

Christian Fuchs

**Messung des Cotton-Mouton-Effekts
am Stellarator W7-AS**

Dissertation

"Dieser IPP-Bericht ist als Manuskript des Autors gedruckt. Die Arbeit entstand im Rahmen der Zusammenarbeit zwischen dem IPP und EURATOM auf dem Gebiet der Plasmaphysik. Alle Rechte vorbehalten."

"This IPP-Report has been printed as author's manuscript elaborated under the collaboration between the IPP and EURATOM on the field of plasma physics. All rights reserved."

Messung des Cotton-Mouton-Effekts am Stellarator W7-AS

Dissertation
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt an
der Naturwissenschaftlichen Fakultät II – Physik
der Universität Regensburg

von
Christian Fuchs
aus
Garching bei München

1998

Promotionsgesuch eingereicht am: 19.05.1998

Die Arbeit wurde angeleitet von: Prof. Dr. F. Wagner, MPI Garching

Promotionskolloquium abgehalten am: 29.07.1998

Prüfungsausschuß:

Vorsitzender:	Prof. Dr. J. Keller
1. Gutachter:	Prof. Dr. F. Wagner, MPI Garching
2. Gutachter:	Prof. Dr. K. F. Renk
weiterer Prüfer:	Prof. Dr. M. Creuzburg

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Polarimetrie magnetisierter Plasmen	5
1.1 Beschreibung von Polarisationszuständen mit Stokesparametern . . .	5
1.1.1 Formale Darstellung und physikalische Bedeutung der Stokesparameter	5
1.1.2 Berechnung von Polarisationsänderungen mit Stokesparametern	8
1.2 Doppelbrechende Eigenschaften magnetisierter Plasmen	10
1.2.1 Modell des stoßfreien Plasmas	10
1.2.2 Brechungsindizes magnetisierter Plasmen	10
1.2.3 Faraday-Effekt	11
1.2.4 Cotton-Mouton-Effekt	13
1.2.5 Optische Eigenschaften magnetisierter Plasmen für beliebige Richtungen	16
1.3 Analytische Darstellungen der Müllermatrix	18
1.3.1 Vorgehensweise bei kleiner Doppelbrechung	18
1.3.2 Vorgehensweise bei großer Doppelbrechung	21
1.3.3 Messung des Stokesparameters s_2	24
1.3.4 Auswirkungen unerwünschter Amplitudenmodulation	25
2 Experimenteller Aufbau	27
2.1 Beschreibung der Apparatur	27
2.1.1 Übersicht und Funktionsweise	27
2.1.2 Strahlengang	30
2.1.3 Elektrische Beschaltung	30
2.2 Beschreibung wichtiger Komponenten	34

2.2.1	Rückwärtswellenoszillator	34
2.2.2	Empfangseinheiten und ihre Anschlußgeräte	37
2.2.3	Hohlleiter	40
2.2.4	Quarzfenster	46
2.2.5	Polarisationsgitter und Strahlteiler	48
2.3	Phasenmessung	51
2.3.1	Phasenmessung mittels A/D-Wandler und Software	51
2.3.2	Phasenmessung mittels einer Anlogschaltung	52
3	Experimentelle Ergebnisse	53
3.1	Auswertung der Meßergebnisse	53
3.1.1	Umrechnung zwischen Liniendichte und Phasenverschiebung	53
3.1.2	Apparative Fehler	59
3.1.3	Bestimmung der Liniendichte aus Interferometerdaten	61
3.2	Darlegung und Interpretation der Meßergebnisse	64
3.2.1	Auswirkungen von Vielfachreflexion	64
3.2.2	Messungen bei verschiedenen Magnetfeldern und Frequenzen	66
3.2.3	Bestimmung der Müllermatrix des Plasmas	68
3.2.4	Liniendichtemessung und Dichteregulung	69
3.2.5	Messung schneller Dichteänderungen	72
	Zusammenfassung	77
	A Doppelbrechende Eigenschaften eines magnetisierten Plasmas	81
	B Näherungsweise Berechnung der Müllermatrix	85
	Literaturverzeichnis	89

Einleitung

Die erste Entdeckung auf dem Gebiet der Magneto-Optik gelang M. Faraday im Jahre 1846 [1] und war „einer der großen Marksteine in der Entwicklung der Theorie des Lichts“ [2]. Der nach ihm benannte Effekt bewirkt eine Drehung der Polarisationssebene von linear polarisierten Wellen durch die Einwirkung eines zur Ausbreitungsrichtung parallelen Magnetfeldes auf ein transparentes Medium. Der Cotton-Mouton-Effekt wurde im Jahre 1905 von A. Cotton und H. Mouton beobachtet [3] und bewirkt im zur Ausbreitungsrichtung transversalen Magnetfeld eine Änderung der Elliptizität elektromagnetischer Wellen.

Beide Effekte können verstanden werden, wenn die Welle in charakteristische Anteile zerlegt wird, die das doppelbrechende Medium mit unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten durchlaufen. Das Medium ist beim Faraday-Effekt zirkular doppelbrechend. Die charakteristischen Wellen sind rechts- und linkszirkular polarisierte Wellen. Der Cotton-Mouton-Effekt wird dagegen durch lineare Doppelbrechung verursacht: Die charakteristischen Wellen sind linear polarisierte Wellen, wobei die Polarisationssebene der einen Welle parallel zur Richtung des Magnetfeldes und die der anderen senkrecht dazu steht.

Der Cotton-Mouton-Effekt findet auf verschiedenen Gebieten der physikalischen Grundlagenforschung Anwendung. In diamagnetischen Flüssigkeiten, deren Moleküle sowohl eine Anisotropie der magnetischen Suszeptibilität als auch der optischen Polarisierbarkeit aufweisen, bewirkt das Magnetfeld eine teilweise Ausrichtung der Moleküle, die zu unterschiedlichen Brechungsindizes für die beiden charakteristischen Wellen führt [4]. Die Größe des Effekts ist dabei für den Fall schwach ausgeprägter Ausrichtung ein Maß für die Anisotropie der magnetischen Suszeptibilität. Korrelationen zwischen der Ausrichtung der einzelnen Moleküle führen zu einer Vergrößerung des Effekts. Daraus lassen sich intermolekulare Korrelationslängen ermitteln [5].

Der Cotton-Mouton-Effekt wird auch bei freien Elektronen beobachtet. Das Auftreten unterschiedlicher Brechungsindizes für die charakteristischen Wellen kann qualitativ dadurch erklärt werden, daß Elektronen, die durch eine elektromagnetische Welle parallel zur Richtung des Magnetfeldes beschleunigt werden, von diesem unbeeinflusst bleiben, während Elektronen, die transversal zu den magnetischen Feldlinien schwingen, die Lorentz-Kraft spüren. Da die Größe des Effekts von der Elektronenmasse abhängt, besteht die Möglichkeit, z. B. die effektive Masse von Elektronen in

Halbleitern zu bestimmen [6].

Die vorliegende Arbeit untersucht die Verwendbarkeit des Cotton-Mouton-Effekts zur Elektronendichtemessung magnetisierter Plasmen. Hierbei wird ausgenutzt, daß die Größe des Effekts bei hohen Frequenzen näherungsweise linear von der Dichte der Elektronen abhängt. Es besteht daher die Möglichkeit, die linienintegrierte Elektronendichte in magnetisierten Plasmen mit polarimetrischen Methoden zu bestimmen. Diese Untersuchungen stellen einen Teil dieser Arbeit dar. Ihre Bedeutung liegt darin, daß eine zuverlässige Messung der Liniendichte, die mit gängigen Interferometern unter gewissen Umständen schwierig ist, eine Voraussetzung für den Betrieb zukünftiger Fusionsexperimente mit langen Plasmaentladungen ist. In diesem Zusammenhang ist der Einsatz eines Cotton-Mouton-Polarimeters für den geplanten Fusionsreaktor ITER vorgeschlagen worden [7]. Der andere Teil der Untersuchungen beschäftigt sich mit einer experimentellen Bestimmung der doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas im Rahmen eines von S. E. Segre entwickelten Formalismus zur Berechnung von Polarisationsänderungen.

Elektromagnetische Wellen eignen sich in vielfältiger Weise für plasmadiagnostische Zwecke, da sie störungsfreie und berührungslose Messungen zur Bestimmung wichtiger Plasmaparameter erlauben. Heutige Fusionsexperimente arbeiten mit Magnetfeldern und Elektronendichten, die Zyklotron- und Plasmafrequenzen entsprechend dem Millimeterwellenlängenbereich ergeben. Die dielektrischen Eigenschaften dieser Fusionsplasmen ermöglichen damit verschiedenste diagnostische Meßverfahren mit Millimeter- und Submillimeterwellen, sowohl passiver als auch aktiver Art [8]. Polarimeter können dieser Gruppe von Diagnostiken zugeordnet werden [9].

Um den Cotton-Mouton-Effekt möglichst unbeeinflusst zu untersuchen, wird eine Sichtlinie durch das Plasma gewählt, bei der die Ausbreitungsrichtung der Welle senkrecht auf der Richtung des Magnetfeldes steht. Da der Faraday-Effekt bei hohen Frequenzen für vergleichbare magnetische Flußdichten größer als der Cotton-Mouton-Effekt ist, führt eine nicht exakte Ausrichtung der Sichtlinie über eine Parallelkomponente des Magnetfeldes zu einem gleichzeitigen Auftreten beider Effekte. Eine experimentelle Überprüfung, ob der Cotton-Mouton-Effekt ungestört vom Faraday-Effekt gemessen wird, kann aufgrund der unterschiedlichen Abhängigkeiten der Effekte von der Frequenz und dem Magnetfeld erfolgen.

Für eine Anwendung des Cotton-Mouton-Effekts in der Plasmadiagnostik wurden erste einfache Messungen von Grolli und Maddaluno [10] durchgeführt. Eine stabile Messung der Liniendichte konnte von Shevchenko et al. am Tokamak T-11M demonstriert werden [11]. Stellaratoren eignen sich für genaue quantitative Untersuchungen des Cotton-Mouton-Effekts, da bei diesen das Magnetfeld nahezu ausschließlich von Strömen in externen Spulen, außerhalb des Plasmas, bestimmt wird; die Magnetfeldtopologie ist deswegen sehr gut bekannt. Insbesondere am Garching Stellarator W7-AS [12] steht eine horizontale Sichtlinie durch das Plasmazentrum zur Verfügung, bei der rechnerisch kein Faraday-Effekt auftritt (siehe Abbildung 1). Lediglich infolge mechanischer Ungenauigkeiten kann sich ein gewisser Beitrag des Faraday-Effekts zur Doppelbrechung ergeben. Änderungen des Polarisationszustan-

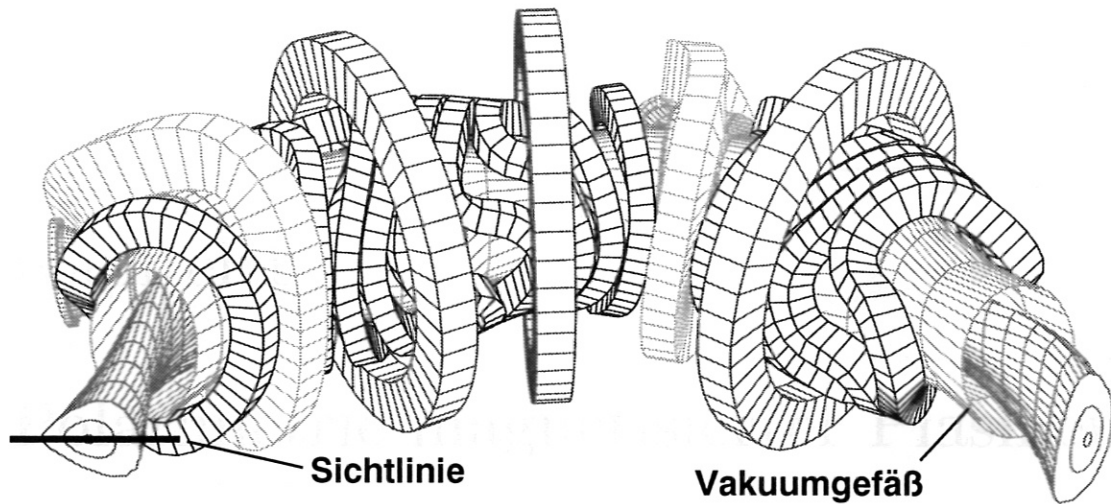


Abbildung 1: Ein Teil der Spulen und des Vakuumgefäßes von W7-AS. Die Form des Plasmas ist vom Magnetfeld bestimmt. Die Sichtlinie für die Untersuchung des Cotton-Mouton-Effekts liegt in einer Schnittebene mit dreieckförmigem Plasma.

des der sondierenden Welle können, in Abhängigkeit von der Liniendichte, mit hoher Genauigkeit berechnet werden. Dies ermöglicht sowohl eine genaue Messung der Liniendichte als auch eine experimentelle Überprüfung der Frequenz- und der Magnetfeld-Abhängigkeit. Die am W7-AS installierten Einrichtungen zur Plasma-diagnostik erlauben zudem eine Überprüfung der gemessenen Absolutwerte.

Im ersten Kapitel dieser Arbeit werden die Grundlagen polarimetrischer Messungen an magnetisierten Plasmen dargelegt. Dabei werden im Rahmen eines allgemeinen Formalismus zur Berechnung von Polarisationsänderungen die doppelbrechenden Eigenschaften dieser Plasmen beschrieben. Im Anschluß daran erfolgt eine Darstellung der Meßmethode, der sich die Beschreibung des Versuchsaufbaus anschließt. Im letzten Kapitel werden nach der ausführlichen Darstellung der Vorgehensweise bei der Auswertung der Meßdaten die experimentellen Ergebnisse dargelegt und zusammengefaßt. Detaillierte Rechnungen zu den doppelbrechenden Eigenschaften magnetisierter Plasmen sind in Anhang A und B dargestellt.

Dabei ist E die elektrische Feldstärke, ω die Kreisfrequenz und ω_p die Plasmafrequenz. Eine Welle ist vollständig polarisiert, wenn sich E_x/E_y sowie $\arg(E_x/E_y)$ in dem diese Größen bestimmt werden können. In einem Plasma treten schnelle statistische Schwankungen in den Feldern vor, die durch die unvollständige Polarisation der Wellen entstehen.

Die Komponenten E_x und E_y sind durch die Maxwell-Gleichungen verbunden. In einem Plasma gilt die Kontinuitätsgleichung $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$ und die Poisson-Gleichung $\nabla^2 \phi = -\rho$. Die Komponenten E_x und E_y sind durch die Maxwell-Gleichungen verbunden. In einem Plasma gilt die Kontinuitätsgleichung $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$ und die Poisson-Gleichung $\nabla^2 \phi = -\rho$.



Abbildung 1: Technische Zeichnung eines Bauteils (z.B. Zylinderkopf) in der Draufsicht. Die Beschriftungen sind sehr schwach und schwer lesbar, scheinen aber Begriffe wie 'Ventiltrieb' und 'Ventiltriebmechanismus' zu enthalten.

Die Abbildung zeigt die Draufsicht auf einen Zylinderkopf mit dem Ventiltrieb. Die Pleuellagerung ist im unteren Bereich des Zylinders zu sehen. Die Pleuellagerung ist ein Pleuellager, das die Pleuellagerpleueln mit dem Pleuellagerpleuel verbindet. Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden.

Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden. Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden.

Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden. Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden.

Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden. Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden.

Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden. Die Pleuellagerpleuel sind Pleuellagerpleuel, die die Pleuellagerpleuel mit dem Pleuellagerpleuel verbinden.

Kapitel 1

Polarimetrie magnetisierter Plasmen

1.1 Beschreibung von Polarisationszuständen mit Stokesparametern

1.1.1 Formale Darstellung und physikalische Bedeutung der Stokesparameter

Der Polarisationszustand einer elektromagnetischen Welle kann auf unterschiedliche Weise beschrieben werden. In dieser Arbeit wird ein auf Stokes zurückgehender Formalismus verwendet, der sich durch Anschaulichkeit und Experimentnähe auszeichnet.

Eine ebene elektromagnetische Welle, die sich entlang der z -Achse eines kartesischen Koordinatensystems ausbreitet, kann mit folgenden Gleichungen beschrieben werden:

$$E_x(t) = E_{x_0} \cos(\omega t + \varphi_x) \quad (1.1)$$

$$E_y(t) = E_{y_0} \cos(\omega t + \varphi_y). \quad (1.2)$$

Dabei ist E die elektrische Feldstärke, ω die Kreisfrequenz und φ die Phase. Die Welle ist vollständig polarisiert, wenn sich E_{y_0}/E_{x_0} sowie $\phi = \varphi_y - \varphi_x$ über einen Zeitraum, in dem diese Größen bestimmt werden können, nur wenig ändern; bei unpolarisierten Wellen treten schnelle statistische Schwankungen auf. Thermische Strahlungsquellen strahlen unpolarisierte Wellen ab; eine teilweise oder auch vollständige Polarisation erfolgt z. B. bei einer schrägen Reflexion an dielektrischen Schichten oder beim Durchlaufen der Wellen durch ein Filter, das eine bestimmte Schwingungsrichtung des elektrischen Feldes bevorzugt transmittiert. Kohärente Strahlungsquellen wie Laser oder Mikrowellenoszillatoren emittieren im allgemeinen vollständig polarisierte Wellen.

Jede beliebig polarisierte Welle kann als Überlagerung eines polarisierten und eines unpolarisierten Anteils dargestellt werden. Eine vollständige Beschreibung des Polarisationszustandes ist mit den vier Stokesparametern s_0^* , s_1^* , s_2^* und s_3^* möglich, die auf einfache Weise experimentell ermittelt werden können [13, 14]¹. Es gilt [13]:

$$\begin{aligned} s_0^* &= E_{x_0}^2 + E_{y_0}^2 \\ s_1^* &= E_{x_0}^2 - E_{y_0}^2 \\ s_2^* &= 2 E_{x_0} E_{y_0} \cos(\varphi_y - \varphi_x) \\ s_3^* &= 2 E_{x_0} E_{y_0} \sin(\varphi_y - \varphi_x). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Der Parameter s_0^* ist proportional zur Intensität I_0 , die mit einem Detektor ohne vorgeschalteten Analysator gemessen wird; die Proportionalitätskonstante wird für eine einfachere Darstellung als eins angenommen. Die drei anderen Parameter ergeben sich aus Intensitätsmessungen mit demselben Detektor durch Einfügen verschiedener Analysatoranordnungen:

- Linearanalysator parallel zur x-Achse \rightarrow Messung von s_1^*
- Linearanalysator unter einem Winkel von 45° zur x- bzw. y-Achse \rightarrow Messung von s_2^*
- Kombination aus $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte, die die Phase von E_y um $\pi/2$ gegenüber der Phase von E_x verzögert, und einem Linearanalysator unter einem Winkel von 45° zur x- bzw. y-Achse \rightarrow Messung von s_3^*

Die jeweils hinter einem Analysator gemessene Intensität I_k ist dabei

$$I_k = \frac{1}{2}(s_k^* + s_0^*) \quad k = 1, 2, 3. \quad (1.4)$$

Für unpolarisierte bzw. polarisierte Wellen gelten die Beziehungen $s_1^* = s_2^* = s_3^* = 0$ bzw. $s_0^{*2} = s_1^{*2} + s_2^{*2} + s_3^{*2}$. Bei vielen Anwendungen ist es sinnvoll, die Stokesparameter auf die Intensität s_0^* zu normieren, sodaß

$$s_k = s_k^*/s_0^* \quad k = 0, 1, 2, 3 \quad (1.5)$$

gilt. Solange nur vollständig polarisierte Wellen betrachtet werden und die absolute Intensität keine wichtige Meßgröße ist, genügt zur Beschreibung des Polarisationszustandes die Angabe der relativen Größen s_1 , s_2 und s_3 . Diese drei Größen bilden den Stokesvektor \vec{s} .

Der polarisierte Anteil einer Welle kann als der zeitliche Verlauf von \vec{E} in einem E_y - E_x -Diagramm dargestellt werden. Es ergibt sich im allgemeinen eine Polarisationsellipse (siehe Abbildung 1.1). Der Polarisationszustand ist durch das Achsenverhältnis

¹In [13] und [14] werden für die Stokesparameter die Abkürzungen I,M,C und S verwendet.

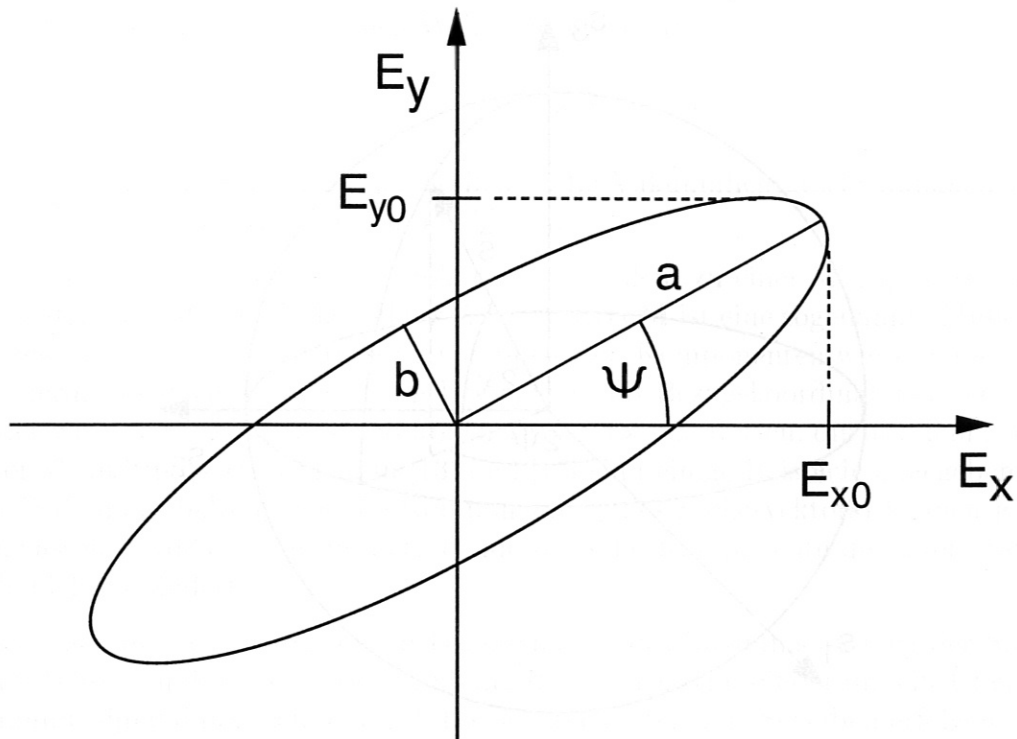


Abbildung 1.1: Zeitlicher Verlauf des \vec{E} -Feldvektors einer transversalen elektromagnetischen Welle während einer Periodendauer; die Strahlungsquelle liegt dabei in der Blickrichtung des Beobachters. Form und Lage dieser Polarisationsellipse legen zusammen mit der Umlaufrichtung des \vec{E} -Feldvektors den Polarisationszustand fest.

b/a ($b < a$), den Verkippungswinkel Ψ , und die Umlaufrichtung des \vec{E} -Feldvektors festgelegt. Die drei Stokesparameter s_1 , s_2 und s_3 ergeben sich dann zu [15]:

$$\begin{aligned} s_1 &= \cos 2\chi \cos 2\Psi \\ s_2 &= \cos 2\chi \sin 2\Psi \\ s_3 &= \sin 2\chi. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Dabei ist χ über $\tan \chi = \pm b/a$ definiert; χ ist positiv bzw. negativ für einen Umlaufsinn des \vec{E} -Feldvektors in bzw. gegen Uhrzeigerrichtung.

Da der Stokesvektor \vec{s} für polarisierte Wellen ein Einheitsvektor ist, kommt, geometrisch betrachtet, dessen Ende auf der Oberfläche einer Einheitskugel, der sogenannten Poincaré-Sphäre, zu liegen (siehe Abbildung 1.2). Die Winkel 2χ und 2Ψ geben dabei Breiten- und Längengrad der Position auf der Oberfläche an. Wie im folgenden gezeigt wird, können mit Hilfe der Poincaré-Sphäre Polarisationsänderungen auf einfache Weise berechnet werden.

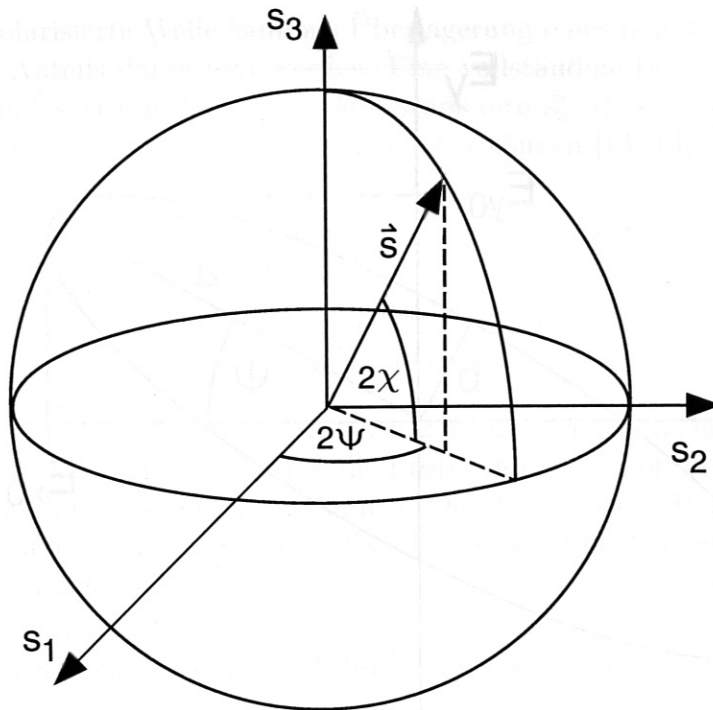


Abbildung 1.2: Jeder Polarisationszustand kann durch eine Position auf der Poincaré-Sphäre beschrieben werden. Ein beliebiger Stokesvektor \vec{s} ist eingezeichnet.

1.1.2 Berechnung von Polarisationsänderungen mit Stokesparametern

Für jede Sichtlinie durch ein transparentes Medium mit konstanten optischen Eigenschaften gibt es zwei charakteristische Wellen, die sich dadurch auszeichnen, daß sich ihr jeweiliger Polarisationszustand beim Durchgang nicht ändert. Die Stokesvektoren dieser Wellen werden im folgenden \vec{s}_{c_1} und \vec{s}_{c_2} genannt, die zugehörigen Brechungsindizes seien μ_1 und μ_2 mit $\mu_1 > \mu_2$. Damit spricht man von der langsamen und der schnellen charakteristischen Welle. Die Polarisationszustände sind orthogonal. Dies bedeutet geometrisch, daß sich \vec{s}_{c_1} und \vec{s}_{c_2} auf der Poincaré-Sphäre gegenüberliegen [14]. Jede beliebige Welle kann als eine Überlagerung charakteristischer Wellen aufgefaßt werden, die unabhängig voneinander das Medium mit ihrer jeweiligen Phasengeschwindigkeit $c/\mu_{1,2}$ durchlaufen; eine erneute Überlagerung der charakteristischen Wellen mit verschobener Phasendifferenz ergibt eine Welle mit geändertem Polarisationszustand.

Für die Berechnung der Polarisationsänderung ist es nicht erforderlich, jede betrachtete Welle in ihre charakteristischen Anteile zu zerlegen. Die Wirkung eines Mediums auf den Polarisationszustand einer beliebig polarisierten Welle kann geometrisch durch eine starre Rotation der Poincaré-Sphäre beschrieben werden, wobei die Richtung der Rotationsachse durch \vec{s}_{c_1} und der Drehwinkel γ durch den Phasen-

unterschied der charakteristischen Wellen gegeben ist:

$$\gamma = \frac{\omega}{c}(\mu_1 - \mu_2) \cdot l. \quad (1.7)$$

Dabei ist ω die Kreisfrequenz der Wellen, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit und l die Weglänge der Sichtlinie durch das Medium.

Die starre Rotation der Poincaré-Sphäre ist äquivalent zu einer Multiplikation einer Drehmatrix \mathbb{M} mit dem Stokesvektor \vec{s} . Die Matrix \mathbb{M} ist eine sogenannte Müllermatrix, wie sie auch zur Beschreibung von optischen Komponenten wie Polarisatoren, Verzögerungsplatten etc. sowie von Drehungen des Bezugskoordinatensystems verwendet wird. Müllermatrizen sind üblicherweise 4×4 -Matrizen, die mit dem Stokesvektor \vec{s}^* multipliziert werden; in [13] und [16] sind einige Beispiele angegeben. Die erste Zeile und Spalte (sowie die Komponente s_0^* des Stokesvektors) können jedoch weggelassen werden, wenn die betreffende optische Komponente die Intensität der Welle nicht verändert.

Ändern sich die doppelbrechenden Eigenschaften des Mediums entlang der Sichtlinie (z -Achse), muß für eine Beschreibung der Polarisationsänderung ein Übergang auf infinitesimal dünne, auf der z -Achse senkrecht stehende Scheiben erfolgen; diese Vorgehensweise ist erlaubt, wenn sich die optischen Eigenschaften des Mediums innerhalb einer Wellenlänge nur sehr wenig ändern. Die Richtung der Drehachse und der infinitesimale Drehwinkel für die Poincaré-Sphäre sind eine Funktion von z . Es gilt folgende Gleichung für die Entwicklung des Stokesvektors [15]:

$$\frac{d\vec{s}(z)}{dz} = \vec{\Omega}(z) \times \vec{s}(z). \quad (1.8)$$

Der Vektor $\vec{\Omega}$ definiert die von z abhängige Drehachse mit der Richtung von \vec{s}_{c_1} und einem Betrag von $(\omega/c)(\mu_1 - \mu_2)$, sodaß folgende Gleichung gilt:

$$\vec{\Omega} = \frac{\omega}{c}(\mu_1 - \mu_2) \vec{s}_{c_1}. \quad (1.9)$$

Eine Folge von Drehungen kann durch eine einzige Drehung um eine bestimmte Achse ausgedrückt werden. Somit wird das Medium auch für den Fall, daß sich dessen doppelbrechende Eigenschaften entlang der Sichtlinie ändern, durch eine Matrix \mathbb{M} beschrieben. Diese Matrix wird aus dem Vektor $\vec{\Omega}$ berechnet, wie in Abschnitt 1.3 gezeigt werden wird. Im folgenden werden die doppelbrechenden Eigenschaften magnetisierter Plasmen dargelegt und es wird der Vektor $\vec{\Omega}$ für ein Plasma abgeleitet.

1.2 Doppelbrechende Eigenschaften magnetisierter Plasmen

1.2.1 Modell des stoßfreien Plasmas

Ein Plasma ist ein quasi-neutrales Gemisch aus Ionen und Elektronen. Die geladenen Teilchen werden durch die Wechselfelder elektromagnetischer Wellen beschleunigt, wodurch sich eine Wechselwirkung ergibt. Die Ionenmasse m_i ist bei einem Plasma, welches aus leichtem Wasserstoff besteht, um den Faktor 1836 größer als die Elektronenmasse m_e . Die Ionen können als statisch behandelt werden und ihr Einfluß auf elektromagnetische Wellen sehr hoher Frequenzen, wie sie üblicherweise für Plasmadiagnostiken eingesetzt werden, kann vernachlässigt werden.

Stöße der Elektronen führen prinzipiell zu einer Dämpfung der Wellen. Die Stoßfrequenzen ν für fusionsrelevante Plasmen sind jedoch sehr klein im Vergleich zu den in den Experimenten dieser Arbeit verwendeten Frequenzen von über 500 GHz. Für die Bewegungsgleichungen der Elektronen, aus denen der Brechungsindex des Plasmas abgeleitet werden kann, sind die effektiven Stoßzeiten $\tau = 1/\nu$ der Elektronen von Bedeutung, nach denen im Mittel eine Ablenkung um 90° erfolgt. Die kürzesten Stoßzeiten besitzen Elektron-Elektron-Stöße sowie Elektron-Ion-Stöße. Beide Stoßzeiten sind für ein reines Wasserstoffplasma etwa gleich groß [17, 18]. Die Stoßzeiten sind von der Elektronentemperatur T_e und der Elektronendichte n_e abhängig mit $\tau \propto T_e^{(3/2)}/n_e$. Somit treten die höchsten Stoßfrequenzen für kleine Temperaturen und hohe Dichten auf. Bei Annahme einer Temperatur von $T_e = 100 \text{ eV}^2$ und einer hohen Elektronendichte $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ergeben sich für ein reines Wasserstoffplasma Elektron-Elektron- und Elektron-Ion-Stoßfrequenzen von etwa 4 MHz. Selbst für diese relativ niedrige Temperatur sind die Stoßfrequenzen damit auch bei einer hohen Dichte schon um einem Faktor von über 10^5 kleiner als die verwendeten Meßfrequenzen.

Das Plasma kann deswegen in sehr guter Näherung als stoßfreies und damit für hohe Frequenzen transparentes Medium aufgefaßt werden. Die Ionen spielen für die Wellenausbreitung keine Rolle.

1.2.2 Brechungsindizes magnetisierter Plasmen

Aus Gründen einer einfacheren Darstellung wird die Elektronendichte n_e im folgenden meist durch die sogenannte Plasmafrequenz³ ω_p ausgedrückt werden, die der

²Temperaturen werden in der Plasmaphysik als Teilchenenergie angegeben. Es ist stets das Produkt $k_B T$ gemeint.

³Die Plasmafrequenz müßte an dieser Stelle genau genommen als Plasmakreisfrequenz bezeichnet werden, was in der Fachliteratur aber nicht üblich ist. Kreisfrequenzen werden im Rahmen dieser Arbeit durch Verwendung des Buchstabens ω kenntlich gemacht.

Elektronendichte n_e proportional ist:

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m_e}. \quad (1.10)$$

In dieser Gleichung sind e die Elementarladung und ε_0 die Dielektrizitätskonstante des Vakuums. Die Plasmafrequenz ist die Eigenfrequenz des Plasmas, mit der eine Störung der Ladungshomogenität schwingt. Für ein Plasma mit $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ beträgt die Plasmafrequenz $\omega_p/(2\pi)$ etwa 90 GHz.

Bei Anwesenheit eines Magnetfeldes wird das Plasma doppelbrechend. Der Polarisationszustand der charakteristischen Wellen, die im allgemeinen elliptisch polarisiert sind, hängt vom Winkel θ zwischen der magnetischen Flußdichte \vec{B} und der Ausbreitungsrichtung \vec{k} (z -Achse) ab. Die Gleichung, die deren Brechungsindizes μ_1 und μ_2 angibt, wurde bereits 1932 von Appleton zur Beschreibung der Wellenausbreitung in der Ionosphäre hergeleitet [19]:

$$\mu_{1,2}^2 = 1 - \frac{X}{1 - \frac{Y_T^2}{2(1-X)} \pm \sqrt{4(1-X)^2 + Y_L^2}}. \quad (1.11)$$

In dieser Gleichung werden der Übersichtlichkeit halber folgende Abkürzungen verwendet:

$$X = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1.12)$$

$$Y_L = \frac{\omega_c}{\omega} \cos \theta \quad (1.13)$$

$$Y_T = \frac{\omega_c}{\omega} \sin \theta. \quad (1.14)$$

Die Frequenz $\omega_c = eB/m_e$ ist die Zyklotronkreisfrequenz, mit der die Elektronen um die magnetischen Feldlinien gyrieren. Bei einer magnetischen Flußdichte von 2.5 T beträgt die Zyklotronfrequenz $\omega_c/(2\pi)$ etwa 70 GHz.

Die Gleichung (1.11) ist gültig für ein stoßfreies und kaltes Plasma. Für ein warmes Plasma ergeben sich Korrekturen, die nach Gleichungen aus [19] für hohe Frequenzen mit $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$ von der Ordnung $(\omega_p^2/\omega^2) \cdot k_B T_e / (m_e c^2)$ sind. Für fusionsrelevante Plasmen mit Temperaturen bis etwa 20 keV bleiben die Korrekturen klein, sodaß das Modell des kalten Plasmas für die Berechnung absoluter Brechungsindizes geeignet ist. Für polarimetrische Messungen, in denen Unterschiede zwischen den Brechungsindizes charakteristischer Wellen eine Rolle spielen, ist eine genauere Betrachtung der Temperaturabhängigkeit nötig. Diese erfolgt für die Spezialfälle $\theta = 0$ und $\theta = 90^\circ$, die den Faraday- und den Cotton-Mouton-Effekt repräsentieren.

1.2.3 Faraday-Effekt

Der Faraday-Effekt wird für den Fall $\vec{k} \parallel \vec{B}$ beobachtet. Die charakteristischen Wellen sind zirkular polarisiert. Der Brechungsindex $\mu_{R,L} = \mu_{1,2}$ der rechts- bzw. links-

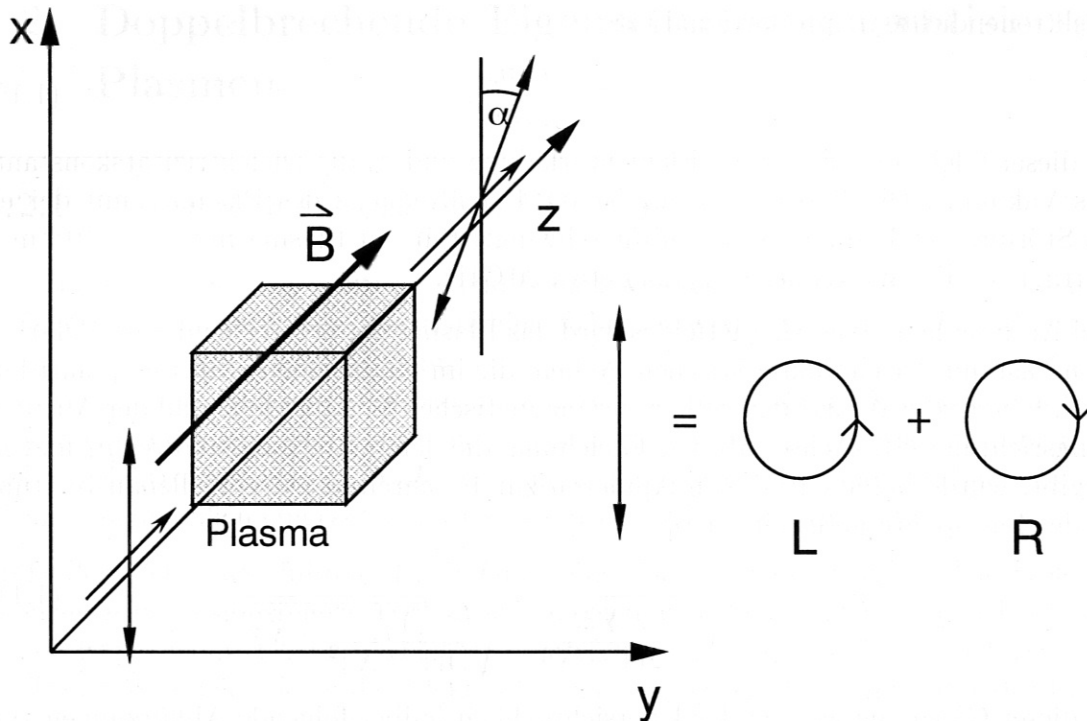


Abbildung 1.3: Veranschaulichung des Faraday-Effekts. Der durch das Magnetfeld \vec{B} verursachte Unterschied zwischen den Brechungsindizes der rechts- und der linkzirkular polarisierten Komponenten einer linear polarisierten Welle führt zu einer Verdrehung der Polarisationssebene.

zirkular polarisierten Welle ergibt sich mit $\theta = 0$, d. h. $Y_L = \omega_c/\omega$ und $Y_T = 0$, aus Gleichung (1.11):

$$\mu_{1,2} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 \pm \omega_c/\omega)}}. \quad (1.15)$$

Der Faraday-Effekt bewirkt eine Drehung der Polarisationssebene, was für linear polarisierte Wellen besonders leicht veranschaulicht werden kann (siehe Abbildung 1.3). Eine linear polarisierte Welle kann zerlegt werden in eine links- und eine rechtszirkular polarisierte Welle mit gleicher Amplitude; die Phasendifferenz $\varphi_L - \varphi_R$ legt den Winkel der Polarisationssebene fest. Durchlaufen diese Wellen das Plasma parallel zu dem Magnetfeldvektor \vec{B} , ändert sich die Phasendifferenz und somit der Winkel der Polarisationssebene. Für den Drehwinkel α gilt dabei $\alpha = \frac{1}{2}\Delta(\varphi_L - \varphi_R) = \frac{1}{2}\Delta\Phi_F$.

