

**MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK**  
**GARCHING BEI MÜNCHEN**

**Investigation of Tearing Modes in  
Asymmetric Elongated Plasmas in the  
ASDEX Upgrade Tokamak**

Michael Schittenhelm

IPP 1/289

Juni 1995

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem  
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über  
die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

Michael Schittenhelm

# Investigation of Tearing Modes in Asymmetric Elongated Plasmas in the ASDEX Upgrade Tokamak

## Abstract

MHD modes always occur in ASDEX Upgrade before  $q$ -limit and density limit disruptions. The modulation of the poloidal field due to rotating islands is measured by a poloidal array of 30 pick up coils and by 4 coils in a toroidal plane. For a detailed analysis of the modes the Mirnov probe measurements are compared with simulations of the perturbative field at the probe locations. In the simulation the current flows along field lines on the resonant flux surface and the current density is proportional to the magnetic field. The location of the resonant surface and the current density are computed from the equilibrium analysis of the discharge. The induced eddy currents in vacuum vessel and in conducting structures close to the Mirnov probe are taken into account while computing the perturbative field. By increasing the plasma current in a circular limiter discharge, a ( $m = 3, n = 1$ ) kink mode is destabilized when the  $q = 3$  surface comes close to the edge. Simulations done assuming a perturbative current on this surface show good agreement with the measurements.

In elongated single null plasmas a dominant ( $m = 2, n = 1$ ) mode always occurs before disruptions. In this case the simulated amplitude of the modulation is in disagreement with the measurements. The measured and simulated ratio between the amplitude on the high field side and the low field side differs by a factor of two. This ratio is not constant as the modes develops. Especially in a density limit discharge with high  $q_{95} = 5$  at the edge, the amplitude of the perturbative field increases by a factor of 10 in few ten milliseconds before the first minor disruption. In this short time interval the equilibrium of the plasma does not change, but the ratio between the inside and the outside amplitude decreases.

In order to correct the ratio of the amplitudes on neighboring resonant surfaces, additional modes are considered. With the assumption of constructive mode coupling on the low field side, it is possible to correct the discrepancy in the ratio of the amplitudes and to get a good agreement in the modulation phase. During the strong increase before the first minor disruption the ( $m = 3, n = 1$ ) mode grows quicker than the dominant ( $m = 2, n = 1$ ) mode. By superposing the computed perturbative flux on the helical equilibrium flux, the structure of the islands on the resonant surfaces becomes clear. This analysis confirms that the minor disruptions start when the growing islands on the different surfaces come close together. Inside the  $q = 2$  surface the plasma is not yet disturbed. Because of the mode locking before the major disruption such an exact analysis of the measurements is not possible for the major disruption.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
	Kontrollierte Kernfusion . . . . .	1
	Tokamakprinzip . . . . .	2
	Disruptionen in Tokamakplasmen . . . . .	4
	Ziel der Arbeit . . . . .	6
	Leitfaden . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Plasmagleichgewicht und Stabilität</b>	<b>9</b>
2.1	Plasmagleichgewicht . . . . .	9
2.2	Plasmastabilität . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Analytische Beschreibung der Flußflächengeometrie</b>	<b>16</b>
3.1	Numerische Bestimmung des Plasmagleichgewichtes . . . . .	16
3.2	Gewinnung der Flußflächengeometrie . . . . .	17
	Theorie . . . . .	17
	Test an AUG Single-Null Flußflächen . . . . .	19
3.3	Beschreibung des Verlaufes einer magnetischen Feldlinie . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Tearing Moden in asymmetrisch elongierten Tokamakplasmen</b>	<b>28</b>
4.1	Inselbildung . . . . .	28
4.2	Berechnung der Störstromdichte . . . . .	30
4.3	Bestimmung der Inselstruktur im Plasma . . . . .	31
4.4	Berechnung der Inselbreite . . . . .	32

4.5	Modenbewegung . . . . .	34
	Bewegungsgleichung . . . . .	35
	Mode Locking . . . . .	36
<b>5</b>	<b>Experimenteller Aufbau und Datenerfassung</b>	<b>37</b>
5.1	Aufbau und Lage der Meßspulen und Flußschleifen im Gefäß . . . . .	37
5.2	Datenaufnahme und Erstausswertung mit dem Transputersystem . . . . .	40
	Hardware . . . . .	40
	Software . . . . .	41
<b>6</b>	<b>Berechnung der Störfeldverteilung im Vakuumgefäß</b>	<b>43</b>
6.1	Modellierung der Quellen und Randbedingungen . . . . .	43
	Störströme auf der resonanten Fläche . . . . .	43
	Spiegelströme im Vakuumgefäß . . . . .	45
	Abschirmströme im passiven Stabilisierungsleiter . . . . .	46
	Weitere Gefäßeinbauten . . . . .	51
6.2	Numerische Berechnung der Störfeldverteilung . . . . .	52
6.3	Einfluß der Abschirmströme auf das Störfeld . . . . .	55
	Abschirmströme im Vakuumgefäß . . . . .	55
	Abschirmströme in Gefäßeinbauten . . . . .	58
<b>7</b>	<b>Experimentelle Ergebnisse</b>	<b>61</b>
7.1	Modenkopplung . . . . .	61
	Analyse der Meßdaten . . . . .	61
	Vergleich mit dem simulierten Störfeld . . . . .	64
	Berücksichtigung mehrerer resonanter Flächen . . . . .	68
	Auswirkung mehrerer rotierender Inseln auf das gemessene Störfeld	69

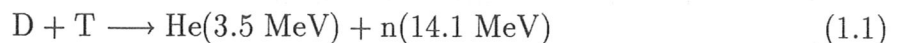
Modenkopplung bei niedrigem $q$ -Wert . . . . .	71
Modenkopplung bei hohem $q$ -Wert . . . . .	75
Einfluß von Fehlern in der Gleichgewichtsbestimmung . . . . .	78
7.2 Dichtelimitdisruptionen . . . . .	83
Der Entladungsverlauf vor dem Dichtelimit . . . . .	83
Der Entladungsverlauf vor der Disruption bei hohem Sicherheitsfaktor am Rand . . . . .	85
Der Entladungsverlauf vor der Disruption bei niedrigem Sicherheitsfaktor am Rand . . . . .	87
<b>8 Zusammenfassung</b>	<b>92</b>
<b>A Das Tokamakexperiment ASDEX Upgrade</b>	<b>95</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>99</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

### *Kontrollierte Kernfusion*

Seit etwa 35 Jahren wird die Energiegewinnung aus der Fusion von Wasserstoffkernen mit wachsendem Nachdruck erforscht. Die Reaktion mit der höchsten Fusionsrate und der besten Energieausbeute ist die Verschmelzung der Wasserstoffisotope Deuterium und Tritium zu Helium :



Die Kernfusion könnte die Energieversorgung der Menschheit für sehr lange Zeit sicherstellen, da der Brennstoff Deuterium in nahezu unerschöpflicher Menge auf der Erde vorhanden ist und das radioaktive Isotop Tritium durch Ausnutzung der im Fusionsprozeß freigesetzten Neutronen aus Lithium erbrütet werden kann. Damit es zu Fusionsreaktionen kommen kann, müssen die Kerne so viel kinetische Energie besitzen, daß sie sich gegen ihre elektrostatische Abstoßung auf Kernabstand nähern oder zumindest die Coulombschwelle mit hoher Wahrscheinlichkeit durchtunneln können. Dazu sind Energien von ca. 20 keV notwendig. Da jedoch die Anzahl der Stöße die Zahl der Fusionsreaktionen bei weitem übersteigt, müssen die Wasserstoffisotope als Plasma über längere Zeit eingeschlossen werden, so daß die Teilchen sehr viele Stöße ausführen können. In der Fusionsforschung werden heute zwei gänzlich unterschiedliche Einschlußkonzepte verfolgt:

- Bei der Trägheitsfusion werden Kügelchen aus einem Gemisch der Wasserstoffisotope kurzzeitig sehr intensiv mit Laserlicht oder Schwerionenstrahlen aufgeheizt und durch die starke Ablation an der Oberfläche zur Implosion gebracht. Die entstehende Schockwelle führt zu einer starken Kompression im Inneren ( $\approx 10^3$ -fache Festkörperdichte) und es kommt, solange die Teilchen auf Grund ihrer Trägheit

zusammengehalten werden, zu Fusionsreaktionen.

- Der magnetische Einschluß nützt die Bindung von geladenen Teilchen an magnetische Feldlinien auf Grund der Lorentzkraft aus. Um Teilchenverluste parallel zu den Magnetfeldlinien zu vermeiden, verwendet man torusförmige Anordnungen, so daß die Feldlinien und somit das Plasma keine materielle Wand treffen.

Die Güte des Energieeinschlusses wird durch die Energieeinschlußzeit  $\tau_E$  bewertet (anschaulich die Zeit, in welcher der Energieinhalt des Plasmas nach Abschalten der Heizleistung auf  $1/e$  gefallen ist), also  $\tau_E = (\text{Energieinhalt} / \text{Verlustleistung})$ . Um ein eigenständiges Brennen des Plasmas aufrecht zu halten (Zündung), muß die Heizleistung durch die Fusionsprozesse die Verlustleistung auf Grund von Strahlung und Teilchenverlusten gerade übersteigen. Es ist zu beachten, daß nicht alle bei der Fusionsreaktion gewonnene Energie dem Plasma zugeführt wird. Beim magnetischen Einschluß verbleiben nur die geladenen  $\alpha$ -Teilchen im Plasma, während 80% der Energie mit den Neutronen direkt abgeführt wird. Bilanziert man  $\alpha$ -Teilchen-Heizung und Verlustterme, ergibt sich als Zündbedingung für das Fusionsprodukt

$$n\tau_E > 1.6 \cdot 10^{20} \text{m}^{-3} \text{s} \quad (1.2)$$

für die optimale Temperatur von 13 keV (1 eV = 11604 K), bei der das Produkt ein Minimum hat [1].

### *Tokamakprinzip*

Auf dem Weg zum Fusionsreaktor ist der magnetische Plasmaeinschluß nach dem Tokamakprinzip am weitesten fortgeschritten. JET (= Joint European Torus), das größte gegenwärtige Fusionsexperiment, arbeitet nach dem Tokamakprinzip und erreicht bei Dichten von  $4 \cdot 10^{19} \text{m}^{-3}$  und Temperaturen von 28 keV Energieeinschlußzeiten von bis zu 0.85 s und ist somit nur einen Faktor 6 von der Zündbedingung entfernt [2]. In einem Tokamak (vgl. Abb. 1.1) wird ein heißes Plasma mit Hilfe von torusförmigen Magnetfeldern eingeschlossen. Das Magnetfeld setzt sich aus einer toroidalen und poloidalen Komponente zusammen. Das toroidale Magnetfeld ( $B_t$ ) wird durch externe Feldspulen,

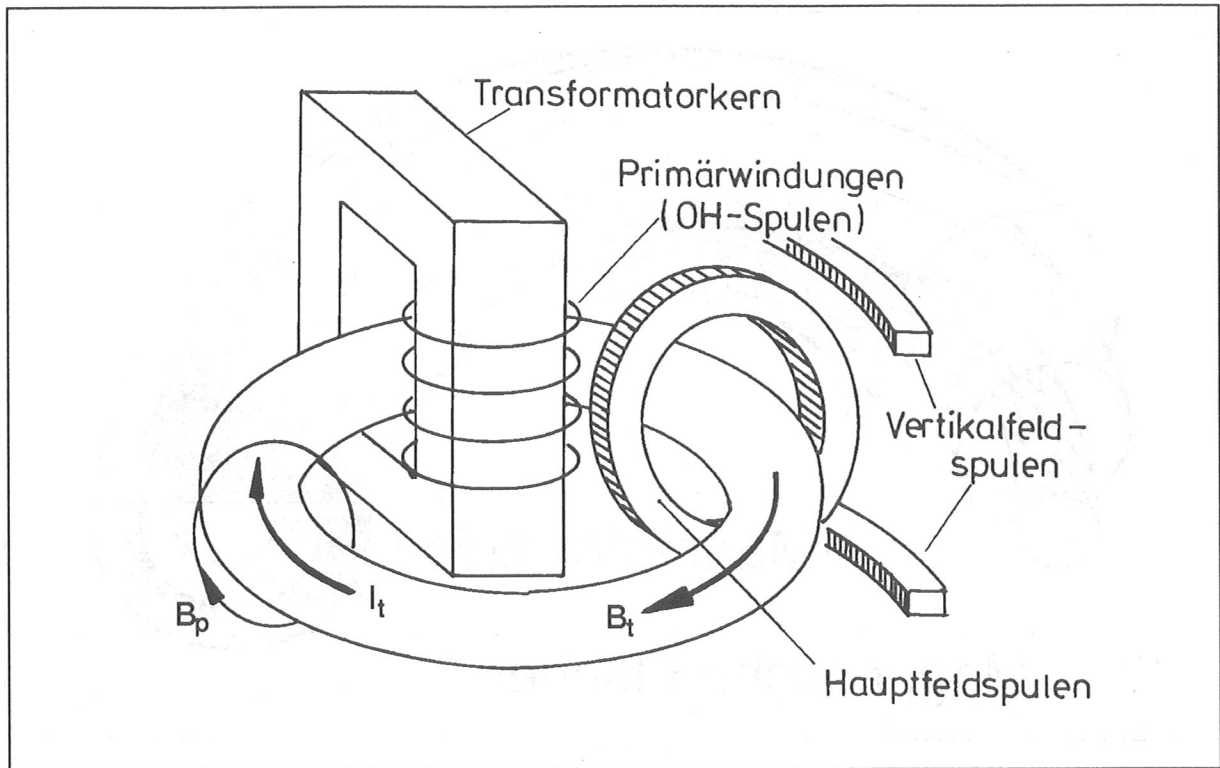


Abbildung 1.1: *Prinzipieller Aufbau eines Tokamaks (nach [3]).* Im Zentrum der Anordnung steht eine Transformatorspule. Die durch Flußänderung erzeugte Ringspannung treibt den toroidalen Plasmastrom ( $I_p$ ), der das für den Einschluß wichtige poloidale Magnetfeld ( $B_p$ ) erzeugt. Das toroidale Magnetfeld ( $B_t$ ) wird durch die Hauptfeldspulen erzeugt. Zum Positionieren des Plasmaschlauches im Vakuumgefäß werden mit den Vertikalfeldspulen weitere relativ schwache Magnetfelder überlagert.

das für den Plasmaeinschluß wichtige Poloidalfeld wird durch den im Plasma induzierten Toroidalstrom erzeugt. Die resultierenden Magnetfeldlinien umlaufen verdrillt die Torusachse und spannen dabei ineinandergeschachtelte Flächen auf (Abb. 1.2). Die Steigung der Feldlinien auf diesen magnetischen Flächen nimmt von innen nach außen ab; das heißt eine Feldlinie benötigt außen mehr toroidale Umläufe, um den Plasmaschlauch einmal in poloidaler Richtung zu umrunden, als im Inneren. Da die Variation der Steigung großen Einfluß auf die Stabilität des Plasmas hat, wird für jede magnetische Fläche der Sicherheitsfaktor  $q$  definiert als:

$$q = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{M}{N}, \quad (1.3)$$

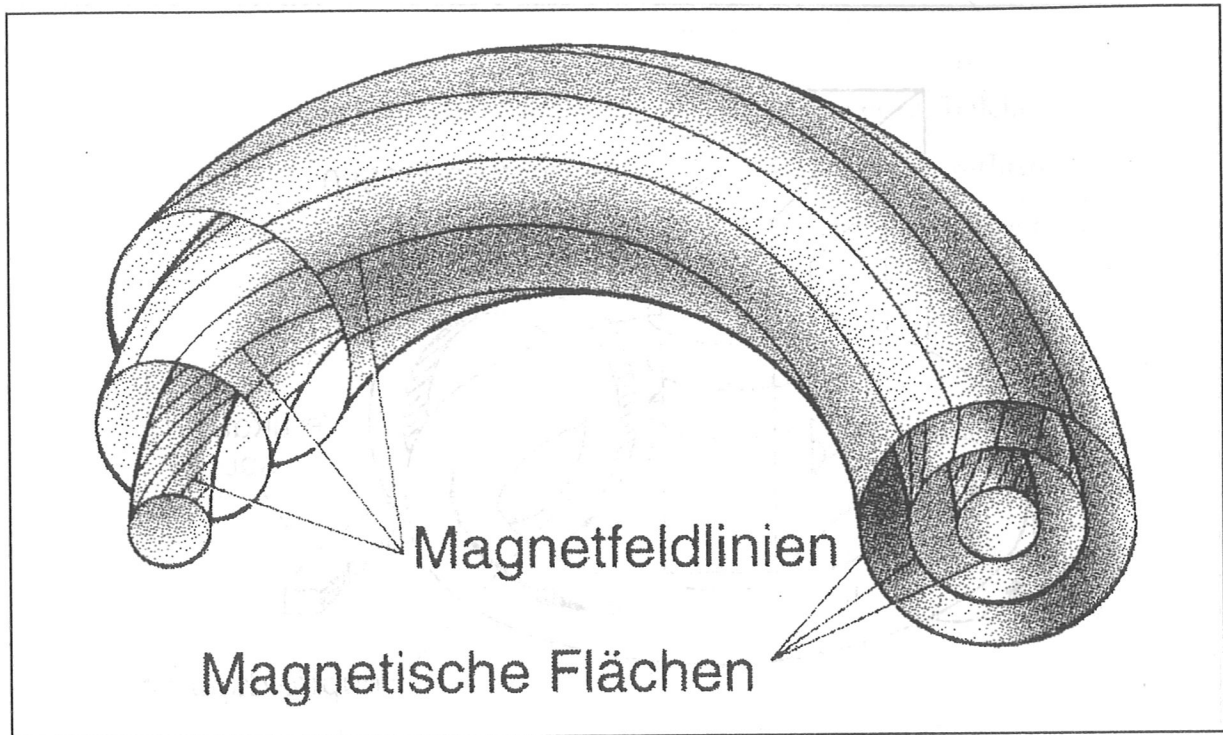


Abbildung 1.2: *Feldlinien in einem Tokamakplasma.*

wobei  $M$  die Anzahl der Umläufe in toroidaler Richtung und  $N$  die Anzahl der poloidalen Umläufe ist. Insbesondere wenn sich die Feldlinien nach wenigen Umläufen in sich schließen ( $q \in \mathcal{N}$ ), können leicht Instabilitäten anwachsen.

#### *Disruptionen in Tokamakplasmen*

Der für den Einschluß benötigte Plasmastrom wirft jedoch auch zusätzliche Probleme auf. Das schwerwiegendste ist das Auftreten von plötzlichen Stromabbrüchen, den sogenannten Disruptionen, die die Plasmaentladung abrupt beenden und zu einer starken mechanischen Beanspruchung des gesamten Experimentaufbaus führen (Abb. 1.3). Zusätzlich führt der schlagartig eintretende Verlust des Energieeinschlusses zu einer lokal sehr starken thermischen Belastung. Der in Planung befindliche internationale thermonukleare Experimentalreaktor (ITER) wird mit einem Plasmastrom von bis zu 27 MA arbeiten (bei JET gegenwärtig 7 MA), so daß Disruptionen möglichst vermieden werden müssen. Es sind zwar disruptionssichere Entladungsszenarien denkbar, jedoch aus Wirtschaftlichkeitsüberlegungen ist es wünschenswert, bei möglichst niedrigen externen Feldern das



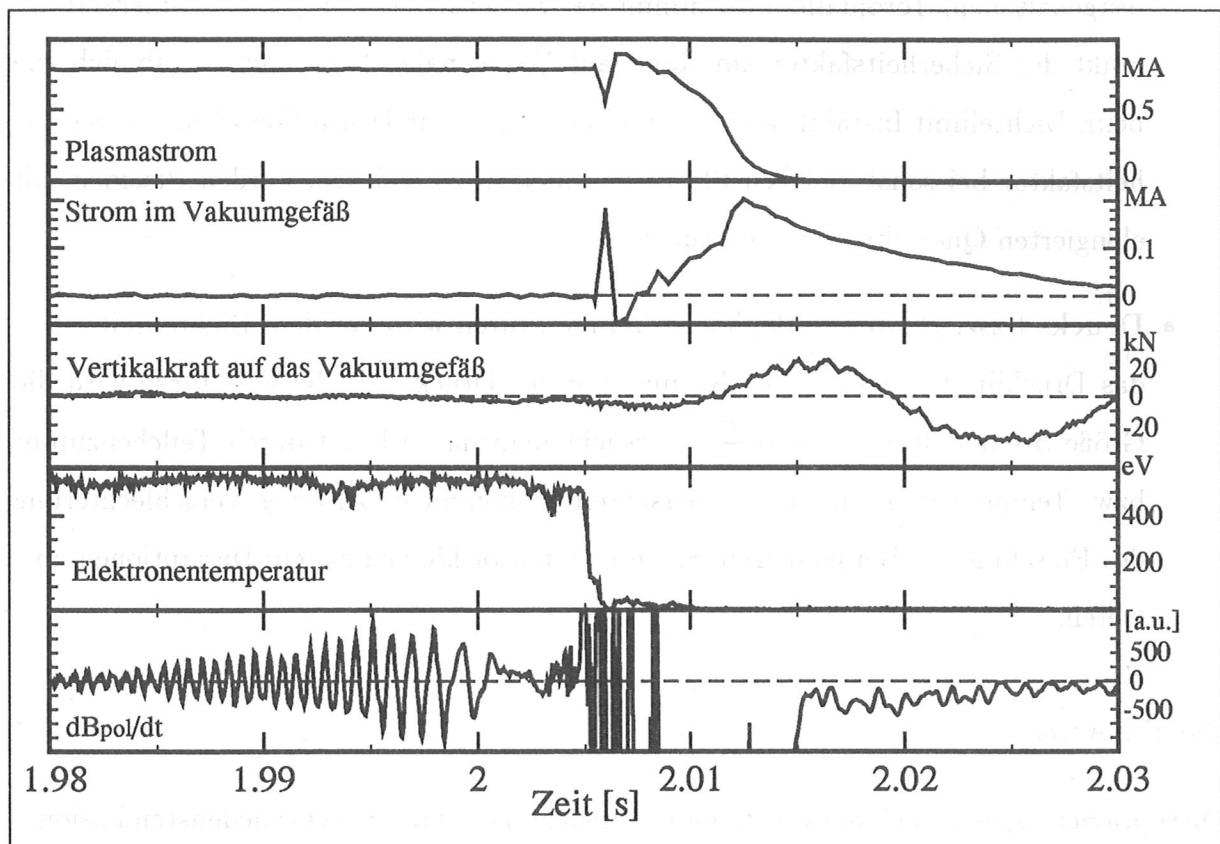


Abbildung 1.3: *Disruptionsverlauf.* Bei einer *Disruption* fällt der *Plasmatrom* mit einer *Rate* von bis zu  $400 \text{ MA/s}$ . Die in dem das *Plasma* umgebende *Vakuumgefäß* induzierten *Ströme* üben zusammen mit dem *Toroidalfeld* große *Kräfte* auf das *Gefäß* aus. Auf einer noch *kürzeren Zeitskala* verliert das *Plasma* seine *gesamte thermische Energie*. Vor der *Disruption* treten immer *Modulationen des Poloidalfeldes* auf.

