Strom nur auf eine Temperatur von wenigen hundert Kelvin angeregt, so dass wie bei der Doppeldipmethode der Einfluss der Zyklotronenergie auf die Zyklotronfrequenz weiterhin vernachlässigbar bleibt. Durch das neue Nachweisverfahren wird eine Genauigkeit bei der g -Faktor Bestimmung von besser 10^{-10} erwartet.

Änderungen des Magnetfeldes

Zeitliche Änderungen der Magnetfeldstärke limitieren die Genauigkeit von Präzisionsmessungen der Zyklotronfrequenz und sollen daher nach Möglichkeit unterdrückt werden. Wie in Abschnitt 6.4.3 beschrieben, haben die Magnetfeldänderungen unterschiedliche Ursachen. So sind die mit dem Auffüllen der Stickstoff- und Heliumreservoirs verbundenen Positionsänderungen der Falle gegenüber den Magnetspulen und den damit einhergehenden Magnetfeldänderungen unvermeidlich. Durch den Aufbau einer Temperaturstabilisierung (im Rahmen der Doktorarbeit von Anke Wagner entwickelt und umgesetzt) konnte das Experiment im Rahmen der bisherigen Messgenauigkeit von Schwankungen der Umgebungstemperatur und den damit verbundenen Längenänderungen des Experimentes entkoppelt werden. Als nächstes soll eine Druckstabilisierung insbesondere der Helium- und Stickstoffkryostaten des Magneten implementiert werden. Hierdurch sollen Längenänderungen und Änderungen der magnetischen Suszeptibilität im System aufgrund von Druckschwankungen und der damit verbundenen Änderung der Temperatur, die nach dem Befüllen beziehungsweise durch Abdampfen der kryogenen Gase in den Reservoirs entstehen, kompensiert werden. Zusätzlich werden auch Druckschwankungen, die von außen über die Heliumrückleitung auf das Experiment übertragen werden, unterdrückt.

Eine andere Magnetfeldänderung beruht auf dem Flux-Creep-Effekt. Die damit verbundene kontinuierliche Abnahme der Magnetfeldstärke kann nicht verhindert werden, soll aber durch Kompensationsspulen im supraleitenden Magneten ausgeglichen werden. Bei Abnahme des Magnetfeldes wird in den Kompensationsspulen ein supraleitender Strom induziert, der wiederum ein Magnetfeld erzeugt, das der Abnahme entgegengesetzt ist. Dadurch soll das Magnetfeld am Ort des Ions stabil bleiben. Zusätzlich zu der Kompensationsspule des

Magneten soll eine weitere Kompensationsspule direkt um die Fallenkammer platziert werden. Damit wird erwartet, dass Magnetfeldänderungen um mindestens einen Faktor zehn stärker abgeschirmt werden.

Spiegelladungen

Durch die in Abschnitt 3.3.6 beschriebenen Frequenzänderungen aufgrund der Wechselwirkung des Ions mit den von ihm induzierten Spiegelladungen wird die Magnetfeldstärke zu klein bestimmt. Mit Gleichung (3.44) kann für $^{28}\text{Si}^{13+}$ eine relative Frequenzänderung der freien Zyklotronfrequenz von $-6,86(18) \cdot 10^{-10}$ errechnet werden. Dies gilt jedoch nur, wenn der Mittelpunkt der Kreisbahn im Zentrum der Falle liegt. Da Patchpotentiale, wie sie auch im Abschnitt 6.1.3 im Zusammenhang mit der Fallensymmetrie diskutiert wurden, jedoch nicht ausgeschlossen werden können, kann der Mittelpunkt der Ionenbewegung gegen das radiale Fallenzentrum verschoben sein. Da der hierdurch verursachte Fehler nicht bekannt ist, soll dieser im Hinblick auf das genauere Messverfahren der Zyklotronfrequenz experimentell ermittelt werden. In [VDJMFS89] wird eine mögliche Technik hierzu beschrieben. Dort wurde in Abhängigkeit der Ionenanzahl die Verschiebung der Zyklotronfrequenz aufgrund der Spiegelladungseffekte untersucht. Im Gegensatz zu der maximalen Anzahl von wenigen hundert niedriggeladene geladenen Ionen und Protonen in [VDJMFS89] konnten in dem hier vorgestellten Experiment bisher in sehr wenigen Fallen maximal ca. 5 Ionen einer Spezies über den Zyklotronnachweis beobachtet. Da $^{28}\text{Si}^{13+}$ jedoch einen deutlich höheren Ladungszustand hat, könnte die Messung der Spiegelladungseffekte möglicherweise auch mit deutlich weniger Ionen funktionieren.

Eine Möglichkeit den Einfluss der Spiegelladungen zu reduzieren, besteht in der Vergrößerung der Falle. Bei einer Verdopplung des Fallradius reduziert sich die Verschiebung der Zyklotronfrequenz um etwa eine Größenordnung. Gerade in Hinblick auf weiterführende Experimente an schwereren Ionen, bei denen der Einfluss der Spiegelladungseffekte aufgrund der größeren Ladung zunimmt, könnte so der Einfluss der Spiegelladungen reduziert werden. Ein größerer Fallradius hat zwar den Nachteil, dass im Nachweisschwingkreis ein kleinerer Strom induziert würde. Mit dem in Abschnitt 5.4.2 beschriebenen axialen Verstärker und durch den größeren Ladungszustand von schwereren Ionen wäre das Signal-Rausch-Verhältnis jedoch immer noch so groß, dass sich kein signifikanter Nachteil ergäbe.

7.3. Weitere g -Faktor Experimente

Nach Abschluss der g -Faktor Messungen an lithium- und wasserstoffähnlichem ^{28}Si und ^{30}Si sind weitere g -Faktor Messungen vorgesehen. Da hochgeladenes Calcium bisher nicht im Experiment erzeugt werden konnte, wird langfristig das Experiment für die Messungen des g -Faktors von schwereren Ionen am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg fortgeführt. Dort besteht die Möglichkeit, das Experiment an die Beamline der dortigen EBIT [Gil01, MLUF⁺07] anzuschließen und die g -Faktoren von lithium- und wasserstoffähnlichen ^{40}Ca und ^{48}Ca zu bestimmen. Um die Theorie in Bezug auf Kerngrößen wie Radius, Deformation und Polarisierbarkeit überprüfen zu können, ist es von Vorteil, noch schwerere Kerne zu untersuchen. Der Einfluss dieser Kerneffekte wird mit zunehmender Kernladung größer. Für den g -Faktor von ^{72}Kr beträgt die Korrektur aufgrund der Kerndeformation bereits 10^{-10} und bei ^{124}Kr 10^{-9} [ZHK10]. Schwere Kerne wie Blei oder Uran sind noch interessanter. Bei diesen Kernen dominieren die Kerneffekte. Für die g -Faktor-Bestimmung an wasserstoffähnlichem Uran befindet sich zurzeit ein Experiment an der HITRAP-Anlage des GSI