Die für genügend hohe Frequenzen gültige Abhängigkeit des Faraday-Effekts von der Frequenz und der magnetischen Flußdichte B kann leicht gezeigt werden. Für $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$ ist

$$\mu_{1,2} \simeq 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 \pm \omega_c/\omega)} \right). \quad (1.16)$$

Die Differenz der Brechungsindizes ist damit

$$\mu_1 - \mu_2 \simeq \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 - \omega_c/\omega)} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 (1 + \omega_c/\omega)} \right) = \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega^3 - \omega \omega_c^2} \simeq \frac{\omega_p^2 \omega_c}{\omega^3}. \quad (1.17)$$

Der korrespondierende Phasenunterschied $\gamma = \Delta\Phi_F$ nach Gleichung (1.7) ist

$$\Delta\Phi_F \simeq \frac{\omega_p^2 \omega_c}{c\omega^2} l = 52.62 \cdot \frac{n_e}{10^{20} \text{ m}^{-3}} \frac{B}{\text{T}} \frac{\lambda^2}{\text{mm}^2} \frac{l}{\text{m}}, \quad (1.18)$$

wobei λ die Wellenlänge ist. In dieser Näherung ist demnach die Phasenverschiebung bzw. der Drehwinkel direkt proportional zur Elektronendichte n_e , der magnetischen Flußdichte B und dem Quadrat der Wellenlänge λ .

Für eine Bestimmung der Abhängigkeit des Faraday-Effekts von der Elektronentemperatur sind sehr genaue Berechnungen der Brechungsindizes $\mu_{1,2}$ erforderlich, da deren Differenz für hohe Frequenzen klein ist. Numerische Rechnungen⁴ für eine Frequenz von 535 GHz, eine Plasmafrequenz von 90 GHz und eine Zyklotronfrequenz von 70 GHz zeigen, daß die Differenz $\mu_1 - \mu_2$ im betrachteten Temperaturbereich bis $T_e = 10$ keV um etwa 1.15 % je 1 keV abnimmt. Am W7-AS mit typischen Elektronentemperaturen im Bereich von 1–6 keV spielt die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes somit keine große Rolle, was den Faraday-Effekt betrifft. Bei größeren Maschinen wie z. B. dem geplanten ITER, der Temperaturen von einigen 10 keV erreichen soll, erscheint eine Berücksichtigung von Temperatureffekten jedoch ratsam.

1.2.4 Cotton-Mouton-Effekt

Der Cotton-Mouton-Effekt tritt für den Fall $\vec{k} \perp \vec{B}$ auf. Die charakteristischen Wellen sind linear polarisiert und werden ordentliche bzw. außerordentliche Mode genannt (o-Mode für $\vec{E} \parallel \vec{B}$ bzw. x-Mode für $\vec{E} \perp \vec{B}$). Ihre Brechungsindizes ergeben sich mit $\theta = 90^\circ$, d. h. $Y_T = \omega_c/\omega$ und $Y_L = 0$ aus Gleichung (1.11). Der Brechungsindex μ_1 der o-Mode ist wegen $\vec{E} \parallel \vec{B}$ der eines unmagnetisierten Plasmas:

$$\mu_1 = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}. \quad (1.19)$$

Der Brechungsindex μ_2 ergibt sich zu

$$\mu_2 = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_c^2} \right)}. \quad (1.20)$$

⁴Die Rechnungen wurden von Victor Tribaldos, CIEMAT, Madrid, durchgeführt. Bei diesen Rechnungen wird der hermitesche Teil des Dielektrizitätstensors für den Fall $\omega \gg \omega_c$ nach der Temperatur entwickelt.

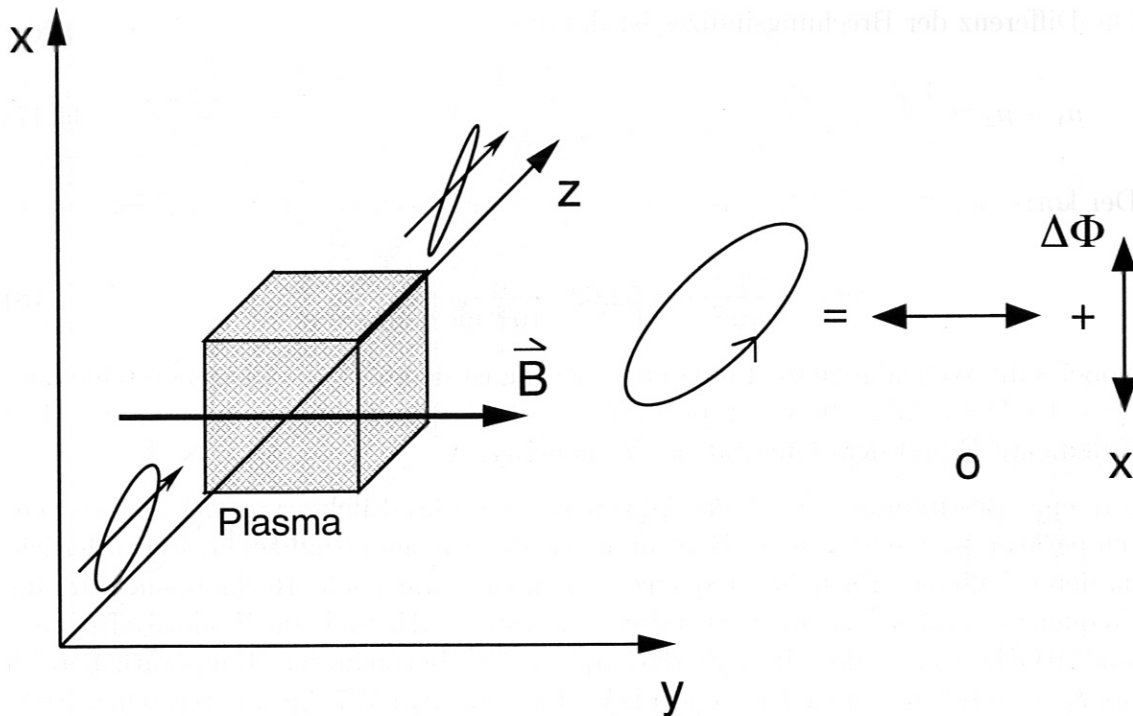


Abbildung 1.4: Veranschaulichung des Cotton-Mouton-Effekts. Der durch das Magnetfeld \vec{B} verursachte Brechungsindexunterschied zwischen der o- und der x-Mode einer elliptisch polarisierten Welle führt zu einer Änderung der Elliptizität.

Der Unterschied der Brechungsindizes führt zu einer Phasenverschiebung $\Delta\Phi_{CM}$ zwischen der o- und der x-Mode. Eine linear polarisierte Welle, die aus einer o- und einer x-Komponente besteht, erfährt damit eine Änderung der Elliptizität beim Durchlaufen des Plasmas. Dieser Effekt wird in Abbildung 1.4 veranschaulicht.

Für $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$ sind die Brechungsindizes der charakteristischen Wellen durch

$$\mu_1 \simeq 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (1.21)$$

und

$$\mu_2 \simeq 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_c^2} \right) \right] \quad (1.22)$$

gegeben. Für den Brechungsindexunterschied ergibt sich

$$\mu_1 - \mu_2 \simeq \frac{1}{2} \left[\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_c^2} - 1 \right) \right] = \frac{\omega_p^2}{2\omega^2} \left(\frac{\omega_c^2}{\omega^2 - \omega_p^2 - \omega_c^2} \right) \simeq \frac{\omega_p^2 \omega_c^2}{2\omega^4}. \quad (1.23)$$

Der korrespondierende Phasenunterschied $\gamma = \Delta\Phi_{CM}$ nach Gleichung (1.7) ist

$$\Delta\Phi_{CM} \simeq \frac{\omega_p^2 \omega_c^2}{2c\omega^3} l = 2.457 \cdot \frac{n_e}{10^{20} \text{ m}^{-3}} \frac{B^2}{\text{T}^2} \frac{\lambda^3}{\text{mm}^3} \frac{l}{\text{m}}. \quad (1.24)$$

Der Cotton-Mouton-Effekt hängt somit bei hohen Frequenzen linear von der Elektronendichte n_e , vom Quadrat der magnetischen Flußdichte B und der dritten Potenz der Wellenlänge λ ab.

Die Temperaturabhängigkeit des Cotton-Mouton-Effekts wurde wie beim Faraday-Effekt mit numerischen Ergebnissen für die Brechungsindizes $\mu_{1,2}$ bestimmt. Dabei zeigt sich für die Frequenzen 535 und 627 GHz und die vier möglichen Kombinationen der Plasmafrequenzen 45 und 90 GHz und der Zyklotronfrequenzen 35 und 70 GHz eine Abnahme von $\mu_1 - \mu_2$ von etwa 1.8 % je 1 keV. Der genaue Wert hängt nur leicht von den angegebenen Plasmaparametern ab, sodaß sich keine Konsequenzen für die Überprüfung der Magnetfeld- und der Frequenzabhängigkeit des Cotton-Mouton-Effekts ergeben. Jedoch weist der unter der Annahme eines kalten Plasmas berechnete Wert für $\mu_1 - \mu_2$ einen von der Elektronentemperatur des untersuchten Plasmas abhängigen Fehler auf. Dieser kann aber für die relevanten Experimente, die bei Zentraltemperaturen um etwa 1 keV durchgeführt wurden, vernachlässigt werden.

Eine Besonderheit der x-Mode ist das Vorhandensein einer Komponente des \vec{E} -Feldes in Ausbreitungsrichtung der Welle; sie ist also nicht rein transversal. Die Stokesparameter beschreiben jedoch rein transversale Wellen. Der Polarisationszustand einer Welle in einem magnetisierten Plasma kann nur in guter Näherung mit Stokesparametern beschrieben werden, wenn die Parallelkomponente E_{\parallel} des elektrischen Feldes der Welle hinreichend klein ist. Das Verhältnis E_{\parallel}/E_{\perp} ist in [19] für beliebige Ausbreitungsrichtungen der Welle in Bezug auf das Magnetfeld abgeleitet. Es ist für die x-Mode maximal und beträgt für diese

$$E_{\parallel}/E_{\perp} = \frac{(\omega_p^2/\omega^2)(\omega_c/\omega)}{(1 - \omega_c^2/\omega^2) \left(1 - \frac{\omega_c^2/\omega^2}{1 - \omega_p^2/\omega^2}\right)}. \quad (1.25)$$

Die Parallelkomponente des \vec{E} -Feldes wird umso größer, je kleiner die Frequenz der Welle in Bezug auf die Plasma- und Zyklotronfrequenzen ist. Für die niedrigste verwendete Frequenz von 535 GHz, die höchste Zyklotronfrequenz von 70 GHz und die höchste Elektronendichte bzw. Plasmafrequenz von $2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ bzw. 127 GHz gilt $E_{\parallel}/E_{\perp} = 7.7 \cdot 10^{-3}$, d. h. die Parallelkomponente ist immer kleiner als 1 % und die x-Mode in sehr guter Näherung transversal.

Gäbe es Sichtlinien durch das Plasma, entlang derer das Magnetfeld seine Richtung nicht ändern würde und entlang derer es mit Sicherheit keine Parallelkomponente hätte, so könnte der Cotton-Mouton-Effekt ausschließlich unter Zuhilfenahme der Gleichungen (1.19) und (1.20) zur Messung der linienintegrierten Elektronendichte eingesetzt werden. Da aber jedes fusionsrelevante Plasma aus Stabilitätsgründen eine Verdrillung der Magnetfeldlinien benötigt, d. h. sich die Richtung des Magnetfeldes ändert, muß zur Messung des Cotton-Mouton-Effekts auf den in Abschnitt 1.1.2 vorgestellten allgemeinen Formalismus zurückgegriffen werden. Im nächsten Abschnitt wird aufgezeigt, wie der Vektor $\vec{\Omega}$ berechnet wird, der die optischen Eigenschaften des Plasmas im Rahmen dieses Formalismus beschreibt.

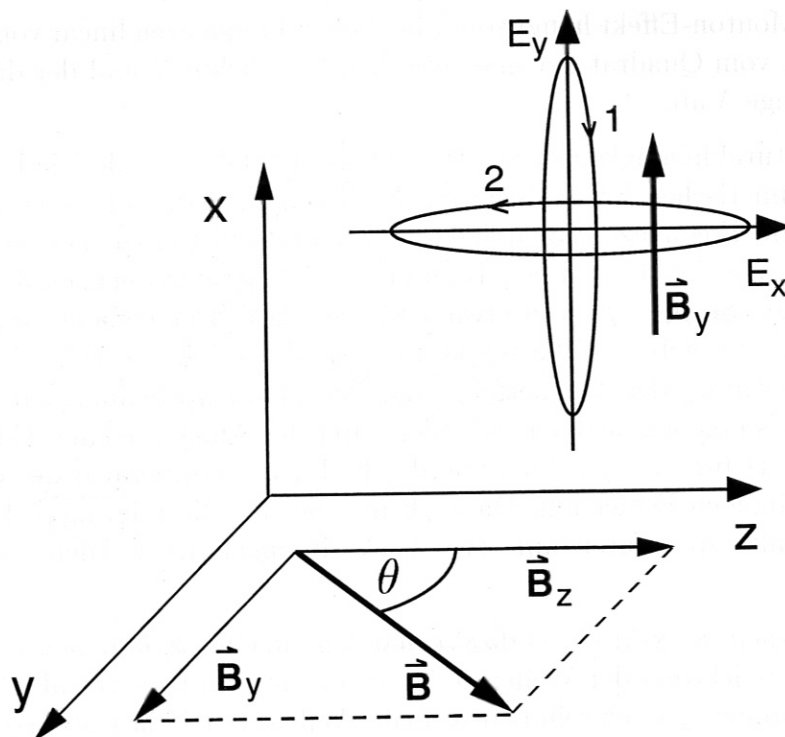


Abbildung 1.5: Das Koordinatensystem für die Gleichungen (1.11) und (1.26) ist so gewählt, daß der Vektor \vec{B} in der y - z -Ebene liegt. Die langsame (1) bzw. schnelle (2) charakteristische Welle ist als Polarisationsellipse veranschaulicht.

1.2.5 Optische Eigenschaften magnetisierter Plasmen für beliebige Richtungen

Für beliebige Winkel θ zwischen der Ausbreitungsrichtung der Wellen und der magnetischen Flußdichte \vec{B} sind die charakteristischen Wellen elliptisch polarisiert. Ihre Brechungsindizes sind in Gleichung (1.11) angegeben.

Da das elektrische Feld einer linear polarisierten Welle durch Betrag und Phase festgelegt wird, können die Komponenten des \vec{E} -Feldes als komplexe elektrische Feldstärken \check{E} dargestellt werden. Der Polarisationszustand einer transversalen Welle ist durch den komplexen Polarisationskoeffizienten $\check{R} = \check{E}_x / \check{E}_y$ festgelegt, der für die charakteristischen Wellen im magnetisierten Plasma wie folgt lautet [19]:

$$\check{R}_{1,2} = \frac{i}{(\omega_c/\omega) \cos \theta} \left(\frac{(\omega_c^2/\omega^2) \sin^2 \theta}{2(1 - \omega_p^2/\omega^2)} \mp \sqrt{\frac{(\omega_c^4/\omega^4) \sin^4 \theta}{4(1 - \omega_p^2/\omega^2)^2} + \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \cos^2 \theta} \right). \quad (1.26)$$

Für das Produkt der beiden Polarisationskoeffizienten folgt daraus

$$\check{R}_1 \cdot \check{R}_2 = 1. \quad (1.27)$$

Das verwendete Koordinatensystem ist zusammen mit den Polarisationsellipsen der charakteristischen Wellen in Abbildung 1.5 dargestellt. Die grundlegenden Eigenschaften der charakteristischen Wellen können aus den Gleichungen (1.26) und (1.27)

abgeleitet werden. $\check{R}_{1,2}$ ist — bis auf den Sonderfall $\theta = 90^\circ$ mit linear polarisierten charakteristischen Wellen — rein imaginär, d. h. die Phasendifferenz zwischen E_x und E_y ist $\pm 90^\circ$. Somit fallen die Hauptachsen der Ellipsen mit den Koordinatenachsen zusammen. Aus Gleichung (1.27) folgt $E_{x_1}/E_{y_1} = E_{y_2}/E_{x_2}$, d. h. beide Polarisationsellipsen weisen dieselbe Elliptizität auf; lediglich die kleine und die große Halbachse vertauschen ihre Rollen. Da $|\check{R}_1| < |\check{R}_2|$ ist, liegt die lange Halbachse der langsamen charakteristischen Welle parallel zu \vec{B}_y . Der Imaginärteil von \check{R}_1 ist stets negativ, d. h. die Phase von E_{y_1} eilt der Phase von E_{x_1} um 90° voraus; der \vec{E} -Feldvektor der Polarisationsellipse der langsamen charakteristischen Welle läuft demnach im Uhrzeigersinn.

Die Berechnung des Vektors $\vec{\Omega}$ nach Gleichung (1.9), der die lokalen doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas für eine gegebene Ausbreitungsrichtung der Welle in Bezug auf das Magnetfeld beschreibt, ist mit diesen Erkenntnissen möglich. Aus dem aus den Gleichungen (1.26) und (1.27) abgeleiteten Polarisationszustand der langsamen charakteristischen Welle kann der entsprechende Stokesvektor \vec{s}_{c_1} berechnet werden. Die Brechungsindizes μ_1 und μ_2 gehen aus der Gleichung (1.11) hervor. Der Rechenweg ist in Kurzform in [15] beschrieben; eine ausführliche Herleitung ist in Anhang A aufgeführt. Im folgenden wird nur das Ergebnis angegeben:

$$\vec{\Omega} = \frac{\omega_p^2}{(\mu_1 + \mu_2)c\omega^3 D} \begin{pmatrix} \frac{e^2}{m_e^2} \frac{B_x^2 - B_y^2}{1 - \omega_p^2/\omega^2} \\ \frac{e^2}{m_e^2} \frac{2B_x B_y}{1 - \omega_p^2/\omega^2} \\ 2\omega \frac{e}{m_e} B_z \end{pmatrix}, \quad (1.28)$$

wobei die Größe D durch

$$D = 1 - \frac{e^2}{\omega^2 m_e^2} \left(\frac{B_x^2 + B_y^2}{1 - \omega_p^2/\omega^2} + B_z^2 \right) \quad (1.29)$$

definiert ist. Die Komponenten Ω_1 und Ω_2 beschreiben den Cotton-Mouton-, Ω_3 den Faraday-Effekt. Die Größen Ω_1 und Ω_2 gehen bei einer 45° -Drehung des Bezugskoordinatensystems um die z -Achse (Ausbreitungsrichtung der Welle) ineinander über. Die Komponente Ω_2 ist nur dann von null verschieden, wenn das Magnetfeld nicht parallel zur x - oder y -Achse des gewählten Koordinatensystems liegt.

Für $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$ gilt $D \simeq 1$ und $\mu_{1,2} \simeq 1$, sodaß für hohe Frequenzen eine vereinfachte Form von Gleichung (1.28) zur Berechnung von $\vec{\Omega}$ benutzt werden kann:

$$\vec{\Omega} = \frac{\omega_p^2}{2c\omega^3} \begin{pmatrix} \frac{e^2}{m_e^2} (B_x^2 - B_y^2) \\ \frac{e^2}{m_e^2} 2B_x B_y \\ 2\omega \frac{e}{m_e} B_z \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

In dieser Näherung sind die drei Komponenten von $\vec{\Omega}$ direkt proportional zum Quadrat der Plasmafrequenz und damit zur Elektronendichte n_e . Das Integral von Ω_1 über die Sichtlinie ist, wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden wird, ein Maß für die Elliptizitätsänderung einer Welle durch den Cotton-Mouton-Effekt. Bei konstantem Magnetfeld ist diese Änderung direkt proportional zum Linienintegral über die Elektronendichte. Wird zur Berechnung von Ω_1 die exakte Gleichung (1.28) benutzt, ergibt sich je nach Elektronendichte eine stärkere Änderung der Elliptizität, wodurch die berechnete Liniendichte auch bei konstantem Magnetfeld zusätzlich vom Dichteprofil abhängt. Für die im Experiment benutzten Frequenzen von über 500 GHz beträgt die Abweichung der mit den Gleichungen (1.28) und (1.30) berechneten Werte für Ω_1 auch bei hohen Dichten von $1.5 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ und einer magnetischen Flußdichte von $B = 2.5 \text{ T}$ nicht mehr als 10%; aus diesem Grund spielt der genaue Verlauf des Dichteprofiles nur eine untergeordnete Rolle, da sich auch B_y entlang der Sichtlinie nur wenig ändert und B_x hinreichend klein ist (siehe Abbildung 1.6).

Mit diesem Ergebnis für den Vektor $\vec{\Omega}$ wird im folgenden die Müllermatrix des Plasmas berechnet, die die doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas für eine gewählte Sichtlinie vollständig beschreibt. Desweiteren werden Verfahren zur Messung von einzelnen Matrixelementen bzw. des Cotton-Mouton-Effekts vorgestellt.

1.3 Analytische Darstellungen und experimentelle Bestimmung der Müllermatrix

1.3.1 Vorgehensweise bei kleiner Doppelbrechung

Eine numerische Berechnung von \mathbb{M} , über die nach der Gleichung

$$\vec{s}(z_1) = \mathbb{M}(z_1) \cdot \vec{s}(z_0) \quad (1.31)$$

der Endzustand des Stokesvektors $\vec{s}(z_1)$ aus einem beliebigen Ausgangszustand $\vec{s}(z_0)$ berechnet werden kann, ist in jedem Fall durch Multiplikation der Müllermatrizen vieler dünner Scheiben oder über Gleichung (B.4) möglich. Für eine analytische Darstellung von \mathbb{M} , wie sie für die Anwendung von Polarisationsmodulationsverfahren zur Messung einzelner Matrixelemente wünschenswert ist, kann auf Näherungsverfahren nach [15, 20, 21] zurückgegriffen werden.

Für den Fall, daß die Doppelbrechung des Mediums zwischen den Anfangs- und den Endpunkten der Sichtlinie bei z_0 und z_1 klein ist, was mathematisch bedeutet, daß die Größe W_i ,

$$W_i = \int_{z_0}^{z_1} dz \Omega_i(z), \quad (1.32)$$

dem Betrag nach klein gegen eins ist, kann die entsprechende Müllermatrix durch eine Entwicklung näherungsweise analytisch angegeben werden [20]:

$$\mathbb{M}(z_1) \simeq \begin{pmatrix} 1 & -W_3 + W_{21} & W_2 + W_{31} \\ W_3 + W_{12} & 1 & -W_1 + W_{32} \\ -W_2 + W_{13} & W_1 + W_{23} & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

Die Größen W_{ik} ergeben sich aus der zweiten Ordnung der Entwicklung und werden über die Gleichung

$$W_{ik} = \int_{z_0}^{z_1} dz \Omega_i(z) \int_{z_0}^z dz' \Omega_k(z') \quad (1.34)$$

berechnet.

Unter Verwendung bestimmter Modulationstechniken können die nichtdiagonalen Elemente der in Gleichung (1.33) dargestellten Matrix experimentell bestimmt werden [20].

Im folgenden werden die drei grundsätzlichen Modulationsverfahren beschrieben.

Modulationsverfahren 1

Bei dieser Modulationsart wird die Phase zwischen der x - und der y -Komponente der das Plasma sondierenden Welle kontinuierlich mit der Winkelgeschwindigkeit ω_m verschoben, was eine Elliptizitätsmodulation bewirkt. Der Stokesvektor $\vec{s}(z_0)$ dieser Welle ergibt sich aus Gleichung (1.3):

$$\vec{s}(z_0) = \begin{pmatrix} g \\ h \cos \omega_m t \\ h \sin \omega_m t \end{pmatrix}. \quad (1.35)$$

Dabei werden die Größen $g = (E_{x_0}^2 - E_{y_0}^2)/(E_{x_0}^2 + E_{y_0}^2)$ und $h = 2E_{x_0}E_{y_0}/(E_{x_0}^2 + E_{y_0}^2)$ eingeführt; für den angestrebten Fall $E_{x_0} = E_{y_0}$ gilt $g = 0$ und $h = 1$.

Aus den Gleichungen (1.31), (1.33) und (1.35) ergeben sich für die Komponenten $s_2(z_1)$ und $s_3(z_1)$ die Gleichungen

$$s_2(z_1) = g(W_3 + W_{12}) + h \cos \omega_m t - h(W_1 - W_{32}) \sin \omega_m t \quad (1.36)$$

$$s_3(z_1) = -g(W_2 - W_{13}) + h(W_1 + W_{23}) \cos \omega_m t + h \sin \omega_m t. \quad (1.37)$$

Aus der Bedingung $|W_i| \ll 1$ folgt, daß die nichtdiagonalen Matrixelemente klein gegen eins sind, sodaß die beiden letztgenannten Gleichungen näherungsweise in die Form

$$s_2(z_1) \simeq g(W_3 + W_{12}) + h \cos(\omega_m t + (W_1 - W_{32})) \quad (1.38)$$

$$s_3(z_1) \simeq -g(W_2 - W_{13}) + h \sin(\omega_m t + (W_1 + W_{23})) \quad (1.39)$$

gebracht werden können. Die Matrixelemente $M_{23} = -W_1 + W_{32}$ und $M_{32} = W_1 + W_{23}$ werden somit über die Phasenverschiebung zwischen $s_i(z_0)$ und $s_i(z_1)$ mit $i = 2, 3$ gemessen. Dazu werden zwei Detektoren benötigt, die die jeweiligen Stokesparameter über die in Abschnitt 1.1.1 genannten Analysatoranordnungen bestimmen. Für den Fall, daß der Cotton-Mouton-Effekt dominiert, gilt $|W_1| \gg |W_{32}|, |W_{23}|$. Die gemessene Phasenverschiebung ist unter dieser Bedingung hauptsächlich auf den Cotton-Mouton-Effekt zurückzuführen; der Faraday-Effekt spielt in erster Ordnung keine Rolle.

Modulationsverfahren 2

Durch Einfügen einer $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte, deren optische Achse unter einem Winkel von 45° zur x -Achse steht, wird eine andere Art der Modulation erreicht: Die Elliptizität der Polarisationsellipse ist konstant, während der Verkipfungswinkel Ψ mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_m/2$ rotiert. Der Stokesvektor $\vec{s}(z_0)$ wird durch Multiplikation der Müllermatrix einer $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte [16] mit dem in Gleichung (1.35) angegebenen Stokesvektor berechnet:

$$\vec{s}(z_0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g \\ h \cos \omega_m t \\ h \sin \omega_m t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -h \sin \omega_m t \\ h \cos \omega_m t \\ g \end{pmatrix}. \quad (1.40)$$

Eine Multiplikation der Matrix von Gleichung (1.33) mit dem in Gleichung (1.40) berechneten Stokesvektor führt dann zu folgenden Gleichungen:

$$s_1(z_1) = g(W_2 + W_{31}) - h \sin \omega_m t - h(W_3 - W_{21}) \cos \omega_m t \quad (1.41)$$

$$s_2(z_1) = -g(W_1 - W_{32}) - h(W_3 + W_{12}) \sin \omega_m t + h \cos \omega_m t. \quad (1.42)$$

Entsprechend dem Modulationsverfahren 1 können somit auch mit Modulationsverfahren 2 zwei Matrixelemente über Phasendifferenzen gemessen werden, und zwar die Elemente $M_{12} = -W_3 + W_{21}$ und $M_{21} = W_3 + W_{12}$ über die Gleichungen

$$s_1(z_1) = g(W_2 + W_{31}) - h \sin(\omega_m t + (W_3 - W_{21})) \quad (1.43)$$

$$s_2(z_1) = -g(W_1 - W_{32}) + h \cos(\omega_m t + (W_3 + W_{12})). \quad (1.44)$$

Für den Fall $|W_3| \gg |W_{21}|, |W_{12}|$ wird mit dieser Modulationsart vornehmlich der Faraday-Effekt gemessen.

Modulationsverfahren 3

Eine weitere Modifikation von Modulationsverfahren 1 ist durch eine Drehung von \vec{E}_x und \vec{E}_y um 45° gegen die x -Achse möglich, sodaß die elliptische Modulation erhalten bleibt, der Verkipfungswinkel Ψ der Polarisationsellipse jedoch gegenüber

Modulationsverfahren 1 um 45° verdreht ist. Mit Hilfe der Müllermatrix einer solchen Drehung [13] ergibt sich ein Stokesvektor von

$$\vec{s}(z_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g \\ h \cos \omega_m t \\ h \sin \omega_m t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \cos \omega_m t \\ -g \\ h \sin \omega_m t \end{pmatrix}. \quad (1.45)$$

Die relevanten Stokesparameter sind in diesem Fall s_1 und s_3 :

$$s_1(z_1) = g(W_3 - W_{21}) + h \cos \omega_m t + h(W_2 + W_{31}) \sin \omega_m t \quad (1.46)$$

$$s_3(z_1) = -g(W_1 + W_{23}) - h(W_2 - W_{13}) \cos \omega_m t + h \sin \omega_m t. \quad (1.47)$$

Somit können die Matrixelemente $M_{13} = W_2 + W_{31}$ und $M_{31} = -W_2 + W_{13}$ über Phasendifferenzen gemessen werden:

$$s_1(z_1) = g(W_3 - W_{21}) + h \cos(\omega_m t - (W_2 + W_{31})) \quad (1.48)$$

$$s_3(z_1) = -g(W_1 + W_{23}) + h \sin(\omega_m t - (W_2 - W_{13})). \quad (1.49)$$

Für den Fall eines sehr kleinen Faraday-Effekts, wobei auch die Größen W_{31} und W_{13} klein würden, wird dann hauptsächlich die Größe W_2 gemessen (sofern diese nicht ebenfalls sehr klein ist).

Für den Fall kleiner Doppelbrechung kann somit im Prinzip die Müllermatrix \mathbb{M} der Gleichung (1.33), die die doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas beschreibt, experimentell durch aufeinanderfolgende Anwendung aller drei beschriebenen Modulationsverfahren ermittelt werden. Dies erfordert eine hohe Meßgenauigkeit und ist schwierig für den Fall $\Omega_1 \gg \Omega_3$, bei dem alle Matrixelemente, die die Größe W_1 nicht enthalten, sehr klein sind. Aus diesem Grund wurde im Experiment am W7-AS neben der ideal senkrecht zum Magnetfeld ausgerichteten eine weitere, etwas verkippte Sichtlinie eingerichtet, bei der Ω_3 mit Ω_1 vom Betrag her vergleichbar ist. Wegen experimenteller Probleme war diese Sichtlinie nicht für quantitative Untersuchungen nutzbar; darauf wird in Abschnitt 3.1.2 nochmals genauer eingegangen werden. Es wird im folgenden deswegen stets nur die zentrale, nicht verkippte Sichtlinie diskutiert und bei allen Überlegungen zugrunde gelegt. Für diese Sichtlinie ist eine analytische Darstellung der Matrix \mathbb{M} auch für den Fall großer Doppelbrechung möglich.

1.3.2 Vorgehensweise bei großer Doppelbrechung

Genauere Messungen sind für den Fall großer Doppelbrechung möglich. Für die zentrale Sichtlinie dominiert der Cotton-Mouton- gegenüber dem Faraday-Effekt. Die Beschränkung $|W_i| \ll 1$, die zu der analytischen Näherungslösung der Gleichung (1.33) für die Müllermatrix \mathbb{M} geführt hat, ist in diesem Fall nicht nötig. Unter der Bedingung $\Omega_1 \gg \Omega_2, \Omega_3$ und $W_2, W_3 \ll 1$ ist eine näherungsweise analytische Berechnung von \mathbb{M} auch für den Fall $W_1 > 1$ möglich. Die Messungen des

Cotton-Mouton-Effekts können damit auch für höhere Werte von W_1 durchgeführt werden.

Die Berechnung von \mathbb{M} für die letztgenannten Bedingungen erfolgt analog zu einer in [21] durchgeführten Rechnung, bei der der Faraday-Effekt dominiert. Die vollständige Herleitung ist in Anhang B aufgeführt. Das Ergebnis lautet:

$$\mathbb{M}(z_1) = \begin{pmatrix} 1 & -P_1^{(0)} & Q_1^{(0)} \\ P_1^{(0)} \cos W_1 + Q_1^{(0)} \sin W_1 & \cos W_1 & -\sin W_1 \\ P_1^{(0)} \sin W_1 - Q_1^{(0)} \cos W_1 & \sin W_1 & \cos W_1 \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

mit

$$W_1(z) = \int_{z_0}^z dz' \Omega_1(z'), \quad W_1 = W_1(z_1)$$

und

$$P_1^{(0)} = \int_{z_0}^{z_1} dz (\Omega_3 \cos W_1(z) - \Omega_2 \sin W_1(z))$$

$$Q_1^{(0)} = \int_{z_0}^{z_1} dz (\Omega_3 \sin W_1(z) + \Omega_2 \cos W_1(z)) .$$

In dieser Näherung ist W_1 die Phasenverschiebung zwischen orthogonal linear polarisierten Wellen aufgrund von linearer Doppelbrechung, wenn die Polarisationsenebene der einen Welle parallel zur Hauptrichtung des Magnetfeldes liegt. Für eine Verzögerungsplatte, deren optische Achse parallel zur x - oder y -Achse ausgerichtet ist, ist $P_1^{(0)} = Q_1^{(0)} = 0$.

Die Matrix \mathbb{M} nach Gleichung (1.50) ist durch lediglich drei Größen bestimmt, nämlich W_1 , $P_1^{(0)}$ und $Q_1^{(0)}$. Die Größen $P_1^{(0)}$ und $Q_1^{(0)}$ können im Prinzip über die Matrixelemente M_{12} und M_{13} durch Anwendung der oben beschriebenen Modulationsverfahren 2 und 3 als Phasendifferenzen von Stokesparametern gemessen werden. Jedoch sind die Matrixelemente M_{12} , M_{13} , M_{21} und M_{31} klein, was deren Messung mit ausreichender Genauigkeit schwierig macht. Ihre maximalen Beträge können über eine Abschätzung der aufgrund von Toleranzen maximal möglichen Beträge von Ω_3 für eine gegebene Magnetfeldkonfiguration berechnet werden. Über die Messung der Größe W_1 können die für den Cotton-Mouton-Effekt wichtigen Matrixelemente M_{22} , M_{23} , M_{32} und M_{33} bestimmt werden. Auch die linienintegrierte Elektronendichte ρ_e kann aus W_1 durch Kenntnis des genauen Zusammenhangs zwischen der Elektronendichte n_e und der Größe Ω_1 berechnet werden (siehe Gleichung (1.28)).

Am W7-AS-Experiment wird das wirksame Magnetfeld ausschließlich von Strömen in externen Spulen erzeugt und kann mit hoher Genauigkeit berechnet werden. Die zentrale Sichtlinie geht horizontal durch die Mitte des Plasmas, dessen Schnittbild

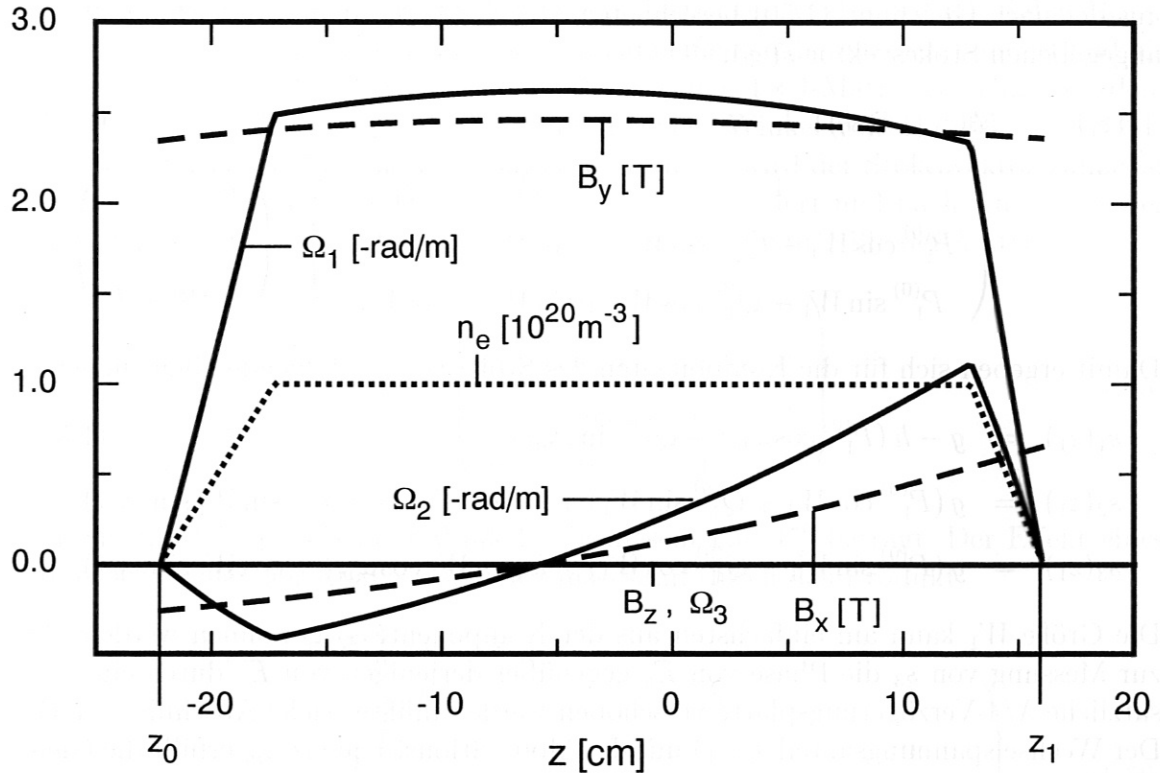


Abbildung 1.6: In dieser Abbildung sind die berechneten Komponenten des Magnetfeldes sowie ein angenommener Dichteverlauf für eine am W7-AS typische Magnetfeldkonfiguration gezeigt. Die Größen Ω_1 , Ω_2 und Ω_3 sind nach Gleichung (1.30) berechnet.

an dieser Stelle etwa dreieckig ist (siehe Abbildung 1). Sie zeichnet sich dadurch aus, daß die Hauptkomponente des Magnetfeldes B_y näherungsweise konstant ist. Dies ermöglicht eine vom Elektronendichteprofil nahezu unabhängige Zuordnung einer Liniendichte zu W_1 . Die für den Einschluß des Plasmas nötige Verdrillung des Magnetfeldes führt zu $B_x B_y \neq 0$ (bis auf einen Punkt auf der Sichtlinie). Damit gilt nach Gleichung (1.28) $\Omega_2 \neq 0$. Für eine ideal ausgerichtete Sichtlinie gilt $B_z = 0$ und somit $\Omega_3 = 0$, d. h. unter Vernachlässigung einer möglichen Verkipfung der Sichtlinie, die jedoch bei der Fehlerrechnung berücksichtigt ist, ist kein Faraday-Effekt zu erwarten. In Abbildung 1.6 ist gezeigt, daß die für die näherungsweise Berechnung von \mathbb{M} nach Gleichung (1.50) genannten Voraussetzungen entlang der gewählten Sichtlinie gegeben sind: Die Bedingung $\Omega_1 \gg \Omega_2$ wegen $B_y \gg B_x$ ist in ausreichendem Maße erfüllt, wie auch ein Vergleich der nach Gleichung (1.50) berechneten mit der entsprechenden nach Gleichung (B.4) exakt berechneten Matrix zeigt.