Zündkriterium zu erfüllen. Um dies zu erreichen, führt man trotz des *Disruptionsrisikos* die *Plasmaentladung* möglichst nahe an den *Operationsgrenzen*:

- **Dichte- bzw. Strahlungslimit:** Bei zu hoher Teilchendichte bzw. zu hohem Verunreinigungsgehalt kommt es insbesondere am Plasmarand zu starken Strahlungsverlusten und Abkühlung des Plasmas. Damit sinkt die Leitfähigkeit am Plasmarand, und es kommt zu einer Kontraktion des Stromprofils auf das heiße Plasmazentrum. Auf Grund des steileren Stromdichtegradienten wachsen Instabilitäten an, die den Energieeinschluß vollkommen zerstören und den Stromabbruch bewirken.
- **Strom- bzw.  $q$ -Limit:** Steigert man den Plasmatrom (um  $\tau_E$  zu erhöhen) bei

festgehaltenem Toroidalfeld, so nimmt der Sicherheitsfaktor  $q$  am Plasmarand ab. Sinkt der Sicherheitsfaktor am Rand auf Werte nahe 2, so wachsen ähnlich wie beim Dichtelimit Instabilitäten an, und es kommt zur Disruption. Um den Sicherheitsfaktor bei sonst gleichen Plasmaparametern zu steigern, werden Plasmen mit elongierten Querschnitten untersucht.

- **Druck- bzw.  $\beta$ -Limit:** Bei hohen Temperaturen wird vor dem Dichtelimit schon das Drucklimit erreicht. Zur Normierung des Drucks auf die Feldstärke wird die Größe  $\beta$  eingeführt:  $\beta = p / \frac{B_t^2}{2\mu_0}$ . Versucht man das  $\beta$ -Limit durch Teilchenzufuhr bzw. Temperaturerhöhung zu überschreiten, kommt es zu einer Verschlechterung des Einschlusses. Bei niedrigem Sicherheitsfaktor können zudem Disruptionen auftreten.

#### *Ziel der Arbeit*

Disruptionen zählen zu einem wichtigen Untersuchungsgebiet an verschiedensten Fusionsexperimenten (z. B. [4, 5, 6, 7]). Ein Überblick über die Disruptionsuntersuchungen am Tokamakexperiment ASDEX Upgrade wird in [8] gegeben. In vielen Arbeiten wird besonders auf das Auftreten von Modulationen des poloidalen Magnetfeldes vor Disruptionen hingewiesen (vgl. Abb. 1.3). Diese Modulationen werden auf eine geänderte Stromdichteverteilung zurückgeführt. Die zusätzlichen Störströme treiben Plasmainstabilitäten, die zu einem Aufbrechen der für den Plasmaeinschluß günstigen Magnetfeldtopologie führt. Das Problem ist nun, von den außerhalb des Plasmas gemessenen Poloidalfeldmodulationen die Störstromdichte zu berechnen, um die Größe und Form der Änderungen im Plasmagleichgewicht bestimmen zu können. Die einfachen Simulationen [4], die bei kreisförmigen Plasmen Rückschlüsse von den außerhalb gemessenen Störfeldern auf die Störfeldstruktur im Plasma zulassen, versagen bei Plasmen mit komplexeren Querschnittsformen völlig. Im Mittelpunkt dieser Arbeit steht die Entschlüsselung der Störfeldstruktur vor Disruptionen in reaktorrelevanter Geometrie des Tokamakexperimentes ASDEX Upgrade. Dazu soll die Möglichkeit geschaffen werden, aus der Gleichgewichtsanalyse von ASDEX Upgrade Plasmen mögliche Störstromverteilungen zu ermitteln und die resultie-

renden Felder außerhalb des Plasmas zu berechnen. Diese berechneten Felder sollen mit den Messungen verglichen werden, um die Annahmen über die Störstromverteilung zu verifizieren. Um eine breite Datenbasis zu schaffen, müssen die Signale vieler Meßspulen zeitlich hochaufgelöst archiviert werden. Dazu wird ein effizientes Datenerfassungssystem geschaffen. Aus den berechneten und durch Messungen verifizierten Störfeldern wird die Form, Größe und Auswirkung der Störung auf das Plasmagleichgewicht bestimmt. Mit dieser neu geschaffenen Analysemethode sollen insbesondere Dichtelimitdisruptionen untersucht werden.

### *Leitfaden*

Die Grundlagen der Gleichgewichtsbestimmung und Stabilitätstheorie werden in Kapitel 2 bereitgestellt. In Kapitel 3 wird eine einfache Parametrisierung der asymmetrisch elongierten Querschnittsform der Plasmen an ASDEX Upgrade vorgestellt und der Verlauf der Feldlinien in diesen Plasmen diskutiert. Im Kapitel 4 werden Störströme entlang Feldlinien betrachtet, die zu einem Aufbrechen der für den Einschluß günstigen Magnetfeldtopologie führen, so daß sich die Feldlinien unter Verringerung der freien Energie zu den sogenannten magnetischen Inseln im Plasma neu zusammenschließen können. Es wird gezeigt, wie sich auch bei asymmetrisch elongierten Plasmaquerschnitten die radiale Ausdehnung der Störung und die Form der Inseln berechnen läßt. In Kapitel 5 wird der Aufbau und die Anordnung der Spulen zur Messung der Magnetfeldmodulationen beschrieben und das Transputersystem zur Erfassung und Vorverarbeitung der großen anfallenden Datenmenge vorgestellt. Um den Zusammenhang zwischen den außerhalb des Plasmas gemessenen Störfeldern und den Störströmen herzustellen, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Rechenprogramm entwickelt (Kapitel 6), das ausgehend von der ASDEX Upgrade Gleichgewichtsanalyse die Lage und Stärke der Störströme bestimmt und den resultierenden Störfluß berechnet. In bisherigen Auswertungen wurden keine Abschirmströme berücksichtigt, die auf Grund der Inselbewegung und der daraus folgenden zeitlichen Modulation der Störfelder in der leitenden Wand des Vakuumgefäßes und in leitenden Gefäßeinbauten induziert werden. Beides wird selbstkonsistent in dem Rechenprogramm mit einbezogen, so daß man in verlässlicher Weise das Störfeld auch außerhalb

des Plasmas, am Ort der Meßspulen erhält. Im siebten Kapitel wird an einem typischen Beispiel detailliert die nun stark verbesserte Modenanalyse demonstriert. Es zeigt sich, daß in der Regel mehrere gekoppelte Störstromsysteme an verschiedenen radialen Positionen im Plasma auftreten. Durch die verbesserte Analyse und den direkten Vergleich mit den experimentellen Daten ist es möglich, die absolute Störstromstärke der einzelnen Systeme zu bestimmen. Diese neu gewonnenen Informationen werden in das bisherige Bild von Disruptionen eingebunden. Unter Hinzunahme weiterer Informationen von anderen Diagnostiken wird versucht, ein umfassendes Bild von Dichtelimitdisruptionen am Tokamak ASDEX Upgrade zu zeichnen.

## Kapitel 2

# Plasmagleichgewicht und Stabilität

### 2.1 Plasmagleichgewicht

Eine einfache Beschreibung von Plasmen ergibt sich, wenn man das Plasma als leitfähige Flüssigkeit betrachtet. Für heiße Fusionsplasmen können die magnetohydrodynamischen Gleichungen noch weiter vereinfacht werden. Auf Grund der sehr guten Leitfähigkeit erscheint das Plasma quasineutral und es treten keine elektrischen Felder auf. Im Gleichgewichtsfall unter Vernachlässigung jeden Massenflusses ergibt sich folgender Satz von Gleichungen:

$$\nabla p = \vec{j} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (2.3)$$

Hieraus folgt eine grundlegende Eigenschaft von Plasmagleichgewichten. Multipliziert man Gleichung 2.1 skalar einmal mit  $\vec{B}$  bzw. mit  $\vec{j}$ , so ergibt sich:

$$\vec{B} \cdot \nabla p = \vec{B} \cdot (\vec{j} \times \vec{B}) = 0 \quad (2.4)$$

$$\vec{j} \cdot \nabla p = \vec{j} \cdot (\vec{j} \times \vec{B}) = 0 \quad (2.5)$$

Da die Ableitung des Drucks sowohl in die Stromrichtung als auch in die Feldrichtung verschwindet, fließt der Strom bzw. verlaufen die magnetischen Feldlinien in Flächen konstanten Druckes. Da diese Flächen im allgemeinen ergodisch von den Magnetfeldlinien aufgespannt werden, spricht man auch von den magnetischen Flächen des Plasmas. Die magnetischen Flächen sind berührungsfrei ineinander geschachtelt. Im Innersten entarten die Flächen zu einer Linie, und man spricht hier von der magnetischen Achse oder Plasmaseele. Benutzen wir die Zylinderkoordinaten  $(R, z, \varphi)$  und betrachten eine toroidale

Anordnung mit Axialsymmetrie ( $\partial/\partial\varphi = 0$ ), so kann man das einschließende Magnetfeld in eine toroidale Komponente  $B_\varphi$  und poloidale Komponente  $B_{pol}$  zerlegen (vgl. Abb. 2.1). Zur Beschreibung des Poloidalfeldes wird eine Flußfunktion  $\Psi$  eingeführt, die dem ma-

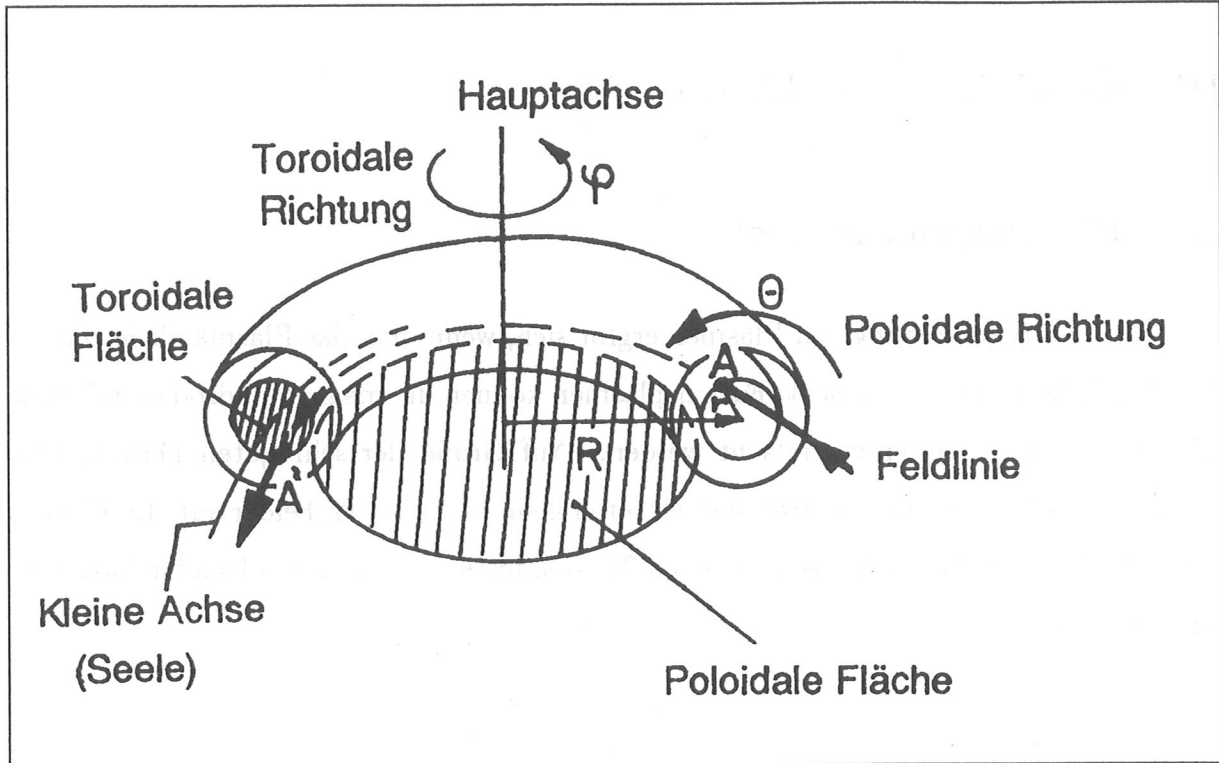


Abbildung 2.1: Zusammenstellung der in dieser Arbeit verwendeten Geometrien (Bild nach [3])

agnetischen Fluß durch die in Abbildung 2.1 gekennzeichnete poloidale Fläche entspricht. Unter Berücksichtigung von  $\hat{\varphi} = R\nabla\varphi$  ergibt sich für das Magnetfeld:

$$\vec{B} = \nabla\Psi \times \nabla\varphi + RB_\varphi\nabla\varphi \quad (2.6)$$

Die Darstellung des Magnetfeldes mit Hilfe einer Flußfunktion garantiert Divergenzfreiheit. Eliminiert man in 2.1 den Strom  $j$  mit Hilfe von 2.3 und 2.6, so vereinfacht sich obiger Satz von drei Gleichungen zu einer Gleichung für die Beschreibung eines axialsymmetrischen Plasmagleichgewichts, der Grad-Schlüter-Shafranov-Gleichung [9]:

$$\Delta^*\Psi = -\left(R\frac{\partial}{\partial R}\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\Psi = R^2\mu_0 p'(\Psi) + II'(\Psi) \quad (2.7)$$

Die Größe  $RB_\varphi$  ist auf einer magnetischen Fläche konstant und proportional zum gesamten poloidalen Strom innerhalb dieser Fläche. Diese poloidale Stromfunktion wird allgemein mit  $I$  bezeichnet. Die poloidale Stromfunktion muß sowohl alle poloidalen Ströme im Plasma und den externen Magnetfeldspulen als auch die in leitenden Strukturen induzierten Ströme, wie z. B. in dem Vakuumgefäß, berücksichtigen.  $p$  ist der Plasmadruck und ebenfalls, wie anfangs gezeigt, auf einer magnetischen Fläche konstant. Dies gilt auch für den Wert der Funktion  $\Psi$ , der zur Kennzeichnung der magnetischen Flächen verwendet wird. Von größerer Bedeutung für die Kennzeichnung von magnetischen Flächen ist der in Gleichung 1.3 eingeführte Sicherheitsfaktors  $q$ . Die allgemeinste Definition des Sicherheitsfaktors ergibt sich aus der Ableitung des toroidalen Flusses  $\Phi$  nach dem poloidalen Fluß  $\Psi$ :

$$q = \frac{d\Phi}{d\Psi}, \quad (2.8)$$

wobei  $\Phi$  der Fluß durch die in Abb. 2.1 gekennzeichnete Fläche ist.

Um das Vakuumgefäß vor der Wechselwirkung mit dem heißen Plasma zu schützen, ist es nicht ausreichend, nur die auftretenden Kräfte im Plasma zu bilanzieren, sondern durch geeignete Wahl der Gleichgewichtskonfiguration muß das Plasma auf ein kleineres Volumen begrenzt werden. Dazu wählt man entweder einen materiellen Limiter an der Außen- oder Innenseite des Vakuumgefäßes (Abb. 2.2 a) oder eine komplexere Magnetfeldstruktur, die als magnetischer Limiter wirkt (Abb. 2.2 b). Die Vorderseite des materiellen Limiters definiert die letzte geschlossene Flußfläche, deren Feldlinien gerade noch keinen Kontakt mit einer materiellen Wand haben. Plasma auf weiter außen liegenden Flußflächen kann den Limiter längs der Feldlinien erreichen, so daß auf Grund der starken Wechselwirkung Temperatur und Dichte im Limiterschatten radial nach außen rasch abnehmen. Dies führt zu starker Erosion des Limiters, und die so erzeugten Verunreinigungen dringen auf Grund der Nähe zu geschlossenen Flußflächen leicht in das heiße Zentralplasma ein. Es kommt zu starken Strahlungsverlusten und zu Verdünnung des reinen Wasserstoffplasmas. So basieren heutige Reaktorkonzepte auch auf der Anwendung eines magnetischen Limiters. Durch die Überlagerung eines geeigneten Multipolfeldes in der Größenordnung des durch den Plasmastrom erzeugten Poloidalfeldes bildet sich ein Punkt mit verschwindendem Poloidalfeld im Vakuumgefäß aus. Somit verläuft in diesem



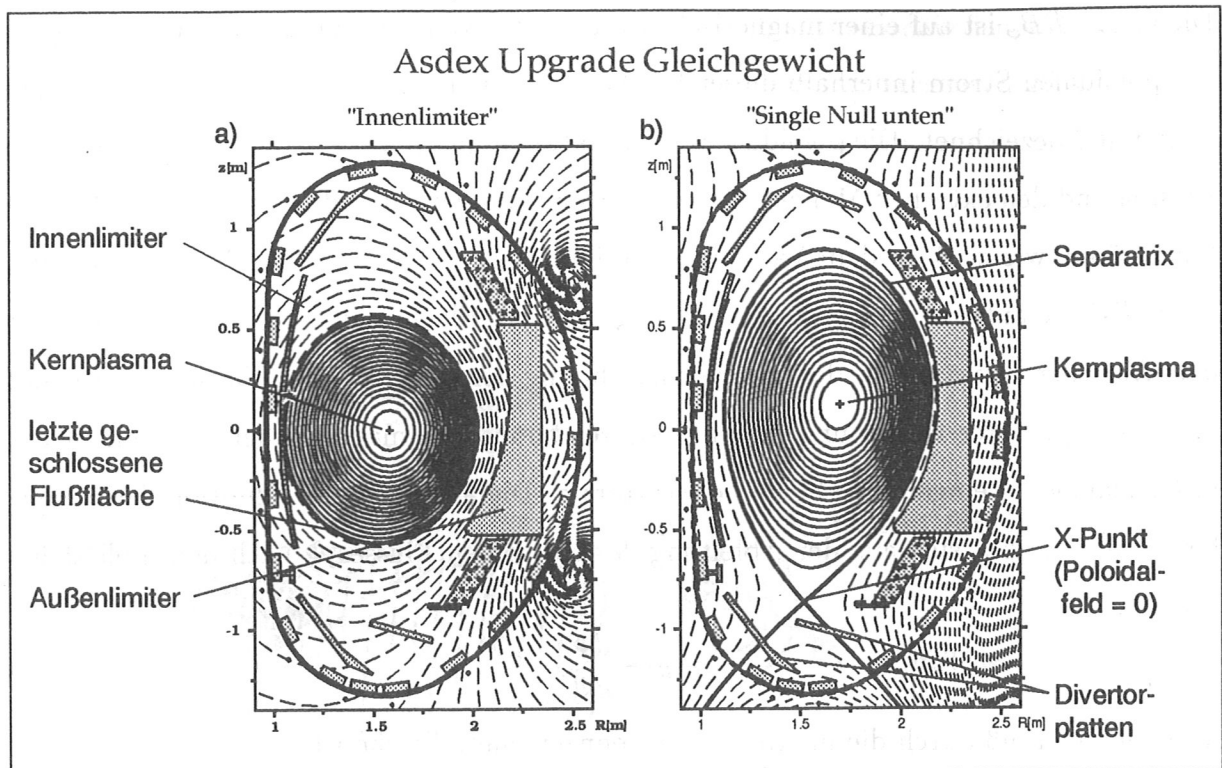


Abbildung 2.2: Gleichgewichtskonfigurationen im Tokamak ASDEX Upgrade mit materiellem (a) bzw. magnetischem (b) Limiter.

Punkt die Feldlinie in rein toroidaler Richtung. Auch benachbarte Feldlinien benötigen sehr viele toroidale Umläufe, um sich von der Umgebung dieses Stau- bzw. Stagnationspunkts zu entfernen. Deshalb strebt der Sicherheitsfaktor  $q$  bei Annäherung an die letzte, geschlossene Flußfläche mit dem Stagnationspunkt gegen unendlich. Zur Charakterisierung des Sicherheitsfaktors am Rand wird deshalb der  $q$ -Wert der Flußfläche am Rand verwendet, die 95% des poloidalen Flusses  $\Psi$  umschließt. Der Sicherheitsfaktor am Rand wird im allgemeinen mit  $q_{95}$  bezeichnet. Eine gebräuchlichere Bezeichnung für den Stagnationspunkt ist auch X-Punkt, da sich die entsprechende Flußfläche hier kreuzt und somit eine X-ähnliche Struktur annimmt. Gemäß der Lage und Anzahl der X-Punkte (bzw. Null-Punkt bezüglich des Poloidalfeldes) unterscheidet man Single-Null oben (SNo)-, Single-Null unten (SNU)- und Double-Null (DN)-Magnetfeldkonfigurationen. Die SNU-Konfiguration als Standardkonfiguration an ASDEX Upgrade ist in Abbildung 2.2b dargestellt. Die den X-Punkt enthaltende Flußfläche wird Separatrix genannt. Sie trennt die geschlossene Flächen um die magnetische Achse von den sogenannten offenen

Flächen, die einen bzw. beide Pole des Multipolfeldes umschließen. Die offenen Flächen werden unterhalb des X-Punktes auf Prallplatten geführt. Hier wird das einströmende Plasma neutralisiert und kann abgepumpt werden. Auf Grund der größeren Entfernung der Prallplatten vom heißen Zentralplasma im Vergleich zum materiellen Limiter besteht die Möglichkeit, längs der Feldlinie einen Temperaturgradienten aufrechtzuerhalten und so das Plasma vor den Prallplatten kalt und dicht zu halten. Dadurch wird die Erosion stark gemindert. Außerdem hat der Divertor auf Grund des ständigen Teilchenstroms auf die Platte und der großen Entfernung zu geschlossenen Flußflächen ein sehr viel besseres Rückhaltevermögen für Verunreinigungen verglichen mit der Wechselwirkungszone eines materiellen Limiters.

## 2.2 Plasmastabilität

Die Stabilität eines Plasmagleichgewichtes wird in der Regel am zweckmäßigsten mit dem Energieprinzip analysiert (ausführliche Beschreibung in [10, 11]). Ein System ist stabil, falls eine Änderung der potentiellen Energie des Systems (ausgedrückt durch das Energiefunktional  $\delta W(\xi)$ ) für alle möglichen Verschiebungen  $\vec{\xi}$  aus der Gleichgewichtslage positiv ist, und entsprechend instabil, wenn sich für ein  $\vec{\xi}$  ein negatives  $\delta W(\xi)$  ergibt. Betrachtet werden kleine, linearisierte Störungen der Gleichgewichtsgrößen in den MHD-Gleichungen. Das resultierende Energiefunktional  $\delta W(\xi)$  kann in drei Summanden aufgespalten werden: dem Integral über das Plasmavolumen, die Vakuumregion außerhalb des Plasmas und dem Oberflächenintegral über die Grenzfläche. Der Integrand des Vakuumtermes enthält im wesentlichen das Quadrat des magnetischen Störfeldes, ist also positiv definit und das Oberflächenintegral verschwindet, wenn die Gleichgewichtslösung keine Oberflächenströme aufweist. Für den Integranden im Plasmaterm ergibt sich:

$$\frac{1}{\mu} |B_{1\perp}|^2 + \mu \left| \frac{1}{\mu} B_{1\parallel} - \frac{B_0 \xi \cdot \vec{\nabla} p_0}{|B_0|^2} \right|^2 + \Gamma p_0 |\vec{\nabla} \xi|^2 - 2 \xi \cdot \vec{\nabla} p_0 \xi \cdot \kappa + \frac{\vec{j}_0 \cdot \vec{B}_0}{|B_0|^2} B_0 \times \xi \cdot \vec{B}_1 \quad (2.9)$$

Alfven      magnetoakustisch      Schall      druckgetrieben      stromgetrieben

Die ersten drei Summanden sind positiv definit und können keine Instabilitäten treiben. Sie beschreiben verschiedene Arten von Wellen, die sich im Plasma ausbreiten können.

Der vierte Term beschreibt die freie Energie des Druckgradienten  $\vec{\nabla}p_0$  und führt zur Austausch- und Balloning-Instabilität. Er liefert jedoch nur dann negative Beiträge zur Energieänderung  $\delta W(\xi)$ , wenn für den Krümmungsvektor  $\vec{\kappa}$  der Magnetfeldlinien gilt:  $\vec{\kappa} \cdot \vec{\nabla}p_0 > 0$ . Dies ist nur an der Außenseite des Torus erfüllt. Durch elongierte und trianguläre Plasmaquerschnitte wird erreicht, daß sich die Magnetfeldlinien vermehrt an der Torusinnenseite, in dem Bereich günstiger Krümmung aufhalten. Der Verlauf der Magnetfeldlinien wird genau in Abschnitt 3.3 beschrieben. Durch die Unterdrückung der Austauschinstabilität kann der Plasmadruck bei gleicher Magnetfeldstärke erhöht werden, und somit kann das  $\beta$ -Limit (vgl. Kapitel 1) gesteigert werden.