7. Zusammenfassung und Ausblick

Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH in Darmstadt im Aufbau [HBD⁺06]. Durch die Entwicklung eines neuen Nachweisverfahrens wird erwartet, dass der g -Faktor für Silizium und anderer leichter Ionen um eine Größenordnung genauer als bisher bei wasserstoffähnlichem Kohlenstoff [Häf00] und Sauerstoff [VG03] bestimmt werden kann. Da die Elektronenmasse gegenwärtig nur auf $4,2 \cdot 10^{-10}$ [MTN08] genau bekannt ist, werden präzisere g -Faktor Messung dadurch in ihrer Genauigkeit limitiert. Es ist daher geplant, den g -Faktor von wasserstoffähnlichem Kohlenstoff noch genauer zu messen. Unter der Annahme der Korrektheit der QED kann die Elektronenmasse dann mit größerer Genauigkeit als mit den bisherigen g -Faktor Experimente an $^{12}\text{C}^{5+}$ und $^{16}\text{O}^{7+}$ bestimmt werden [PCJY05, BHH⁺02, VDS⁺04]. Gegenüber anderen leichten Kernen wie Helium, Lithium, Beryllium und Bor eignet sich Kohlenstoff für diese Messung besonders gut, da seine Masse über die atomare Masseneinheit $m(^{12}\text{C})=12\text{u}$ fehlerfrei definiert ist. Zudem hat Kohlenstoff im Gegensatz zu Lithium, Beryllium und Bor keinen Kernspin, wodurch es auch keine Zeeman- und Hyperfeinstrukturaufspaltung im Magnetfeld gibt. Außerdem ist die QED-Theorie von Ionen mit Kernspin nicht so genau bekannt wie es für Ionen ohne Kernspin der Fall ist. Als weitere fundamentale Naturkonstante ist es möglich, auch die Feinstrukturkonstante α durch den Vergleich des experimentellen g -Faktors mit dem theoretischen zu bestimmen [HFG08]. Dies kann nicht nur durch den g -Faktor des freien Elektrons [HFG08] geschehen sondern auch durch die Messung des g -Faktors an bor- und wasserstoffähnlichem Blei [SGO⁺06].

Außer der Messung des g -Faktors des freien und des gebundenen Elektrons können mit den Techniken, die in dieser Arbeit beschrieben sind, auch die g -Faktoren von Atomkernen bestimmt werden. Ist das Elektron an einen Kern mit Spin gebunden, so kann durch die Bestimmung des g -Faktors des gebundenen Elektrons beider Hyperfeinstrukturniveaus auch auf den Kernspin geschlossen werden. Für das HITRAP-Experiment ist eine solche Messung an wasserstoffähnlichem Wismut geplant [QMSV08]. In der gleichen Arbeitsgruppe, in der auch die Bestimmung des g -Faktor des an mittelschwere Kerne gebundene Elektrons durchgeführt wird, soll auch eine erste direkte Bestimmung des g -Faktors eines Atomkerns am Proton erfolgen [Kre09]. Durch diese Messung soll die Genauigkeit des Proton g -Faktors um eine Größenordnung auf einige 10^{-9} verbessert werden [RBK⁺09]. Langfristig soll auch der g -Faktor des Antiprotons gemessen werden [VKA⁺05]. Für diesen wird gegenüber dem gegenwärtigen Wert eine um 6 Größenordnungen höhere Präzision angestrebt. Durch den Vergleich des g -Faktors von Proton und Antiproton kann das CPT-Theorem (CPT für engl. charge parity time) auf dem barionischen Sektor überprüfen werden.

A. Frequenzabhängigkeit

A.1. Zyklotronenergie in Einheiten der axialen Energieverschiebung

Nach Gleichung (3.38) hängen die Eigenfrequenzen ν_+ , ν_z und ν_- von der Zyklotronenergie ab. So gilt für die axiale Frequenz

$$\frac{\Delta\nu_z}{\nu_z} = \frac{1}{4\pi^2\nu_z^2 m} \frac{B_2}{B_0} E_+ . \quad (\text{A.1})$$

Durch Umstellen der Gleichung lässt sich die Zyklotronenergie in Einheiten der axialen Energieverschiebung darstellen

$$E_+ = 4\pi^2 m \frac{B_0}{B_2} \nu_z \cdot \Delta\nu_z . \quad (\text{A.2})$$

A.2. Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie

Gleichung (A.2) kann nun dazu verwendet werden, um von der Zyklotronenergie verursachten Änderungen der drei Eigenfrequenzen ν_+ , ν_z und ν_- (siehe Gleichung 3.38) in Einheiten der axialen Frequenzverschiebung auszudrücken. Werden alle drei Eigenfrequenzen bestimmt während die Zyklotronmode des Ions angeregt ist, so ändern sich die Eigenfrequenzen wie folgt

$$\nu_+ \rightarrow \nu_+ - \frac{\nu_z}{\nu_+} \Delta\nu_z \quad (\text{A.3})$$

$$\nu_z \rightarrow \nu_z + \Delta\nu_z \quad (\text{A.4})$$

$$\nu_- \rightarrow \nu_- + 2\frac{\nu_-}{\nu_z} \Delta\nu_z . \quad (\text{A.5})$$

Die Änderung der freien Zyklotronfrequenz in Abhängigkeit der Zyklotronenergie kann über das Invarianztheorem bestimmt werden

$$\begin{aligned} (\Delta\nu_c + \nu_c)^2 &= (\nu_+ + \Delta\nu_+)^2 + (\nu_z + \Delta\nu_z)^2 + (\nu_- + \Delta\nu_-)^2 \\ &= \nu_+^2 - 2\nu_z \Delta\nu_z + \frac{\nu_z^2}{\nu_+^2} \Delta\nu_z^2 + \nu_z^2 + 2\nu_z \Delta\nu_z + \Delta\nu_z^2 \\ &\quad + \nu_-^2 + 4\frac{\nu_-^2}{\nu_z} \Delta\nu_z + 4\frac{\nu_-^2}{\nu_z^2} \Delta\nu_z^2 . \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Demnach ergibt sich eine Änderung der Zyklotronfrequenz von

$$\Delta\nu_c = \sqrt{\nu_+^2 + \frac{\nu_z^2}{\nu_+^2} \Delta\nu_z^2 + \nu_z^2 + \Delta\nu_z^2 + \nu_-^2 + 4\frac{\nu_-^2}{\nu_z} \Delta\nu_z + 4\frac{\nu_-^2}{\nu_z^2} \Delta\nu_z^2} - \nu_c . \quad (\text{A.7})$$

A. Frequenzabhängigkeit

Mit den Eigenfrequenzen von $^{28}\text{Si}^{13+}$, das sind $\nu_z \approx 701,6 \text{ kHz}$, $\nu_- \approx 9,1 \text{ kHz}$ und $\nu_+ \approx 26\,857,4 \text{ kHz}$, und einer Verschiebung von $\Delta\nu_z = 1 \text{ Hz}$ ergibt sich eine Verschiebung der freien Zyklotronfrequenz von

$$\Delta\nu_c = 8,8 \cdot 10^{-6} \text{ Hz} \quad (\text{A.8})$$

$$\frac{\Delta\nu_c}{\nu_c} = 3,3 \cdot 10^{-13} . \quad (\text{A.9})$$

Bei den Zyklotronenergien wie sie hier im Experiment verwendet werden, ist die Änderung der freien Zyklotronfrequenz sehr klein gegenüber der Unsicherheit bei der Frequenzbestimmung und kann daher vernachlässigt werden.

