

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Plasma-Randschicht mit aktiver Oberfläche

Teil 2

E. Hantsche

IPP 8/12

März 1997

Humboldt-Universität Berlin, Institut für Physik,
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Bereich Plasmadiagnostik Berlin

Plasma-Randschicht mit aktiver Oberfläche

(Teil 2)

E. Hantzsche
Berlin

Zusammenfassung:

Die Raumladungs-Randschicht zwischen Plasma und Wand (Langmuir-Debye-Schicht) verändert ihre Eigenschaften, wenn von der Oberfläche Elektronen ins Plasma emittiert werden. Die Wand verhält sich nicht mehr rein passiv, sie beeinflusst aktiv die Randschicht und das Plasma. Eine genügend intensive Elektronenemission kann auch die Voraussetzung dafür schaffen, daß die normalerweise homogene und stationäre Randschicht instabil wird und schließlich in ein System unipolarer plasmainduzierter Brennflecke zerfällt.

Im ersten Teil dieses Berichts waren diese Veränderungen untersucht worden unter der Annahme, daß die Ausbeute der Elektronenemission γ als unabhängige Variable frei wählbar ist. Tatsächlich wird die Ausbeute jedoch weitgehend durch die Wechselwirkung des Plasmas mit der Wand festgelegt. Deshalb werden in diesem Teil 2 der Untersuchung zunächst die physikalischen Ursachen und die quantitativen Ausbeuten der verschiedenen Prozesse, die zur Elektronenemission führen, beschrieben und näherungsweise formuliert. Eine relativ niedrige Sekundäremission von Elektronen durch auftreffende Ionen und Elektronen ist stets vorhanden. Entscheidend ist jedoch das Wirksamwerden der Thermoemission bzw. Thermofeldemission (TF) mit ihren sehr hohen Ausbeuten, sobald die Energieflußdichte zur Oberfläche genügend groß wird.

Verschiedene Parameter der stationären Randschicht wurden unter Berücksichtigung der Rückkopplung durch diese selbstkonsistente Elektronenemission berechnet. Solche Parameter sind insbesondere der Potentialabfall in der Randschicht (u_0), die Energieflußdichte infolge der Teilchenflüsse an der Oberfläche (q) und durch Joulesche Heizung in der Wand (q_j), die Oberflächentemperatur (τ_0) und die Elektronenemissions-Ausbeute (γ), dies als Funktion der Netto-Stromdichte (i).

Die Berechnung erfolgte in zwei Stufen: Zunächst für ein vereinfachtes Modell, in dem die Rückwirkung der emittierten Elektronen auf das Plasma unberücksichtigt bleibt, und dann für das bereits in Teil 1 dieses Berichts beschriebene erweiterte Modell 1, bei dem die emittierten (und thermalisierten) Elektronen als zusätzliche Komponente des Plasmas betrachtet werden. Soweit möglich, wurden wieder (wie in Teil 1) die bereits oben erwähnten dimensionslosen Variablen verwendet; deren Zusammenhang mit materialabhängigen physikalischen Größen wird an Hand von Beispielen dargestellt.

Die Ergebnisse zeigen, daß die Randschicht-Eigenschaften sehr empfindlich von den Absolutwerten der Stromdichten abhängen, und daß sich die Parameter der Randschicht bei Einsetzen der Thermoemission drastisch verändern. Durch diesen Emissionsprozeß werden hohe Netto-Stromdichten (i) erst möglich, das Randschicht-Potential (u_0) nimmt ab, während die Gesamt-Energiefreisetzung ($q + q_j$) ansteigt. Es gibt Parameterbereiche, besonders bei hohen Stromdichten, in denen überhaupt keine stationären Lösungen existieren.

Verschiedene mögliche Wege, die zur Instabilität und zum Umschlag der homogenen Randschicht in plasmainduzierte Bogen-Brennflecken führen können, werden angegeben und diskutiert. In jedem Fall ist eine intensive Thermofeldemission, die bei weiter ansteigender Stromdichte bis zum Grenzfall des thermischen Runaways und zur explosiven Erzeugung einer dichten Plasmawolke führen kann, für den Umschlag entscheidend.

Schließlich werden mögliche und sinnvolle Erweiterungen der in diesem Bericht untersuchten Modelle für die Plasma-Randschicht vorgeschlagen; insbesondere müßte zusätzlich die Material-Verdampfung von der Wand berücksichtigt werden sowie die explizite zeitliche Entwicklung der Umschlagprozesse.

Plasma boundary layer with active surface

(Part 2)

E. Hantzsche
Berlin

Abstract:

The Langmuir-Debye space charge sheath between plasma and wall changes its properties if electrons are emitted from the surface and enter the plasma. The wall does not remain in its passive state but becomes active, getting influence on the sheath and the plasma. At sufficient high emission yields the sheath - normally homogeneous and stationary - may become instable, disintegrating finally into separate unipolar plasma-induced arc spots.

In the first part of this report these changes had been considered on condition that the yield γ of electron emission is an independent variable and can be chosen arbitrarily. However, in reality the yield is largely determined by the interaction between plasma and wall. Therefore, in this second part of the investigation at first physical sources are considered and the quantitative outputs of several processes resulting in electron emission. In any case, there is some secondary electron emission on a low level by impacting ions and electrons. Decisive is thermionic emission - or even thermo-field-emission (TF) - with its very high yield, becoming effective as soon as the energy flux density towards the surface is sufficiently high.

Several parameters of the stationary sheath are calculated taking into account the feedback of these self-consistent electron emission processes. Especially, such parameters are: potential drop across the sheath (u_0), power density connected with particle fluxes (q) and caused by Joule heat production (q_j), surface temperature (τ_0) and electron emission yield (γ) as functions of the net current density (i).

The calculation has been performed in two steps: At first in case of a simplified model, neglecting the feedback of the emitted electrons on the plasma, and afterwards in case of the extended model 1 (as discussed in part 1 of this report), considering the emitted (and thermalized) electrons as an additional component of the plasma. As far as possible, dimensionless variables are used again (as in part 1, and as indicated above); the material-dependent connection with physical quantities is demonstrated in examples.

Die Berechnung

The results show a very strong dependence of the sheath properties on the absolute current densities, and a decisive change of the sheath parameters with the start of TF emission. By this emission process high net current densities (i) become possible, the sheath potential (u_0) drops, while the total power generation ($q + q_i$) increases. There exist regions in the space of parameters without any stationary solution at all, especially in case of high current densities.

Several ways possibly resulting in sheath instability and sheath transition to plasma-induced arc spots are indicated and discussed. In any case an intensive thermo-field-emission is decisive for the transition, with further increasing current density, probably leading to the final state of thermal runaway and explosive generation of dense plasma clouds.

Finally, possible and significant extensions of the sheath model (as investigated in this report) are proposed, mainly the additional consideration of evaporation from the wall and the explicit temporal development of the sheath transition processes.

1. Einführung

1.1. Zur Problemstellung

Die zwischen Plasma und Wand befindliche Grenzschicht wird durch die Flüsse der Ionen und Elektronen zur Wand bzw. durch deren Raumladung erzeugt und in ihren Parametern festgelegt. Die Eigenschaften des wandnahen Plasmas determinieren diese Parameter vollständig, die Wand verhält sich dabei (zunächst) völlig passiv.

Wenn die Wand jedoch Elektronen emittiert, beteiligt sie sich aktiv an der Formierung der Grenzschicht, und zwar in zweierlei Hinsicht:

1. direkt, indem die emittierten Elektronen zum Stromfluß und zur Raumladung beitragen;
2. indirekt, indem die emittierten Elektronen in das vor der Wand befindliche Plasma eindringen und dessen Parameter verändern, was wiederum zu einer Rückwirkung auf die Schichtparameter führt.

Das erste Ziel dieser Untersuchung besteht darin, den Einfluß der Elektronenemission auf die Grenzschicht quantitativ zu untersuchen und zu erklären.

Die normalerweise stabile und stationäre Randschicht kann jedoch unter dem Einfluß des Plasmas selbst instabil werden, indem sie "hot spots" bildet und schließlich in hochgradig zeitabhängige Strukturen zerfällt (Entstehung von unipolaren bzw. plasmainduzierten Bogen-Brennflecken). Es ist zu erwarten, daß eine zunehmende Emission von Elektronen aus der Wand den ersten Schritt in Richtung auf eine solche Instabilität darstellt, zumal die Endzustände, d.h. die Brennflecken, durch eine sehr hohe Thermofeld-Emission von Elektronen gekennzeichnet sind. Ein zweites Ziel dieser Studie ist deshalb, die als Folge der Elektronenemission sich abzeichnenden Entwicklungswege in Richtung auf eine Instabilität der Randschicht aufzuspüren.

Es gibt zahlreiche Hinweise aus Experimenten, die das Instabilwerden der "normalen" Randschicht und den Übergang zu anderen (stark inhomogenen, z.T. instationären) Zuständen erkennen lassen, z.B. die erwähnte Bildung von "hot spots" im wandnahen Plasma von Fusionsexperimenten ([2 - 6], zur theoretischen Interpretation siehe auch [7 - 9]), die "Carbon blooms" (z.B. [2], [10]) oder der Nachweis von Unipolarbögen ([11 - 22]). Verschiedene Aspekte der Rückwirkungen einer Elektronenemission auf die Randschicht wurden ebenfalls bereits untersucht, siehe z.B. [3], [23 - 31].

Wir betrachten hier die Parameter des Plasmas als (zunächst) fest vorgegeben; das gilt insbesondere für die Temperatur der primären Plasmaelektronen $T_e = T_{e1}$ und für die Ionentemperatur T_i sowie für die Plasmadichte n_0 ; diese Werte gelten an der Schichtkante (vgl. dazu Abschnitt 3.2.).

Der für alle weiteren Diskussionen wesentlichste Randschicht-Parameter ist die Potentialdifferenz U_0 zwischen Plasma und Wand. Speziell im stromfreien Fall (floating conditions) wird U_0 vollständig durch die Elektronentemperatur fixiert. Im allgemeineren Fall, wenn ein Netto-Stromfluß (mit der Stromdichte j) zwischen Plasma und Wand vorhanden ist, wird U_0 auch von j abhängig. Für die Beschreibung dieses Zusammenhangs ist es nicht erforderlich, die räumliche Abhängigkeit des Potentials in der Randschicht über eine Integration der Poisson-Gleichung zu ermitteln, es genügt vielmehr die Anwendung einer Bilanzgleichung, unter Annahme von Raumladungsfreiheit im Plasma als Randbedingung, unter der Voraussetzung einer Boltzmann-Verteilung für die Plasmaelektronen und unter Berücksichtigung der Bohm-Bedingung beim Ionenfluß in Richtung Wand, d.h. der Ionenbeschleunigung in der Vorschicht (z.B. [1]). Neben U_0 kann dann auch der Energiefluß P aus dem Plasma zur Wand leicht berechnet werden, der schließlich - wenn er hinreichend groß wird - für die Frage nach der Stabilität der Randschicht entscheidende Bedeutung erlangt.

Dies alles gilt zunächst für die passive Wand. Wenn die Oberfläche jedoch Elektronen emittiert, erhält man noch eine weitere Komponente in der Strombilanz: Die Emissions-Stromdichte j_{ee} ist damit - neben j - ein zusätzlicher unabhängiger Parameter, der U_0 und P beeinflusst. Überdies verdrängen die emittierten (sekundären) Elektronen teilweise die primären Elektronen des Plasmas (da die Gesamtdichte wegen der Ionen-Trägheit als näherungsweise konstant angesehen werden kann, [1]). Die im Randschichtfeld beschleunigten sekundären Elektronen werden durch Stöße gestreut und teilweise thermalisiert (Temperatur T_{e2}) und können dann wieder zum Fluß der Plasmaelektronen zur Wand beitragen; sie verändern jedoch diesen Fluß wegen ihrer (zunächst) abweichenden Temperatur (normalerweise gilt $T_{e1} \neq T_{e2}$).

1.2. Rückblick auf Teil 1

In Teil 1 dieser Untersuchung [1] wurden die hier nur kurz beschriebenen Zusammenhänge abgeleitet und quantitativ dargestellt. Die erforderlichen Gleichungen werden nur insoweit wiederholt, wie sie für die erweiterten Modelle erforderlich sind. Es genügt dabei, dimensionslose Größen einzuführen, die eine Verallgemeinerung der Ergebnisse erlauben: Alle Energien, Temperaturen und Potentiale werden in Einheiten der (als invariant angesehenen) primären Elektronentemperatur kT_{e1} gemessen, alle Stromdichten in Einheiten der (nahezu konstanten) Ionenstromdichte j_i aus dem Plasma zur Wand (= Ionensättigungs-Stromdichte), und die Komponenten des Energieflusses in Einheiten der durch die Ionen transportierten thermischen Energie. Explizit verwenden wir deshalb wieder folgende dimensionslose Größen:

Für die Potentiale $u = eU^*/kT_{e1}$, mit $U^* = -U$ (wir setzen das Plasmapotential = 0, das Wandpotential U_0 ist deshalb < 0 , während das dimensionslose Wandpotential u_0 stets > 0 wird). Für die Temperaturen erhält man $\tau_k = T_k/T_{e1}$ (mit den Indizes $k = e2, i$, oder auch 0 für die Oberflächentemperatur T_0), für das Verhältnis der Stromdichten $i_k = j_k/j_i$, jedoch speziell für den Elektronen-Emissionskoeffizient $\gamma = j_{ee}/j_i$. Schließlich ist die dimensionslose Energieflußdichte $q = eP/(kT_{e1}j_i)$.

Auch die in Teil 1 beschriebenen Ergebnisse und deren Diskussion werden hier nicht explizit wiederholt. Es erscheint jedoch notwendig, noch einmal auf zwei Schwierigkeiten hinzuweisen. Die erste liegt darin, daß es analytisch kaum möglich ist, den Zustand der Sekundärelektronen im Plasma, d.h. ihre Verteilungsfunktion auch nur annähernd exakt anzugeben. Normalerweise unterscheidet sich ihre (im Randschichtpotential akkumulierte) mittlere Energie von der der primären Plasmaelektronen. Durch Stöße an Ionen und mit den primären und sekundären Elektronen werden sie gestreut, isotropisiert und allmählich thermalisiert, zumindest partiell. Gerade in dieser Frühphase nach wenigen Stößen im Plasma ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie zur Oberfläche zurückkehren, besonders hoch. Diese sekundären Elektronen befinden sich dann in einem schwer zu beschreibenden Zwischenzustand. Wir haben deshalb in [1] zwei einfache Grenzfälle betrachtet: Im Modellfall 1 behalten die sekundären Elektronen ihre Energie und thermalisieren ohne Energieaustausch mit den primären Elektronen, sie bleiben von diesen energetisch getrennt, es gibt zwei Elektronen-Ensembles. Im Modellfall 2 setzen wir voraus, daß die Sekundärelektronen sich vollständig mit den primären Elektronen mischen und daß alle eine einheitliche Temperatur besitzen: Es gibt nur noch ein Elektronen-Ensemble. Beide Fälle sind grobe Vereinfachungen, die aber wahrscheinlich den tatsächlichen Sachverhalt zwischen sich einschließen. Glücklicherweise stellt sich heraus [1], daß die Ergebnisse für diese beiden Grenzfall-Modelle sich nicht sehr stark voneinander unterscheiden, so daß die verbleibende Unsicherheit die Zuverlässigkeit der Aussagen und die quantitative Korrektheit der Resultate nicht erheblich verringert.

Eine zweite Unsicherheit liegt in der Abweichung der Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen von der Boltzmann-Verteilung, bedingt durch den ständigen Abfluß der hochenergetischen thermischen Elektronen zur Wand, der durch Stöße nicht genügend schnell wieder kompensiert werden kann. Dies führt zu einer Verminderung der Elektronen-Flußdichte j_{ep} , die pauschal durch einen konstanten Faktor $\xi < 1$ berücksichtigt wurde (im Modellfall 1 unterschiedlich mit ξ_1 bzw. ξ_2), um nicht auf die schwierigen Details der Wiederauffüllungsprozesse für den hochenergetischen Bereich in der Boltzmannverteilung der Plasmaelektronen eingehen zu müssen.

2. Die Rückkopplung der Elektronenemission

2.1. Ein erweitertes Modell der aktiven Randschicht

Die in Teil 1 [1] beschriebenen Untersuchungen beruhen auf der Annahme, daß die Netto-Stromdichte j und die Elektronen-Emissionsstromdichte j_{ee} vorgegeben sind als unabhängige Größen. Die Auswirkung dieser beiden Parameter auf die charakteristischen Eigenschaften der Plasma-Randschicht ergeben sich dann unmittelbar und problemlos (wenn man von den beiden schon diskutierten Schwierigkeiten absieht, die aber offenbar normalerweise in quantitativer Hinsicht keine große Rolle spielen). Der Einfluß eines eventuell überlagerten Magnetfeldes wird dabei nicht betrachtet. Die funktionalen Zusammenhänge lassen sich durch die Einführung dimensionsloser Größen - wie oben (Abschnitt 1.2.) definiert - allgemeingültig formulieren.

Von den genannten beiden unabhängigen Variablen ist j tatsächlich "von außen" steuerbar, nämlich durch an die Wände (bzw. Elektroden) angelegte Spannungen, doch ist die lokale Stromdichte im übrigen durch das Gesamtsystem weitgehend festgelegt, nämlich durch im Plasma induzierte Felder oder elektrostatische Felder (z.B. durch Raumladungen), sie wird aber auch beeinflusst durch die räumliche Verteilung der Leitfähigkeit des Plasmas, durch Dichte- und Temperaturgradienten, durch die Rückwirkung der Wände auf das Plasma, durch die Geometrie und die Eigenschaften der Wandmaterialien (insbesondere die spezifischen Widerstände) und durch die festen Leiter, die die Verbindung zwischen den Teilen des Systems, zu den Stromquellen oder zur Erde herstellen, usw. Das sind im allgemeinen sehr komplizierte und nur in einfachen Spezialfällen modellierbare Zusammenhänge. Wir betrachten deshalb j (bzw. dimensionslos: i) nach wie vor als unabhängig wählbare bzw. als vorgegebene Größe.

Auch der zweite Parameter, die Emissions-Stromdichte j_{ee} , kann u.U. "von außen" merklich beeinflusst werden; normalerweise und im wesentlichen wird er jedoch durch das Plasma und die Plasma-Wand-Wechselwirkung selbst festgelegt, und zwar in einer sehr viel direkteren und dadurch viel leichter durchschaubaren und funktional beschreibbaren Weise als die Netto-Stromdichte j , da es sich bei der Emission um ein ausschließlich lokales Phänomen handelt, das vom Zustand des Gesamtsystems kaum beeinflusst wird. Daraus folgt, daß j_{ee} tatsächlich nicht frei wählbar ist, sondern durch die Prozesse in der Plasma-Randschicht und an der Oberfläche verursacht und fixiert wird. Wir betrachten also im folgenden die Abhängigkeit des Elektronen-Emissionskoeffizienten $\gamma = j_{ee}/j_i$ von den Parametern des wandnahen Plasmas, der Randschicht und der Wand.

Die physikalischen Prozesse, die zur Elektronenemission beitragen können, sind vielfältig. Einerseits gibt es die Sekundäremission von Elektronen durch den Aufprall von Elektronen, Ionen, neutralen Atomen bzw. Molekülen und durch Photonen, andererseits die Thermo-Feld-Emission mit den Spezialfällen der reinen Thermoemission und der reinen Feldemission. Die erstgenannten sind individuelle Prozesse mit einer streng linearen Ausbeute (d.h. j_{ee} ist proportional den auftreffenden Flußdichten aus dem Plasma) und abhängig hauptsächlich von der Energie der auftreffenden Teilchen (und damit u.a. von U_0). Der letztgenannte Emissionsmechanismus beruht dagegen auf kollektiven Prozessen, die von den (im wesentlichen) makroskopischen Eigenschaften der Wandoberfläche - wie geometrische Struktur und chemische Zusammensetzung - und von den Eigenschaften der Randschicht abhängen und die durch die Oberflächen-Temperatur der Wand (T_0) und die elektrische Oberflächen-Feldstärke (F_0) verursacht und bestimmt werden, wobei die Ausbeute hochgradig nichtlinear von den genannten beiden Parametern abhängig ist. Die Temperatur T_0 wird wiederum durch den Leistungsfluß P aus dem Plasma zur Oberfläche festgelegt, F_0 durch die Raumladungen der Ionen und Elektronen in der Randschicht: Alle diese Größen werden also durch die Plasmaparameter selbst gesteuert. Da diese aber auch U_0 und P festlegen, wird damit auch j_{ee} eine Funktion von U_0 und P . Die Rückkopplung der Elektronenemission besteht also, in dimensionslosen Größen formuliert, in dem funktionalen Zusammenhang $\gamma = \gamma(u_0, q)$, während andererseits, wie in [1] gezeigt, sowohl u_0 als auch q von γ mitbestimmt werden.

2.2. Der Emissionskoeffizient

Der Elektronen-Emissionskoeffizient der Wand setzt sich, wie beschrieben, aus zwei wesentlich verschiedenen Anteilen zusammen, die durch Sekundärelektronenemission (im engeren Sinne) und durch Thermoemission bzw. Thermofeldemission verursacht werden. Es ist also $\gamma = \gamma_{SE} + \gamma_{TF}$.

2.2.1. Sekundäremission

Die Elektronenemission durch Ionen- und Elektronenaufprall wird möglich, wenn dabei genügend Energie zur Überwindung der Potentialschwelle an der Oberfläche (Austrittsarbeit $e\phi$) für Elektronen des Leitungsbandes zur Verfügung gestellt wird. Wir verwenden den folgenden linearen Ansatz für die Emissionsstromdichte

$$j_{ee,SE} = \gamma_1 j_i [c_1 + c_2 ZeU_0 + c_{e1} kT_e + c_i kT_i] + \gamma_2 j_{ep} c_{e2} kT_e + \gamma_0 c_p \quad (1)$$

Dabei beschreibt der erste Term die Sekundäremission durch Ionen (mit den Anteilen der potentiellen und kinetischen Energie), der zweite Term die Emission durch Plasmaelektronen, der dritte Term die Photoemission (eventuell einschließlich der Emission durch neutrale Atome). Die γ_k sind Konstanten, die c_k angepaßte Koeffizienten. Mit den einfachen Ansätzen $c_2 = 1/kT_e$, $c_{e1} = Z/kT_e$, $c_i = c_i' Z/kT_e$, $c_{e2} = 1/kT_e$ und $c_p = c_0 j_i$ erhalten wir nach Division durch die Ionenstromdichte j_i und mit dimensionslosen Größen

$$\gamma_{SE} = \gamma_{01} + \gamma_1 G_1 + \gamma_2 (\gamma + 1 - i) G_2 \quad (2)$$

wegen $i_{ep} = j_{ep}/j_i = (i - 1 - \gamma)$, mit $G_1 = Z(u_0 + 1 + c_i' \tau_i)$, und $G_2 = 1$. Falls jedoch die Veränderung der Elektronentemperatur durch die emittierten Elektronen berücksichtigt wird (Modellfall 1 oder 2), wird $G_2 = v_1 + 2(1-v_1)u_0/3$ (mit dem Anteil $v_1 < 1$ der primären Elektronen, vgl. [1]). Ferner ist $\gamma_{01} = \gamma_1 c_1 + \gamma_0 c_0$ (wobei hier $c_0 = c_1 = 1$ gesetzt werden kann).

2.2.2. Thermofeldemission

Bei hohen Oberflächentemperaturen T_0 und/oder hohen Oberflächen-Feldstärken F_0 wird ein zusätzlicher Emissionsprozeß wirksam, die Thermofeldemission (TF-Emission). Wegen der normalerweise relativ niedrigen Dichte des primären Plasmas (z.B. in Fusionsexperimenten mit magnetischem Confinement, oder auch in üblichen Niederdruck-Gasentladungen) ist die elektrische Randschicht-Feldstärke an der Oberfläche nicht sehr hoch, jedenfalls nicht ausreichend für merkliche Feldemission (es sei denn, die Oberfläche weist ein sehr ausgeprägtes Mikro-Relief auf mit hohen Feldverstärkungs-Faktoren). Deshalb ist die Feldstärke normalerweise nicht die entscheidende physikalische Größe für die Emissionsausbeute, und es genügt, statt der allgemeinen Thermofeldemission lediglich die feldverstärkte Thermoemission zu betrachten, mit dem üblichen Richardson-Dushman-Ansatz unter Einbeziehung der Schottky-Korrektur:

$$j_{ee,TF} = c_T T_0^2 \exp[-c_3 \varphi/T_0] \quad (3)$$

mit $c_T = \text{const} = 1.20 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2 \text{K}^2$ und $c_3 = c_3'/(1 + c_F \sqrt{F_0}/\varphi)$, und mit $c_3' = e/k = 1.16 \cdot 10^4 \text{ K/V}$ und $c_F = (e/4\pi\epsilon_0)^{1/2} = 3.8 \cdot 10^{-5} \text{ (Vm)}^{1/2}$. Unter der Voraussetzung, daß die Schottky-Korrektur $c_F \sqrt{F_0}$ klein ist, kann man diese Form für c_3 wählen, da sie universaler anwendbar ist als die sonst übliche Beschreibung mit $c_3' \varphi(1 - c_F \sqrt{F_0})$ und selbst bei hohen Feldstärken wenigstens tendenziell richtig bleibt. Bezüglich einer allgemeingültigen Formulierung der TF-Emissionsausbeute siehe z.B. [32 - 36].