Die stromgetriebenen Instabilitäten (letzter Term in Gl. 2.9) führen zu einer Veränderung der Lage und Form des Plasmaschlauches. Wichtige Vertreter dieser Instabilitäten

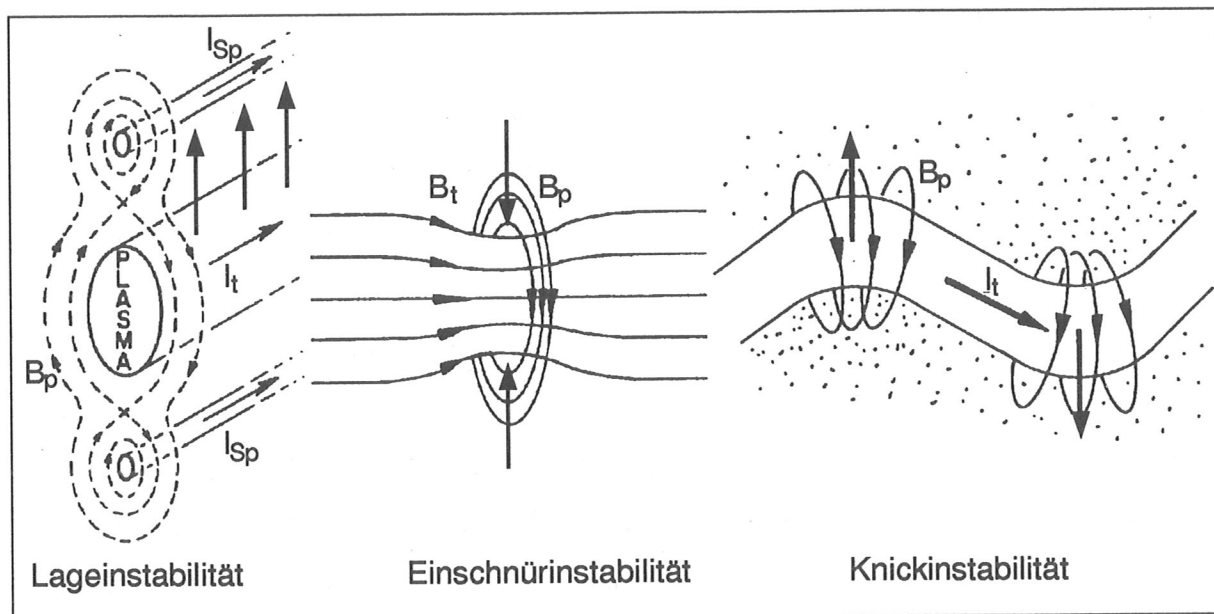


Abbildung 2.3: Stromgetriebene Plasmainstabilitäten (nach [10]).  $B_t, B_p$  bezeichnen die toroidale bzw. poloidale Magnetfeldkomponente.  $I_t$  ist der Plasmastrom,  $I_{sp}$  ist der Strom in externen Spulen, die das Plasma elongieren.

sind in Abbildung 2.3 veranschaulicht und werden im folgenden kurz beschrieben: Bei der Lageinstabilität handelt es sich um eine vertikale Verschiebung des gesamten Plasmaschlauches nach oben oder unten. Diese Instabilität kann sich nur in Plasmen mit elongierten Querschnitten entwickeln. Auf Grund der oben genannten Vorteile versucht

man die Plasmen zu elongieren, indem man, anschaulich gesprochen, mit externen Feldern oben und unten an dem kreisförmigen Plasma zieht. Die ausgeübten Kräfte sind abhängig von der Entfernung des Plasmaschlauches zu den externen Feldspulen. Bewegt sich der Plasmaschlauch in eine Richtung aus dem Kräftegleichgewicht weg, spürt er eine anwachsende Kraft in dieselbe Richtung, und die vertikale Lageinstabilität (VDE = vertical displacement event) wächst weiter an. In Abbildung 2.3 sind noch zwei weitere einfache Plasmainstabilitäten veranschaulicht: die Einschnürinstabilität und die Knickinstabilität. Eine kleine Einschnürung bzw. ein Abknicken des Plasmaschlauches führt im Bereich der Krümmung zu einem erhöhten Poloidalfeld und somit größeren Magnetfelddruck, der die Instabilitäten weiter treibt. Da diese Kompression bzw. Dehnung des Toroidalfeldes jedoch Energie kostet, können diese Instabilitäten durch ein ausreichend starkes Toroidalfeld unterdrückt werden. Dies begrenzt die Größe des Plasmastromes, der bei einem vorgegebenen Toroidalfeld stabil im Plasma fließen kann und führt zu dem in der Einleitung vorgestellten  $q$ -Limit als Operationsgrenze.

Die oben vorgestellten Instabilitäten zählt man zu den idealen MHD-Instabilitäten, da sie auch in als perfekt leitfähig angenommen Plasmen entstehen können. Auf Grund der perfekten Leitfähigkeit kann sich auch beim Auftreten von idealen Instabilitäten die für den Einschluß so günstige Topologie der ineinander geschachtelten Flußflächen nicht ändern. Berücksichtigt man jedoch die bei heißen Fusionsplasmen zwar kleine, aber endliche Resistivität, so können die beiden letzten Terme in Gleichung 2.9 noch weitere Arten von Instabilitäten treiben, bei denen Magnetfeldlinien aufgebrochen werden und sich unter Verkürzung (und somit Verringerung der freien Energie) wieder neu verbinden. Diese Tearing Moden führen zur Inselbildung und zerstören somit zum Teil die ursprüngliche Topologie der Flußflächen. Da die Tearing Moden eine entscheidende Rolle bei den Disruptionen spielen, stehen sie im Mittelpunkt dieser Arbeit. In Kapitel 4 wird detailliert auf die Theorie der Tearing Moden eingegangen.

## Kapitel 3

### Analytische Beschreibung der Flußflächengeometrie

Da sich die Struktur von großskaligen MHD-Moden aus dem Verlauf der magnetischen Feldlinien im Plasma ergibt, ist es wichtig, sich ein genaues Bild von dem Verlauf der Feldlinien und der Geometrie der von den Feldlinien aufgespannten magnetischen Flächen zu verschaffen, um die sich aus dem Gleichgewicht ergebende Modenstruktur mit den Messungen vergleichen zu können. Es wird eine einfache Parametrisierung für den Querschnitt asymmetrisch elongierter Flußflächen vorgestellt. Mit diesen Parametern und deren radialer Ableitung ist es möglich, den Verlauf der Feldlinie innerhalb der Flußfläche zu beschreiben. Die einzelnen Parameter können aus den numerischen Gleichgewichtsdaten gewonnen werden.

#### 3.1 Numerische Bestimmung des Plasmagleichgewichtes

Am ASDEX Upgrade wird das Gleichgewicht eines Plasmas routinemäßig aus den magnetischen Messungen gewonnen [12, 13]. Dazu werden während einer Plasmaentladung mit einer Abtastfrequenz von bis zu 5 kHz magnetische Flüsse und poloidale Magnetfelder im Inneren des Vakuumgefäßes bestimmt. Zur Bestimmung des Plasmagleichgewichtes zu einem Zeitpunkt der Entladung werden die Meßwerte durch eine zuvor berechnete Abbildung auf die Gleichgewichtsparameter abgebildet. In einer Datenbank sind 7000 verschiedene zuvor berechnete Gleichgewichte mit ihren charakteristischen Parametern und dem am Ort der Messungen berechneten poloidalen Fluß und Magnetfeld zusammengefaßt worden. Aus dieser Datenbank wurden die Regressionskoeffizienten als Abbildungsvorschrift zwischen den berechneten Meßgrößen und den Gleichgewichtsgrößen bestimmt. Für die Untersuchung großskaliger MHD-Moden ist die Lage und Form der resonanten Fläche von besonderer Bedeutung. Aus der beschriebenen Gleichgewichtsanalyse erhält

man den Wert der poloidalen Flußfunktion  $\Psi$  auf einem kartesischen Rechengitter mit  $39 \times 69$  Gitterpunkten bei 4 cm Punktabstand. Aus dieser Information kann, wie im folgenden gezeigt wird, die Lage und Form der Flußfläche und der Verlauf einer Feldlinie in der Fläche extrahiert werden.

### 3.2 Gewinnung der Flußflächengeometrie

#### Theorie

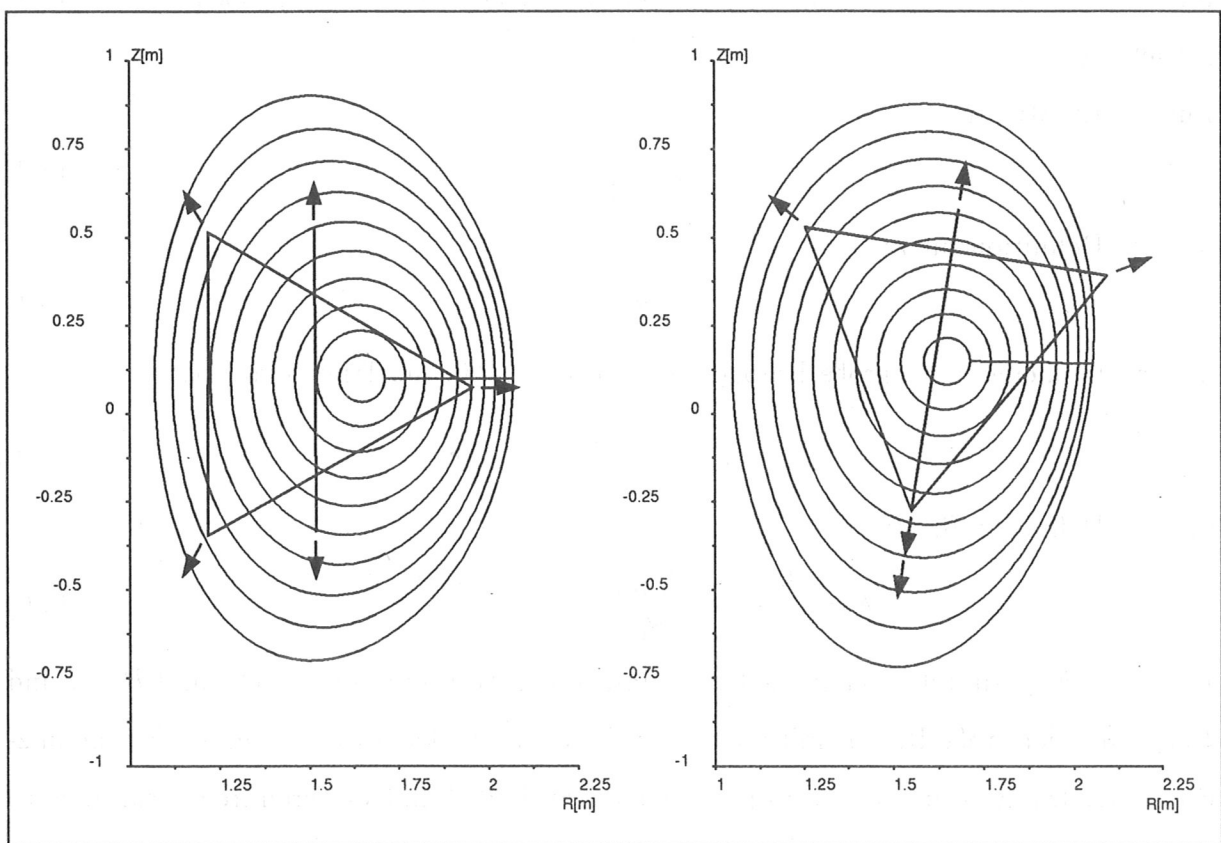


Abbildung 3.1: Die linke Graphik zeigt oben-unten symmetrische Flußflächen unter Berücksichtigung der Elongation und Triangularität. Läßt man eine Verkippung der Formgebung zu, so können sich beide Effekte derart überlagern, daß sich eine besonders starke Verformung in Richtung des X-Punktes einstellen kann. Damit ist es auch möglich, asymmetrisch elongierte Flächen zu beschreiben.



Die poloidale Schnittkurve einer asymmetrisch-elongierten Flußfläche soll mit einer möglichst einfachen Parametrisierung beschrieben werden. Als Ausgangspunkt dient die folgende Darstellung eines Kreises mit dem Mittelpunkt  $(R_0; Z_0)$  und dem Radius  $\rho$ :

$$R = R_0 + \rho \cos \Theta \quad (3.1)$$

$$Z = Z_0 + \rho \sin \Theta \quad (3.2)$$

Die Flußflächenbeschreibung soll sowohl elliptische  $-s_2 \cos \Theta$ , bzw.  $+s_2 \sin \Theta$ , wie auch triangulare Terme  $+s_3 \cos 2\Theta$ , bzw.  $-s_3 \sin 2\Theta$  enthalten (Abb. 3.1 links). Zwischen den mit  $s$  bezeichneten Formparametern und der üblichen geometrischen Größe gelten folgende Beziehungen [14]:

Für die Elliptizität:

$$\kappa = \frac{1 + \frac{s_2}{\rho}}{1 - \frac{s_2}{\rho}} \quad (3.3)$$

mit der Definition für  $\kappa$ :

$$\kappa = \frac{b}{a} \quad (3.4)$$

$a, b$  ist die kleine, bzw. große Halbachse der Ellipse. Für die Triangularität:

$$\delta = 4 \frac{s_3}{\rho} \quad (3.5)$$

mit der Definition für  $\delta$ :

$$\delta = \frac{(R_{max} + R_{min}) - (R_{zmax} + R_{zmin})}{R_{max} + R_{min}} \quad (3.6)$$

$R_{max}$  und  $R_{min}$  sind der maximale bzw. minimale große Radius der Fläche und  $R_{zmax}$  und  $R_{zmin}$  sind der große Radius mit maximaler bzw. minimaler Ausdehnung der Fläche in  $z$ -Richtung. Die Richtung der Verformungen soll zusätzlich mit weiteren freien Parametern  $\delta_2, \delta_3$  gedreht werden können. Überlagert man die Störungen derart, daß sich die Verformung der Elliptizität und Triangularität gerade verstärkt, erhält man die asymmetrische verstärkte Elongation in Richtung des X-Punktes (Abb. 3.1 rechts). Dies entspricht einer SN-Divertorkonfiguration, bei der die Mittelpunkte der einzelnen Flußflächen nicht zusammenfallen. Zur Beschreibung der inneren Flußflächen wird neben der Shafranov-Verschiebung ( $\Delta_R$ -Term) auch eine vertikale Verschiebung ( $\Delta_z$ -Term) des Stromschwerpunktes auf Grund des überlagerten Multipolfeldes für die SN-Konfiguration berücksichtigt. Die Größe  $\rho$  entspricht der radialen Koordinate bei der Flußflächenbeschreibung



und dient ebenfalls, wie die Flußgröße  $\Psi$ , als Flußflächenlabel.  $\Theta$  ist der Kurvenparameter und entspricht der poloidalen Winkelkoordinate ausgehend vom Mittelpunkt  $(R_0 + \Delta_R(\rho), Z_0 + \Delta_z(\rho))$  der jeweiligen Fläche.  $(R_0; Z_0)$  bezeichnet dabei immer den Mittelpunkt der Separatrixflußfläche. Auch die Formparameter variieren für die einzelnen Flächen eines Gleichgewichts. Es ergibt sich folgender Ansatz:

$$R = R_0 + \Delta_R(\rho) + \rho \cos \Theta - s_2(\rho) \cos(\Theta + \delta_2(\rho)) + s_3(\rho) \cos(2(\Theta + \delta_3(\rho))) \quad (3.7)$$

$$Z = Z_0 + \Delta_z(\rho) + \rho \sin \Theta + s_2(\rho) \sin(\Theta + \delta_2(\rho)) - s_3(\rho) \sin(2(\Theta + \delta_3(\rho))) \quad (3.8)$$

Durch Anwendung der Additionstheoreme kann man folgende äquivalente Darstellung erhalten:

$$R = R_0 + \Delta_R(\rho) + \rho \cos \Theta - s_{21}(\rho) \cos \Theta + s_{22}(\rho) \sin \Theta + s_{31}(\rho) \cos 2\Theta - s_{32}(\rho) \sin 2\Theta \quad (3.9)$$

$$Z = Z_0 + \Delta_z(\rho) + \rho \sin \Theta + s_{21}(\rho) \sin \Theta + s_{22}(\rho) \cos \Theta - s_{31}(\rho) \sin 2\Theta - s_{32}(\rho) \cos 2\Theta \quad (3.10)$$

Anschaulich bedeutet dies, daß jeweils zwei gleichartige, um  $90^\circ$  gedrehte Störungen mit unterschiedlicher Amplitude überlagert werden (also eine stehende und liegende Ellipse oder ein Dreieck mit einer Spitze nach rechts und eines mit einer Spitze nach unten).

### Test an AUG Single-Null Flußflächen

Es soll nun überprüft werden, wie genau sich die aus der Gleichgewichtsanalyse errechneten Flußflächen durch obige Parametrisierung beschreiben lassen. Die Gleichgewichtsanalyse liefert zu einem Zeitpunkt die Flußwerte auf dem zugrundeliegenden kartesischen Rechengitter. Jeder Flußwert kann dem entsprechenden Sicherheitsfaktor zugeordnet werden. Aus der Flußmatrix werden die Konturlinien gleichen Flusses extrahiert und in Abhängigkeit von der Größe der Flußfläche als Polygonzug mit bis zu 150 Punkten genähert. In Abbildung 3.2 werden die Flußflächen mit dem Sicherheitsfaktor  $q = 2$  und  $q = 5$  einer Entladung mit  $q_{95} = 5.0$  dargestellt. Aus den Gleichgewichtsdatenpunkten wird der Mittelpunkt  $(R_0 + \Delta_R(\rho), Z_0 + \Delta_z(\rho))$  der Fläche errechnet. Die Größen  $\rho, s_2, s_3, \delta_2, \delta_3$  der Flußflächenparametrisierung werden so bestimmt, daß der mittlere Abstand zwischen der Fitfläche und den Gleichgewichtsdatenpunkten minimiert wird. Um den Fit durchführen

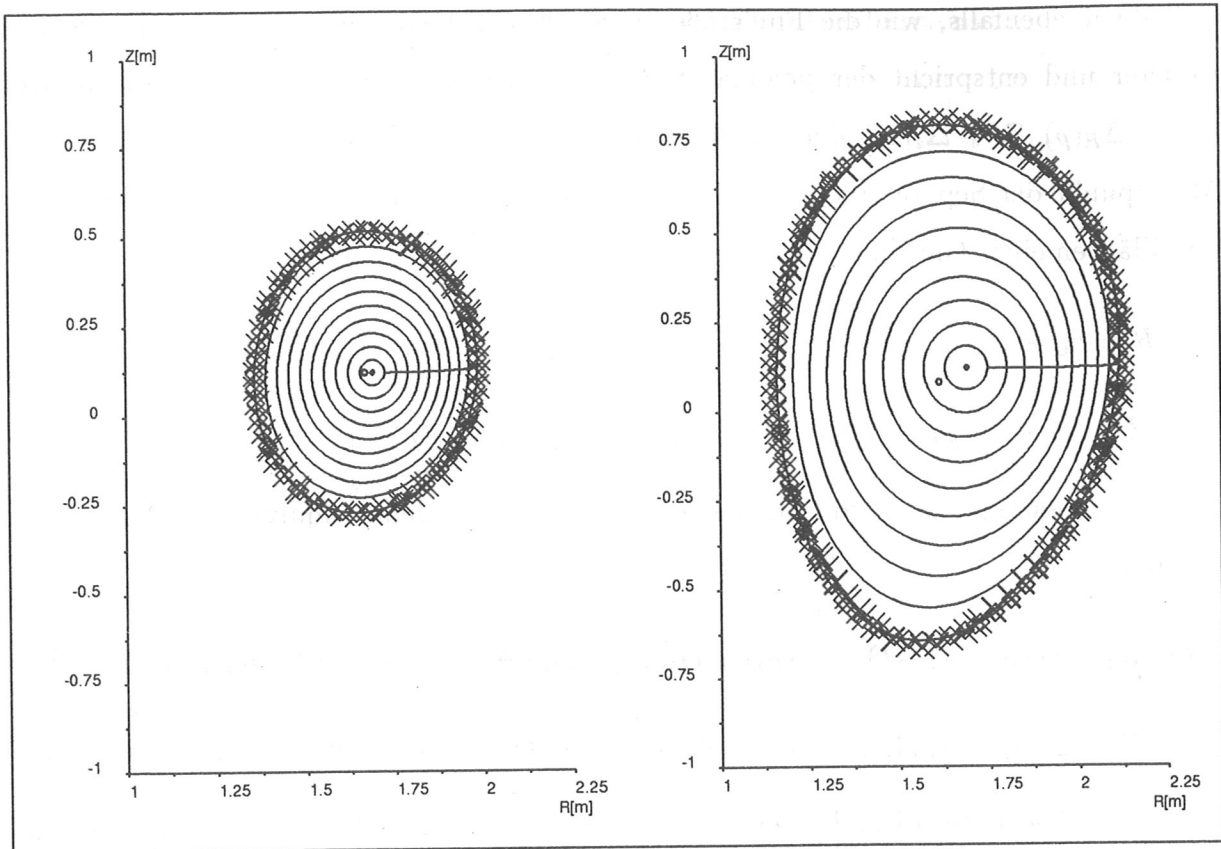


Abbildung 3.2: Fit der Parametrisierung an die Gleichgewichtsdaten der  $q = 2$  Fläche (links) und der  $q = 5$  Fläche (rechts) einer Plasmaentladung mit hohem Rand- $q$  ( $q_{95} = 5.0$ ). Die Kreuze kennzeichnen den Verlauf der Flußfläche nach der Gleichgewichtsanalyse, die Rauten liegen auf der durch die Parametrisierung gegebenen Fläche. Im Fall der  $q = 2$  Fläche ergibt sich in allen Bereichen eine sehr gute Übereinstimmung, bei der stark asymmetrisch-elongierten  $q = 5$  Fläche treten nur geringe Abweichungen in der Nähe des X-Punktes auf. Der offene bzw. ausgefüllte Kreis bezeichnet den Schwerpunkt der Fläche bzw. die magnetische Achse. Die inneren Flußflächen sind unter der Annahme eines quadratischen Stromprofils geplottet.

zu können, müssen die Winkel  $\Theta$  der Punkte auf der Fitfläche bestimmt werden, die minimalen Abstand zu einem Gleichgewichtsdatenpunkt haben. Zu jeder weiteren Verbesserung der Anpassung muß für die neue verbesserte Fitfläche jeweils wieder ein Satz der Winkel  $\Theta$  bestimmt werden. Nach 5 bis 10 Iterationen liegt die Änderung der Parametrisierung unter der Rechengenauigkeit. Auch bei Flußflächen, die nahe der Separatrix

liegen, kann sehr gute Übereinstimmung erzielt werden. Geringe Abweichungen sind nur nahe dem X-Punkt festzustellen (Abbildung 3.2 rechts). Die erreichte Genauigkeit und die Werte der Formparameter der in Abbildung 3.2 gefitteten Flußflächen sind in Tabelle 3.1 zusammengefaßt.

Tabelle 3.1: Zusammenfassung der Werte der Formparameter und der erreichten Übereinstimmung zwischen den in Abbildung 3.2 gezeigten Fit- und Flußflächen. Alle Längenangaben in Metern.