Die Messung der durch den Cotton-Mouton-Effekt bestimmten Größe W_1 erfolgt mit Hilfe des oben beschriebenen Modulationsverfahrens 1. Das am W7-AS aufgebaute Polarimeter wird im folgenden deswegen Cotton-Mouton-Polarimeter genannt. Der Polarisationszustand $\vec{s}(z_1)$ der Welle nach Durchlaufen des Plasmas ist das Produkt

aus der nach Gleichung (1.50) berechneten Matrix \mathbb{M} und dem in Gleichung (1.35) angegebenen Stokesvektor $\vec{s}(z_0)$:

$$\begin{aligned} \vec{s}(z_1) &= \mathbb{M}(z_1) \cdot \vec{s}(z_0) \\ &= \begin{pmatrix} 1 & -P_1^{(0)} & Q_1^{(0)} \\ P_1^{(0)} \cos W_1 + Q_1^{(0)} \sin W_1 & \cos W_1 & -\sin W_1 \\ P_1^{(0)} \sin W_1 - Q_1^{(0)} \cos W_1 & \sin W_1 & \cos W_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g \\ h \cos \omega_m t \\ h \sin \omega_m t \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Damit ergeben sich für die Komponenten des Stokesvektors folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} s_1(z_1) &= g - h (P_1^{(0)} \cos \omega_m t - Q_1^{(0)} \sin \omega_m t) \\ s_2(z_1) &= g (P_1^{(0)} \cos W_1 + Q_1^{(0)} \sin W_1) + h (\cos W_1 \cos \omega_m t - \sin W_1 \sin \omega_m t) \\ s_3(z_1) &= g (P_1^{(0)} \sin W_1 - Q_1^{(0)} \cos W_1) + h (\sin W_1 \cos \omega_m t + \cos W_1 \sin \omega_m t). \end{aligned} \quad (1.52)$$

Die Größe W_1 kann am einfachsten aus der Komponente s_2 gewonnen werden, da zur Messung von s_3 die Phase von E_y gegenüber derjenigen von E_x durch eine zusätzliche $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte verschoben werden müßte (siehe Abschnitt 1.1.1). Der Wechselspannungsanteil $\tilde{s}_2(z_1)$ mit der Modulationsfrequenz ω_m erfüllt die Gleichung

$$\tilde{s}_2(z_1) = h (\cos W_1 \cos \omega_m t - \sin W_1 \sin \omega_m t) = h \cos(\omega_m t + W_1), \quad (1.53)$$

unterscheidet sich also in der Phase genau um den gesuchten Wert W_1 von $\tilde{s}_2(z_0)$. Die Größe W_1 kann somit als Phasendifferenz zwischen $\tilde{s}_2(z_0)$ und $\tilde{s}_2(z_1)$ gemessen werden.

1.3.3 Messung des Stokesparameters s_2

Wie in Abschnitt 1.1.1 beschrieben, wird s_2 als Intensität hinter einem Linearanalysator, der unter einem Winkel von 45° zur x - bzw. y -Achse steht, gemessen. Das gewählte Meßverfahren der Elliptizitätsmodulation führt zu einer Phasenmessung. Dabei ergibt sich der Vorteil, daß ein Analysator, der auch unerwünscht polarisierte Wellenanteile transmittiert, keinerlei Meßfehler verursacht. Dies wird im folgenden gezeigt.

Ein Linearanalysator, dessen Leistungstransmissionskoeffizient in Richtung der x - bzw. y -Achse K_1 bzw. K_2 beträgt, wird durch die Müllermatrix

$$\mathbb{M}_A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} K_1 + K_2 & K_1 - K_2 & 0 & 0 \\ K_1 - K_2 & K_1 + K_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{K_1 K_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{K_1 K_2} \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

repräsentiert [13]. Für einen idealen und verlustfreien Analysator gilt dabei $|K_1 - K_2| = 1$. Da sich durch einen Analysator im allgemeinen die Intensität ändert und für einen Detektor die Meßgröße ist, muß mit der vollen 4×4 -Matrix gerechnet werden. Um den Effekt des Analysators, der unter einem Winkel von 45° steht, mit Hilfe der Matrix \mathbb{M}_A von Gleichung (1.54) zu berechnen, wird der Stokesvektor zunächst in ein um 45° gedrehtes Koordinatensystem transformiert und nach Anwenden der Matrix \mathbb{M}_A zurücktransformiert. Diese Rotation wird mit Hilfe der Matrix

$$\mathbb{M}_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ 0 & -\sin 2\alpha & \cos 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.55)$$

durchgeführt [13], wobei der Winkel α in diesem Fall 45° beträgt. Der Effekt eines unter 45° stehenden Analysators wird insgesamt durch das Produkt

$$\begin{aligned} \mathbb{M}_{A_{45^\circ}} &= \mathbb{M}_R^T \cdot \mathbb{M}_A \cdot \mathbb{M}_R = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} K_1 + K_2 & 0 & K_1 - K_2 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{K_1 K_2} & 0 & 0 \\ K_1 - K_2 & 0 & K_1 + K_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{K_1 K_2} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.56)$$

beschrieben. Das Produkt aus $\mathbb{M}_{A_{45^\circ}}$ und dem Stokesvektor \vec{s}^* , der an dieser Stelle als Produkt der Intensität I_0 mit dem normierten Stokesvektor dargestellt wird, ergibt den gesuchten Polarisationszustand \vec{s}_A^* der Welle nach Durchlaufen des Analysators:

$$\vec{s}_A^* = \mathbb{M}_{A_{45^\circ}} \cdot I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} I_0 \begin{pmatrix} (K_1 + K_2) + (K_1 - K_2) s_2 \\ 2\sqrt{K_1 K_2} s_1 \\ (K_1 - K_2) + (K_1 + K_2) s_2 \\ 2\sqrt{K_1 K_2} s_3 \end{pmatrix}. \quad (1.57)$$

Die erste Komponente $s_{A_0}^*$ ist die vom Detektor gemessene Intensität. Für den Fall des nichtidealen Analysators, bei dem weder K_1 noch K_2 null ist, ergibt sich bei Anwendung der Elliptizitätsmodulationstechnik lediglich eine Verringerung der gemessenen Amplitude. Die Phase dagegen bleibt unverändert.

1.3.4 Auswirkungen unerwünschter Amplitudenmodulation

Je nach Ausführung der Elliptizitätsmodulation kann es aus technischen Gründen zu einer gleichzeitigen Intensitätsmodulation kommen. Diese führt zu einer zusätzlichen Amplitudenmodulation der gemessenen Signale. Damit einhergehend ist aber auch eine Phasenänderung, wie die nächste Rechnung zeigt.

Bei einer mit der Modulationsphase phasenstarrten Intensitätsschwankung kann die Intensität als Fourierreihe geschrieben werden:

$$I(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_m t + \varphi_n). \quad (1.58)$$

Multipliziert man diesen Ausdruck mit der Komponente $s_{A_0}^*$ von Gleichung (1.57), in die das Ergebnis für $s_2(z_1)$ aus Gleichung (1.53) eingesetzt wird, so ergibt sich unter Verwendung der trigonometrischen Beziehung

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A - B) + \cos(A + B)]$$

folgender Ausdruck für die vom Detektor gemessene Intensität:

$$\begin{aligned} 2 I_{Det}(t) = & q a_0 + p a_0 \cos(\omega_m t + \phi) + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ q a_n \cos(n\omega_m t + \varphi_n) + \right. \\ & \left. \frac{p}{2} a_n [\cos(\omega_m t + \phi - n\omega_m t - \varphi_n) + \right. \\ & \left. \cos(\omega_m t + \phi + n\omega_m t + \varphi_n)] \right\}. \end{aligned} \quad (1.59)$$

Dabei gelten die Abkürzungen $p = (K_1 - K_2)h$ und $q = (K_1 + K_2) + (K_1 - K_2)g$; $\phi = \varphi_y - \varphi_x$ ist die Phase von s_2 , die sich ohne die Amplitudenmodulation ergeben würde. Wird nur die Intensität I_{ω_m} bei der Modulationsfrequenz ω_m betrachtet, erhält man die Gleichung

$$\frac{2}{p} I_{\omega_m}(t) = a_0 \cos(\omega_m t + \phi) + \frac{q}{p} a_1 \cos(\omega_m t + \varphi_1) + \frac{a_2}{2} \cos(\omega_m t + \varphi_2 - \phi). \quad (1.60)$$

Die Phase Φ_{ω_m} von I_{ω_m} ist

$$\Phi_{\omega_m} = \arctan \frac{a_0 \sin \phi + \frac{q}{p} a_1 \sin \varphi_1 + \frac{1}{2} a_2 \sin(\varphi_2 - \phi)}{a_0 \cos \phi + \frac{q}{p} a_1 \cos \varphi_1 + \frac{1}{2} a_2 \cos(\varphi_2 - \phi)}. \quad (1.61)$$

Für den Fall $a_1 = a_2 = 0$ gilt $\Phi_{\omega_m} = \phi$, d. h. es tritt keine Phasenänderung auf und es gilt $W_1 = \phi_1 - \phi_2$ wie in Abschnitt 1.3.2 beschrieben; anderenfalls ergibt sich im allgemeinen ein Phasenfehler. Der maximale Fehler für die Messung hängt von den Schwankungsamplituden a_1 und a_2 bei der einfachen und doppelten Grundfrequenz in Relation zum Mittelwert a_0 der Intensität ab. Ist die Abweichung intolerabel groß, kann durch Messung der Amplituden a_0 , a_1 und a_2 sowie der Phasen φ_1 und φ_2 eine Korrektur vorgenommen werden, die im folgenden AM-Korrektur genannt wird. Diese Korrektur muß numerisch erfolgen, da Gleichung (1.61) nicht nach ϕ aufgelöst werden kann. Da für die Messungen $g \simeq 0$ und $h \simeq 1$ sowie $K_1 \simeq 1$ und $K_2 \simeq 0$ gilt, wird bei der in Abschnitt 2.3.1 näher beschriebenen Korrektur ein Wert von 1 für q/p angenommen.

Kapitel 2

Experimenteller Aufbau

2.1 Beschreibung der Apparatur

2.1.1 Übersicht und Funktionsweise

Für eine Messung des Cotton-Mouton-Effekts wird das in Abschnitt 1.3.1 beschriebene Modulationsverfahren 1 benötigt. Zur Verwirklichung dieser elliptischen Modulation wird eine elektromagnetische Welle aus zwei linear polarisierten Komponenten zusammengesetzt. Da die Hauptrichtung von \vec{B} mit der y -Achse des gewählten Koordinatensystems zusammenfällt, liegt die Polarisations Ebene der einen Komponente parallel zur y -Achse, während die der anderen parallel zur x -Achse liegt. Die Phase einer dieser Komponenten wird kontinuierlich gegen die Phase der anderen verschoben. Die Ausbreitungsrichtung der auf diese Weise gebildeten elliptisch modulierten Welle muß möglichst exakt senkrecht auf der Richtung von \vec{B} stehen, damit das Meßergebnis nicht über eine Parallelkomponente B_z vom Faraday-Effekt verfälscht wird.

Aufgrund von Gradienten der Elektronendichte weist das Plasma entsprechende Gradienten der Brechungsindizes auf. Die Elektronendichte ist im Plasmazentrum am höchsten. Dadurch wirkt das Plasma wie eine Zerstreuungslinse und bewirkt eine Aufweitung des Strahls, der von der sondierenden Welle gebildet wird. Dieser Effekt kann klein gehalten werden, wenn mit Frequenzen weit über der Plasma- und der Zyklotronfrequenz gearbeitet wird, weil in diesem Fall die Gradienten der Brechungsindizes klein werden. Der in Abschnitt 1.1.2 beschriebene Formalismus zur Berechnung von Polarisationsänderungen verlangt ebenfalls hohe Frequenzen, damit sich innerhalb einer Wellenlänge die doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas nur wenig verändern. Wegen der näherungsweise f^{-3} -Abhängigkeit des Cotton-Mouton-Effekts darf die Frequenz jedoch nicht so hoch gewählt werden, daß der

Effekt nicht mehr mit ausreichender Genauigkeit gemessen werden kann. Als vernünftiger Kompromiß wurde ein Frequenzbereich von etwa 500–650 GHz gewählt, bei dem die vom Cotton-Mouton-Effekt bewirkte Phasenverschiebung zwischen der x - und der y -Komponente der modulierten Welle für $B = 2.5\text{ T}$ und hohe Dichten im Bereich von 50° liegt.

Bevor auf die einzelnen Komponenten des Versuchsaufbaus näher eingegangen wird, wird ein Überblick über die Technik und die Funktionsweise gegeben. Der prinzipielle Aufbau ist in Abbildung 2.1 dargestellt.

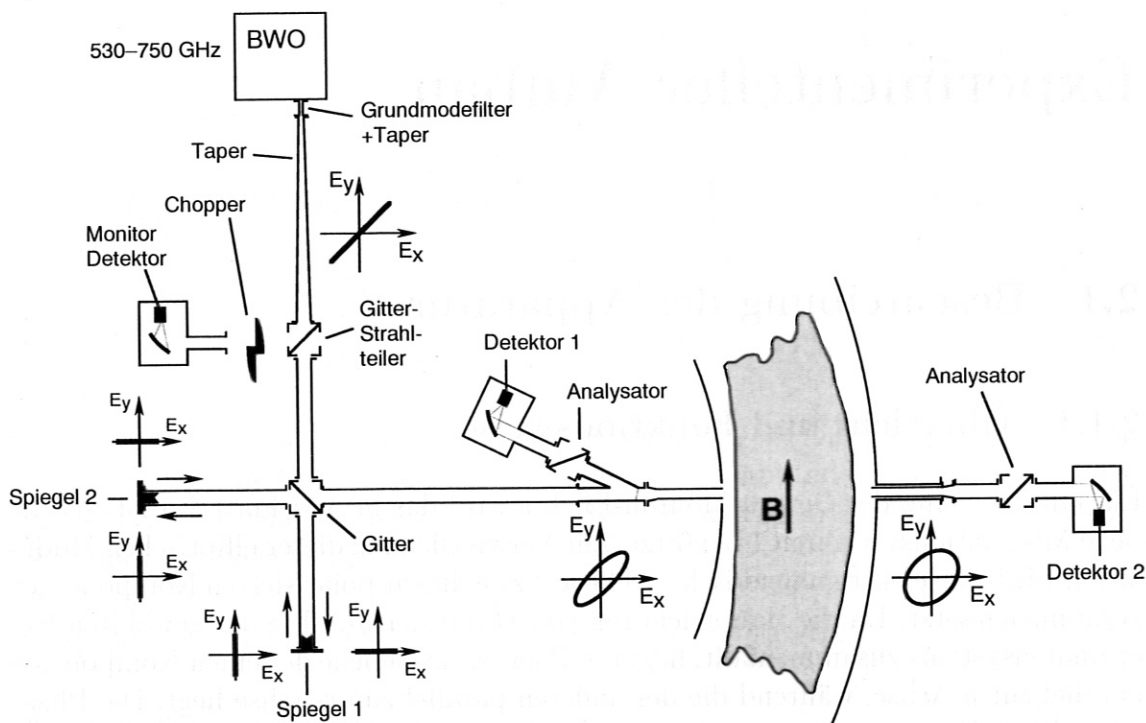


Abbildung 2.1: Schematischer Überblick über den Versuchsaufbau. Der jeweilige Polarisationszustand der Welle ist durch Polarisationsellipsen veranschaulicht, wobei die z -Richtung immer die momentane Ausbreitungsrichtung ist.

Als Strahlungsquelle für die sub-mm-Wellen im Frequenzbereich von 500–650 GHz dient ein Rückwärtswellenoszillator (BWO), der gegenüber einem Ferninfrarotlaser den Vorteil aufweist, in der Frequenz abstimmbare zu sein (siehe Abschnitt 2.2.1). Der BWO emittiert eine linear polarisierte Welle und ist so ausgerichtet, daß $E_x = E_y$ gilt. Es schließen sich ein Grundmodefilter und ein Hohlleiterübergang (Taper) an, der in diesem Fall ein konisches Hohlleiterstück ist und dazu dient, den Ausgangsquerschnitt des Grundmodefilters an die im weiteren Strahlengang verwendeten Rundhohlleiter mit 28 mm Durchmesser anzupassen.

Ein Gitterstrahlteiler mit geeignetem Drahtabstand reflektiert etwa 10% der Leistung der eingestrahlten Welle um einen Winkel von 90° nach außen; diese Leistung

wird von dem Monitor-Detektor zur späteren AM-Korrektur (siehe Abschnitt 1.3.4) gemessen. Da nicht nur die schnellen Leistungsschwankungen durch die Amplitudenmodulation bekannt sein müssen, sondern auch die DC-Komponente (a_0 in Gleichungen (1.58)–(1.61)) für die AM-Korrektur benötigt wird, kommt ein Chopper zu deren stabiler Messung zum Einsatz. Der Chopper unterbricht den Strahl für den Monitor-Detektor mit einer Periodendauer von etwa 30 ms und führt dazu, daß AM-korrigierte Meßwerte für die Liniendichte nur in diesem zeitlichen Abstand zur Verfügung stehen.

In der nächsten Baugruppe wird die gewünschte elliptische Modulation nach einem in [11] veröffentlichten Verfahren wie folgt hergestellt: Die durch den Gitterstrahlteiler transmittierte Welle trifft auf ein Polarisationsgitter, das die Welle in eine x - und eine y -Komponente aufspaltet. Die x -Komponente durchläuft eine zusätzliche Laufstrecke, die aus zwei Hohlleitern mit jeweils einem 90° -Winkelspiegel besteht. Die Kanten dieser Spiegel stehen unter einem Winkel von 45° zur x -Achse und besitzen die Eigenschaft, die Polarisations Ebene der reflektierten Welle um 90° zu drehen. Somit wird die von Spiegel 1 zurücklaufende Welle an dem Gitter nochmals reflektiert (in Abbildung 2.1 nach links), trifft nach Durchlaufen des zweiten Hohlleiters auf Spiegel 2, wird reflektiert und schließlich durch das Gitter transmittiert. Die x - und die y -Komponente bilden auf diese Weise wieder eine Gesamtwelle. Die Laufstrecke bewirkt, daß die Phase φ_x der x -Komponente gegenüber der Phase φ_y der y -Komponente verschoben ist. Der Phasenunterschied ist eine Funktion der Frequenz und durch die Gleichung

$$\varphi_x - \varphi_y = |\vec{k}| \Delta z = \frac{2\pi f}{c} \Delta z \quad (2.1)$$

gegeben, wobei Δz die Länge der Laufstrecke ist. Eine Frequenzmodulation bewirkt somit eine Phasenmodulation zwischen der x - und der y -Komponente der Welle. Der benötigte Frequenzhub Δf für einen 2π -Phasendurchlauf beträgt

$$\Delta f = \frac{c}{\Delta z} \quad (2.2)$$

Bei einer sägezahnförmigen Frequenzmodulation mit einem nach Gleichung (2.2) berechneten Hub verschiebt sich die Phase zwischen der x - und der y -Komponente der Welle mit gleichbleibender Geschwindigkeit während einer Periode um 2π , um an deren Ende schnell wieder auf den Ausgangswert zu springen. Dies entspricht einem stetigen Phasendurchlauf, wenn von den in endlicher Zeit erfolgenden Rückläufen der Phasendifferenz am Ende einer Sägezahnperiode abgesehen wird. Bei einer Gesamtlänge der beiden Hohlleiter von 0.5 m ist ein Frequenzhub von 300 MHz für einen 2π -Phasendurchlauf nötig, der klein im Vergleich zur Frequenz der verwendeten Wellen von etwa 600 GHz ist, sodaß die neben der elliptischen Modulation auftretende Frequenzmodulation keine Auswirkungen auf die Messung hat.

Nach der Erzeugung der elliptischen Modulation zweigt ein Folienstrahlteiler etwa 20 % der Leistung der Welle für Detektor 1 ab, der die Referenzphase für die Messung des Cotton-Mouton-Effekts liefert. Im weiteren Verlauf wird die Welle über

ein Quarzfenster, das den Übergang zum Vakuumgefäß bildet, in einen Rundhohlleiter eingekoppelt und zum Plasma geführt, wo sie abgestrahlt wird; ein Hohlleiter auf der anderen Seite des Gefäßes dient als Antenne. Die empfangene Welle wird schließlich mit Detektor 2 gemessen. Die Signale der Detektoren werden mit Analog/Digital-Wandlern aufgezeichnet und numerisch ausgewertet. Bei einem Experiment zur Dichteregelung, für das eine unmittelbare Messung der Dichte nötig ist, kommt zusätzlich ein analoger Phasenmesser zum Einsatz.

2.1.2 Strahlengang

Die Wellenführung erfolgt aufgrund enger Stutzen des Vakuumgefäßes vornehmlich im überdimensionierten Rundhohlleiter (siehe Abschnitt 2.2.3). Auf eine Flutung des Strahlengangs mit trockenem Stickstoff zur Vermeidung von Absorptionsverlusten an Luft kann verzichtet werden, da die Gesamtlänge so kurz ist, daß die Absorptionsverluste akzeptabel sind. Abbildung 2.2 zeigt die oberhalb des Vakuumgefäßes auf dem Stellarator aufgebaute Apparatur; der weitere Verlauf des Strahlengangs ist in Abbildung 2.3 gezeigt.

Direkt hinter Detektor 1 wird die Welle vom bis zu dieser Stelle verwendeten 28 mm-Rundhohlleiter abgestrahlt und breitet sich bis zu dem Hohlleiter, der in einem größeren Stutzen zum Vakuumgefäß führt, frei aus; der Kopplungsverlust beträgt etwa 3 dB (siehe Abschnitt 2.2.3). Direkt vor dem Quarzfenster befindet sich ein Taper, der den Hohlleiterdurchmesser von 28 mm auf 24 mm verringert. Im Gefäßinneren werden aus Platzgründen Hohlleiter mit einem Durchmesser von 24 mm verwendet. Eine Umlenkung der Welle im Hohlleiter um 90° erfolgt mit Hilfe eines Spiegels.

Die Abstrahlung der Welle zum Plasma erfolgt aus der Öffnung des 24 mm-Hohlleiters heraus; die Empfangsantenne ist etwa 0.7 m entfernt und wird durch einen identischen Hohlleiter gebildet (siehe Abbildung 2.3). Es folgen ein Quarzfenster und ein kurzer Taper, der den Durchmesser wieder auf 28 mm aufweitet. Die Welle wird von diesem Taper abgestrahlt und nach einer Strecke von etwa einem Meter von Detektor 2 gemessen.

2.1.3 Elektrische Beschaltung

Das elektrische Blockschaltbild des Versuchsaufbaus wird in Abbildung 2.4 dargestellt. Direkt in die Gehäuse der Empfangseinheiten sind breitbandige, rauscharme Vorverstärker für Frequenzen ab etwa 1 kHz eingebaut. Die Verbindung zu den Anschlußgeräten der Empfangseinheiten wird über spezielle verdrehte Kabel hergestellt, welche Induktionsspannungen durch wechselnde Magnetfelder des Stellarators gering halten. Die Anschlußgeräte erfüllen mehrere Funktionen: Sie stellen einerseits die Versorgungsspannung für die Vorverstärker zur Verfügung und andererseits die

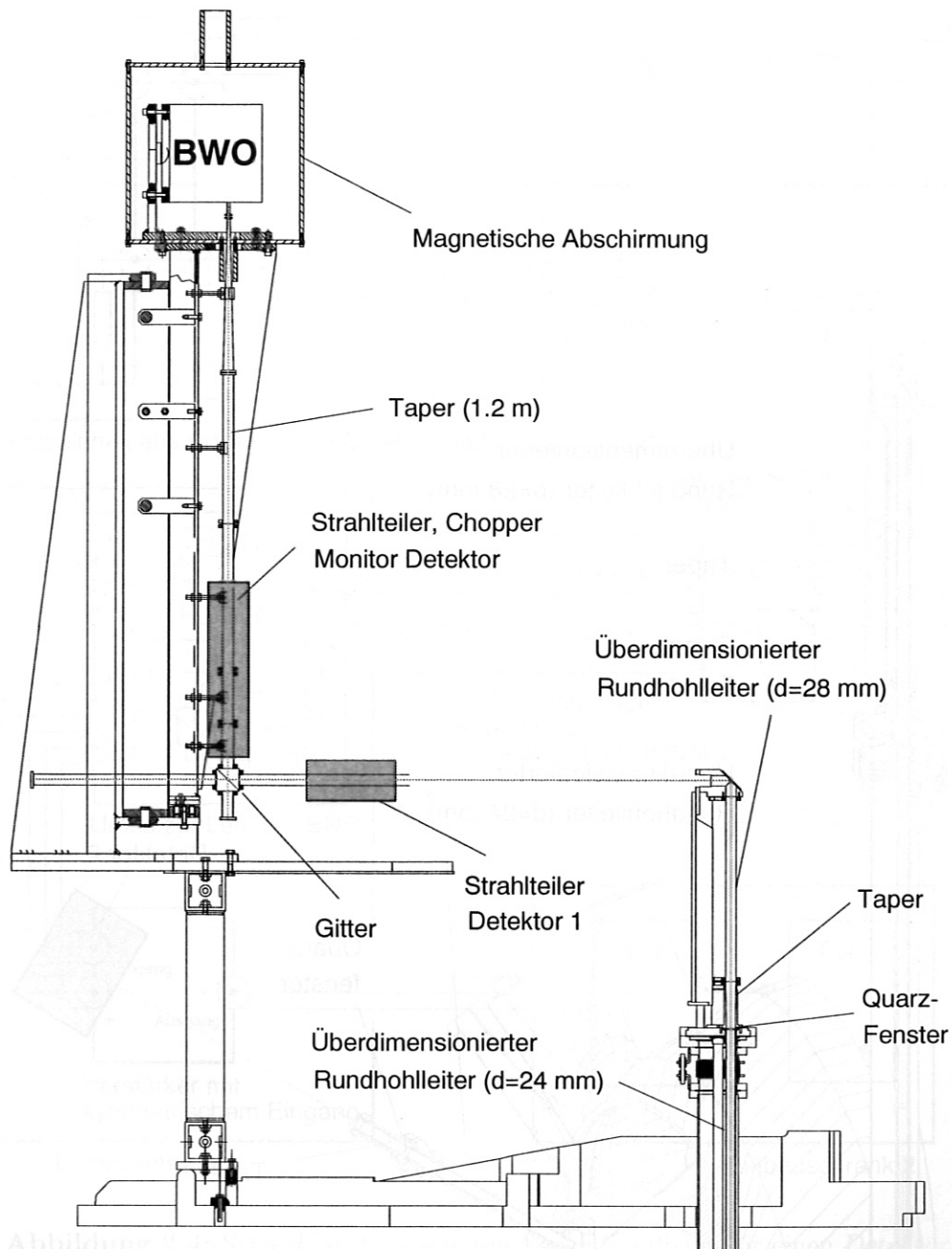


Abbildung 2.2: BWO-Halterung mit Bauteilen zur Herstellung der elliptischen Modulation. Rechts in der Abbildung ist der Anfang der Übertragungsleitung der Welle zum Plasma sichtbar.

für die Detektoren (siehe Abschnitt 2.2.2) benötigte Vorspannung. Sie enthalten außerdem jeweils einen Gleich- und einen Wechselspannungsverstärker. Die Gleichspannungsverstärker sind an der Vorspannungsversorgung angeschlossen und werden zur Messung von langsamen Änderungen der sub-mm-Wellenleistung benutzt; die mittlere Leistung am Monitor-Detektor wird mit diesem Verstärkertyp gemessen. Die Wechselspannungsverstärker heben die von den Vorverstärkern kommenden Si-

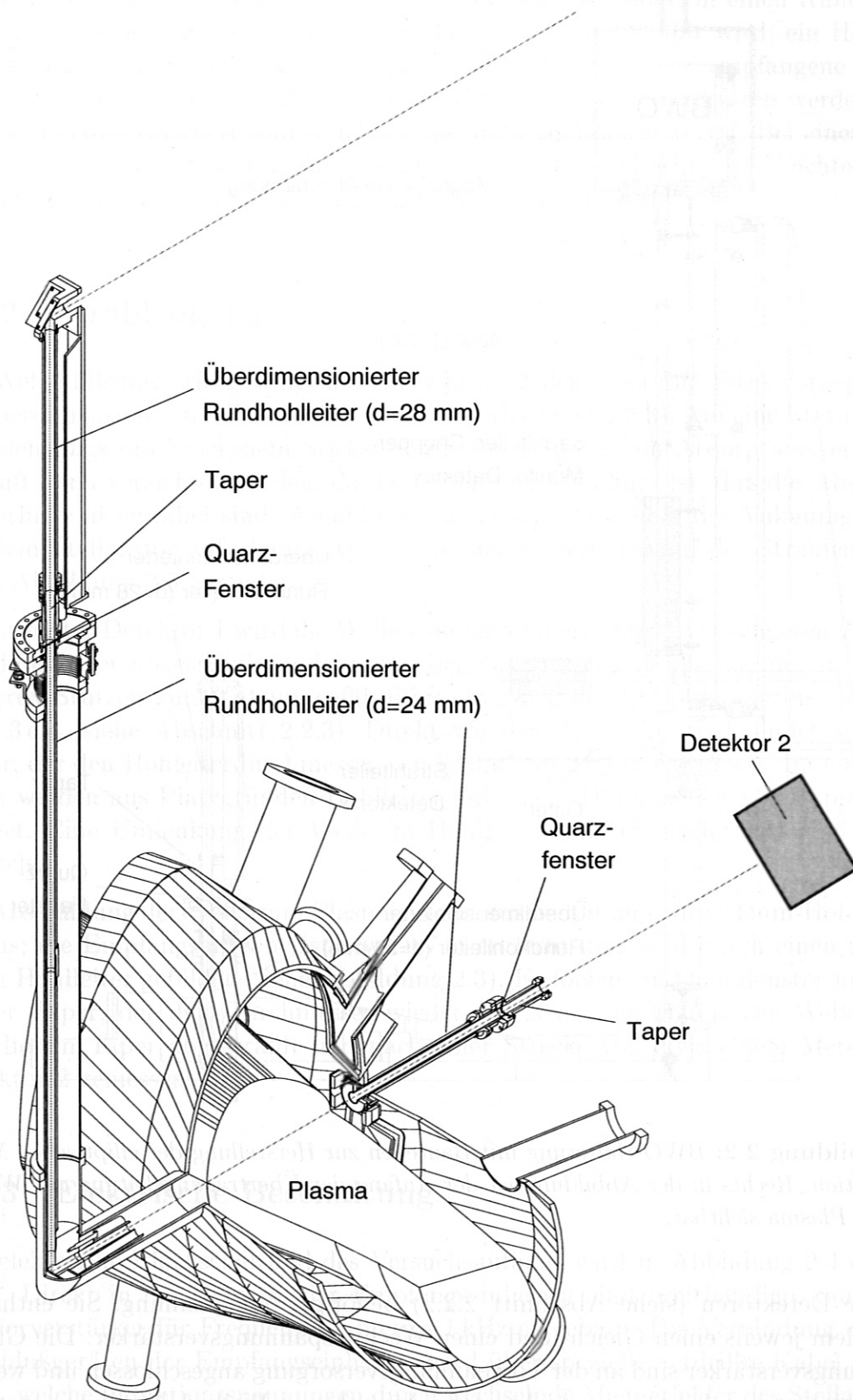


Abbildung 2.3: Strahlengang vom Beginn des Hohlleiters bis Detektor 2.

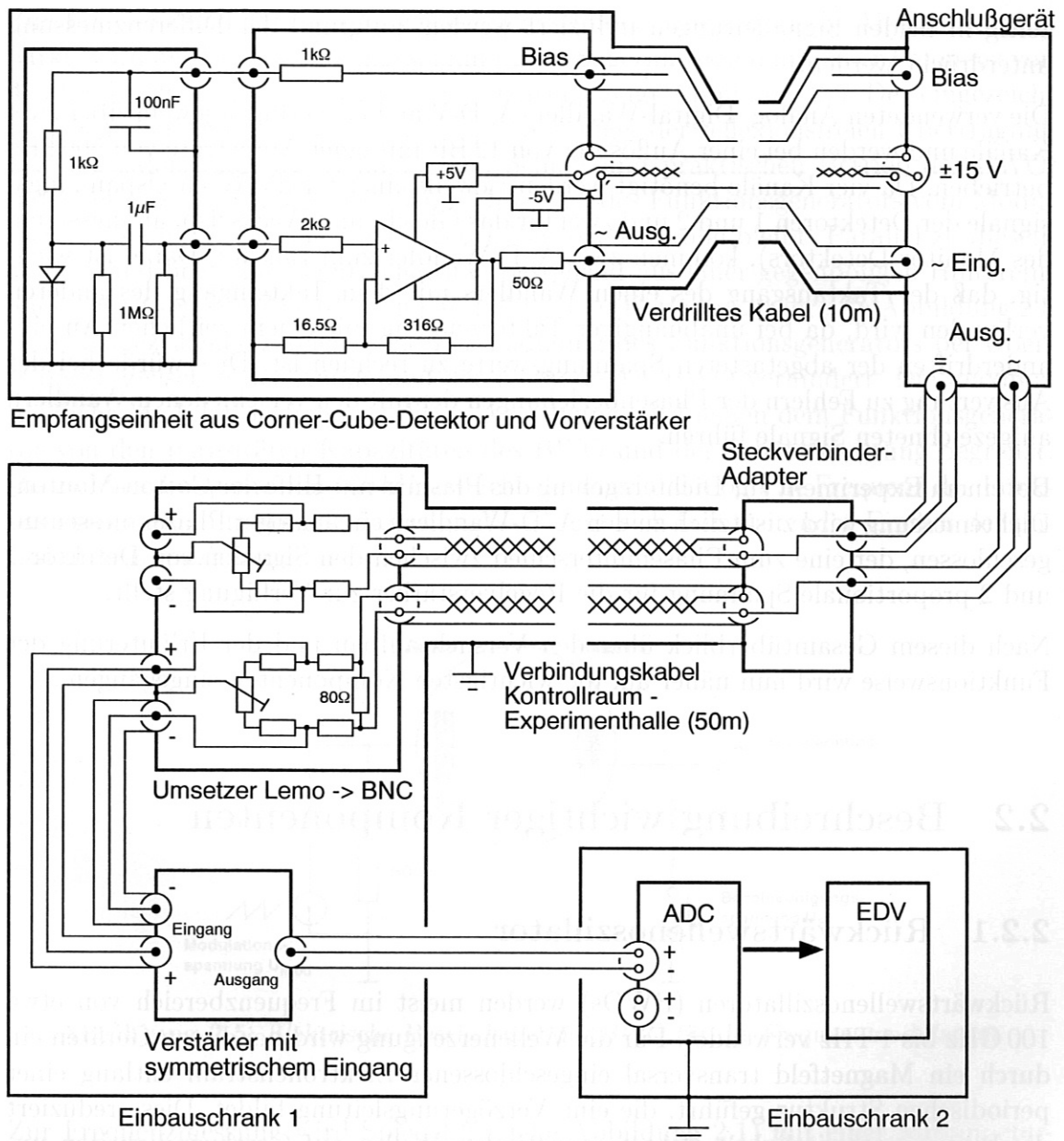


Abbildung 2.4: Schaltbild des gesamten Versuchsaufbaus für einen Detektor.

gnale so weit an, daß induzierte Störsignale vernachlässigbar sind.

Mit besonderer Sorgfalt muß auf die Vermeidung von Brummschleifen geachtet werden, da die in einem Kabelstrang liegenden Verbindungskabel zwischen Experimenthalle und Kontrollraum etwa 50 m lang sind. Um dies zu erreichen, wird die einzige Verbindung zwischen Signalmasse und Erde über den Schirm dieses Kabelstrangs hergestellt. Sämtliche Geräte, deren Metallgehäuse sowohl mit der Signalmasse als auch mit dem Schutzleiter ihres Anschlußkabels verbunden sind, sind über Trenntransformatoren an die Netzspannung angeschlossen. Im Kontrollraum kommen Verstärker mit symmetrischen Eingängen zum Einsatz, sodaß Störsignale, die gleich-

zeitig in beiden Signalleitungen induziert werden, aufgrund der Differenzmessung unterdrückt werden.

Die verwendeten Analog/Digital-Wandler (A/D-Wandler) verfügen jeweils über zwei Kanäle und werden bei einer Auflösung von 12 Bit mit einer Abtastrate von 500 kHz betrieben. Da vier Kanäle benötigt werden (jeweils einer für die Wechselspannungssignale der Detektoren 1 und 2 und zwei für das Gleich- und Wechselspannungssignal des Monitor-Detektors), kommen zwei A/D-Wandler zum Einsatz. Dabei ist wichtig, daß der Taktausgang des einen Wandlers mit dem Takteingang des anderen verbunden wird, da bei unabhängiger Takterzeugung mit einem zeitlichen Auseinanderdriften der abgetasteten Spannungswerte zu rechnen ist. Dies würde bei der Auswertung zu Fehlern der Phasenbeziehungen der mit den verschiedenen Wandlern aufgezeichneten Signale führen.

Bei einem Experiment zur Dichteregulation des Plasmas mit Hilfe der Cotton-Mouton-Dichtemessung wird zusätzlich zu den A/D-Wandlern ein analoger Phasenmesser angeschlossen, der eine zum Phasenunterschied zwischen den Signalen von Detektor 1 und 2 proportionale Spannung für die Regelverstärker zur Verfügung stellt.

Nach diesem Gesamtüberblick über den Versuchsaufbau und der Erläuterung der Funktionsweise wird nun näher auf die wichtigsten Komponenten eingegangen.

2.2 Beschreibung wichtiger Komponenten

2.2.1 Rückwärtswellenoszillator

Rückwärtswellenoszillatoren (BWOs) werden meist im Frequenzbereich von etwa 100 GHz bis 1 THz verwendet. Für die Wellenerzeugung wird bei diesen Geräten ein durch ein Magnetfeld transversal eingeschlossener Elektronenstrahl entlang einer periodischen Struktur geführt, die eine Verzögerungsleitung bildet. Diese reduziert die Phasengeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen auf Geschwindigkeiten unterhalb der Vakuumlichtgeschwindigkeit, sodaß die Elektronen Energie an eine der Eigenmoden der Welle abgeben können [22].

Bei gegebener Verzögerungsleitung hängt die Frequenz der emittierten Wellen von der Geschwindigkeit der Elektronen ab, die über die Beschleunigungsspannung U_B des Elektronenstrahls wählbar ist. Die Frequenz ist damit in einem bestimmten Intervall frei wählbar. Die Ausgangsleistung des verwendeten BWO schwankt mit der Frequenz, sodaß aufgrund der für die Erzeugung der elliptischen Modulation notwendigen Frequenzmodulation nur bestimmte enge Frequenzbereiche (Arbeitspunkte) sinnvoll genutzt werden können. Die Anzahl der Arbeitspunkte ist durch die Forderung nach hoher Ausgangsleistung ($\geq 100 \mu\text{W}$) und möglichst geringer Leistungsschwankung (Amplitudenmodulation) bei einer Frequenzmodulation mit einem Hub von etwa 300 MHz beschränkt.