Werden nur die axiale Frequenz und die reduzierte Zyklotronfrequenz bei angeregter Zyklotronenergie bestimmt, während die Magnetronfrequenz beim kalten Ion gemessen wird, so gilt für die Änderung der Eigenfrequenzen des Ions:

$$\nu_+ \rightarrow \nu_+ - \frac{\nu_z}{\nu_+} \Delta\nu_z \quad (\text{A.10})$$

$$\nu_z \rightarrow \nu_z + \Delta\nu_z \quad (\text{A.11})$$

$$\nu_- \rightarrow \nu_- . \quad (\text{A.12})$$

Damit ergibt sich eine Abhängigkeit der freien Zyklotronfrequenz von der Zyklotronenergie von

$$\begin{aligned} (\Delta\nu_c + \nu_c)^2 &= (\nu_+ + \Delta\nu_+)^2 + (\nu_z + \Delta\nu_z)^2 + (\nu_- + \Delta\nu_-)^2 \\ &= \nu_+^2 - 2\nu_z \Delta\nu_z + \frac{\nu_z^2}{\nu_+^2} \Delta\nu_z^2 + \nu_z^2 + 2\nu_z \Delta\nu_z + \Delta\nu_z^2 + \nu_-^2 \\ &\cong \nu_+^2 + \nu_z^2 + \nu_-^2 = \nu_c^2 . \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Sie hat damit keinen Einfluss auf die freie Zyklotronfrequenz.

A.3. Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz durch den Doppeldip und Fehlerbestimmung

Nach dem Invarianztheorem gilt für die freie Zyklotronfrequenz

$$\nu_c = \sqrt{\nu_z^2 + \nu_-^2 + \nu_+^2} . \quad (\text{A.14})$$

Werden die drei Eigenfrequenz hierbei unabhängig voneinander bestimmt, dann gilt

$$\delta\nu_c = \sqrt{\left(\frac{\nu_z \delta\nu_z}{\nu_c}\right)^2 + \left(\frac{\nu_- \delta\nu_-}{\nu_c}\right)^2 + \left(\frac{\nu_+ \delta\nu_+}{\nu_c}\right)^2} . \quad (\text{A.15})$$

Werden Magnetron- und Zyklotronfrequenz mit der indirekten Methode ermittelt so ergibt sich aus dem Invarianztheorem (Gleichung A.14)

$$\nu_c = \sqrt{\nu_z^2 + \nu_-^2 + \nu_+^2} \quad (\text{A.16})$$

$$= \sqrt{\nu_z^2 + \{\nu_{kopp,-} + \nu_{z,-} - \nu_{z,l-} - \nu_{z,r-}\}^2 + \{\nu_{kopp,+} - \nu_{z,+} + \nu_{z,l+} + \nu_{z,r+}\}^2} \quad (\text{A.17})$$

A.3. Bestimmung der freien Zyklotronfrequenz durch den Doppeldip und Fehlerbestimmung

Zur Bestimmung des Fehlers werden die partiellen Ableitungen von Gleichung (A.17) gebildet. Dies sind

$$\frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_z} = \frac{\nu_z}{\nu_c} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_{z,-}} = \frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_{z,l-}} = \frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_{z,r-}} = \frac{\nu_-}{\nu_c} \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_{z,+}} = \frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_{z,l+}} = \frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_{z,r+}} = \frac{\nu_+}{\nu_c} . \quad (\text{A.20})$$

Damit ergibt sich für den Fehler von ν_c

$$\begin{aligned} \delta \nu_c = & \left(\left(\frac{\nu_z \delta \nu_z}{\nu_c} \right)^2 + \left(\frac{\nu_- \delta \nu_{z,-}}{\nu_c} \right)^2 + \left(\frac{\nu_- \delta \nu_{z,l-}}{\nu_c} \right)^2 + \left(\frac{\nu_- \delta \nu_{z,r-}}{\nu_c} \right)^2 + \right. \\ & \left. \left(\frac{\nu_- \delta \nu_{z,+}}{\nu_c} \right)^2 + \left(\frac{\nu_- \delta \nu_{z,l+}}{\nu_c} \right)^2 + \left(\frac{\nu_- \delta \nu_{z,r+}}{\nu_c} \right)^2 \right)^{1/2} . \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Unter der Annahme, dass die axialen Fehler alle gleich groß sind, lässt sich Gleichung (A.21) als

$$\delta \nu_c \approx \left(\left(\frac{\nu_z \delta \nu_z}{\nu_c} \right)^2 + 3 \left(\frac{\nu_- \delta \nu_z}{\nu_c} \right)^2 + 3 \left(\frac{\nu_+ \delta \nu_z}{\nu_c} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (\text{A.22})$$

schreiben. Durch den Vergleich mit Gleichung (A.15) kann dies durch

$$\frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_z} \delta \nu_z = \frac{\nu_z \delta \nu_z}{\nu_c} \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_-} \delta \nu_- = \frac{\nu_- \delta \nu_-}{\nu_c} \approx \frac{\sqrt{3} \nu_- \delta \nu_z}{\nu_c} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial \nu_c}{\partial \nu_+} \delta \nu_+ = \frac{\nu_+ \delta \nu_+}{\nu_c} \approx \frac{\sqrt{3} \nu_+ \delta \nu_z}{\nu_c} \approx \sqrt{3} \delta \nu_z . \quad (\text{A.25})$$

ausgedrückt werden.

Wird für alle drei Frequenzen die gleiche axiale Frequenz des ungekoppelten Systems verwendet so lässt sich Gleichung (A.17) unter Verwendung von Gleichung (5.16) und (5.18) durch

$$\nu_c = \sqrt{\nu_z^2 + \nu_-^2 + \nu_+^2} \quad (\text{A.26})$$

$$= \sqrt{\nu_z^2 + \{\nu_{kopp,-} + \nu_z - \nu_{z,l-} - \nu_{z,r-}\}^2 + \{\nu_{kopp,+} - \nu_z + \nu_{z,l+} + \nu_{z,r+}\}^2} \quad (\text{A.27})$$

ausdrücken. Durch geeignetes Umformen lässt sich zeigen, dass sich für die Abhängigkeit von der axialen Messunsicherheit bei der Bestimmung des Fehlers von ν_c ebenfalls die Gleichungen (A.23) bis (A.25) ergeben.