$q$	2.0	5.0
$R_{geo}$	1.61590	1.61590
$Z_{geo}$	0.08243	0.08243
$\Delta_R$	0.05035	0.00751
$\Delta_Z$	0.04049	0.01299
$\rho$	0.360580	0.600879
$s_2$	0.04294	0.125220
$s_3$	0.00341	0.01985
$\delta_2$	0.1929	0.1707
$\delta_3$	-0.5628	-0.6740
maximaler Abstand	0.00487	0.01814
mittlerer Abstand	0.00261	0.00818

Um zu überprüfen, ob ein allgemeinerer Ansatz nicht noch bessere Übereinstimmung ermöglicht, wurden die vier Parameter  $s_{21} \cdots s_{32}$ , die in den Gleichungen 3.9 und 3.10 jeweils identisch sind, als voneinander unabhängig gewählt. Obwohl der Fit nun mit fast doppelt so vielen, also neun freien Fitparametern durchgeführt wurde, konnte keine deutliche Verbesserung erzielt werden.

### 3.3 Beschreibung des Verlaufes einer magnetischen Feldlinie

Wie oben dargestellt, verlaufen alle magnetischen Feldlinien innerhalb der magnetischen Flächen. Gesucht ist also die poloidale Koordinate  $\Theta(\varphi)$  der Feldlinie in der Fläche. Anschaulich bedeutet dies den Winkel  $\Theta$ , um den die Feldlinie in poloidaler Richtung voranschreitet, wenn man sich längs der Feldlinie toroidal um den Winkel  $\varphi$  fortbewegt. Die poloidale Koordinate  $\Theta(\varphi)$  ist mit Ausnahme eines zylinderförmigen Plasmas immer eine nichtlineare Funktion. Es besteht jedoch immer die Möglichkeit, eine poloidale Winkelkoordinate  $\Theta^*(\Theta)$  so zu wählen, daß sich ein linearer Zusammenhang für die Funktion  $\Theta^*(\varphi)$  ergibt und für die Magnetfeldkomponenten gilt:

$$\frac{\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \Theta^*}{\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \varphi} = \text{const.} \quad (3.11)$$

Trägt man die Feldlinien einer Flußfläche in ein  $\varphi$ - $\Theta^*$  Diagramm ein, erscheinen sie als Geraden. Daher bezeichnet man die Funktion  $\Theta^*(\Theta)$  als straight field line angle [15]. Der allgemeinere Zugang ergibt sich aus einer Koordinatentransformation von einem Flußflächensystem  $(\Psi, \varphi, \Theta^*)$  mit geraden Feldlinien in das Toruskoordinatensystem  $(\rho, \varphi, \Theta)$ .

Die Funktion  $\Theta^*(\Theta)$  kann direkt aus der Parametrisierung der entsprechenden Flußfläche gewonnen werden: In einem Zylindersystem  $(R, \varphi, z)$  gilt für eine Gleichgewichtsfeldlinie unter Gewährleistung der Divergenzfreiheit:

$$\vec{B} = I \vec{\nabla} \varphi + \vec{\nabla} \Psi \times \vec{\nabla} \varphi, \quad (3.12)$$

wobei  $I$  die poloidale Stromfunktion,  $\vec{\nabla} \varphi$  ein Vektor in Richtung  $\vec{e}_\varphi$  mit dem Betrag  $|\vec{\nabla} \varphi| = \frac{1}{R}$  und  $\Psi$  der poloidale Fluß ist.  $\vec{\nabla} \Psi \times \vec{\nabla} \varphi = B_\theta$  beschreibt das poloidale Magnetfeld. Multipliziert man nun Gleichung 3.12 mit  $\vec{\nabla} \varphi$  und  $\vec{\nabla} \Theta^*$ , so erhält man die beiden Gleichungen

$$\vec{B} \vec{\nabla} \varphi = I (\vec{\nabla} \varphi)^2 = \frac{I}{R^2} \quad (3.13)$$

$$\vec{B} \vec{\nabla} \Theta^* = \vec{\nabla} \Psi \times \vec{\nabla} \varphi \cdot \vec{\nabla} \Theta^* \quad (3.14)$$

Desweiteren gilt für eine Parametrisierung von  $\vec{\nabla} \Theta^*$  durch die entsprechende Koordinate im Torussystem:

$$\vec{\nabla} \Theta^* = \frac{\partial \Theta^*}{\partial \Theta} \vec{\nabla} \Theta \quad (3.15)$$

Setzt man nun die Gleichungen 3.13, 3.14, 3.15 in Gleichung 3.11 ein, ergibt sich

$$\vec{\nabla}\Psi \times \vec{\nabla}\varphi \cdot \vec{\nabla}\Theta \cdot \frac{\partial\Theta^*}{\partial\Theta} = \text{const.} \frac{I}{R^2} \quad (3.16)$$

Das Spatprodukt  $\vec{\nabla}\Psi \times \vec{\nabla}\varphi \cdot \vec{\nabla}\Theta$  entspricht der Jacobideterminante  $J$  der Transformation des Flußflächen-Koordinatensystems  $(\Psi, \varphi, \Theta)$  in das Zylindersystem  $(R, \varphi, z)$ . Verwendet man die Rotationssymmetrie  $\frac{\partial}{\partial\varphi} = 0$  und die Identität der toroidalen Koordinate  $\varphi$  in beiden Koordinatensystemen, so ergibt sich:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial\Psi}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} & \frac{\partial\Psi}{\partial z} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial\varphi}{\partial\varphi} & \frac{\partial\varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial R} & \frac{1}{R} \frac{\partial\Theta}{\partial\varphi} & \frac{\partial\Theta}{\partial z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial\Psi}{\partial R} & 0 & \frac{\partial\Psi}{\partial z} \\ \frac{\partial\varphi}{\partial R} & \frac{1}{R} & \frac{\partial\varphi}{\partial z} \\ \frac{\partial\Theta}{\partial R} & 0 & \frac{\partial\Theta}{\partial z} \end{vmatrix} = \frac{1}{R} \left( \frac{\partial\Theta}{\partial R} \frac{\partial\Psi}{\partial z} - \frac{\partial\Psi}{\partial R} \frac{\partial\Theta}{\partial z} \right) = \frac{J_{\rightarrow}}{R} = \frac{1}{J_{\leftarrow} R}, \quad (3.17)$$

wobei  $J_{\leftarrow}$  die Jacobideterminante der zweidimensionalen Transformation in einer poloidalen Ebene bei einem festen  $\varphi$  vom kartesischen System  $(R, z)$  in das Flußflächensystem  $(\Psi, \Theta)$  darstellt. Es ergibt sich aus Gleichung 3.16:

$$\frac{1}{R} \frac{1}{J_{\leftarrow}} \frac{d\Theta^*}{d\Theta} = \text{const.} \frac{I}{R^2} \implies \Theta^* = \text{const.} \int_0^{\Theta} d\Theta I \frac{J_{\leftarrow}}{R} \quad (3.18)$$

Da der straight field line angle  $\Theta^*$  genau wie der geometrische Winkel  $\Theta$  zwischen 0 und  $2\pi$  variiert, gilt für die Konstante in 3.18:

$$2\pi = \text{const.} \int_0^{2\pi} d\Theta I \frac{J_{\leftarrow}}{R} \implies \text{const.} = \frac{2\pi}{\int_0^{2\pi} d\Theta I \frac{J_{\leftarrow}}{R}} \quad (3.19)$$

Setzt man nun Gleichung 3.19 in Gleichung 3.18 ein und berücksichtigt, daß  $I$  als Flußflächenkonstante unabhängig von  $\Theta$  ist und gekürzt werden darf, so ergibt sich für den straight field line angle  $\Theta^*(\Theta)$ :

$$\Theta^*(\Theta) = 2\pi \frac{\int_0^{\Theta} d\Theta \frac{J_{\leftarrow}}{R}}{\int_0^{2\pi} d\Theta \frac{J_{\leftarrow}}{R}} \quad (3.20)$$

Im vorigen Abschnitt wurde eine einfache Parametrisierung der poloidalen Schnittkurve einer Flußfläche vorgestellt. Der straight field line angle  $\Theta^*$  kann nun aus der Flußflächenform bestimmt werden. Betrachtet man die Flußflächenparametrisierung als Koordinatentransformation  $(R, z) \rightarrow (\rho, \Theta)$  und beachtet, daß sich deren Jacobideterminante von der Jacobideterminante der Transformation  $(R, z) \rightarrow (\Psi, \Theta)$  nur durch den von  $\Theta$

unabhängigen Faktor  $\frac{\partial \Psi}{\partial \rho}$  unterscheidet, so kann man Gleichung 3.20 direkt auswerten. Berechnet man die Jacobideterminante  $J = \frac{\partial R(\rho, \Theta)}{\partial \rho} \frac{\partial z(\rho, \Theta)}{\partial \Theta} - \frac{\partial R(\rho, \Theta)}{\partial \Theta} \frac{\partial z(\rho, \Theta)}{\partial \rho}$  für den Ansatz 3.9, 3.10, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
J(\rho, \Theta) &= \rho \\
&+ (s_2(\rho) \cos(2\Theta + \delta_2) - 2s_3(\rho) \cos(3\Theta + \delta_3)) \\
&+ \rho(\cos(\Theta)\Delta'_R(\rho) + \sin(\Theta)\Delta'_z(\rho)) \\
&+ s'_2(\rho)(\cos(2\Theta + \delta_2)) \\
&- s'_3(\rho)(\cos(3\Theta + \delta_3))
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Entwickelt man  $\frac{1}{R(\rho, \Theta)}$  gemäß  $\frac{1}{R_0(1+x)} = \frac{1}{R_0}(1 - x + x^2 - \dots)$  mit  $x = \rho \cos \Theta + \Delta_R(\rho) - s_2(\rho) \cos(\Theta + \delta_2) + s_3(\rho) \cos(2(\Theta + \delta_3))$ , folgt für den Integranden in Gleichung 3.20:

$$\begin{aligned}
\frac{J}{R} &= \rho(1 + (\Delta'_R(\rho) - \frac{\rho}{R}) \cos(\Theta) + \Delta'_z(\rho) \sin(\Theta)) \\
&+ (s_2(\rho) - \rho s'_2(\rho)) \cos(2\Theta + \delta_2) \\
&- (2s_3(\rho) - \rho s'_3(\rho)) \cos(3\Theta + \delta_3)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Für single-null Flußflächen erhält man somit insgesamt für den straight field line angle  $\Theta^*(\Theta)$ :

$$\begin{aligned}
\Theta^*(\Theta) &= \Theta + (\Delta'_R(\rho) - \frac{\rho}{R}) \sin \Theta \\
&+ \Delta'_z(\rho)(1 - \cos \Theta) \\
&- \frac{1}{2}(s'_2(\rho) - \frac{s_2(\rho)}{\rho})(\sin(2\Theta + \delta_2) - \sin \delta_2) \\
&+ \frac{1}{3}(s'_3(\rho) - \frac{2s_3(\rho)}{\rho})(\sin(3\Theta + 2\delta_3) - \sin 2\delta_3)
\end{aligned} \tag{3.23}$$

Zur Bestimmung der Radialableitungen werden für weitere Flußflächen in der Umgebung der zu untersuchenden Fläche die Formparameter bestimmt. Die Radialableitung eines Parameters ergibt sich aus der Steigung der Ausgleichsgeraden, wenn man den Parameter der weiteren untersuchten Flächen über  $\rho$  aufträgt. In Tabelle 3.2 werden die Radialableitungen der in Abbildung 3.2 parametrisierten Flußflächen für die beiden Fälle  $q = 2$  bzw.  $q = 5$  zusammengefaßt. Um den Einfluß der einzelnen Korrekturterme richtig einschätzen zu können, sind auch noch die Amplituden der winkelabhängigen Funktionen angegeben.

Tabelle 3.2: Zusammenfassung der Radialableitungen der Formparameter der in Abbildung 3.2 gezeigten Flußflächen. Alle aufgeführten Größen sind dimensionslos.

$q$	2.0	5.0
$\Delta'_R$	-0.152466	-0.206303
$\Delta'_Z$	-0.062420	-0.303060
$s'_2$	0.210273	0.545861
$s'_3$	0.022412	0.140092
$\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$	-0.375611	-0.578157
$\frac{1}{2}(s'_2 - \frac{s_2}{\rho})$	0.045593	0.168734
$\frac{1}{3}(s'_3 - \frac{2s_3}{\rho})$	0.001173	0.024674

Im folgenden soll die physikalische Herkunft der einzelnen Terme diskutiert werden. Der erste Term ( $\Delta'_R(\rho) - \frac{\rho}{R}$ ) beschreibt die für kreisförmige Plasmaquerschnitte bekannte Merezkin-Korrektur [16]. Er hat seinen Ursprung in der toroidalen Krümmung des Plasmas und der hoop force (Expansionskraft des Plasmaringes durch kinetischen Druck und expandierenden Stromfaden). Hier überlagern sich zwei Effekte: zum einen fällt das Toroidalfeld nach außen hin mit  $1/R$  ab, zum anderen wird das Poloidalfeld durch die Shafranov-Verschiebung des Stromschwerpunktes nach außen hin erhöht. (Es bleibt zu beachten, daß das Poloidalfeld sich aus dem Flußgradienten ergibt und deshalb der Korrekturterm von der radialen Ableitung von  $\Delta_R$  abhängt. Die unterschiedliche Stärke des Poloidalfeldes wird deutlich, wenn man die Dichte der Flußflächen in einem Plasma-gleichgewicht (Abbildung 2.2) innen und außen vergleicht.) Verfolgt man eine Feldlinie in toroidaler Richtung, so wird an der Außenseite der Flußfläche ihre poloidale Lage schneller variieren als an der Innenseite. Soll die Feldlinie in der neuen Koordinate  $\Theta^*$  gerade erscheinen, so muß die Transformationsfunktion  $\Theta^*(\Theta)$  genau umgekehrtes Verhalten zeigen. Die weiteren Korrekturterme ergeben sich durch die asymmetrisch-elongierte Flußflächenform, die durch die überlagerten Multipolfelder bestimmt wird. Für den Ver-



lauf einer Feldlinie ist nun das resultierende lokale Poloidalfeld verantwortlich. In der Nähe des X-Punktes variiert eine Feldlinie besonders langsam in poloidaler Richtung.

Der  $\Delta'_z$ -Term in der Transformationsfunktion  $\Theta^*(\Theta)$  bewirkt ein entsprechend umgekehrtes Verhalten. Insbesondere für weit außen liegende Flußflächen (vgl. Abbildung 3.3) führt er zu einem steilen Anstieg von  $\Theta^*(\Theta)$  in der Nähe des X-Punktes. Entsprechendes gilt für die Radialableitungen der Formparameter  $s'_2, s'_3$ . Am Ort maximaler Verformung sieht eine Feldlinie das größte Multipol- und somit größte Poloidalfeld bezüglich dieser Formkorrektur. Da hier die Feldlinie jedoch maximal weit vom Mittelpunkt der Fläche entfernt ist, bewirkt ein räumliches Voranschreiten bei gleicher Strecke in poloidaler Richtung nur eine entsprechend kleinere Änderung im poloidalen Winkel  $\Theta$ , der ja bezüglich des Flächenmittelpunktes definiert wurde. Der entsprechende geometrische Term  $\frac{s_2}{\rho}, \frac{s_3}{\rho}$  wird von den Radialableitungen subtrahiert.

Die analytische Entwicklung (Gleichung 3.23) von Gleichung 3.20 für den straight field line angle liefert ein klares Bild über den Zusammenhang zwischen der Flußflächenform und dem Verlauf der Feldlinie in der Flußfläche. Die Gleichung 3.20 kann auch direkt durch numerische Integration ausgewertet werden. Da der Gradient der Flußfunktion  $\Psi$ , bzw. das Poloidalfeld aus der numerischen Gleichgewichtsanalyse leichter zugänglich sind als die Jacobideterminante  $J_{\leftarrow}$ , gewinnt man die Integrandenfunktion am besten aus Gleichung 3.17:

$$\frac{J_{\leftarrow}}{R} = \frac{1}{J_{\leftarrow} R} = \frac{1}{R \left( \frac{\partial \Theta}{\partial R} \frac{\partial \Psi}{\partial z} - \frac{\partial \Psi}{\partial R} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)} \quad (3.24)$$

Bestimmt man die Ableitungen des Winkel  $\Theta$  aus  $\Theta = \arctan \frac{z-z_0}{R-R_0}$  und ersetzt die Flußableitungen durch die entsprechenden Poloidalfeldkomponenten, ergibt sich für  $J_{\leftarrow}$ :

$$J_{\leftarrow} = \frac{1}{1 + \left( \frac{z-z_0}{R-R_0} \right)^2} \left( R B_z \frac{1}{R-R_0} - R B_R \frac{z-z_0}{(R-R_0)^2} \right) \quad (3.25)$$

In der Abbildung 3.3 wird der straight field line angle  $\Theta^*$  der beiden Flußflächen über der poloidalen Winkelkoordinate  $\Theta$  aufgetragen. Es wird die analytische Auswertung (durchgezogene Linie) mit dem Ergebnis der numerischen Integration (gestrichelte Linie) verglichen. Bei innenliegenden Flußflächen wird in allen Bereichen sehr gute Übereinstimmung erzielt. Bei weit außen liegenden Flußflächen kommt es durch die Nähe zum X-Punkt zu größeren Abweichungen. In diesen Bereichen wird die Flußfläche durch den

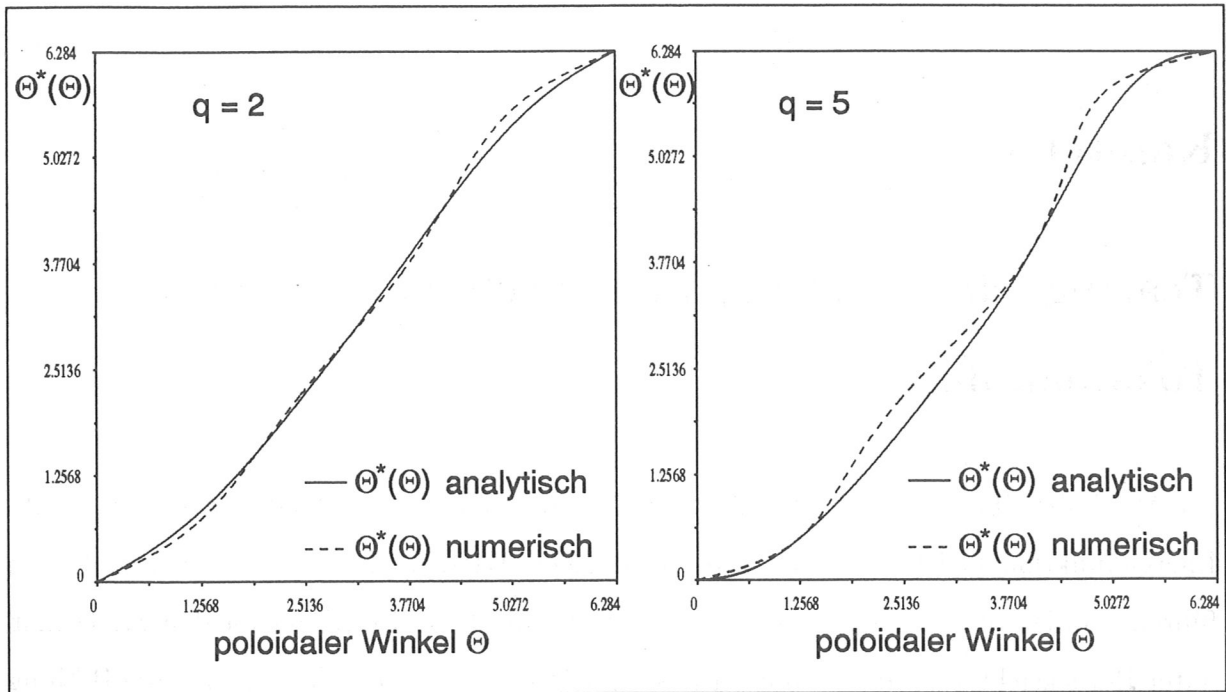


Abbildung 3.3: Der straight field line angle, der in Abbildung 3.2 gezeigten Flußflächen aufgetragen über der poloidalen Winkelkoordinate  $\Theta$ . Die durchgezogene Linie gibt das Ergebnis der analytischen Auswertung von Gleichung 3.23, die gestrichelte Linie die numerische Quadratur von Gleichung 3.20 mit dem Integranden Gleichung 3.24 wieder.

Fit nicht so gut beschrieben, da die starke Krümmung der Flußfläche in diesem Bereich auf Grund der wenigen Komponenten der Parametrisierung geglättet wird. Dies führt zu einer schwächeren Variation der Integrandenfunktion  $\frac{J_z}{R}$  bzw. der Ableitung  $\frac{d\Theta^*(\Theta)}{d\Theta}$  verglichen mit der rein numerischen Auswertung.

## Kapitel 4

# Tearing Moden in asymmetrisch elongierten Tokamakplasmen

Im Abschnitt über die Stabilität der Plasmen wurden die verschiedenen Beiträge zum Energiefunktional diskutiert. Da die großskaligen MHD-Moden zu Plasmadisruptionen führen, werden diese im folgenden genau untersucht. Das Modell der idealen MHD muß unter Berücksichtigung der endlichen Resistivität erweitert werden, um auch die Bildung von magnetischen Inseln zu erfassen.

### 4.1 Inselbildung

Für die folgenden Betrachtungen ist es günstig, mit dem helikalen Feld bezüglich einer Feldlinie zu arbeiten. Man betrachtet somit nur die Änderungen des Magnetfeldes bezüglich einer Feldlinie, die helikal verschraubt auf einer Flußfläche den Torus umrundet. Die Feldlinien auf weiter innen liegenden Flußflächen verlaufen steiler, die Feldlinien auf weiter außen liegenden Flußflächen verlaufen flacher (Abb. 4.1). Die Feldlinie sieht folglich in Richtung Plasmaseele ein zunehmendes Feld in Richtung der poloidalen Koordinate, auf der Feldlinie selbst verschwindet das Feld, und außen ergibt sich ein zunehmendes Feld in entgegengesetzter Richtung (Abb. 4.2a). Betrachtet man das Plasma als ideal leitfähige Flüssigkeit (ideale Magnetohydrodynamik), so sind die Feldlinien auf Grund der unendlichen Leitfähigkeit in der Flüssigkeit eingefroren. Das Bild ändert sich, wenn die kleine, aber endliche Resistivität eines heißen Fusionsplasmas mit berücksichtigt wird. Fließt entlang der Feldlinien der Flußfläche ein modulierter Störstrom, der ein zusätzliches radiales Störfeld bedingt (Abb. 4.2b), können die Feldlinien der benachbarten Flußflächen die ursprünglich starre Topologie der ineinander geschachtelten Flächen aufbrechen (tearing)

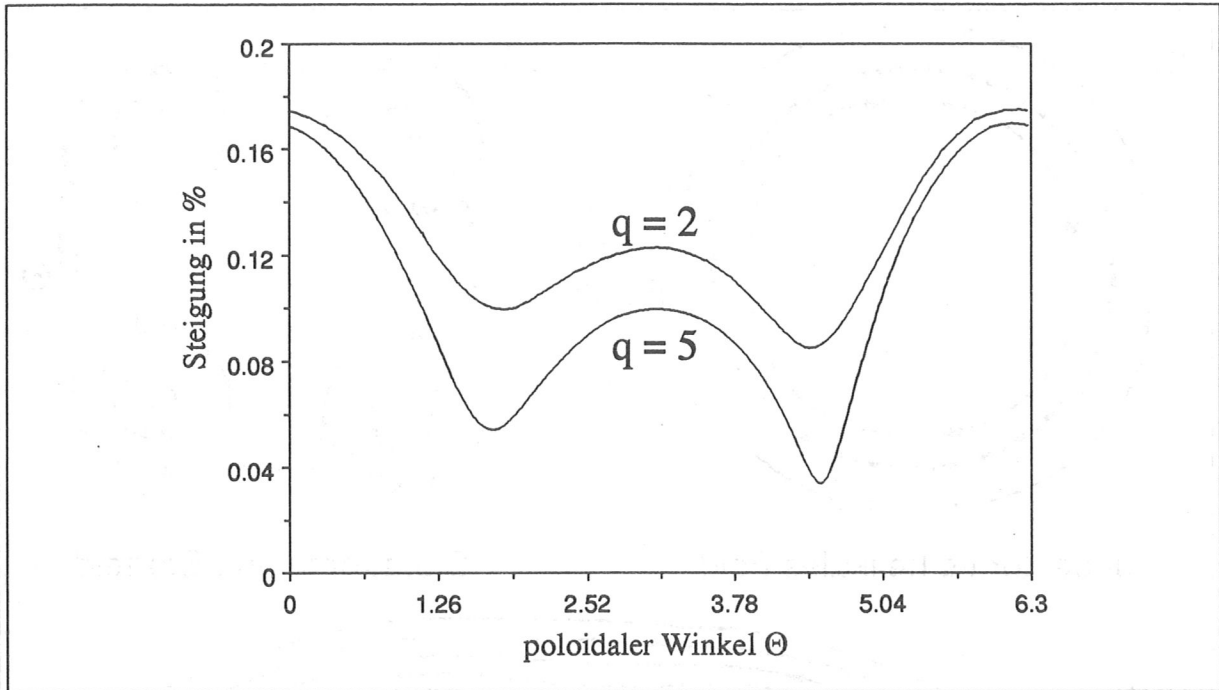


Abbildung 4.1: Die Steigung bestimmt sich aus dem Verhältnis der poloidalen Bogenlänge zur toroidalen Bogenlänge, wenn man die Feldlinie in toroidaler Richtung um  $d\varphi$  verfolgt. Dargestellt ist die Steigung der  $q = 2$  (gestrichelte Linie) und der  $q = 5$  (durchgezogene Linie) Fläche. Zu Grunde gelegt werden die Steigungen aus der numerisch integrierten Funktion 3.20.

und sich unter Verkürzung und somit Verringerung der freien Energie über die ursprüngliche Flußfläche hinweg neu miteinander verbinden (reconnection). Überlagert man das Gleichgewichtsfeld mit dem Störfeld, so wird die Inselstruktur deutlich (Abb. 4.2c). Die Insel stellt sich als parasitärer Tokamak im Tokamak dar. Sie besitzt ebenfalls ineinandergeschachtelte Flußflächen, wobei die innersten zu einer Linie entarten (O-Punkt), die dem Verlauf des Störstromes folgt. Die Insel hat folglich den gleichen Verlauf wie die Feldlinie in der ursprünglichen resonanten Fläche. Die letzte geschlossene Flußfläche der Insel, welche die Insel von umgebenden Plasma trennt, bezeichnet man als Separatrix der Insel. In den X-Punkten der Insel berühren sich die äußere und innere Separatrix-Linie der Insel.