Die Oberflächentemperatur T_0 ergibt sich aus einer Energiebilanz (d.h. aus der Summe der Wärmeflußdichten an der Oberfläche) und einer Lösung der Wärmeleitungsgleichung, unter Berücksichtigung der Wärmeproduktion durch Ohmsche Heizung im Innern der Wand. Für den der Wirklichkeit nahekommenden Fall, daß der Wärmeleitkoeffizient κ des metallischen Wandmaterials konstant (also temperaturunabhängig) ist, während für die elektrische Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_0/T$ gilt (mit $\sigma_0 = \text{const}$), also bei Gültigkeit des Wiedemann-Franz'schen Gesetzes, ergibt eine Lösung des stationären Wärmeleitungsproblems für die Oberflächentemperatur T_0 innerhalb einer Kreisfläche mit dem Radius a , in der der Wärmefluß P in die Wand eintritt, (außerhalb ist $P = 0$ angenommen), in guter Näherung [37, 38]

$$T_0 = \left[T_{00} + \frac{P}{j} \sqrt{\frac{\sigma_0}{\kappa}} \sin X \right] / \cos X \quad (4)$$

mit

$$X = c_x \frac{4}{\pi} \frac{j a}{\sqrt{\kappa \sigma_0}} \quad (4a)$$

wobei c_x noch etwas von den genauen Randbedingungen an der Oberfläche abhängt (im einfachsten Fall können wir $c_x = 1$ setzen), und T_{00} ist die ursprüngliche Oberflächentemperatur (d.h. ohne Heizung).

Nach Division durch j_i und nach Einführung dimensionsloser Größen ergibt sich aus Gl. (3)

$$\gamma_{TF} = \alpha \frac{\tau_0^2}{j_i} \exp \left[- \beta_0 \varphi / \left(\tau_0 \left(1 + \delta_1 \sqrt{E_0} \frac{j_i^{1/4}}{\varphi} \right) \right) \right] \quad (5)$$

mit den Konstanten $\alpha = c_T T_{e1}^2$, $\beta_0 = c_3' / T_{e1}$, $\delta_1 = c_F \sqrt{(kT_{e1}/e)}$, und mit der reduzierten Form der Oberflächen-Feldstärke $f_0 = f(u = u_0) = eF_0 / (kT_{e1} j_i^{1/2})$, die näherungsweise aus einer Integration der Poisson-Gleichung innerhalb der Raumladungsschicht folgt, mit der Randbedingung an der Schichtkante $(du/dz)(u = 0) = f(u = 0) = 0$:

$$f_0^2 = c_{f0} \left[\frac{1}{Z} (\sqrt{1 + \tau_i + 2Zu_0} - \sqrt{1 + \tau_i}) + (i - 1 - \gamma) \frac{\sqrt{2\pi\mu}}{\xi} (e^{u_0} - 1) + \gamma\sqrt{\mu} (\sqrt{2\tau_0} - \sqrt{2(\tau_0 + u_0)}) \right] \quad (6)$$

mit $c_{f0} = (2em_i^{1/2})/(\epsilon_0(kT_{e1})^{3/2})$. Nach Gl. (6) setzt sich die Feldstärke aus drei Termen zusammen, die durch die Ionen, die Plasmaelektronen und die emittierten Elektronen verursacht werden.

Schließlich erhalten wir für die dimensionslose Oberflächentemperatur $\tau_0 = T_0/T_{e1}$ als Funktion der anderen dimensionslosen Größen der Randschicht aus Gl. (4):

$$\tau_0 = [\tau_{00} + \frac{q}{I} A_0 \sin(B_0 i j_i)] / \cos(B_0 i j_i) \quad (7)$$

mit den Konstanten $A_0 = (k/e) \sqrt{(\sigma_0/\kappa)}$ und $B_0 = c_x (\pi a/4) / \sqrt{(\sigma_0 \kappa)}$; ferner ist $\tau_{00} = T_{00}/T_{e1}$.

In der Energiebilanz und damit in der reduzierten Energieflußdichte q wird die effektive Austrittsarbeit $e\varphi$ infolge des anliegenden elektrischen Feldes (F_0) verringert; wir ersetzen deshalb dort φ durch φ^* , das sich näherungsweise aus

$$\varphi^* = \varphi / (1 + c_{ph} \sqrt{F_0} j_i^{1/4} / \varphi) \quad (8)$$

ergibt, mit $c_{ph} = \text{const}$, wobei wir dann (bei der numerischen Auswertung im Zusammenhang mit den anderen Gleichungen) jedoch stets $c_{ph} = \delta_1$ setzen.

2.3. Die Raumladungsbegrenzung

Der Potentialverlauf in der Plasmarandschicht (vgl. Abb. 1) wird durch die dort sich ausbildende und normalerweise positive Raumladung verursacht, die sich aus der überwiegenden Ionenraumladung und den negativen Raumladungen der Plasmaelektronen und der emittierten Elektronen zusammensetzt. Es ist deshalb verständlich, daß der Potentialabfall $|U_0|$ umso kleiner wird, je negativer der Nettostrom j ist, da dann immer mehr Plasmaelektronen sich auch im oberflächennahen Teil der Randschicht aufhalten und der positive Raumladungsüberschuß sich verringert (andererseits ist natürlich ein kleines $|U_0|$ auch Voraussetzung für einen hohen Plasmaelektronenstrom $|j_{ep}|$).

Die von der Oberfläche emittierten Elektronen tragen ebenso zur Verminderung der positiven Raumladungsdichte und damit zur Verkleinerung der Höhe der Potentialstufe bei. Ihr Einfluß konzentriert sich jedoch vor allem auf die unmittelbare Nähe der Oberfläche, wo diese Elektronen (wegen der relativ niedrigen Temperatur T_0) noch langsam sind und deshalb eine hohe räumliche Dichte besitzen. Bei genügend großem γ kann deshalb die Netto-Raumladung direkt vor der Oberfläche verschwinden oder sogar negativ werden. Dieser Fall hat jedoch keine Auswirkungen auf die Ströme und Teilchenbilanzen in der Randschicht.

Erst dann, wenn der Einfluß der emittierten Elektronen so groß wird, daß die elektrische Oberflächen-Feldstärke F_0 bis auf Null absinkt, treten erhebliche Änderungen ein. Der entsprechende kritische Grenzwert des Emissionskoeffizienten ist $\gamma = \gamma_{cr}$. Bei noch weiter vergrößertem γ bzw. j_{ee} wird $F_0 < 0$, d.h. es entsteht ein vor der Oberfläche liegendes Potentialminimum U_{min} und eine Raumladungs-Doppelschicht. Solange dabei $U_0^* > 0$ bleibt, ändert sich für den Ionenstrom j_i und den Plasmaelektronenstrom j_{ep} im Prinzip nichts, doch der Emissionsstrom j_{ee} wird nun durch die eigene Raumladung teilweise unterdrückt, da die emittierten Elektronen einen Potentialberg vor sich sehen, den sie nur dann überwinden können um das Plasma zu erreichen, wenn ihre (thermische) Energie bezüglich der z-Richtung, d.h. normal zur Oberfläche, größer ist als $e|U_{min} - U_0|$, wobei U_0 weiterhin das Oberflächenpotential bezeichnet. Die Emissionsstromdichte j_{ee} und der effektive γ -Koeffizient werden dadurch verringert.

Aus der Integration der Poisson-Gleichung in der Plasmarandschicht

$$\frac{d^2U}{dz^2} = - \frac{1}{\epsilon_0} \Sigma \rho_k \quad (9)$$

wobei der Index k über alle geladenen Teilchenarten läuft, mit den Randbedingungen an der Schichtkante $dU/dz (U = 0, z = d) = 0$ und jetzt zusätzlich an der Oberfläche $dU/dz (U = U_0, z = 0) = 0$ erhält man für den Grenzwert $\gamma = \gamma_{cr}$ mit den entsprechenden dimensionslosen Größen die Bedingung $f_0 = 0$ aus Gl. (6).

Das kritische Randschichtpotential wird dann $u_0 = u_{0,cr}$ (in Verbindung mit der Bedingung $d^2U/dz^2 = 0$ für $U = 0$), und ebenso folgt aus der Energiebilanz die kritische Wärmeflußdichte $q = q_{cr}$. Wenn man im Plasma lediglich die primären Elektronen berücksichtigt (d.h. im Falle des in Abschn. 3.1. beschriebenen vereinfachten Modells) erhält man also explizit die Bedingungsgleichung

$$0 = \left[\sqrt{1 + \tau_i + 2Zu_0} - \sqrt{1 + \tau_i} \right] - Z(\gamma + 1 - i) \sqrt{2\pi\mu} (e^{u_0} - 1) / \xi - \\ - Z\gamma\sqrt{\mu} \left[\sqrt{2(\tau_0 + u_0)} - \sqrt{2\tau_0} \right] \quad (10)$$

Für $\gamma < \gamma_{cr}$ ändert sich nichts gegenüber den bisherigen Ergebnissen (s.u., Abschnitt 3, und vgl. z.B. Teil 1, [1]); doch für $\gamma > \gamma_{cr}$ muß die Gl. (6) mit $f_0 = 0$ für das reduzierte Minimum-Potential u_{min} (statt für u_0) und für das (vorgegebene) γ erfüllt sein, woraus dann das effektive γ^* ($< \gamma$), das der reduzierten Emissionsstromdichte j_{ee} entspricht, aus

$$\gamma^* = \gamma \exp \left[\frac{u_0 - u_{min}}{\tau_0} \right] \quad (11)$$

sich ergibt. In allen Bedingungs- und Bilanzgleichungen für u_0 und für q usw. ist dann γ durch γ^* zu ersetzen.

In den Abbildungen 1 und 2 ist der Potentialverlauf (schematisch) für die beiden Fälle $\gamma < \gamma_{cr}$ und $\gamma > \gamma_{cr}$ dargestellt.

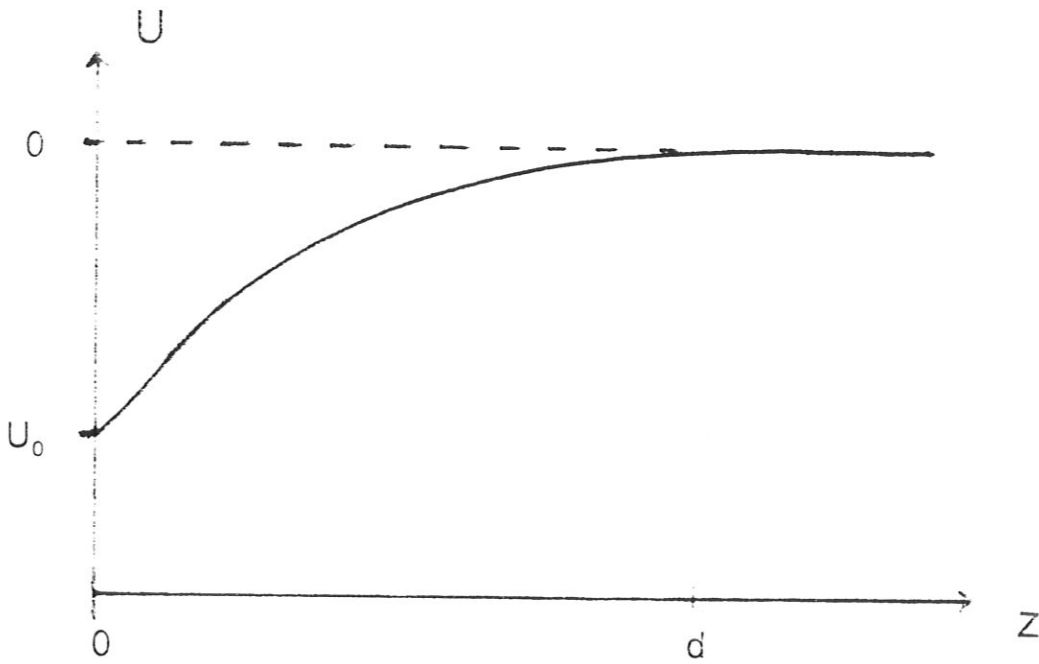


Abb. 1: Potentialverlauf in der Randschicht zwischen Plasma und Wand bei niedriger Elektronenemission, mit überall positiver Raumladung (schematisch)

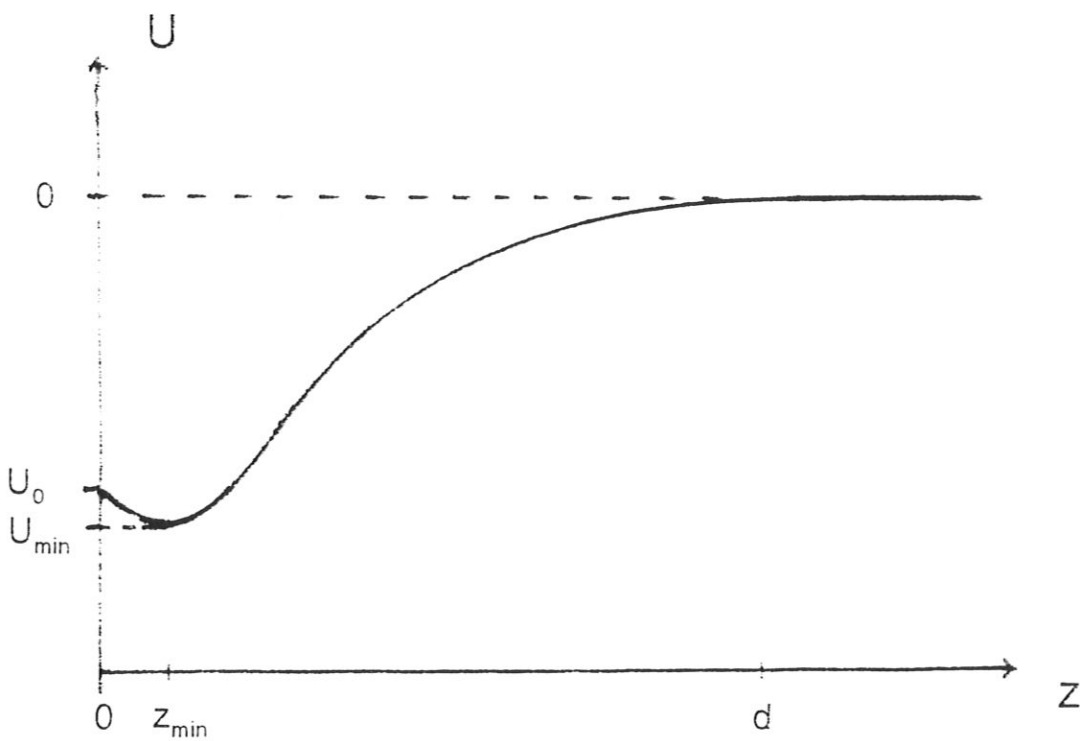


Abb. 2: Potentialverlauf in der Randschicht zwischen Plasma und Wand bei hoher Elektronenemission, mit Ausbildung einer Raumladungs-Doppelschicht und partieller Selbstblockierung der emittierten Elektronen (schematisch)

3. Ergebnisse

3.1. Das vereinfachte Rückkopplungs-Modell

3.1.1. Konzeption

Um sowohl die Raumladungsbegrenzung der Elektronenemission als auch die Steuerung des Emissionskoeffizienten durch die Randschichtparameter gewissermaßen "in Reinkultur" aufzuklären und zu veranschaulichen, erschien es sinnvoll, zunächst das Verhalten der Randschicht an Hand einer möglichst einfachen Modellvariante zu untersuchen. Und das heißt: an Hand eines Modells, in dem die Rückwirkung der emittierten Elektronen auf das Plasma und damit (indirekt) auf die Randschichtparameter - wie sie in Teil 1 dieser Studie [1] diskutiert worden ist - vernachlässigt wird.

Dieser Schritt ist nicht völlig unrealistisch, da 1.) der Anteil der sekundären Elektronen am Gesamt-Elektroneninventar des Plasmas gewöhnlich $\ll 1$ bleibt (sofern nicht $\gamma \gg 1$ wird), und weil 2.) die mittlere Energie der sekundären Elektronen im Plasma gewöhnlich zumindest größenordnungsmäßig in der Nähe von kT_e bleibt, weil ja auch $|eU_0|$ diese Größenordnung besitzt (ausgenommen natürlich extreme Fälle mit $u_0 \gg 1$ oder eventuell auch $u_0 \ll 1$, soweit die Raumladungsbegrenzung das zuläßt). Das in solcher Weise vereinfachte Modell erlaubt es, qualitativ und (mit einigen Einschränkungen) auch quantitativ diejenigen Effekte zu studieren, die durch die Abhängigkeit des Emissionskoeffizienten von den Randschicht-Parametern verursacht werden.

3.1.2. Gleichungen

In diesem vereinfachten Modell gibt es also nur noch ein einheitliches Elektronenensemble des Plasmas, das die Temperatur $T_e = T_{e1}$ der primären Elektronen besitzt. Weiterhin wird der kleine Anteil der nicht-thermalisierten Sekundärelektronen an der Elektronendichte nahe der Schichtkante vernachlässigt. Schließlich werden auch andere Beziehungen wie z.B. die Energiebilanz teilweise etwas vereinfacht. In der Emissionsgleichung (6) wurde der Vorfaktor als konstant angenommen (die Abhängigkeit von j_i erweist sich als unerheblich).

Wir verwenden damit folgende Gleichungen für die in Abschnitt 1 definierten dimensionslosen Größen:

Zunächst den Zusammenhang zwischen dem Randschichtpotential u_0 , dem Emissionskoeffizienten γ und der Netto-Stromdichte i (aus der Bedingung Raumladung $\Sigma\rho_k = 0$ für $u = 0$, d.h. an der Schichtkante, in Verbindung mit der Strombilanz $j = j_i + j_{ep} + j_{ee}$, vgl. [1]):

$$\frac{1}{\sqrt{1+\tau_i}} + (i - 1 - \gamma) \frac{\sqrt{2\pi\mu}}{\xi} e^{u_0} - \frac{\gamma\sqrt{\mu}}{\sqrt{2(\tau_0 + u_0)}} = 0 \quad (12)$$

An Stelle des Faktors $\xi < 1$ in (12), der die Verkleinerung des Plasmaelektronenstromes $|j_{ep}|$ durch die partielle Entvölkerung des hochenergetischen Anteils in der Maxwellverteilung der Elektronen beschreibt (nämlich desjenigen Anteils, der die Potentialschwelle zur Wand überwinden kann), ist es auch möglich, im Exponenten der Verteilungsfunktion für diesen Energiebereich mit einer verringerten Temperatur $T_e' = \xi' T_e$ zu rechnen, was denselben Effekt hat (mit $\xi' < 1$). Die Verteilungsfunktion hat in diesem Fall bei der Energie $|eU_0|$ einen Knick. Der Zusammenhang zwischen ξ und ξ' ergibt sich aus $\xi' = u_0/(u_0 - \ln\xi)$.

Die Berechnung des kritischen Emissionskoeffizienten $\gamma = \gamma_{cr}$ und des zugehörigen Randschichtpotentials $u_0 = u_{0,cr}$ ($= \max(u)$) für die raumladungsbegrenzte Emission folgt dann aus der Randbedingung $du/dz = 0$ für $u = u_0$ nach Gl. (6) mit $f_0 = 0$.

Wie bereits beschrieben, ist diese Bedingungsgleichung belanglos, solange $\gamma < \gamma_{cr}$ bleibt, da es in der Randschicht kein Potentialminimum gibt. Es entsteht erst bei $\gamma = \gamma_{cr}$ an der Oberfläche, und bei $\gamma > \gamma_{cr}$ schiebt es sich auf eine Fläche zwischen Schichtkante (Plasma) und Wand vor, und es ist deshalb $u_0 < u_{min}$. Der (dimensionslose) Elektronenstrom von der Wand zum Plasma vermindert sich entsprechend Gl. (11), und in (12) und allen anderen Gleichungen ist γ durch γ^* zu ersetzen.

Für den dimensionslosen Leistungsfluß q zur Wand (vgl. [1]) verwenden wir

$$q = [u_0 + 1 + 2(\tau_i - \tau_0)/Z] + (E_i - \Phi^*) + (i - 1 - \gamma)(2 + \Phi^*) - \gamma(2\tau_0 + \Phi^*) \quad (13)$$

Darin beschreibt der erste Term die Zufuhr von kinetischer Energie durch die auftreffenden Ionen, der zweite deren potentielle Energie (d.h. die Rekombinationsenergie), der dritte Term die kinetische Energie der auftreffenden Plasmaelektronen, und der letzte den Energieverlust durch die Elektronenemission. Hierbei ist $E_i = \varepsilon_i/kT_e$ (mit der Ionisierungsenergie ε_i) und $\Phi = e\varphi/kT_e$; Φ^* ist die entsprechend Gl. (8) modifizierte Austrittsarbeit, in der die Absenkung durch das anliegende Randschichtfeld näherungsweise berücksichtigt wird.

Die Berechnung von γ erfolgt dann mit Hilfe der Gl. (2) (wobei $G_2 = 1$ angenommen ist), Gl. (5) und (7), unter Verwendung von (6). Für die Bestimmung der Wärmeproduktion durch Joulesche Heizung in der Wand P_j kann man eine aus der Gl. (4) bzw. (7) ableitbare Beziehung verwenden, vgl. [37]; es ist nämlich

$$P_j = j T_{00} \sqrt{\frac{\kappa}{\sigma_0}} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a j}{4\sqrt{\kappa\sigma_0}}\right) + P \left(\left[\cos\left(\frac{\pi a j}{4\sqrt{\kappa\sigma_0}}\right) \right]^{-1} - 1 \right) \quad (14)$$

mit dem hot-spot-Radius a , woraus dann in dimensionsloser Form $q_j = eP_j/kT_{e,j}$ wird.

3.1.3. Numerische Konstanten

Für die numerischen Rechnungen war eine Festlegung der Konstanten erforderlich, die in diesen Gleichungen vorkommen. Bei deren Wahl sind folgende Gesichtspunkte berücksichtigt worden:

1. Soweit möglich, Anpassung an typische empirische Werte (ohne Spezifizierung auf ein bestimmtes Material).
2. Soweit darüber hinaus noch Spielraum offen blieb: Auswahl solcher Werte, die den Übergang von der Sekundäremission zur Thermofeldemission, wie sie für Bogenkathoden typisch ist, deutlich erkennen lassen, und ebenso die Annäherung an den Instabilitätsfall des Thermal Runaway (siehe Gl. (7) mit $B_0 i j_i \rightarrow \pi/2$), mit einer Anpassung an früher berechnete Beispiele (siehe z.B. [36]).
3. Vereinfachung durch Beschränkung auf eine signifikante Stelle der numerischen Werte, maximal zwei, da eine größere Genauigkeit meistens illusorisch ist.

Für die in den folgenden Abbildungen (3 - 15) dargestellten Ergebnisse wurden deshalb folgende Konstanten verwendet:

(Gl. 2) $\gamma_{01} = 0.05$, $\gamma_1 = 0.02$, $\gamma_2 = 0.1$, $c_1' = 2$; (Gl. 5) $\alpha/j_i = 8 \cdot 10^4$, $\beta_0 = 0.3$, $\delta_1 = 0.05$ für $c_{i0} = 1$ (Gl. 6); $\mu = 1/3670$ (für Deuterium, Gl. 11); (Gl. 7) $\tau_{00} = 0.005$, $A_0 = 0.05$, $B_0 j_i = (\pi/35) j_i^*$, wobei j_i^* ein aus dieser Festlegung folgendes Maß für den Absolutwert der Ionenstromdichte ist, die eine bequeme und anschauliche Darstellung erlaubt: Bei $j_i^* \ll 1$ haben wir mit Sicherheit eine stabile Randschicht mit reiner Sekundäremission vorliegen; die Grenze des Thermal Runaway und damit der Instabilität ist dann erreicht, wenn sich der Absolutwert der Nettostromdichte ($i j_i^*$) dem Grenzwert $\rightarrow 17.5$ annähert. Die Konsequenzen dieser Konstantenwahl werden später diskutiert (s. Abschnitt 4.1). Einige Testrechnungen wurden auch mit abweichenden Konstanten ausgeführt, z.B. mit einem erhöhten τ_{00} (für eine heiße Wand).

Schon im ursprünglich untersuchten Fall [1] ohne Rückkopplung von γ , also mit zwei unabhängigen Variablen (i und γ) gab es Parameterbereiche, für die keine Lösungen existierten (allerdings aus trivialen Gründen, z.B. bei $(\gamma + 1 - i) < 0$), oder für die zumindest die Lösungen unrealistisch wurden. Im jetzt diskutierten Fall besteht eine zusätzliche Bindung für den Koeffizienten γ , was die Variationsmöglichkeit für die Anpassung von Lösungen weiter stark einschränkt. Es war deshalb von vornherein gar nicht sicher, ob es überhaupt Lösungen für das Gesamt-Gleichungssystem gibt.