B. Test des FEP-Array

Wie auch bei den Tests der einzelnen FEP (siehe Abschnitt 5.2.1) wurden auch die Tests mit den FEP-Arrays zusammen mit der Beschleunigungselektrode und dem Target durchgeführt. So sollte zum einen sichergestellt sein, dass Probleme hinsichtlich der Größe des Arrays nicht erst nach dessen Einbau in das Experiment auftreten. Für die Tests mit den FEP-Array wurde der gleiche Testaufbau wie bei den Tests mit den einzelnen Spitzen verwendet, wobei Kathodenplatten verwendet wurden die für die Arrays hergestellt wurden.

Das Messprinzip entspricht dem das auch beim Test der einzelnen Spitze angewandt wurde, auch hier soll gezeigt werden, dass die Elektronen im Magnetfeld durch die Bohrungen der Beschleunigungselektrode und des Targets gelangen, ohne diese zu treffen. Wenn beim Array Elektronen auf die Beschleunigungselektrode treffen, so ist das Array entweder größer als die Bohrung der Beschleunigungselektrode oder nicht richtig positioniert. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, dass die Elektronen nicht vom FEP-Array emittiert werden, sondern von einem spitzen Grad auf der Kathodenplatte stammen.

Der elektrische Kontakt zwischen Array und Kathodenplatte wird bei einer Temperatur von 4,2 K nicht mehr durch den Klebstoff, der beide verbindet, hergestellt, sondern nur noch durch die dünne Goldschicht, mit der sie überzogen sind. Damit sichergestellt ist, dass das Array auch bei 4,2 K noch funktioniert, muss es bei diesen tiefen Temperaturen überprüft werden. Hierzu wird der Testaufbau wie auch beim Test der einzelnen Spitze an einen Kaltkopf von VeriCold montiert. Für diesen Test wird kein Magnetfeld benötigt. Daher findet er außerhalb des Magneten statt. Die von der Kathode emittierten Elektronen folgen nun keinen Magnetfeldlinien, so dass erwartet wird, dass die meisten Elektronen auf die Beschleunigungselektrode und nur wenige auf das Target treffen.

Tests der FEP-Array

Es wurden drei verschiedene Konfigurationen für kleinere FEP-Arrays getestet. Die Ergebnisse werden im Folgenden vorgestellt. Zum einen wurde versucht, die äußeren FEPs des Arrays mittels eines Stempels mechanisch zu zerstören. Dadurch sollten vom Rand des Arrays keine Elektronen emittiert werden, so dass das Array in der Größe reduziert ist. Dies zeigte jedoch nicht den gewünschten Erfolg, da bei einem Test immer noch Elektronen auf die Beschleunigungselektrode trafen. Es kann sein, dass aufgrund von Unebenheiten des Stempels nicht alle äußeren FEPs zerstört wurden. Auch kann es sein, dass das Array defekt ist und die Elektronen von einem Grad auf der Oberfläche der Kathode emittiert werden. Zum anderen wurden FEP-Arrays getestet, deren Kantenlänge $\leq 0,3$ mm ist. Damit die von den Arrays emittierten Elektronen nicht die Beschleunigungselektrode treffen können, wurden sie mittig unter der Bohrung der Beschleunigungselektrode platziert. Die Kathodenplatte ist dabei von der gleichen Art wie sie auch schon beim größeren Array zum Einsatz kam. Ein solches Array ist in Abbildung B.1 (c) zu sehen. Es wurde zunächst bei einer Temperatur von ca. 10 K am Kaltkopf¹ getestet. Hierzu wurde der vom Array emittierte Strom

¹Aus technischen Gründen konnten keine 4,2 K erreicht werden. Da sich bei diesem kleinen Temperaturunterschied die physikalischen Eigenschaften der Materialien nicht mehr signifikant ändern, ist es nicht

B. Test des FEP-Array

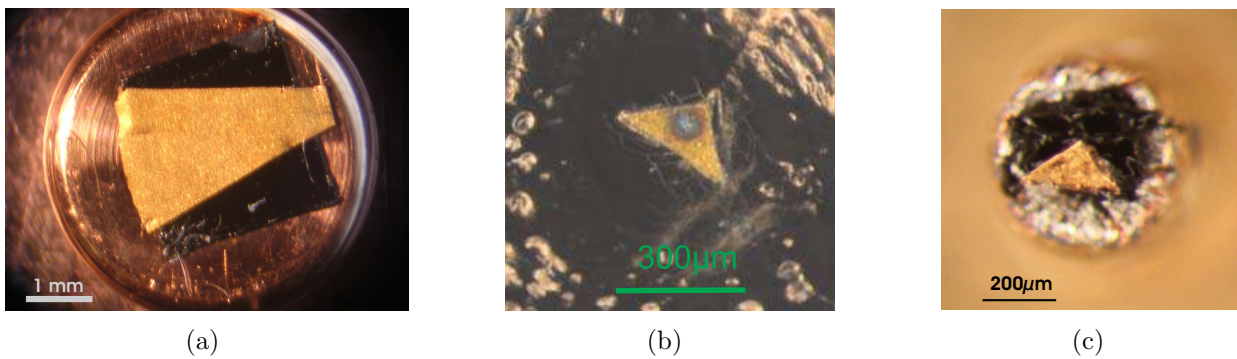


Abbildung B.1.: Verschiedene FEP-Arrays: (a) großes Array wie in [Ota07] verwendet, vor dem Besputtern mit Gold. (b) kleines Array von ca. 0,3 mm Kantenlänge. Die Verbrennung stammt von einer Gasentladung, bei der das Array zerstört wurde. (c) Array auf einem Sockel, dessen Durchmesser 0,5 mm beträgt. Bei dem schwarzen Untergrund handelt es sich um den bei Raumtemperatur elektrisch leitenden Klebstoff.

in Abhängigkeit der Spannungsdifferenz zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode gemessen.

Wie der Abbildung B.2 zu entnehmen ist, zeigt die charakteristische Stromkurve auch nach mehrmaligen Erhöhen der Potentialdifferenz einen vergleichbaren Verlauf. Erst ab einer Potentialdifferenz von $U_{VD} = 4,0$ kV variiert der von dem Array emittierte Strom. Dieser erste Test zeigt, dass das *Array 1* bei niedrigen Temperaturen arbeitet. Bei einem anschließenden Test dieses Arrays im Magneten wurde ein Strom an der Beschleunigungselektrode gemessen, jedoch nicht am Detektor oder Target. Dies kann damit erklärt werden, dass die Position des Arrays nicht zentral war und damit mehrere FEP-Spitzen des Arrays über die Bohrung der Beschleunigungselektrode überstanden. Das Problem trat zum Teil auch bei anderen Arrays dieser Konfiguration auf. Trotz sorgfältiger Präparation des Arrays ist es schwierig, dieses exakt zu positionieren.