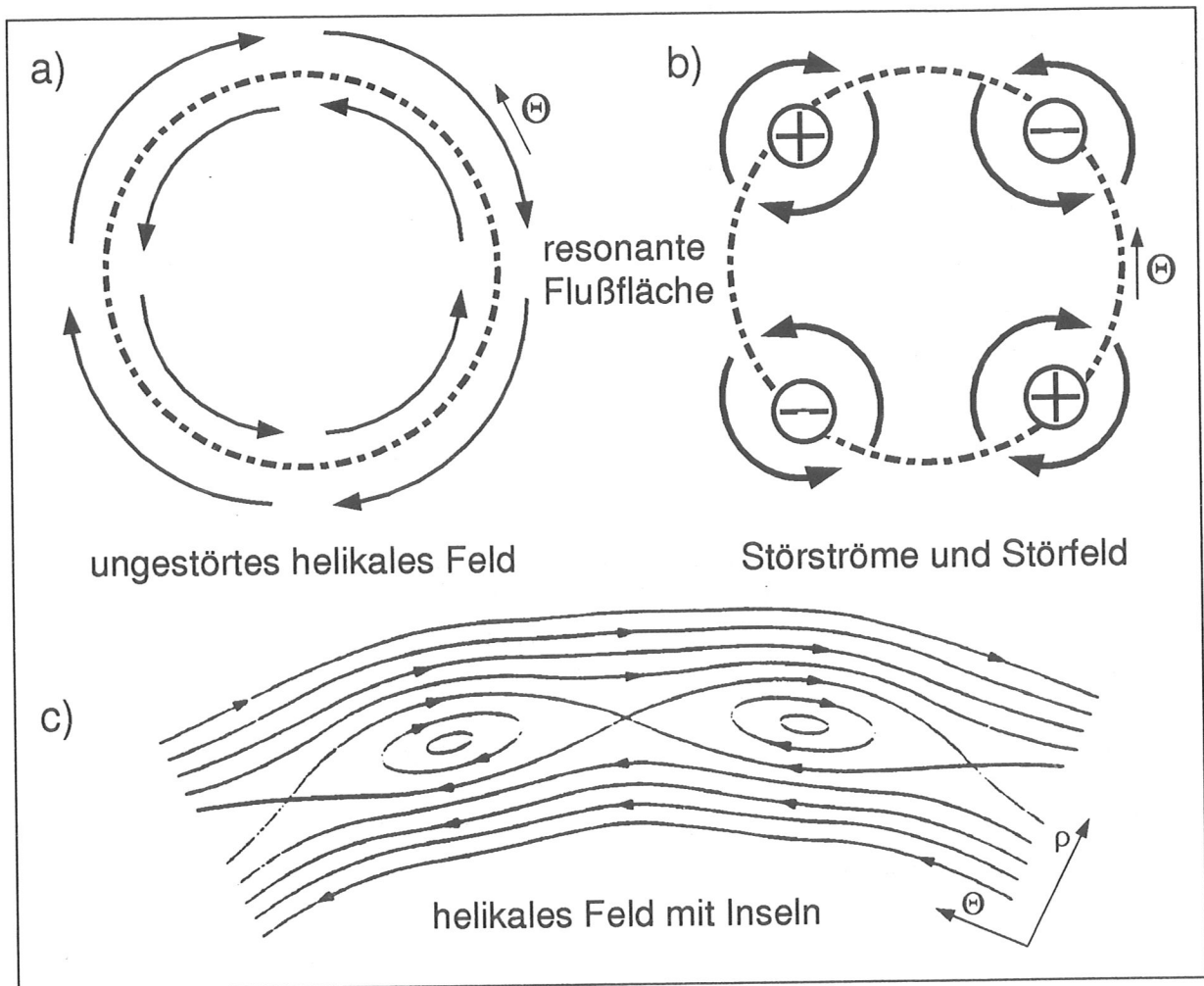


Abbildung 4.2: Inselbildung. Bei nicht verschwindender Resistivität können die in den ungestörten Flußflächen verlaufenden Feldlinien (a) durch das Störfeld (b) des modulierten Störstromes ( $\oplus$ ,  $\ominus$ ) aufgebrochen werden und sich zu magnetischen Inseln neu formieren (c).

## 4.2 Berechnung der Störstromdichte

Die Störströme fließen entlang Feldlinien. Es werden im System gerader Feldlinien  $(\Psi, \Theta^*, \varphi)$  die einzelnen Fourierkomponenten der Störung betrachtet. Wie bei den stromgetriebenen, idealen Instabilitäten (Abschnitt 2.2) sind  $m$ , bzw.  $n$  die poloidale, bzw. toroidale Modenzahl. Man setzt also an:

$$\vec{j} = C(\Psi, \Theta, \varphi) \sin(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) \vec{B} \quad (4.1)$$

Aus der Forderung nach einem geschlossenen Stromverlauf ( $\nabla \vec{j} = 0$ ) soll der Amplitudenfaktor  $C(\Psi, \Theta, \varphi)$  bestimmt werden. Die Rechnung kann im Zylindersystem  $(R, z, \varphi)$  ausgeführt werden. Die poloidale Winkelkoordinate  $\Theta$  wird somit zu einer Funktion von  $R$  und  $z$ . Aus  $\nabla \vec{j} = \vec{B} \nabla C(R, z, \varphi) = 0$  folgt für  $C(R, z, \varphi)$ :

$$\begin{aligned}
0 &= \vec{B} \nabla C(R, z, \varphi) = \\
& B_R \left( \frac{\partial C(R, z, \varphi)}{\partial R} \sin(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) + C(R, z, \varphi) m \frac{\partial \Theta^*}{\partial \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial R} \cos(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) \right) \\
& + B_z \left( \frac{\partial C(R, z, \varphi)}{\partial z} \sin(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) + C(R, z, \varphi) m \frac{\partial \Theta^*}{\partial \Theta} \frac{\partial \Theta}{\partial z} \cos(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) \right) \\
& + B_\varphi \left( \frac{\partial C(R, z, \varphi)}{\partial \varphi} \sin(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) - C(R, z, \varphi) n \cos(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) \right) \quad (4.2)
\end{aligned}$$

Mit dem Ansatz  $C(R, z, \varphi) = \text{const.}$  erhält man:

$$m \frac{\partial \Theta^*}{\partial \Theta} \left( B_R \frac{\partial \Theta}{\partial R} + B_z \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right) - n \frac{B_\varphi}{R} = 0 \quad (4.3)$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung 3.18, Gleichung 3.12 und  $\frac{B_\varphi}{R} = \vec{B} \nabla \varphi$  ergibt sich:

$$m \vec{B} \nabla \Theta^* - n \vec{B} \nabla \varphi = 0 \quad (4.4)$$

Daraus folgt, daß sich Störungen mit der poloidalen Modenzahl  $m$  und der toroidalen Modenzahl  $n$  nur auf der resonanten Fläche mit  $q = \frac{m}{n}$  entwickeln können. Die Amplitude der modulierten Störstromdichte ist proportional zur Feldstärke des Gleichgewichtfeldes.

### 4.3 Bestimmung der Inselstruktur im Plasma

Um die Auswirkungen der Inselbildung auf den Plasmaeinschluß beurteilen zu können, ist es notwendig, sich ein genaues Bild von der Inselform und -breite in Abhängigkeit von den Messungen des Störfeldes außerhalb des Plasmas zu verschaffen. Die Berechnung des Störfeldes bzw. des entsprechenden magnetischen Flusses  $\Psi_1$  aus der Störstromstruktur unter Berücksichtigung von zusätzlichen Abschirmströmen in leitenden Strukturen des Experimentaufbaus wird im folgenden Kapitel genau besprochen. Um die Flüsse wie die Felder superponieren zu dürfen, müssen sie im gleichen Bezugssystem bestimmt worden sein. Ist man am helikalen Feld der Insel interessiert, muß man den entsprechenden helikalen Gleichgewichtsfluß  $\Psi_h$  und Störfluß  $\Psi_1$  überlagern. Wie in 5.1 dargestellt, sieht

die Feldlinie als helikales Feld nur den Unterschied in der Feldliniensteigung der Nachbarlinien. Dieses Feld erhält man, wenn man vom Gleichgewichtsfeld ein Feld mit den gleichen Flußflächen, aber mit konstantem  $q$ -Profil (= verschwindender Steigungsvariation (Shear):  $\frac{dq(\Psi)}{d\Psi} = 0$ ) abzieht [10]. Der Sicherheitsfaktor  $q$  ist definiert als Ableitung des toroidalen Flusses  $\Phi$  nach dem poloidalen Fluß  $\Psi$ :  $q = \frac{d\Phi}{d\Psi}$  (vgl. Abschnitt 2.1), so daß für den magnetischen Fluß eines Feldes mit konstantem  $q$ -Profil gilt:

$$\Psi_{q=const.} = \frac{1}{q}\Phi_0 \quad (4.5)$$

Für den helikalen Fluß  $\Psi_h$  einer Fläche mit dem Sicherheitsfaktor  $q$  folgt:

$$\Psi_h = \Psi_0 - \frac{1}{q}\Phi_0 \quad (4.6)$$

Abbildung 4.3 zeigt den helikalen Fluß der im vorigen Kapitel vorgestellten Flußfläche mit  $q = 2$  (vgl. Abb. 4.2). Der helikale Fluß hat am Ort der Fläche ein Minimum, da der Gradient und folglich das helikale Magnetfeld dort verschwinden. Überlagert man nun dem Gleichgewichtsfluß  $\Psi_h$  den Störfluß  $\Psi_1$ , bilden sich am Ort der resonanten Fläche die Inseln (Abb. 4.4a). In Abbildung 4.4b ist die helikale Inselstruktur in das gewohnte Bild der Gleichgewichtsflußflächen eingezeichnet.

#### 4.4 Berechnung der Inselbreite

Zur Berechnung der Inselbreite wird der helikale Fluß  $\Psi_{h,sep}$  an der Inselseparatrix betrachtet. Am X-Punkt der Insel gilt:

$$\Psi_{h,sep} = \Psi_h + \Psi_1 \quad (4.7)$$

Am O-Punkt der Insel wird  $\Psi_h$  nach  $\Psi_0$  entwickelt und es gilt:

$$\Psi_{h,sep} = \Psi_h(\Psi_{0,res}) + \Psi'_h(\Psi_{0,res})(\Psi_0 - \Psi_{0,res}) + \frac{1}{2}\Psi''_h(\Psi_{0,res})(\Psi_0 - \Psi_{0,res})^2 + \dots + \Psi_1 \quad (4.8)$$

Für die Ableitungen gilt:

$$\Psi'_h(\Psi_{0,res}) = 1 - \frac{q_{res}}{q} = 0 \quad \text{bzw.} \quad \Psi''_h(\Psi_{0,res}) = -\frac{1}{q_{res}} \frac{dq(\Psi_0)}{d\Psi_0} \Big|_{\Psi_{0,res}} \quad (4.9)$$



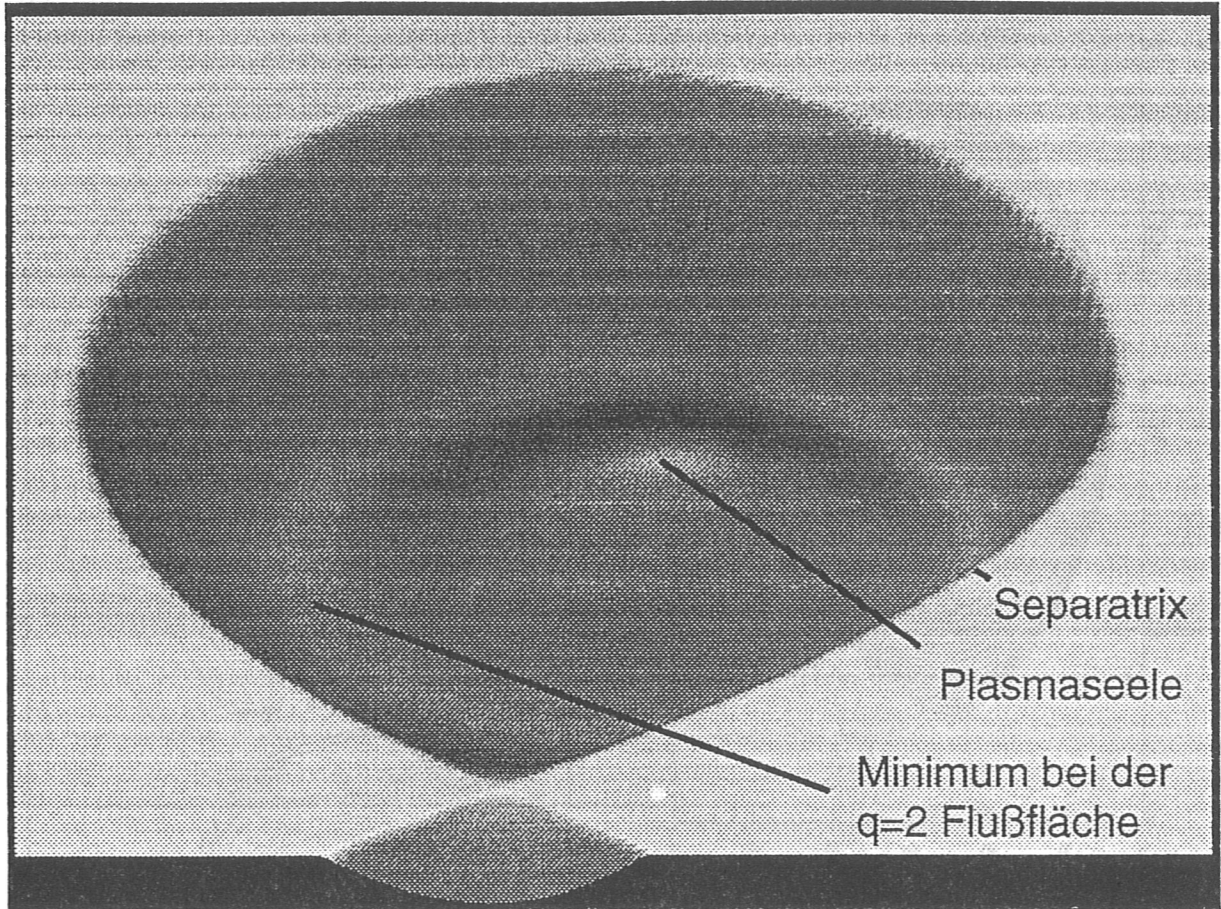


Abbildung 4.3: Helikale Flußfunktion  $\Psi_h$  bezüglich der  $q = 2$  Fläche in einer 3 dimensionalen Darstellung.

So folgt für die Ausdehnung der Insel in allgemeiner Geometrie:

$$(\Psi_0 - \Psi_{0,res})^2 = 4\Psi_1 \frac{q}{q'} \quad (4.10)$$

Die Inselbreite vergrößert sich nur mit der Wurzel der Störfeldstärke und variiert in poloidaler Richtung wie der Abstand der Flußflächen  $\Psi_0$  und  $\Psi_{0,res}$ . Nähert man für  $B_\Theta = \frac{1}{R} \nabla \Psi$  den Gradienten durch den Differenzenquotienten  $\nabla \Psi \approx \frac{\Psi_0 - \Psi_{0,res}}{\frac{1}{2}W}$ , ergibt sich für die Inselbreite  $W$ :

$$W = \frac{4}{RB_\Theta} \sqrt{\Psi_1 \frac{q(\Psi)}{q'(\Psi)}} \quad (4.11)$$

Je kleiner der Shear ist, desto größer wird die Insel bei gleicher Störfeldstärke. Da der Shear im Plasmaminneren klein ist und zur Separatrix hin stark zunimmt, können kleine Störströme auf innenliegenden, resonanten Flächen sehr große Inseln bilden, deren Breite



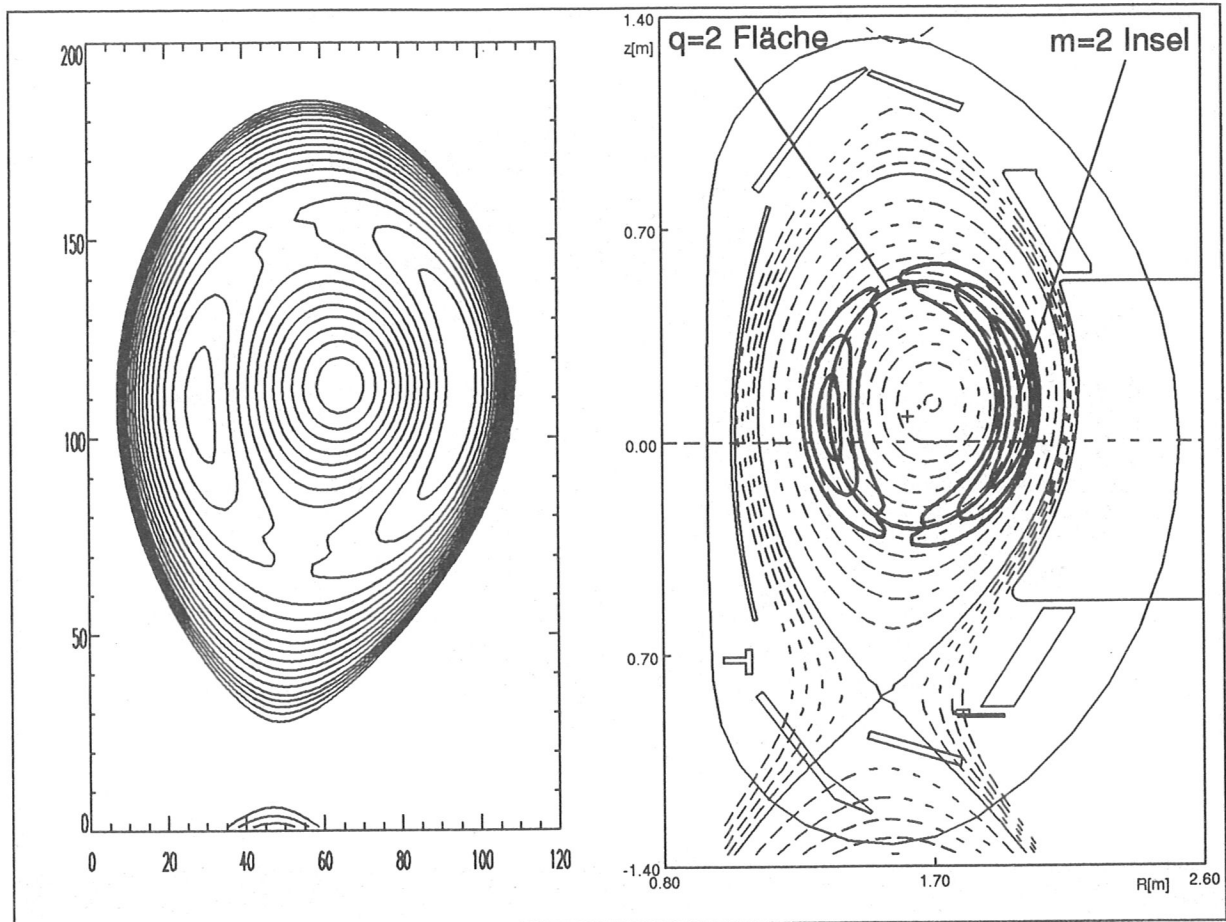


Abbildung 4.4: Superposition von helikalem Gleichgewichtsfluß  $\Psi_h$  und Störfluß  $\Psi_1$ . Zur besseren Orientierung ist die Inselstruktur auch im gewohnten Gleichgewichtsbild eingezeichnet.

einem merklichen Teil des Plasmaradius entspricht. In zylindrischer Näherung ergibt sich für die Insel [10]:

$$W = 4 \sqrt{\frac{r B_1}{m B_0} \left| \frac{q(r)}{q'(r)} \right|} \quad (4.12)$$

Als Flußflächenlabel wird in zylindrischer Näherung der kleine Plasmaradius  $r$  verwendet.  $B_1$  ist das maximale Störfeld der Insel mit der poloidalen Modenzahl  $m$ .

## 4.5 Modenbewegung

Am Tokamakexperiment ASDEX wurde die Bewegung der Inseln bzw. der Störfeldstruktur relativ zum Vakuumgefäß eingehend untersucht [17, 18]. Diese Ergebnisse sind auch

für elongierte Plasmen gültig und werden im folgenden kurz zusammengefaßt.