3.1.4. Randschicht ohne Rückkopplung

Zunächst wurde das vereinfachte Modell ohne γ -Rückkopplung durchgerechnet, um eine mit [1] vergleichbare Ausgangsbasis zu haben. In Abb. 3 sind einige Beispiele für die Funktionen $u_0(\gamma)$ und $q(\gamma)$ dargestellt, mit der Netto-Stromdichte i als Parameter. Qualitativ entsprechen diese Ergebnisse den in [1] beschriebenen: Abnahme von u_0 mit γ , Zunahme mit i , umgekehrtes Verhalten von q , mit Ausnahme der Zustände mit $i \geq 1$, bei denen q ein Minimum durchläuft, gefolgt von einem raschen Anstieg mit der weiteren Abnahme von γ und der Annäherung $\rightarrow (i - 1)$. Näherungsweise ist $\min(q) \approx 7.28 - 0.36 i$ bei $u_0 \approx 3.5$ und $\gamma \approx i - 0.47$ (für $|i|$ etwa ≤ 3) (vgl. Abb. 3).

In den Abb. 4 und 5 wurde als Abszisse $(\gamma - i + 1)$ gewählt (d.h. die negative dimensionslose Plasmaelektronen-Stromdichte, die im wesentlichen durch u_0 bestimmt wird: Die Abhängigkeit des Randschichtpotentials und des Leistungsflusses von i ist dann nur noch sehr gering). Hierbei wurde nun auch die Fortsetzung in die Zustände mit Raumladungsverstopfung für die emittierten Elektronen ($\gamma > \gamma_{cr}$) einbezogen, also der Parameterbereich, in dem die Randschicht zur Raumladungs-Doppelschicht wird. Bei raumladungsbegrenzter Emission sind sowohl u_0 als auch q nur noch schwach von γ abhängig (Ursache dafür ist die relativ niedrige Temperatur der emittierten Elektronen). Genauer: Sowohl u_0 als auch q fallen bei weiter ansteigendem $\gamma > \gamma_{cr}$ langsam ab, und zwar näherungsweise linear mit i . Deshalb besitzt q ein Maximum an der Grenze der Raumladungsverstopfung: $\max(q) = q_{cr} \approx 19.18 - 1.16 i$, gültig für etwa $|i| \leq 5$, während $\gamma_{cr}(i)$ ansteigt. Man kann auch die Abhängigkeit der Grenzwerte von der Oberflächen-Temperatur τ_0 untersuchen; es zeigt sich, daß $u_{cr}(\tau_0)$ abfällt, während $\gamma_{cr}(\tau_0)$ ansteigt und $q_{cr}(\tau_0)$ ein flaches Maximum durchläuft.

Schließlich sind aus Abb. 6 die kritischen Grenzwerte für die beginnende Raumladungs-Verstopfung der emittierten Elektronen für unser einfaches Beispiel ablesbar.

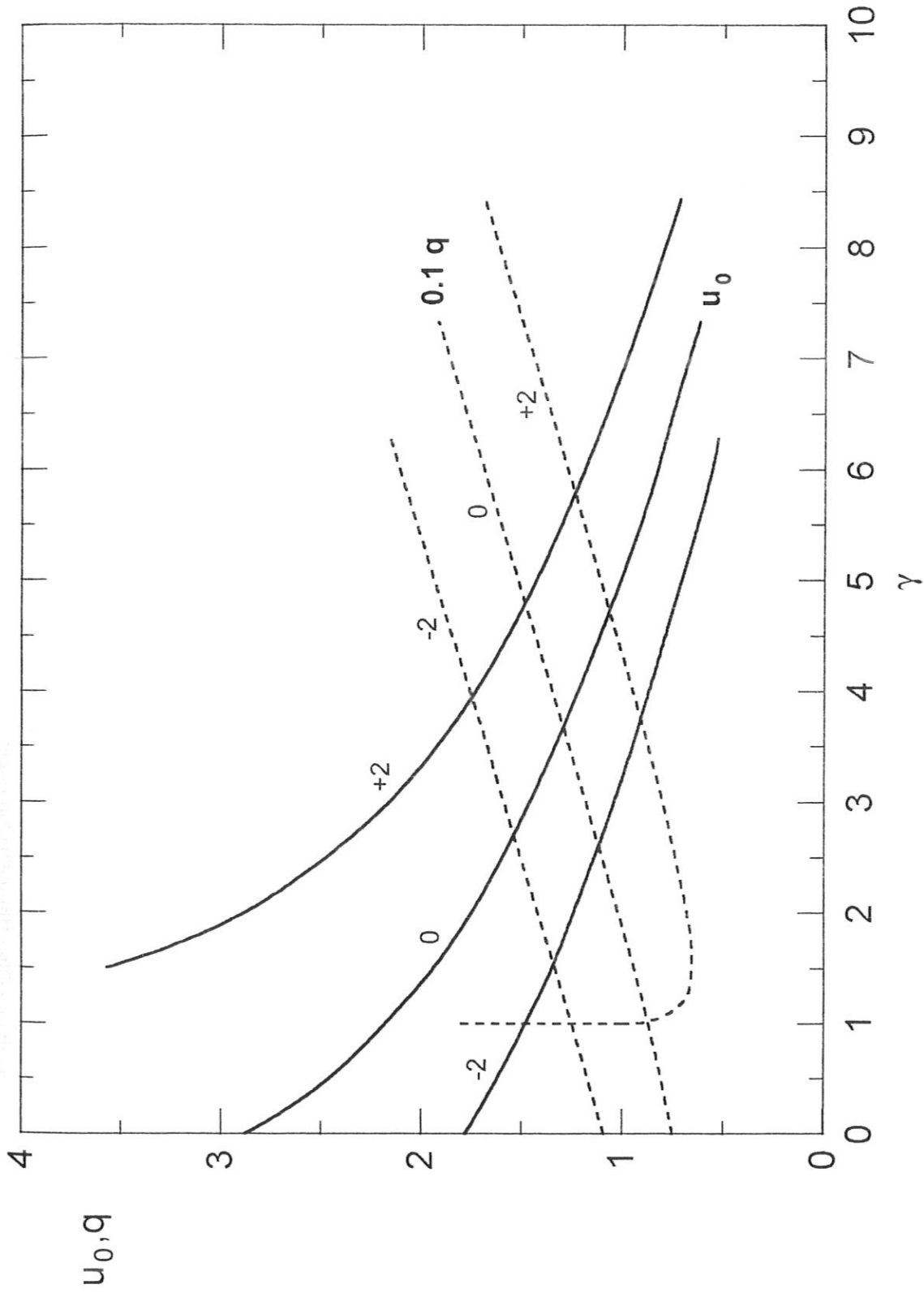


Abb. 3: Randschichtpotential u_0 (durchgezogene Kurven) und Energieflußdichte q (gestrichelte Kurven) als Funktion des Emissionskoeffizienten γ , für drei Werte der Netto-Stromdichte i als Parameter (d.h. $i = +2, 0, -2$); (vereinfachtes Randschichtmodell)

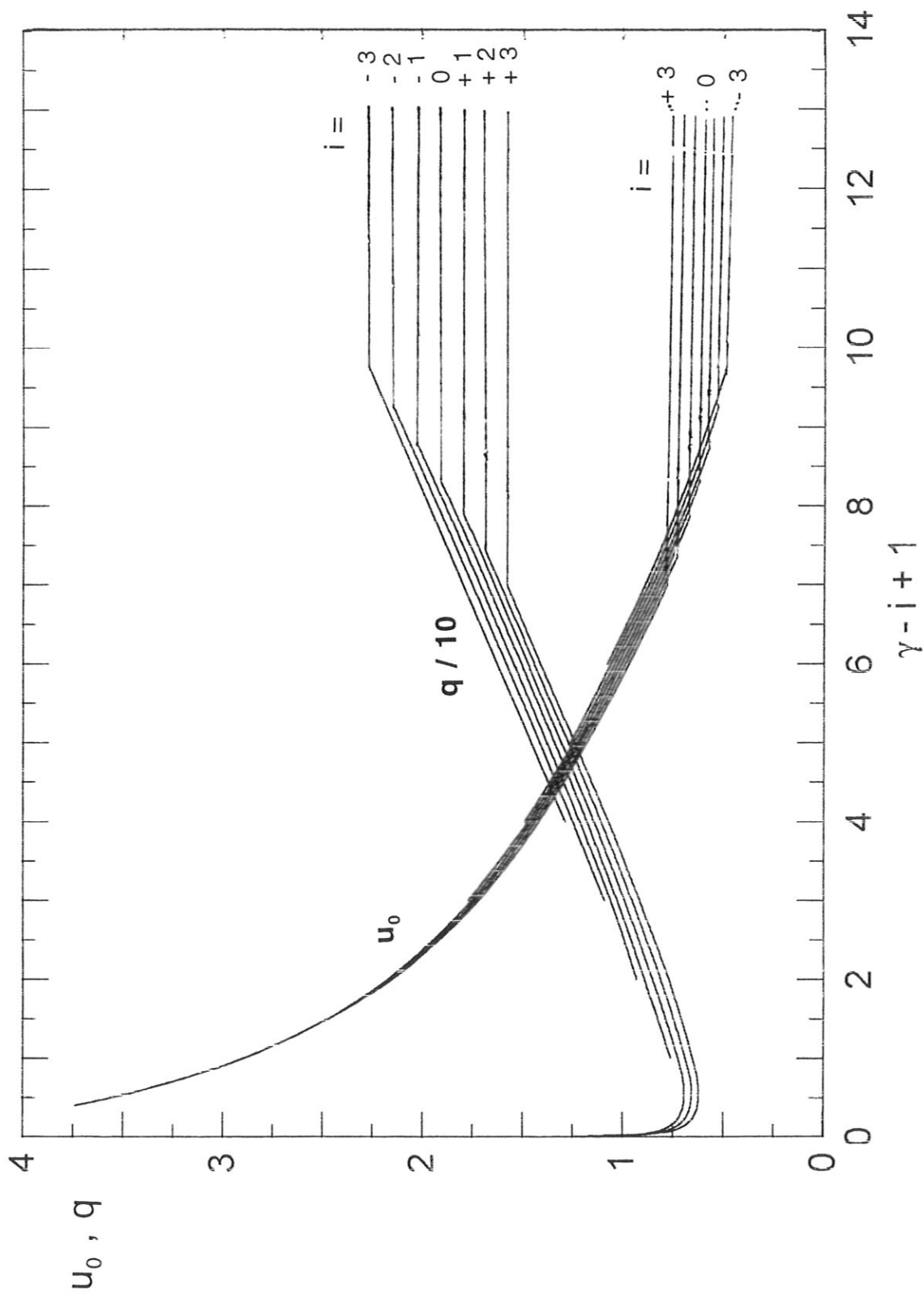


Abb. 4: Randschichtpotential u_0 und Energieflußdichte q als Funktion der (negativen) Plasmaelektronen-Stromdichte $(\gamma + 1 - i)$, für sieben Werte der Netto-Stromdichte i ($-3 \leq i \leq +3$) als Parameter, unter Einschluß der Situation nach Bildung einer Doppelschicht (rechte Seite); (vereinfachtes Randschichtmodell)

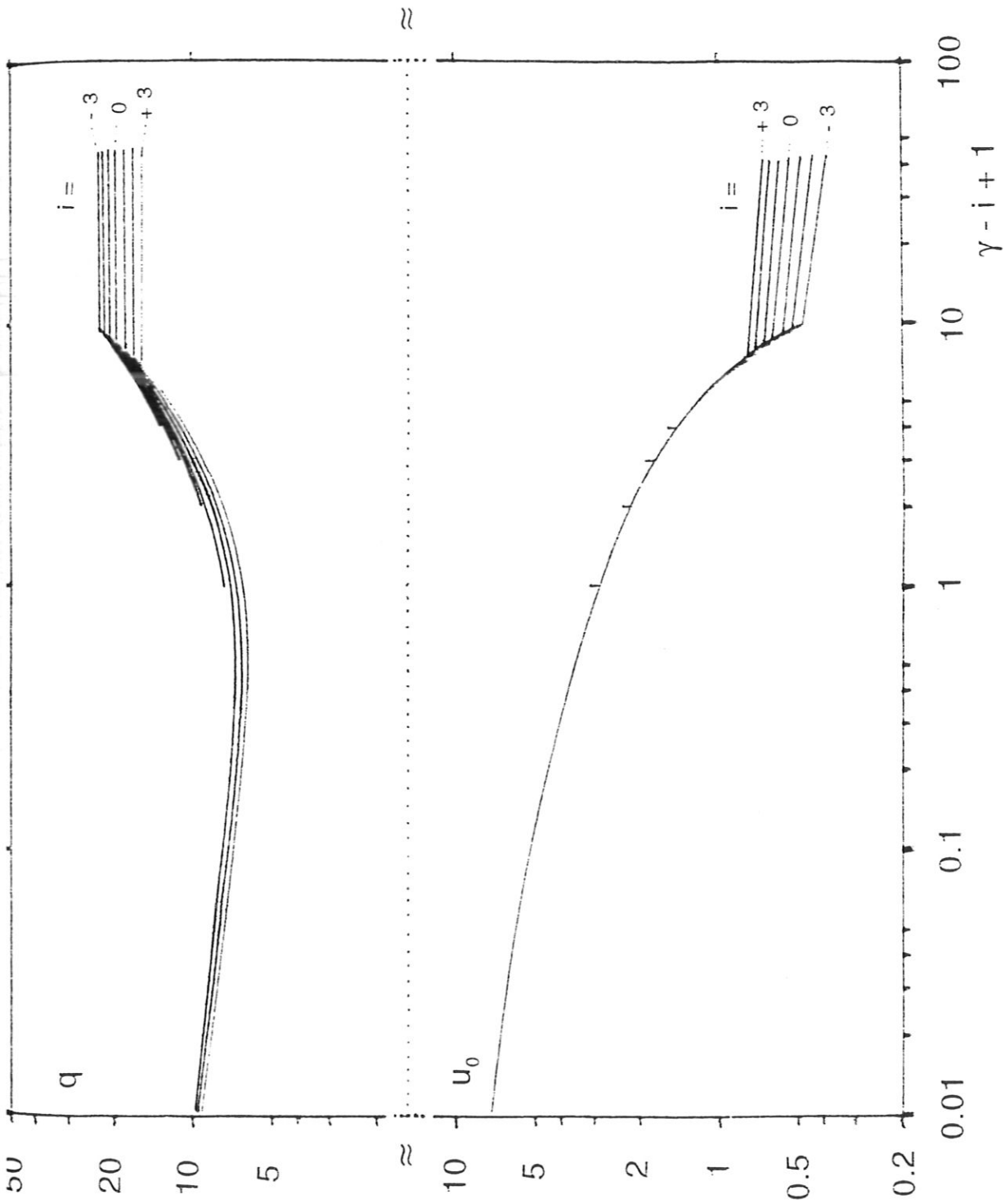


Abb. 5: Randschichtpotential u_0 und Energieflußdichte q wie in Abb. 4, mit logarithmischer Skala von $(\gamma + 1 - i)$; (vereinfachtes Randschichtmodell)

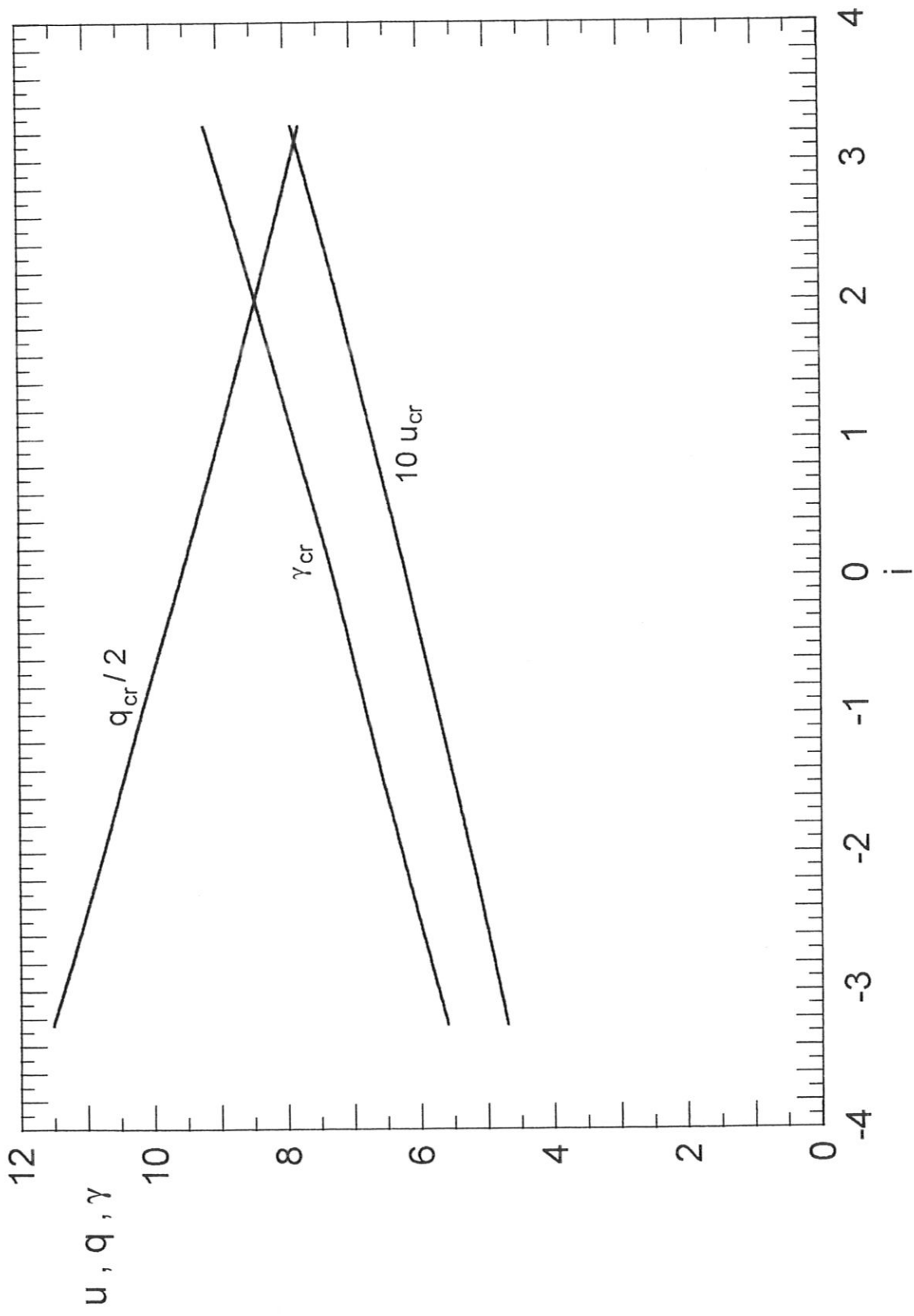


Abb. 6: Grenzwerte u_{cr} , q_{cr} , γ_{cr} des Randschichtpotentials u_0 , der Energiefußdichte q und des Emissionskoeffizienten γ bei beginnender Raumladungsverstopfung der Emission von Elektronen (Doppelschichtbildung) als Funktion der Netto-Stromdichte i ; (vereinfachtes Randschichtmodell)

3.1.5. Randschicht mit Rückkopplung

Die wesentlichen Ergebnisse der numerischen Auswertung des Gesamtgleichungssystems sind in den Abb. 7 - 15 dargestellt. Erste und wichtigste Feststellung ist demnach: Es existieren stationäre Lösungen für die Randschicht mit Rückkopplung der Elektronenemission, allerdings nur in gewissen Bereichen.

Bei kleinen Stromdichten ist die Heizung der Oberfläche noch nicht ausreichend, um die Thermoemission von Elektronen zu ermöglichen. In Abb. 7 ist dieser Fall gezeigt: Für $j_i^* \leq 0.25$ (beispielsweise) gibt es lediglich Sekundäremission. Das Randschichtpotential steigt mit wachsendem Nettostrom i an (wie schon aus Abb. 3 zu erkennen: γ ist nämlich jetzt nahezu konstant, d.h. nur geringfügig von u_0 abhängig), zunächst - bei $i < 0$ - relativ langsam, und erst bei $i > 1$ wird der Anstieg sehr steil, weil nämlich, wegen $\gamma > i - 1$, die erforderlichen großen γ -Werte mit reiner Sekundäremission nur durch extrem hohe kinetische Ionenenergien, also durch entsprechend große Potentiale u_0 erreichbar sind. Andererseits wird die Wahrscheinlichkeit, daß vom Plasma ein so hohes $u_0 \gg 1$ überhaupt aufgebaut werden kann, sehr klein. Man kann deshalb feststellen, daß $i > 1.5$ höchstwahrscheinlich überhaupt nicht auftreten kann. Diesem Verhalten von $u_0(i)$ entsprechend steigt auch $q(i)$ nach Durchlaufen eines Minimums bei $i \approx 0.75$ für $i > 1$ ebenfalls sehr steil an. Bemerkenswert ist noch, daß in diesem Bereich kleiner Absolut-Stromdichten j_i^* die Parameter der Randschicht unabhängig von j_i^* bleiben, sie werden ausschließlich durch den dimensionslosen Relativwert der Nettostromdichte i bestimmt.

Bei $j_i^* = 0.5$ erkennt man (Abb. 7) für $i > 1$ zum ersten Mal den beginnenden Einfluß der zusätzlichen Elektronenfreisetzung durch Thermoemission: Die Kurven $u_0(i)$ und $q(i)$ zeigen Abweichungen von dem für reine Sekundäremission gültigen Verlauf, weil dank der Erhöhung von γ durch die TF-Emission die erforderlichen Ionenenergien und damit u_0 niedriger bleiben können. Noch stärker zeigt sich das bei $j_i^* = 0.75$, wobei jetzt auch bei negativen i -Werten (hier: $i \approx -2$) ein anderes Verhalten sichtbar wird: Es gibt in diesem Fall keine Lösungen mehr für $i < -2.15$. Ursache ist wieder das Einsetzen der TF-Emission, in diesem Fall infolge verstärkter Heizung durch Plasmaelektronen (denn u_0 sinkt in Richtung negativer i -Werte noch stärker ab und erhöht den Zustrom von Elektronen aus dem Plasma).

Das Verhalten bei großen Absolut-Stromdichten j_i^* , mit dominierender TF-Emission, ist in den Abbildungen 8 und 9 dargestellt. Lösungen existieren nur in einem begrenzten i -Bereich ($i_{\min} < i < i_{\max}$), wobei diese beiden Grenzwerte umso enger zusammenrücken, je größer die Absolutstromdichte j_i^* der Ionen ist. Für $j_i^* > 1.8$ (in unseren Einheiten) gibt es schließlich überhaupt keine Lösungen mehr. Je größer j_i^* , desto höher die Oberflächentemperatur (τ_0), desto intensiver die TF-Emission, desto kleiner u_0 , da eine hohe kinetische Energie der Ionen nicht mehr benötigt wird. Das Potential u_0 steigt zunächst mit wachsendem i noch an (zur Gewährleistung des erforderlichen Energieflusses zur Wand), fällt jedoch jenseits eines Maximums wieder ab, da nun die erforderliche Wärmeenergie in zunehmendem Maße durch Joulesche Heizung innerhalb der Wand erzeugt wird.

Schließlich gibt es für $i > i_{\max}$ überhaupt keine Lösungen mehr, da γ zu groß wird, höher als die Strombilanz zuläßt ($i \approx \gamma + 1$, solange der Plasmaelektronenstrom klein bleibt, also bei nicht zu kleinem u_0).

Teilweise existiert für vorgegebenes i noch eine zweite Lösung, bei der die nötige Heizleistung unter wesentlicher Mitwirkung der Plasmaelektronen aufgebracht wird. Diese Lösungen sind jedoch instabil. Alle berechneten Existenzpunkte der aktiven Randschicht liegen außerhalb des Bereichs der Selbstverstopfung für die emittierten Elektronen.

Die in Abb. 9 dargestellte Leistungsflußdichte q zeigt im Bereich $i > 1$ ein ähnliches Verhalten wie u_0 . Der Abfall des Energieflusses bei großem i und großem j_i^* wird durch die rasch anwachsende Joulesche Heizung kompensiert. Für abnehmendes $i < 1$ steigt q nach Durchlaufen des bekannten Minimums wieder an, diesmal durch die Elektronenheizung verursacht.