Zur Frequenzmodulation, die, wie oben geschildert, die elliptische Modulation bewirkt, wird der Beschleunigungsspannung ein Sägezahnsignal mit einer Frequenz von 47 kHz überlagert. Die elektrische Beschaltung zeigt Abbildung 2.5. Der eingezeichnete $50\ \Omega$ -Widerstand dient in diesem Fall weniger der reflexionsfreien Übertragung des Sägezahnsignals als vielmehr dem Schutz und praktischen Betrieb des BWO, indem er sicherstellt, daß auch beim Abstecken des Funktionsgenerators vom Modulationseingang die Anode positiv gegenüber der Kathode bleibt. Parallel zu diesem Widerstand liegt eine Schutzschaltung bestehend aus einer gegenpoligen Hintereinanderschaltung von Zenerdioden parallel zu einer Entladungsröhre (in Abbildung 2.5 nicht eingezeichnet), welche eine Beschädigung des Funktionsgenerators bei Überschlügen zwischen der Anode und der Kathode des BWO verhindert. Die maximal mögliche Modulationsfrequenz dieser Anordnung wird neben dem Funktionsgenerator von den parasitären Kapazitäten des BWO und der Schutzschaltung begrenzt. Bis zu einer Frequenz von 100 kHz, welche die maximal mögliche Frequenz des Funktionsgenerators für ein Sägezahnsignal ist, zeigt sich kein störender Einfluß der parasitären Kapazitäten.

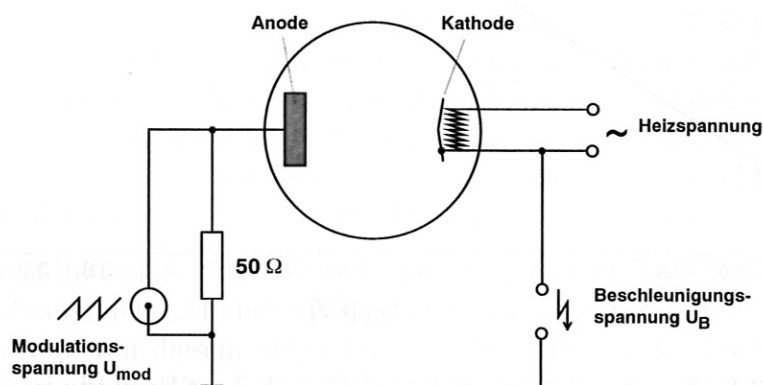


Abbildung 2.5: Elektrische Beschaltung des BWO für die Frequenzmodulation.

Zur Frequenzmessung wird Spiegel 2 (siehe Abbildung 2.1) mit einer Mikrometerschraube in Ausbreitungsrichtung der Welle verschoben, wobei das Signal von Detektor 1 auf einem Oszilloskop beobachtet wird. Da die Detektoren den modulierten Stokesparameter s_2 messen, ist das Signal sinusförmig (siehe Abschnitte 1.3.1 und 1.3.2). Auf der Sinuskurve ist eine kleine Störung sichtbar, die von der in endlicher Zeit abfallenden Flanke des Sägezahns beim Rücklauf der Frequenz stammt. Die Phase und damit auch die Position der Störung auf der Sinuskurve hängt neben der Frequenz von der Position des Spiegels ab und ist nach Verschieben des Spiegels um eine halbe Wellenlänge wieder beim Ausgangswert. Die Ablesegenauigkeit der Mikrometerschraube beträgt $10\ \mu\text{m}$, sodaß die Wellenlänge λ bei einer Positionsänderung von Spiegel 2 um 10λ (also etwa 5 mm) auf etwa 1 GHz genau gemessen werden kann. Die Meßwerte vieler getesteter Arbeitspunkte sind in Abbildung 2.6 über der Beschleunigungsspannung U_B zusammen mit einer gefitteten Kurve aufgetragen.

Mit der Quadratwurzel als Fitfunktion ergibt sich für die berechnete Frequenz

$$f = \left(117.4 + 252.2\sqrt{U_B/\text{kV}}\right) \text{ GHz}. \quad (2.3)$$

Die größte Abweichung zwischen Messung und Gleichung (2.3) im Intervall [2.67 kV; 4.10 kV] beträgt dabei ohne Berücksichtigung der Fehlerbalken 2 GHz.

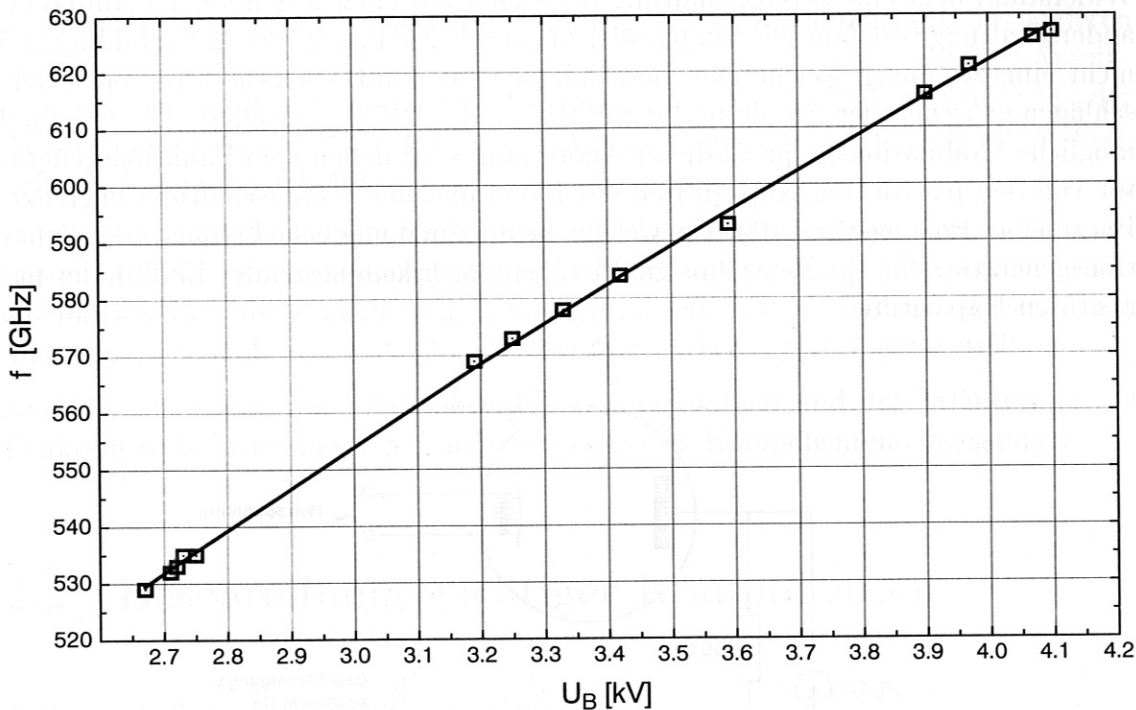


Abbildung 2.6: Frequenz des verwendeten BWO über der Beschleunigungsspannung. Die horizontalen und vertikalen Fehler der Meßwerte sind durch Rechtecke dargestellt. Die durchgezogene Linie stellt die nach Gleichung (2.3) berechnete Funktion dar.

Da die Steigung der Frequenzkurve bei höheren Frequenzen abnimmt, muß die Modulationsspannung für gleichbleibenden Frequenzhub mit der Beschleunigungsspannung U_B erhöht werden. Durch Differenzieren von Gleichung (2.3) kann die zur Erreichung eines bestimmten Frequenzhubes Δf benötigte Amplitude U_{mod} am Funktionsgenerator berechnet werden:

$$U_{mod} = \frac{\sqrt{U_B/\text{kV}} \cdot \Delta f / \text{MHz}}{126.1} \text{ V}. \quad (2.4)$$

Für $\Delta f = 300$ MHz und $U_B = 4.10$ kV ergibt sich damit eine Spannung von $U_{mod} = 5.1$ V, was durch gängige Funktionsgeneratoren ohne weiteren Verstärker erreichbar ist. Die richtige Modulationsspannung für das Experiment braucht jedoch nicht mit Gleichung (2.4) berechnet werden, da sie leicht bei Betrachten der Signale von Detektor 1 oder 2 auf einem Oszilloskop auf den richtigen Wert abgestimmt werden kann.

Die Auskopplung der vom BWO erzeugten Wellen erfolgt über einen überdimensionierten Rechteckhohlleiter mit einer Öffnung von $3.6 \times 1.8 \text{ mm}^2$. In diesem Hohlleiter sind neben der Grundmode mehrere höhere Moden ausbreitungsfähig (siehe Abschnitt 2.2.3). Um festzustellen, ob der BWO höhere Moden abstrahlt, wurden Messungen mit und ohne ein Filter, das nur die Grundmode transmittiert und in Abschnitt 2.2.3 näher beschrieben wird, durchgeführt. Über einen Strahlteiler wurde die Leistung der Welle sowohl mit den in den Empfangseinheiten eingesetzten Detektoren, die für das elektrische Feld der Welle empfindlich sind (siehe Abschnitt 2.2.2), als auch mit einem Kalorimeter gemessen. Dabei stellte sich heraus, daß das Grundmodefilter die mit dem Detektor gemessene Leistung nur unbedeutend verringert, jedoch die mit dem Kalorimeter gemessene Leistung um einen Faktor von etwa fünf reduziert. Diese Messungen sind der Beleg für die Existenz höherer Moden, die von den verwendeten Detektoren nicht registriert werden. Die in der Grundmode liegende Leistung beträgt bei den leistungsstärksten Arbeitspunkten etwa 0.5 mW.

Obwohl diese höheren Moden bei den ersten Messungen keine sichtbaren Störungen verursacht haben, da sie an die verwendeten Detektoren schlecht ankoppeln, kommt beim aktuellen Aufbau am BWO-Ausgang das eben beschriebene Grundmodefilter zum Einsatz. Dieses Filter ist durch einen kleinen Luftspalt vom BWO getrennt. Dies dient zur mechanischen Entkopplung und hat zudem den Vorteil, daß die Kapazität der Anode klein bleibt. Sie ist direkt mit dem Gehäuse der Röhre verbunden und ihr elektrisches Potential muß durch den Funktionsgenerator periodisch verschoben werden. Der Luftspalt mit einer Breite von etwa 1 mm stellt zwar eine Störung dar, jedoch koppelt der größte Teil der BWO-Ausgangsleistung über.

Zur kurzen Strahlführung ist die BWO-Halterung auf einer Trägerstruktur des Stellarators aufgebaut (siehe Abbildung 2.2). Der BWO liegt damit im magnetischen Streufeld und muß von diesem abgeschirmt werden. Da an der Position des BWO mit Magnetfeldern bis zu 20 mT gerechnet werden muß, wird als Material Weicheisen mit einer Dicke von 10 mm verwendet, aus dem ein würfelförmiges Abschirmgehäuse von 0.5 m Kantenlänge aufgebaut ist. Der mit Gleichungen und Materialdaten aus [23, 24] berechnete Schirmfaktor beträgt etwa zehn. Zusätzlich zu diesem Gehäuse ist der Permanentmagnet des BWO mit 5 mm dicken Weicheisenblechen umgeben.

2.2.2 Empfangseinheiten und ihre Anschlußgeräte

Für die Messung der sub-mm-Wellen kommen Detektoren zum Einsatz, die im wesentlichen aus einer Langdrahtantenne mit einer Länge von 4λ bestehen, die am Ende angespitzt und auf einen p-dotierten GaAs-Halbleiter aufgesetzt ist. Die in der Antenne induzierte Wechselfeldspannung wird durch die nichtlineare Kennlinie des Schottky-Kontaktes teilweise gleichgerichtet, wodurch ein Detektor entsteht, dessen Ausgangsspannung bis zu Leistungen von etwa $10\mu\text{W}$ proportional der einfallenden Leistung ist [25]. Bei höheren Leistungen sinkt die Empfindlichkeit des Detektors, und die Ausgangsspannung geht in eine Quadratwurzelabhängigkeit von der aufgenommenen Leistung über. Der Arbeitspunkt in der Kennlinie wird durch Anlegen

einer Vorspannung gewählt. Die Antenne ist vor einem Eckspiegel montiert (Corner-Cube-Detektor). Der vom Detektor zurückreflektierte Leistungsanteil beträgt nach Schätzungen des Herstellers etwa 25 %, was die Ausbildung unerwünschter stehender Wellen begünstigt.

Detektoren auf der Basis eines Schottky-Kontaktes haben einige für das Experiment wichtige Vorzüge: sie benötigen keine Kühlung, haben eine hohe Zeitauflösung und sind — zumindest bei höheren Frequenzen — rauscharm. Die verwendeten Detektoren sind für höhere Moden, die unter anderem durch Modenwandlung (siehe Abschnitt 2.2.3) entstehen und zu Störungen der Messung führen könnten, unempfindlich; entgegengesetzt gerichtete elektrische Felder der höheren Moden heben sich in ihrer Wirkung auf, und die Ankopplung der Welle ist für einen Gauß'schen, beugungsbegrenzten Strahl optimiert. Der Rauschpegel des Detektors wird als Rauschäquivalentleistung (NEP) angegeben. Die NEP ist die Leistung einer Welle, die eine Signalspannung mit dem RMS-Wert des Rauschens bewirkt, also zu einem Signal-zu-Rauschverhältnis von eins führt. Da der RMS-Wert des Rauschens von der Bandbreite abhängt, wird die NEP üblicherweise auf 1 Hz bezogen und in $W/\sqrt{\text{Hz}}$ unter der Annahme weißen Rauschens angegeben. Die verwendeten Detektoren haben folgende technische Daten:

- Empfindlichkeit im linearen Bereich: 100 V/W
- NEP bei 100 Hz: $2 \text{ nW}/\sqrt{\text{Hz}}$
- Frequenzbereich: 500–700 GHz
- Frequenzbereich des Wechselspannungsausgangs: 1 kHz–10 MHz
- Zulässige Leistung: $< 20 \text{ mW}$ bei 600 GHz

Diese Daten sind als typisch zu betrachten; kleine mechanische Abweichungen können zu großen Änderungen der tatsächlichen Leistungswerte besonders im Hinblick auf Frequenzgang, Empfindlichkeit und NEP führen. Zur NEP ist anzumerken, daß sich diese bei höheren Frequenzen zu kleineren Werten hin verbessert, da bei 100 Hz noch das $1/f$ -Rauschen, wie es für Halbleiterbauelemente typisch ist, dominiert. Bei der verwendeten Modulationsfrequenz von 47 kHz begrenzt bereits der Vorverstärker das Signal-zu-Rauschverhältnis (siehe unten).

Die Detektoren weisen auch bei einer Frequenz von 140 GHz noch eine gewisse Empfindlichkeit auf. Wellen dieser Frequenz werden am W7-AS oft zum Heizen des Plasmas verwendet. Solange das Plasma, das diese Wellen absorbiert, noch nicht vollständig aufgebaut ist, kommt es im Vakuumgefäß durch Reflexionen zu hohen Leistungsdichten. Um die Schottky-Kontakte der Detektoren vor zu hoher Leistung zu schützen, sind vor den Empfangseinheiten elektromechanisch gesteuerte Verschlüsse angebracht, die zu einem Zeitpunkt geöffnet werden, zu dem das Plasma die Heizwellen bereits vollständig absorbiert.

Zur Anpassung der Strahl- an die Antennencharakteristik benötigen die Detektoren jeweils einen zusätzlichen Spiegel. Die Spiegel für die Empfangseinheiten sind unter der Annahme eines Gauß'schen Strahlprofils berechnet [26, 27]. Ihre Oberflächen

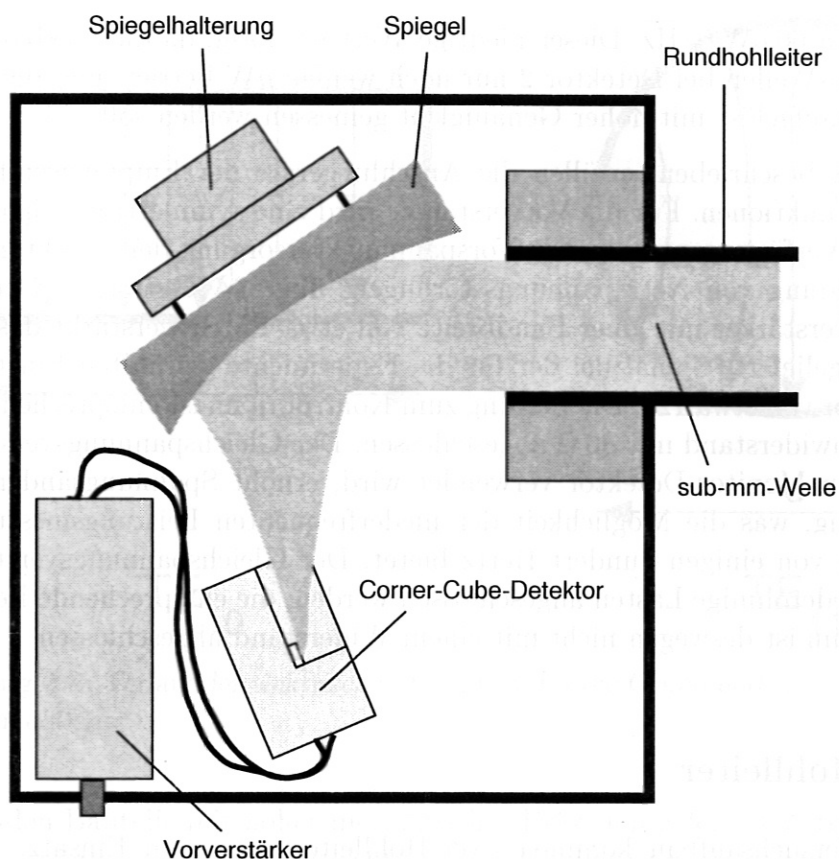


Abbildung 2.7: Empfangseinheit bestehend aus Spiegel, Detektor und Vorverstärker.

stellen Ausschnitte eines Rotationsellipsoids dar. Sie sind aus Aluminium gefräst und mit einer dünnen Goldschicht überzogen, welche Absorptionsverluste verringert. Stellschrauben ermöglichen eine Feinjustage der Position und der Ausrichtung des Spiegels. Auch die Detektoren sind zur Anpassung auf den Grundplatten verschiebbar (siehe Abbildung 2.7). Der nominale Winkel zwischen Antennendraht und Empfangskeule beträgt für die verwendeten Detektoren 28° .

Um Rauschen und die Auswirkungen eingekoppelter Störungen auf das Signal zu vermindern, ist bereits in die Empfangseinheit ein rauscharmer Vorverstärker mit einem Verstärkungsfaktor von zehn an einer Last von $50\ \Omega$ integriert. Für eine universelle Einsetzbarkeit beträgt die Bandbreite mehrere Megahertz. Die wesentlichen elektronischen Bauteile sind in Abbildung 2.4 eingezeichnet. Zum Schutz des Detektors bei einem Defekt des Vorverstärkers liegt seriell zum Eingang des verwendeten Operationsverstärkers ein $2\ \text{k}\Omega$ -Widerstand. Der RMS-Wert des Verstärkerrauschens wurde mit einem Spektrumanalysator gemessen und beträgt auf den Eingang bezogen $6\ \text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Da die Ausgangsimpedanz der verwendeten Detektoren bei Modulationsfrequenzen über $1\ \text{kHz}$ nur einige hundert Ohm beträgt, tragen diese lediglich einen unbedeutenden Teil zum weißen Rauschen bei. Die NEP der Empfangseinheiten bei der gewählten Modulationsfrequenz von $47\ \text{kHz}$ ist somit durch die Empfindlichkeit der Detektoren und den Rauschpegel der Vorverstärker festgelegt und

beträgt etwa $60 \text{ pW}/\sqrt{\text{Hz}}$. Dieser niedrige Wert ist nötig, da die meßbare Leistung der sub-mm-Wellen bei Detektor 2 nur noch wenige μW beträgt und die Phase des Signals zeitaufgelöst mit hoher Genauigkeit gemessen werden soll.

Wie bereits beschrieben, erfüllen die Anschlußgeräte der Empfangseinheiten verschiedene Funktionen. Für die Vorverstärker wird eine symmetrische Spannung von $\pm 15 \text{ V}$ zur Verfügung gestellt. Die Vorspannungsversorgung der Detektoren erfolgt, zur Vermeidung von Netzspannungsstörungen, über 9 V-Batterien. Der Wechselspannungsverstärker mit einer Bandbreite von etwa 1 MHz verstärkt das vom Vorverstärker gelieferte Signal bei der für die Experimente gewählten Einstellung um einen Faktor von etwa 125. Die Leitung zum Kontrollraum ist entsprechend dem Leitungswellenwiderstand mit 80Ω abgeschlossen. Der Gleichspannungsverstärker, der nur bei dem Monitor-Detektor verwendet wird, erhöht Spannungsänderungen der Vorspannung, was die Möglichkeit der niederfrequenten Leistungsmessung bis zu Frequenzen von einigen hundert Hertz bietet. Der Gleichspannungsverstärker darf nicht an niederohmige Lasten angeschlossen werden; die entsprechende Leitung zum Kontrollraum ist deswegen nicht mit einem Widerstand abgeschlossen.

2.2.3 Hohlleiter

Für den Versuchsaufbau kommen zwei Hohlleitertypen zum Einsatz: zum einen Rechteckhohlleiter mit einem Seitenverhältnis $a/b = 2$ und zum anderen Rundhohlleiter mit einem Durchmesser d . Die Grundmoden, d. h. die Hohlleitermoden mit der niedrigsten Cut-off-Frequenz bzw. der größten Cut-off-Wellenlänge λ_c , tragen dabei die Bezeichnung TE_{10} für den Rechteck- und TE_{11} für den Rundhohlleiter. Die Cut-off-Wellenlänge der Grundmode ist für den Rechteckhohlleiter durch die Gleichung $\lambda_c = 2a$ und für den Rundhohlleiter durch $\lambda_c = \pi d/1.84$ gegeben [28].

Der Verlauf der elektrischen Feldlinien wird in Abbildung 2.8 verdeutlicht. Im Rechteckhohlleiter liegt vollständige lineare Polarisierung vor, während die Feldlinien im Rundhohlleiter wegen der Randbedingung für das elektrische Feld gekrümmt sind. Die kreuzpolarisierten Anteile des elektrischen Feldes im Rundhohlleiter stellen keinen Störfaktor dar, da sie sich vektoriell addiert aufheben und von den Detektoren nicht gemessen werden.

Überschreitet der jeweilige Hohlleiterquerschnitt einen bestimmten Wert, der beim Rechteckhohlleiter mit $a/b = 2$ durch $a = \lambda$ und beim Rundhohlleiter durch $d = 2.40 \lambda/\pi$ gegeben ist, so ist mindestens eine weitere Mode ausbreitungsfähig. Diese sogenannten höheren Moden werden durch Störungen in den Randbedingungen der Welle angeregt, beispielsweise durch Änderungen der Form oder Größe der Querschnittsfläche oder Verbiegungen des Hohlleiters oder durch nicht exakt plane oder ausgerichtete Spiegel, die bei einer Umlenkung der Welle im Hohlleiter benötigt werden. Dabei koppelt Leistung von bestimmten Moden, beispielsweise der wegen ihres eindeutigen Polarisationszustandes erwünschten Grundmode, in andere Moden über. Um diese Modenwandlung zu vermeiden, müssen sämtliche in der Übertragungslei-

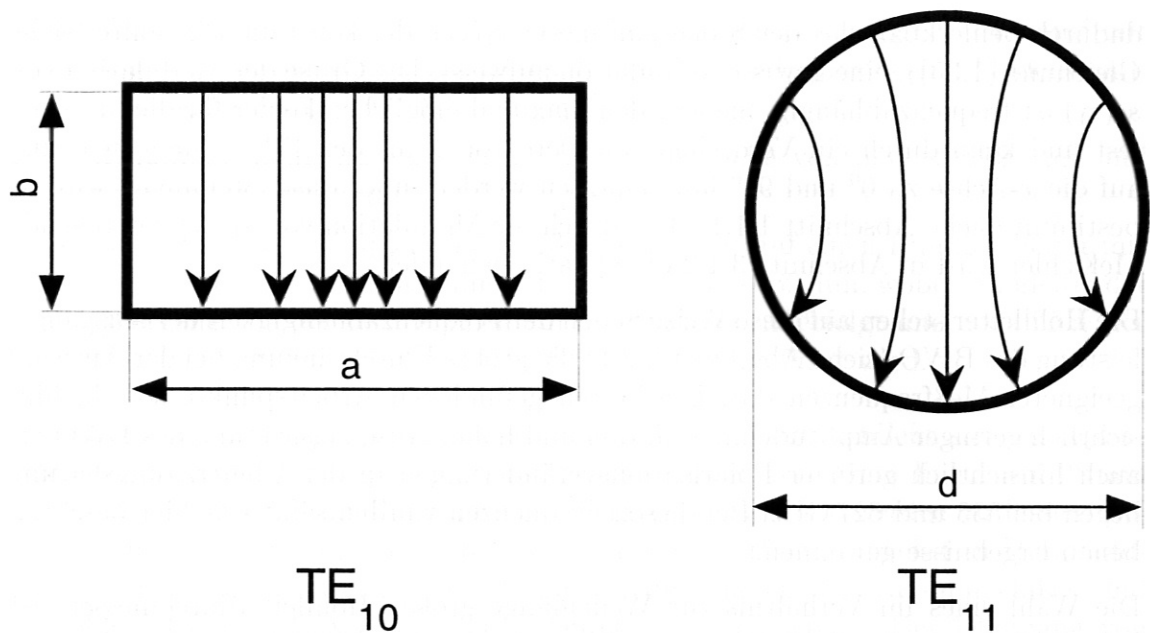


Abbildung 2.8: Verlauf der elektrischen Feldlinien für die Grundmoden im Rechteck- und Rundhohlleiter.

tung liegenden Bauteile mit hoher mechanischer Präzision gefertigt werden. Zudem ist auf eine möglichst exakte Ausrichtung der Hohlleiter und Spiegel zu achten. Die Anforderungen an die Genauigkeit der Ausrichtung sind umso höher, je größer das Verhältnis des Hohlleiterdurchmessers zur Wellenlänge ist [29], d. h. je stärker der Hohlleiter überdimensioniert ist. Querschnittänderungen der Hohlleiter erfolgen langsam in sogenannten Tapern; die Modenwandlungsverluste sind umso geringer, je länger der Taper ist.

Die Modenwandlungsverluste übersteigen oft die ohmschen Dämpfungsverluste (siehe unten) in der Hohlleiterwand. Aufgrund unterschiedlicher Phasengeschwindigkeiten der verschiedenen höheren Moden ergibt sich insbesondere bei längeren Hohlleitern eine starke Frequenzabhängigkeit des lokalen Feldlinienbildes der Welle. Die mögliche Beeinträchtigung der Messungen durch die Anregung höherer Moden ist damit ebenfalls frequenzabhängig und wird nur dadurch abgemildert, daß sich entgegengesetzte elektrische Felder in ihrer Wirkung beim Detektor aufheben.

Neben den Modenwandlungseffekten kann die Veränderung des Polarisationszustandes der Welle infolge nie vollständig zu vermeidender Verformungen des Hohlleiterquerschnitts zu Meßfehlern führen. Elliptische Verformungen eines kreisförmigen Querschnitts beispielsweise führen zu unterschiedlichen Phasengeschwindigkeiten bezüglich der Hauptachsen der Ellipse. Fallen die Richtungen der Hauptachsen mit der x - bzw. y -Koordinate des gewählten Koordinatensystems zusammen, erfolgt lediglich ein Phasenversatz zwischen E_x und E_y der Welle (also eine Elliptizitätsänderung), der sich bei der Messung der Phasenverschiebung durch den Cotton-Mouton-Effekt als Offset bemerkbar macht. Im Falle einer anderen Ausrichtung der Hauptachsen wird der Polarisationszustand weitergehend verändert. Dies macht sich

dadurch bemerkbar, das der Stokesparameter $s_1(z_1)$, der konstant sein sollte (siehe Gleichung (1.35)), eine gewisse Modulation aufweist. Die Größe der Modulation von $s_1(z_1)$ ist frequenzabhängig. Sie legt den maximal möglichen Fehler für die Messung fest und kann durch ein Verdrehen von Detektor 2 aus der 45^0 -Stellung in Bezug auf die x -Achse zu 0^0 und 90^0 hin gemessen werden; über diese Stellungen wird s_1 bestimmt (siehe Abschnitt 1.1.1). Der durch die Modulation von $s_1(z_1)$ entstehende Meßfehler wird in Abschnitt 3.1.2 quantitativ behandelt.

Die Hohlleiter stellen auf diese Weise neben der Frequenzabhängigkeit der Ausgangsleistung des BWO (siehe Abschnitt 2.2.1) die größte Einschränkung bei der Auswahl geeigneter Meßfrequenzen dar. Die besten gefundenen Arbeitspunkte sowohl hinsichtlich geringer Amplitudenmodulation und hoher Ausgangsleistung des BWO als auch hinsichtlich geringer Polarisationsveränderungen in der Übertragungsleitung liegen bei 535 und 627 GHz. Bei diesen Frequenzen wurden sämtliche hier beschriebenen Ergebnisse gewonnen.

Die Wahl eines im Verhältnis zur Wellenlänge großen Hohlleiterdurchmessers ist zwingend notwendig, da die ohmschen Dämpfungsverluste bei Frequenzen von mehr als 500 GHz bei kleinen Durchmessern sehr groß werden. Unter der Annahme einer exakt glatten Hohlleiterwand kann die Dämpfungskonstante ξ berechnet werden; für einen Rundhohlleiter und die TE_{11} -Mode gilt die Gleichung [30]

$$\xi = \frac{1.66}{d} \sqrt{\pi \varepsilon f \rho}, \quad (2.5)$$

wobei $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ die Dielektrizitätskonstante des Mediums im Hohlleiter, f die Frequenz und ρ der spezifische elektrische Widerstand der Hohlleiterwand sind. Die Leistung der Welle nimmt mit der Ausbreitungsrichtung z gemäß der Gleichung $P(z) = P_0 \exp(-\xi z)$ ab. Für die Werte $f = 600$ GHz, $d = 24$ mm und $\rho = 22 \cdot 10^{-9} \Omega\text{m}$ (Gold) ergibt sich $\xi = 0.04$, d. h. die Dämpfung beträgt 0.18 dB/m. Die wahre Dämpfung ist jedoch höher, da zum Vergolden meist eine Goldlegierung mit höherem spezifischem Widerstand verwendet wird und die Annahme einer exakt glatten Hohlleiteroberfläche unrealistisch ist. Die Skintiefe beträgt für obige Werte 68 nm, wodurch eine immer vorhandene Oberflächenrauigkeit den Oberflächenwiderstand und damit die Dämpfung vergrößert. Blanke Kupfer- oder Silberoberflächen verursachen, trotz des geringeren spezifischen Widerstandes dieser Metalle, im Laufe der Zeit höhere Dämpfungsverluste, da durch Oxidation der Oberflächenwiderstand ebenfalls vergrößert wird.

Die Tatsache, daß sich bei gegebener Frequenz und richtiger Wahl des Hohlleiterquerschnitts nur die Grundmode ausbreiten kann, wird zum Bau eines Grundmodefilters für den BWO genutzt. Die cut-off-Wellenlänge bei einem Rechteckhohlleiter mit Seitenverhältnis $a/b = 2$ ist $\lambda_c = 2a$, und bis zu einer Wellenlänge von $\lambda = a$ kann sich nur die TE_{10} -Mode ausbreiten. Für einen angestrebten Frequenzbereich von 400–800 GHz für das Filter ist demzufolge ein Hohlleiterquerschnitt von etwa 0.38×0.19 mm² an der engsten Stelle nötig, um höhere Moden zu reflektieren. Diese Stelle darf wegen der hohen Dämpfung im Grundmodehohlleiter nicht zu lang sein. Das Filter ist in drei Abschnitte geteilt:

- Linearer Taper vom BWO-Ausgang ($3.6 \times 1.8 \text{ mm}^2$) auf $0.38 \times 0.19 \text{ mm}^2$ mit einer Länge von 10 mm. Wegen der Kürze dieses Abschnitts sind Modenwandlungsverluste von etwa 10 %¹ unvermeidbar.
- Grundmodehohlleiter mit einer Querschnittsfläche von $0.38 \times 0.19 \text{ mm}^2$ und einer Länge von 1 mm.
- Taper von Rechteckquerschnitt $0.38 \times 0.19 \text{ mm}^2$ auf einen Rundhohlleiter mit einem Durchmesser von 4 mm. Die Länge beträgt 39 mm, wobei ein gleitender Übergang von der rechteckigen auf die runde Form erfolgt und etwa 95 % der Leistung der TE₁₀-Mode in die TE₁₁-Mode übergeführt wird.

Am Ausgang des Filters, an dem die TE₁₁-Mode vorliegt, schließt sich zur Querschnittserweiterung ein Taper an, dessen Durchmesser von 4 mm linear auf 28 mm zunimmt. Um Modenwandlungsverluste nicht größer als 5 % werden zu lassen, beträgt seine Länge 1.2 m. Die weitere Wellenführung erfolgt zunächst in Rundhohlleitern aus Kupfer von 28 mm Durchmesser. Im Inneren des Vakuumgefäßes sind vergoldete Rundhohlleiter von 24 mm Durchmesser eingebaut. Der Übergang von 24 mm auf 28 mm Durchmesser erfolgt durch Taper mit einer Länge von 120 mm.

An drei Stellen ist der Hohlleiter über eine längere Strecke unterbrochen (siehe Abschnitt 2.1.2). Die Abstrahlung bzw. der Empfang der Wellen ist dabei durch offene Hohlleiterenden realisiert. Die TE₁₁-Mode in den Rundhohlleitern führt dabei zu Abstrahlungen sowohl der gewünschten Co-Polarisationsrichtung in einer Haupt- und vielen Nebenkeulen als auch von kreuzpolarisierten Anteilen in vier geometrisch gleichen (aber vom elektrischen Feld her gegenphasigen) Hauptkeulen und ebenfalls vielen Nebenkeulen. Berechnete² Leistungsverteilungen für Co- und Kreuzpolarisation an der Stelle des Empfangshohlleiters im Vakuumgefäß sind in den Abbildungen 2.9 und 2.10 dargestellt. Während der größte Teil der in der co-polarisierten Hauptkeule enthaltenen Leistung in den Empfangshohlleiter gelangt (siehe unten), koppelt nur ein kleiner Anteil der in den kreuzpolarisierten Keulen liegenden Leistung in diesen ein. Bei exakter Ausrichtung der Hohlleiter zueinander ist das Integral über das elektrische Feld der kreuzpolarisierten Keulen auf der Fläche des Rundhohlleiters null, da benachbarte Keulen gegenphasig sind. Die verwendeten Detektoren reagieren nicht auf diesen Anteil.

Die co-polarisierte Hauptkeule der abgestrahlten Welle kann in ausreichender Näherung durch einen Gauß'schen Strahl [26] beschrieben werden. Der Betrag des elektrischen Feldes ist radial gaußförmig nach folgender Gleichung:

$$E = E_0 \exp - \frac{r^2}{w(z)^2}. \quad (2.6)$$

Bei dieser Gleichung ist r der Abstand von der Strahlachse. Die Strahlweite w_0 ist der kleinste Radius des Strahls und liegt bei Abstrahlung aus einem Hohlleiter in

¹Die Berechnung der Modenwandlung für das Grundmodefilter und die übrigen Taper wurde von Dietmar Wagner vom IPF der Universität Stuttgart durchgeführt.

²Die Berechnung von Abbildung 2.9 sowie von Abbildung 2.10 wurde von Burkhard Plaum vom IPF der Universität Stuttgart durchgeführt.

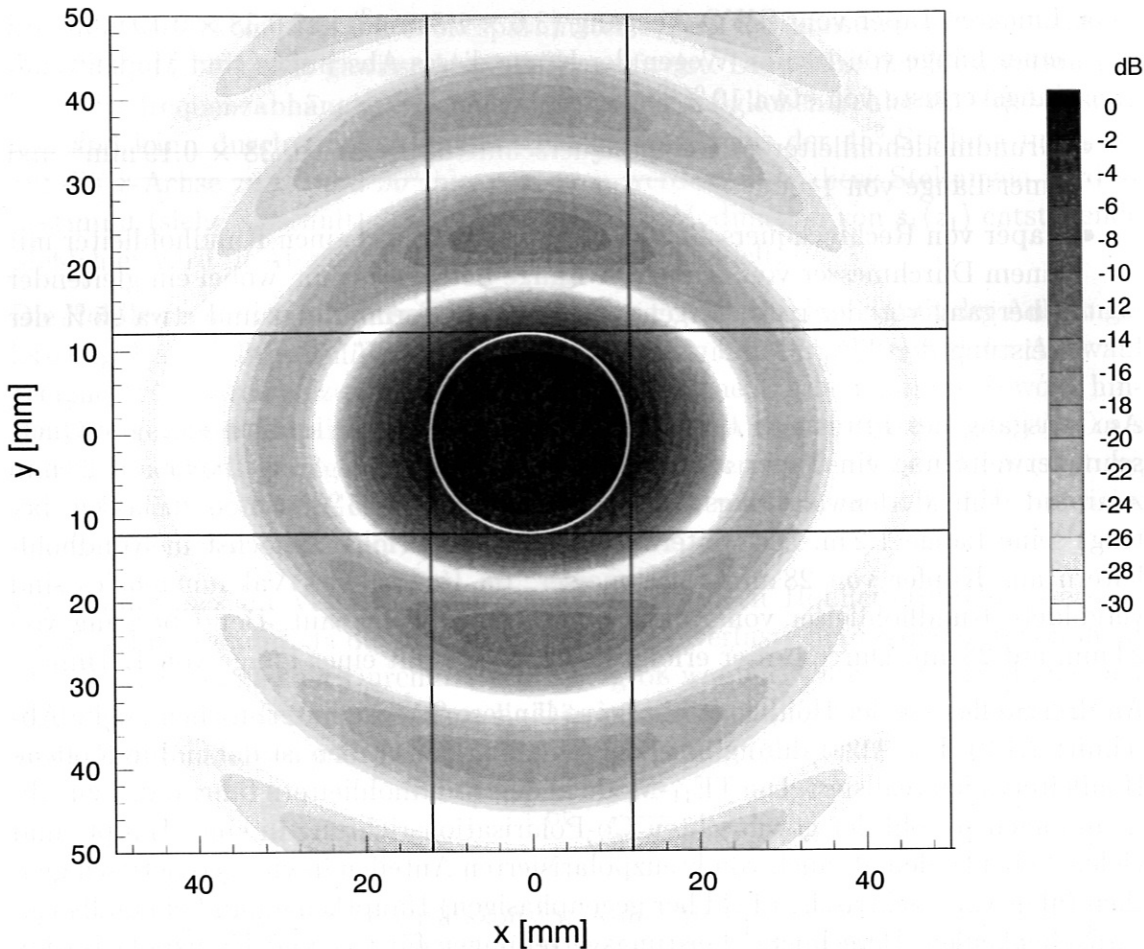


Abbildung 2.9: Berechnete Verteilung der abgestrahlten Leistung für die Co-Polarisationsrichtung (y -Achse) bei Vorliegen einer TE_{11} -Mode im Rundhohlleiter. Der Hohlleiterdurchmesser (weißer Kreis) beträgt 24 mm, die Frequenz 600 GHz und der Abstand zum Hohlleiter 0.7 m.

der Hohlleiteröffnung. Der Strahlradius w wächst mit steigendem Abstand z von der Strahltaile, wobei folgende Gleichung gilt:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \frac{z^2}{z_c^2}}. \quad (2.7)$$

Der hier eingeführte Abstand $z_c = \pi w_0^2 / \lambda$ ist die Grenze zwischen Nah- und Fernfeld. Als Begrenzung des Strahls wird der Radius r angesehen, bei dem das elektrische Feld auf $1/e$ abgefallen ist.