### Bewegungsgleichung

Zur Herleitung der Bewegungsgleichung der Moden betrachtet man eine beliebige Kontur, die relativ zum Plasmaschwerpunkt mit der Geschwindigkeit  $\vec{u}$  bewegt wird. Für die Flußänderung erhält man:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{A} - \oint \vec{u} \times \vec{B} d\vec{l} \quad (4.13)$$

Der erste Term auf der rechten Seite ist ein Flächenintegral über die Kontur und berücksichtigt die Flußänderung auf Grund der Änderung des Magnetfeldes. Der zweite Term ist ein Umlaufintegral, das die Flußänderung auf Grund der Bewegung der Schleife senkrecht zum Magnetfeld berücksichtigt. Ersetzt man in Gleichung 4.13  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  durch  $\vec{\nabla} \times \vec{E}$  und benutzt für  $\vec{E}$  das verallgemeinerte Ohmsche Gesetz für den Fall idealer Leitfähigkeit unter Vernachlässigung der Trägheitsterme [19]

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \frac{1}{en_e} (\vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p_e), \quad (4.14)$$

so kann man das Flächenintegral in 4.13 nach dem Satz von Stokes in ein Umlaufintegral verwandeln und erhält für die Flußänderung

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \oint \left( \vec{v} - \frac{1}{en_e} \vec{j} - \vec{u} \right) \times \vec{B} d\vec{l} \quad (4.15)$$

Betrachtet man nun die Kontur im Laborsystem als fest, so bewegt sich der magnetische Fluß des Plasmas mit der Geschwindigkeit

$$\vec{u} = \vec{v} - \frac{1}{en_e} \vec{j} \quad (4.16)$$

Es sind zwei Ursachen für die Plasmabewegungen zu unterscheiden:

- Zum einen kann das gesamte Plasma mit der Schwerpunktschwindigkeit  $\vec{v}$  relativ zum Gefäß rotieren. Einen signifikanten Beitrag zum Drehimpuls des Plasmas liefert insbesondere die Neutralteilchenheizung auf Grund des großen Impulsübertrages an das Plasma durch die eingeschossenen hochenergetischen Neutralteilchen. An ASDEX Upgrade werden typisch Rotationsgeschwindigkeiten um  $2 \cdot 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  erreicht.

- Der zweite Term beschreibt die Relativgeschwindigkeit zwischen Elektronen und Ionen auf Grund des Plasmastromes. Da die Elektronen viel leichter als die Ionen sind, entspricht die Relativgeschwindigkeit fast der gerichteten Elektronendriftgeschwindigkeit im Laborsystem. Sie beträgt an ASDEX Upgrade typisch  $10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Da die Störungen im Plasmafluß auf Grund der sehr guten Leitfähigkeit im Elektronengas eingefroren sind, ist dies der dominante Beitrag zur Modenbewegung in nur durch den Strom geheizten Plasmen.

### *Mode Locking*

Insbesondere vor Disruptionen, wenn die Störfeldamplitude stark angewachsen ist, spielt die Wechselwirkung mit resonanten, im Laborsystem festen Störfeldern eine entscheidende Rolle [20, 18, 21]. Diese externen Störfelder entstehen durch minimale Abweichungen von der toroidalen Symmetrie im Aufbau der Spulensystems. Je nach Phasenlage der rotierenden Inseln zum externen Störfeld wird die Bewegung beschleunigt oder verzögert. Mit weiter zunehmendem Inselstörfeld nimmt die Anharmonizität der Rotation zu, bis die Inseln zum Stillstand gebracht und festgehalten werden (Mode Locking).

## Kapitel 5

### Experimenteller Aufbau und Datenerfassung

Im folgenden Kapitel wird der Aufbau der Meßspulen und ihre Lage im Vakuumgefäß beschrieben. Die an den Spulen anliegenden Spannungen werden alle  $2 \mu\text{s}$  (500 kHz Sample-rate) digitalisiert. Dieser riesige Datenstrom (64 MBytes/s) wird zweckmäßigerweise mit einem eigens dafür geschaffenen Transputersystem verarbeitet. Einem kurzen Überblick zum Hardwareaufbau folgt eine Darstellung der Softwarealgorithmen mit Datenreduktion und Erstauswertung.

#### 5.1 Aufbau und Lage der Meßspulen und Flußschleifen im Gefäß

Es wurde ein einheitlicher Spulentyp verwendet (Abb. 5.1). Die Spulenwicklung ist 68.4 mm lang. Die Querschnittsfläche beträgt  $2774 \text{ mm}^2$  bei einem mittleren Grundflächenradius von 22.5 mm. Auf einen Isolierkörper aus Glaskeramik sind in zwei Lagen 131 Windungen eines dünnen Kupferdrahtes gewickelt, woraus sich als effektive Windungsfläche  $0.3634 \text{ m}^2$  ergibt. Der elektrische Widerstand beträgt  $10 \Omega$ , die Induktivität  $380 \mu\text{H}$ . Die Resonanzfrequenz liegt bei 450 kHz, so daß unter 100 kHz die Amplitude der induzierten Spannung in guter Näherung mit der Frequenz linear ansteigt. Bei 160 kHz beträgt die Abweichung -3 [dB]. Diese Aussage relativiert sich für den Einsatz im Vakuumgefäß auf Grund der langen Meßkabel erheblich. Die Resonanzfrequenz hat sich in Folge der erhöhten Kapazität und Induktivität auf 72 kHz gesenkt. Für bis zu 50 kHz sinusförmig modulierte Magnetfelder steigt jedoch die gemessene Amplitude der Induktionsspannung in sehr guter Näherung linear mit der Frequenz. Es wurde auf eine einheitliche Kabellänge für jede Spule geachtet.

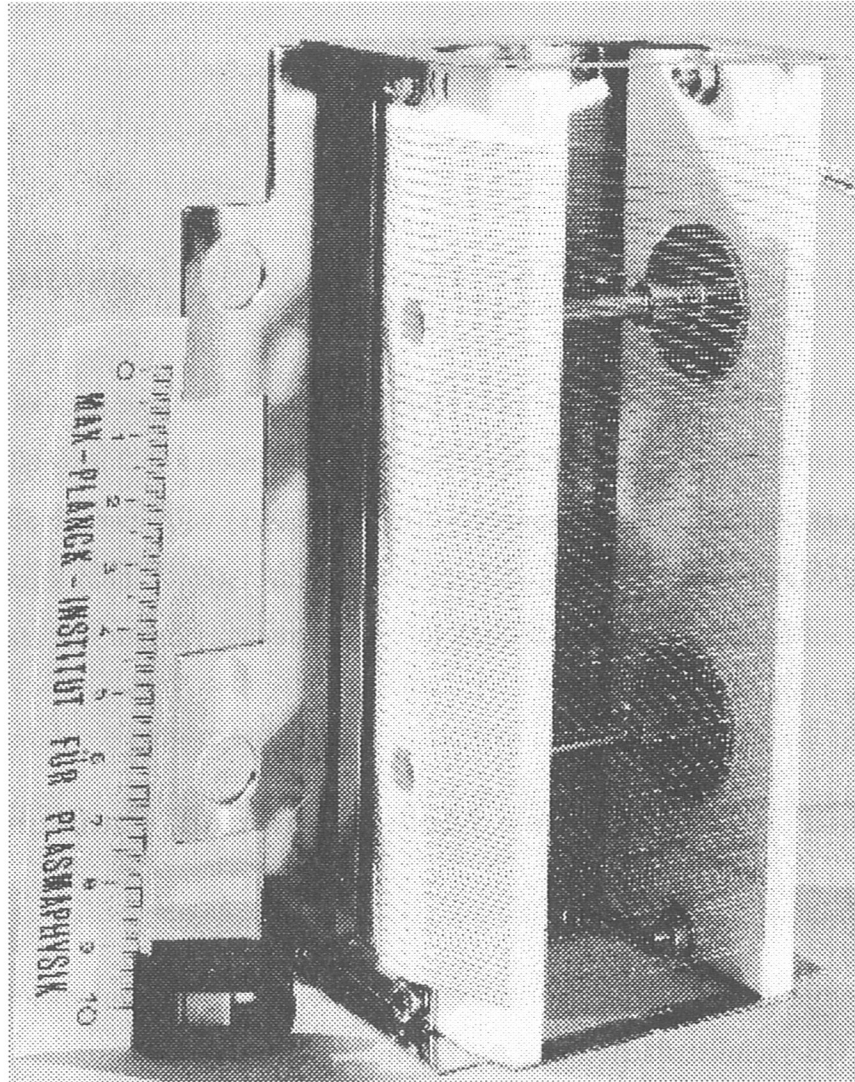


Abbildung 5.1: Meßspule.

Die Spulen sind im Inneren des Vakuumgefäßes in einem zum Plasma hin offenen Spalt angebracht. Um sie vor dem Einfluß des Plasmas zu schützen, ist jede Spule mit einer gegenüber dem Gefäß isolierten, dünnen Stahlplatte zusätzlich geschützt. Es wurde für Magnetfelder unter 100 kHz überprüft, daß diese Abdeckung keine Abschirmung bewirkt. Die Spulenachsen sind tangential zum Gefäß ausgerichtet, so daß die Meßspulen im wesentlichen nur vom poloidal verlaufenden Magnetfeld des Plasmastromes durchdrungen werden. Zeitlich veränderliche Störungen in der lokalen Stromdichte können leicht durch die auf Grund der Feldänderung induzierten Spannungen detektiert werden. Eine weitergehende Analyse der Störung ist mit der Messung nur einer Spule nicht möglich. So

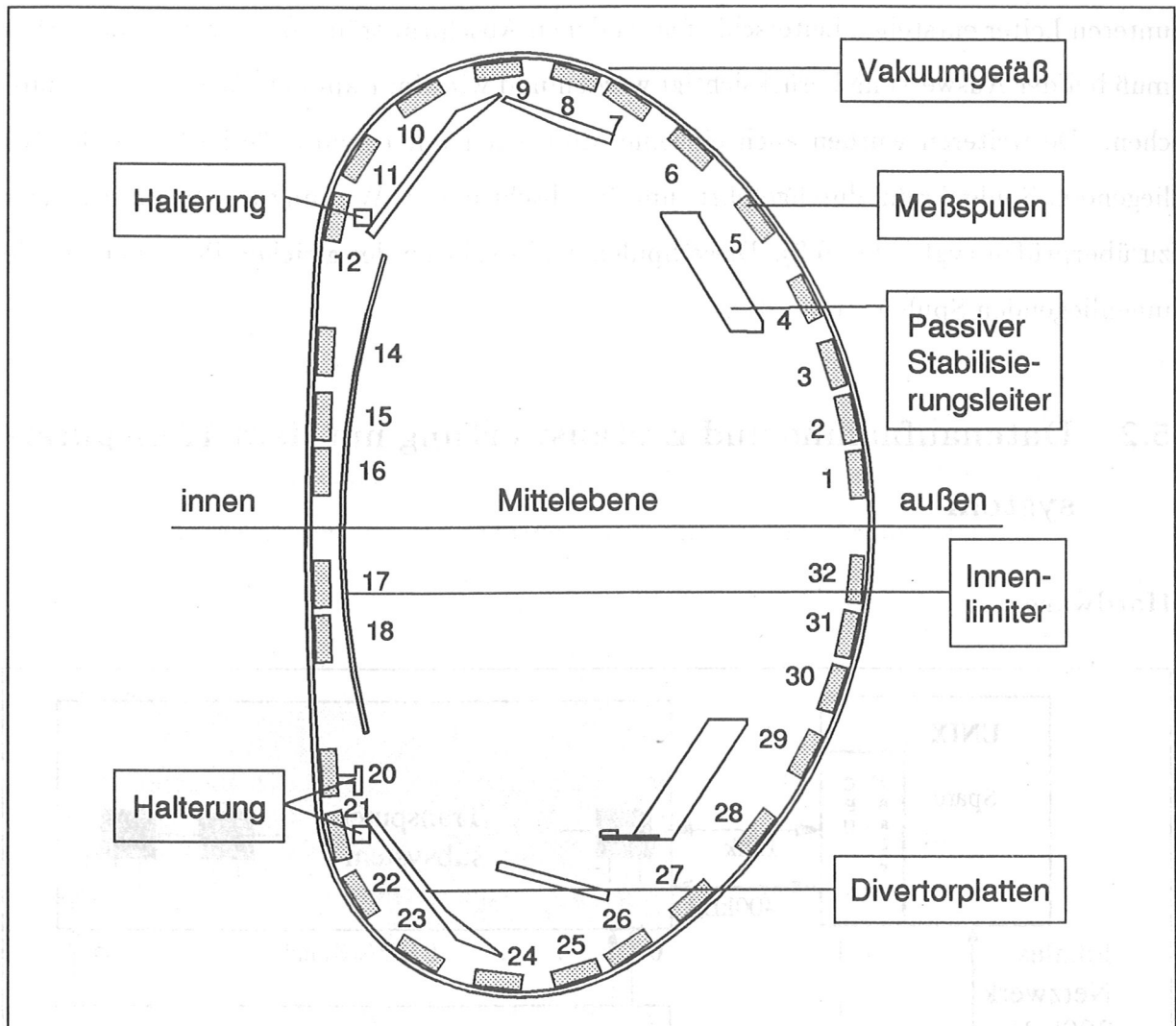


Abbildung 5.2: Spulenkranz.

ordnet man die Spulen zu einem poloidalen Spulenkranz an (Abb. 5.2). Ein erhebliches Problem stellt die große Entfernung der Spulen zum Plasma dar. Leitende Strukturen zwischen Plasma und Wand, die vor den Spulen so angebracht sind, daß sich eine abschirmende Leiterschleife um die Spule bildet, können das Feld abschirmen. Dies ließ sich bei der Halterung der oberen und unteren inneren Divertorplatte vor Spule 12 bzw. 20 und 21 nicht vermeiden. Auch die Kühlwasserleitungen in der Tragestruktur der Divertorplatten stellen eine leitende, wenn auch eher hochohmige Schleife um die entsprechenden Spulen dar. Der passive Stabilisierungsleiter bildet zwar keine Leiterschleife um eine Spule, jedoch auf Grund der mangelnden Isolierung der Stützstruktur zwischen dem oberen und



unteren Leiter entstehen Leiterschleifen, in denen Abschirmströme induziert werden. Dies muß bei der Auswertung berücksichtigt werden und wird im Kapitel 6 ausführlich besprochen. Desweiteren wurden auch einzelne Messungen mit einem außerhalb des Gefäßes liegenden Spulenkreis durchgeführt, um die abschirmende Wirkung des Vakuumgefäßes zu überprüfen (vgl. Abb. 6.3). Diese Spulen sind exakt an der gleichen Position wie die innenliegenden Spulen montiert.

## 5.2 Datenaufnahme und Erstauswertung mit dem Transputer-system

### Hardware

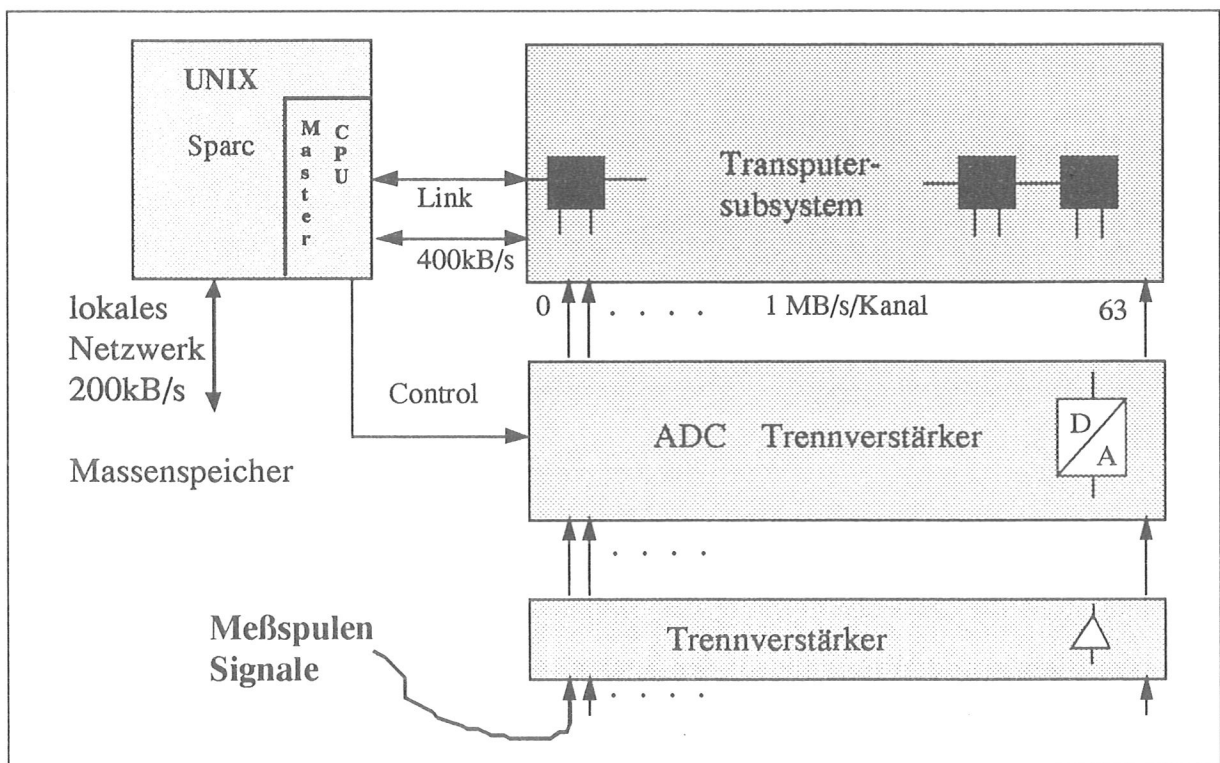


Abbildung 5.3: Aufbau des Transputersystems zur Datenerfassung.

Der Aufbau des Datenerfassungssystems ist in Abbildung 5.3 veranschaulicht. Die in den Meßspulen induzierten Spannungen werden mit vakuumtauglichen Kabeln und Durchführungen aus dem Gefäß zu Trennverstärkern geführt. Auf eine Verstärkung wird im



Allgemeinen verzichtet, da die Signalamplituden von  $\approx 0.5$  V bei kohärenten Moden ausreicht, jedoch bei Disruptionen einige Signale sogar in Sättigung gingen. Zur Digitalisierung der Signale wurden 12 bit ADCs bipolar mit 500 kHz Samplerate verwendet. Um eine exakte Zeitzuordnung zu erreichen, wurde die Digitalisierung einheitlich mit dem zentralen Zeitnullpunktstrigger gestartet und mit dem 1 MHz Systemtakt synchronisiert. Die alle  $2\mu\text{s}$  vom ADC über eine serielle Schnittstelle gesendeten Daten werden in Fifos (first in, first out) zwischengespeichert und blockweise in den lokalen Speicher der einzelnen Transputer-CPU's eingelesen. Die einzelnen Transputer-CPU's mit jeweils zwei Datenkanälen sind zu einer Kette angeordnet. Über die Master-CPU werden die zum Teil schon ausgewerteten und reduzierten Daten einer UNIX-Workstation zur Verfügung gestellt und archiviert.

## Software

Hier soll nur auf die Algorithmen eingegangen werden, die zur Datenreduktion auf den einzelnen Transputer-CPU's angewendet werden. Auf eine Beschreibung der Kommunikationsstrukturen des Gesamtsystems wird verzichtet. Jeder Transputer verwaltet zwei Datenkanäle. Bei einer Samplerate von 500 kHz werden bei einer Entladungslänge von 8s 16 MByte Daten pro Transputer-CPU eingelesen. Durch das Setzen von Zeitfenstern in denen nicht oder nur mit verminderter Samplerate Daten gespeichert werden, wird die Datenmenge auf die Größe des Arbeitsspeichers (für beide Kanäle zusammen 3.4 MBytes) beschränkt. Jedoch können die verbleibenden, in den 32 Transputern gespeicherten 110 MBytes weder zwischen zwei Plasmaentladungen ausgelesen werden, noch in irgendeiner Weise vernünftig als File weiter ausgewertet werden. Die große Rechenleistung, die das Transputersystem zur Verfügung stellt, wird ausgenützt, um in einer Erstauswertung interessante Zeitbereiche zu erkennen, und nur diese Rohdaten für eine genauere Analyse zu archivieren. Um Zeitabschnitte mit rotierenden Moden zu erkennen, wird jedes Signal in kleinen Zeitintervallen einer FFT-Analyse unterworfen. Die Spektralfunktion wird nach markanten Spitzen untersucht. Wird in einem Zeitintervall für ein Signal eine kohärente Schwingung festgestellt, so wird das Zeitintervall für alle Signale entsprechend der gefundenen Frequenz ausgedünnt und abgespeichert, so daß das Nyquist Abtasttheorem jedoch

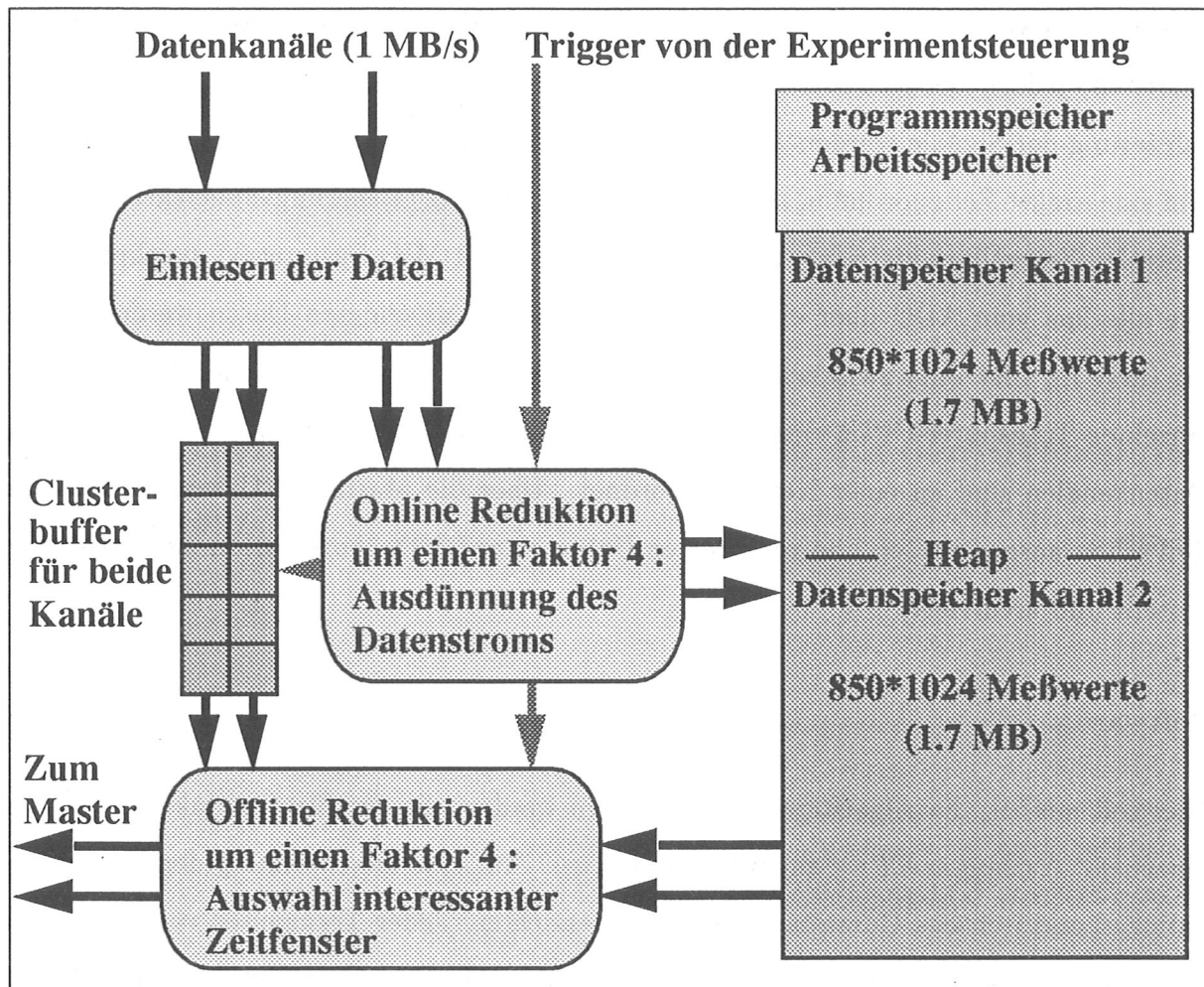


Abbildung 5.4: Datenfluß durch das Erfassungs- und Reduktionsprogramm auf den einzelnen Transputermodulen.

mindesten fünffach übererfüllt wird. Zusätzlich wird das Rohsignal auf große Amplitude und schnelle zeitliche Veränderung hin untersucht und gegebenenfalls werden alle Daten dieses Zeitintervalls abgespeichert. So konnten für Untersuchungszwecke geplante Disruptionen mit großer Treffsicherheit zeitlich hochaufgelöst aufgezeichnet werden. Um auch ungewollte Disruptionen gut aufgelöst aufzeichnen zu können, wird aus der Experimentsteuerung anhand online zur Verfügung stehender Daten, wie Strom und vertikale Lage des Plasmas, bei für eine Disruption typischen Werten ein Triggersignal generiert. Dieser Trigger löst in den Transputer-CPU's einen Interrupt aus, so daß die Daten in einem Zeitintervall um den Trigger abgespeichert werden.