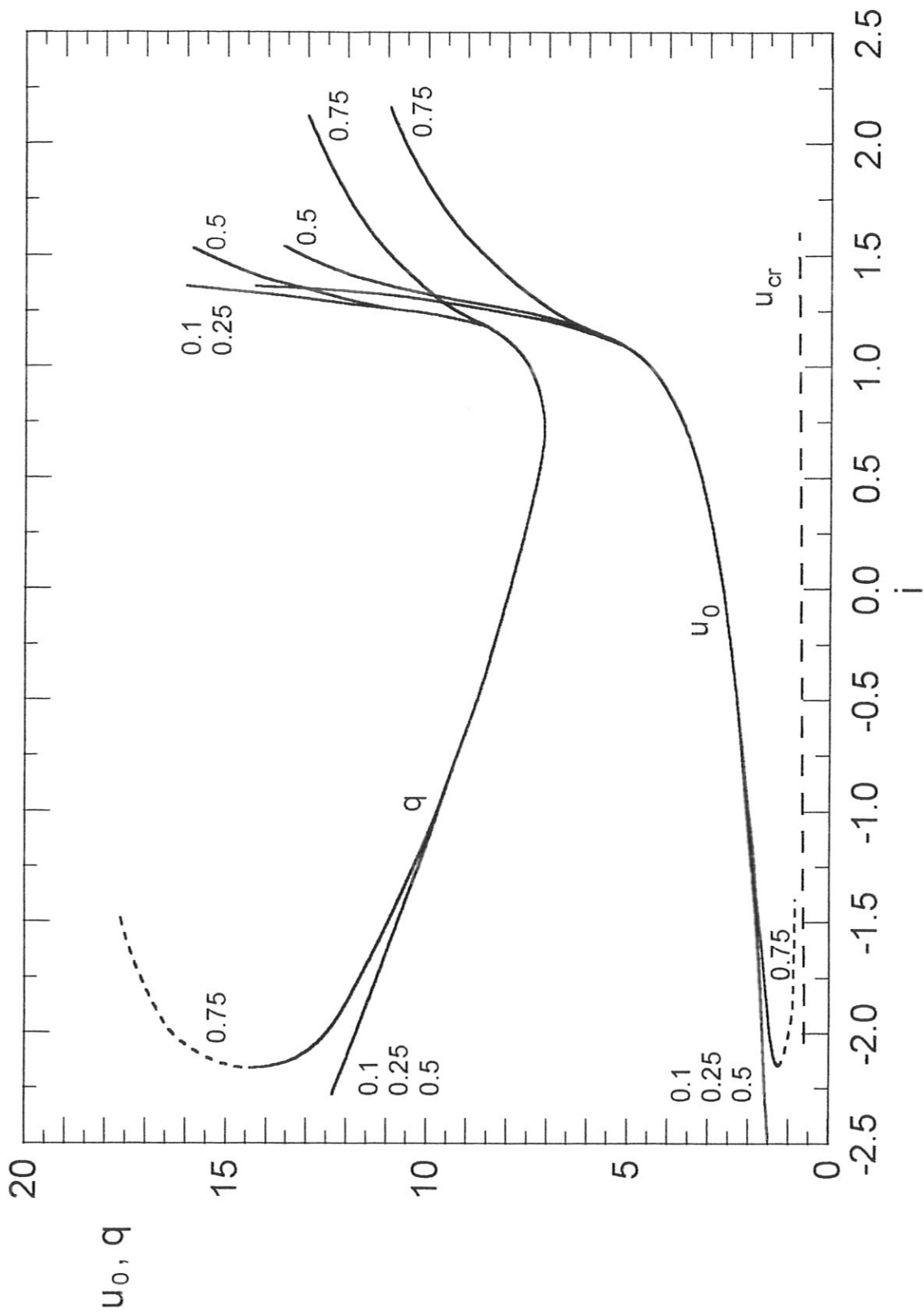


Abb. 7: Randschichtpotential u_0 und Energieflußdichte q als Funktion der Netto-Stromdichte i für kleine Absolutwerte der Stromdichte; Parameter: j_i^* (Maß für den Absolutwert der Ionen-Stromdichte); u_{cr} : Grenzwert des Potentials bei Bildung einer Doppelschicht; (vgl. Abb. 8 u. 9); (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

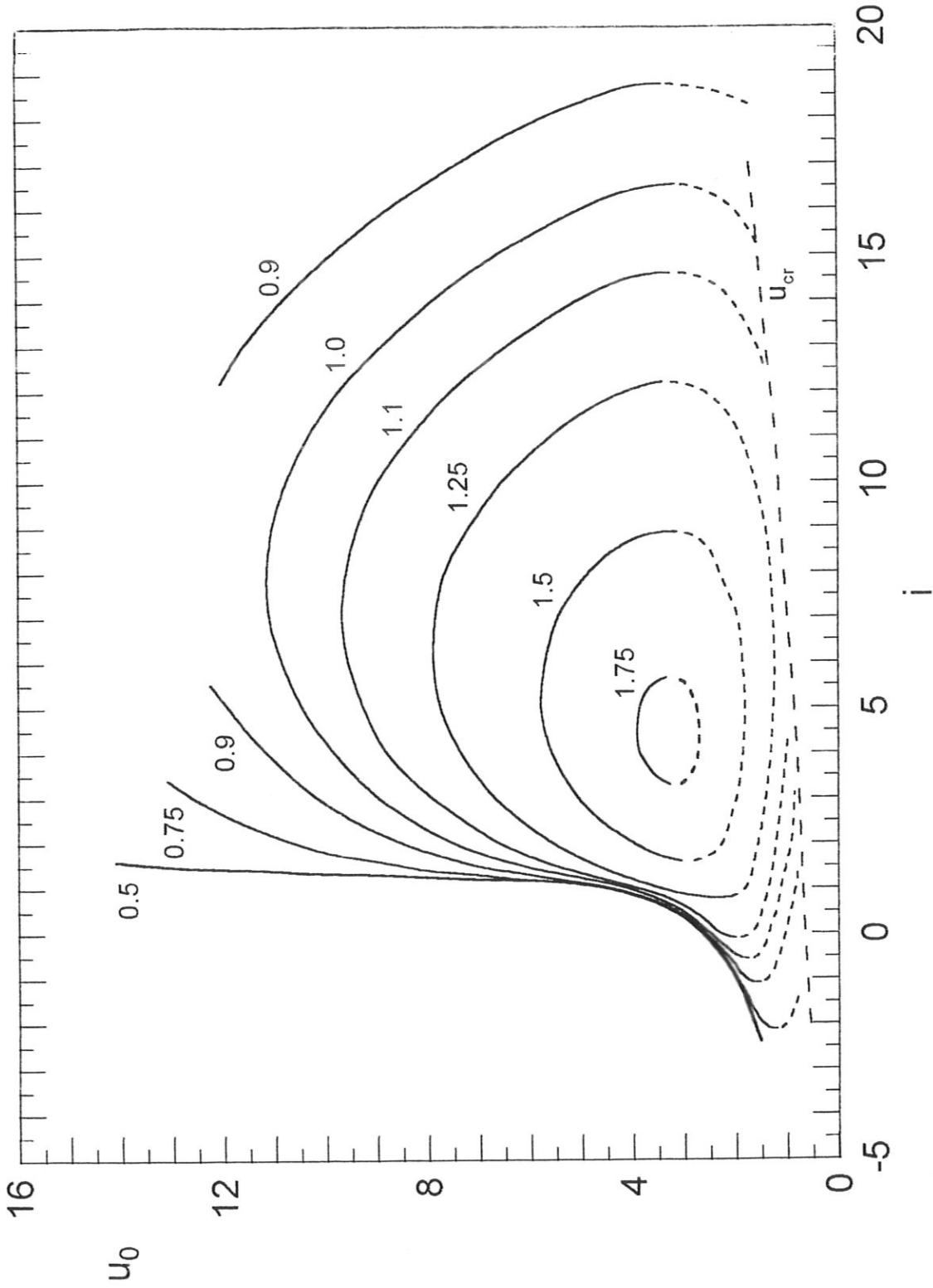


Abb. 8: Randschichtpotential u_0 als Funktion der Netto-Stromdichte i für große Absolutwerte der Stromdichte; Parameter: j^* (Maß für den Absolutwert der Ionen-Stromdichte); u_{cr} : Grenzwert des Potentials bei Doppelschichtbildung; gestrichelt: zweiter (instabiler) Lösungszweig; (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

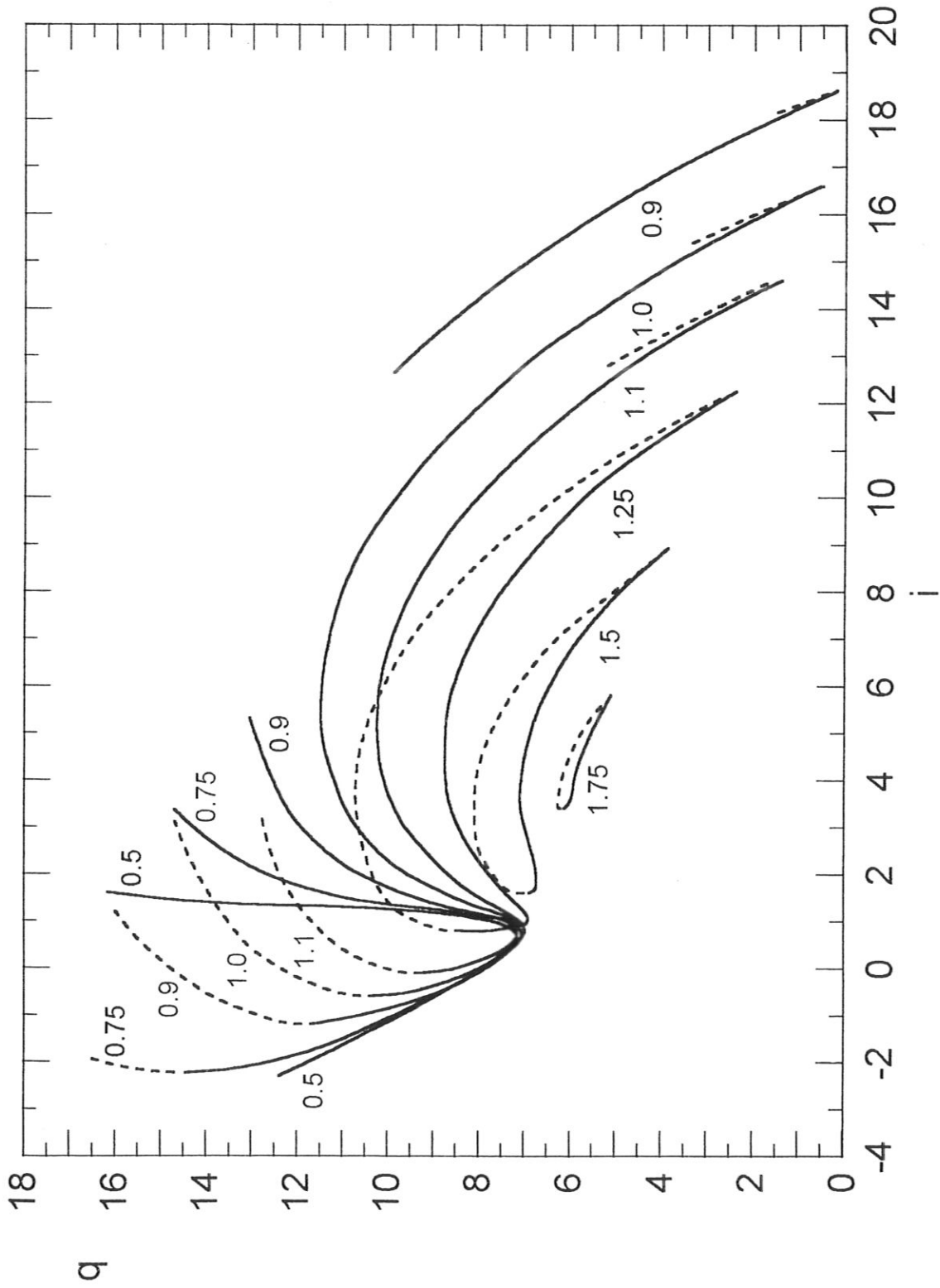


Abb. 9: Energieflußdichte q als Funktion der Netto-Stromdichte i für große Absolutwerte der Stromdichte; Parameter: j_i^* (ein Maß für den Absolutwert der Ionen-Stromdichte); gestrichelt: zweite (instabile) Lösung; (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

Speziell für den Fall $j_i^* = 1.0$ als typisches Beispiel sind in Abb. 10 nochmals u_0 und q als Funktionen des Absolutwertes der (dimensionslosen) Plasmaelektronen-Stromdichte $(\gamma + 1 - i)$ dargestellt. Beim Maximum von u_0 ist dieser Anteil des Stromes fast vollständig, nämlich (in diesem Beispiel) bis auf 0.025 % der Ionenstromdichte unterdrückt. Zum Vergleich ist auch die Joulesche Heizleistung q_j eingetragen. Der obere Zweig von q entspricht dem unteren von q_j und umgekehrt.

Der Emissionskoeffizient γ und die (dimensionslose) Oberflächentemperatur τ_0 für dasselbe Beispiel $j_i^* = 1.0$ zeigt Abb. 11, die Aufspaltung von γ in γ_{TF} und γ_{SE} die Abb. 12, und schließlich Abb. 13 die reduzierte Oberflächen-Feldstärke f_0 und die Joulesche Heizleistung q_j (in denselben Einheiten wie q , projiziert auf den betroffenen Bereich der Oberfläche). Mit Annäherung an die Grenze der Raumladungs-Verstopfung der emittierten Elektronen geht $f_0 \rightarrow 0$.

In Abb. 14 kommen wir - zum Vergleich - nochmal auf den Fall kleiner Stromdichten zurück (hier als Beispiel $j_i^* = 0.1$), bei dem keine nennenswerte Thermoemission auftritt. $\gamma = \gamma_{SE}$ bleibt dadurch vergleichsweise niedrig (meist < 0.5). Dasselbe gilt für die Oberflächentemperatur τ_0 . In Abb. 15 ist für denselben Fall eine zu Abb. 10 analoge Darstellung von u_0 und q als Funktion der Plasmaelektronen-Stromdichte gewählt.

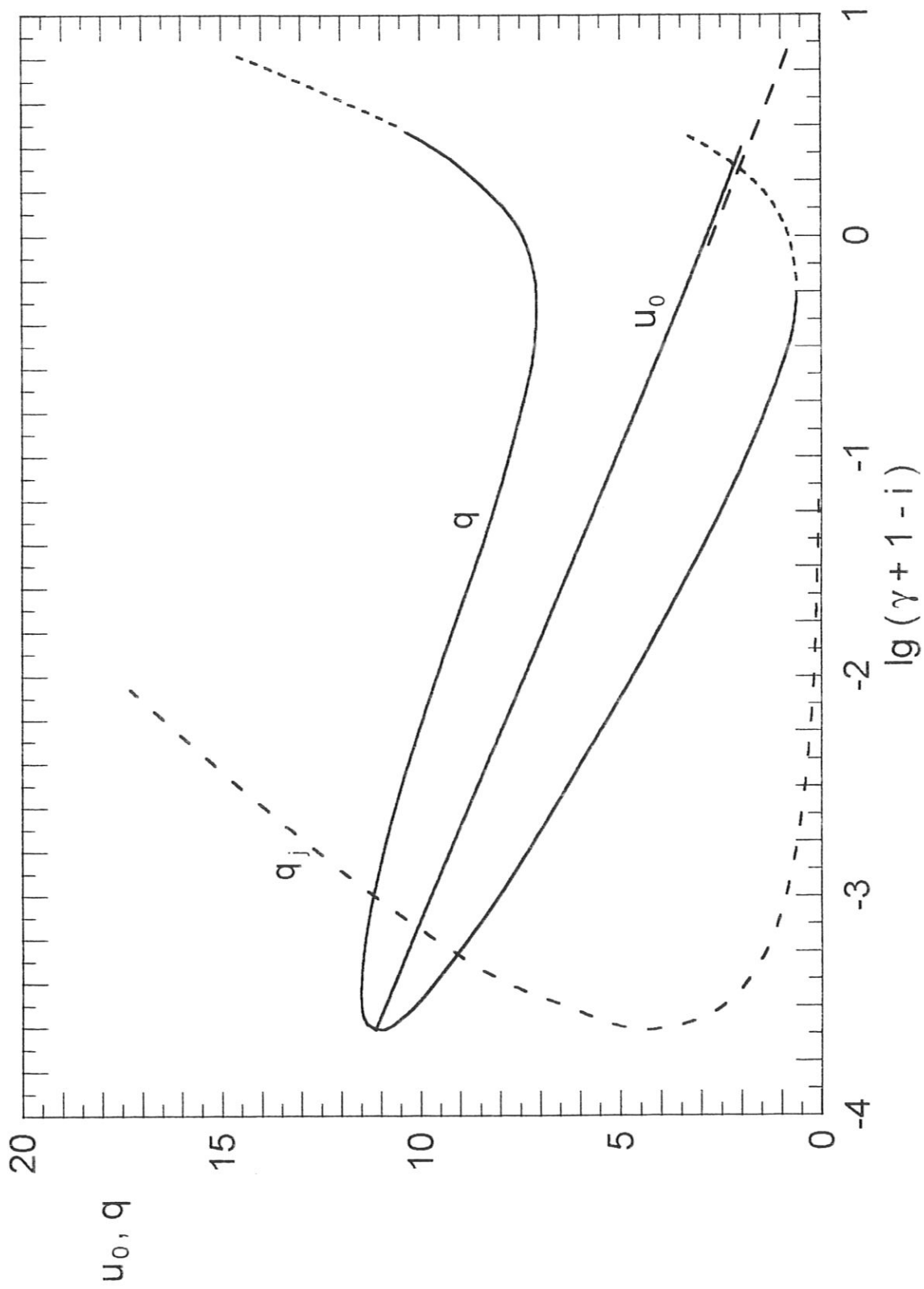


Abb. 10: Potential u_0 und Energieflußdichte q als Funktion der (negativen) Plasmaelektronenstromdichte $(\gamma + 1 - i)$ für den absoluten Ionenstromdichte-Wert $j_i^* = 1.0$; q_j : auf die Wechselwirkungsfläche projizierte Dichte der Jouleschen Heizleistung; (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

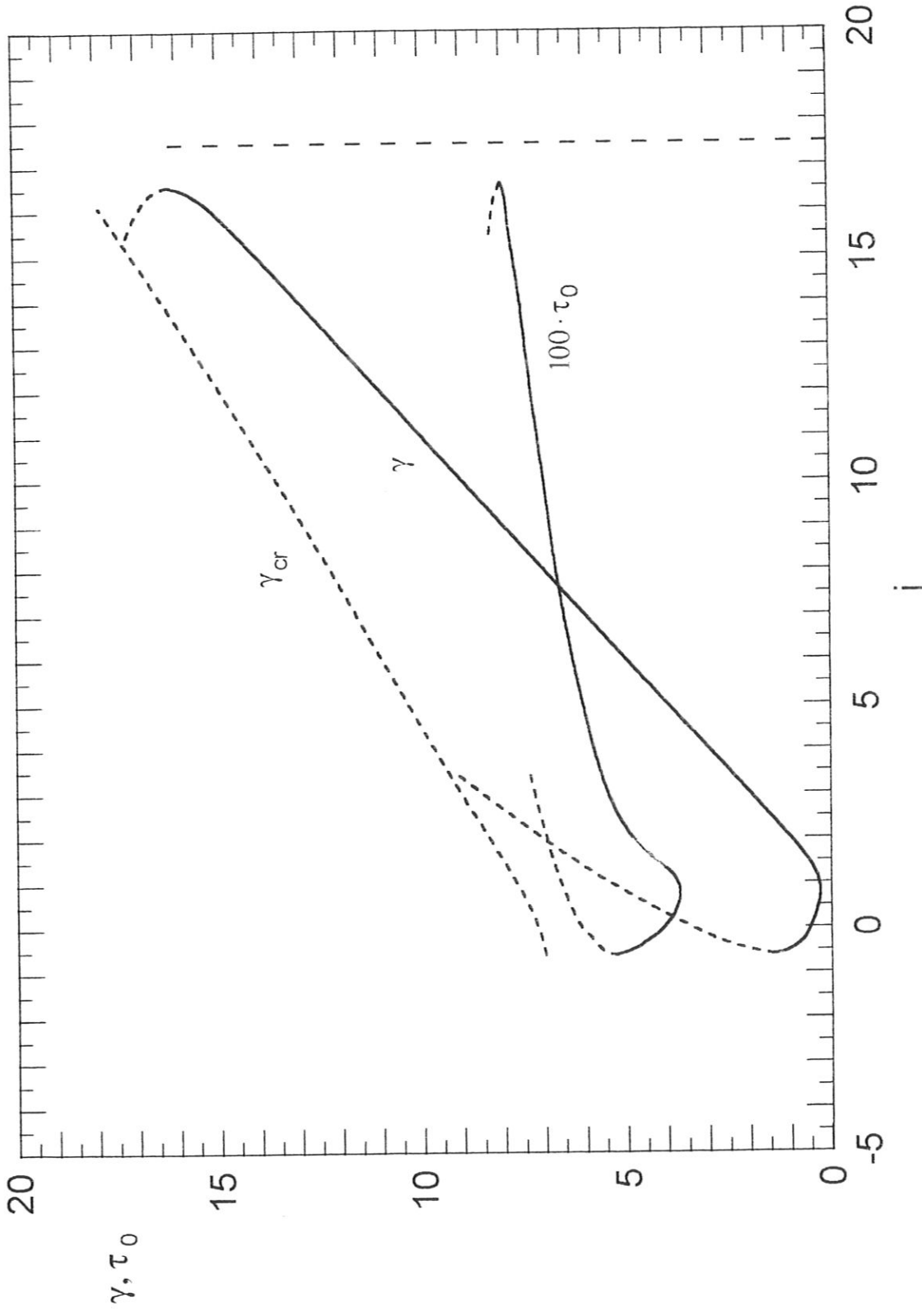


Abb. 11: Emissionskoeffizient γ und Oberflächen-Temperatur τ_0 als Funktion der Netto-Stromdichte i für die absolute Ionen-Stromdichte $j_i^* = 1.0$; gestrichelt: zweiter (instabiler) Lösungsweig; γ_{cr} : kritischer Wert von γ bei Beginn der Doppelschicht-Bildung; (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

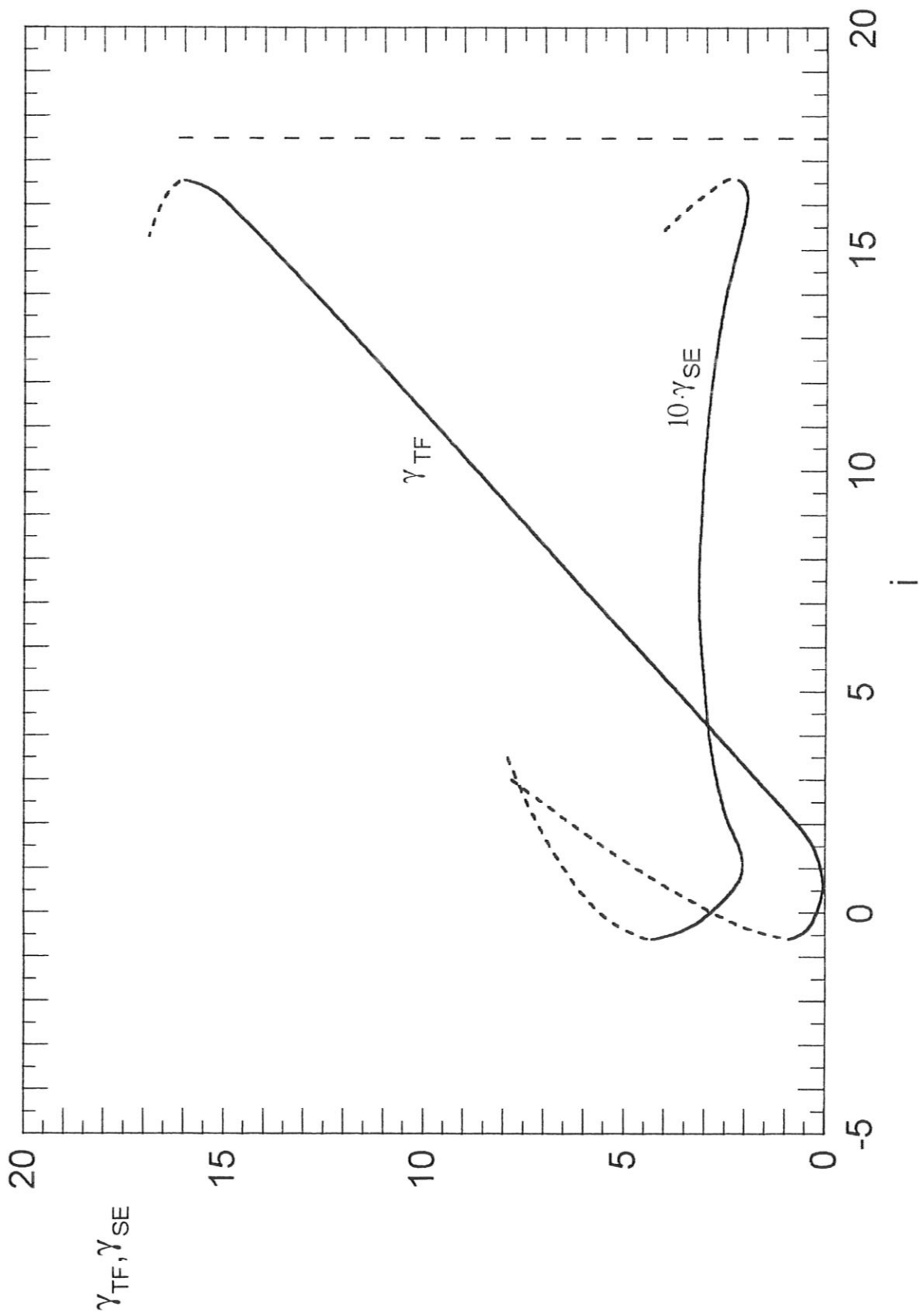


Abb. 12: Ursachen der Elektronenemission: Aufteilung des Emissionskoeffizienten γ in Thermofeldemission (γ_{TF}) und Sekundäremission (γ_{SE}), beide als Funktion der Netto-Stromdichte i ; gestrichelt: zweite (instabile) Lösung; (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