Die beste Gauß'sche Beschreibung der co-polarisierten Hauptkeule für einen Rundhohlleiter mit Durchmesser d liegt vor, wenn in Gleichung (2.7) in Polarisationsrichtung ein Wert von $w_0 = 0.4 d$ und orthogonal dazu $w_0 = 0.32 d$ benutzt wird [31]; der Strahl ist also nicht rotationssymmetrisch. Für eine einfache Abschätzung des Leistungsanteils η , der von der abgestrahlten Hauptkeule in einen anderen

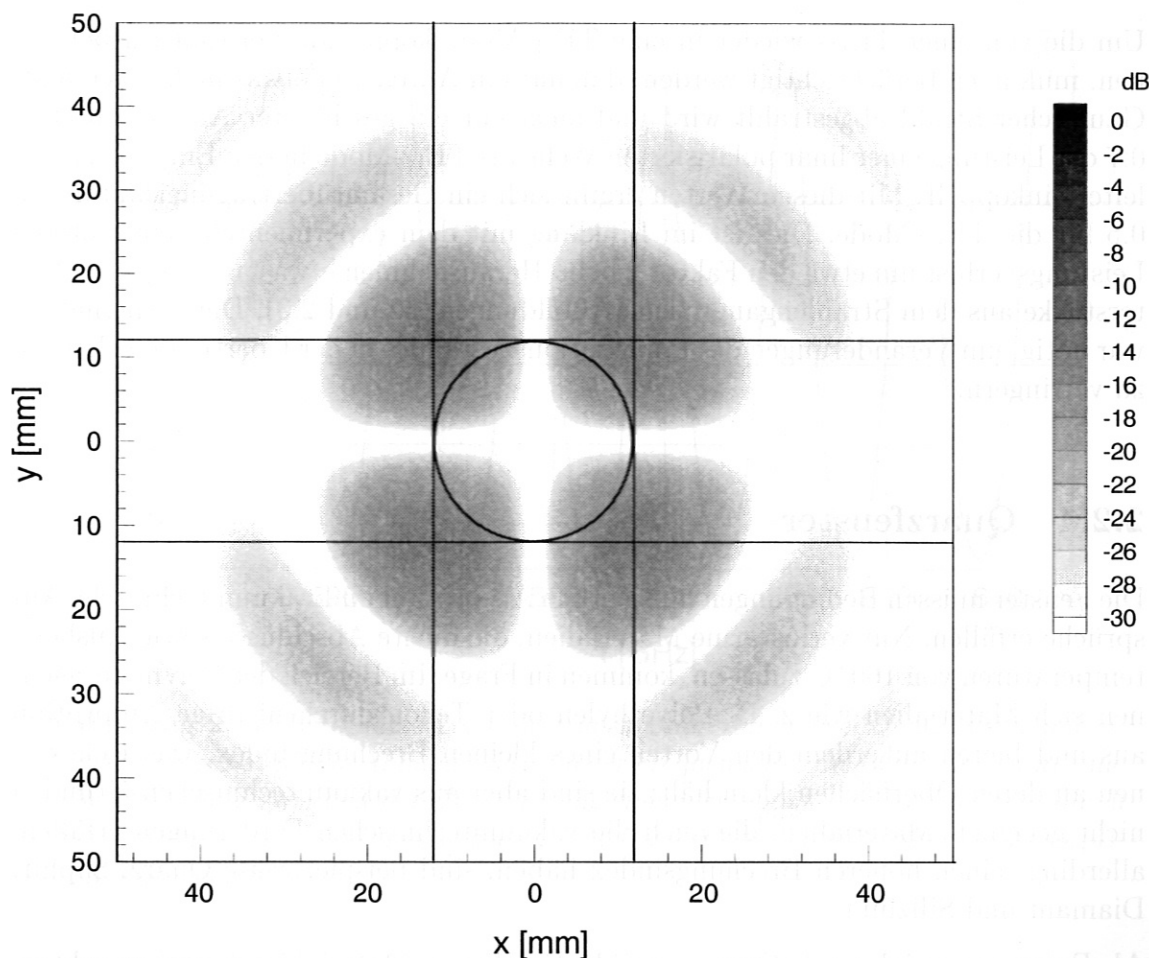


Abbildung 2.10: Berechnete Verteilung der abgestrahlten Leistung für die Kreuzpolarisationsrichtung bei Vorliegen einer TE_{11} -Mode im Rundhohlleiter. Der Hohlleiterdurchmesser (schwarzer Kreis) beträgt 24 mm, die Frequenz 600 GHz und der Abstand zum Hohlleiter 0.7 m. Das elektrische Feld benachbarter Keulen gleicher Ordnung ist gegenphasig.

gleichartigen Rundhohlleiter koppelt, wird ein rotationssymmetrischer Strahl mit $w_0 = 0.36 d$ angenommen. Die Leistungsdichte, die proportional zum Quadrat des mit Gleichung (2.6) berechneten elektrischen Feldes ist, wird über eine Kreisfläche mit Durchmesser d integriert und auf die Gesamtleistung normiert. Es ergibt sich folgende Gleichung:

$$\eta = 1 - \exp\left(-\frac{1}{0.36^2 \left(1 + \frac{z^2 \lambda^2}{0.36^4 \pi^2 d^4}\right)}\right). \quad (2.8)$$

Werden für eine typische Wellenlänge $\lambda = 0.5$ mm ($f = 600$ GHz) die für die Übertragungsstrecke im Vakuumgefäß geltenden Werte $d = 24$ mm und $z = 0.7$ m eingesetzt, so ergibt sich $\eta = 0.9$. Derselbe Wert wird für die Parameter $z = 1$ m und $d = 28$ mm berechnet, die die beiden anderen Übertragungsstrecken kennzeichnen.

Um die von einer TE_{11} - wieder in eine TE_{11} -Mode koppelnde Leistung zu berechnen, muß noch berücksichtigt werden, daß nur ein Anteil von etwas mehr als 0.8 als Gauß'scher Strahl abgestrahlt wird und auch nur ein geschätzter Anteil von etwa 0.7 der Leistung einer linear polarisierten Welle als TE_{11} -Mode in den Empfangshohlleiter einkoppelt. Mit diesen Werten ergibt sich ein Gesamtübertragungsfaktor von 0.5 für die TE_{11} -Mode. Dies ist im Einklang mit dem experimentell beobachteten Leistungsverlust um etwa den Faktor 2 beim Herausnehmen etwa 1 m langer Hohlleiterstücke aus dem Strahlengang (siehe Abbildungen 2.2 und 2.3). Diese Maßnahme war nötig, um Veränderungen des Polarisationszustandes in der Übertragungsleitung zu verringern.

2.2.4 Quarzfenster

Die Fenster müssen Bedingungen hinsichtlich Absorption und vakuumtechnische Ansprüche erfüllen. Nur verlustarme Materialien, die dichte Abschlüsse sowie Ausheiztemperaturen von 160°C zulassen, kommen in Frage. Im Bereich der Polymere zeichnen sich Materialien wie z. B. Polyethylen oder Teflon durch niedrige Absorption aus und bieten außerdem den Vorteil eines kleinen Brechungsindex, was Reflexionen an deren Oberflächen klein hält; sie sind aber aus vakuumtechnischen Gründen nicht geeignet. Materialien, die auch die vakuumtechnischen Forderungen erfüllen, allerdings einen höheren Brechungsindex haben, sind beispielsweise Quarz, Saphir, Diamant und Silizium.

Als Fenstermaterial wurde Quarz gewählt. Bei diesem Material ist darauf zu achten, daß der Kristall so gespalten ist, daß bei senkrechter Durchstrahlung der Fenster keine Doppelbrechung auftritt (z-Schnitt). Die Dicke der Fenster ist aus Gründen der Druckfestigkeit 3 mm.

Die dielektrischen Daten von Quarz und anderen Materialien sind in [32] zu finden. Quarz zeigt nur eine sehr geringe Dispersion, die relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r beträgt für den z-Schnitt bei Raumtemperatur 4.442 im sub-mm-Bereich. Für den frequenzabhängigen Absorptionskoeffizienten ζ werden, je nach Quelle, verschiedene Werte in der Form des sogenannten Verlusttangens angegeben, wobei bei 900 GHz der niedrigste bzw. höchste Wert $2.5 \cdot 10^{-4}$ bzw. $8 \cdot 10^{-4}$ ist. Unter der Annahme des gleichen Wertes für eine Frequenz von 600 GHz ergibt sich damit $\zeta = 6 \text{ m}^{-1}$ bzw. $\zeta = 20 \text{ m}^{-1}$, d. h. der Leistungsverlust durch ein Quarzfenster der Dicke $d = 3 \text{ mm}$ liegt zwischen 2% und 6%.

Da die Dicke der Quarzfenster ein Vielfaches der Wellenlänge im Quarz beträgt und die Absorptionsverluste klein sind, stellt das Fenster ein Etalon dar. Die Transmission ist stark frequenzabhängig. Sie wird mit einer in [33] beschriebenen Methode berechnet, die auch auf im Verhältnis zur Wellenlänge dünne dielektrische Schichten angewandt werden kann (siehe Abschnitt 2.2.5).

Für nicht senkrechten Einfall der Wellen (Einfallswinkel $\theta \neq 0$) ist der Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizient abhängig von der Orientierung der Polarisations Ebene in

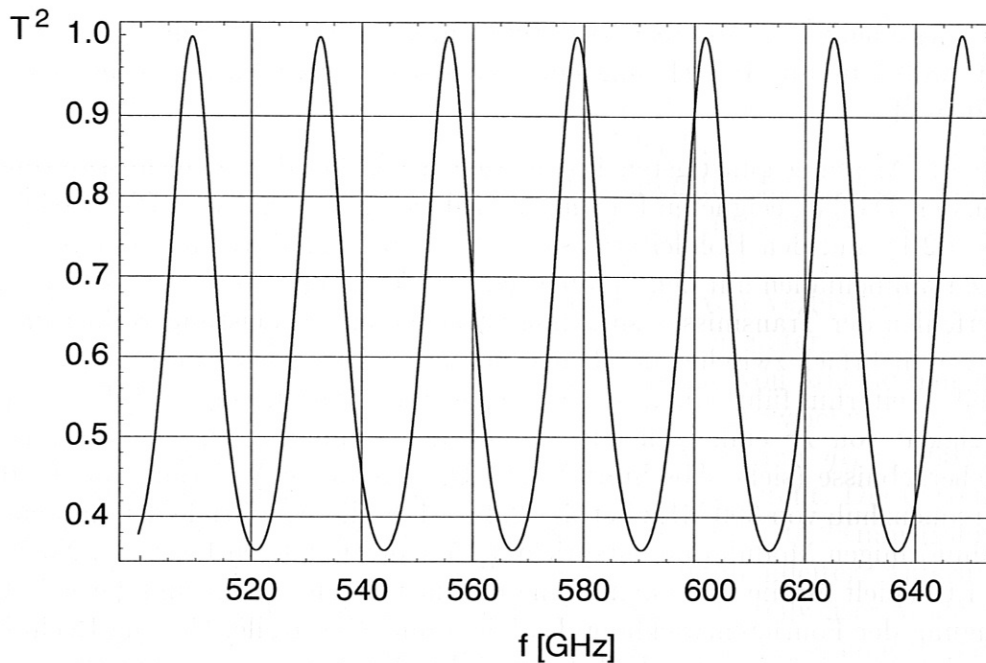


Abbildung 2.11: Berechnete Leistungstransmission durch zwei Quarzfenster mit einer Dicke von 3.07 mm in Abhängigkeit von der Frequenz. Für die Berechnung wird eine hohe Dämpfung zwischen den Fenstern angenommen, sodaß die Transmission durch zwei Fenster als T^2 berechnet werden kann. Die Fenster selbst werden als absorptionsfrei angenommen.

Bezug auf die Einfallsebene. Dabei kennzeichnet der Begriff h-Mode bzw. e-Mode die Welle, deren Polarisationssebene senkrecht bzw. parallel zur Einfallsebene steht. Aus der Dicke d und der Impedanz Z der dielektrischen Schicht, die auf die Impedanz des umgebenden Mediums normiert ist (in diesem Fall Vakuum und Luft), und der elektrischen Länge Ξ kann der Transmissionskoeffizient \check{T}_A der Amplitude des elektrischen Feldes berechnet werden. Unter Vernachlässigung der Absorption gilt

$$\check{T}_A = \frac{2}{2 \cos \Xi + i \sin(Z + Z^{-1})}, \quad (2.9)$$

wobei die für die jeweilige Orientierung gültige Impedanz einzusetzen ist:

$$Z_h = \cos \Xi / \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \Xi} \quad (2.10)$$

$$Z_e = \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \Xi} / (\epsilon_r \cos \Xi) \quad (2.11)$$

$$\Xi = \frac{2\pi}{\lambda_0} d \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \Xi}.$$

Die Größe λ_0 ist dabei die Vakuumwellenlänge. Der Transmissionskoeffizient T für die Leistung ist das Betragsquadrat von \check{T}_A . Die Transmission durch zwei Fenster ist näherungsweise T^2 für den Fall so hoher Dämpfung der Welle zwischen den Fenstern, daß Interferenzeffekte vernachlässigt werden können. Der Verlauf von T^2 über dem

für die Messungen am W7-AS verwendeten Frequenzbereich ist in Abbildung 2.11 gezeigt, wobei für die Berechnung eine gemessene Fensterdicke von $d = 3.07$ mm benutzt wird.

Die für die Messung günstigsten Frequenzen liegen bei den Transmissionsmaxima der Fenster. Da die geeigneten Frequenzen jedoch vorwiegend vom BWO (siehe Abschnitt 2.2.1) und den Hohlleitern (siehe Abschnitt 2.2.3) bestimmt werden, wäre deren Zusammenfallen mit den Frequenzen der Transmissionsmaxima Zufall. Durch das Verfehlen der Transmissionsmaxima ist neben einem Leistungsverlust das Auftreten von mehrfach zwischen den Fenstern reflektierten Wellen für die Messung von Nachteil. Weiterhin führt die mit der Frequenzmodulation aufgrund der Frequenzabhängigkeit von T^2 einhergehende Amplitudenmodulation zu einer Verfälschung der Meßergebnisse (siehe Abschnitt 1.3.4). Die maximale Änderung von T^2 bei einem Frequenzhub von 300 MHz beträgt 2.3 %, d. h. die Amplitude der entstehenden sägezahnförmigen Modulation entspricht 1.15 % der mittleren Leistung. Nach Gleichung 1.61 spielt für die Phasenänderung nur die Grundfrequenz und die erste Oberschwingung der Fourierentwicklung des Sägezahns eine Rolle. Genaue Rechnungen zeigen, daß im ungünstigsten Fall der von den Fenstern verursachte Phasenfehler 0.6 % beträgt.

2.2.5 Polarisationsgitter und Strahlteiler

Für den Versuchsaufbau kommen drei Polarisationsgitter bzw. Analysatoren und zwei Strahlteiler zum Einsatz (siehe Abbildung 2.1). Die höchsten Anforderungen, was die Trennung verschiedener Polarisationsrichtungen betrifft, werden an das Polarisationsgitter gestellt, das die Aufteilung der Welle im Hohlleiter in eine x - und eine y -polarisierte Komponente für die Erzeugung der elliptischen Modulation vornimmt. Sowohl die Reflexion als auch die Transmission der jeweils unerwünscht polarisierten Komponente der Welle führt an dieser Stelle zu rücklaufender Leistung, die den BWO beeinflussen und überdies zu unvollkommener elliptischer Modulation führen kann.

Die Wirkungsweise eines Polarisationsgitters beruht darauf, daß durch das elektrische Feld der Welle Ströme in den Gitterdrähten induziert werden, die die Abstrahlung einer Sekundärwelle bewirken, welche sich mit der einfallenden Welle überlagert. Um einen hohen Reflexionskoeffizienten R_{\parallel} für eine Welle, deren Polarisations Ebene parallel zu den Gitterdrähten liegt, zu erhalten, muß die Bedingung $g_M \ll \lambda$ erfüllt sein; g_M ist der Mittenabstand benachbarter Drähte. Damit der Reflexionskoeffizient R_{\perp} für die orthogonal polarisierte Welle möglichst klein ist, sollte der Durchmesser a der Drähte deutlich kleiner als ihr Abstand g_M sein.

Die Herstellung der Gitter kann mit konventionellen Spulenwickelmaschinen erfolgen, wobei der Draht auf einen Träger aufgewickelt wird. Dabei kommt es, je nach der Güte des verwendeten Drahtes und der Qualität der Wickelmaschine sowie des Trägers, zu zufälligen Schwankungen des Drahtabstandes; diese Schwankungen be-

grenzen den sinnvollen Wert für g_M nach unten. Es wurden zwei Kombinationen von Drahtstärken und Drahtabständen getestet: Zum einen $a = 15 \mu\text{m}$ und $g_M = 80 \mu\text{m}$, zum anderen $a = 20 \mu\text{m}$ und $g_M = 100 \mu\text{m}$. Der Einfalls- bzw. Ausfallswinkel der Welle beträgt 45° ; die Drähte stehen senkrecht auf der Einfalls- bzw. Ausfallsebene. Die auf die Leistung bezogenen Reflexionskoeffizienten für die beiden Gittertypen lassen sich für eine Wellenlänge von 0.5 mm aus in [34] dargestellten Kurven ablesen: $R_{\parallel} \simeq 98.5\%$ und $R_{\perp} < 1\%$ bzw. $R_{\parallel} \simeq 97\%$ und $R_{\perp} \simeq 1\%$ für das Gitter mit $g_M = 80 \mu\text{m}$ bzw. $g_M = 100 \mu\text{m}$. Unter der Annahme von Verlustfreiheit gilt für die Transmissionskoeffizienten $T = 1 - R$. Da die Kurven unter Vernachlässigung des elektrischen Widerstandes sowie unter der Annahme von konstantem g_M für alle Drähte berechnet sind, muß für die realen Gitter mit Abweichungen gerechnet werden. Es wurden zwei Gitter mit $g_M = 80 \mu\text{m}$ und eines mit $g_M = 100 \mu\text{m}$ unter der Verwendung von vergoldeten Wolframdrähten hergestellt. Die Gitterträger sind in der Diagonale von Metallwürfeln eingesetzt, die gekreuzte 28 mm -Bohrungen aufweisen; die Gitter befinden sich somit direkt im Rundhohlleiter. Aufgrund der gekrümmten Feldlinien der TE_{11} -Mode kommt es dabei zu teilweiser Modenwandlung bei Reflexion bzw. Transmission durch das Gitter, welche zu einer Minderung der gemessenen Leistung führt.

Als Polarisationsgitter kommt das hochwertigere (mit kleineren Schwankungen von g_M behaftete) Gitter mit $g_M = 80 \mu\text{m}$ zum Einsatz, die anderen beiden werden als Analysatoren eingesetzt. Die Analysatoren haben lediglich die Funktion, den 45° -Winkel in Bezug auf die x - bzw. y -Achse zur Messung des Stokesparameters s_2 (siehe Abschnitt 1.1.1) genau zu definieren für den Fall, daß die Antennendrähte der Detektoren nicht exakt parallel zur Würfelkante in die Ecke ihres Spiegels montiert oder etwas verbogen sein sollten. Die Analysatoren können sowohl in Transmission als auch in Reflexion betrieben werden. Für die Experimente am W7-AS werden sie, anders als in Abbildung 2.1 angedeutet, aus Gründen eines kompakteren Aufbaus in Reflexion betrieben.

Der Gitterstrahlteiler für den Monitor-Detektor soll einen Reflexionskoeffizienten R_{\parallel} von etwa 10% besitzen. Der dafür benötigte Drahtabstand wurde experimentell bestimmt und beträgt $g = 460 \mu\text{m}$; der Drahtdurchmesser a ist $20 \mu\text{m}$. Der Gitterstrahlteiler steht, ebenso wie die beschriebenen Analysatoren bzw. das Polarisationsgitter, unter einem Winkel von 45° in Bezug auf die Ausbreitungsrichtung der Welle (siehe Abbildung 2.1). Jedoch verlaufen die Gitterdrähte parallel zur Einfalls- bzw. Ausfallsebene der Welle.

Eindimensionale Gitterstrahlteiler können nur bei linear polarisierten Wellen verwendet werden, da sie bei anderen Wellen den Polarisationszustand verändern. Um dies zu verhindern, können entweder zweidimensionale Gitter, wie sie beispielsweise bei Interferenzfiltern verwendet werden [35], oder Folien zum Einsatz kommen. Da die Herstellung eines Folienstrahlteilers einfacher erschien, wird als Strahlteiler für Detektor 1, bei dem die Welle elliptisch moduliert ist, eine Nylon-Folie verwendet (siehe Abbildung 2.1).

Der Reflexionskoeffizient einer Folie ist durch die Dielektrizitätskonstante des Ma-

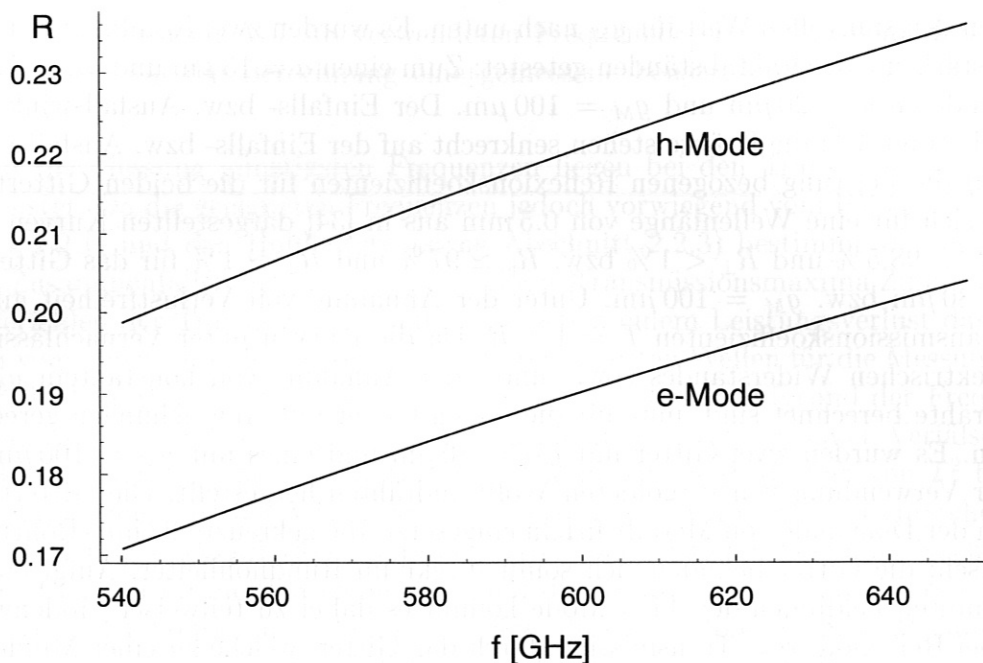


Abbildung 2.12: Berechnete Leistungsreflexionskoeffizienten einer $50 \mu\text{m}$ dicken Nylonfolie unter einem Einfallswinkel von 15° .

terials und durch die Foliendicke bestimmt. Ein Nachteil ist, daß der Reflexionskoeffizient bei nicht senkrechtem Einfall der Welle von deren Polarisations Ebene abhängt. Um die Differenz der Reflexionskoeffizienten für die h-Mode bzw. e-Mode (siehe Abschnitt 2.2.4) möglichst klein zu halten, steht die Normale der verwendeten Nylon-Folie nur unter einem kleinen Winkel von $\alpha = 15^\circ$ zur Ausbreitungsrichtung der Wellen im Hohlleiter.

Für die Dielektrizitätskonstante von Nylon ist ein Wert von $\epsilon_r = 3.0$ in [32] angegeben. Aus diesem Wert und der Dicke der Folie von $50 \mu\text{m}$ können die Reflexionskoeffizienten der e- bzw. h-Mode in Abhängigkeit von der Frequenz mit Hilfe der Gleichung (2.9) und der Beziehung $R = 1 - T$ berechnet werden; die Kurven sind in Abbildung 2.12 aufgetragen. Die Reflexionskoeffizienten liegen im Bereich von $R = 0.2$, der relative Unterschied für die e- bzw. h-Mode beträgt etwa 15%. Damit dieser Unterschied nicht zu einer Veränderung des Polarisationszustandes der elliptisch modulierten Welle führt, die über eine kleine Änderung des Verhältnisses von E_{y_0}/E_{x_0} hinausgeht, muß der Strahlteiler so ausgerichtet sein, daß die e- bzw. h-Mode mit der x - bzw. y -Richtung zusammenfällt.

Nylon ist als Folienmaterial für Strahlteiler wegen seiner mechanischen Eigenschaften gut geeignet. Im Vergleich zu vielen anderen Materialien läßt es sich relativ gut zu einer ebenen Fläche spannen. Die verbleibende leichte Welligkeit führt zu einer Abnahme der gemessenen reflektierten Leistung um etwa einen Faktor 2. Diese Abnahme stellt keinen Nachteil dar, da die mit Detektor 1 gemessene Leistung auch damit um ein mehrfaches größer ist als die mit Detektor 2 gemessene. Das Rauschen der Phasendifferenz zwischen den Signalen dieser beiden Detektoren geht

hauptsächlich auf Detektor 2 zurück.

2.3 Phasenmessung

2.3.1 Phasenmessung mittels A/D-Wandler und Software

Für die Gewinnung der Phaseninformation werden die verstärkten Detektorsignale während der Plasmaentladungen mit A/D-Wandlern abgetastet. Die gespeicherten Signale stehen für genaue Untersuchungen zur Verfügung. Zudem ermöglicht eine digitale Signalverarbeitung die in Abschnitt 1.3.4 beschriebene AM-Korrektur. Die Auflösung der Wandler beträgt 12 Bit, d. h. das Bitrauschen ist bei hinreichend hoher Signalamplitude geringer als das Verstärkerrauschen in der benutzten Bandbreite. Die Abtastfrequenz für alle drei Detektoren beträgt 500 kHz; die Nyquist-Frequenz ist damit 250 kHz. Um einen zu hohen Anteil von Spiegelfrequenzen zu vermeiden, werden die eingesetzten Differenzverstärker (siehe Abbildung 2.4) in ihrer Bandbreite auf 300 kHz begrenzt.

Die informationstragende Frequenz bei den Signalen der Detektoren 1 und 2 ist die Modulationsfrequenz von 47 kHz. Wegen der unvermeidlichen Amplitudenmodulation durch den BWO treten außerdem Oberwellen der Modulationsfrequenz auf. Die Modulationsfrequenz wird deshalb so gewählt, daß die von Frequenzen über 250 kHz gespiegelten Oberwellen möglichst weit entfernt von der Modulationsfrequenz zu liegen kommen. Das Signal des Monitor-Detektors wird für die AM-Korrektur (siehe Abschnitt 1.3.4) herangezogen. Dabei werden zusätzlich Amplitude und Phase der ersten Oberwelle, die eine Frequenz von 94 kHz hat, benötigt. Aus diesem Grund ist die Bandbreite der Verstärker auf 300 kHz begrenzt. Liegt die Grenzfrequenz der Verstärker zu nahe an den zu messenden Frequenzen, wird nämlich nicht nur deren Amplitude, sondern auch ihre Phase verändert, was eine aufwendige Kalibrierung und Kompensation durch Software erforderlich machen würde.

Die Auswertung der A/D-Wandlerdaten durch die Software geschieht nach folgendem Schema: Zunächst werden die in den Signalen enthaltenen Amplituden- und Phaseninformationen durch einen Kurvenfit mit einer Fourierreihe als Fitfunktion gewonnen, wobei die Frequenzen ganzzahlige Vielfache der Modulationsfrequenz und die Amplituden und Phasen die Fitparameter sind. Die Fits erfolgen jeweils etwa über eine Modulationsperiode, wodurch die Phaseninformation zeitlich aufgelöst zur Verfügung steht. Da der Funktionsgenerator, der die Modulationsfrequenz erzeugt, nicht exakt bei 47 kHz schwingt und auch die Zeitbasis des A/D-Wandlers eine gewisse Toleranz aufweist, kommt es dabei zu einer langsamen zeitlichen Änderung der absoluten Phasen. Dies wirkt sich jedoch nicht störend aus, da nur Phasendifferenzen zu gleichen Zeiten betrachtet werden. Die Phasendifferenz der Grundwellen der Detektorsignale 1 und 2 bei 47 kHz bildet den nicht AM-korrigierten Wert der Größe W_1 , die den Cotton-Mouton-Effekt beschreibt. Die für die AM-Korrektur

neben den Amplituden und Phasen der Modulationsfrequenz sowie der ersten Oberwelle des Monitor-Detektorsignals ebenfalls benötigte DC-Komponente der Leistung wird aus der vom Chopper festgelegten niederfrequenten Amplitude des Monitor-Detektorsignals gewonnen. Die AM-Korrektur erfolgt nach Gleichung (1.61), die numerisch mittels Bisektion gelöst wird. Das Anfangsintervall wird dabei $\pm 23^0$ um die absoluten Phasen der Grundwellen der Detektorsignale 1 und 2 gelegt. Als Lösung ergeben sich die Phasen ϕ_1 und ϕ_2 , die ohne die unerwünschte Amplitudenmodulation gemessen worden wären; der korrigierte Wert von W_1 ist die Differenz dieser korrigierten Phasen. Die AM-Korrektur kann nur während der Öffnungszeiten des Choppers vor dem Monitor-Detektor erfolgen, so daß die korrigierten Werte für W_1 und die daraus abgeleiteten Liniendichten nur in zeitlichen Abständen, die der Chopperfrequenz entsprechen, zur Verfügung stehen.

Die mögliche minimale Zeitauflösung ist das Zeitintervall eines Kurvenfits mit elf Stützpunkten, also $20 \mu\text{s}$. Der statistische Fehler wegen unvermeidlichen Rauschens beträgt in diesem Fall mehr als ein Grad. Durch Mittelung der Phasendifferenzen über Zeitintervalle von 1–4 ms reduziert sich der statistische Fehler auf etwa $0.1\text{--}0.2^0$. Eine Zeitauflösung im Bereich von Millisekunden ist für Dichteregelungszwecke, wie unten gezeigt werden wird, ausreichend.

2.3.2 Phasenmessung mittels einer Anlogschaltung

Bei der Demonstration der Dichteregelung mit Hilfe der Cotton-Mouton-Liniendichtemessung ist eine Echtzeitmessung erforderlich. Für diese Anwendung kommt ein analoger Phasenmesser zum Einsatz, dessen Ausgangsspannung den Ist-Wert für die Steuerung der Gasventile des Stellarators darstellt. An seinen beiden Eingängen liegen die Signale der Detektoren 1 und 2 an, wobei Parallelschwingkreise mit einer Güte von etwa zehn und einer Resonanzfrequenz von 47 kHz eine Bandfilterung vornehmen. Die Signale werden mit sogenannten Schmitt-Triggern in rechteckförmige TTL-Signale umgewandelt, die an den beiden Eingängen eines Flip-Flops liegen. Letzteres gibt auf diese Weise Rechteckpulse mit der Frequenz der angelegten Signale aus, deren Länge proportional zum Abstand der Nulldurchgänge mit gleicher Vorzeichenänderung der Spannung ist. Dieses Signal wird durch ein RC-Glied tiefpaßgefiltert, wodurch eine dem Phasenunterschied der angelegten Signale proportionale Spannung entsteht. Das RC-Glied ist so dimensioniert, daß sich eine Zeitauflösung im Bereich von einigen Millisekunden ergibt.

Da diese Schaltung eine nicht AM-korrigierte Messung von W_1 darstellt, wird für die Dichteregelung ein Arbeitspunkt des BWO gewählt, bei dem die unkorrigierte Phase nur unwesentlich von der korrigierten abweicht, die Amplitudenmodulation somit keinen Fehler verursacht. Eine Aufzeichnung der Ausgangsspannung bei einigen Plasmaentladungen zeigt, daß die mit dem Phasenmesser gemessene Phasendifferenz exakt mit der mittels Software gewonnenen unkorrigierten Phasendifferenz übereinstimmt.

Kapitel 3

Experimentelle Ergebnisse

3.1 Auswertung der Meßergebnisse

3.1.1 Umrechnung zwischen Liniendichte und Phasenverschiebung

Die Messung des Cotton-Mouton-Effekts wird mit einer elliptisch modulierten Welle durchgeführt, wie in den vorausgegangenen Kapiteln ausführlich dargelegt wurde. Diese Welle besteht aus zwei linear polarisierten Komponenten. Die Polarisationssebene einer Komponente liegt parallel zur x -Achse des gewählten Koordinatensystems, die andere parallel zur y -Achse und damit zur Hauptrichtung des Magnetfeldes. Der Cotton-Mouton-Effekt bewirkt eine Phasenverschiebung zwischen den beiden beschriebenen Komponenten. Diese wird direkt als Phasendifferenz $\Delta\phi$ zwischen den modulierten Stokesparametern $s_2(z_0)$ und $s_2(z_1)$ gemessen, wobei z_0 den Anfangs- und z_1 den Endpunkt des Plasmas auf der Sichtlinie markiert. Diese Phasendifferenz entspricht der Größe W_1 , welche das Wegintegral über die Komponente Ω_1 des Vektors $\vec{\Omega}$ ist. Der Vektor $\vec{\Omega}$ beschreibt die lokalen doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas und kann über Gleichung (1.28) berechnet werden. In die Berechnung von Ω_1 gehen die magnetische Flußdichte \vec{B} , die Frequenz f und die Elektronendichte n_e ein. Da die beiden erstgenannten Parameter bekannt sind, verbleibt n_e als Unbekannte. Bei der Messung wird über die Sichtlinie integriert. Damit ist die Unbekannte von W_1 die linienintegrierte Elektronendichte $\rho_e = \int_{z_0}^{z_1} n_e dz$. Somit ist eine Berechnung der Liniendichte aus der gemessenen Phasendifferenz $\Delta\phi$ möglich.

3.1.1.2 Berechnung des effektiven Magnetfeldes

Eine magnetische Flussdichte B wird durch die Sichtlinie z integriert. Die Sichtlinie z ist die Richtung der Ausbreitung der Welle. Die Sichtlinie z ist die Richtung der Ausbreitung der Welle. Die Sichtlinie z ist die Richtung der Ausbreitung der Welle.

3.1.1.1 Näherung für hohe Frequenzen

Der Vektor $\vec{\Omega}$ kann für hohe Frequenzen, mit $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$, näherungsweise mit Gleichung (1.30) berechnet werden. In diesem Fall gilt

$$\Delta\phi = \frac{2.457}{m} \frac{\lambda^3}{\text{mm}^3} \int_{z_0}^{z_1} \frac{(B_x^2 - B_y^2)}{\text{T}^2} \frac{n_e}{10^{20} \text{m}^{-3}} dz. \quad (3.1)$$

Die Hauptkomponente B_y der magnetischen Flußdichte ist bei der gewählten Sichtlinie etwa konstant (siehe Abbildung 1.6), sodaß der genaue Verlauf von n_e nur eine untergeordnete Rolle spielt. Damit ist in dieser Näherung die gemessene Phasenverschiebung $\Delta\phi$ direkt proportional zur Liniendichte ρ_e der Elektronen. Für die Bestimmung der Umrechnungskonstanten G zwischen der gemessenen Phasendifferenz $\Delta\phi$ und der Liniendichte ρ_e wird eine von den am W7-AS installierten Diagnostiken gemessene oder eine angenommene Profildichte f_{prof} in die Berechnung mit einbezogen. Die Liniendichte wird dann über die Gleichung

$$\rho_e = \frac{|\Delta\phi|}{G} \quad (3.2)$$

mit

$$G = 2.457 \cdot 10^{-20} \text{m}^2 \frac{\lambda^3}{\text{mm}^3} \frac{B_{eff}^2}{\text{T}^2} = 6.62 \cdot 10^{-13} \text{m}^2 \left(\frac{\text{GHz}}{f}\right)^3 \left(\frac{B_{eff}}{\text{T}}\right)^2 \quad (3.3)$$

und

$$B_{eff}^2 = \frac{\left| \int_{z_0}^{z_1} f_{prof} (B_x^2 - B_y^2) dz \right|}{\int_{z_0}^{z_1} f_{prof} dz} \quad (3.4)$$

berechnet. Die in Gleichung (3.4) eingeführte Größe B_{eff} ist dabei die magnetische Flußdichte, die ein zur y -Achse paralleles homogenes Magnetfeld haben müßte, um zu derselben gemessenen Phasenverschiebung zu führen wie das reale Magnetfeld. Diese effektive Flußdichte eignet sich daher gut, um Plasmaentladungen bei verschiedenen Magnetfeldkonfigurationen zu vergleichen.

3.1.1.2 Berechnung des effektiven Magnetfeldes

Eine Magnetfeldkonfiguration wird beim Stellarator im wesentlichen durch die Angabe des toroidalen Magnetfeldes auf der Achse (bei einem bestimmten toroidalen Winkel) und der Rotationstransformation am Plasmarand t_0 beschrieben, die ein

Maß für die Verdrillung des Magnetfeldes ist und angibt, wieviele poloidale Umläufe einer Feldlinie bei einem toroidalen Umlauf erfolgen. Bis auf Ausnahmefälle schließt sich eine Feldlinie auch nach beliebig vielen Torusumläufen nicht in sich selbst, sondern spannt eine sogenannte Flußfläche auf. Unter üblichen Experimentbedingungen sind die Temperatur und die Dichte des Plasmas auf einer Flußfläche konstant. Die Form des Plasmas wird damit von den Flußflächen bestimmt. Die äußere Begrenzung des Plasmas ist die letzte geschlossene Flußfläche, die bei niedrigem t_0 von Limitern bestimmt wird, die diese Flußfläche berühren. Da sich die Form der Flußflächen beim W7-AS während eines toroidalen Umlaufs ändert (siehe Abbildung 1), werden die Plasmaparameter als Funktionen des effektiven Radius r_{eff} angegeben, welcher den Abstand eines Punktes im Plasma zur Plasmaseele darstellt, der sich durch eine Transformation des entsprechenden Flußflächenquerschnitts auf einen kreisförmigen Querschnitt ergibt.

Stehen keine gemessenen Dichteprofile aus der Thomson-Streuungsdiagnostik zur Verfügung, wird für f_{prof} ein Profil verwendet, das auf die effektiven Radien r_{eff} bezogen trapezförmig ist. Die Dichte des angenommenen trapezförmigen Profils steigt an den Rändern innerhalb einer Länge von 20 % der effektiven Radien auf den anschließend konstanten Maximalwert (siehe Abbildung 1.6). Der Fehler, der durch ein davon abweichendes Dichteprofil für die Auswertung entsteht, ist sehr klein, wie Sensitivitätsstudien zeigen; sein Maximalwert wird durch Einsetzen eines dreieckigen Dichteprofiles, bei dem f_{prof} bis zum Plasmazentrum linear ansteigt und das die maximal denkbare Abweichung darstellt, gewonnen. Dabei ergibt sich für die in Abbildung 1.6 gezeigte typische Magnetfeldkonfiguration mit einer Rotationstransformation $t_0 = 0.34$ eine Erhöhung von G um 1.1 % gegenüber dem mit dem flachen trapezförmigen Profil berechneten Wert.