Bei einer weiteren Konfiguration wurde ebenfalls ein Array mit einer Kantenlänge von unter 0,3 mm verwendet. Dieses wurde aber auf eine andere Kathodenplatte aufgebracht. Sie hat im Zentrum einen erhöhten Sockel mit einem Durchmesser von 0,5 mm, auf dem das Array sitzt (siehe Abb. B.1 c). Dadurch ist sichergestellt, dass sich die Arrays unter der Bohrung der Beschleunigungselektrode befinden. Gleichzeitig wird der Abstand zwischen der Beschleunigungselektrode und der Oberfläche der Kathode vergrößert. Spitze Grade auf der Kathode erfahren hierdurch einen geringeren Felddurchgriff, so dass im Gegensatz zum FEP-Array keine Elektronen emittiert werden sollten. Wie in Abbildung B.3 zu erkennen ist, trafen die vom einem solchen Array (im weiteren als *Array 2* bezeichnet) emittierten Elektronen nur den Detektor². Auf der Beschleunigungselektrode konnte kein Strom detektiert³ werden.

Bei den Arrays mit einer Kantenlänge $\leq 0,3$ mm kam es bei der Durchführung der Tests wiederholt zu Gasentladungen⁴, welche die empfindlichen Arrays zerstörten. In Abbildung B.1 (b), ist die verbrannte Stelle auf einem Array zu erkennen. Dies stellt für die Nutzung der

notwendig, den Test bei genau 4,2 K durchzuführen.

²Der Reflektor lag auf GND (für engl. ground).

³Dies bezieht sich auf die Nachweisgrenze des Multimeters.

⁴Diese hängen mit dem Gasdruck zusammen. Die Tests zum größeren Array [Ota07] wurden in einem anderen Aufbau durchgeführt. Dort konnte ein besseres Vakuum erreicht werden und es wurden keine Gasentladungen beobachtet.

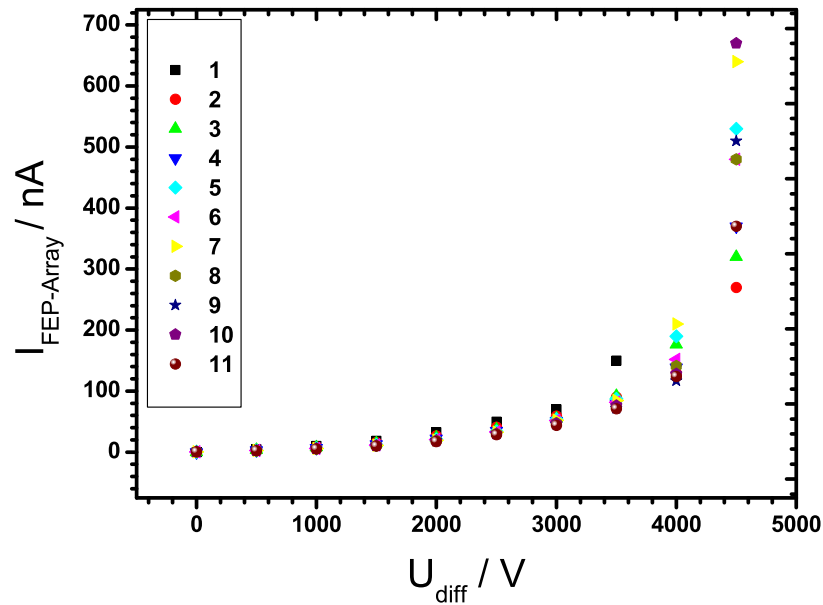


Abbildung B.2.: Der von *Array 1* bei einer Temperatur von 10 K und bei einer Magnetfeldstärke von 0 T emittierte Strom I als Funktion der Potentialdifferenz zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode U_{diff} . Um Abnutzungserscheinungen des Arrays zu untersuchen, wurde die Messung 11-mal wiederholt.

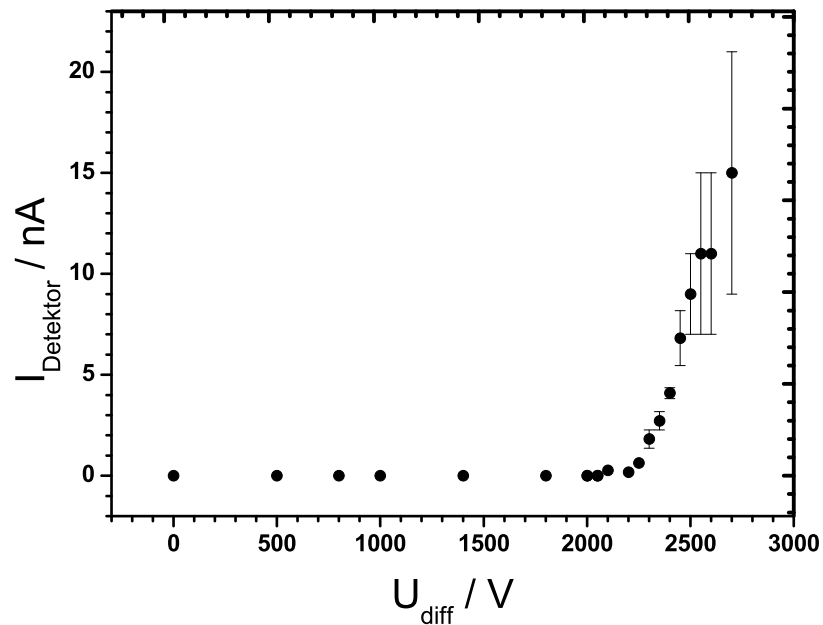


Abbildung B.3.: Im Magnetfeld gemessene Ströme als Funktion der Potentialdifferenz zwischen Kathode und Beschleunigungselektrode U_{diff} , bei einer Temperatur von ca. 295 K, einer Magnetfeldstärke von 3,76 T und einem gemessenem Druck von $3,6 \cdot 10^{-7}$ mbar. Kreise symbolisieren den am Detektor gemessenen Strom, dieser war gleich groß wie der von der FEP emittierte. An der Beschleunigungselektrode und am Target wurde kein Strom gemessen.

B. Test des FEP-Array

FEP-Arrays als Elektronenquelle eine zu große Unsicherheit dar. Ein kleines FEP-Array kann daher nicht im Experiment verwendet werden.