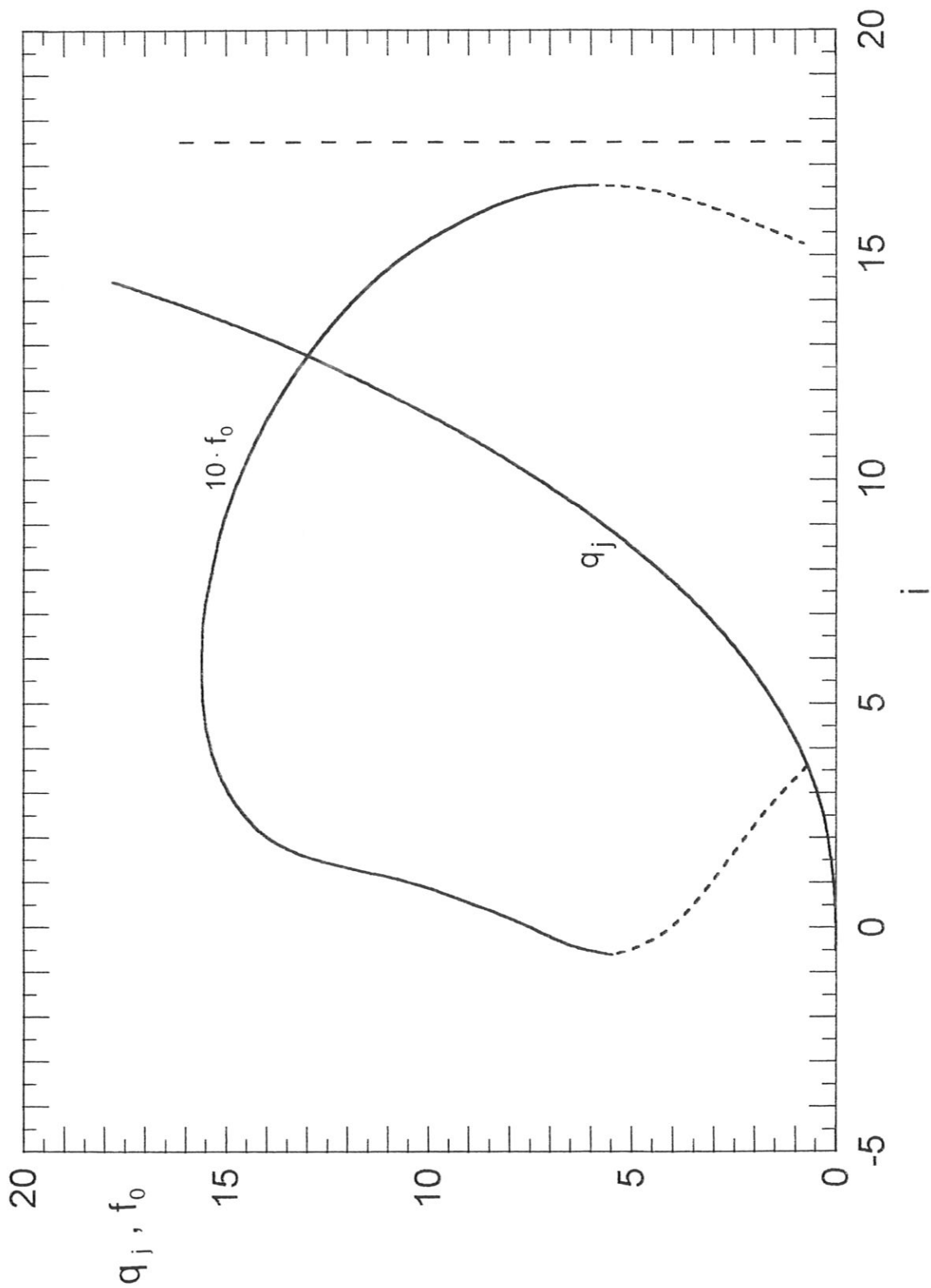


Abb. 13: Joulesche Heizleistung q_j (projiziert auf die Wechselwirkungsfläche zwischen Plasma und Wand) und Oberflächen-Feldstärke f_0 als Funktion der Netto-Stromdichte i für den Absolutwert der Ionen-Stromdichte $j_i^* = 1.0$; gestrichelt: zweite (instabile) Lösung; (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

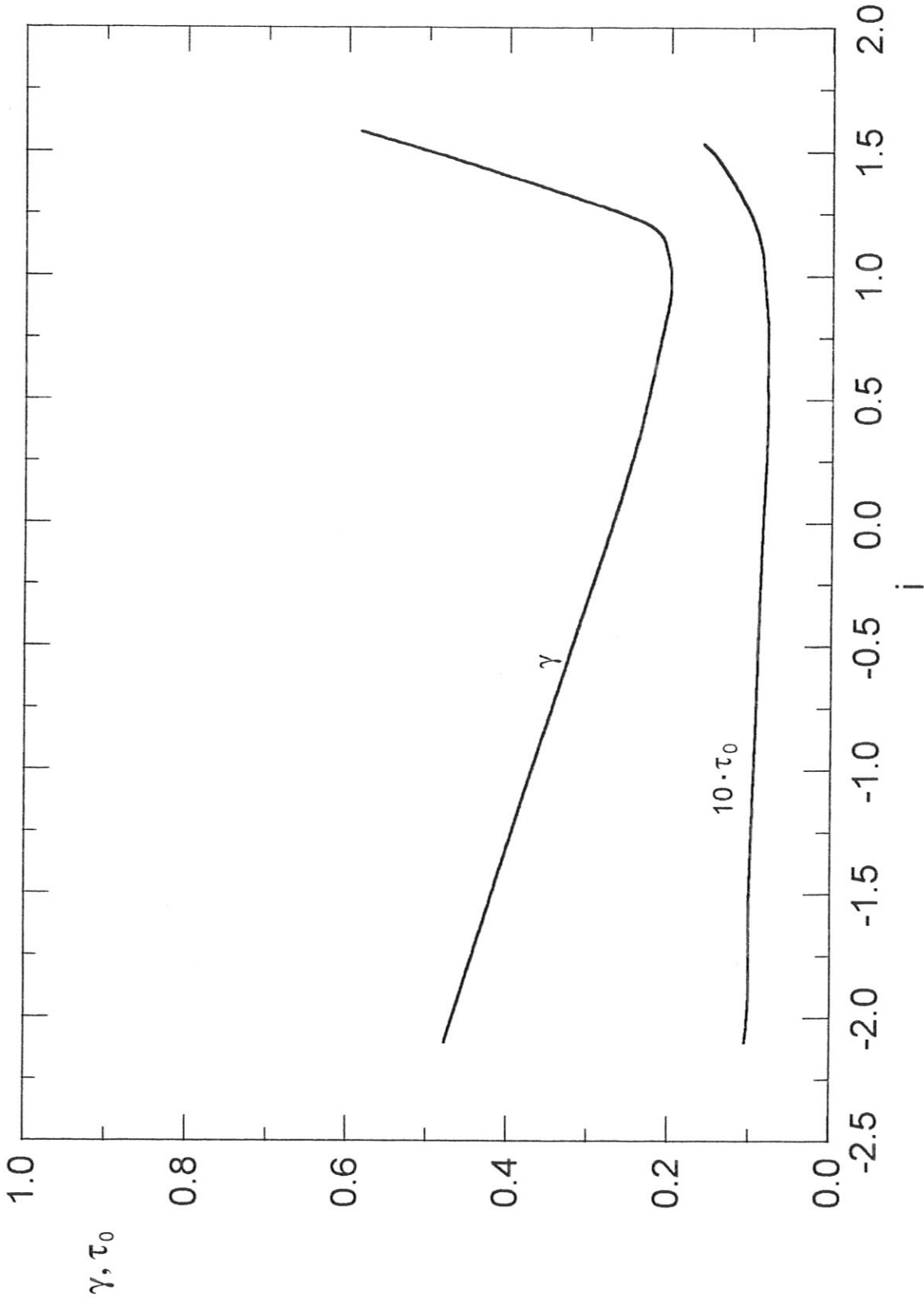


Abb. 14: Emissionskoeffizient γ und Oberflächen-Temperatur τ_0 als Funktion der Netto-Stromdichte i für kleine Absolutwerte der Stromdichte ($j^* \leq 0.25$), (vgl. Abb. 11); (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

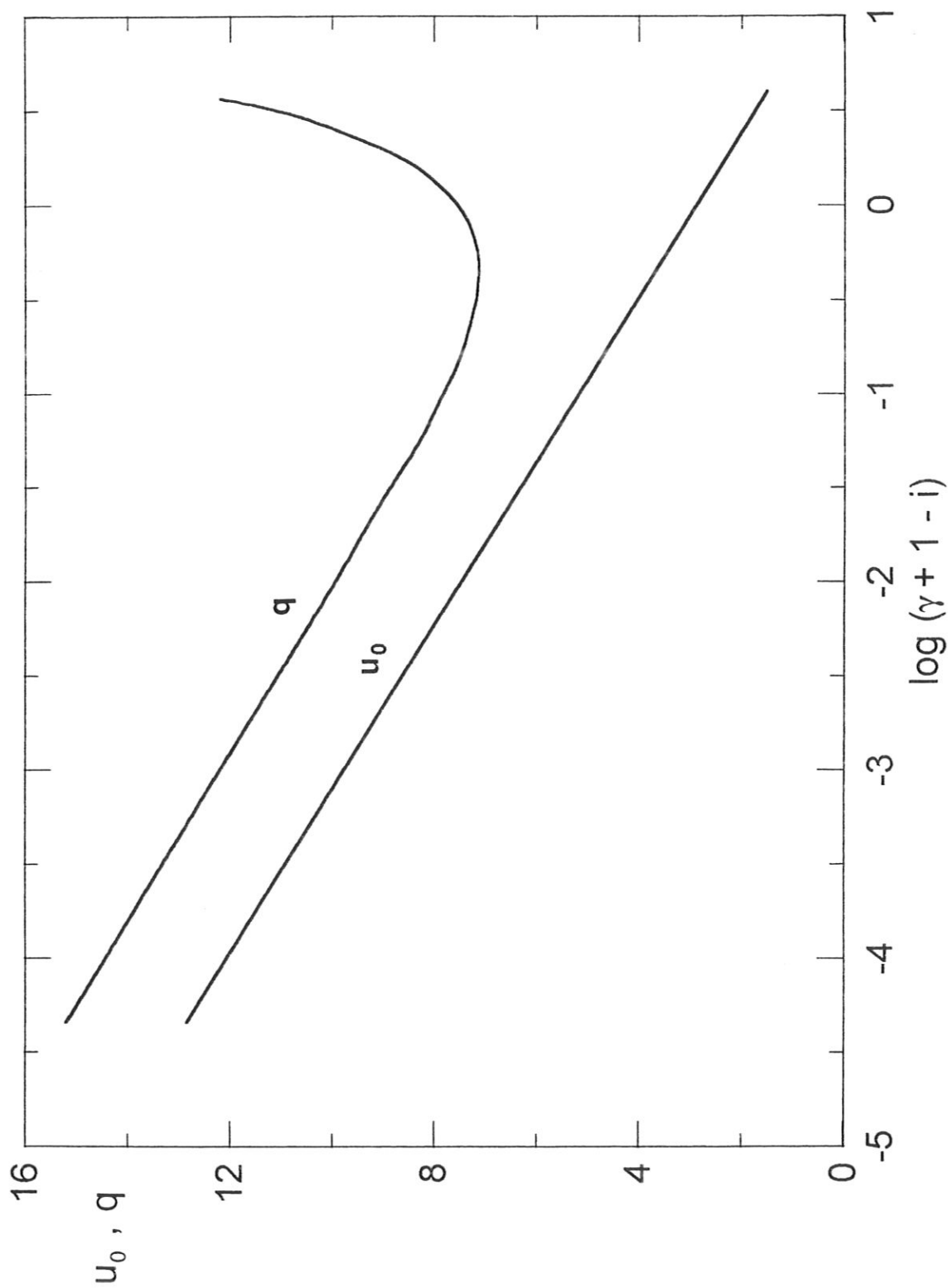


Abb. 15: Potential u_0 und Energieflußdichte q als Funktion der (negativen) Plasmaelektronenstromdichte $(\gamma + 1 - i)$ für kleine absolute Ionen-Stromdichten $j_i^* = 0.1$ (oder 0.25), (vgl. Abb. 10); (vereinfachtes Randschichtmodell mit Rückkopplung der Elektronenemission)

3.2. Das vollständige Rückkopplungsmodell

3.2.1. Gleichungen

Die Diskussion der Ergebnisse aus dem vereinfachten Modell (Abschnitt 3.1.) dienen als Vorbereitung für die Untersuchung der vollständigen Modellvarianten mit Rückkopplung, die geeignet sind, ein noch realistischeres Bild der möglichen Randschichtzustände zu liefern.

Ausgangspunkt sind die in Teil 1 dieses Berichts [1] beschriebenen Modelle, in denen die Rückwirkung der emittierten Elektronen auf die Eigenschaften des Plasmas und die dadurch wiederum verursachte Änderung der Randschicht zwischen diesem Plasma und der Wand betrachtet wird. Diese Beeinflussung des Plasmas war im vereinfachten Modell (3.1.) vernachlässigt worden. Bei starker Elektronenemission (d.h. z.B. $\gamma \gg 1$) und bei erheblicher Abweichung des Randschichtpotentials eU_0 von $(3/2) kT_e$ werden diese Einflüsse wesentlich.

Das Verhalten der emittierten Elektronen im Plasma läßt sich in zwei die realen Verhältnisse stark vereinfachenden Grenzfällen leicht beschreiben. Beide entsprechen damit dem tatsächlichen Zustand nur sehr unvollkommen, doch erscheint die Aussage berechtigt, daß die aus ihnen abgeleiteten Ergebnisse - in Verbindung mit geeignet gewählten Koeffizienten - durchaus den Vorzug aufweisen, den wahren Sachverhalt annähernd zwischen sich einzuschließen. Es sind dies der Modellfall 1, der von der permanenten Existenz zweier getrennter Elektronensembles (nämlich dem der primären und dem der sekundären Elektronen) ausgeht, deren Wechselwirkung so schwach ist, daß sie als vernachlässigbar angesehen werden kann (zumindest für eine Zeitspanne, in der im wesentlichen die Rückwirkung dieser Elektronen auf die Randschicht und die Wand stattfindet), und der Modellfall 2, der eine (im Vergleich zu diesen Zeitkonstanten) instantane und entsprechend intensive Wechselwirkung und vollständige Durchmischung beider Elektronensembles voraussetzt, so daß sich sofort eine für alle Elektronen gültige einheitliche Temperatur einstellt; siehe dazu auch Abschnitt 1.2. und die detaillierte Beschreibung in [1], wo die Randschicht-Parameter dargestellt und diskutiert wurden, wie sie sich ohne Emissions-Rückkopplung ergeben.

Für die Berücksichtigung dieser Rückkopplung benötigen wir ein Gleichungssystem, das sich zusammensetzt aus den Bilanzgleichungen, wie sie in [1] abgeleitet wurden, und aus den Gleichungen für die explizite Berechnung der Elektronenemission, siehe Abschnitt 2.2.; im einzelnen sind das:

1. Die Gleichung für die Zusammensetzung des Elektronenensembles an der Plasmakante, insbesondere die Berechnung des Anteils v_1 (< 1) der primären Elektronen (siehe Gl. (4a) bzw. (5a) in [1], unter Verwendung der oben (Abschnitt 1.2.) definierten dimensionslosen Größen) .

2. Die Bedingung der Raumladungsfreiheit an der Plasmakante, d.h. $\sum \rho_k(U = 0) = 0$, worin die ρ_k die Ladungsdichten der sämtlichen Plasmakomponenten bedeuten. Unter Verwendung der Ausdrücke für die einzelnen Komponenten der Stromdichte (siehe [1], Gl. (2a), (2b), (3b)) und unter Berücksichtigung der Strombilanz ([1], Gl. (1)) erhält man in dimensionslosen Größen die Gl. (4b) bzw. (5b) in [1] zur Bestimmung des Randschichtpotentials u_0 .

3. Die Energieflußdichte q zur Oberfläche ergibt sich in dimensionslosen Größen aus der Summe der einzelnen Teilflüsse (siehe [1], Gl. (6)) in Form von Gl. (7) bzw. Gl. (9) in [1], d.h. in zwei verschiedenen Varianten, die jedoch quantitativ nur geringfügig unterschiedliche Ergebnisse liefern ($\Delta q \approx 0.07 \dots 0.14$, d.h. rund 0.5 % bis 1 %). Die zweite Variante wurde hier ergänzt durch einen als konstant angenommenen Term $q_0 \ll 1$, der die geschätzte Energiezufuhr durch Photonen oder Neutrale berücksichtigen soll, soweit sie nicht bereits im Ionenterm mit enthalten ist. Die beiden Formulierungen des Leistungsflusses unterscheiden sich hauptsächlich dadurch, daß in der ersten Form die kinetische Energie der Ionen in konventioneller Weise aus der thermischen Energie und der im Randschichtfeld akkumulierten Energie additiv zusammengesetzt ist, während in der zweiten Form eine entsprechend dem Ionenfluß verschobene und abgeschnittene Maxwell-Verteilung der Ionen an der Schichtkante angenommen wurde, aus der sich dann der Leistungsfluß an der Oberfläche durch Integration über die im Randschichtfeld deformierte Verteilungsfunktion ergibt, siehe dazu [1]. Dies ist natürlich nur ein Näherungsansatz: Die nicht nur bei den Elektronen sondern auch bei den Ionen bestehende Schwierigkeit einer hinreichend genauen Formulierung der Geschwindigkeits-Verteilungsfunktion an der Schichtkante wirkt sich ein wenig aus auf den von den Ionen transportierten Anteil des Energieflusses zur Wand.

In dieses Gleichungssystem gehen zunächst noch γ und i als unabhängige Variable ein. Auf eine explizite Wiederholung dieses Gleichungssystems soll hier verzichtet werden. Für den jetzt behandelten Fall der Rückkopplung der Emissionsausbeute γ an die Plasma- und Oberflächen-Parameter verwenden wir nun zusätzlich:

4. Die Gl. (2) für die Sekundäremission und Gl. (5) für die Thermofeldemission, siehe Abschnitt 2.2., unter Verwendung von

5. der Gl. (7) für die Oberflächentemperatur und der Gl. (6) für die Oberflächenfeldstärke (Abschnitt 2.2.). Aus Gl. (7) läßt sich schließlich auch die erzeugte Joulesche Wärme ableiten (siehe dazu [39]), die in die Energiebilanz der Oberfläche nicht explizit eingeht, aber in der Wärmeleitungsgleichung (d.h. Gl. (7)) automatisch mit berücksichtigt ist.

Fast alle numerischen Rechnungen wurden lediglich mit der Modellvariante 1 ausgeführt, genauer gesagt, aus dem Mittel der Varianten 1a) und 1b) , die sich nur unwesentlich durch eine etwas verschiedene Formulierung der Bohmbedingung für die mittlere Ionenenergie an der Plasmakante unterscheiden [1]; wir bezeichnen dieses Modell im folgenden mit 1(a+b). Auch für die beiden Varianten von q wurde nur der Mittelwert gewählt. Begründung für diese Beschränkungen: Da die Ergebnisse in Teil 1 dieses Berichts gezeigt hatten, daß die Unterschiede zwischen allen diesen Varianten fast immer sehr gering sind, würde eine getrennte Berechnung, Auswertung und Diskussion viel Redundanz aufweisen und sich kaum lohnen.

Der Fall raumladungsbegrenzter Emission, mit $\gamma > \gamma_{cr}$, wobei γ_{cr} wieder aus der Integration der Poissongleichung mit der Randbedingung $dU/dz = 0$ für $z = 0$ (d.h. an der Oberfläche) sich ergibt, ist nicht zusätzlich untersucht worden, da es sich zeigt - ähnlich wie im vereinfachten Modell - , daß die für unsere Fragestellung relevanten Ergebnisse im Bereich $\gamma < \gamma_{cr}$ liegen. Im Prinzip entspricht die Grenzbedingung der Gl. (10), allerdings wird sie etwas komplizierter durch die zusätzliche Berücksichtigung der sekundären Elektronen im Plasma.

3.2.2. Konstanten

Um das Modell noch besser den tatsächlich vorliegenden Bedingungen in der Plasmarandschicht anzupassen, wurden in den Gleichungen teilweise veränderte Konstanten verwendet (d.h. verändert gegenüber denen des vereinfachten Modells, Abschnitt 3.1.), die sämtlich für typische Wandmaterialien und typische Plasmaparameter charakteristisch sind (siehe dazu auch Abschn. 4.1.), jetzt also ohne Rücksicht auf den absichtlichen "Demonstrationseffekt", der in dem vereinfachten Modell (Abschn. 3.1.) angestrebt wurde.

Folgende Werte sind deshalb gewählt worden:

In der Energiebilanz-Gleichung (13) für q : $E_i = 2.7$; $\Phi = 0.9$. (Dabei wurde von einer niedrigeren Plasmatemperatur kT_e von etwa 5 eV ausgegangen; E_i gilt dann für Wasserstoff bzw. Deuterium, das auch für die Wahl des Massenverhältnisses μ maßgebend war). Ferner ist $q_0 = 0.02$ gesetzt worden.

In der Gleichung (7) für die Oberflächen-Temperatur τ_0 : $A_0 = 0.5$; $B_0 = 0.0157$. (Diese Konstanten ergaben sich aus den gemessenen Leitfähigkeiten σ und κ von metallischen Wandmaterialien als charakteristische Mittelwerte. Der Faktor B_0 in den

Winkelfunktionen ist außerdem durch eine neue Definition der dimensionslosen Absolut-Stromdichte j_i^{**} in Verbindung mit den verwendeten σ - und κ -Werten beeinflusst: Das Argument der Winkelfunktion lautet nun $B_0 i j_i^{**}$ und ist so gewählt, daß die Grenze des Thermischen Runaways bei $i j_i^{**} = 100$ liegt. Dementsprechend gilt $j_i^{**} = 5.73 j_i^*$. Unverändert bleibt dagegen $\tau_{00} = 0.005$.

Damit im Zusammenhang steht in der Gleichung (5) für die Thermofeldemission γ_{TF} : $\alpha/j_i = 2.0 \cdot 10^9 / j_i^{**}$ (dieser gegenüber dem früheren abweichende Wert ist wieder bedingt durch die veränderte Definition von j_i^{**}); β_0 (im Exponenten) = 0.90, und der Schottky-Vorfaktor $\delta_1 = 0.075$ (hier wieder unter Verwendung von j_i^{**} an Stelle von j_i^* , während der Vorfaktor von f_0 in Gl. (6) unverändert $c_{10} = 1$ bleibt).

Die Konstanten in der Gleichung (2) für die Sekundäremission γ_{SE} sind dagegen nur teilweise und geringfügig verändert: $\gamma_{01} = 0.05$; $\gamma_1 = 0.025$; $\gamma_2 = 0.05$. (Damit wird die Anpassung an gemessene Daten etwas verbessert). Nach wie vor bleibt $\mu = 1/3670$ (d.h. Deuterium-Plasma).

Für die Bedingung der Raumladungsfreiheit an der Plasmakante (siehe Teil 1) wurden unverändert die Parameter $\tau_1 = 0.5$, $\xi_1 = 0.9$ und $\xi_2 = 0.8$ verwendet. Ebenso ist generell $Z = 1$ (Ionenladung) angenommen worden.

3.2.3. Ergebnisse

In den Abbildungen 16 - 22 sind einige wesentliche und charakteristische Ergebnisse für die Modellvariante 1(a+b) mit den o.g. Werten für die Konstanten dargestellt. Gemeinsam mit dem vereinfachten Modell ist, daß es

1. in gewissen Parameterbereichen der Nettostromdichte i stabile Lösungen gibt, die jedoch sehr stark von den absoluten Stromdichten j_i^{**} abhängig sind,
2. daß diese Lösungen teilweise noch unter "normalen" Randschicht-Bedingungen, also außerhalb der Begrenzung infolge Raumladungs-Selbstverstopfung der emittierten Elektronen, in eine zweite, instabile Lösung übergehen,
3. daß der grundsätzliche Verlauf aller funktionalen Abhängigkeiten ähnlich ist wie im vereinfachten Modell, daß quantitativ aber naturgemäß Änderungen auftreten,
4. daß es Bereiche der Absolut-Stromdichte j_i^{**} bzw. $i j_i^{**}$ gibt, die überhaupt keine Lösungen zulassen, die also stationär gar nicht möglich sind, oder die zumindest unrealistisch hohe Werte des Randschichtpotentials oder der Energieflußdichte voraussetzen, oder bei denen es wegen einer außerordentlich empfindlichen Reaktion der Zwischenresultate auf kleinste Änderungen der Ausgangs-Parameter extrem schwierig ist, überhaupt eine stationäre Lösung zu finden.