## Kapitel 6

### Berechnung der Störfeldverteilung im Vakuumgefäß

Die in Kapitel 4 entwickelten Modellvorstellungen sind in zylindrischer Näherung seit langem bekannt. Ein quantitativer Vergleich mit Störfeldmessungen an toroidalen, asymmetrisch elongierten Divertorplasmen wurde bis jetzt jedoch nicht durchgeführt. Um einen besseren Vergleich zwischen Experiment und Modellvorstellungen zu ermöglichen, wird im folgenden der Ausbreitung von Störfeldern im Vakuumgefäß größere Aufmerksamkeit geschenkt. Es werden zusätzlich die Abschirmströme und resultierenden Felder an der Gefäßwand des ASDEX Upgrade selbstkonsistent berechnet und die Auswirkungen auf die Modenanalyse diskutiert. Es zeigt sich, daß auch Abschirmströme in leitenden Gefäßeinbauten so groß sind, daß sie bei der Feldberechnung berücksichtigt werden müssen, um eine gute Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung zu erzielen.

#### 6.1 Modellierung der Quellen und Randbedingungen

##### Störströme auf der resonanten Fläche

In Kapitel 4.2 wurde gezeigt, daß die Störströme mit der poloidalen bzw. toroidalen Modenzahl  $(m, n)$ , um die Resonanzbedingung

$$m\vec{B}\nabla\Theta^* - n\vec{B}\nabla\varphi = 0 \quad (6.1)$$

zu erfüllen, auf der resonanten Fläche mit  $q = \frac{n}{m}$  fließen müssen. Die Amplitude der modulierten Störstromdichte ist proportional zur Stärke des Gleichgewichtsfeldes.

Um die Flächenstromdichte,  $\vec{j}_A = \frac{I}{dl}$ , auf der resonanten Fläche zu erhalten, muß man berücksichtigen, daß der Abstand zweier Flußflächen im Koordinatensystems  $(\Psi, \Theta, \varphi)$  konstant ist, im System  $(R, Z, \varphi)$  jedoch variiert. Man betrachtet einen rechteckigen

Flußschlauch parallel zu  $\vec{B}$  zwischen den zwei Flußflächen  $\Psi_1 = \Psi_{res} - \frac{d\Psi}{2}$  und  $\Psi_2 = \Psi_{res} + \frac{d\Psi}{2}$  mit dem Flächeninhalt  $dA = dl \cdot db$  und dem Fluß  $\Psi_A = |\vec{B}|A$  (vgl. Abb. 6.1). Die Breite  $db$  ist durch den Abstand der beiden Flußflächen  $db = \frac{d\Psi}{RB_\Theta}$  definiert. In

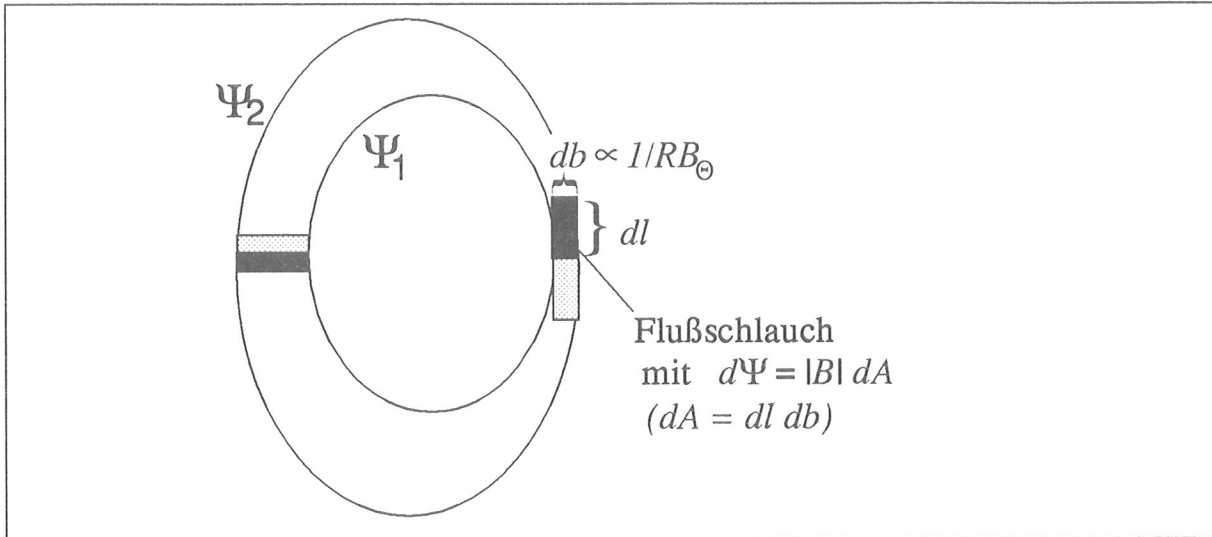


Abbildung 6.1: Zur Herleitung von Gleichung 6.2

diesem Flußschlauch fließt der Strom  $I$ . Verfolgt man diesen Schlauch entlang Feldlinien, so variiert seine Länge  $dl$  entsprechend der poloidalen Variation von  $R, |\vec{B}|, B_\Theta$ . Für die Flächenstromdichte  $\vec{j}_A$  des Störstromes gilt:

$$\vec{j}_A \sim \frac{1}{RB_\Theta} \sin(m\Theta^*(\Theta) - n\varphi) \vec{B} \quad (6.2)$$

Um eine zweidimensionale Rechnung zu ermöglichen, muß die Axialsymmetrie erhalten bleiben. Dazu werden die Störströme auf die toroidale Richtung  $\vec{e}_\varphi$  projiziert. Die Amplitude der Ströme reduziert sich dabei um  $\frac{\sqrt{|\vec{B}|^2 - B_\Theta^2}}{|\vec{B}|}$ . Dies ist jedoch nur ein kleiner Effekt. Auch bei der im Kapitel 4 vorgestellten sehr weit außen liegenden Flußfläche mit großer Steigung im Außenbereich reduziert sich die Amplitude der Ströme nur um maximal 3%. Für die Rechnung wird angenommen, daß die Störströme in einem Gebiet um die resonante Fläche (typischerweise  $\pm 2$  mm) in toroidaler Richtung mit der Stromdichte  $j_{1\varphi}$  fließen:

$$j_{1\varphi} \sim \frac{\sqrt{|\vec{B}|^2 - B_\Theta^2}}{RB_\Theta} \sin(m\Theta^*(\Theta) - \varphi_0) \quad (6.3)$$

$\varphi_0$  ist die Phasenlage der Störung zu einem festen Zeitpunkt. Die Lage der resonanten Fläche und die Magnetfelder zur Berechnung der Stromdichteverteilung werden der

Gleichgewichtsanalyse entnommen. Die Stromdichteverteilung für die beiden in Kapitel

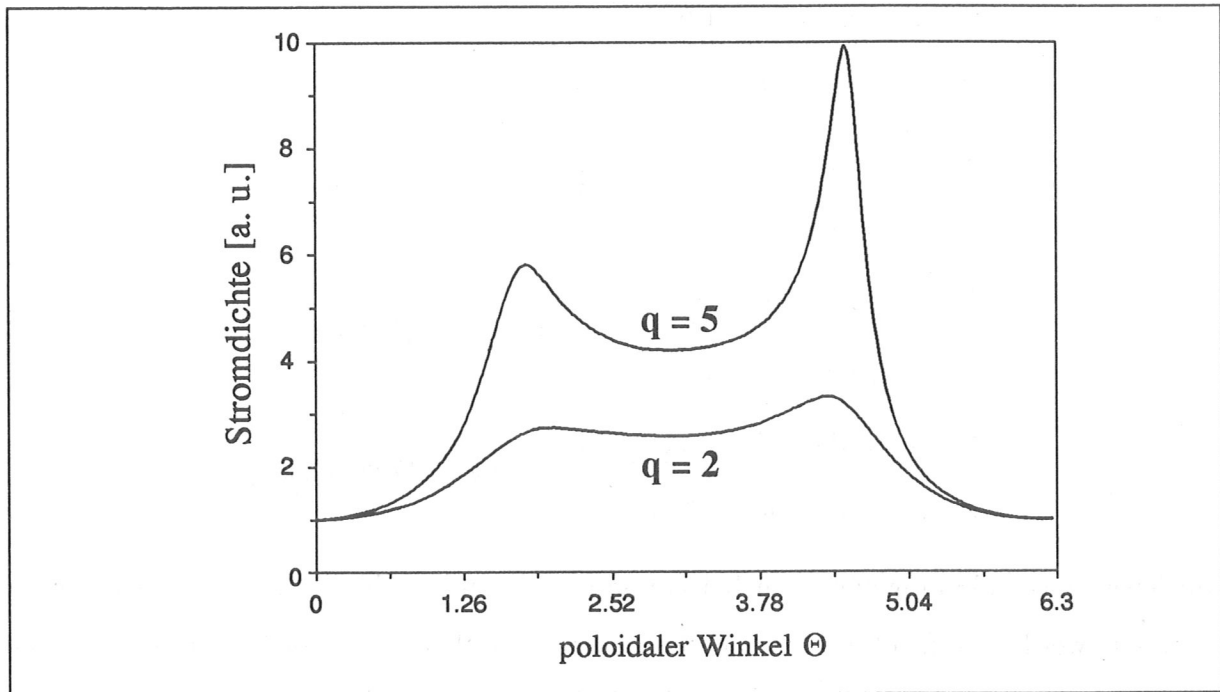


Abbildung 6.2: Stromdichteverteilung für die beiden in Kapitel 3 vorgestellten Flußflächen. Die Stromdichte auf der innenliegenden  $q = 2$  Fläche variiert weit weniger als die weit außen liegende  $q = 5$  Fläche.

3 schon vorgestellten Flußflächen (Abbildung 3.2) ist in Abbildung 6.2 dargestellt.

### Spiegelströme im Vakuumgefäß

Die Schale des Vakuumgefäßes besteht in guter Näherung aus homogen leitendem, nicht magnetisierbarem Stahl der Dicke  $d = 15\text{mm}$  und spezifischen Widerstand  $0.219\mu\Omega\text{m}$ . Betrachtet man einen poloidalen Querschnitt, so setzt sich die Querschnittslinie aus vier Kreissegmenten zusammen und wird durch folgende Parametrisierung beschrieben. Der Winkel  $\Theta$  wird vom Gefäßmittelpunkt ( $R = 1.65\text{ m}$ ,  $z = 0.0\text{ m}$ ) gemessen (alle Längen in

Meter):

$$\begin{aligned}
 R &= 1.50 \cos \theta + 1.0830 \\
 Z &= 1.50 \sin \theta
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} R \\ Z \end{aligned}} \right\} \text{für } \theta \in [-1.0252; 1.0252]$$

$$\begin{aligned}
 R &= 0.61 \cos \theta + 1.5449 \\
 Z &= 0.61 \sin \theta + 0.7608
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} R \\ Z \end{aligned}} \right\} \text{für } \theta \in [+1.0252; 3.1104]$$

$$\begin{aligned}
 R &= 25.0 \cos \theta + 25.923 \\
 Z &= 25.0 \sin \theta
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} R \\ Z \end{aligned}} \right\} \text{für } \theta \in [3.1104; 3.1728]$$

$$\begin{aligned}
 R &= 0.61 \cos \theta + 1.5449 \\
 Z &= 0.61 \sin \theta - 0.7608
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} R \\ Z \end{aligned}} \right\} \text{für } \theta \in [3.1728; 5.2580]$$
(6.4)

Inwieweit das Vakuumgefäß auch bei langsam rotierenden Moden noch als guter Leiter genähert werden darf, soll im folgenden untersucht werden. Kurz vor Disruptionen treten langsam rotierende Moden mit großen Störfeldamplituden auf. Mit weiter anwachsender Störfeldamplitude verringert sich die Rotationsfrequenz bis die Insel von externen Störfeldern eingefangen wird (Mode Locking). Um die Abschirmung der Wand auf Grund der guten Leitfähigkeit zu überprüfen, wurde an der gleichen Stelle innerhalb und außerhalb der Wand mit identischen Meßspulen das poloidale Störfeld aufgezeichnet. Abbildung 6.3 zeigt die Meßdaten zweier Spulen am Vakuumgefäß in der Mittelebene innen. Die Gefäßschale schirmt schon bei niedrigen Rotationsfrequenzen um 1 kHz sehr gut ab. Dies ist in Übereinstimmung mit der Modellierung des Gefäßes als RL-Netzwerk, wobei sich für die charakteristische Abfallszeit von toroidalen Gefäßströmen 7 ms ergibt [22].

### Abschirmströme im passiven Stabilisierungsleiter

Der passive Stabilisierungsleiter (PSL) besteht aus zwei toroidal symmetrischen Kupferingen (Abbildung 6.4). Da in einem sehr gut leitenden Ring auf Grund der Ringspannung, ähnlich wie im Plasmaschlauch, große Ströme induziert würden, werden die PSL-Leiter bei der Strombrücke unterbrochen und mit dem jeweils anderen Leiter verbunden, so daß eine Sattelspule entsteht. So kann bei einer Lageverschiebung des gesamten Plasmaschlauches (( $n = 0, m = 1$ ) Störung des Gleichgewichtes, vgl. Kapitel 2.2) das Anwachsen

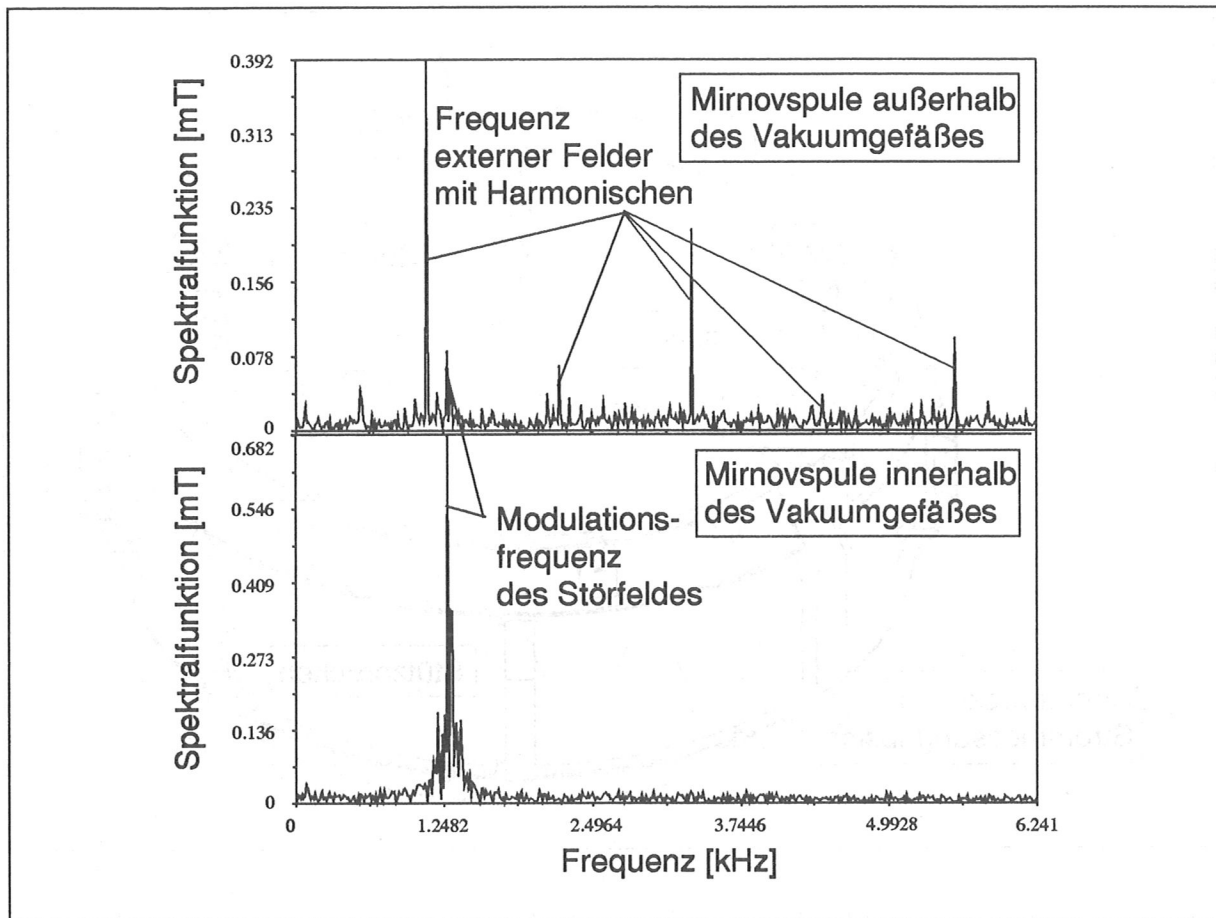


Abbildung 6.3: Frequenzspektren von Mirnovdaten zweier Meßspulen, die an der Innenseite des Torus außerhalb des Vakuumgefäßes und am gleichen Ort innerhalb des Vakuumgefäßes montiert sind. Die äußere Spule wird stark durch Spikes, die die Thyristorsteuerung im Strom der OH-Spule erzeugt, beeinflusst. Es ist deutlich die Grundfrequenz bei 1.111 kHz mit den höheren Harmonischen erkennbar. Das Störfeld auf Grund der Modenrotation mit einer Frequenz von 1.282 kHz kann nur noch schwach nachgewiesen werden. Das Vakuumgefäß zeigt deutliche Abschirmwirkung für Modenfrequenzen größer 1 kHz.

der Auslenkung durch induzierte Abschirmströme verlangsamt werden. Instabilitäten mit toroidalen Modenzahlen  $n > 0$  (z. B. rotierende Tearingmoden) können keine Abschirmströme treiben. Allerdings wurde bei dieser Argumentation nicht berücksichtigt, daß der obere und untere PSL-Leiter nicht nur, wie beabsichtigt, über die Strombrücke sondern auch über die Stützstruktur leitend miteinander verbunden sind. In den so ge-



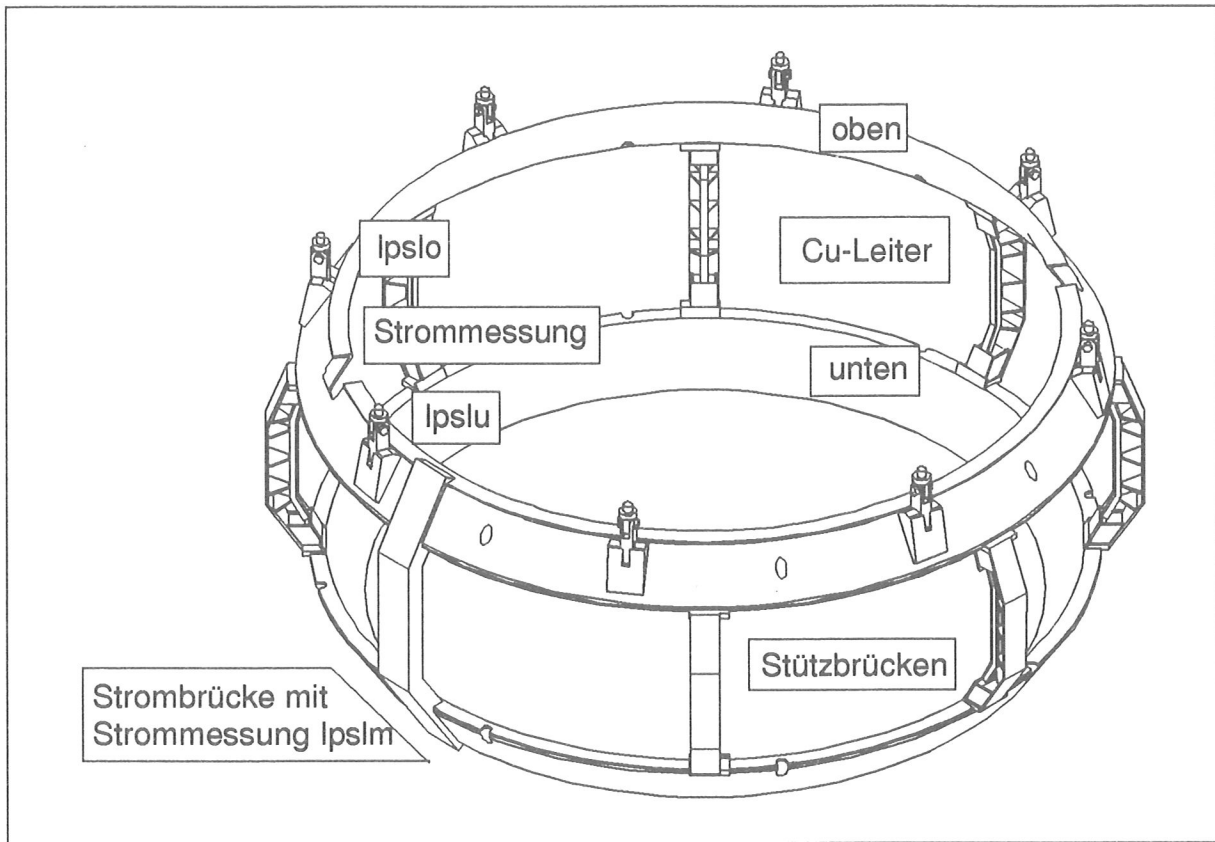


Abbildung 6.4: *Passiver Stabilisierungsleiter (PSL). Der PSL befindet sich im Vakuumgefäß an der äußeren Seite des Plasmas (vgl. poloidaler Schnitt Abb. 5.2). Man beachte insbesondere die sieben Stützbrücken, die neben der Strombrücke die beiden Leiter elektrisch leitend verbinden, so daß sich Leiterschleifen bilden, die die Störfelder der Insel nach außen hin abzuschirmen versuchen.*

bildeten kleineren Leiterschleifen wird auch das zeitlich variierende Störfeld der Inseln Abschirmströme induzieren. In Abbildung 6.5 ist die Strommessung in einem Leiter der Strombrücke dargestellt. Darüber bzw. darunter sind noch die magnetischen Störfelder einer ( $m = 2, n = 1$ )-Mode geplottet, die durch zwei Meßspulen des toroidalen Spulenkranzes, die im Oktanten links und rechts neben der Strombrücke montiert sind, gemessen wurden. Alle drei Signale sind streng korreliert.