Literaturverzeichnis

- [AWT03] G. Audi, A.H. Wapstra, and C. Thibault, *The 2003 atomic mass evaluation* 1:(II). Tables, graphs and references*, Nuclear Physics A **729** (2003), 337–676.
- [BBB⁺03] I. Bergström, M. Björkhage, K. Blaum, H. Bluhme, T. Fritioff, S. Nagy, and R. Schuch, *High-precision mass measurements of hydrogen-like $^{24}\text{Mg}^{11+}$ and $^{26}\text{Mg}^{11+}$ ions in a Penning trap*, The European Physical Journal D-Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics **22** (2003), 41–45.
- [BCGK⁺10] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez, and F. Biraben, *New determination of the fine structure constant and test of the quantum electrodynamics*, Arxiv preprint arXiv:1012.3627 (2010).
- [BDK⁺05] T. Beier, L. Dahl, H.J. Kluge, C. Kozhuharov, and W. Quint, *Trapping ions of hydrogen-like uranium: The HITRAP project at GSI*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms **235** (2005), 473–478.
- [Bei00] T. Beier, *The g_j factor of a bound electron and the hyperfine structure splitting in hydrogenlike ions*, Physics Reports **339** (2000), 79.
- [BG82] L.S. Brown and G. Gabrielse, *Precision spectroscopy of a charged particle in an imperfect Penning trap*, Physical Review A **25** (1982), 2423–2425.
- [BG86] L.S. Brown and G. Gabrielse, *Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap*, Reviews of Modern Physics **58** (1986), 233–311.
- [BHH⁺02] T. Beier, H. Häffner, N. Hermanspahn, S.G. Karshenboim, H.J. Kluge, W. Quint, S. Stahl, J. Verdù, and G. Werth, *New determination of the electron's mass*, Physical Review Letters **88** (2002), 11603.
- [BKK⁺09] K. Blaum, H. Kracke, S. Kreim, A. Mooser, C. Mrozik, W. Quint, C.C. Rodegheri, B. Schabinger, S. Sturm, S. Ulmer, A. Wagner, J. Walz, and G. Werth, *g -factor experiments on simple systems in Penning traps*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **42** (2009), 154021.
- [BKZY87] P.J. Bryant, H.S. Kim, Y.C. Zheng, and R. Yang, *Technique for shaping scanning tunneling microscope tips*, Review of Scientific Instruments **58** (1987), 1115.
- [BLP⁺00] T. Beier, I. Lindgren, H. Persson, S. Salomonson, P. Sunnergren, H. Häffner, and N. Hermanspahn, *g_j factor of an electron bound in a hydrogenlike ion*, Physical Review A **62** (2000), 32510.

- [BLW69] M.R. Beasley, R. Labusch, and W.W. Webb, *Flux creep in type-II superconductors*, Physical Review **181** (1969), 682–700.
- [Bre28] G. Breit, *The magnetic moment of the electron*, Nature **122** (1928), 649.
- [CORa] EMCO HIGH VOLTAGE CORPORATION, *C SERIES*.
- [CORb] EMCO HIGH VOLTAGE CORPORATION, *Low Power Consumption DC to HV DC Converters*.
- [DE73] H. Dehmelt and P. Ekstrom, *Proposed $g - 2/\delta\omega_z$ experiment on stored single electron or positron*, Bulletin of American Physical Society **18** (1973), 727.
- [Deh58] H.G. Dehmelt, *Spin resonance of free electrons polarized by exchange collisions*, Physical Review **109** (1958), 381–385.
- [Deh86] H. Dehmelt, *Continuous Stern-Gerlach effect: Principle and idealized apparatus*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America **83** (1986), 2291.
- [Deh90] H. Dehmelt, *Experiments with an isolated subatomic particle at rest*, Reviews of Modern Physics **62** (1990), 525–530.
- [DHH⁺98] M. Diederich, H. Häffner, N. Hermanspahn, M. Immel, H.J. Kluge, R. Ley, R. Mann, W. Quint, S. Stahl, and G. Werth, *Observing a single hydrogen-like ion in a Penning trap at $T = 4$ K*, Hyperfine interactions **115** (1998), 185–192.
- [DHH⁺99] M. Diederich, H. Häffner, N. Hermanspahn, M. Immel, H.J. Kluge, R. Ley, R. Mann, W. Quint, S. Stahl, J. Verdù, et al., *The g -factor of the Electron Bound in Hydrogen-like Ions*, Physica Scripta **1999** (1999), 437.
- [Dir28] P.A.M. Dirac, *The quantum theory of the electron*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character **117** (1928), 610–624.
- [Fau70] R. Faustov, *Magnetic moment of the hydrogen atom*, Physics Letters B **33** (1970), 422–424.
- [FN28] R.H. Fowler and L. Nordheim, *Electron emission in intense electric fields*, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character (1928), 173–181.
- [Gab83] G. Gabrielse, *Relaxation calculation of the electrostatic properties of compensated Penning traps with hyperbolic electrodes*, Physical Review A **27** (1983), 2277–2290.
- [Gab08] G. Gabrielse, *The true cyclotron frequency for particles and ions in a Penning trap*, International Journal of Mass Spectrometry (2008).
- [Gab09] G. Gabrielse, *Why is sideband mass spectrometry possible with ions in a Penning trap?*, Physical Review Letters **102** (2009), 172501.

- [GHK⁺06] G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, and B. Odom, *New determination of the fine structure constant from the electron g value and QED*, Physical Review Letters **97** (2006), 30802.
- [GHK⁺07] G. Gabrielse, D. Hanneke, T. Kinoshita, M. Nio, and B. Odom, *Erratum: New Determination of the Fine Structure Constant from the Electron g Value and QED [Phys. Rev. Lett. 97, 030802 (2006)]*, Physical Review Letters **99** (2007), 39902.
- [GHR89] G. Gabrielse, L. Haarsma, and S.L. Rolston, *Open-endcap Penning traps for high precision experiments*, International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes **88** (1989), 319–332.
- [Gil01] J. Gillaspay, *Trapping highly charged ions: Fundamentals and applications*, Nova Science Pub Inc, 2001.
- [GM96] S. Guan and A.G. Marshall, *Stored waveform inverse Fourier transform (SWIFT) ion excitation in trapped-ion mass spectrometry: Theory and applications*, International Journal of Mass Spectrometry and Ion Processes **157** (1996), 5–37.
- [GMRW68] G. Gräff, F.G. Major, R.W.H. Roeder, and G. Werth, *Method for measuring the cyclotron and spin resonance of free electrons*, Physical Review Letters **21** (1968), 340–342.
- [Gro70a] H. Grotch, *Electron g factor in hydrogenic atoms*, Physical Review Letters **24** (1970), 39–42.
- [Gro70b] H. Grotch, *Nuclear Mass Corrections to the Electron g Factor*, Physical Review A **2** (1970), 1605–1607.
- [GS22] W. Gerlach and O. Stern, *Der experimentelle Nachweis der Richtungsquantelung im Magnetfeld*, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei **9** (1922), 349–352.
- [GV09] D. A. Glazov and A. V. Volotka, Private Kommunikation über V.A. Shabaev (2009).
- [HBD⁺06] F. Herfurth, T. Beier, L. Dahl, S. Eliseev, S. Heinz, O. Kester, C. Kozhuharov, G. Maero, and W. Quint, *Precision measurements with highly charged ions at rest: The HITRAP project at GSI*, International Journal of Mass Spectrometry **251** (2006), 266–272.
- [HBH⁺00] H. Häffner, T. Beier, N. Hermanspahn, H.J. Kluge, W. Quint, S. Stahl, J. Verdù, and G. Werth, *High-accuracy measurement of the magnetic moment anomaly of the electron bound in hydrogenlike carbon*, Physical Review Letters **85** (2000), 5308–5311.
- [Her99] N.H. Hermanspahn, *Das magnetische Moment des gebundenen Elektrons in wasserstoffartigem Kohlenstoff C^{5+}* , Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 1999.