Im einzelnen:

Wie aus den Abbildungen ersichtlich, sind die Absolut-Stromdichten j_i^{**} jetzt einheitlich in Stufen mit dem Faktor 2 verändert worden.

Bezüglich des Potentialabfalls u_0 in der Randschicht zeigt Abb. 16 ein ähnliches Verhalten wie es sich aus dem einfachen Modell ergeben hatte (vgl. Abb. 7). Bei kleinen Absolut-Stromdichten ($j_i^{**} \ll 1$) gibt es noch keine TF-Emission, weil die Oberflächen-Heizung zu gering ist; γ bleibt < 1 und die Funktion $u_0(i)$ ist dann unabhängig von den Absolutwerten. Um Netto-Stromdichten $i > 1$ zu erreichen, sind zur Erhöhung der Emissions-Ausbeute extrem hohe Potentiale u_0 erforderlich, damit γ überhaupt merklich über den Minimalwert ansteigen kann, weil ja bei großem u_0 stets $i \approx \gamma + 1$ gilt (dies ist zugleich der Maximalwert von i !). Werte von $i > 1.5$ sind deshalb überhaupt nicht realisierbar.

Mit steigender Absolutstromdichte j_i^{**} wird die Oberfläche der Wand schließlich so stark aufgeheizt, daß durch Einsetzen der Thermoemission (bzw. TF-Emission) die Randschichtpotentiale mit steigendem i auf einem immer niedrigeren Niveau bleiben können (sie werden ja nicht mehr zur Verstärkung der Sekundäremission benötigt), umso niedriger, je weiter j_i^{**} ansteigt, so daß auch hohe Nettoströme $i \gg 1$ (und damit $\gamma \gg 1$) im Prinzip möglich werden.

Die im vereinfachten Modell festgestellte Abnahme von u_0 nach Durchlaufen eines Maximums tritt hier jedoch nicht auf, weil infolge der jetzt verwendeten Materialkonstanten die Grenze des Thermischen Runaways zu viel höheren i -Werten verschoben ist, die nicht mehr als realisierbar angesehen werden können und deshalb hier nicht dargestellt werden. Andererseits gilt hier ebenso wie früher, daß bei großen Ionen-Absolutstromdichten kleine Werte des Nettostroms i überhaupt nicht möglich sind.

Bei niedrigem u_0 , dicht oberhalb der Grenze für Raumladungs-Verstopfung der emittierten Elektronen (also der Grenze für die Doppelschicht-Bildung), gibt es wieder für gegebenes i eine zweite Lösung, die sich jedoch als instabil erweist.

Die dimensionslose Energiezufuhr q (Abb. 17) besitzt wieder ein ausgeprägtes Minimum knapp unterhalb $i = 1$ (mit $\min(q) \approx 8.7$), das allerdings nur bei niedrigen j_i^{**} überhaupt erreichbar ist und daß dann von diesem Parameter nahezu unabhängig ist. Das Absinken des Randschichtpotentials mit steigendem j_i^{**} hat dann auch eine Verringerung von q zur Folge.

Allerdings täuscht diese Darstellung etwas: Die Gesamt-Energiezufuhr steigt nämlich weiter an, da q bei großem i und großem j_i^{**} durch Joulesche Heizung (also q_j) verstärkt wird und da der Absolutwert der Energieflußdichte durch die Größe $q^* = (q + q_j) j_i^{**}$ gegeben ist, die in Abb. 18 aufgezeichnet wurde. Hier erkennt man den Anstieg der gesamten Leistungszufuhr, der erforderlich ist, um die hohe Oberflächen-Temperatur und damit ein genügend großes γ zu erzeugen. Der abermalige Anstieg bei kleiner werdenden $i < 0$ ist wiederum der Heizung durch Plasmaelektronen zu verdanken, die dann wirksam wird.

Die sich im Gleichgewicht tatsächlich einstellenden Werte der Oberflächentemperatur (τ_0), dargestellt in Abb. 19, machen diesen Sachverhalt deutlich. Bei der minimalen Energiezufuhr ist auch die Oberflächentemperatur minimal. Ihr Verlauf als Funktion von i bzw. j_i^{**} entspricht dem für die Energiezufuhr.

Der γ -Koeffizient in Abb. 20 zeigt schließlich den erwarteten Verlauf: Bei kleinem j_i^{**} ist er niedrig (d.h. $\gamma \ll 1$) und nahezu konstant, weil ausschließlich durch Sekundäremission erzeugt. Für $i > 1$ steigt er rasch an, und die Lösungen liegen alle in der Nähe von $\gamma \approx i - 1$, wie es bei relativ großem u_0 selbstverständlich ist. Erst bei sehr hohen Ionenstromdichten j_i^{**} weicht γ zunehmend von dieser Gerade ab, weil jetzt auch u_0 absinkt und dadurch einen merklichen Plasma-Elektronenstrom zuläßt.

Die hier nicht gezeigte dimensionslose Oberflächen-Feldstärke f_0 ist wieder von der Größenordnung 1, wie im vereinfachten Modell, und nähert sich 0 im Falle des zweiten Lösungsastes, der zur Raumladungs-Verstopfung der Emission führt. Der Anteil der primären Elektronen v im Plasma bleibt in den berechneten Fällen stets > 0.5 , meist ist er nahe 1. Er sinkt naturgemäß mit wachsendem γ und deshalb auch mit wachsenden Stromdichten.

Wie schon erwähnt, und wie auf Grund der hochgradigen Nichtlinearität der TF-Emission als Funktion von Temperatur und Feldstärke auch zu erwarten ist, zeigen alle Ergebnisse eine sehr starke Abhängigkeit von den Absolutwerten der Stromdichte und damit auch von der Plasmadichte vor der Wand - eine bemerkenswerte Eigenschaft der aktiven Randschicht. Diese Abhängigkeit verschwindet jedoch, wenn die Elektronen ausschließlich durch die linearen Prozesse der reinen Sekundäremission freigesetzt werden.

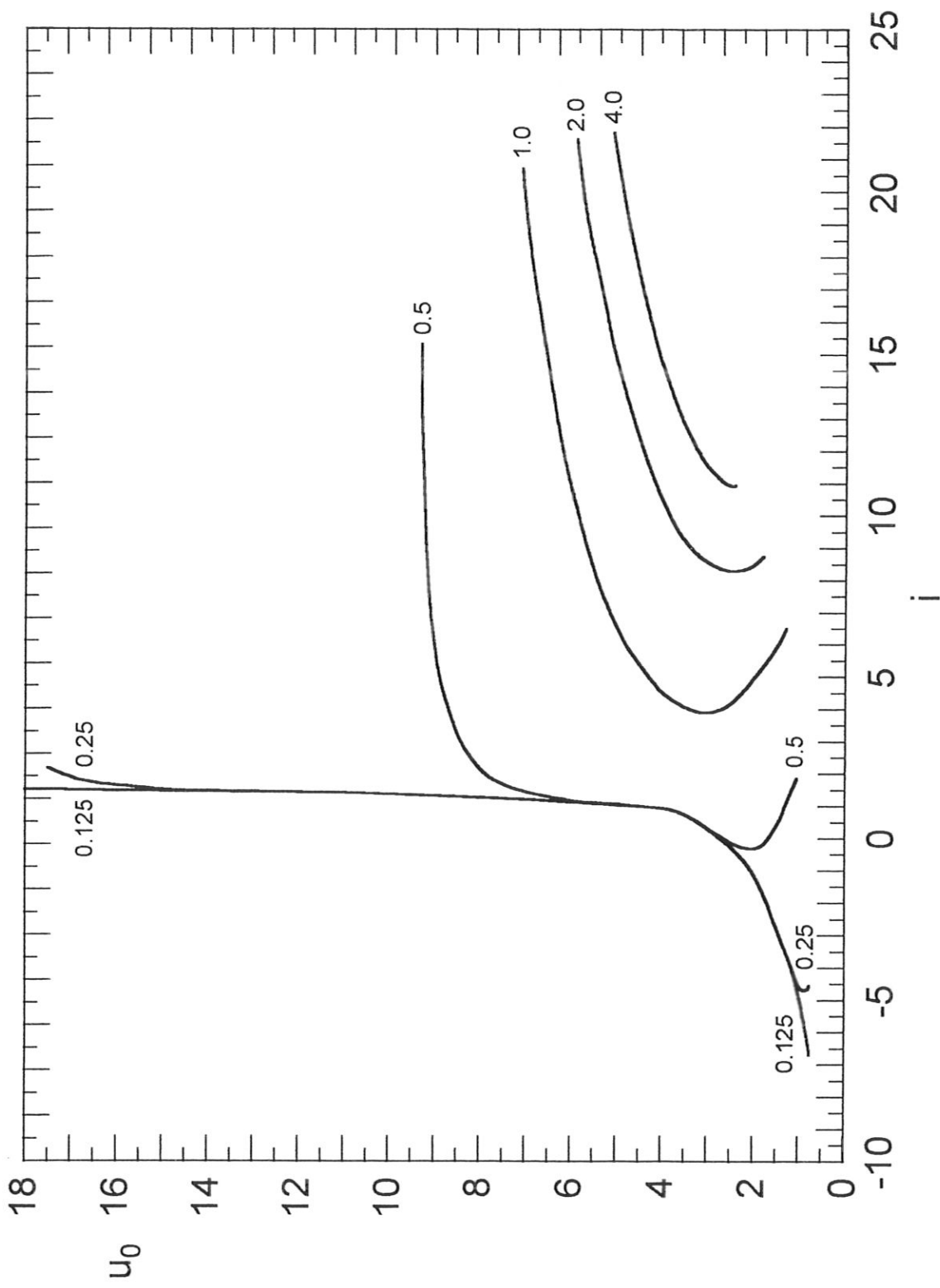


Abb. 16: Dimensionsloser Potentialabfall zwischen Plasma und Wand u_0 als Funktion der relativen Nettostromdichte i für unterschiedliche Absolutwerte der Ionenstromdichte j_i^{**} als Parameter; erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

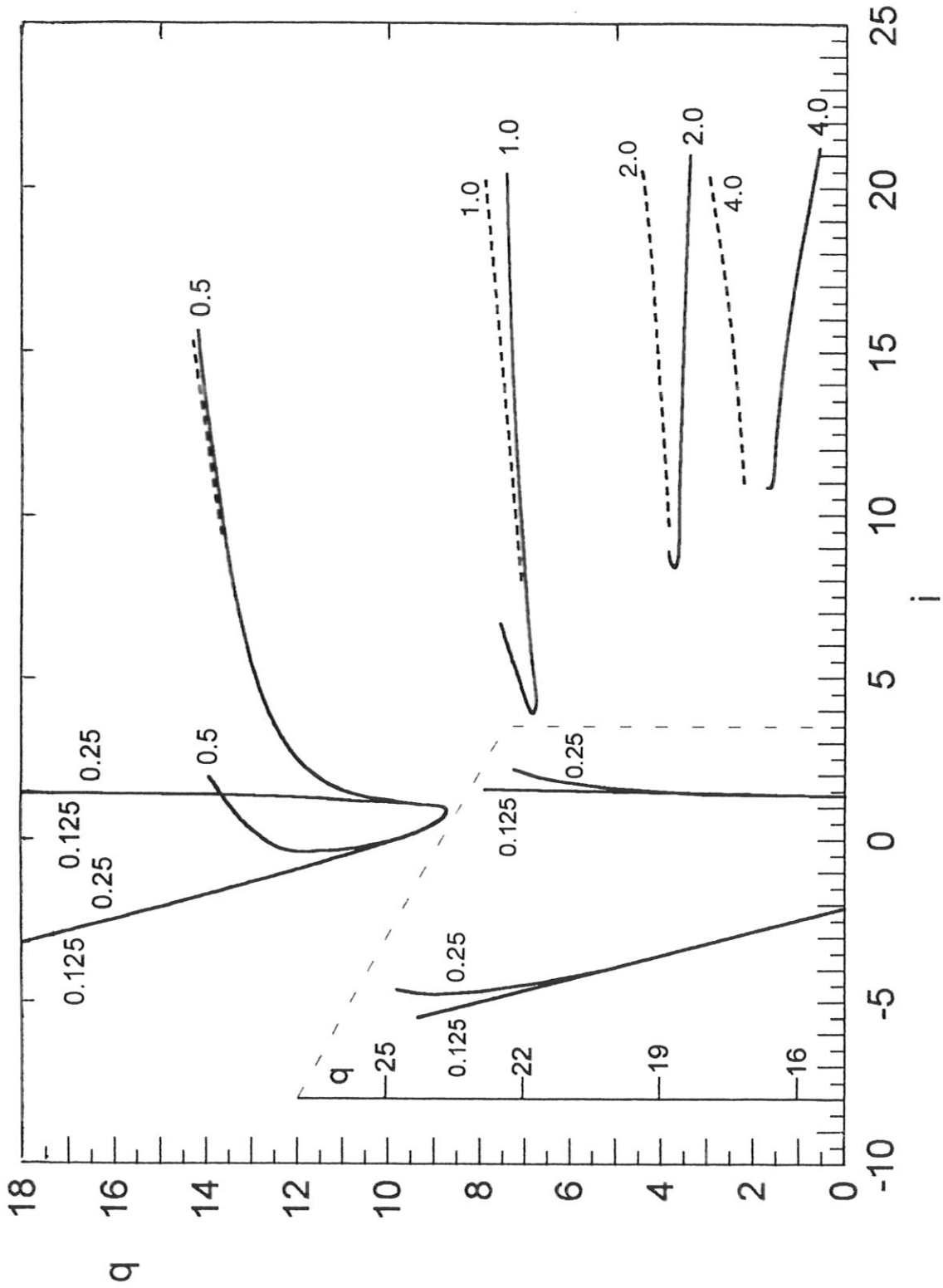


Abb. 17: Relative Energieflußdichte q aus dem Plasma zur Wand als Funktion der relativen Nettostromdichte i für unterschiedliche Absolutwerte der Ionenstromdichte j_i^{**} als Parameter; punktiert: Energieflußdichte einschließlich Joulescher Heizung $q + q_j$; erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

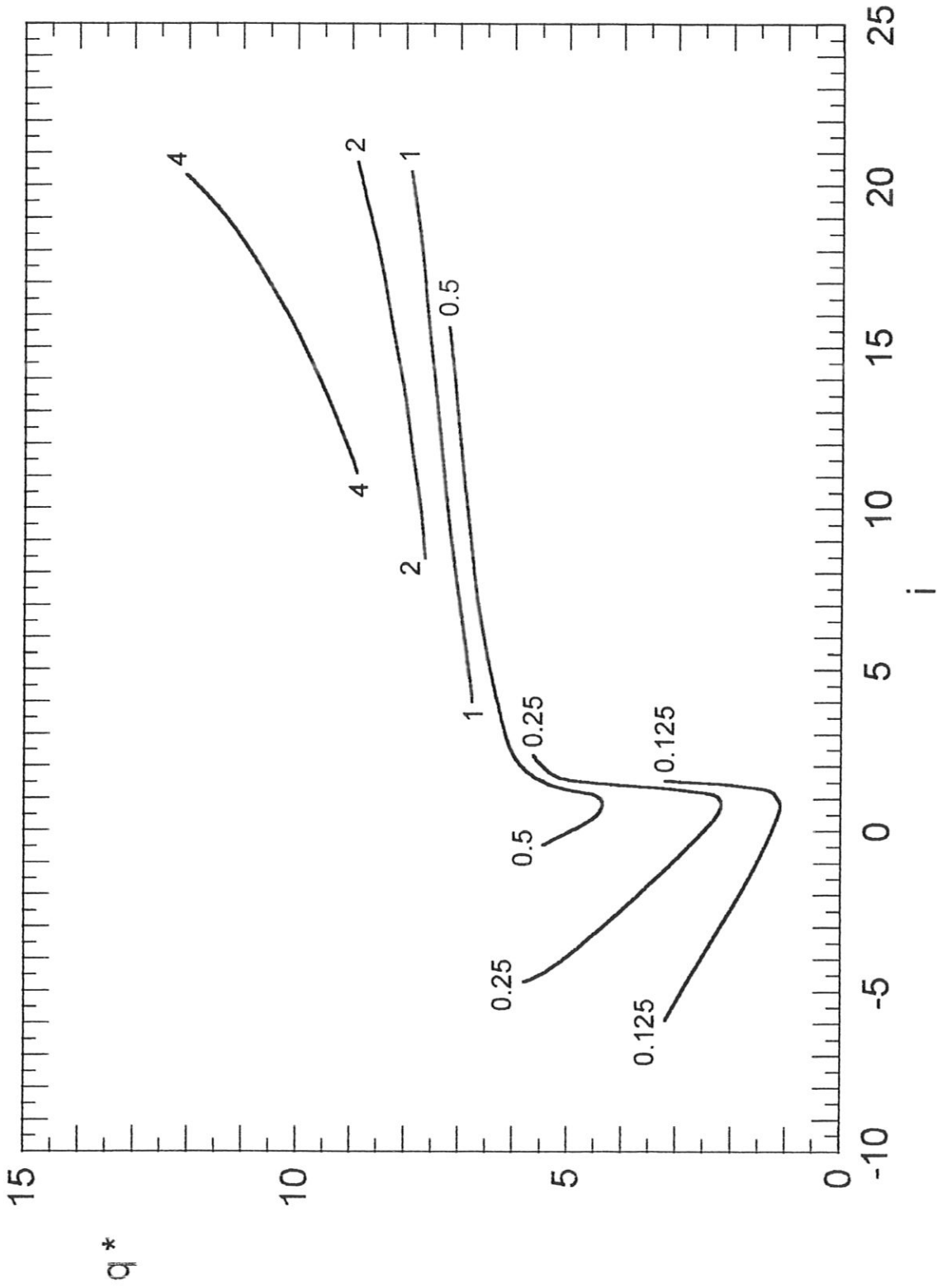


Abb. 18: Absolutwerte der Energieflußdichte in der Form $q^* = (q + q_e) j_i^{**}$ an der Wandoberfläche als Funktion der Nettostromdichte i , Parameter: absolute Ionenstromdichte j_i^{**} ; erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

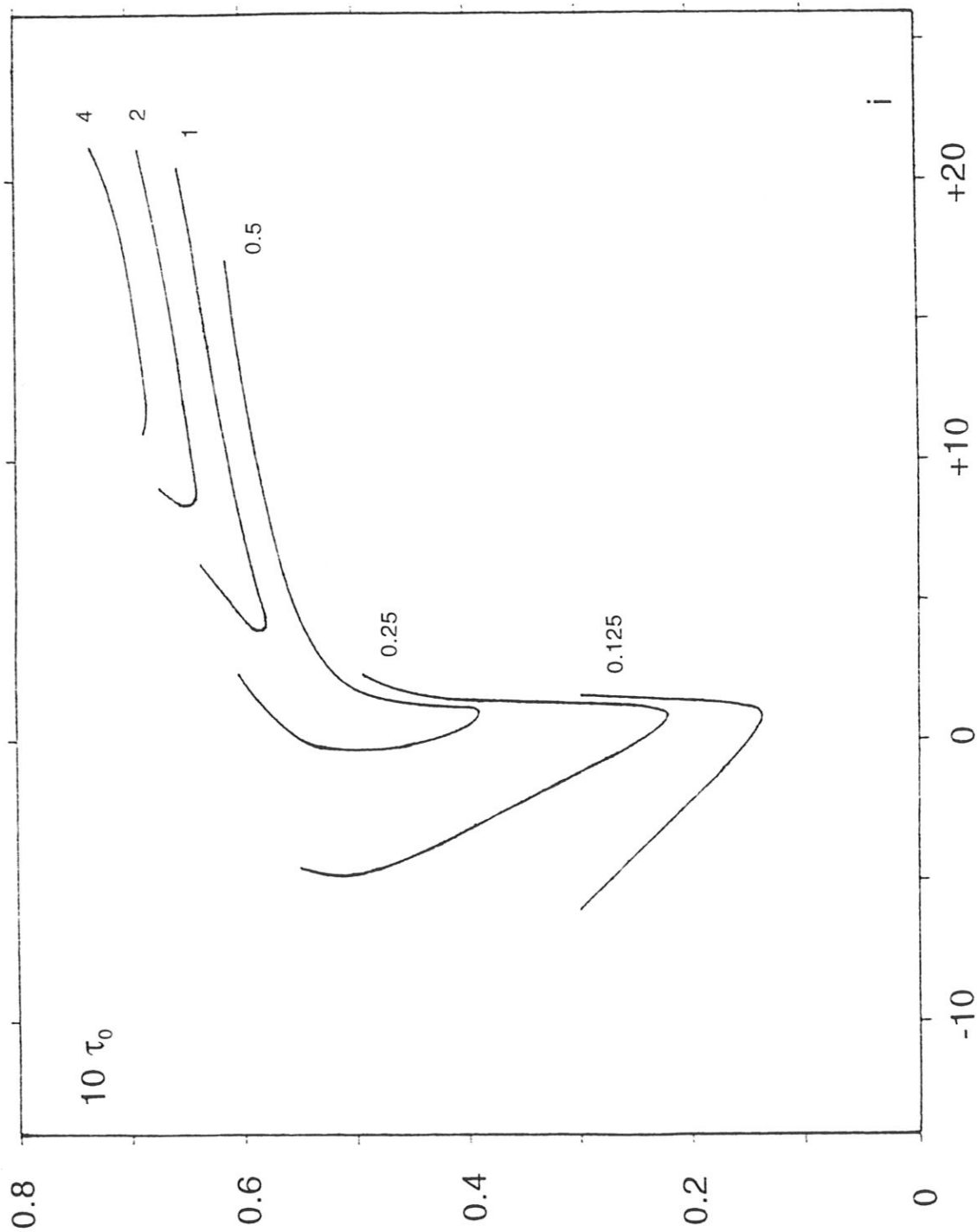


Abb. 19: Relative Oberflächentemperatur τ_0 als Funktion der Nettostromdichte i , mit Absolutwerten der Ionenstromdichte j_i^{**} als Parameter der Kurven; erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

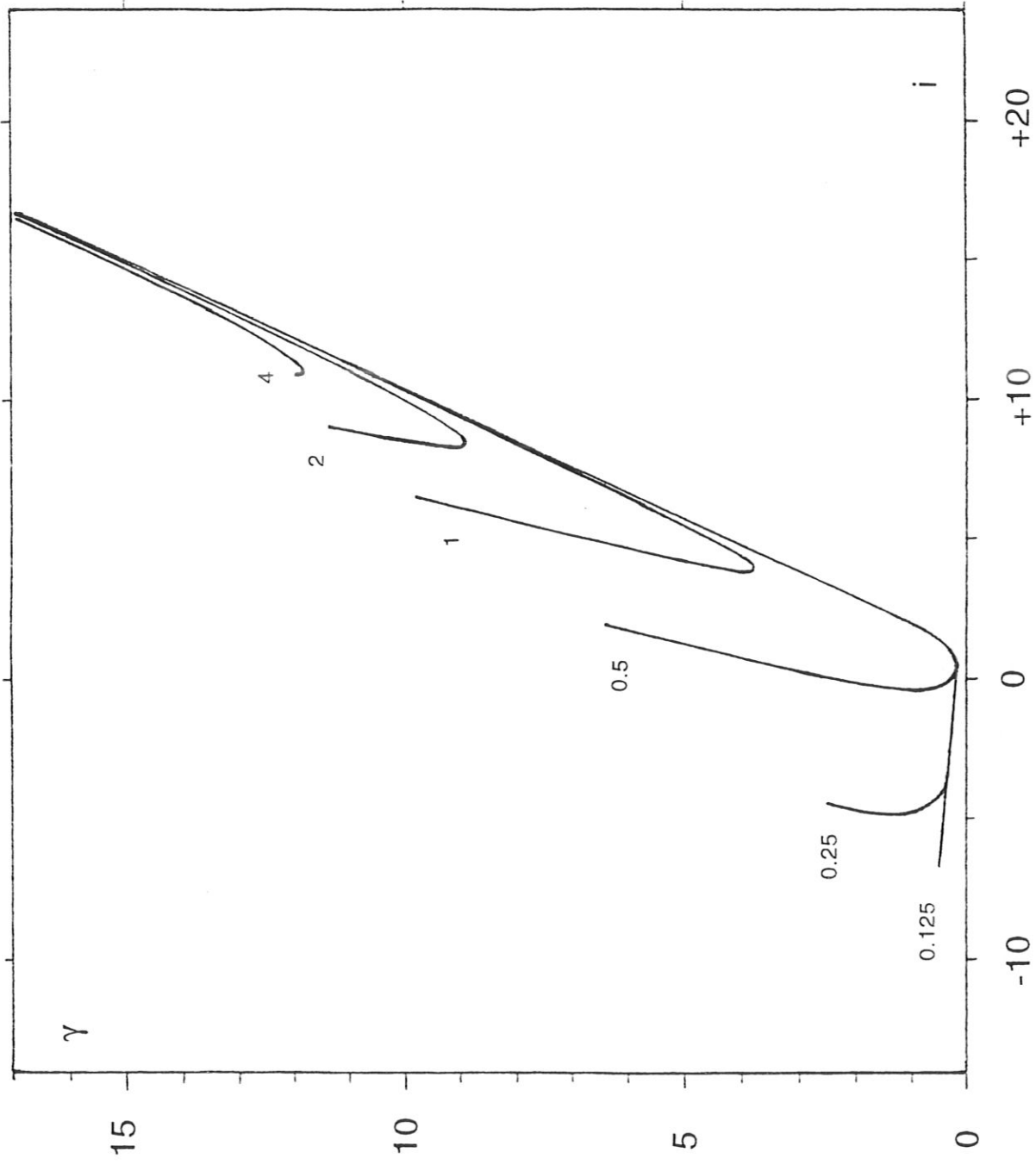


Abb. 20: Elektronen-Emissionskoeffizient γ als Funktion der relativen Nettostromdichte i für verschiedene Absolutwerte j_i^{**} der Ionenstromdichte (als Parameter); erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

3.2.4. Das alternative Modell und weitere Ergebnisse

Die in 3.2.3. diskutierten Ergebnisse gelten für den Modellfall 1(a+b), also unter der Voraussetzung zweier unterschiedlicher Elektronenensembles im Plasma. Im Falle eines einheitlichen Elektronenensembles, d.h. in der Modellvariante 2(a+b), die in analoger Weise gemittelt ist aus den Subvarianten 2a) und 2b) (siehe [1]), wurden lediglich einige Testrechnungen durchgeführt, deren Ergebnisse im Prinzip wieder ein ähnliches Verhalten zeigen wie die des Modells 1(a+b). Dabei wurden dieselben Werte für die Konstanten eingesetzt.