Die Berechnung von G erfolgt numerisch, indem der Weg entlang der Sichtlinie für die Integration in 2 mm lange Strecken unterteilt wird. Das Magnetfeld wird aus den Spulenströmen bestimmt. Es werden überdies zwei weitere Effekte berücksichtigt, die das Magnetfeld und die Lage der Flußflächen beeinflussen. Ein Effekt ist der Diamagnetismus des Plasmas, der durch die Größe β ausgedrückt wird. Die Größe β ist definiert als das Verhältnis des gaskinetischen Druckes p zum Magnetfelddruck [17]:

$$\beta = \frac{p}{B_0^2/(2\mu_0)} = \frac{n k_B (T_e + T_i)}{B_0^2/(2\mu_0)}, \quad (3.5)$$

wobei ein Wasserstoffplasma mit $n_e = n_i$ vorausgesetzt und T_i die Temperatur der Ionen ist. In die Gleichung ist die externe magnetische Flußdichte B_0 einzusetzen. Mit der Gleichgewichtsbedingung

$$p + \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \quad (3.6)$$

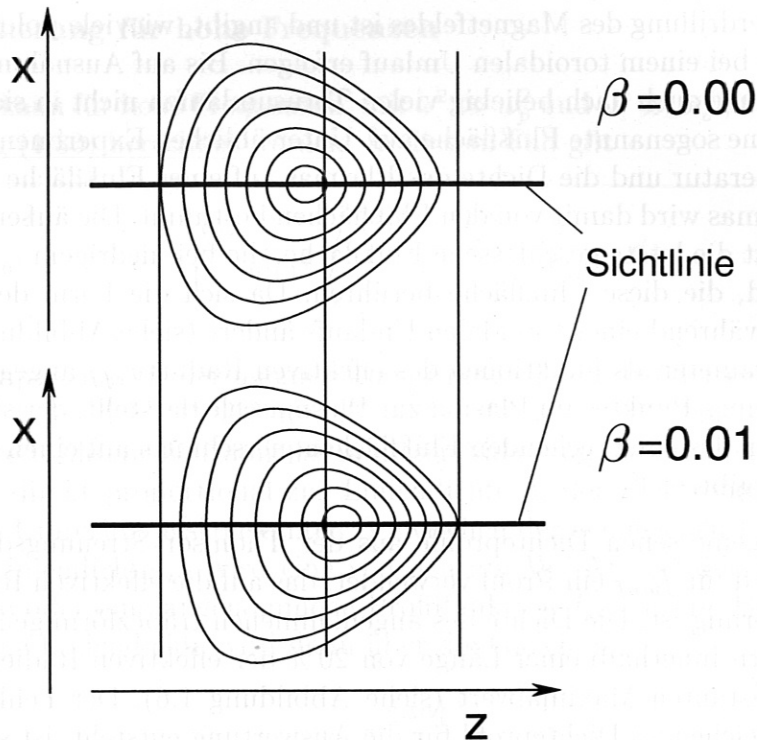


Abbildung 3.1: Poloidaler Schnitt durch berechnete Flußflächen. Die Shafranov-Verschiebung führt im unteren Teilbild zu einer Zusammendrängung der Flußflächen.

ergibt sich für die durch den Diamagnetismus abgesenkte magnetische Flußdichte:

$$B^2 = B_0^2 (1 - \beta). \quad (3.7)$$

Die Größe β ist somit ein Maß für die Absenkung von B^2 und damit der Phasenverschiebung G . Nach Gleichung (3.5) hängt β von der Temperatur ab, sodaß für eine genaue Berechnung des Magnetfeldes der Temperaturverlauf bekannt sein muß. Da ein β von 2% am W7-AS nur in Extremfällen bei einer kleinen magnetischen Flußdichte (z. B. $B = 1.25$ T) überschritten wird, bleibt der Einfluß des Diamagnetismus auf B^2 klein und es genügt, ein angenommenes β -Profil mit

$$\beta = \frac{\beta_0}{1 + \left(\frac{r_{eff}}{10 \text{ cm}}\right)^4} \quad (3.8)$$

für die Rechnung zu benutzen. Der effektive Radius der letzten geschlossenen Flußfläche ist für die durchgeführten Experimente etwa 17 cm.

Ein weiterer Effekt des Plasmadruckes ist eine Verschiebung der Flußflächen zu größeren Radien des Torus hin (Shafranov-Verschiebung); die Richtung fällt mit der z -Achse des gewählten Koordinatensystems zusammen. Flußflächen, die näher beim Plasmazentrum liegen, werden stärker verschoben, wie Abbildung 3.1 zeigt. Eine Folge dieser Verschiebung ist die Umverteilung der Dichte entlang der Sichtlinie, was zu kleinen Änderungen von B_{eff} über die Ortsabhängigkeit des Magnetfeldes führt.

Da das Plasmazentrum in ein Gebiet verschoben wird, in dem $|B_x^2 - B_y^2|$ kleiner wird (siehe Abbildung 1.6), ergibt sich dadurch eine Verringerung der Phasenverschiebung pro Liniendichte G .

Die Auswirkungen dieser Effekte für die Messung sind klein. Die Größen B_{eff} bzw. G werden für ein angenommenes β_0 von 1 % berechnet. Sensitivitätsstudien zeigen, daß G bei den verwendeten Magnetfeldkonfigurationen für $\beta_0 = 0$ um maximal 1.3 % steigt. Für $\beta = 2$ % ist G um maximal 1.3 % kleiner als berechnet. Der maximale Fehler für typische Plasmaentladungen im Druckbereich $0 < \beta < 2$ % liegt somit bei ± 1.3 %.

Zusammen mit der Meßunsicherheit von $1 \text{ GHz} \equiv 0.2$ %, die wegen der f^{-3} -Abhängigkeit von G zu einem Fehler von ± 0.6 % führt, ergibt sich damit ein Gesamtfehler von G von -3 % bis $+1.9$ % ohne Kenntnis und ± 1.9 % mit Kenntnis des Dichteprofiles. Der genaue Verlauf des Dichteprofiles spielt somit für die Berechnung von G keine Rolle. Profildaten aus anderen Plasmadiagnostiken führen lediglich zu einer kleinen Verringerung des Fehlers.

3.1.1.3 Korrektur der Näherungslösung

Bisher ist von der Näherungslösung für $\vec{\Omega}$ ausgegangen worden, die für $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$ angewendet werden kann. Diese Bedingung ist mit $\omega_p^2/\omega^2 < 0.06$ für die höchsten Dichten und $\omega_c^2/\omega^2 < 0.02$ für $B = 2.5 T$ gut erfüllt. Die Fehler der durch Gleichung (3.2) berechneten Liniendichte sind jedoch, außer für Dichteregulierungszwecke, nicht vollkommen vernachlässigbar; vor allem bei hohen Elektronendichten ergeben sich Abweichungen bis zu etwa 10 % von einem genaueren Wert, der im folgenden berechnet wird. Da die nach Gleichung (1.28) berechnete Größe Ω_1 keine einfache Funktion der Dichte ist, bietet sich folgende Vorgehensweise an, um zu einem genaueren Wert für die Liniendichte zu gelangen.

Der nach Gleichung (1.28) korrekte Wert $\Omega_{1, \text{korrr}}$ für die Größe Ω_1 kann dargestellt werden als Produkt eines Korrekturfaktors k mit dem mit Gleichung (1.30) näherungsweise berechneten Wert:

$$\Omega_{1, \text{korrr}} = k \cdot \Omega_{1, \text{Näh}}, \quad (3.9)$$

wobei

$$k = \frac{2}{(\mu_1 + \mu_2) D (1 - \omega_p^2/\omega^2)}. \quad (3.10)$$

Die Größe D ist bereits in Gleichung (1.29) definiert worden. Da der Korrekturfaktor k eine Funktion der lokalen Elektronendichte n_e ist, jedoch eine gemittelte Größe benötigt wird, die von der Liniendichte abhängt, wird ein Korrekturfaktor \bar{k} aus der mittleren Elektronendichte \bar{n}_e berechnet, welche aus der Weglänge der Sichtlinie durch das Plasma gewonnen werden kann. Der Korrekturfaktor \bar{k} sollte für eine Berechnung der Liniendichte in dieser linear sein. Da die nach Gleichung

(1.30) berechnete Größe Ω_1 eine Näherung in erster Ordnung von ω_p^2 und ω_c^2 ist, berücksichtigt \bar{k} höhere Ordnungen und kann selbst wieder für $\omega^2 \gg \omega_p^2$ und $\omega^2 \gg \omega_c^2$ näherungsweise berechnet werden. Für die letztgenannten Bedingungen und $B_z \simeq 0$ gilt

$$D \simeq 1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2 \mu_1}, \quad \mu_2 \simeq \mu_1, \quad \mu_1 \simeq \sqrt{1 - \frac{\bar{n}_e}{n_{ec}}}. \quad (3.11)$$

Die Größe n_{ec} ist dabei die sogenannte Cut-off-Dichte, bei der der Brechungsindex bei gegebener Frequenz null wird und eine Reflexion der Welle erfolgt. Sie errechnet sich aus folgender Gleichung:

$$n_{ec} = \frac{\omega^2 \varepsilon_0 m}{e^2}. \quad (3.12)$$

Mit diesen Ausdrücken folgt aus Gleichung (3.10):

$$\bar{k} \simeq \frac{1}{\mu_1^3 \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \mu_1^2\right)}. \quad (3.13)$$

Als Reihe in \bar{n}_e entwickelt, ergibt sich

$$\bar{k} = \frac{1}{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} + \left(\frac{3}{2 n_{ec} \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)} - \frac{\omega_c^2/\omega^2}{n_{ec} \left(1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}\right)} \right) \bar{n}_e + \dots \quad (3.14)$$

oder in Kurzform

$$\bar{k} \simeq k_0 + k_1 \bar{n}_e. \quad (3.15)$$

Für $k_0 = 1/(1 - \omega_c^2/\omega^2)$ gilt in guter Näherung $k_0 \simeq 1 + \omega_c^2/\omega^2$. Im zweiten Term kann $1 - \omega_c^2/\omega^2$ in ausreichender Näherung gleich eins gesetzt werden, und da $3/2 \gg \omega_c^2/\omega^2$ ist, gilt $k_1 \simeq 3/(2 n_{ec})$. Damit kann der Korrekturfaktor \bar{k} durch folgende Gleichung dargestellt werden:

$$\bar{k} = 1 + \left(\frac{\text{GHz}}{f}\right)^2 \left[784 \left(\frac{B}{\text{T}}\right)^2 + 12092 \frac{\bar{n}_e}{10^{20} \text{ m}^{-3}} \right]. \quad (3.16)$$

Die größten Fehler von \bar{k} liegen bei der höchsten magnetischen Flußdichte von $B = 2.5 \text{ T}$ und der niedrigsten Meßfrequenz von $f = 535 \text{ GHz}$. Der durch die in den Gleichungen (3.14) und (3.15) vorgenommenen Näherungen bewirkte Fehler für \bar{k} beträgt auch für sehr hohe Dichten von $1.5 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ für ein homogenes Plasma lediglich -0.6% . Ein weiterer Fehler durch das in \bar{k} nicht berücksichtigte Dichteprofil kann für eine mittlere Elektronendichte von $\bar{n}_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ durch die Berechnung von

Ω_1 nach Gleichung (1.28), wobei ein rechteckiges und ein dreieckiges Dichteprofil verglichen wird, auf -1.5% eingegrenzt werden. Für ein flaches Trapezprofil, wie oben beschrieben, beträgt der Fehler -0.5% . Ein nicht rechteckiges Dichteprofil erhöht generell den wahren Wert von \bar{k} gegenüber dem mit Gleichung (3.16) berechneten. Der maximale Gesamtfehler von \bar{k} beträgt somit also -2.1% bei unbekanntem und -1.1% bei bekanntem, flachen Dichteprofil. Bei typischen Plasmaentladungen sind die Dichteprofile am Stellarator W7-AS flach [36].

Die Weglänge der Sichtlinie durch das Plasma beträgt für die relevanten Magnetfeldkonfigurationen 0.37 ± 0.01 m. Es gilt die Gleichung $\bar{n}_e = 2.7 \text{ m}^{-1} \rho_e$. Durch Auflösen der Gleichung

$$\Delta\phi = G \bar{k} \rho_e = G (k_0 + 2.7 \text{ m}^{-1} \rho_e k_1) \rho_e \quad (3.17)$$

nach der Liniendichte erhält man das Endergebnis:

$$\rho_e = \sqrt{\frac{\Delta\phi}{2.7 \text{ m}^{-1} k_1 G} + \frac{k_0^2}{(5.4 \text{ m}^{-1} k_1)^2}} - \frac{k_0}{5.4 \text{ m}^{-1} k_1}. \quad (3.18)$$

Nach Gleichung (3.17) werden für die Bestimmung des Fehlers von ρ_e die relativen Fehler von G und \bar{k} addiert. Der maximale Fehler für das Produkt $G \cdot \bar{k}$ liegt in einem Intervall von -5.1% bis $+1.9\%$, wenn G über ein angenommenes Dichteprofil berechnet wird. Bei bekanntem und flachem Dichteprofil verringert sich der maximale Fehler auf das Intervall von -3.0% bis $+1.9\%$.

Der genaue Verlauf des Dichteprofiles spielt auch unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors \bar{k} keine große Rolle. Das Fehlerintervall ist mit dem angenommenen Dichteprofil nur unbedeutend größer als mit einem von anderen Plasmadiagnostiken gemessenen Profil. Überdies ergibt sich für die Parameter $f = 535$ GHz, $B = 2.5$ T und $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ ein Korrekturfaktor von lediglich $\bar{k} = 1.06$. Für Elektronendichten $n_e \leq 10^{20} \text{ m}^{-3}$ entsteht damit ein maximaler zusätzlicher Fehler von etwa 6% , wenn für Echtzeitanwendungen, wie z. B. die Dichteregung, auf die Korrektur verzichtet wird.

3.1.2 Apparative Fehler

Neben einem kleinen Fehler von maximal 0.6% , der von der Frequenzabhängigkeit des Leistungstransmissionsfaktors T^2 durch die beiden Quarzfenster herrührt (siehe Abschnitt 2.2.4), resultiert der größte Beitrag zu diesem Fehler aus Abweichungen des Polarisationszustandes der elliptisch modulierten Welle vom Sollzustand nach Gleichung (1.35). Diese Abweichungen sind eine Folge der Eigenschaften der Übertragungsleitung (siehe Abschnitt 2.2.3), die die sondierende Welle zum Plasma führt. Dabei sind zwei Mechanismen wirksam, die auf unterschiedliche Weise zu Fehlern führen.

Durch die Hohlleiter kommt es zum einen zu einer Phasenverschiebung zwischen der E_x - und der E_y -Komponente der modulierten Welle, zum anderen zu weiteren

Veränderungen des Polarisationszustandes. Eine Phasenverschiebung zwischen der E_x - und der E_y -Komponente macht sich als Offset von $\Delta\phi$ bei nicht vorhandenem Plasma bemerkbar, der bestimmt werden kann und von den gemessenen Phasendifferenzen subtrahiert wird. Fehler entstehen durch zufällige kleine Frequenzverschiebungen der vom BWO abgestrahlten Welle, die zu unbekanntem Offsetänderungen während der Plasmaentladung und kurz nach deren Ende führen können, wo der Offset aus Gründen der Genauigkeit für jede Plasmaentladung individuell bestimmt wird. Die beobachteten Offsetschwankungen liegen im Bereich bis zu etwa 1° , was vor allem bei kleinen Magnetfeldern mit entsprechend kleinen Phasenverschiebungen zu großen relativen Fehlern von $\Delta\phi = W_1$ und der daraus berechneten Liniendichte ρ_e führen kann.

Über diese Phasenverschiebungen hinausgehende Änderungen des Polarisationszustandes werden sichtbar, wenn Detektor 2 zusammen mit seinem Analysator (siehe Abbildung 2.1) aus seiner 45° -Lage in eine Richtung parallel zur x - bzw. y -Achse gedreht wird. In diesen Orientierungen wird die Intensität $I_0 + s_1^*$ bzw. $I_0 - s_1^*$ gemessen (siehe Gleichung (1.4)). Dabei wird neben der mit der Frequenzmodulation einhergehenden Amplitudenmodulation (deren Einfluß korrigiert wird) ein bei der Modulationsfrequenz liegendes Signal sichtbar, dessen Amplitude, bezogen auf die Amplitude von s_2^* , ein Maß für die Abweichung von der gewünschten elliptischen Polarisation ist. Dieses Amplitudenverhältnis beträgt bei den beiden Meßfrequenzen, welche 535 und 627 GHz sind, etwa 0.1 und ist bei anderen Frequenzen höher. Dadurch ist der Stokesparameter $s_1(z_0)$ nicht mehr konstant wie bei der reinen elliptischen Modulation (siehe Gleichung (1.35)). Da bei der Berechnung des Stokesparameters $s_2(z_1)$ aus dem Produkt der Müllermatrix des Plasmas und des Stokesvektors $\vec{s}(z_0)$ der Stokesparameter $s_1(z_0)$ mit dem Matrixelement M_{21} multipliziert wird, hat M_{12} einen Einfluß auf die Messung von W_1 (siehe Gleichung (1.53)). Für die gewählte Sichtlinie ist dieses Matrixelement sehr klein. Nimmt man jedoch an, daß die Sichtlinie wegen Fertigungstoleranzen des W7-AS-Vakuumgefäßes eine gewisse Ungenauigkeit aufweist, ergeben sich größere Werte für M_{21} . Ein realistischer Wert für den maximalen Versatz der Stützen, in denen sich Sende- und Empfangshohlleiter befinden, ist ± 2 mm; aus Gründen einer konservativen Abschätzung wird jedoch von einem maximalen Fehler von ± 4 mm ausgegangen, was eine Verkippung der Sichtlinie gegen die senkrechte Ausrichtung um 0.35° bedeutet. Numerische Berechnungen der Müllermatrix zeigen, daß sich für ein Magnetfeld von $B = 2.5$ T ein Maximalwert von $|M_{21}| = 0.1 |W_1|$ und für $B = 1.25$ T ein Maximalwert von $|M_{21}| = 0.2 |W_1|$ ergibt. Aus diesen Werten und mit dem Verhältnis 0.1 für die Amplitude von s_1 zur Amplitude von s_2 kann numerisch der maximale Fehler bei der Messung von W_1 berechnet werden. Für $B = 1.25$ T ergibt sich ein Fehlerintervall von -3% bis $+2\%$; für $B = 2.5$ T reicht der Fehler von -2% bis $+1.5\%$. Die Fehler für magnetische Flußdichten zwischen 1.25 T und 2.5 T können durch lineare Interpolation gewonnen werden.

Der durch Polarisationsveränderungen in der Übertragungsleitung bewirkte Meßfehler ist für die besprochene zentrale Sichtlinie und die Messung der Größe W_1 tolerabel. Dies liegt daran, daß zum einen die Polarisationsveränderungen für die

benutzten Frequenzen hinreichend klein sind und zum anderen der Cotton-Mouton-Effekt dominiert, d. h. das Matrixelement M_{21} klein im Vergleich zu W_1 ist. Bei dem Versuch, das in Abschnitt 1.3.1 besprochene Modulationsverfahren 2 für eine Messung möglicher kleiner Drehungen der Polarisationsellipse zu verwenden, stellte sich heraus, daß die Polarisationsänderung in der Übertragungsleitung für diese Modulationsart zu groß ist, um quantitative Meßergebnisse für die vom Betrag her kleinen Matrixelemente M_{12} und M_{21} zu erhalten. Bei der in Abschnitt 1.3.1 angesprochenen schrägen Sichtlinie ergab sich das Problem sehr starker Veränderungen des Polarisationszustandes der Welle, die quantitative Messungen unmöglich machte. Die vermutete Ursache sind die Hohlleiter, die eine im Vergleich zur zentralen Sichtlinie etwa doppelte Gesamtlänge aufweisen, und die Spiegel zur Umlenkung der Wellen im Hohlleiter, deren korrekte Ausrichtung kritisch und für die schräge Sichtlinie schwieriger als für die zentrale durchzuführen ist.

Die Auswirkungen von Strahlablenkungen durch Brechung, die zu verschiedenen Weglängen für die x- und die o-Mode durch das Plasma führen können, können aufgrund der hohen Meßfrequenzen von über 500 GHz und dem Verlauf der Sichtlinie durch das Plasmazentrum vernachlässigt werden. Rechnungen mit Strahlverfolgung für die x- und die o-Mode zeigen, daß sich für hohe Elektronendichten von $1.5 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ und einer magnetischen Flußdichte von 2.5 T Wegdifferenzen ergeben, die einem Phasenunterschied von lediglich 0.1° entsprechen.

3.1.3 Bestimmung der Liniendichte aus Interferometerdaten

Aus der mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter gemessenen Phasendifferenz kann die Liniendichte über Gleichung (3.18) berechnet werden. Für eine experimentelle Bestimmung der Phasendifferenz pro Liniendichte muß die Liniendichte, die von anderen Diagnostiken gemessen wird, benutzt werden. Anderenfalls könnte lediglich eine Untersuchung der relativen Änderung der Phasenverschiebung mit der Frequenz und dem Magnetfeld für vergleichbare Plasmaentladungen erfolgen.

Für Messungen der Liniendichte werden üblicherweise Interferometer verwendet. Das für die Dichteregulierung bei zentralen Dichten von bis zu etwa 10^{20} m^{-3} am W7-AS meist verwendete Interferometer ist ein Vielkanalinterferometer und arbeitet bei Frequenzen im Bereich von 160–162 GHz. Für den Vergleich mit der Cotton-Mouton-Messung wird eine zentrale Sichtlinie (Sichtlinie 7 in [37]) herangezogen. Da diese Sichtlinie nicht in der gleichen Poloidalebene liegt wie die Sichtlinie des Cotton-Mouton-Polarimeters, unterscheiden sich die beiden Sichtlinien in ihrer Weglänge durch das Plasma. In Abbildung 3.2 sind die verschiedenen Sichtlinien zusammen mit Schnitten durch mehrere Flußflächen dargestellt.

Um die aus der Messung von W_1 gewonnene Liniendichte ρ_{eCM} mit der vom Interferometer gemessenen Liniendichte ρ_{eInt} vergleichen zu können, muß der Skalierungsfaktor $f_{Skal} = \rho_{eCM} / \rho_{eInt}$ berechnet werden. Dies geschieht mit Hilfe desselben Programms, das auch B_{eff} berechnet. Das Unterprogramm, welches das Magnetfeld

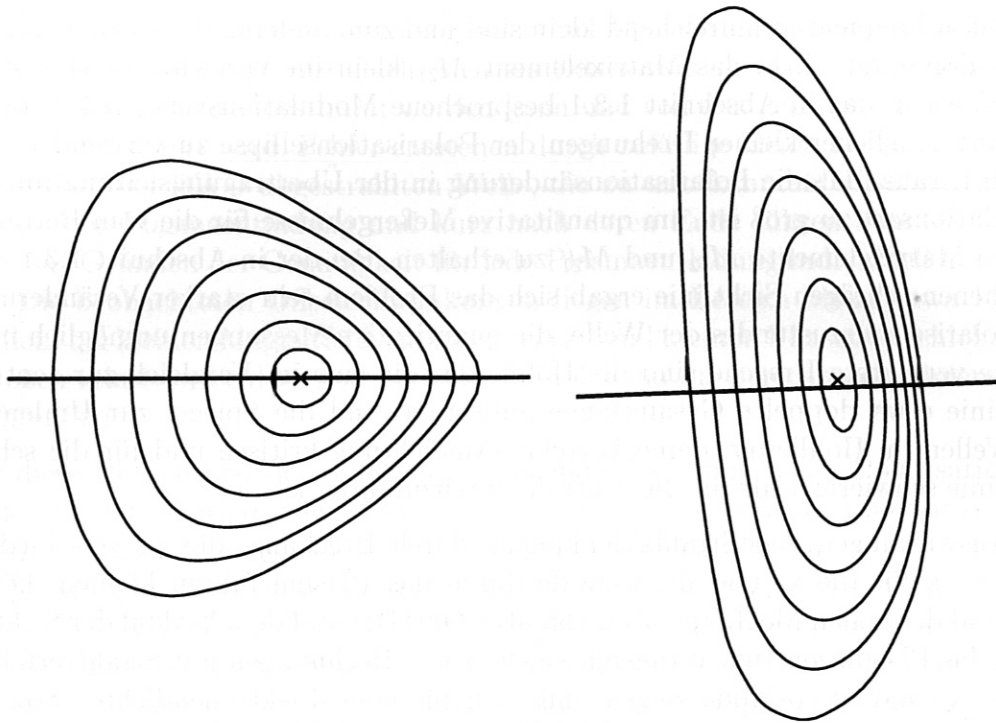


Abbildung 3.2: Der linke Teil der Abbildung zeigt die Sichtlinie für das Cotton-Mouton-Polarimeter, der rechte Teil die des zum Vergleich herangezogenen Zentralkanals des Interferometers.

des Stellarators berechnet, bestimmt auch die Lage der Flußflächen sowie die äußere Begrenzung des Plasmas, die durch die letzte geschlossene Flußfläche gegeben ist. Der Skalierungsfaktor f_{skal} entspricht nahezu dem Verhältnis der geometrischen Weglängen der beiden Sichtlinien durch das Plasma. Es besteht jedoch eine schwache Abhängigkeit vom Dichteprofil. Daher wird f_{skal} aus dem Verhältnis von berechneten Werten für die jeweilige Liniendichte mit einem angenommenen trapezförmigen (siehe Abschnitt 3.1.1.2) oder, falls vorhanden, gemessenen Dichteprofil gebildet. Bei unbekanntem Dichteprofil, das spitzer als das angenommene sein kann, beträgt der Fehler für den Umrechnungsfaktor etwa -1% .

Das erwähnte Interferometer arbeitet mit der o-Mode. Damit wird die gemessene Änderung der optischen Weglänge über Gleichung (1.19) berechnet, die hier wie schon in Abschnitt 3.1.1.3 in der Form

$$\mu = \sqrt{1 - \frac{n_e}{n_{ec}}} \quad (3.19)$$

unter Verwendung der Cut-off-Dichte n_{ec} (siehe Gleichung (3.12)) benutzt wird. Für den Zentralkanal gilt $n_{ec} = 3.18 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$. Bei kleinen Elektronendichten kann die Wurzel in Gleichung (3.19) in erster Ordnung entwickelt werden, wodurch die gegenüber einem Referenzstrahl gemessene Phasenverschiebung proportional zur Liniendichte ist. Bei höheren Dichten ergeben sich durch eine solche Näherung jedoch Abweichungen von über 10% , weshalb der exakte Ausdruck von Gleichung (3.19)

für die Berechnung der Liniendichte benutzt wird. Dabei wird ein Rechteckprofil mit konstanter mittlerer Elektronendichte \bar{n}_e angenommen. Die Änderung der optischen Weglänge führt damit zu einer Phasenverschiebung von

$$\Delta\Phi_{Int} = \frac{\omega}{c} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\bar{n}_e}{n_{ec}}} \right) l = \frac{\omega}{c} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{e^2 \bar{n}_e}{\omega^2 \varepsilon_0 m}} \right) l. \quad (3.20)$$

Die mittlere Elektronendichte \bar{n}_e ist über die Weglänge der Sichtlinie durch das Plasma mit der Liniendichte ρ_{eInt} verknüpft. Diese Länge l beträgt für die durchgeführten Experimente 0.20 ± 0.01 m. Somit ergibt sich für ein Rechteckprofil durch Auflösen von Gleichung (3.20) und ein Ersetzen von ω durch $2\pi c/\lambda$ eine Liniendichte von

$$\rho_{eInt} = \bar{n}_e l \simeq \frac{\varepsilon_0 c^2 m \Delta\Phi_{Int} \left(\frac{4l\pi}{\lambda} - \Delta\Phi_{Int} \right)}{l e^2}. \quad (3.21)$$

Die Wellenlänge λ beträgt für die verwendete Sichtlinie 1.87161 mm [37]. Zusammen mit einer Länge $l = 0.20$ m ergibt sich für die Liniendichte die Gleichung

$$\rho_{eInt} \simeq 1.412 \cdot 10^{14} \Delta\Phi_{Int} (1342.8 - \Delta\Phi_{Int}). \quad (3.22)$$

Dieses Ergebnis ist für den Fall eines Rechteckprofils richtig. Bei einer mittleren Elektronendichte von $\bar{n}_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ führt ein Dreieckprofil mit einer zentralen Elektronendichte von $n_e = 2 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ zu einer um 3% höheren Phasenverschiebung. Für typische Plasmaentladungen ist das Dichteprofil jedoch etwa trapezförmig wie oben beschrieben, was zu einer Abweichung von weniger als 0.5% führt.

Da für alle relevanten Plasmaentladungen gemessene Dichteprofile zur Verfügung stehen, ist das Vorliegen der typischen Trapezform gesichert. Die Bestimmung des Umrechnungsfaktors f_{skal} erfolgt mit den von der Thomson-Streuungsdiagnostik gemessenen Dichteprofilen, sodaß sich ein Gesamtfehler von weniger als 0.5%, resultierend aus Gleichung (3.22), ergibt. Dies gilt allerdings nur für Rotationstransformationen von $t_0 \leq 0.37$, für die die äußerste, an Limitern anliegende Flußfläche, hinreichend glatt ist. Nur in diesen Fällen sind die Gebiete, in denen Plasma mit signifikanter Dichte existiert, durch die Flußflächen bestimmt, wie sie aus den oben beschriebenen Rechnungen hervorgehen. Aus diesem Grund weisen alle für die Messung des Cotton-Mouton-Effekts relevanten Plasmaentladungen eine Rotationstransformation t_0 im Bereich von 0.34–0.37 auf.

3.2 Darlegung und Interpretation der Meßergebnisse

3.2.1 Auswirkungen von Vielfachreflexion

Die verwendeten Meßfrequenzen von 535 und 627 GHz sind im Hinblick auf eine möglichst kleine Amplitudenmodulation durch den BWO (siehe Abschnitte 1.3.4 und 2.2.1) und möglichst geringe Änderungen des Polarisationszustandes in der Übertragungsleitung (siehe Abschnitt 2.2.3) ausgewählt.

Bei beiden Frequenzen tritt eine teilweise Reflexion der sondierenden Welle an den beiden Quarzfenstern am Vakuumgefäß auf (siehe Abschnitt 2.2.4). Auch die Detektoren (siehe Abschnitt 2.2.2) reflektieren die Welle teilweise, sodaß vor allem Detektor 2 (siehe Abbildungen 2.1 und 2.3) dazu beiträgt, daß es zur Ausbildung von Vielfachreflexionen kommt und ein kleiner Leistungsanteil der Welle das Plasma mehrfach durchläuft. Aufgrund der Dämpfung der Welle in dem Hohlleiterabschnitt, der sich im Vakuum zwischen den Quarzfenstern befindet, und den Verlusten durch Abstrahlung und Empfang einer sich im freien Raum ausbreitenden Welle (siehe Abschnitt 2.2.3) können Wellenanteile, die mehr als einmal reflektiert werden, vernachlässigt werden. Somit besteht die das Plasma sondierende Welle in guter Näherung aus einer primären und einer reflektierten Welle, welche das Plasma insgesamt dreimal durchläuft.

Der Unterschied zwischen den Brechungsindizes der x- und o-Mode-Anteile der sondierenden Welle ist sehr viel kleiner als deren jeweilige Abweichung von eins, sodaß beim Dichteaufbau im Plasma — genügend hohe Dichten vorausgesetzt — die Absolutphase der Welle kontinuierlich verschoben wird und dabei mehrere Male den Wert 2π durchläuft. Würde sich der Polarisationszustand der reflektierten Welle gegenüber der primären nicht ändern, dann käme es durch die kohärente Überlagerung mit der primären Welle lediglich zu Amplitudenschwankungen bei Detektor 2, die in die Messung nicht eingehen, da nur Unterschiede in der Phase betrachtet werden. Eine kohärente Überlagerung zweier Wellen mit unterschiedlichem Polarisationszustand führt zu einer Welle, deren Polarisationszustand vom Phasenunterschied abhängt. Durchläuft dieser Phasenunterschied mehrere Male den Wert 2π , ändert sich der Polarisationszustand der Gesamtwelle periodisch. Für den Fall, daß die beiden überlagerten Wellen orthogonale Polarisationszustände haben, ändert sich nur der Polarisationszustand der Gesamtwelle, und die Leistungsschwankungen verschwinden.

Da die reflektierte Welle das Plasma dreimal durchläuft, ändert sich deren Elliptizität mehr als die der primären Welle. Für das Cotton-Mouton-Polarimeter bedeutet dies, daß der gemessene Phasenunterschied zwischen den in x - und in y -Richtung polarisierten Komponenten der Welle periodisch beim Dichteaufbau hin- und herschwankt, und zwar umso mehr, je größer die elektrische Feldstärke der reflektierten Welle und je größer der Unterschied zwischen den Polarisationszuständen der

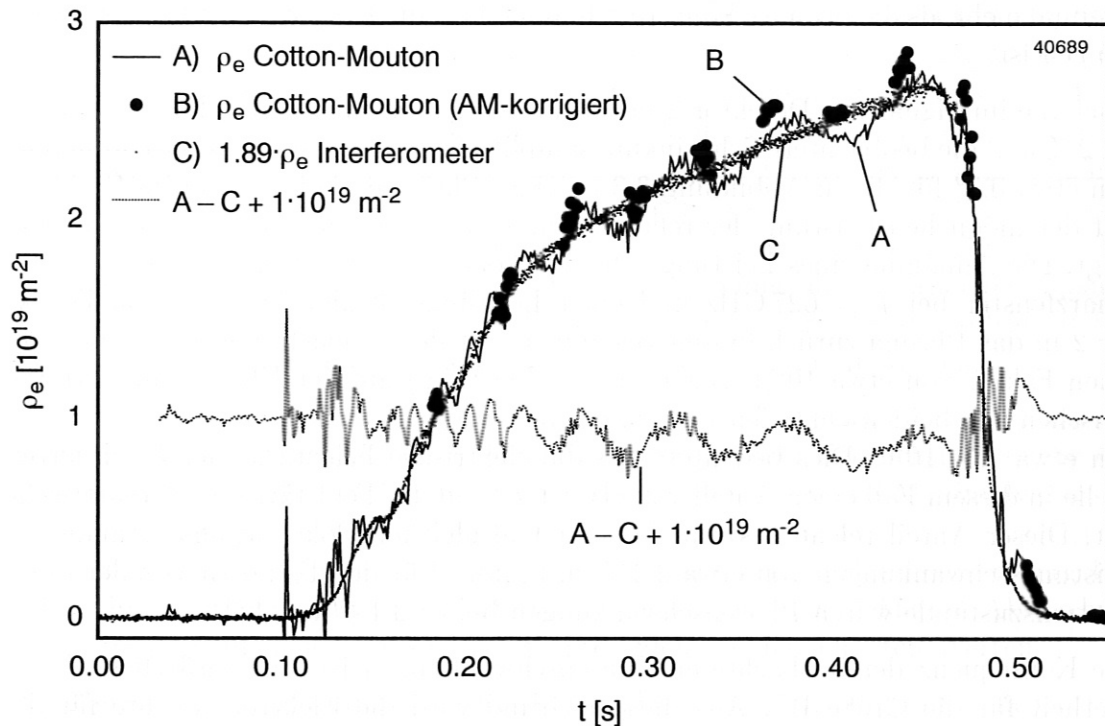


Abbildung 3.3: Gemessener zeitlicher Verlauf der Liniendichte für $B_{eff} = 2.1 T$ und $f = 627 GHz$. Werte für die AM-korrigierte Liniendichte stehen wegen des für den Monitor-Detektor nötigen Choppers nur in zeitlichen Abständen zur Verfügung (siehe Abschnitt 2.3.1). Übersprechen von Störsignalen von einer unbekanntem Quelle auf die elektrischen Signale aller Detektoren führen bis zu einer Zeit von etwa 0.15 s zu einer instabilen Dichtemessung.

primären und der sekundären Welle ist. Da der Elliptizitätsunterschied zwischen beiden Wellen mit steigender Elektronendichte im Plasma wächst, sollte die Amplitude der beobachteten Phasenschwankungen mit steigender Dichte zunehmen, falls keine weiteren, nicht auf das Plasma zurückgehenden Polarisationsänderungen der reflektierten Welle auftreten.

Dies wird nicht beobachtet. Stattdessen ist die Schwankungsamplitude von der Liniendichte unabhängig wie in Abbildung 3.3 gezeigt. Eine plausible Erklärung für diesen Sachverhalt ist, daß die Übertragungsleitung im Vakuumgefäß, die bereits den Polarisationszustand der primären Welle geringfügig ändert (siehe Abschnitte 2.2.3 und 3.1.2), den Polarisationszustand der reflektierten Welle, die diese Leitung zweimal mehr durchläuft, weiterhin ändert und daß wegen des Analysators vor Detektor 2 der Polarisationszustand der dort reflektierten Welle gänzlich verschieden vom Polarisationszustand der primären Welle ist.

Jede Periode der beobachteten Phasenschwankung bedeutet eine Änderung der Phasendifferenz zwischen der primären und der reflektierten Welle um den Wert 2π . Durch Abzählen der Perioden und Vergleichen mit der für die Meßfrequenz erwarteten absoluten Phasenänderung wird verifiziert, daß eine Welle, die das Plasma

zweimal mehr als die primäre Welle durchlaufen hat, die Ursache der Phasenschwankungen ist.

Auch die im Signal von Detektor 2 beobachteten Amplitudenschwankungen von etwa 2 % und die beobachtete Schwankungsamplitude der gemessenen Phasendifferenz von etwa 0.7° für die in Abbildung 3.3 gezeigte Plasmaentladung sind im Einklang mit der möglichen Leistung der reflektierten Welle, wie eine einfache Abschätzung zeigt. Die Annahme eines Leistungsreflexionskoeffizienten R von etwa 10 % für ein Quarzfenster bei $f = 627$ GHz und einer Leistungsreflexion von 5 % von Detektor 2 in das Plasma zurück führen zusammen mit der beobachteten Dämpfung um einen Faktor von etwa 10 (bezogen auf die Leistung) auf der Übertragungsstrecke zwischen den beiden Quarzfenstern zu einem Leistungsanteil der reflektierten Welle von etwa $1.5 \cdot 10^{-4}$. Dies bedeutet, daß die elektrische Feldstärke der reflektierten Welle in diesem Fall einen Anteil von etwa 1.2 % an der Feldstärke der Gesamtwelle hat. Dieser Anteil reicht aus, um für den Fall gleichen Polarisationszustandes zu Leistungsschwankungen von etwa 2.4 % zu führen. Für den Fall orthogonaler Polarisationszustände wären Phasenschwankungen bis zu $\pm 1.4^{\circ}$ möglich.

Die Konsequenz der beobachteten Phasenschwankungen ist eine zusätzliche Unsicherheit für die Größe W_1 . Aus diesem Grund wird die Elektronendichte für die Messungen mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter stets in Form einer Rampe, ähnlich wie in Abbildung 3.3 gezeigt, erhöht. Die dadurch periodisch verlaufenden Phasenschwankungen führen in diesem Fall durch eine Mittelung der Liniendichte über die Plasmaentladung nicht zu einem Fehler.

3.2.2 Messungen bei verschiedenen Magnetfeldern und Frequenzen

Die Größe W_1 , die bei der verwendeten Sichtlinie die Phasenverschiebung zwischen der in x - und in y -Richtung polarisierten Komponente der Welle ist, kann dargestellt werden als das Produkt einer Phasenverschiebung pro Liniendichte G , die sich aus der Näherung von Ω_1 für hohe Frequenzen ergibt, und einem Korrekturfaktor \bar{k} im Bereich von 1.0–1.1, der den exakten Wert für Ω_1 berücksichtigt (siehe Abschnitt 3.1.1.3).