- [Häf00] H. Häffner, *Päzisionsmessung des magnetischen Moments des Elektrons in wasserstoffähnlichem Kohlenstoff*, Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2000.
- [HFG08] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse, *New measurement of the electron magnetic moment and the fine structure constant*, *Physical Review Letters* **100** (2008), 120801.
- [HW00] H. Haken and H.C. Wolf, *Atom-und Quantenphysik: Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen; mit 29 Tabellen, 173 Aufgaben und vollständigen Lösungen*, Springer, 2000.
- [Inc01] Corning Incorporated, *MACOR*.
- [KF47] P. Kusch and H.M. Foley, *Precision Measurement of the Ratio of the Atomic Values' in the $2 P 3/2$ and $2 P$ States of Gallium*, *Phys. Rev* **72** (1947), 1256.
- [KN06] T. Kinoshita and M. Nio, *Improved α^4 term of the electron anomalous magnetic moment*, *Physical Review D* **73** (2006), 13003.
- [Kre91] M. Kretzschmar, *Particle motion in a Penning trap*, *Eur. J. Phys* **12** (1991), 240–248.
- [Kre09] S.W. Kreim, *Direct observation of a single proton in a Penning trap*, Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2009.
- [Lid01] D.R. Lide, *Handbook of chemistry and physics*, CRC Pr I Llc, 2001.
- [LPC54] W.H. Louisell, R.W. Pidd, and H.R. Crane, *An experimental measurement of the gyromagnetic ratio of the free electron*, *Physical Review* **94** (1954), 7–16.
- [MA10] H. Rodegheri C.C. Ulmer S. Blaum K. Quint W. Walz J. Mooser A., Kracke, Private Kommunikation 2010 (2010).
- [Mar40] H. Margenau, *Relativistic Magnetic Moment of a Charged Particle*, *Physical Review* **57** (1940), 383–386.
- [MDL⁺06] F. Maurer, A. Dangwal, D. Lysenkov, G. Müller, M.E. Toimil-Molares, C. Trautmann, J. Brötz, and H. Fuess, *Field emission of copper nanowires grown in polymer ion-track membranes*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* **245** (2006), 337–341.
- [MJAB⁺08] M. Marie-Jeanne, J. Alonso, K. Blaum, S. Djekic, M. Dworschak, U. Hager, A. Herlert, S. Nagy, R. Savreux, L. Schweikhard, et al., *Towards a magnetic field stabilization at ISOLTRAP for high-accuracy mass measurements on exotic nuclides*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* **587** (2008), 464–473.

- [MLUF⁺07] A.J. Martínez, J.R. López-Urrutia, D. Fischer, R.S. Orts, and J. Ullrich, *The Heidelberg EBIT: Present results and future perspectives*, Journal of Physics: Conference Series, vol. 72, IOP Publishing, 2007, p. 012001.
- [MMH⁺99] A.D. Müller, F. Müller, M. Hietschold, F. Demming, J. Jersch, and K. Dickmann, *Characterization of electrochemically etched tungsten tips for scanning tunneling microscopy*, Review of Scientific Instruments **70** (1999), 3970.
- [MTN08] P.J. Mohr, B.N. Taylor, and D.B. Newell, *CODATA recommended values of the fundamental physical constants: 2006*, Reviews of Modern Physics **80** (2008), 633–730, pp. 633–730.
- [NFS⁺06] S. Nagy, T. Fritioff, A. Solders, R. Schuch, M. Björkhage, and I. Bergström, *Precision mass measurements of $^{40}\text{Ca}^{17+}$ and $^{40}\text{Ca}^{19+}$ ions in a Penning trap*, The European Physical Journal D **39** (2006), 1–4.
- [Ota07] J. A. Otamendi, *Development of an experiment for ultrahigh-precision g -factor*.
- [Pac09] K. Pachucki, *Private Kommunikation*.
- [PCJY05] K. Pachucki, A. Czarnecki, U.D. Jentschura, and V.A. Yerokhin, *Complete two-loop correction to the bound-electron g factor*, Physical Review A **72** (2005), 22108.
- [QMSV08] W. Quint, D.L. Moskovkhin, V.M. Shabaev, and M. Vogel, *Laser-microwave double-resonance technique for g -factor measurements in highly charged ions*, Physical Review A **78** (2008), 32517.
- [Ram90] N.F. Ramsey, *Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers*, Reviews of Modern Physics **62** (1990), 541–552.
- [RBK⁺09] C. C. Rodegheri, K. Blaum, H. Kracke, S. Kreim, A. Mooser, C. Mrozik, W. Quint, S. Ulmer, and J. Walz, *Developments for the direct determination of the g -factor of a single proton in a Penning trap*, Hyperfine Interactions **194** (2009), 93–98.
- [RIS⁺04] G.C. Rodrigues, P. Indelicato, J.P. Santos, P. Patte, and F. Parente, *Systematic calculation of total atomic energies of ground state configurations*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **86** (2004), 117–233.
- [RMM08] M. Redshaw, J. McDaniel, and E.G. Myers, *Dipole Moment of PH^+ and the Atomic Masses of ^{28}Si , ^{31}P by Comparing Cyclotron Frequencies of Two Ions Simultaneously Trapped in a Penning Trap*, Physical Review Letters **100** (2008), 093002.
- [SAA⁺06] V.M. Shabaev, O.V. Andreev, A.N. Artemyev, S.S. Baturin, A.A. Elizarov, Y.S. Kozhedub, N.S. Oreshkina, I.I. Tupitsyn, V.A. Yerokhin, and O.M. Zherebtsov, *QED effects in heavy few-electron ions*, International Journal of Mass Spectrometry **251** (2006), 109–118.