Im Detail zeigen sich folgende Unterschiede: Bei gleichem i und j_i^{**} sind generell sowohl γ als auch q und τ_0 um einige Prozent kleiner als im Modellfall 1, doch u_0 wird erheblich größer (bis zu einem Faktor von etwa 2) in allen Situationen, in denen die TF-Emission eine wesentliche Rolle spielt, also bei großem i j_i^{**} bzw. bei hohen Werten von γ ; auch f_0 wird dadurch vergrößert. Dagegen ist bei dominierender Sekundäremission u_0 ebenfalls ein wenig kleiner als im Modell 1. Für $i < 0$ werden dann alle Parameter im Modell 2 ganz geringfügig (maximal um wenige zehntel Prozent) größer als im Modell 1. Alle qualitativen Schlußfolgerungen (siehe Abschnitt 4.2.) gelten unverändert auch für diese Modellvariante.

Der einzige deutliche Unterschied zwischen beiden Modellvarianten zeigt sich also beim Randschichtpotential u_0 (die Veränderung von f_0 ist nur eine Folge davon). Bei hohen Nettoströmen $i \gg 1$ lassen sich große Werte von γ , die wegen der Bedingung $\gamma > i - 1$ erforderlich sind, am leichtesten erreichen, wenn durch ein genügend hohes $u_0 \gg 1$ der Plasmaelektronenstrom weitgehend unterdrückt wird. Dies ist die Situation im Modell 2: Obwohl bei wachsendem u_0 die mittlere Elektronentemperatur durch die Mischung mit den sekundären Elektronen ebenfalls etwas mit ansteigt, sinkt dabei der Elektronenstrom zur Wand stark ab. Im Modell 1 gibt es zwei unterschiedliche Elektronentemperaturen im Plasma, und die sekundären Elektronen haben nun (wegen $u_0 \gg 1$) eine wesentlich höhere Temperatur als die primären, die überdies etwa proportional zu u_0 ansteigt. Dadurch kann der Plasmaelektronenstrom durch Erhöhung von u_0 gar nicht weiter unterdrückt werden, weil stets etwa derselbe Anteil der sekundären Elektronen wieder zur Oberfläche abfließt. Der Plasmaelektronenstrom bleibt deshalb stets relativ hoch, und γ muß dann (im Vergleich zu Modell 2) weiter ansteigen, um diesen negativen Elektronenstrom zu kompensieren. Andererseits ist nun ein so hohes u_0 wie im Modell 2 nicht mehr erforderlich.

Schließlich ist die Grenze der Selbstblockierung der Emission durch die eigene Raumladung (in den Abbildungen nicht eingezeichnet) sowohl im Modellfall 2 wie im Modellfall 1 wiederum bezüglich ihrer Lage im Parameterraum sehr ähnlich dem gezeigten Ergebnis für das vereinfachte Modell (siehe z.B. Abb. 8, vgl. auch [1]).

Weitere - hier nicht im einzelnen beschriebene - Untersuchungen betrafen die Veränderungen der Energieverteilungsfunktionen der Ionen und Elektronen in der Vorschicht des Plasmas und in der Randschicht, Veränderungen, die für die genauere Formulierung der Teilchen- und Energieflüsse sowie für die Feldverteilung in der Schicht wichtig sind (z.B. auch für die korrekte Darstellung der Bohmbedingung und für den Reduktionsfaktor ξ). In der Vorschicht kann man näherungsweise mit entsprechend den mittleren Driftgeschwindigkeiten in Richtung Wand verschobenen Maxwell-Verteilungen rechnen, die durch Stöße immer wieder reproduziert werden, allerdings umso schlechter, je mehr wir uns der Schichtkante nähern. In der fast stoßfreien Raumladungsschicht haben wir dagegen bezüglich der Ionen und der zur Wand abfließenden Elektronenkomponente eine freie, d.h. (nahezu) ungehinderte Beschleunigung vorliegen, mit einer dementsprechend zunehmenden Deformation der Verteilungsfunktionen.

4. Diskussion

4.1. Relation zu realen Parametern

Aus den dimensionslosen Größen u_0 , q , τ_0 , τ_i , i , γ , v lassen sich die physikalischen Parameter der Randschicht U_0 , P , T_0 , j usw. sofort ermitteln, wenn die Hauptdaten über das wandnahe Plasma bekannt sind, d.h. n_e und T_e .

Wie bereits erwähnt, sind die numerischen Koeffizienten in den Emissionsgleichungen (Gl. (2), (5), (7)) teilweise an empirische Werte angeglichen, als geeignete Mittelwerte im relevanten Energiebereich, unter Verzicht auf die Berücksichtigung von Material-Besonderheiten und speziellen Oberflächenbedingungen. So sind die Konstanten γ_k ($k = 0, 1, 2$) von γ_{SE} , Gl. (2), als grobe Näherungen für kleine Energien und ein "mittleres" Wandmaterial zu betrachten (vgl. z.B. [40]). Andere Konstanten, insbesondere die j_i -abhängigen Ausdrücke in der Gleichung (7) für die Oberflächen-Temperatur τ_0 , die dann in γ_{TF} , Gl. (5), eingehen, erfordern dagegen für die Auswertung eine Diskussion der Transportkoeffizienten des Wandmaterials.

Die Absolutwerte der Ionenstromdichte in der Form j_i^* bzw. j_i^{**} gehen an zwei Stellen in die Gleichungen ein: 1. Im Argument der Winkelfunktionen von τ_0 , Gl. (7) (Faktor B_0), und 2. in die Absenkung der Austrittsarbeit durch das anliegende elektrische Feld, Gl. (8). Diese letztgenannte Abhängigkeit ist jedoch von viel geringerer Bedeutung als die erste, da zum einen die Stromdichte nur mit der Potenz 1/4 eingeht, und da die Abhängigkeit der Emissionsausbeute von der Feldstärke normalerweise - unter den hier vorliegenden Bedingungen - ohnehin nur eine relativ kleine Korrektur darstellt.

In Gl. (7) ist der Vorfaktor (A_0) proportional zu $\sqrt{(\sigma_0 \kappa)}$, das Argument der Winkelfunktion (B_0) ist proportional zu $a / \sqrt{(\sigma_0 \kappa)}$, wobei a der Radius des als ungefähr kreisförmig angenommenen "hot spots" ist, in dem die Aufheizung der Wand durch das Plasma stattfindet. Aus Daten über die (temperaturabhängigen) Leitfähigkeiten σ und κ verschiedener Metalle als Wandmaterialien (z.B. aus [41], [42]) ergeben sich dann für die o.g. Kombinationen die in Tabelle 1 zusammengestellten Werte:

Tabelle 1

Für die stationäre Oberflächentemperatur relevante Kombinationen der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma = \sigma_0/T$ und der Wärmeleitfähigkeit κ sowie die zugehörigen Stromdichten j , berechnet für $a = 1 \text{ cm}$

Material	$(\sigma_0/\kappa)^{1/2}$	$(\sigma_0\kappa)^{1/2}$	$j / (i j_i^*)$
Cu	$6.5 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$2.5 \cdot 10^6 \text{ A/m}$	$2.9 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$
Al	$6.7 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$1.5 \cdot 10^6 \text{ A/m}$	$1.7 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$
Be	$6.0 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$1.0 \cdot 10^6 \text{ A/m}$	$1.2 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$
W	$5.6 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$9 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$1.0 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$
Mg	$6.5 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$9 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$1.0 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$
Mo	$6.2 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$8 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$9 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$
Zn	$6.5 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$7 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$8 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$
Fe	$4.9 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$3.5 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$
Ti	$5.7 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$1.2 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$1.4 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$
C	$\sim 1.2 \cdot 10^3 \text{ K/V}$	$\sim 2.5 \cdot 10^3 \text{ A/m}$	$\sim 3 \cdot 10^4 \text{ A/m}^2$

In unserer Darstellung mit dimensionslosen Größen ist das Argument der Winkelfunktionen $(\pi/35) i j_i^*$ (einfaches Modell, Abschn. 3.1.), bzw. in den vollständigen Rückkopplungsmodellen (Abschn. 3.2.) $(\pi/200) i j_i^{**} \approx 0.0157 i j_i^{**}$. Für die Netto-Stromdichten j erhält man deshalb die in der letzten Spalte von Tab. 1 angegebenen Werte, falls der Radius des Aufheizungsgebietes (hot spot) mit $a = 1 \text{ cm}$ angenommen wird. Wegen $j_i \approx Ze n_0 (kT_e/m_i)^{1/2}$ (im einfachsten Falle, unter Vernachlässigung der Ionentemperatur) kann man daraus, mit der Annahme von beispielsweise $kT_e = 10 \text{ eV}$, die erforderlichen Plasmadichten an der Schichtkante ausrechnen: Es ist dann nämlich $n_0 \approx 3 \cdot 10^{14} j_i \text{ m}^{-3}$, und mit (beispielsweise) $i = 1$, $j_i^* = 1$ erhält man für Cu: $n_0 \approx 8.6 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$, oder für Fe: $n_0 \approx 1.2 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$. Eine größere Ausdehnung der heißen Zone (a) und eine Verschlechterung der Leitfähigkeiten z.B. durch Verunreinigungen an der Oberfläche und im Material senkt die zugehörigen Stromdichten j und damit die erforderliche Plasmadichte n_0 . Diese Parameter können damit für kritische $i j_i^*$ durchaus in den Wertebereich des wandnahen Plasmas von Niederdruck-Entladungen oder von Fusionsexperimenten gelangen.

Alle genannten Zahlen sind nur grobe Näherungswerte, gültig für einen mittleren Temperaturbereich, da tatsächlich weder σ_0 noch κ unabhängig von der Temperatur sind (wie hier zunächst vorausgesetzt wurde) und überdies noch von der Reinheit, der Oberflächen-Beschaffenheit und Textur der Wandmaterialien abhängen. Insbesondere $\sqrt{(\sigma_0\kappa)}$ sinkt mit wachsender Temperatur etwas ab, die tatsächliche Grenzstromdichte für die thermische Instabilität (Thermal Runaway) verringert sich entsprechend.

Die Abhängigkeit der elektrischen Oberflächen-Feldstärke F_0 vom Absolutwert der Ionenstromdichte j_i folgt dagegen aus einem ganz anderen Zusammenhang, nämlich aus der Integration der Poisson-Gleichung in der Randschicht (Gl. (9)), die für den j_i -abhängigen Hauptterm $F_0 \approx (8m_i U_0 / Ze)^{1/4} (j_i / \epsilon_0)^{1/8}$ ergibt. Wenn man hier für U_0 näherungsweise $U_0 \approx (kT_e / 2e) \ln(2\pi\mu)^{-1}$ verwendet und den Vorfaktor des Schottky-Terms $(e^3 / 4\pi\epsilon_0)^{1/2}$ berücksichtigt, erhält man für die hier verwendeten Werte der Konstanten β_0 und δ_1 (s. z.B. Abschn. 3.1.3.) und mit $kT_e = 10$ eV die Beziehung $j_i = 1.5 \cdot 10^7 j_i^* \text{ A/m}^2$, d.h. einen Wert, wie er ungefähr auch aus der Wärmeleitungsgleichung für die meisten Wandmaterialien ermittelt wurde (s. Tab. 1). Tatsächlich wird F_0 noch durch die Oberflächen-Rauhigkeit verstärkt. Wie bereits erwähnt, sind die kleinen Unterschiede zwischen beiden Berechnungen der Sättigungs-Stromdichte j_i für die Interpretation der Ergebnisse ohne Belang.

Die teilweise veränderten Werte für diverse Konstanten, wie sie in den erweiterten Modellen 1(a+b) und 2(a+b) verwendet wurden, sind bereits in Abschn. 3.2.2. beschrieben. Eine genauere Begründung für diese Änderungen ist im folgenden zusammengestellt:

1. Wahl eines niedrigeren Wertes für die (konstante) Elektronentemperatur $T_e = T_{e1}$, nämlich 5 eV (statt früher 10 eV bzw. 15 eV). Dadurch vergrößern sich entsprechend die Konstanten E_0 und Φ sowie die Konstanten im Vorfaktor und im Exponenten von γ_{TF} (d.h. α bzw. β_0). Damit wird auch der zahlenmäßig ungeänderte Wert von τ_{00} realistischer.
2. Explizite Berücksichtigung der j_i -Abhängigkeit des Vorfaktors von γ_{TF} .
3. Verwendung eines realistischeren Wertes für $\sqrt{(\sigma_0/\kappa)}$ und damit für den Vorfaktor A_0 des zweiten Terms der τ_0 -Gleichung (7). Wie die obige Tabelle 1 zeigt, ist $\sqrt{(\sigma_0\kappa)} \approx 6 \cdot 10^3 \text{ K/V}$ mit einer nur geringen Streuung für die verschiedenen Materialien. Der im einfachen Modell verwendete erheblich kleinere Vorfaktor (0.05 statt 0.5) war durch Anpassung an ein früher berechnetes Beispiel [38] abgeleitet worden und würde unter unseren Bedingungen tatsächlich nur für ein (hypothetisches) Material mit sehr niedriger elektrischer Leitfähigkeit und/oder sehr hoher Wärmeleitfähigkeit gelten. (Wie erwähnt, war das vereinfachte Modell auch als Testfall für den Einfluß der Jouleschen Heizung konzipiert worden).

4. Die Wahl einer anderen dimensionslosen absoluten Ionenstromdichte j_i^{**} , um den Grenzwert für Thermal Runaway in diesen Einheiten zu höheren Zahlenwerten von j_i^{**} zu verschieben. Es ist $j_i^{**} \approx 5.7 j_i^*$. Alle explizit j_i -abhängigen Parameter sind davon betroffen. Dies ist natürlich nur eine formale Änderung, die den physikalischen Sachverhalt in keiner Weise tangiert.

5. Durch geringfügige Änderungen anderer Konstanten, z.B. in γ_{SE} , sollte eine etwas bessere Anpassung der Ausbeute an gemessene Daten erreicht werden. Dies ist aber ohne nennenswerten Einfluß auf die Ergebnisse.

Die o.g. Schlußfolgerungen gelten für diese verallgemeinerten Rückkopplungsmodelle der aktiven Randschicht in analoger Weise. Wegen der geänderten Konstanten darf man erwarten, daß eine Auswertung der Ergebnisse (siehe Abb. 16 - 22) bezüglich der zugehörigen physikalischen Größen (z.B. j bzw. j_i , n_0 , T_e) bei verschiedenen Wandmaterialien mit Hilfe der Daten in Tab. 1 nun noch besser den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

4.2. Wege zur Randschicht-Instabilität

Der mögliche oder wahrscheinliche Umschlag der stabilen und weitgehend stationären und homogenen Randschicht in einen hochgradig inhomogenen, nichtstationären Zustand mit lokalisierten plasma-induzierten Bogen-Brennflecken, die extrem hohe Stromdichten und Leistungsdichten sowie eine erhebliche Dynamik bereits im Zeitbereich von 10^{-8} s aufweisen, wird verursacht durch die Entwicklung einer Instabilität innerhalb der Randschicht, ausgelöst durch eine wachsende lokale Aufheizung und die dadurch extrem schnell ansteigende Elektronenemission aus der Wand.

Die theoretische Beschreibung dieser zeitabhängigen Prozesse, die sehr unterschiedliche Zeitkonstanten aufweisen, ist sehr viel aufwendiger als die hier behandelte Untersuchung der stationären Randschicht-Zustände. Eine adäquate Theorie müßte außerdem auch die seitliche Ausdehnung und die Begrenzung der betroffenen Wand- und Plasmabereiche und der entstehenden hot spots einbeziehen, einschließlich der Quertransporte von Teilchen und Energie. Es wäre also ein zumindest zweidimensionales, zeitabhängiges Modell notwendig.

Obwohl eine vollständige Aufklärung des Umschlages nur über die Lösung des genannten erweiterten Problems möglich erscheint, können doch bereits aus der Analyse der stationären Zustände (und der Wege, die zu ihnen führen) eine Reihe von Schlüssen über mögliche Szenarien gezogen werden, in denen sich die Entwicklung zur Instabilität vollziehen kann.

Wie in Teil 1 dieses Berichts [1] bereits dargelegt, ist eine intensive TF-Elektronenemission charakteristisch für die katodischen Bogen-Brennflecken. Werte von $\gamma \gg 1$, beruhend auf diesen Emissionsprozessen, können deshalb als Indizien für den möglichen Übergang in isolierte Brennflecken interpretiert werden. In [1] wurde auch festgestellt, daß hohe Potentiale $u_0 \gg 1$ und (noch wirksamer) große Leistungsflüsse $q \gg 1$ diesen Umschlag begünstigen. Solche Werte treten auf, wenn entweder $i \gg 1$ ist und zugleich $\gamma \approx i - 1$ (was identisch ist mit der Bedingung $u_0 \gg 1$, d.h. Heizung hauptsächlich durch Ionenaufprall), oder auch - zumindest bezüglich q - wenn $i \ll 0$ ist (also Heizung vor allem durch Plasmaelektronen). Dies alles gilt, wenn i und γ als unabhängige Variable angesehen werden.

Wenn nun die Emissionsausbeute γ durch die Randschicht selbst fixiert wird, zeigen die Ergebnisse zunächst, daß die in der Version von [1] mögliche und auch zweckmäßige Reduzierung des Problems auf dimensionslose Variable im Falle einer solchen Rückkopplung nicht mehr gültig ist: Die Aufheizung der Wand, die Feldstärke an ihrer Oberfläche und damit die Ausbeute der TF-Elektronenemission sind entscheidend von den Absolutwerten der Stromdichten (d.h. der Ionen-Sättigungs-Stromdichte und der Netto-Stromdichte) abhängig. Dies wurde in Form der bequem gewählten Bezugsgrößen j_i^* bzw. j_i^{**} in der Darstellung der Ergebnisse berücksichtigt.

Die numerischen Ergebnisse zeigen nun folgende Möglichkeiten für den Umschlag der "normalen" Randschicht in die von (unipolaren) Brennflecken geprägte Randschicht, also für das Einsetzen einer Instabilität:

1. Bei genügend großen Ionenstromdichten j_i und hohen Netto-Stromdichten $j = i j_i$ gibt es Randschicht-Zustände mit γ -Werten von der Größenordnung 10, verursacht durch die dominierende TF-Elektronenemission, die - wie oben erwähnt - in dieser Hinsicht bereits den Bedingungen innerhalb von Brennflecken entsprechen. Nicht ausreichend sind allerdings die Absolutwerte der Stromdichte und der Leistungsflußdichte, die nur durch eine erhebliche Kontraktion der intensiv emittierenden Wandfläche und eine entsprechende Erhöhung der Plasmadichte vor diesem Emissionsgebiet erreichbar wären (siehe dazu Abschnitt 4.3.).
2. Die für i -Bereiche nahe den Extremwerten von i existierenden zweiten Lösungen sind instabil, d.h. sie stellen labile Gleichgewichte dar. Bei einer kleinen (zufälligen) Abweichung geht die Elektronenemission entweder irreversibel auf den Minimalwert zurück (d.h. $\gamma \rightarrow \gamma_{SE}$), oder sie wächst immer weiter an, unbegrenzt, und mündet damit in einem Zustand des Thermal Runaway.
3. Die Grenzwerte des Thermal Runaway werden von keiner Lösung erreicht. Das ist auch nicht verwunderlich, da die Gleichungen nur die stationären Zustände beschreiben, während der Thermische Runaway ein hochgradig nichtstationärer Prozeß ist. Bei großem i bzw. großem $i j_i$ kommen die stationären Lösungen dieser Stabilitätsgrenze sehr nahe, so daß ein schließlicher Übergang nicht ausgeschlossen erscheint. Der Thermal Runaway führt zur explosiven Zerstörung des betroffenen Strukturelements der Wand und produziert mit großer Wahrscheinlichkeit einen Bogen-Brennfleck.

4. Bei großem i ($\gg 1$) und großem i_j zeigen die Lösungen einen hohen Grad an Überstabilität, die eventuell zu Oszillationen mit wachsender Amplitude und schließlich - in ihren Maxima - zum Umschlagen in einen Brennfleck führen könnten, eventuell aber (in den Minima) auch zum Absinken in den stationären Zustand der Randschicht mit geringer Sekundäremission. Allerdings bedeutet mathematische Instabilität nicht zwangsläufig auch eine Instabilität des physikalischen Systems, da die unterschiedlichen Zeitkonstanten dissipativer Prozesse (insbesondere der Wärmeleitung) ausgleichend und dämpfend wirken.

5. Bei großem i , jenseits des Maximums der $u_0(i)$ -Kurven, hat die Randschicht eine fallende u_0-i - und damit $|U_0|-J$ - Charakteristik (J ist dabei die gesamte Netto-Stromstärke). Dies ist eine möglicherweise hinreichend instabile Situation (allerdings noch abhängig vom übrigen Stromkreis), die zum weiteren Anstieg des Stromes, zur weiteren Aufheizung usw. führen kann.

6. Zwischenzustände der Randschicht, die nicht auf den berechneten Kurven liegen, können trotzdem als zeitabhängige und instabile Existenzpunkte vom System durchlaufen werden, wobei sie entweder in einen stationären Zustand einmünden, oder zur Abkühlung und dadurch Absterben der TF-Emission führen, oder aber die Energiezufuhr und die Emission eskaliert und die betroffene Stelle entwickelt sich in Richtung auf den Thermal Runaway. Die Entwicklungsrichtung hängt natürlich auch von der Lage im Existenzdiagramm ab und von der Vorgeschichte; bei labilen oder zur Überstabilität tendierenden Zuständen kann sie auch durch zufällige Anfangsbedingungen gesteuert werden.

Die Ergebnisse bestätigen nun die bereits in [1] abgeleitete ganz allgemeine Aussage, daß Randschicht-Zustände nahe der Grenze $\gamma \approx i - 1$ auch bei Berücksichtigung der Rückkopplung die größte Wahrscheinlichkeit zu einer Entwicklung in Richtung Instabilität aufweisen, sofern zugleich $\gamma \gg 1$ ist.

Ein weiteres Indiz für eine Instabilität der Randschicht ist der Anstieg der Oberflächentemperatur (τ_0) mit steigendem Absolutwert des Nettostromes $j = i j_i$. Aus der Gleichung für die Elektronenemission (d.h. TF-Emission, Gl. (5)) folgt, daß mit steigendem τ_0 auch γ und damit der Nettostrom j ansteigt. Aus der Energiebilanz (z.B. Gl. (13) im einfachsten Fall) ergibt sich einerseits, daß mit steigendem γ die (relative) Energiezufuhr zur Oberfläche q geringer wird (weil die Elektronenemission Energie benötigt), daß aber andererseits die Joulesche Heizung (q_j) zunimmt. Wenn der letztgenannte Zuwachs überwiegt (siehe Abb. 21) und der Stromanstieg insgesamt zu einer weiteren Aufheizung führt (Abb. 22), wenn also $d\tau_0/dj > 0$ ist, kann die Emission und damit die Stromdichte immer weiter anwachsen: Die Randschicht ist in keiner stabilen Situation. Wie Abb. 22 zeigt, ist das tatsächlich der Fall, sofern nur j genügend groß ist um merkliche TF-Emission zu erzeugen, und dann wird die Oberflächentemperatur auch nahezu unabhängig vom Parameter j_i^* bzw. j_i^{**} .