Für einen Vergleich von Messungen bei verschiedenen magnetischen Flußdichten B_{eff} (siehe Gleichung (3.4)) und Frequenzen f bietet sich die Größe G an, die nur eine Funktion letztgenannter Parameter ist. Die gemessene Phasenverschiebung entspricht für den Fall einer senkrechten Ausrichtung der Sichtlinie in Bezug auf das Magnetfeld der Größe W_1 . Aus der Phasenverschiebung kann bei bekannter Liniendichte ein Meßwert für G abgeleitet werden, wie unten gezeigt wird.

Bei verkippter Sichtlinie ergibt sich eine Parallelkomponente B_z des Magnetfeldes, was die Überlagerung des Faraday-Effekts zum Cotton-Mouton-Effekt bewirkt. Ist die Verkipfung so groß, daß die Bedingung $\Omega_1 \gg \Omega_3$ nicht mehr erfüllt ist, so ist die Voraussetzung für die analytische Näherungslösung für die Matrix \mathbb{M} nach Gleichung (3.1) nicht mehr gültig.

chung (1.50) nicht mehr gegeben, sodaß die gemessene Phasenverschiebung nicht genau der Größe W_1 entspricht, die den Cotton-Mouton-Effekt beschreibt. Die Phasenverschiebung ist in diesem Fall sowohl auf den Cotton-Mouton- als auch auf den Faraday-Effekt zurückzuführen. Da der Cotton-Mouton-Effekt eine näherungsweise Abhängigkeit von $f^{-3} \cdot B_{eff}^2$ aufweist und der Faraday-Effekt von $f^{-2} \cdot B_z$ abhängt (wobei für konstanten Verkippungswinkel näherungsweise $B_z \propto B_{eff}$ gilt), ist eine Abweichung der auf die Liniendichte bezogenen Phasenverschiebung G von der berechneten $f^{-3} \cdot B_{eff}^2$ -Abhängigkeit ein Hinweis auf einen nicht vernachlässigbaren Faraday-Effekt. Andererseits ist eine für die Messung ausreichende Gültigkeit von Gleichung (1.50) gezeigt, wenn keine Abweichungen festgestellt werden.

Für eine ideal senkrecht zum Magnetfeld ausgerichtete Sichtlinie tritt kein Faraday-Effekt auf. Unter Berücksichtigung möglicher Verkippungen der Sichtlinie (siehe Abschnitt 3.1.2), die zu $B_z \neq 0$ führen, ergeben sich berechnete Maximalwerte für den Betrag der den Faraday-Effekt repräsentierenden Größe Ω_3 : $|\Omega_3| \leq 0.2 |\Omega_1|$ für $B = 1.25$ T und $|\Omega_3| \leq 0.1 |\Omega_1|$ für $B = 2.5$ T. Selbst für diese Maximalwerte ergeben sich rechnerisch keine mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter meßbaren Abweichungen für G gegenüber den mit der senkrechten Sichtlinie berechneten Werten.

Die Meßwerte $G_{Meß}$ werden aus den Phasendifferenzen $\Delta\phi$, die mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter gemessen werden, und den mit dem Interferometer gemessenen Liniendichten ρ_{eInt} gewonnen. Wegen der unterschiedlichen Sichtlinien der beiden Instrumente (siehe Abschnitt 3.1.3) wird die interferometrisch gemessene Liniendichte mit dem berechneten Umrechnungsfaktor f_{skal} multipliziert, um die Liniendichte ρ_{eCM} für die Sichtlinie des Polarimeters zu erhalten. Die mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter gemessene Phasenverschiebung wird bei der Berechnung von G durch den in Gleichung (3.16) angegebenen Korrekturfaktor \bar{k} dividiert, da G eine linearisierte Größe ist und Korrekturen in höheren Ordnungen von ω_c^2/ω^2 und ω_p^2/ω^2 nicht berücksichtigt (siehe Abschnitt 3.1.1). Damit ergibt sich die Bestimmungsgleichung

$$G_{Meß} = \frac{\Delta\phi/\bar{k}}{f_{skal} \rho_{eInt}} = \frac{\rho_{eCM}}{f_{skal} \rho_{eInt}} G_{ber}, \quad (3.23)$$

in welcher ρ_{eCM} die über Gleichung (3.18) aus den Daten des Cotton-Mouton-Polarimeters berechnete, ρ_{eInt} die mit Gleichung (3.22) berechnete Liniendichte aus den Interferometerdaten, f_{skal} der berechnete Skalierungsfaktor zwischen den beiden Liniendichten (siehe Abschnitt 3.1.3) und G_{ber} der für die jeweilige Frequenz berechnete Wert von G ist. Wegen der von reflektierten Wellen verursachten und in Abschnitt 3.2.1 erläuterten Phasenschwankungen werden für die Liniendichten ρ_{eCM} und ρ_{eInt} jeweils über eine Plasmaentladung zeitlich gemittelte Werte benutzt.

In Abbildung 3.4 sind gemessene und berechnete Werte für G dargestellt. Bei den entsprechenden Experimenten bleibt die jeweilige Frequenz von 535 und 627 GHz konstant, während das Magnetfeld in aufeinanderfolgenden Plasmaentladungen geändert wird. Unter Berücksichtigung der Fehlerbalken liegen sämtliche Meßpunkte auf den berechneten Parabelästen. Die berechnete Magnetfeld- und Frequenzabhängigkeit ist damit experimentell bestätigt. Ein Einfluß des Faraday-Effekts auf die Messungen ist im Rahmen der Meßgenauigkeit nicht festzustellen.

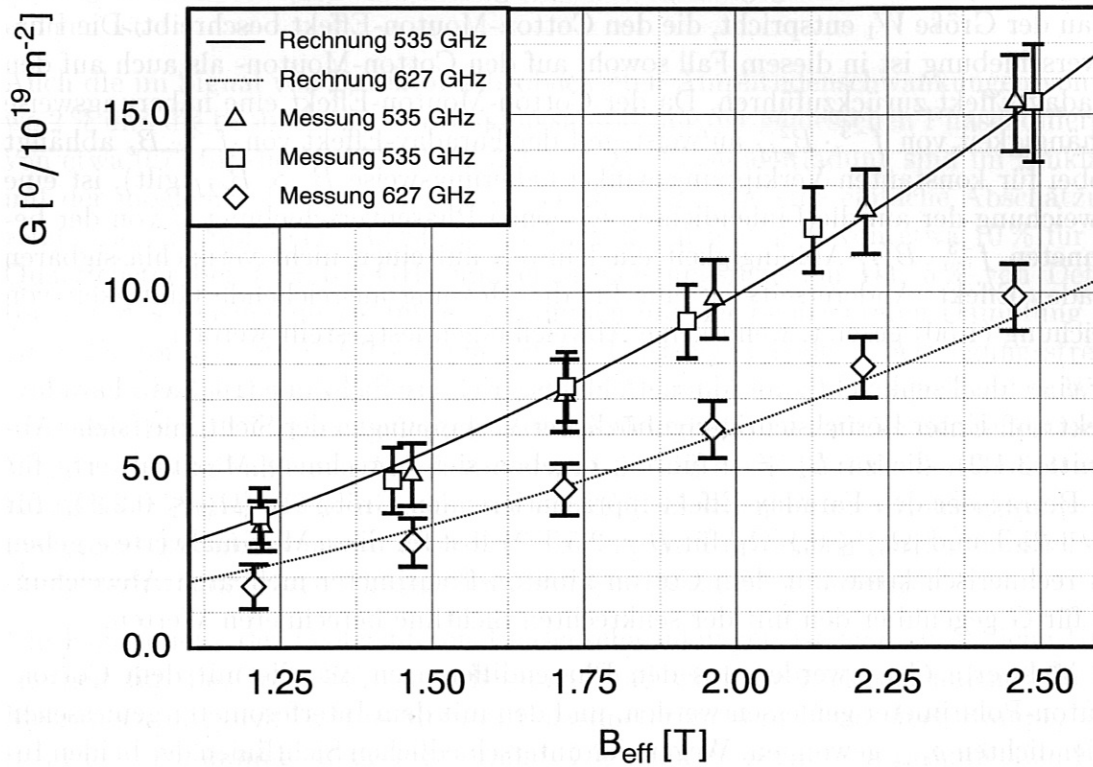


Abbildung 3.4: Gemessene Werte für die Phasenverschiebung pro Liniendichte G bei verschiedenen effektiven Flußdichten und zwei verschiedenen Frequenzen. Die Fehlerbalken repräsentieren die in den Abschnitten 3.1.1 und 3.1.2 aufgeführten Fehlergrenzen für ein bekanntes Dichteprofil. Die durchgezogenen Linien stellen den für die jeweilige Frequenz erwarteten Verlauf von G über B_{eff} dar.

3.2.3 Bestimmung der Müllermatrix des Plasmas

Die Müllermatrix \mathbb{M} , die die doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas entlang der Sichtlinie beschreibt, kann bei bekannter Liniendichte mit hoher Genauigkeit, die durch die Kenntnis des Dichteprofiles noch gesteigert wird, numerisch über Gleichung (B.4) berechnet werden. Durch die Messung der Größe W_1 mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter können über Gleichung (1.50) die für die gewählte Sichtlinie wichtigsten Matrixelemente M_{22} , M_{23} , M_{32} und M_{33} experimentell bestimmt und mit den berechneten Werten verglichen werden. Der Wertebereich für die Elemente M_{12} , M_{13} , M_{21} und M_{31} kann mit einer Abschätzung des maximalen Winkels, um den die Sichtlinie aufgrund von Toleranzen gegenüber der ideal senkrechten Ausrichtung zum Magnetfeld verkippt sein könnte, eingeschränkt werden.

Um dies beispielhaft durchzuführen, wird aus einer Plasmaentladung mit $B = 2.5 \text{ T}$ und $f = 535 \text{ GHz}$ eine kurze Zeitspanne von etwa 20 ms herausgegriffen. Aus der zeitgemittelten Liniendichte, die mit dem Interferometer gemessen wird, wird über den berechneten Skalierungsfaktor f_{skal} die Liniendichte für die Sichtlinie

des Cotton-Mouton-Polarimeters berechnet. Zusammen mit dem von der Thomson-Streuungsdiagnostik gemessenen Dichteprofil wird die für die betrachtete Zeitspanne gültige Müllermatrix sowie der erwartete Wert von W_1 berechnet. Unter Vernachlässigung möglicher kleiner Verkippungen der Sichtlinie ist die numerisch berechnete Müllermatrix

$$\mathbb{M}(z_1) = \begin{pmatrix} 0.998 & 0.038 & -0.047 \\ -0.003 & 0.807 & 0.593 \\ 0.060 & -0.592 & 0.805 \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Für W_1 ergibt die Rechnung einen Wert von -0.634 .

Das Cotton-Mouton-Polarimeter liefert einen Meßwert von $W_1 = -0.653$, der nur wenig vom berechneten Wert abweicht. Entsprechend gering fallen auch die Abweichungen der über Gleichung (1.50) aus dem Meßwert für W_1 berechneten Werte für die Matrixelemente M_{22} , M_{23} , M_{32} und M_{33} aus. Zusammen mit den rechnerisch ermittelten Grenzwerten für die Matrixelemente M_{11} , M_{12} , M_{13} , M_{21} und M_{31} ergibt sich die Müllermatrix

$$\mathbb{M}(z_1) = \begin{pmatrix} 0.998 \pm 0.002 & 0.038 \pm 0.053 & -0.047 \pm 0.018 \\ -0.003 \mp 0.054 & 0.794 & 0.608 \\ 0.060 \pm 0.017 & -0.608 & 0.794 \end{pmatrix}. \quad (3.25)$$

Die Matrixelemente, bei denen Fehler angegeben sind, sind aus der interferometrisch gemessenen Liniendichte berechnet; die Fehler werden mit der Annahme der maximal möglichen geschätzten Verkippungen der Sichtlinie bestimmt. Da sich die Liniendichte auch aus dem Meßwert für W_1 ergibt, könnte der Wertebereich der Matrixelemente ebensogut aus der Liniendichte abgeleitet werden, die mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter gemessen wird; dabei würden sich nur unbedeutende Unterschiede zu den in Gleichung (3.25) angegebenen Werten ergeben, da die interferometrisch und polarimetrisch gemessenen Liniendichten nur um 3% voneinander abweichen. Die verbleibenden vier Matrixelemente M_{22} , M_{23} , M_{32} und M_{33} errechnen sich, wie bereits erwähnt, aus der gemessenen Größe W_1 . Damit ergibt sich das Ergebnis von Gleichung (3.25) aus einer Kombination von Messung und Rechnung.

3.2.4 Liniendichtemessung und Dichteregung

Das Cotton-Mouton-Polarimeter bietet die Möglichkeit einer stabilen Messung der linienintegrierten Elektronendichte über die gewählte Sichtlinie. Da die Sichtlinie, wie oben gezeigt, senkrecht zum Magnetfeld und damit zu den Flußflächen steht und das Plasmazentrum durchdringt, besteht ein einfacher Zusammenhang zwischen der über alle Plasmaradien gemittelten Elektronendichte \bar{n}_e und der gemessenen Liniendichte ρ_e über die bekannte Länge der Sichtlinie durch das Plasma. Dieser Sachverhalt prädestiniert das Cotton-Mouton-Polarimeter für die Messung der mittleren Elektronendichte. Es kann bei der Dichteregung den Ist-Wert für die Regelverstärker zur Verfügung zu stellen.

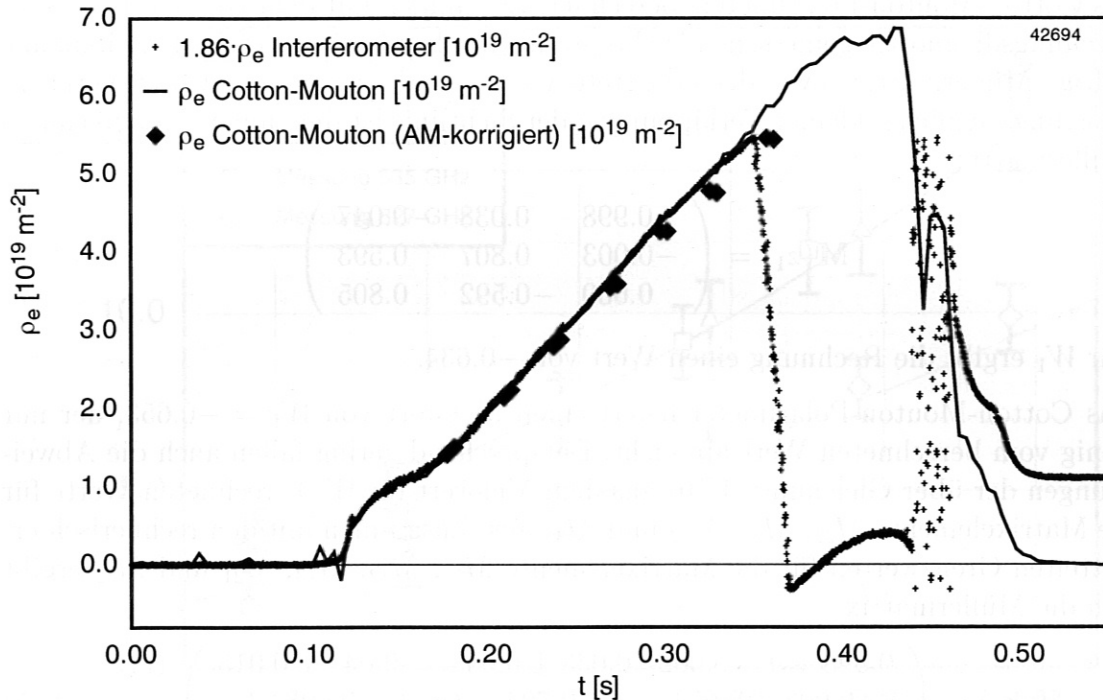


Abbildung 3.5: Mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter und dem Interferometer gemessene Liniendichten bei hoher Dichte.

Die polarimetrische Messung erlangt ihre Stabilität zum einen daraus, daß kein Referenzstrahl wie bei einem Interferometer benötigt wird und Längenänderungen im Strahlengang dadurch keine Rolle spielen. Zum anderen wird die Elektronendichte ausschließlich über Polarisationsänderungen gemessen, die bei richtiger Auslegung des Polarimeters eine eindeutige Zuordnung erlauben. Richtige Auslegung bedeutet beim Cotton-Mouton-Polarimeter, daß die zwischen den in x - und in y -Richtung polarisierten Komponenten der Welle gemessenen Phasendifferenzen auch für die höchste vorkommende effektive Flußdichte $B_{eff} = 2.5 \text{ T}$ und die niedrigste Frequenz von 535 GHz kleiner als 360° sein müssen. Diese Bedingung ist bei allen vorliegenden Messungen erfüllt; die gemessene Phasendifferenz beträgt für die in Abbildung 3.5 dargestellte Plasmaentladung zum Zeitpunkt der höchsten mittleren Elektronendichte von etwa $1.8 \cdot 10^{20} \text{ m}^{-3}$ etwa 110° .

Die Übereinstimmung zwischen den polarimetrisch und interferometrisch gemessenen Liniendichten ist für die in Abbildung 3.5 dargestellte Plasmaentladung sehr gut. Bei der Dichte, bei der die Strahlbrechung einen zuverlässigen Betrieb des Interferometers verhindert ($t = 0.36 \text{ s}$), kommt es zu Abweichungen. Ab $t = 0.43 \text{ s}$ sinkt die Dichte, da die Heizleistung nicht mehr ausreicht, um Strahlungsverluste im Plasma zu kompensieren. Die Abschaltung der Heizung erfolgt bei $t = 0.48 \text{ s}$. Bei dem zum Zeitpunkt $t = 0.45 \text{ s}$ zu sehenden Wiederanstieg des vom Cotton-Mouton-Polarimeter gemessenen Liniendichtesignals handelt es sich möglicherweise um einen Meßfehler aufgrund ausgeprägter Störungen des Signals von Detektor 2. Eine mögliche Erklärung für diese beobachteten Störungen wird in Abschnitt 3.2.5

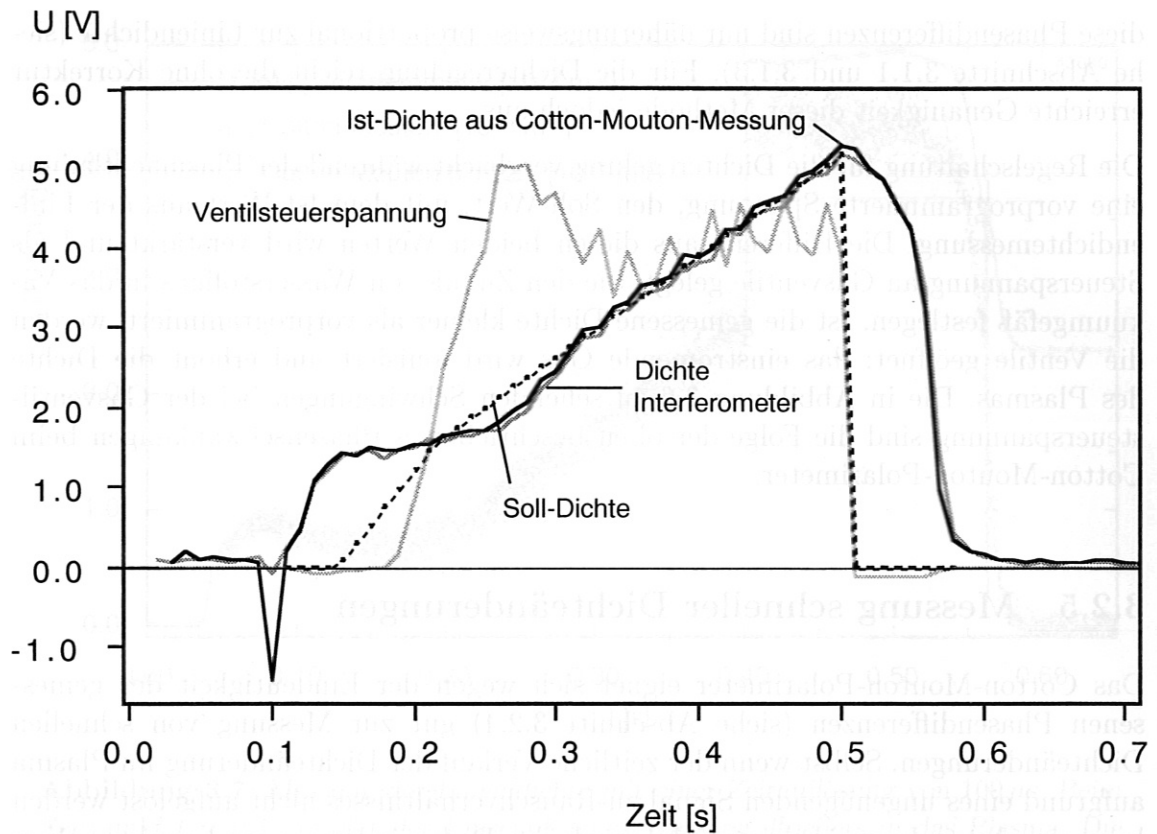


Abbildung 3.6: Demonstration der Dichteregulierung mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter. Die gezeigten Größen stammen aus dem Steuerungsrechner und sind durch Spannungen ausgedrückt. Die magnetische Flußdichte für diese Plasmaentladung ist 2.5 T, die Meßfrequenz 535 GHz. Der Ausschlag der gemessenen Liniendichte zu negativen Werten am Anfang der Plasmaentladung ist die Folge von elektrischen Störungen.

gegeben.

Zur Demonstration der Möglichkeit, die Elektronendichte des Plasmas mit der vom Cotton-Mouton-Polarimeter gemessenen Liniendichte zu regeln, kommt der in Abschnitt 2.3.2 beschriebene Phasemesser zum Einsatz, da für diese Anwendung in Echtzeit eine Spannung benötigt wird, die der Liniendichte proportional ist. Um die Auswirkungen von Meßfehlern und der in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Phasenschwankungen klein zu halten, wird für die Dichteregulierung eine magnetische Flußdichte von 2.5 T und eine Frequenz von 535 GHz verwendet. Dies führt zu einem großen Wert für die Phasenverschiebung pro Liniendichte G .

Abbildung 3.6 zeigt die aus dem Steuerungsrechner stammenden Daten für eine Plasmaentladung, bei der der Ist-Wert der Liniendichte für die Regelung vom Cotton-Mouton-Polarimeter stammt. Die in der Abbildung dargestellten Spannungen entsprechen sowohl beim Polarimeter als auch beim Interferometer nicht exakt der Liniendichte, da sie proportional zu den jeweils gemessenen Phasendifferenzen sind;

diese Phasendifferenzen sind nur näherungsweise proportional zur Liniendichte (siehe Abschnitte 3.1.1 und 3.1.3). Für die Dichteregelung reicht die ohne Korrektur erreichte Genauigkeit dieser Methode jedoch aus.

Die Regelschaltung für die Dichteregelung vergleicht während der Plasmaentladung eine vorprogrammierte Spannung, den Soll-Wert, mit dem Ist-Wert aus der Liniendichtemessung. Die Differenz aus diesen beiden Werten wird verstärkt und als Steuerspannung an Gasventile gelegt, die den Zufluß von Wasserstoffgas in das Vakuumgefäß festlegen. Ist die gemessene Dichte kleiner als vorprogrammiert, werden die Ventile geöffnet; das einströmende Gas wird ionisiert und erhöht die Dichte des Plasmas. Die in Abbildung 3.6 zu sehenden Schwingungen bei der Gasventilsteuerspannung sind die Folge der oben beschriebenen Phasenschwankungen beim Cotton-Mouton-Polarimeter.

3.2.5 Messung schneller Dichteänderungen

Das Cotton-Mouton-Polarimeter eignet sich wegen der Eindeutigkeit der gemessenen Phasendifferenzen (siehe Abschnitt 3.2.4) gut zur Messung von schnellen Dichteänderungen. Selbst wenn der zeitliche Verlauf der Dichteänderung im Plasma aufgrund eines ungenügenden Signal-zu-Rauschverhältnisses nicht aufgelöst werden kann, ist dennoch gewährleistet, daß nach der Dichteänderung ein korrekter Wert für die Liniendichte zur Verfügung steht.

Schnelle Dichteerhöhungen werden durch den Einschluß von Pellets aus gefrorenem Wasserstoff in das Plasma hervorgerufen. Diese Pellets stellen bei einem zukünftigen Fusionsreaktor eine Möglichkeit dar, den Brennstoff — ein Gemisch aus Deuterium und Tritium — im Plasmazentrum zu deponieren, wo die Kernverschmelzungen hauptsächlich stattfinden. Versuche mit Wasserstoffpellets werden am W7-AS ohne den Tritiumanteil durchgeführt.

Der Treibgaspelletinjektor am W7-AS beschleunigt die Wasserstoffpellets auf etwa 300 m/s, sodaß diese das Plasma in einer Zeit von etwa 1 ms durchfliegen können, sollten sie beim Durchgang nicht vollständig ablatiert werden. Für Pellets mit genügend vielen Atomen, die einen entsprechend hohen Dichteanstieg bewirken, ist die Dichteauflösung des Cotton-Mouton-Polarimeters ausreichend, um den Anstieg der Liniendichte in Zeitschritten von 100 μ s verfolgen zu können.

Abbildung 3.7 zeigt eine Plasmaentladung, bei der zum Zeitpunkt $t = 0.4$ s ein Wasserstoffpellet mit etwa $4 \cdot 10^{19}$ Atomen in das Plasma eingeschossen wird. Die schnelle Dichteänderung führt zu einer Störung des Interferometers; beim Dichteabfall nach Abschalten der Heizleistung führen weitere Störungen der Phase des Interferometers zum Zeitpunkt $t = 0.56$ s nochmals zu falschen Werten für die Liniendichte. Das Cotton-Mouton-Polarimeter zeigt jedoch, daß das Pellet nach etwa 300 μ s ablatiert ist. Bei einem Plasmavolumen von etwa 1 m^{-3} errechnet sich daraus bei vollständiger Ionisierung aller Atome des Pellets eine Erhöhung der mittleren Elektronendichte um $4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$. Dies bedeutet für die Sichtlinie des Cotton-Mouton-Polarimeters

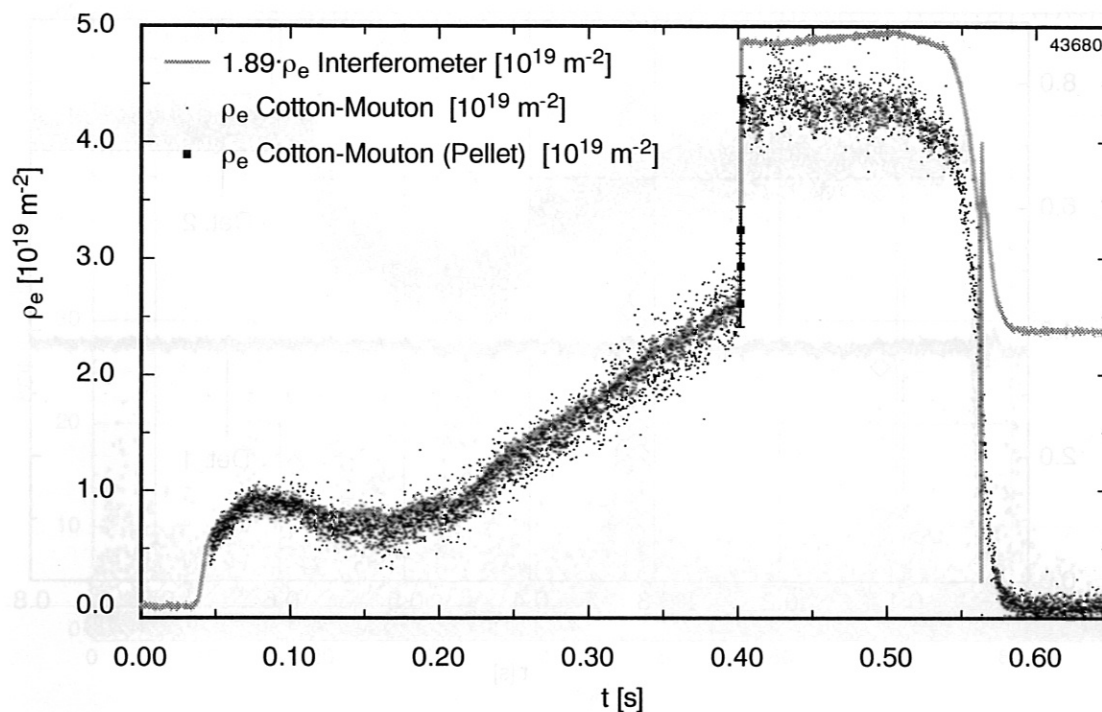


Abbildung 3.7: Messung der Liniendichte mit einer Zeitauflösung von $100 \mu\text{s}$. Beim Zeitpunkt $t = 0.4 \text{ s}$ erfolgt der Einschub eines Wasserstoffpellets in das Plasma. Die Fehlerbalken der Dichtemesspunkte während des schnellen Dichteanstiegs repräsentieren den statistischen Fehler. Die Dichtemessung setzt erst zur Zeit $t \approx 40 \text{ ms}$ ein, da sich zu diesem Zeitpunkt die Schutzblende für Detektor 2 öffnet.

mit einer Weglänge durch das Plasma von etwa 0.37 m einen Anstieg der Liniendichte um etwa $1.5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-2}$. Der beobachtete Anstieg der Liniendichte beträgt etwa $1.7 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-2}$, was auf eine vollständige Ionisierung aller Pelletatome hinweist.

Für die Beobachtung schneller Dichteänderungen wären höhere Zeitauflösungen als $100 \mu\text{s}$ wünschenswert. Bei gleichbleibendem Signal-zu-Rauschverhältnis würde dies allerdings zu einer Zunahme des statistischen Rauschens führen. Die für eine gewünschte Dichteauflösung mögliche Zeitauflösung ist lediglich eine Funktion des Signal-zu-Rauschverhältnisses, welches im Prinzip durch Verwendung rauschärmerer Verstärker oder die Wahl einer leistungsstärkeren Strahlungsquelle erhöht werden kann. Bei dem am W7-AS aufgebauten Polarimeter scheint das Signal-zu-Rauschverhältnis jedoch außerdem durch Vorgänge im Plasma begrenzt zu sein, wie im folgenden gezeigt wird.

Da das Plasma bei den gewählten Meßfrequenzen transparent ist, sollte das Signal-zu-Rauschverhältnis, abgesehen von einer relativ geringfügigen Abnahme des Signalpegels von Detektor 2 aufgrund von brechungsbedingter Strahlaufweitung im Plasma, etwa konstant sein. In Abbildung 3.7 ist jedoch deutlich zu sehen, daß das statistische Rauschen der Liniendichte während der Plasmaentladung sehr viel höher ist als in der Anfangsphase bei geringer Dichte und nach Ende der Entladung. Da

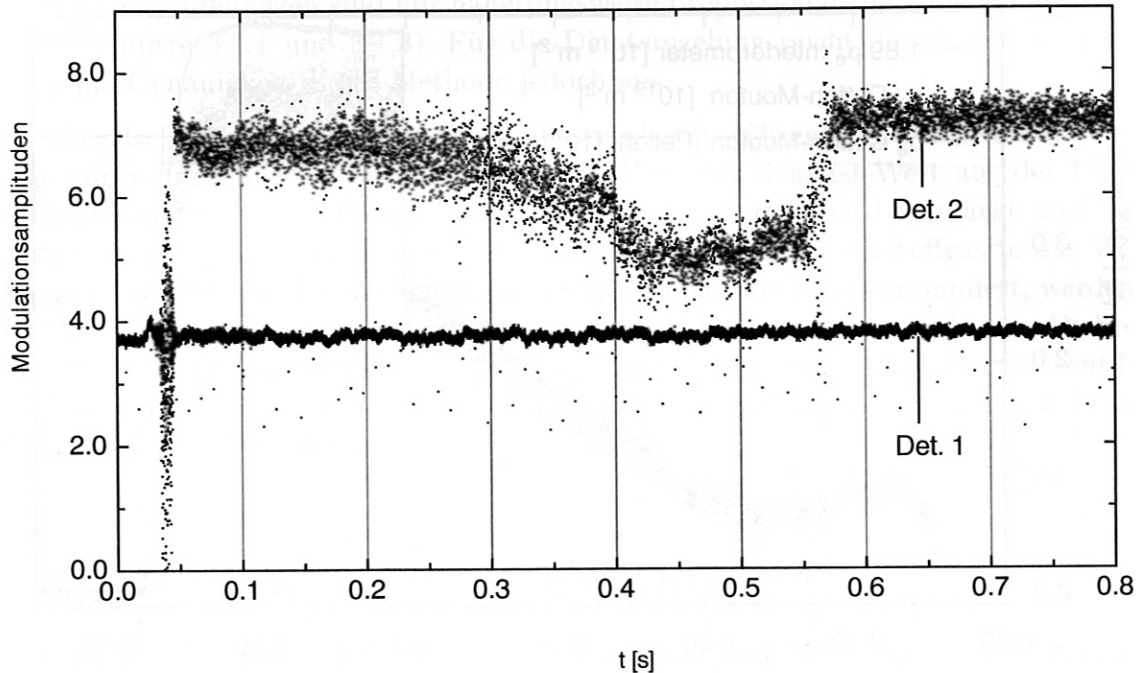


Abbildung 3.8: Signalamplituden von Detektor 1 und 2 bei der Modulationsfrequenz von 47 kHz für die in Abbildung 3.7 gezeigte Plasmaentladung in willkürlichen Einheiten.

das Interferometer bei einer Zeitauflösung von $200 \mu\text{s}$ dieses Rauschen während der Entladung nicht zeigt und schnelle statistische oder periodische Schwankungen der Liniendichte nicht möglich sind, wird nach einer anderen Erklärung dieses Phänomens gesucht.

In Abbildung 3.8 ist der zeitliche Verlauf der Signalamplituden bei der Modulationsfrequenz von 47 kHz von Detektor 1 und 2 dargestellt. Die Signalamplitude von Detektor 1 zeigt, daß der BWO während der Plasmaentladung stabil arbeitet. Die Amplitude des Signals von Detektor 2 nimmt während der Entladung aufgrund von Strahlaufweitung ab; das scheinbare Rauschen ist während der Entladung deutlich höher als bei ihrem Anfang und nach der Entladung. Obwohl die Amplitude nicht die Meßgröße ist, bewirken schnelle Amplitudenänderungen jedoch auch Phasenschwankungen. Die vermutete Ursache sind von Instabilitäten des Plasmas hervorgerufene Dichtestrukturen, die im Plasma propagieren. Die Dichtegradienten dieser Strukturen führen zu einer periodischen Strahlableitung oder Strahlaufweitung. Die beobachteten schnellen Amplitudenschwankungen sind also kein Rauschen, sondern eine Überlagerung verschiedener kohärenter Signale, wie im folgenden erläutert werden wird. Einfache Abschätzungen zeigen, daß für diese Erklärung lokale Dichteschwankungen im Bereich von 10 % angenommen werden müssen.

Eine genauere Untersuchung der von den A/D-Wandlern mit einer Abtastrate von 500 kHz aufgezeichneten Signale erhärtet die Vermutung, daß Instabilitäten des Plasmas die Ursache für die beobachteten Amplitudenschwankungen sind. In den Abbil-

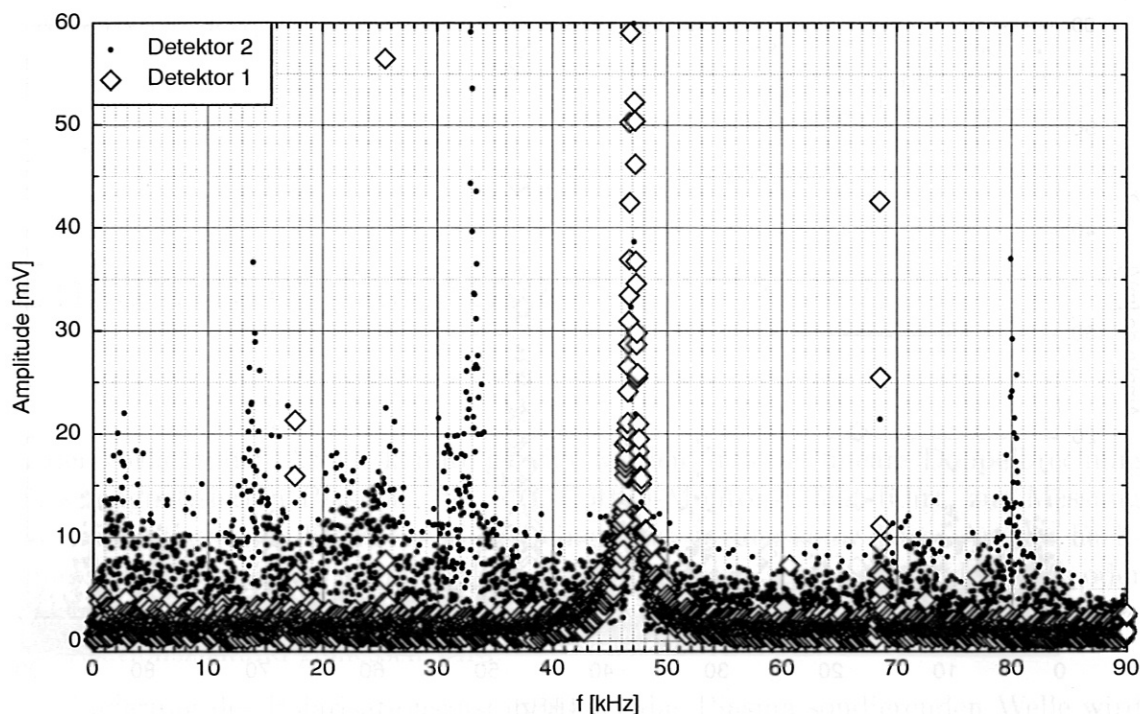


Abbildung 3.9: Fouriertransformation der Detektorsignale im Zeitbereich von 360–393 ms für die in Abbildung 3.7 gezeigte Plasmaentladung. Die Frequenzauflösung beträgt etwa 30 Hz; der Bereich von 0–30 Hz ist weggelassen. Die Amplituden bei der Modulationsfrequenz von 47 kHz betragen 2.58 bzw. 1.26 V für Detektor 1 bzw. Detektor 2.

dungen 3.9 und 3.10 sind Fouriertransformationen der Signale von Detektor 1 und 2 dargestellt. Neben der Modulationsfrequenz von 47 kHz zeigt das Spektrum von Detektor 1 Linien bei den Frequenzen 17.5, 25.5 und 68.5 kHz, die unter anderem (möglicherweise ausschließlich) auf Schaltfrequenzen in der Spannungsversorgung des BWO zurückzuführen sind. Interessant sind Frequenzanteile, die nur bei Detektor 2 auftreten. Im Zeitbereich von 360–393 ms, also vor dem Einschuss des Pellets, fallen im Spektrum von Detektor 2 verschiedene eng begrenzte Frequenzbereiche auf, wobei die verbreiterte Linie bei 33 kHz auch von anderen Diagnostiken beobachtet wird und mit einer sogenannten globalen Alfvén Eigenmode (GAE) erklärt werden kann [38]. Im Zeitbereich von 425–458 ms, also nach dem Einschuss des Pellets, wird eine Veränderung des Spektrums beobachtet. Dies ist durch eine Änderung der Dichte und der Temperatur erklärbar, da diese Parameter in die Frequenzen der Instabilitäten eingehen.