- [SAD⁺05] S. Stahl, J. Alonso, S. Djekic, H.J. Kluge, W. Quint, J. Verdu, M. Vogel, and G. Werth, *Phase-sensitive measurement of trapped particle motions*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **38** (2005), 297–304.
- [SBS⁺10] S. Sturm, K. Blaum, B. Schabinger, A. Wagner, W. Quint, and G. Werth, *On g-factor experiments with individual ions*, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **43** (2010), 074016.
- [se08] stahl electronics.com, *UM 1-14 and UM 1-5*.
- [SGO⁺06] V.M. Shabaev, D.A. Glazov, N.S. Oreshkina, A.V. Volotka, G. Plunien, H.J. Kluge, and W. Quint, *g-Factor of heavy ions: a new access to the fine structure constant*, Physical Review Letters **96** (2006), 253002.
- [SGS⁺02] V.M. Shabaev, D.A. Glazov, M.B. Shabaeva, V.A. Yerokhin, G. Plunien, and G. Soff, *g-factor of high-Z lithiumlike ions*, Physical Review A **65** (2002), 62104.
- [Sha01] V.M. Shabaev, *QED theory of the nuclear recoil effect on the atomic g-factor*, Physical Review A **64** (2001), 52104.
- [SPC61] A.A. Schupp, R.W. Pidd, and H.R. Crane, *Measurement of the g Factor of Free, High-Energy Electrons*, Physical Review **121** (1961), 1–17.
- [Sta98] S. Stahl, *Aufbau eines Experimentes zur Bestimmung elektronischer g-Faktoren einzelner wassstoffähnlicher Ionen*, Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 1998.
- [Stu07] S. Sturm, *Implementation of a mass separation method in the Penning trap REXTRAP and investigation of space-charge related phenomena*, Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2007.
- [SY02] V.M. Shabaev and V.A. Yerokhin, *Recoil Correction to the Bound-Electron g Factor in H-like Atoms to All orders in αZ* , Physical Review Letters **88** (2002), 91801.
- [Tul05] J.K. Tuli, *Nuclear Wallet Cards . BNL., N.*
- [UKB⁺09] S. Ulmer, H. Kracke, K. Blaum, S. Kreim, A. Mooser, W. Quint, C.C. Rodegheri, and J. Walz, *The quality factor of a superconducting rf resonator in a magnetic field*, Review of Scientific Instruments **80** (2009), 123302.
- [Ulm06] S. Ulmer, *Entwicklung des experimentellen Aufbaus zur Messung des g-Fktors des Protons in einer Penningfalle*, Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2006.
- [VAD⁺07] M. Vogel, J. Alonso, S. Djekic, H.J. Kluge, W. Quint, S. Stahl, J. Verdu, and G. Werth, *Towards electronic g-factor measurements in medium-heavy hydrogen-like and lithium-like ions*, Nuclear Inst. and Methods in Physics Research, B **235** (2007), 7–16.

- [VDJMFS89] R.S. Van Dyck Jr, F.L. Moore, D.L. Farnham, and P.B. Schwinberg, *Number dependency in the compensated Penning trap*, Physical Review A **40** (1989), 6308–6313.
- [VDJSD77] R.S. Van Dyck Jr, P.B. Schwinberg, and H.G. Dehmelt, *Precise measurements of axial, magnetron, cyclotron, and spin-cyclotron-beat frequencies on an isolated 1-MeV electron*, Physical Review Letters **38** (1977), 310–314.
- [VDS⁺04] J. Verdu, S. Djekić, S. Stahl, T. Valenzuela, M. Vogel, G. Werth, T. Beier, H.J. Kluge, and W. Quint, *Electronic g Factor of Hydrogenlike Oxygen ¹⁶O⁷⁺*, Physical Review Letters **92** (2004), 93002.
- [Ver10] J. Verdù, Private Kommunikation (2010).
- [VG01] J.L. Verdù Galiana, *One experiment for the high precision measurement of the g_j- factor of the electron bound in hydrogenlike ions*, Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2001.
- [VG03] J.L. Verdù Galiana, *Ultrapräzise Messung des elektronischen g-Faktors in wasserstoffähnlichem Sauerstoff.*, Ph.D. thesis, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2003.
- [VKA⁺05] J. Verdù, S. Kreim, J. Alonso, K. Blaum, S. Djekic, W. Quint, S. Stahl, S. Ulmer, M. Vogel, J. Walz, et al., *Penning trap measurement of the magnetic moment of the antiproton*, AIP Conference Proceedings, vol. 796, 2005, p. 260.
- [Wag08] A. Wagner, *Design of a battery-based, low-noise voltage source for the experiment to measure the g-factor of the electron bound to highly-charged calcium ions*, Diplomarbeit, Johannes Gutenberg-Universität Mainz, 2008.
- [WD09] DJ Wineland and HG Dehmelt, *Principles of the stored ion calorimeter*, Journal of Applied Physics **46** (2009), 919–930.
- [WHQ02] G. Werth, H. Häffner, and W. Quint, *Continuous stern-gerlach effect on atomic ions*, Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics **48** (2002), 191–217.
- [WSS⁺10] A. Wagner, S. Sturm, B. Schabinger, K. Blaum, and W. Quint, *A battery-based, low-noise voltage source*, Review of Scientific Instruments **81** (2010), 064706.
- [ZHK10] J. Zatorski, Z. Harman, and C.H. Keitel, Private Kommunikation 2010 (2010).

Copyrightnachweis

Die Abbildung 1.1 von [ZHK10] wurde mit freundlicher Genehmigung von J. Zatorski und Z. Harman abgedruckt.

Die Tabellen 2.1, 2.4 und 2.5 aus [SBS⁺10]

S. Sturm, K. Blaum, B. Schabinger, A. Wagner, W. Quint, and G. Werth,
On g -factor experiments with individual ions,

Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 43 (2010), 074016

<http://dx.doi.org/10.1088/0953-4075/43/7/074016>

wurde mit freundlicher Genehmigung von IOP Publishing Ltd abgedruckt.

Die Tabelle 2.2 aus [PCJY05]

K. Pachucki, A. Czarnecki, U.D. Jentschura, and V.A. Yerokhin,

Complete two-loop correction to the bound-electron g factor,

Physical Review A 72(2005), 22108

<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.72.022108>

wurde mit freundlicher Genehmigung von American Physical Society abgedruckt.

Die Tabelle 2.3 von [GV09] wurde mit freundlicher Genehmigung von D. A. Glazov und A. V. Volotka abgedruckt.

Der untere Teile der Abbildung 4.3 aus [VDS⁺04]

J. Verdu, S. Djekić, S. Stahl, T. Valenzuela, M. Vogel, G. Werth, T. Beier, H.J. Kluge,
and W. Quint, *Electronic g Factor of Hydrogenlike Oxygen $^{16}\text{O}^7+$,*

Physical Review Letters 92 (2004), 93002

<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.093002>

wurde mit freundlicher Genehmigung von American Physical Society abgedruckt.