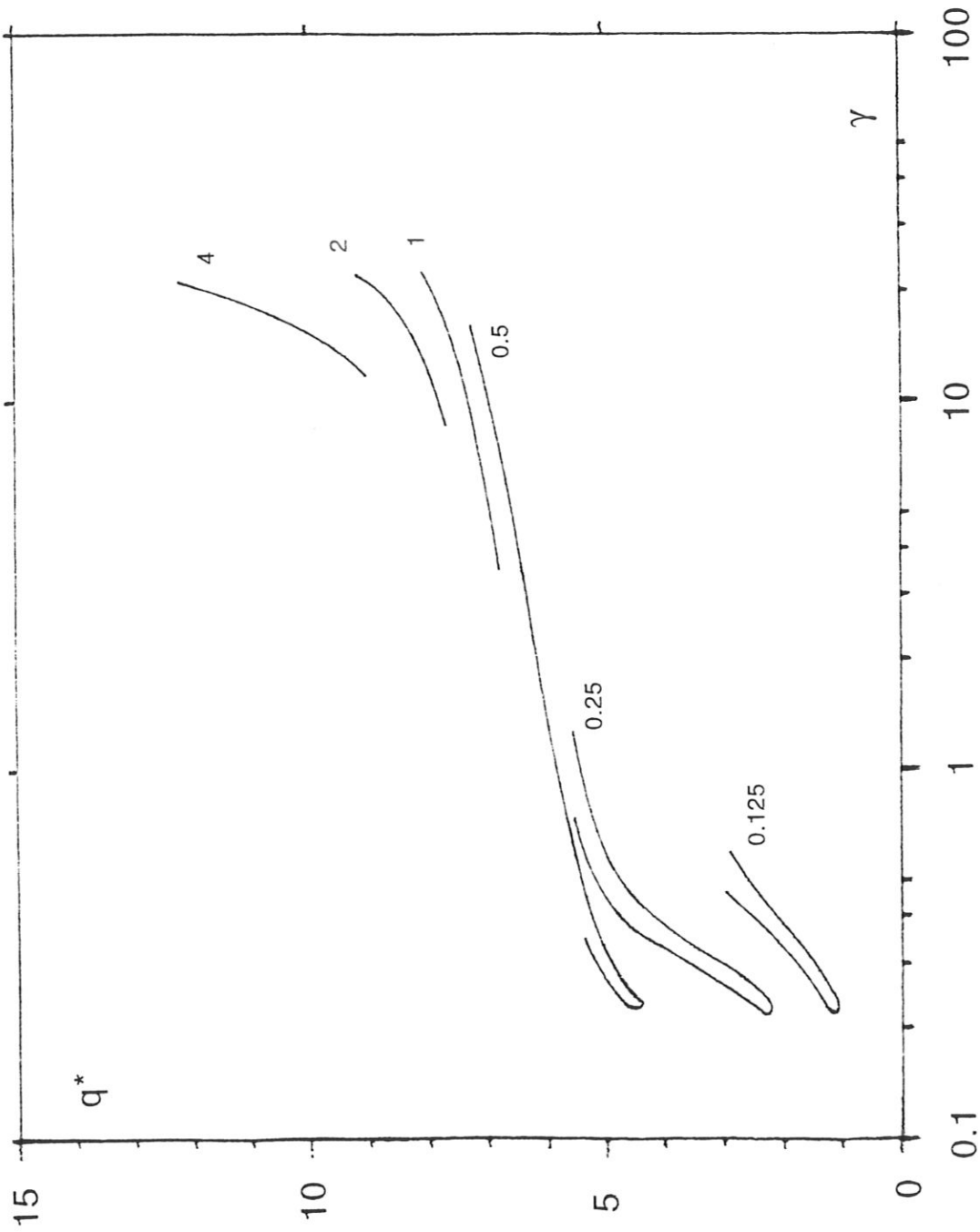


Abb. 21: Absolutwerte der Energieflußdichte $q^* = (q + q_i) j_i^{**}$ als Funktion des Elektronen-Emissionskoeffizienten γ für verschiedene Absolutwerte j_i^{**} der Ionen-Sättigungsstromdichte (Parameter); erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

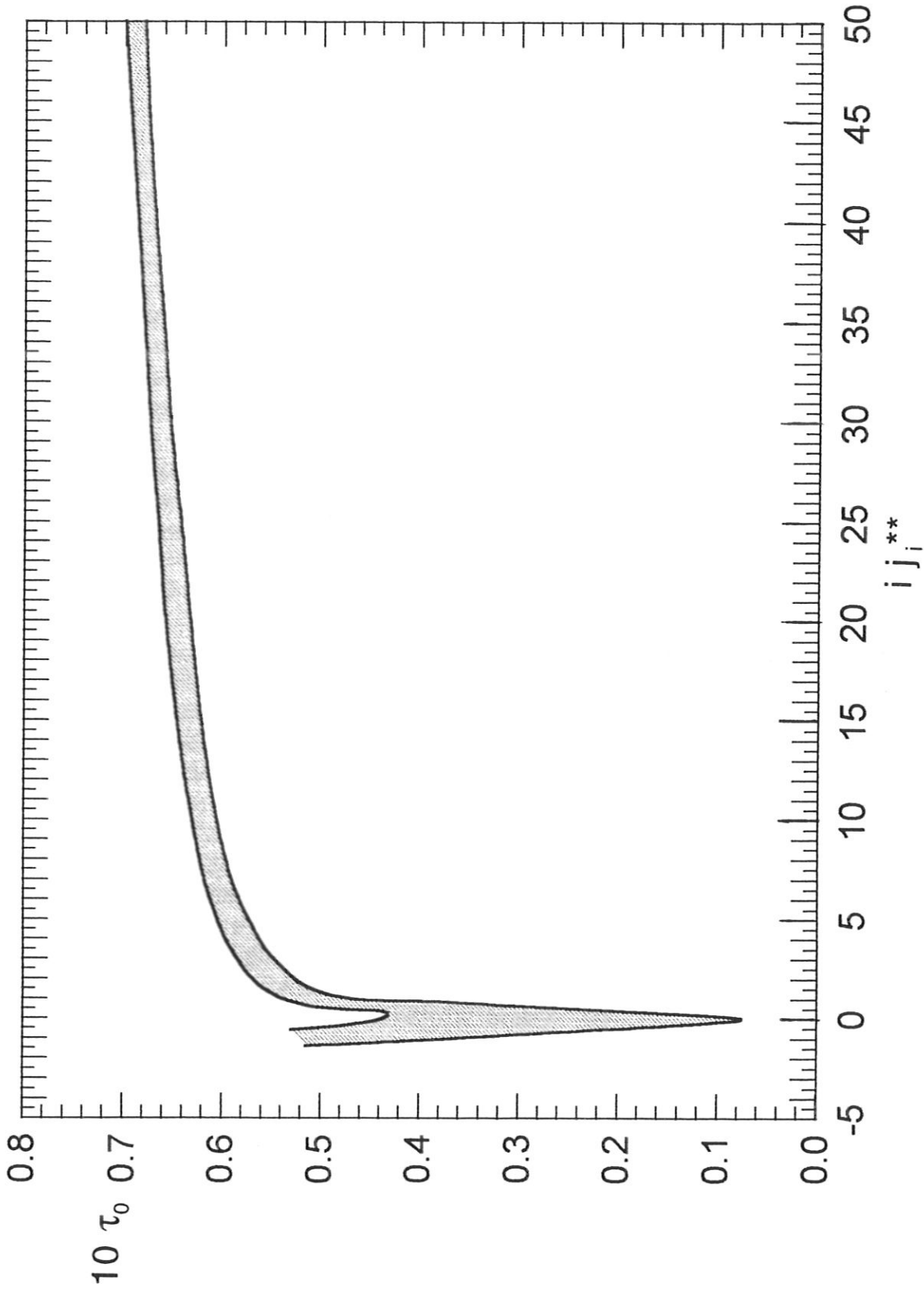


Abb. 22: Relativwerte der Oberflächentemperatur τ_0 als Funktion der absoluten Nettostromdichte in der Form $j^* = i j_i^{**}$; innerhalb des schraffierten Bereichs liegen alle Werte von τ_0 für $0.125 \leq j_i^{**} \leq 4$; erweitertes Randschichtmodell 1(a+b) mit Rückkopplung der Elektronenemission

Durch eine Analyse der stationären Zustände der Randschicht ist es demnach möglich, Bedingungen bzw. Parameterwerte herauszufinden, die offenbar einem Umschlag zur Instabilität nahekommen und bei denen ein solcher Umschlag zu erwarten ist, oder bei denen sogar - wegen der nachweislichen Nicht-Existenz stationärer Lösungen - ein solcher Umschlag bereits stattgefunden haben muß, wobei natürlich der tatsächliche Zeitablauf selbst mit Hilfe dieser Modelle nicht darstellbar ist.

4.3. Ausblick: Erweiterte und vollständige Modelle der Randschicht

Die hier vorgestellten Ergebnisse vermitteln einen Überblick über die möglichen stationären Zustände der Raumladungs-Randschicht zwischen Plasma und Wand, wenn die Oberfläche Elektronen ins Plasma emittiert und wenn diese Emission selbstkonsistent vom Plasma gesteuert wird. In diesem Kontext ist das berechnete Modell mit seinen Varianten im wesentlichen bereits vollständig und bedarf im Prinzip keiner Erweiterungen.

Verbesserungen sind selbstverständlich in verschiedener Hinsicht möglich, z.B. durch eine genauere Darstellung der Geschwindigkeits-Verteilungsfunktionen der Elektronen und Ionen an der Schichtkante, also unter Einbeziehung der elastischen und unelastischen Stoßprozesse sowie des elektrischen Feldes in der Vorschicht. Einige einfache Modellfälle für die Abhängigkeit der Verteilungsfunktion vom Ort wurden durchgerechnet. Während man an der Vorschichtgrenze mit (entsprechend der Drift zur Wand) "verschobenen" Maxwellverteilungen rechnen kann, entwickelt sich an der Schichtkante daraus (näherungsweise !) eine unvollständige und zugleich verschobene Verteilungsfunktion, in der alle Ionen mit $v_z < 0$ (d.h. aus Richtung Wand kommend) bzw. Elektronen mit $v_z < -\sqrt{(2eU_0^*/m_e)}$ fehlen. Diese Verteilungsfunktionen deformieren sich in der Schicht durch die freie Beschleunigung der geladenen Teilchen. Außerdem können realitätsnahe Verteilungsfunktionen für die in der Vorschicht des Plasmas gestreuten und allmählich thermalisierten sekundären Elektronen wahrscheinlich nur mit Monte-Carlo-Methoden berechnet werden. Die aus all diesen Vorstellungen abzuleitenden Korrekturen für die Teilchen- und Energieflüsse sind durchaus von Interesse, doch kann man - wie Abschätzungen und einfache Testbeispiele zeigen - mit ziemlicher Sicherheit feststellen, daß sich die quantitativen Ergebnisse normalerweise dadurch nur geringfügig verschieben würden, so daß der erhebliche mathematische Aufwand, der dafür erforderlich wäre, wahrscheinlich kaum lohnt. Auf eine genauere Diskussion soll deshalb hier verzichtet werden.

Eine andere Erweiterung des Modells ist jedoch sehr wichtig, um das Verhalten der Randschicht unter wirklichen, also realitätsnahen Bedingungen theoretisch zu untersuchen: In der jetzigen Form wird das vor der Wand liegende Plasma lediglich durch die emittierten Elektronen beeinflusst. Bei den hohen Wandtemperaturen, wie sie für merkliche Thermoemission oder TF-Emission Voraussetzung sind und wie sie auch durch die Energieflüsse aus dem Plasma entstehen können, ist normalerweise auch eine merkliche Verdampfung von Wandmaterial zu erwarten, allerdings noch stark abhängig von den thermischen Eigenschaften dieses Wandmaterials. Dies hat vielfältige Folgen: Der Dampf ist zunächst vergleichsweise kühl, er wird im Plasma aufgeheizt und ionisiert. Dadurch verändert sich die Plasma-Zusammensetzung, die Plasmadichte wird erhöht, und die Plasmatemperatur sinkt ab. Alle weiteren Prozesse der Plasma-Wand-Wechselwirkung und alle anderen physikalischen Parameter sind dadurch ebenfalls betroffen.

Das Randschichtmodell müßte also dementsprechend erweitert werden. Die Verdampfungsrate als Funktion der Oberflächentemperatur T_0 bringt dabei kaum Schwierigkeiten, sie ist für die wichtigen Metalle annähernd bekannt. Sehr viel schwieriger wird es sein, die Energiebilanz des Plasmas adäquat und im Zusammenhang mit der Ionisation und Aufheizung des Dampfes zu berechnen, denn bei diesen Prozessen entstehen Gradienten zu anderen (weiter entfernten) Gebieten des primären Plasmas, wodurch wieder die Plasmaparameter sowie die Teilchen- und Energieflüsse in Richtung Wand verändert werden. Andererseits wird im wandnahen Plasma ein erhöhter Druck aufgebaut, der zur Expansion führt. Es genügt also nicht mehr, nur die Randschicht und das wandnahe Plasma (in der Vorschicht) zu untersuchen: Die Reaktion des Gesamtsystems muß einbezogen werden. Während bei mäßigen Wandtemperaturen der Dampf nur eine geringfügige Störung des ursprünglichen Plasmas bewirkt, entsteht im Endzustand eines ausgebildeten Brennflecks lokal ein hochdichtes Dampfplasma, das keinerlei Bezug mehr hat zum primären (die Randschicht ursprünglich formenden) Plasma. Letzteres wird vollständig aus der zentralen Zone des Brennflecks verdrängt.

Dieser Übergang vom primären Plasma zum dominierenden Dampfplasma, der bei gleichzeitiger Kontraktion der hot-spot-Region innerhalb weniger 10^{-8} s ablaufen kann, im Falle einer explosiven Verdampfung sogar im Zeitraum von 10^{-10} s, unter der Mitwirkung einer intensiven TF-Elektronenemission, stellt die finale Phase der Randschicht-Instabilität dar, die im ausgebildeten plasmainduzierten Brennfleck mündet, oder in einer Vielzahl solcher (katodischer) Brennflecken, die eventuell von (anodischen) Rückflußgebieten des Stromes umgeben sind.

Einige Testrechnungen zeigten, daß bei den hohen Oberflächentemperaturen, wie sie durch große Leistungsflüsse und entsprechende Stromdichten auftreten, und wie sie für intensive TF-Emission verantwortlich sind, normalerweise auch die Verdampfung sehr stark wird, sofern Metalle mit relativ niedrigem Siedepunkt (wie Cu, Fe) betrachtet werden. Wie zu erwarten, verändern sich dadurch die Plasmaparameter und die Absolutwerte der Teilchenflußdichten entscheidend. Die Einbeziehung dieses Effekts und seiner vielfältigen Auswirkungen ist deshalb unbedingt erforderlich.

Die Tests ergaben, daß bei großem j_i^{**} und insbesondere großem $i j_i^{**}$ ($\gg 1$) sehr viel höhere Stromdichten j zu erwarten sind, als für die Rechnung vorgegeben waren. In dieser Hinsicht ist das Modell also keineswegs selbstkonsistent. Allerdings wurden dabei die gravierenden Veränderungen im Plasma (abgesehen von der Dichteerhöhung), nämlich insbesondere die Reduzierung von T_e und T_i und die dadurch bedingten Änderungen der Randschichtparameter, überhaupt nicht berücksichtigt. Durch diese zusätzlichen Effekte wird j wieder erheblich verkleinert.

Andererseits werden realistische Werte von j_i^{**} (und damit auch von j) nach unten begrenzt durch den aus Dichte und Temperatur des primären Plasmas abzuleitenden Ionenstrom.

Eine ganz andere mögliche und ebenfalls sehr sinnvolle Erweiterung wäre ein explizit zeitabhängiges und dreidimensionales Modell, das auch die Transport- und Relaxationsprozesse sowie die Gradienten und Flüsse parallel zur Oberfläche im Plasma und in der Wand einbezieht. Insbesondere in einem anisotropen Plasma mit starkem Magnetfeld (wie z.B. an den Wänden, Limitern und Divertoren von Fusionsexperimenten) müßten solche Effekte erheblichen Einfluß auf die Entwicklung von Randschicht-Instabilitäten und von hot spots haben. Das gilt insbesondere für die Schwellenwerte von Instabilitäten. Alle diese Effekte sind natürlich auch stark von der Geometrie der Wand und des Gesamtsystems beeinflußt. Der Aufwand für die Formulierung und Durchrechnung solcher Modelle wäre allerdings erheblich.

Erst eine Kombination all dieser Ansätze würde eine vollständige und zuverlässige Analyse und Prognose für das Auftreten von Randschicht-Instabilitäten ermöglichen. Die Instabilitätskriterien werden dann aber mit ziemlicher Sicherheit nicht mehr allgemeingültig formulierbar sein, sondern würden von der speziellen Struktur und den Parametern des gesamten Plasmasystems und seiner Wände abhängig sein, und nicht nur von den lokalen Bedingungen im betrachteten Wandbereich. Es ist jedoch auch offensichtlich, daß bei einer solchen Zielstellung - angesichts der Komplexität der Plasma-Randschicht-Strukturen - nur eine schrittweise Weiterentwicklung der Modelle sinnvoll erscheint, um dabei das Verständnis für die physikalischen Zusammenhänge noch wahren zu können.

Literatur:

- [1] E. Hantzsche: Plasma-Randschicht mit aktiver Oberfläche, Teil 1, Max-Planck-Institut f. Plasmaphysik, Report IPP 8/6 (1995)
- [2] M. Ulrickson, JET Team, TFTR Team: 9th PSI Conf. Bournemouth 1990; J. Nucl. Materials **176/177** (1990), 44
- [3] V. Philipps, U. Samm, M.Z.Tokar, B. Unterberg, A. Popieszczyk, B. Schweer: Nucl. Fusion **33** (1993), 953
- [4] R. Behrisch: Nucl. Fusion, Supplement 1991 (Atomic and Plasma-Material Interaction Data for Fusion), Vol. **1**, p. 7
- [5] C. Garcia-Rosales, R. Behrisch, D. Hildebrandt, B. Jüttner, W. Schneider, H. Wolff: Proc. 21st EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys., Montpellier 1994, Part II, p. 718
- [6] K. Büchl, A. Carlson, A. Herrmann, J. Neuhauser, U. Seidel, M. Ulrich, M. Weinlich, ASDEX-U-Team: Proc. 21st EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys., Montpellier 1994, Part II, p. 710
- [7] A.V. Nedospasov, V.G. Petrov: Sov. Phys. Doklady **28** (1983), 293 (Dokl. Akad. Nauk **269** (1983), 603)
- [8] M.Z. Tokar, A.V. Nedospasov, A.V. Yarochkin: Nucl. Fusion **32** (1992), 15
- [9] M.Z. Tokar, A.V. Yarochkin: Plasma Phys. Rep. **19** (1993), 386 (Fiz. Plazmy **19** (1993), 748)
- [10] C.S. Pitcher et al.: Proc. 17th EPS Conf. on Controlled Fusion and Plasma Heating, Amsterdam 1990, Part III, p. 1419
- [11] A.E. Robson, P.C. Thonemann: Proc. Phys. Soc. **73** (1959), 508
- [12] C. Wieckert: J. Nucl. Materials **76/77** (1978), 499
- [13] G.M. McCracken: J. Nucl. Materials **93/94** (1980), 3
- [14] A.V. Nedospasov, V.G. Petrov: J. Nucl. Materials **93/94** (1980), 775
- [15] M. Maeno, H. Ohtsuka, S. Yamamoto, T. Yamamoto, N. Suzuki, N. Fujisawa, N. Ogiwara: Nucl. Fusion **20** (1980), 1415

- [16] E. Hantzsche: Proc. 15th Internat. Conf. on Phen. in Ionized Gases, Minsk 1981, p. 184
- [17] P. Mioduszewski: Nucl. Fusion, Special Issue 1984 (Data Compendium for Plasma-Surface Interactions), p. 105
- [18] K. Jakubka, B. Jüttner, M. Laux, P. Siemroth: Sov. J. Plasma Phys. **12** (1986), 152 (Fiz. Plazmy **12** (1986), 264)
- [19] H.J.G. Gielen, D.C. Schram: IEEE Trans. Plasma Sci. **18** (1990), 127
- [20] H. Wolff: Nucl. Fusion, Supplement 1991 (Atomic and Plasma-Material Interaction Data for Fusion), Vol. **1**, p. 93
- [21] B. Jüttner, K. Büchl, M. Weinlich, ASDEX-U-Team: 4th Workshop on Plasma-Edge Theory in Fusion Devices, Varenna 1993; Contrib. Plasma Phys. **34** (1994), 472
- [22] V.A. Rozhanskij, A.A. Ushakov, S.P. Voskoboynikov: Nucl. Fusion **36** (1996), 191
- [23] G.D. Hobbs, J.A. Wesson: UKAEA, Culham Lab. Report CLM-R61 (1966)
- [24] G.D. Hobbs, J.A. Wesson: Plasma Phys. **9** (1967), 85
- [25] N. Anderson: Internat. J. Electronics **32** (1972), 425
- [26] R.N. Franklin, W.E. Han: Plasma Phys. Contr. Fusion **30** (1988), 771
- [27] S. Takamura: Phys. Lett. A **133** (1988), 312
- [29] K. Shiraishi, S. Takamura: J. Nucl. Materials **176/177** (1990), 251
- [30] E. Hantzsche: Proc. 21st EPS Conf. on Contr. Fusion and Plasma Phys., Montpellier 1994, Part II, p. 926
- [31] I. Senda: Phys. Plasmas **2** (1995), 6
- [32] W.W. Dolan, W.P. Dyke: Phys. Rev. **95** (1954), 327
- [33] E.L. Murphy, R.H. Good: Phys. Rev. **102** (1956), 1464
- [34] E. Hantzsche: Beitr. Plasmaphys. **22** (1982), 325
- [35] W.B. Nottingham, in: Handbuch der Physik, ed. S. Flügge, Springer Verlag 1956, Vol. **XXI**, p. 1
- [36] R.H. Good, E.W. Müller, in: Handbuch der Physik, ed. S. Flügge, Springer Verlag 1956, Vol. **XXI**, p. 176

- [37] E. Hantsche: Beitr. Plasmaphys. **12** (1972), 245
- [38] E. Hantsche: IEEE Trans. Plasma Sci. PS **11** (1983), 115
- [39] E. Hantsche: Beitr. Plasmaphys. **19** (1979), 59
- [40] R. Kollath, in: Handbuch der Physik, ed. S. Flügge, Springer-Verlag 1956, Vol. **XXI**, p. 232
- [41] Handbook of Chemistry and Physics, ed. D.R. Lide, CRC Press, (e.g.) 71st Edition 1990
- [42] D'Ans-Lax Taschenbuch für Chemiker und Physiker, ed. E. Lax, Springer-Verlag, (e.g.) 3rd Edition 1967, Vol. **1**

Abbildungen

(Übersicht)

Schematischer Potentialverlauf in der Randschicht (Abschnitt 2.3.):

Abb. 1 (bei kleiner Elektronenemission)	S. 15
Abb. 2 (bei großer Emission, mit Doppelschicht-Bildung)	S. 15

Ergebnisse der Rechnungen für ein vereinfachtes Modell der aktiven Randschicht (ohne Beeinflussung der Plasmaparameter), ohne Rückkopplung der Elektronenemission (Abschnitt 3.1.4.):

Abb. 3 (Potential u. Energieflußdichte als Funktion des Emiss.koeff.)	S. 21
Abb. 4 (Potential u. Energiefluß als Fkt. des Plasmaelektr.stromes)	S. 22
Abb. 5 (Potential u. Energiefluß als Fkt. des Plasmaelektr.stromes)	S. 23
Abb. 6 (Grenzwerte der Doppelschichtbildung)	S. 24

Dasselbe vereinfachte Modell mit Rückkopplung der Elektronenemission (Abschnitt 3.1.5.):

Abb. 7 (Potential u. Energieflußdichte als Fkt. d. Nettostromdichte)	S. 27
Abb. 8 (Randschichtpotential als Funktion der Nettostromdichte)	S. 28
Abb. 9 (Energieflußdichte als Funktion der Nettostromdichte)	S. 29
Abb. 10 (Potential u. Energiefluß als Fkt. des Plasmaelektr.stromes)	S. 31
Abb. 11 (Emissionskoeff. u. Oberfl.temperatur als Fkt. des Nettostromes)	S. 32
Abb. 12 (TF-Emission u. Sekundäremission als Fkt. d. Nettostromdichte)	S. 33
Abb. 13 (Joulesche Heizg. u. Oberfl.feldstärke als Fkt. des Nettostromes)	S. 34
Abb. 14 (Emiss.koeffiz. u. Oberfl.temperatur als Fkt. des Nettostromes)	S. 35
Abb. 15 (Potential u. Energiefluß als Fkt. des Plasmaelektr.stromes)	S. 36

Ergebnisse der Rechnungen für das erweiterte Modell 1(a+b) der aktiven Randschicht mit zwei Elektronenkomponenten im Plasma und mit Rückkopplung der Elektronenemission (Abschnitt 3.2.3.):

Abb. 16 (Potential als Funktion der Stromdichten)	S. 43
Abb. 17 (Energieflußdichte als Funktion der Stromdichte)	S. 44
Abb. 18 (Gesamt-Energieflußdichte einschl. Joulescher Heizung)	S. 45
Abb. 19 (Oberflächentemperatur als Funktion der Stromdichten)	S. 46
Abb. 20 (Emissionskoeffizient als Funktion der Stromdichten)	S. 47
Abb. 21 (Gesamt-Energieflußdichte als Funktion des Emiss.koeff.)	S. 56
Abb. 22 (Oberflächentemp. als Funktion der absol. Stromdichte)	S. 57