Obwohl die Brechungseffekte durch Plasma-Instabilitäten beim Vielkanalinterferometer wegen dessen niedriger Frequenz von etwa 160 GHz deutlich höher sein sollten, ist dieses unempfindlicher gegen Amplitudenschwankungen im Frequenzbereich von etwa 0–100 kHz, da die Phasenmessung bei einer Frequenz von 5 MHz stattfindet. Die Phaseninformation wird beim Cotton-Mouton-Polarimeter bei einer Frequenz von 47 kHz gewonnen. Die Amplitudenstörungen im oben genannten Frequenzbe-

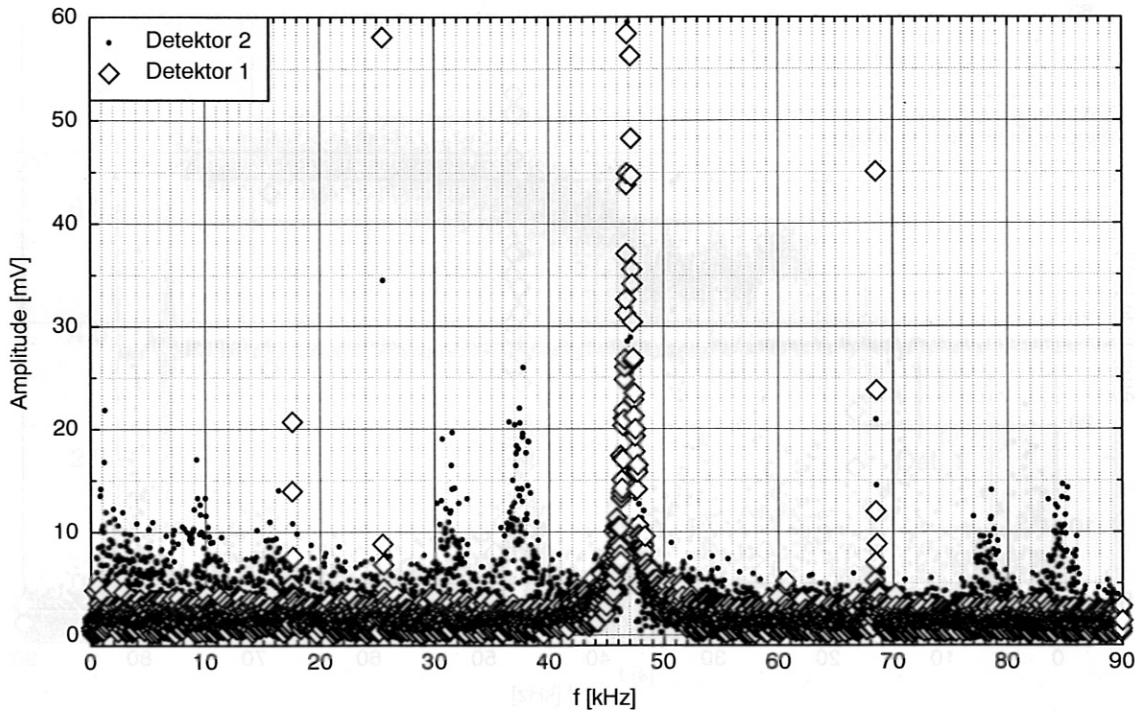


Abbildung 3.10: Fouriertransformation der Detektorsignale im Zeitbereich von 425–458 ms für die in Abbildung 3.7 gezeigte Plasmaentladung. Die Amplituden bei der Modulationsfrequenz von 47 kHz betragen 2.58 bzw. 1.26 V für Detektor 1 bzw. Detektor 2.

reich haben deswegen sichtbare Auswirkungen. Ein Polarimeter, das sehr schnelle Vorgänge im Plasma mit hoher Genauigkeit zeitlich auflösen kann, sollte daher mit einer Modulationsfrequenz im Bereich von mehreren Megahertz arbeiten.

Mit diesen Erkenntnissen kann auch eine mögliche Erklärung für die in Abbildung 3.5 sichtbare Störung am Ende der Plasmaentladung gegeben werden. Die Modulationsamplitude des Signals von Detektor 2 zeigt während des Plasmazerfalls große Störungen, wie sie auch in Abbildung 3.8 zum Zeitpunkt $t = 0.56$ s sichtbar werden. Elektrische Signalstörungen können ausgeschlossen werden, da das Signal von Detektor 1 keinerlei Auffälligkeiten zeigt. Dieser Sachverhalt könnte mit besonders ausgeprägten, sich schnell ändernden Dichtestrukturen während des Plasmazerfalls erklärt werden.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, daß die lineare Doppelbrechung eines magnetisierten Plasmas, die zum Cotton-Mouton-Effekt führt, zur Messung der linienintegrierten Elektronendichte eingesetzt werden kann. Diese Art der Dichtemessung ist besonders unempfindlich gegen Störungen wie Längenänderungen oder kurzzeitiges Aussetzen der sondierenden Welle, da die Dichte ausschließlich über den Polarisationszustand gemessen wird.

Die Änderung des Polarisationszustandes der das Plasma sondierenden Welle wird mit Hilfe eines von S. E. Segre entwickelten Formalismus berechnet. Der Polarisationszustand wird durch die drei Stokesparameter s_1 , s_2 und s_3 beschrieben, die über bestimmte Analysatoranordnungen auf einfache Weise experimentell bestimmt werden können. Sie bilden den Stokesvektor \vec{s} , dessen Änderung über die Müllermatrix \mathbb{M} berechnet werden kann. Die Matrix \mathbb{M} beschreibt die doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas entlang einer Sichtlinie vollständig, wobei die Parameter Elektronendichte n_e , Frequenz f und magnetische Flußdichte \vec{B} eingehen. Sie kann für beliebige Elektronendichteprofile bei bekanntem Magnetfeld berechnet werden, wobei die genaue Form des Profils wegen $B \simeq const.$ für die gewählte Sichtlinie nur eine untergeordnete Rolle spielt. Das Magnetfeld des Stellarators W7-AS wird nahezu vollständig von Strömen in externen Spulen bestimmt; die im Plasma fließenden Ströme sowie der Einfluß des Diamagnetismus auf \vec{B} sind vernachlässigbar klein. Für die gewählte Sichtlinie geht bei der Berechnung der Matrix \mathbb{M} hauptsächlich der Cotton-Mouton-Effekt ein. Eine Messung des Cotton-Mouton-Effekts erlaubt damit eine experimentelle Bestimmung der wichtigsten Matrixelemente. Der Wertebereich der restlichen Matrixelemente kann durch numerische Berechnungen mit Hilfe einer Abschätzung der maximal möglichen Verkippungen der Sichtlinie gegenüber der senkrechten Ausrichtung in Bezug auf \vec{B} eingeschränkt werden.

Für die Untersuchung des Cotton-Mouton-Effekts am W7-AS wurde ein Polarimeter aufgebaut, das mit sub-mm-Wellen im Frequenzbereich von 500–650 GHz arbeitet. Es arbeitet also weit über der maximalen durch die Elektronendichte bestimmten Plasmafrequenz von etwa 130 GHz und der Zyklotronfrequenz von 70 GHz bei $B = 2.5$ T. Dies erlaubt gewisse Vereinfachungen in der Beschreibung der Polarisationsänderungen. Zudem sind dadurch Brechungseffekte klein. Andererseits ist der Cotton-Mouton-Effekt, der bei den benutzten hohen Frequenzen eine f^{-3} -Abhängigkeit zeigt, noch gut meßbar. Das Polarimeter verwendet eine störunanfällige Ellip-

tizitätsmodulationstechnik, bei der die Phase zwischen zwei senkrecht aufeinander stehenden linear polarisierten Wellenkomponenten kontinuierlich verschoben wird; die Polarisationssebene der einen Komponente liegt dabei in der Hauptrichtung von \vec{B} . Der zeitliche Verlauf des Stokesparameters s_2 , der die Phase zwischen diesen beiden Komponenten beinhaltet, ist damit eine Sinusfunktion. Durch den Einfluß des Cotton-Mouton-Effekts wird die Phase zwischen den beiden aufeinander senkrecht stehenden Wellen vom Plasma verschoben, und damit ebenso die Phase von s_2 . Die Phasenverschiebung durch den Cotton-Mouton-Effekt wird somit als Phasendifferenz der modulierten Stokesparameter $s_2(z_0)$ und $s_2(z_1)$ bestimmt, wobei z_0 den Anfang und z_1 das Ende des Plasmas auf der Sichtlinie darstellen. Der Stokesparameter s_2 wird über einen Detektor mit einem Linearanalysator, welcher unter einem Winkel von 45° in Bezug auf die Hauptrichtung von \vec{B} steht, gemessen. Da die Stokesparameter $s_2(z_0)$ und $s_2(z_1)$ über die Gleichung $\vec{s}(z_1) = \mathbb{M} \cdot \vec{s}(z_0)$ miteinander verknüpft sind, wird durch einen näherungsweise gültigen analytischen Ausdruck für die Matrix \mathbb{M} mit der Unbekannten n_e bzw. ρ_e eine Beziehung zwischen der gemessenen Phasenverschiebung und der Liniendichte ρ_e hergestellt.

Mit dem am W7-AS aufgebauten Cotton-Mouton-Polarimeter wurde erstmalig in einem fusionsrelevanten Plasma systematisch die Abhängigkeit der gemessenen Phasenverschiebung über einen weiten Bereich der magnetischen Flußdichte von 1.2–2.5 T bei zwei verschiedenen Frequenzen von 535 und 627 GHz untersucht. Dabei konnte keine Abweichung von der für den Cotton-Mouton-Effekt typischen $f^{-3} \cdot B^2$ -Abhängigkeit festgestellt werden. Wie aus der Abschätzung des maximal möglichen Verkippungswinkels erwartet, war der Faraday-Effekt, der eine $f^{-2} \cdot B$ -Abhängigkeit aufweist, zu klein, um zu meßbaren Abweichungen zu führen. Auch die gemessenen Absolutwerte der Phasenverschiebung stimmen mit Werten überein, die mit Hilfe der interferometrisch gemessenen Liniendichte berechnet werden. Es ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen den Matrixelementen, die mit Hilfe des Cotton-Mouton-Polarimeters bestimmt werden konnten, und denjenigen, die aus der interferometrisch gemessenen Liniendichte numerisch berechnet wurden.

Aufgrund der eindeutigen Zuordnung der Liniendichte ρ_e zu der mit dem Cotton-Mouton-Polarimeter gemessenen Phasenverschiebung eignet sich dieses für eine robuste Absolutmessung von ρ_e . Eine zeitlich ununterbrochene Verfolgung der Dichte im Plasma, wie sie bei interferometrischen Messungen unerlässlich ist, ist dazu nicht nötig. Die gemessene Phasenverschiebung ist in guter Näherung proportional zu ρ_e . Eine Korrektur dieser Näherung ist einfach durchzuführen und könnte auch für Echtzeitanwendungen wie z. B. die Dichteregulation eines Fusionsexperiments erfolgen. Die Korrektur liegt jedoch für das am W7-AS aufgebaute Polarimeter im Bereich von lediglich 1–10 %, sodaß für das Experiment zur Dichteregulation des Stellarators darauf verzichtet werden konnte. Ein Phasenmesser stellt dabei eine der mittleren Dichte proportionale Spannung für die Regelverstärker zur Verfügung. Die Genauigkeit des Polarimeters ist für diese Zwecke ausreichend, was in einem Versuch demonstriert werden konnte. Mit einer Zeitauflösung von $100 \mu\text{s}$ gelang in begrenztem Maße auch die zeitliche Verfolgung des Dichteanstiegs nach einem Pelleteinschuß.

Das am W7-AS aufgebaute Polarimeter benutzt für die Wellenführung überdimen-

sionierte Hohlleiter. Es stellte sich heraus, daß diese den Polarisationszustand der Welle verändern. Dies ist durch kleine Verformungen der Hohlleiter oder Toleranzen in ihrer Ausrichtung erklärbar. Die Veränderung des Polarisationszustandes der sondernden Welle in der Übertragungsleitung war die Hauptfehlerquelle für die durchgeführten Messungen. Die Erfahrungen zeigen, daß im sub-mm-Wellenlängenbereich die für polarimetrische Messungen nötige Präzision beim Aufbau einer Übertragungsleitung mit Hohlleitern offenbar nicht erreicht werden kann. In künftigen Experimenten dieser Art sollten deswegen quasioptische Übertragungstechniken zum Einsatz kommen, mit denen die beschriebenen Schwierigkeiten vermieden werden können.

Der im Bau befindliche Stellarator W7-X weist hinsichtlich der Magnetfeldtopologie dieselben günstigen Eigenschaften wie der Stellarator W7-AS auf. Da bei W7-X Plasmaentladungen mit einer Dauer von etwa 30 Minuten geplant sind, was eine robuste Messung der Liniendichte erfordert, sollte der Einsatz eines Cotton-Mouton-Polarimeters in Erwägung gezogen werden. Unter Benutzung desselben Meßprinzips wie in dieser Arbeit diskutiert, und unter Verwendung einer quasioptischen Übertragungsleitung sollten damit Meßgenauigkeiten im Bereich von 0.1° in der Phase möglich sein. Diese Genauigkeit würde bei der Anwendung verschiedener Modulationsverfahren, wie in Kapitel 1 ausführlich beschrieben, eine rein experimentelle Bestimmung aller Elemente der Müllermatrix M des Plasmas für eine beliebige Sichtlinie erlauben, die im Rahmen dieser Arbeit nur eingeschränkt möglich war.

Die vorliegende Arbeit ist eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Untersuchung der Wirkung von ...
Die Untersuchung wurde durchgeführt, um die Wirkung von ...
Die Ergebnisse zeigen, dass ...
Die Untersuchung wurde durchgeführt, um die Wirkung von ...
Die Ergebnisse zeigen, dass ...

Die vorliegende Arbeit ist eine Zusammenfassung der Ergebnisse der Untersuchung der Wirkung von ...
Die Untersuchung wurde durchgeführt, um die Wirkung von ...
Die Ergebnisse zeigen, dass ...
Die Untersuchung wurde durchgeführt, um die Wirkung von ...
Die Ergebnisse zeigen, dass ...

Anhang A

Berechnung der doppelbrechenden Eigenschaften eines magnetisierten Plasmas

Der Vektor $\vec{\Omega}$ ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$\vec{\Omega} = \frac{\omega}{c}(\mu_1 - \mu_2)\vec{s}_{c_1}. \quad (\text{A.1})$$

Die Berechnung des Brechungsindexunterschieds $\mu_1 - \mu_2$ der langsamen und schnellen charakteristischen Welle sowie der Stokesvektor \vec{s}_{c_1} , der den Polarisationszustand der langsamen charakteristischen Welle beschreibt, für eine beliebige Ausbreitungsrichtung in Bezug auf das Magnetfeld. Das für die Herleitung verwendete Koordinatensystem ist in Abbildung A.1 gezeigt. Der Unterschied zu dem in Abbildung 1.5 dargestellten Koordinatensystem ist, daß \vec{B}_\perp nicht mehr mit der y -Achse zusammenfällt.

Zunächst wird ein Ausdruck für $\mu_1 - \mu_2$ berechnet, der es erlaubt, den Vektor $\vec{\Omega}$ in einer Form darzustellen, die die Näherungslösung für hohe Frequenzen (Gleichung (1.30)) erkennen läßt. Ausgangspunkt ist Gleichung (1.11), die mit den Ausdrücken

$$A = \frac{(\omega_c^2/\omega^2) \sin^2 \theta}{2(1 - \omega_p^2/\omega^2)}, \quad C = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \cos^2 \theta \quad \text{und} \quad N = \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (\text{A.2})$$

folgende Form annimmt:

$$\mu_{1,2}^2 = 1 - \frac{N}{1 - A \pm \sqrt{A^2 + C}} = 1 - \frac{N}{1 - A \pm A\sqrt{1 + \frac{C}{A^2}}}. \quad (\text{A.3})$$

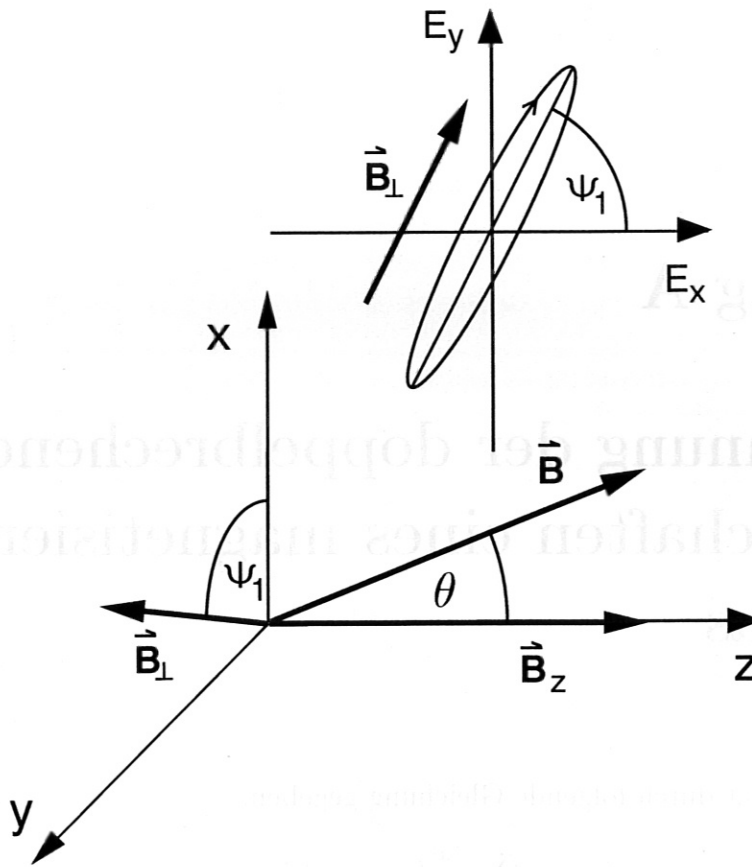


Abbildung A.1: Für die Herleitung von $\vec{\Omega}$ verwendetes Koordinatensystem. Die langsame charakteristische Welle ist als Polarisationsellipse veranschaulicht.

Mit

$$F^2 = \frac{C}{A^2}$$

$$\Rightarrow F = \frac{2\omega}{\omega_c} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \quad (\text{A.4})$$

gelangt man zu folgender Darstellung:

$$\begin{aligned} \mu_{1,2}^2 &= 1 - \frac{N}{1 - A \pm A\sqrt{1 + F^2}} \\ &= 1 - \frac{N(1 - A \mp A\sqrt{1 - F^2})}{1 - 2A - C} \\ &= 1 - \frac{N}{D} + \frac{AN}{D} \pm \frac{AN}{D} \sqrt{1 - F^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Damit ergibt sich für den Brechungsindexunterschied

$$\mu_1 - \mu_2 = \frac{\mu_1^2 - \mu_2^2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{2AN}{(\mu_1 + \mu_2)D} \sqrt{1 + F^2} \quad (\text{A.6})$$

Der Nenner $D = 1 - 2A - C$ sowie das Produkt AN und die Größe F können mit

$$\sin^2 \theta = \frac{B_x^2 + B_y^2}{B^2}, \quad \cos \theta = \frac{B_z}{B}, \quad \omega_c = \frac{eB}{m} \quad (\text{A.7})$$

durch die Magnetfeldkomponenten B_x , B_y und B_z ausgedrückt werden:

$$D = 1 - \frac{e^2}{m^2 \omega^2} \left(\frac{B_x^2 + B_y^2}{1 - N} + B_z^2 \right) \quad (\text{A.8})$$

$$AN = \frac{e^2 \omega_p^2 (B_x^2 + B_y^2)}{2m^2 \omega^4 (1 - N)} \quad (\text{A.9})$$

$$F = \frac{2\omega m}{e} (1 - N) \frac{B_z}{B_x^2 + B_y^2}. \quad (\text{A.10})$$

Im folgenden wird der Stokesvektor \vec{s}_{c_1} der langsamen charakteristischen Welle bestimmt. Nach Gleichung (1.7) ist

$$\vec{s}_{c_1} = \begin{pmatrix} \cos 2\chi_1 \cos 2\Psi_1 \\ \cos 2\chi_1 \sin 2\Psi_1 \\ \sin 2\chi_1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.11})$$

wobei der Index 1 bei den Winkeln χ und ψ deren Zugehörigkeit zur langsamen charakteristischen Welle verdeutlicht. Der Winkel χ ist über $\tan \chi = \pm b/a$ definiert, wobei b/a das Achsenverhältnis der Polarisationsellipse ist mit $b < a$. Für die langsame charakteristische Welle, deren E -Feldvektor im Uhrzeigersinn läuft, gilt $\tan \chi_1 = b/a$. Das Achsenverhältnis b/a und damit $\tan \chi_1$ ist nach den Ausführungen in Abschnitt 1.2.5 durch $|\check{R}_1|$ (siehe Gleichung (1.26)) gegeben:

$$\begin{aligned} |\check{R}_1| &= \frac{1}{(\omega_c/\omega) \cos \theta} \left(\sqrt{\frac{(\omega_c^4/\omega^4) \sin^4 \theta}{4(1 - \omega_p^2/\omega^2)^2} + \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \cos^2 \theta} - \frac{(\omega_c^2/\omega^2) \sin^2 \theta}{2(1 - \omega_p^2/\omega^2)} \right) \\ &= \frac{\sqrt{1 + F^2} - 1}{F}. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Für den Verkippungswinkel Ψ_1 gilt

$$\tan \Psi_1 = \frac{B_y}{B_x}. \quad (\text{A.13})$$

Mit Hilfe der trigonometrischen Umformungen

$$\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \quad (\text{A.14})$$

ergeben sich folgende Ausdrücke:

$$\cos 2\chi = \frac{1}{\sqrt{1+F^2}} \quad (\text{A.15})$$

$$\sin 2\chi = \frac{F}{\sqrt{1+F^2}} \quad (\text{A.16})$$

$$\cos 2\Psi = \frac{B_x^2 - B_y^2}{B_x^2 + B_y^2} \quad (\text{A.17})$$

$$\sin 2\Psi = \frac{2 B_x B_y}{B_x^2 + B_y^2}. \quad (\text{A.18})$$

Der Polarisationszustand der langsamen Welle ist damit

$$\vec{s}_{c_1} = \frac{1}{\sqrt{1+F^2}} \begin{pmatrix} \frac{B_x^2 - B_y^2}{B_x^2 + B_y^2} \\ \frac{2 B_x B_y}{B_x^2 + B_y^2} \\ \frac{2\omega m}{e} (1-N) \frac{B_z}{B_x^2 + B_y^2} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.19})$$

Durch Einsetzen der Gleichungen (A.6), (A.9) und (A.19) in Gleichung (A.1) ergibt sich ein Ausdruck für $\vec{\Omega}$, der neben Naturkonstanten lediglich die Elektronendichte $n_e \sim \omega_p^2$ sowie die Komponenten B_x , B_y und B_z des Magnetfeldes enthält:

$$\vec{\Omega} = \frac{\omega_p^2}{(\mu_1 + \mu_2)c\omega^3 D} \begin{pmatrix} \frac{e^2}{m^2} \frac{B_x^2 - B_y^2}{1-N} \\ \frac{e^2}{m^2} \frac{2 B_x B_y}{1-N} \\ 2\omega \frac{e}{m} B_z \end{pmatrix}. \quad (\text{A.20})$$

Anhang B

Näherungsweise Berechnung der Müllermatrix

Die Müllermatrix für ein beliebiges Plasma kann im allgemeinen nicht exakt analytisch angegeben werden. Für den Fall, daß der Cotton-Mouton-Effekt sehr viel stärker ist als der Faraday-Effekt ($\Omega_1 \gg \Omega_3$), sich die Richtung des Magnetfeldes entlang der Sichtlinie, hier der z -Achse, nicht zu stark ändert ($\Omega_1 \gg \Omega_2$), und zusätzlich die Bedingung $|W_2|, |W_3| \ll 1$ mit $W_i = \int_{z_0}^{z_1} \Omega_i(z) dz$ erfüllt ist, kann eine Näherungsrechnung analog zu einer in [21] aufgeführten Herleitung, in der der Faraday-Effekt dominiert, durchgeführt werden.

Ausgangspunkt ist die Gleichung, die die Entwicklung der Stokesparameter entlang der z -Achse beschreibt:

$$\frac{d\vec{s}(z)}{dz} = \vec{\Omega}(z) \times \vec{s}(z). \quad (\text{B.1})$$

Eine andere Schreibweise ist

$$\frac{d\vec{s}(z)}{dz} = \mathbb{A}(z) \cdot \vec{s}(z) \quad (\text{B.2})$$

mit

$$\mathbb{A}(z) = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Gesucht ist die Müllermatrix \mathbb{M} , deren Multiplikation mit dem Stokesvektor $\vec{s}(z_0)$ den Endzustand $\vec{s}(z_1)$ ergibt, also die doppelbrechenden Eigenschaften des Plasmas mittels der Gleichung

$$\vec{s}(z_1) = \mathbb{M}(z_1) \cdot \vec{s}(z_0) \quad (\text{B.3})$$

beschreibt. Durch Einsetzen von (B.3) in (B.2) erhält man die Bestimmungsgleichung für \mathbb{M} :

$$\frac{d\mathbb{M}(z)}{dz} = \mathbb{A}(z) \cdot \mathbb{M}(z). \quad (\text{B.4})$$

Es gilt die Anfangsbedingung $\mathbb{M}(z_0) = \mathbb{E}$.

Unter den oben genannten Bedingungen kann eine Entwicklung für \mathbb{M} angesetzt werden mit

$$\mathbb{M}(z) = \mathbb{M}^{(0)}(z) + \mathbb{M}^{(1)}(z) + \dots, \quad (\text{B.5})$$

wobei $\mathbb{M}^{(0)}(z)$ die Lösung von Gleichung (B.4) unter Vernachlässigung von Ω_2 und Ω_3 ist und $\mathbb{M}^{(1)}(z)$ Korrekturen in erster Näherung enthält. Wird dieser Ansatz in Gleichung (B.4) eingesetzt und die Matrix \mathbb{A} nach vom Betrag her großen und kleinen Elementen getrennt, so werden die Bestimmungsgleichungen für die einzelnen $\mathbb{M}^{(n)}$ erkennbar:

$$\frac{d}{dz} (\mathbb{M}^{(0)}(z) + \mathbb{M}^{(1)}(z) + \dots) = \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_1 \\ 0 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} + \epsilon \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & 0 \\ -\Omega_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \cdot (\mathbb{M}^{(0)}(z) + \mathbb{M}^{(1)}(z) + \dots), \quad (\text{B.6})$$

Zur Andeutung der Kleinheit der Elemente der zweiten Matrix in Bezug auf die erste ist dabei $\epsilon = 1$ eingeführt worden.

Die Bestimmungsgleichung für die nullte Ordnung ist somit

$$\frac{d}{dz} \mathbb{M}^{(0)}(z) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_1 \\ 0 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbb{M}^{(0)}(z). \quad (\text{B.7})$$

Zusammen mit der Anfangsbedingung $\mathbb{M}^{(0)}(z_0) = \mathbb{E}$ ergibt sich damit die Lösung

$$\mathbb{M}^{(0)}(z_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos W_1 & -\sin W_1 \\ 0 & \sin W_1 & \cos W_1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

Für die höheren Ordnungen $(n+1) = 1, 2, \dots$ gilt

$$\frac{d}{dz} \mathbb{M}^{(n+1)}(z) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Omega_1 \\ 0 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbb{M}^{(n+1)}(z) + \epsilon \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & 0 \\ -\Omega_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \mathbb{M}^{(n)}(z). \quad (\text{B.9})$$

Durch Ausmultiplizieren ergeben sich folgende Gleichungen für die einzelnen Matrixelemente M_{hj} :

$$\frac{d}{dz} M_{1j}^{(n+1)} = -\Omega_3 M_{2j}^{(n)} + \Omega_2 M_{3j}^{(n)} \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{d}{dz} M_{2j}^{(n+1)} = \Omega_3 M_{1j}^{(n)} - \Omega_1 M_{3j}^{(n+1)} \quad (\text{B.11})$$

$$\frac{d}{dz} M_{3j}^{(n+1)} = -\Omega_2 M_{1j}^{(n)} + \Omega_1 M_{2j}^{(n+1)}. \quad (\text{B.12})$$

Die Anfangsbedingung ist $\mathbb{M}^{(n+1)}(z_0) = \mathbf{0}$.

Die Elemente der ersten Reihe ergeben sich durch Integration von Gleichung (B.10):

$$M_{1j}^{(n+1)} = \int_{z_0}^{z_1} dz \left(-\Omega_3 M_{2j}^{(n)} + \Omega_2 M_{3j}^{(n)} \right). \quad (\text{B.13})$$

Um die Lösungen für die zweite und dritte Reihe zu erhalten, wird Gleichung (B.12) mit i multipliziert und zu Gleichung (B.11) addiert:

$$\frac{d}{dz} \left(M_{2j}^{(n+1)} + i M_{3j}^{(n+1)} \right) = i \Omega_1 (M_{2j}^{(n+1)} + i M_{3j}^{(n+1)}) + (\Omega_3 - i \Omega_2) M_{1j}^{(n)}. \quad (\text{B.14})$$

Daraus folgt

$$M_{2j}^{(n+1)} + i M_{3j}^{(n+1)} = e^{i W_1} \int_{z_0}^{z_1} dz (\Omega_3 - i \Omega_2) M_{1j}^{(n)} e^{-i W_1(z)}, \quad (\text{B.15})$$

wobei

$$W_1(z) = \int_{z_0}^z dz' \Omega_1(z') \quad W_1 = W_1(z_1) \quad (\text{B.16})$$

gilt. Eine Trennung von Real- und Imaginärteil führt zu den Lösungen

$$M_{2j}^{(n+1)} = P_j^{(n)} \cos W_1 + Q_j^{(n)} \sin W_1 \quad (\text{B.17})$$

$$M_{3j}^{(n+1)} = P_j^{(n)} \sin W_1 - Q_j^{(n)} \cos W_1 \quad (\text{B.18})$$

mit

$$\begin{aligned} P_j^{(n)} &= \int_{z_0}^{z_1} dz (\Omega_3 \cos W_1(z) - \Omega_2 \sin W_1(z)) M_{1j}^{(n)} \\ Q_j^{(n)} &= \int_{z_0}^{z_1} dz (\Omega_3 \sin W_1(z) + \Omega_2 \cos W_1(z)) M_{1j}^{(n)}. \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Mit diesen Ergebnissen kann die Matrix $\mathbb{M}^{(1)}$ berechnet werden:

$$\mathbb{M}^{(1)}(z_1) = \begin{pmatrix} 0 & -P_1^{(0)} & Q_1^{(0)} \\ P_1^{(0)} \cos W_1 + Q_1^{(0)} \sin W_1 & 0 & 0 \\ P_1^{(0)} \sin W_1 - Q_1^{(0)} \cos W_1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.20})$$

Die Summe aus $\mathbb{M}^{(0)}$ und $\mathbb{M}^{(1)}$ ergibt die in Gleichung (1.50) angegebene Näherungslösung, bei der der Einfluß von Ω_2 und Ω_3 in erster Ordnung berücksichtigt ist. Exakte numerische Berechnungen von \mathbb{M} über Gleichung (B.4) für typische Magnetfeldkonfigurationen am W7-AS ergeben keine signifikanten Unterschiede zu den näherungsweise berechneten Müllermatrizen $\mathbb{M} = \mathbb{M}^{(0)} + \mathbb{M}^{(1)}$.

Literaturverzeichnis

- [1] M. Faraday, Philos. Trans. Roy. Soc. (1846).
- [2] M. Born, *Optik*, Springer, Berlin, 2. Auflage, 1965, S. 353.
- [3] A. Cotton und H. Mouton, C. R. Acad. Sci. **141**, 317, 349 (1905).
- [4] F. Herlach und K. Dransfeld, *Strong and Ultrastrong Magnetic Fields and Their Applications*, Springer-Verlag, Berlin, 1985, S. 150.
- [5] G. Maret, Complex fluids and biological suspensions in high magnetic fields, in *Physical Phenomena at High Magnetic Fields*, bearbeitet von E. Manousakis, Addison-Wesley, Redwood City, 1992.
- [6] L. Genzel, *Licht und Materie Ia*, Band XXV/2a aus *Handbuch der Physik*, Springer, Berlin, 1967, S. 280f.
- [7] P. Buratti, Vorschlag eines Cotton-Mouton-Polarimeters für ITER bei Treffen mit dem European Home Team, 1995.
- [8] H. J. Hartfuß, T. Geist, und M. Hirsch, Heterodyne methods in millimetre wave plasma diagnostics with applications to ECE, interferometry and reflectometry, *Plasma Phys. Control. Fusion* **39**, 1693 (1997).
- [9] H. J. Hartfuß, RF techniques in fusion plasma diagnostics, *Plasma Phys. Control. Fusion*, erscheint 1998.
- [10] M. Grolli und G. Maddaluno, Experimental approach to polarimetric density measurement on FT machine, *Nucl. Fusion* **22**, 961 (1982).
- [11] V. F. Shevchenko, A. A. Petrov, V. G. Petrov, und Y. A. Chaplygin, Polarization Microwave Interferometer with Unambiguous Phase Reading for Measurements in the T-11M Tokamak, *Plasma Physics Reports* **22**, 28 (1996).
- [12] G. Grieger et al., Physics Optimization of Stellarators, *Phys. Fluids* **B4**, 2081 (1992).
- [13] D. Clarke und J. F. Graininger, *Polarized Light and Optical Measurement*, Pergamon, New York, 1. Auflage, 1971, S. 26ff.

- [14] G. S. Ramachandran und S. Ramaseshan, *Kristalloptik - Beugung*, Band XXV/1 aus *Handbuch der Physik*, Springer, Berlin, 1961, S. 1ff.
- [15] S. E. Segre, The measurement of poloidal magnetic field in a tokamak by the change of polarization of an e.m. wave, *Plasma Physics* **20**, 295 (1978).
- [16] W. A. Shurcliff und S. S. Ballard, *Polarized Light*, D. Van Nostrand Company, London, 1964, S. 89.
- [17] U. Schumacher, *Fusionsforschung*, Wissenschaftliche Buchgesellschaft Darmstadt, Darmstadt, 1993, S. 48.
- [18] J. Wesson, *Tokamaks*, Clarendon Press, Oxford, 2. Auflage, 1997, S. 68ff.
- [19] M. A. Heald und C. B. Wharton, *Plasma Diagnostics with Microwaves*, John Wiley & Sons Inc., New York, 1965, S. 23ff, 110ff.
- [20] S. E. Segre, Plasma polarimetry for large Cotton-Mouton and Faraday effects, *Phys. Plasmas* **2**, 2908 (1995).
- [21] S. E. Segre, Analytic expressions for polarimetry in plasma with large Cotton-Mouton or Faraday effects, *Phys. Plasmas* **3**, 1182 (1996).
- [22] B. Levush, T. M. Antonsen, A. Bromborsky, W.-R. Lou, und Y. Carmel, Theory of Relativistic Backward-Wave Oscillators with End Reflections, *IEEE Transactions on Plasma Science* **20**, 263 (1992).
- [23] A. J. Mager, Magnetic Shields, *IEEE Transactions on Magnetics* **MAG-6**(1), 67 (1970).
- [24] *Magnetische Abschirmungen*, Firmenschrift der Vacuumschmelze GmbH Hannau, 2. Auflage, 1975.
- [25] K. Chang, *Handbook of Microwave and Optical Components*, Band 2, John Wiley & Sons, New York, 1990, S. 71.
- [26] J. Johansson und E. Kollberg, Quasi-Optical Techniques, in *Coherent Detection at Millimeter Wavelengths and their Applications*, bearbeitet von P. Encrenanz, C. Laurent, S. Gulkis, E. Kollberg, und G. Winnesser, Nova Science Publishers, New York, 1991.
- [27] M. Raum, Fertigung elliptischer Spiegel, Bericht Rau/1, Universität Erlangen-Nürnberg, Mai 1992.
- [28] A. J. Baden Fuller, *Mikrowellen*, Friedr. Vieweg + Sohn, Braunschweig, 1974, S. 61ff.
- [29] C. J. Edgcombe, *Gyrotron Oscillators*, Taylor and Francis, London, 1993, S. 375.

- [30] J. P. Crenn, A study of waveguides for far infrared interferometers measuring electron density of tokamak plasmas, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* **27**, 573 (1979).
- [31] K. Chang, *Handbook of Microwave and Optical Components*, Band 1, John Wiley & Sons, New York, 1989, S. 352.
- [32] J. W. Lamb, Miscellaneous data on materials for millimetre and submillimetre optics, *Intern. J. Infrared and Millim. Waves* **17**, 1997 (1996).
- [33] A. A. M. Saleh, Polarization-Independent, Multilayer Dielectrics at Oblique Incidence, *The Bell System Technical Journal* **54**, 1027 (1975).
- [34] W. G. Chambers, A. E. Costley, und T. J. Parker, Characteristic curves for the spectroscopic performance of free-standing wire grids at millimeter and submillimeter wavelengths, *Intern. J. Infrared and Millim. Waves* **9**, 157 (1996).
- [35] K. F. Renk und L. Genzel, Interference Filters and Fabry-Perot Interferometers for the Far Infrared, *Applied Optics* **1**, 643 (1962).
- [36] F. Wagner und U. Stroth, Transport in toroidal devices – the experimentalist's view, *Plasma Phys. Control. Fusion* **33**, 1321 (1993).
- [37] T. Geist, E. Würsching, und H. J. Hartfuß, Handbuch zum 160 GHz Interferometer an W7-AS, IPP-Bericht III/221, Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, 85748 Garching bei München, Juli 1997.
- [38] D. A. Weller, A. und Spong, R. Jänicke, A. Lazaros, F. P. Penningsfeld, S. Sattler, W7-AS Team, und NBI Group, Neutral Beam Driven Global Alfvén Eigenmodes in the Wendelstein W7-AS Stellarator, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1220 (1994).

Danksagung

Diese Arbeit entstand am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik unter der Anleitung von Herrn Prof. Dr. F. Wagner. Er ermöglichte mir die Bearbeitung dieses Themas und begleitete mich mit wertvollen Anregungen. Dafür möchte ich mich an dieser Stelle bedanken.

Die akademische Betreuung an der Universität Regensburg übernahm Herr Prof. Dr. K. F. Renk. Er stand dem Thema stets aufgeschlossen gegenüber. Auch ihm gebührt mein Dank.

Besonderen Dank verdient Herr Dr. H.-J. Hartfuß, der den Anstoß für die Bearbeitung dieses Themas gab. Er übernahm die Betreuung am IPP und war stets ein unverzichtbarer Ratgeber. Unseren zahlreichen Gesprächen konnte ich viele wertvolle Hinweise entnehmen.

Den Herren Prof. S. E. Segre und Dr. P. Buratti von ENEA, Frascati, auf deren Arbeiten die Idee für den Bau eines Cotton-Mouton-Polarimeters zurückgeht, möchte ich für ihre Unterstützung dieses Projekts danken.

Mein Dank gilt auch den Herren Dr. W. Kasperek und Dr. D. Wagner vom IPF der Universität Stuttgart für Ihre Auskünfte zur Ausbreitung von Wellen in Hohlleitern.

Die technische Umsetzung des Experiments erforderte die Hilfe vieler Mitarbeiter des IPP. Insbesondere bei Herrn M. Bergbauer möchte ich mich für seinen Einsatz beim Aufbau der Apparatur bedanken.

Darüberhinaus danke ich den Kollegen des W7-AS Teams für die Zeit, die sie sich für die Beantwortung meiner Fragen genommen haben.