Die Abschirmung eines Magnetfeldes durch die Leiterschleifen soll im folgenden genauer untersucht werden. Man betrachte ein homogenes Magnetfeld senkrecht zur Leiterschleife mit der periodischen Zeitabhängigkeit  $B \sim \cos \omega t$ . Der Fluß sei  $\Phi \sim \Phi_0 \cos \omega t$ . Ei-

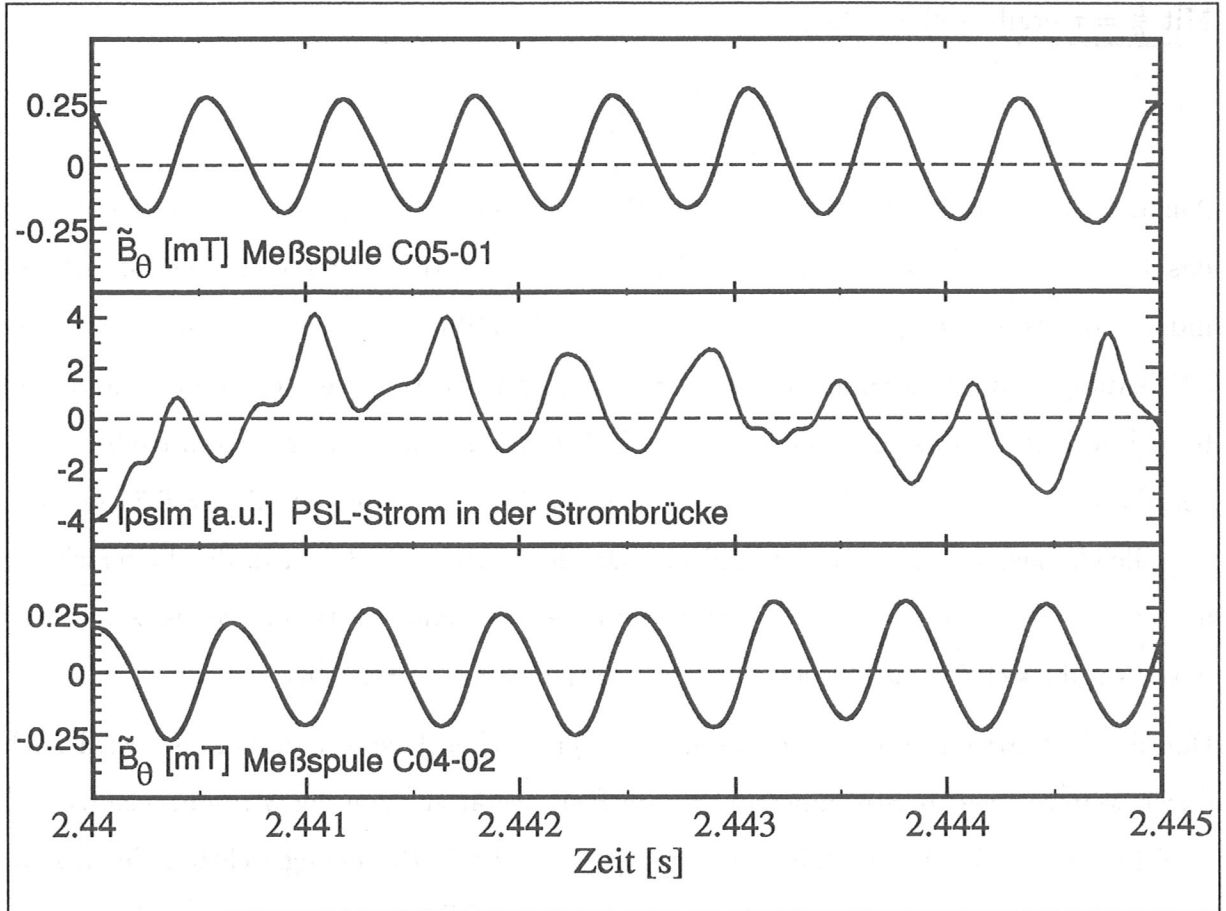


Abbildung 6.5: In der Mitte der Leiterschleifen, die durch die Strombrücke und die beiden Stützbrücken links und rechts gebildet werden, liegen die beiden Meßspulen, deren Signale gezeigt werden. Die Signale sind mit der Modulation des PSL-Stromes korreliert.

ne zeitliche Änderung des Flusses bewirkt eine Induktionsspannung  $U \sim -\Phi_0 \omega \sin \omega t$ . Diese wird ausgeglichen durch den ohmschen Spannungsabfall  $RI_{PSL}$  und die Gegeninduktionsspannung  $L \frac{dI_{PSL}}{dt}$ . Mit dem Ansatz  $I_{PSL} = C \sin(\omega t + \varphi)$  ergibt sich für die Differenzialgleichung:

$$CL\omega \cos(\omega t + \varphi) + CR \sin(\omega t + \varphi) = -\Phi_0 \omega \sin \omega t \quad (6.5)$$

Die Summe auf der linken Seite läßt sich vereinfachen:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{R}{L\omega}\right)^2} \sin(\omega t + \varphi + \arctan\left(\frac{1}{\frac{R}{L\omega}}\right)) = -\frac{\Phi_0}{CL} \sin \omega t \quad (6.6)$$

Mit  $\frac{L}{R} = \tau$  ergibt sich für  $I_{PSL}$ :

$$I_{PSL} \sim -\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}} \sin(\omega t - \arctan(\omega\tau)) \quad (6.7)$$

Aus der Phasenbeziehung zwischen dem Feld und dem induzierten Abschirmstrom kann das Produkt  $\omega\tau$  bestimmt werden. Bei vollständiger Abschirmung ( $\omega\tau \rightarrow \infty$ ) ist der induzierte Strom ( $I_{PSL} \sim \cos\omega t$ ) mit dem Feld in Phase. Bestimmt man (mit einer FFT-Analyse) die Phasenlage des PSL-Stromes und der Messung der Spule C05-01 und berücksichtigt, daß das gemessene Normalfeld, welches den Abschirmstrom treibt, um  $\frac{\pi}{2}$  verschoben zum Poloidalfeld schwingt, so weicht der PSL-Strom um  $\Delta\varphi = 0.34$  rad von der Gleichphasigkeit zum Normalfeld ab. Das heißt  $\omega\tau = 2.82$  und in der Leiterschleife fließen nur 94% des maximalen Abschirmstromes. Bei einer Rotationsfrequenz von  $\omega = 9.9s^{-1}$  ergibt sich für die charakteristische Zeitkonstante  $\tau = 2.8$  ms.

Daß der PSL-Strom durch die rotierenden magnetischen Inseln moduliert ist, wird noch durch weitere geeichte Strommessungen am PSL bestätigt. Von der Strombrücke wird in zwei Leiterschleifen in toroidaler Richtung ( $\Delta\varphi = 0.5\pi$  in Bewegungsrichtung der Inseln) der Strom im oberen und unteren Leiter gemessen. Abbildung 6.6 zeigt neben dem Strom in der Strombrücke ( $I_{plsm}$ ) auch die beiden weiteren Messungen ( $I_{plso}$ ,  $I_{plsu}$ ). Die Ströme  $I_{plso}$  und  $I_{plsu}$  sind ungefähr in Phase und besitzen dieselbe Größe. Die Stromrichtung der Messung  $I_{plsu}$  ist entgegen den beiden anderen definiert. Zwischen  $I_{plsm}$  und  $I_{plso}$  bzw.  $I_{plsu}$  tritt eine Phasenverschiebung von  $\frac{\pi}{2}$  auf. Dies entspricht genau der ( $n = 1$ )-Struktur des Störfeldes der rotierenden Insel.

Die Aufhängung des PSL am oberen Leiter ist gegenüber dem Gefäß isoliert. Die isolierten Abstützungen des unteren Leiters gegenüber dem Gefäß wurde mit Leistungswiderständen überbrückt, um zu verhindern, daß es bei Disruptionen Überschlüge zwischen PSL und Gefäß gibt. Dies bildet Leiterschleifen zwischen dem unteren Leiter und dem Gefäß, in denen das poloidale Störfeld Abschirmströme induziert. Diese Abschirmströme sind verglichen mit der oben diskutierten PSL Strommodulation klein und haben nur eine geringe Auswirkung auf den Gesamtstrom im unteren Leiter. Eine FFT-Analyse zeigt, daß  $I_{plsu}$  gegenüber  $I_{plso}$  und ca. 20% reduziert ist und in der Phase dem Strom im oberen Leiter um 0.3 rad vorseilt.

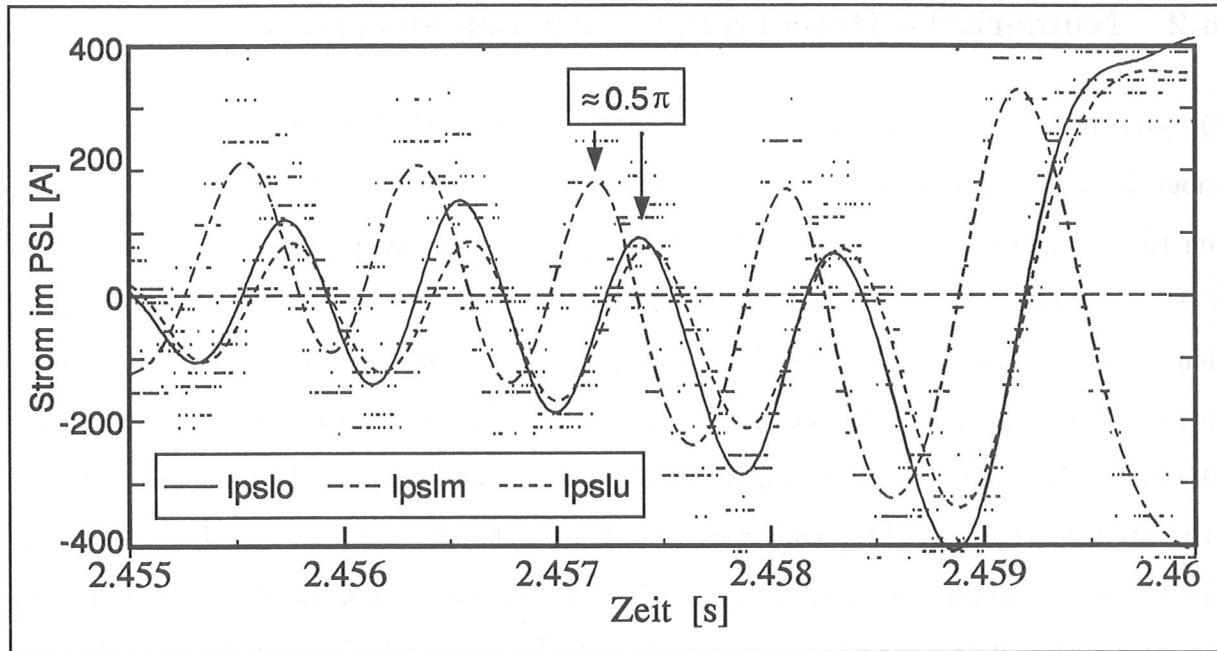


Abbildung 6.6: Strommessungen an den in Abbildung 6.4 bezeichneten Stellen. Die Ströme  $I_{psl0}$  und  $I_{pslu}$  weisen zur Messung  $I_{pslm}$  eine Phasendifferenz von  $\approx 0.5\pi$  auf.

### Weitere Gefäßeinbauten

Von den anderen Gefäßeinbauten haben nur diejenigen einen Einfluß auf das Störfeld in den Meßspulen, die so an der Gefäßwand befestigt werden mußten, daß sich eine Leiterschleife um die betreffenden Meßspulen bildet. Der Außenlimiter (vgl. 2.2) befindet sich nur an wenigen toroidalen Stellen und der Innenlimiter wurde so eingebaut, daß sich über den Meßspulen eine ausreichende Öffnung zum ungehinderten Eindringen des Störfeldes ergibt. Dies war auf Grund der größeren thermischen Belastung der Divertorplatten dort nicht möglich. Die einzelnen Segmente sind mit Kühlwasserleitungen verbunden und schirmen das Störfeld gegenüber den dahinterliegenden Meßspulen etwas ab. Da sie im Vergleich zum PSL Strom nur lokale Auswirkungen haben, wurde auf eine Modellierung verzichtet.

## 6.2 Numerische Berechnung der Störfeldverteilung

Da eine rein analytische Lösung für toroidale, asymmetrisch elongierte Plasmen nicht möglich ist, und die Entwicklung (durch Point Matching [23] und Anbringen von toroidalen Korrekturen) aus der analytischen Lösung [18] für ein zylinderförmiges Plasma und Vakuumgefäß auf Grund von numerischen Problemen bei Verwendung der hier vorliegenden Geometrie nur eine unzureichende Genauigkeit liefert, wurde für die Bestimmung des Störfeldes innerhalb des Vakuumgefäßes ein rein numerisches Verfahren verwendet. Damit soll erstmals sowohl die aus der Gleichgewichtsanalyse einer Plasmaentladung bestimmte Störstromverteilung auf der resonanten Fläche, als auch die toroidale Geometrie der Gesamtanordnung berücksichtigt werden. Durch die Projektion der Störströme auf den toroidalen Richtungsvektor tritt das Störfeld nur in poloidaler Richtung auf. Um eine einfache selbstkonsistente Mitnahme der in der Wand induzierten Spiegelströme zu ermöglichen, wird die Wand für magnetische Felder mit Frequenzen größer 1 kHz als perfekt abschirmend betrachtet. Daß diese Annahme sehr gut erfüllt wird, wurde anhand Abbildung 6.3 in diesem Abschnitt gezeigt. Die Gefäßeinbauten werden auch als perfekt leitfähig betrachtet. Die im PSL induzierten Abschirmströme erfordern noch eine spezielle Behandlung.

Zur Berechnung des Störfeldes betrachtet man die poloidale Flußfunktion  $\Psi(R, z)$  aus der sich in toroidaler Geometrie das Störfeld wie folgt berechnen soll:

$$\vec{B} = \frac{1}{R} \nabla \Psi \times \vec{e}_\varphi \quad (6.8)$$

Eingesetzt in das Amperesche' Gesetz, erhält man die Differentialgleichung für den Fluß  $\Psi$ :

$$-\left(\nabla \times \left(\frac{1}{R} \nabla \Psi \times \vec{e}_\varphi\right)\right) = \mu_0 \vec{j} \quad (6.9)$$

Da die Anordnung axialsymmetrisch ist ( $\partial_\varphi = 0$ ) und die Störströme nur in toroidaler Richtung fließen, reduziert sich obige Gleichung auf eine elliptische zweidimensionale Differentialgleichung

$$-\left(\partial_R \frac{1}{R} \partial_R + \partial_z \frac{1}{R} \partial_z\right) \Psi(R, z) = \mu_0 j_\varphi(R, z) \quad (6.10)$$

mit der in Gleichung 6.3 definierten Stromdichte. Das Rechengebiet wird in Abbildung 6.7 gezeigt.

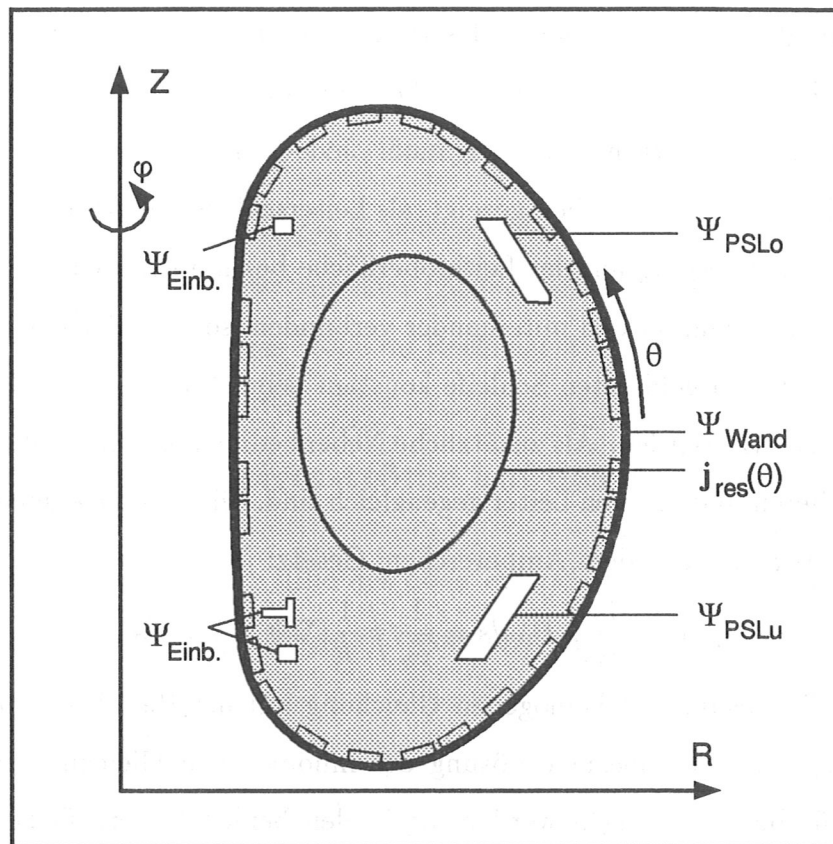


Abbildung 6.7: Für das grau eingefärbte, mehrfach zusammenhängende Rechengebiet wird Gl. 6.10 gelöst. Die Abschirmströme in der Gefäßwand und den PSL-Leitern werden durch geeignete Wahl der Randbedingungen  $\Psi_{Wand}$ ,  $\Psi_{Einb.}$ ,  $\Psi_{PSLo}$  und  $\Psi_{PSLu}$  berücksichtigt.

Da das zeitabhängige Problem statisch gelöst wird, muß man durch geeignete Wahl der Randbedingungen dafür Sorge tragen, daß sowohl die Abschirmströme in der Gefäßwand, als auch in den PSL-Leitern selbstkonsistent berücksichtigt werden. Da die Wand als ideal abschirmend betrachtet werden darf, kann kein magnetischer Fluß in die Wand eindringen, so daß die Wand für den hier definierten Störfluß eine Flußfläche darstellt. Da der Fluß nur bis auf eine additive Konstante bestimmt ist, wird  $\Psi_{Wand} = 0$  gesetzt.

Die Halterungen der Divertorplatten an der Innenseite des Torus (vgl. Abb. 6.7) sind links und rechts der Spulen sehr gut leitfähig mit den Gefäß verbunden, so daß sie um die betreffende Meßspule eine abschirmende Leiterschleife bilden. Betrachtet man die

Leiterschleifen idealisiert, so kann kein Fluß eindringen und sie haben den identischen Fluß, wie die Wand:  $\Psi_{E_{in.}} = 0$ .

Die gute Leitfähigkeit der Kupferleiter des PSL verhindert wie bei der Gefäßwand das Eindringen der Felder, so daß der magnetische Fluß  $\Psi_{PSLo}$  bzw.  $\Psi_{PSLu}$  auf der Leiteroberfläche als konstant betrachtet werden muß. Jedoch dürfen die Leiter nicht einzeln betrachtet werden, sondern, wie oben gezeigt, als Leiterschleife mit Abschirmströmen, die die Flüsse  $\Psi_{PSLo}$  bzw.  $\Psi_{PSLu}$  auf der Leiteroberfläche bestimmen. Betrachtet man jetzt die beiden Leiter als ideal leitend miteinander verbunden, so muß der magnetische Fluß auf allen Leitern der so gebildeten Schleife konstant sein. Für diesen Fall muß folglich  $\Psi_{PSLo} = \Psi_{PSLu}$  gesetzt werden. Als zusätzliche Nebenbedingung muß erfüllt werden, daß die Ströme im oberen und unteren Leiter gegengleich sind. Die Ströme ergeben sich direkt aus der Lösung  $\Psi(R, z)$  nach dem Ampereschen' Gesetz:

$$I_{PSL} = \frac{1}{\mu_0} \oint \vec{B} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\mu_0} \oint \frac{1}{R} (\nabla \Psi \times \vec{e}_\varphi) \cdot \vec{ds} \quad (6.11)$$

Sei  $\Psi_{hom}(R, z)$  die Lösung der homogenen Gleichung mit der Randbedingung  $\Psi_{PSLo} = \Psi_{PSLu} = 1$ ,  $\Psi_{spe}(R, z)$  die spezielle Lösung der inhomogenen Gleichung mit  $\Psi_{PSLo} = \Psi_{PSLu} = 0$ . Für beide Lösungen werden die in den beiden Leitern fließenden Ströme  $I_{PSLo, hom}$ ,  $I_{PSLu, hom}$  bzw.  $I_{PSLo, spe}$ ,  $I_{PSLu, spe}$  berechnet. Die Lösung unter Annahme verschwindenden Widerstands in der Leiterschleife ergibt sich durch Superposition:

$$\Psi_1(R, z) = C \Psi_{hom}(R, z) + \Psi_{spe}(R, z) \quad (6.12)$$

wobei auf Grund der Gegengleichheit der Abschirmströme in der Leiterschleife die Konstante  $C$  bestimmt wird:

$$C = - \frac{I_{PSLo, spe} + I_{PSLu, spe}}{I_{PSLo, hom} + I_{PSLu, hom}} \quad (6.13)$$

Um die nicht perfekte Leitfähigkeit des PSL auch berücksichtigen zu können, wird der Lösungsweg so erweitert, daß der PSL-Strom getrennt für den oberen und unteren Leiter als Randbedingung vorgegeben werden kann. Es wird eine homogene Lösung  $\Psi_{hom, o}$  bzw.  $\Psi_{hom, u}$  mit der Randbedingung  $\Psi_{PSLo} = 1$  bzw.  $\Psi_{PSLu} = 1$  und verschwindendem Fluß auf allen anderen Begrenzungen berechnet. Der PSL Strom ergibt sich aus der Addition der Ströme in den Lösungen  $\Psi_{hom, o}$ ,  $\Psi_{hom, u}$  und  $\Psi_{spe}$ :

$$I_{PSLo} = I_{PSLo, spe} + C_1 I_{PSLo, hom, o} + C_2 I_{PSLo, hom, u} \quad (6.14)$$



$$I_{PSLu} = I_{PSLu,spe} + C_1 I_{PSLu,hom,o} + C_2 I_{PSLu,hom,u} \quad (6.15)$$

Gibt man  $I_{PSLo}$  und  $I_{PSLu}$  vor, erhält man die beiden Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  und die Lösung ergibt sich durch Superposition der zwei homogenen Lösungen mit der speziellen Lösung:

$$\Psi_1(R, z) = C_1 \Psi_{hom,o}(R, z) + C_2 \Psi_{hom,u}(R, z) + \Psi_{spe}(R, z) \quad (6.16)$$

Die Lösung der Differentialgleichung 6.10 wird mit der Methode finiter Elemente erstellt [24]. Man erhält auch direkt  $\nabla \Psi_1$  aus dem Lösungsverfahren und gemäß Gleichung 6.8 das gesuchte Störfeld an beliebiger Stelle im Rechengebiet.

### 6.3 Einfluß der Abschirmströme auf das Störfeld

Im folgenden wird versucht, mit Hilfe des oben entwickelten Modells die verschiedenen Einflüsse der Abschirmströme auf das im Vakuumgefäß gemessene Magnetfeld besser zu verstehen.

#### Abschirmströme im Vakuumgefäß

Zur klareren Darstellung ist eine rein sinusförmige ( $m = 2$ )-Störung auf einer kreisförmigen Fläche mit Radius  $\rho = 0.5$  m um den Mittelpunkt ( $R_0 = 1.65$  m,  $Z_0 = 0.0$  m) angenommen. Abbildung 6.8 zeigt das berechnete Störfeld im 2.5 cm Abstand tangential zur Wand, aufgetragen über dem poloidalen Winkel  $\Theta$ . Das am Gefäß berechnete Störfeld weicht stark von der erwarteten Sinusförmigkeit ab. Der Amplitudenunterschied zwischen der Außen- und Innenseite ergibt sich aus dem unterschiedlichen Abstand der resonanten Fläche zum Gefäß. Um weitere Abweichungen im Signalverlauf, wie z. B. das Abknicken bei den poloidalen Winkeln  $\Theta \approx 1.25$  bzw.  $\Theta \approx 5.00$ , besser zu verstehen, ist in Abbildung 6.8 zusätzlich der Wert des Winkels zwischen der Gefäßwand, zu der die Achse der Meßspulen tangential liegt, und dem Radiusvektor der resonanten Fläche eingezeichnet (gestrichelte Linie). Für ein kreisförmiges Vakuumgefäß würde die Tangente an die Gefäßwand auf dem Radiusvektor senkrecht stehen. In Abbildung 6.8 würde dies eine Gerade bei  $1.57 = \frac{\pi}{2}$  ergeben. Auf Grund der D-Form des Gefäßes kommt es jedoch

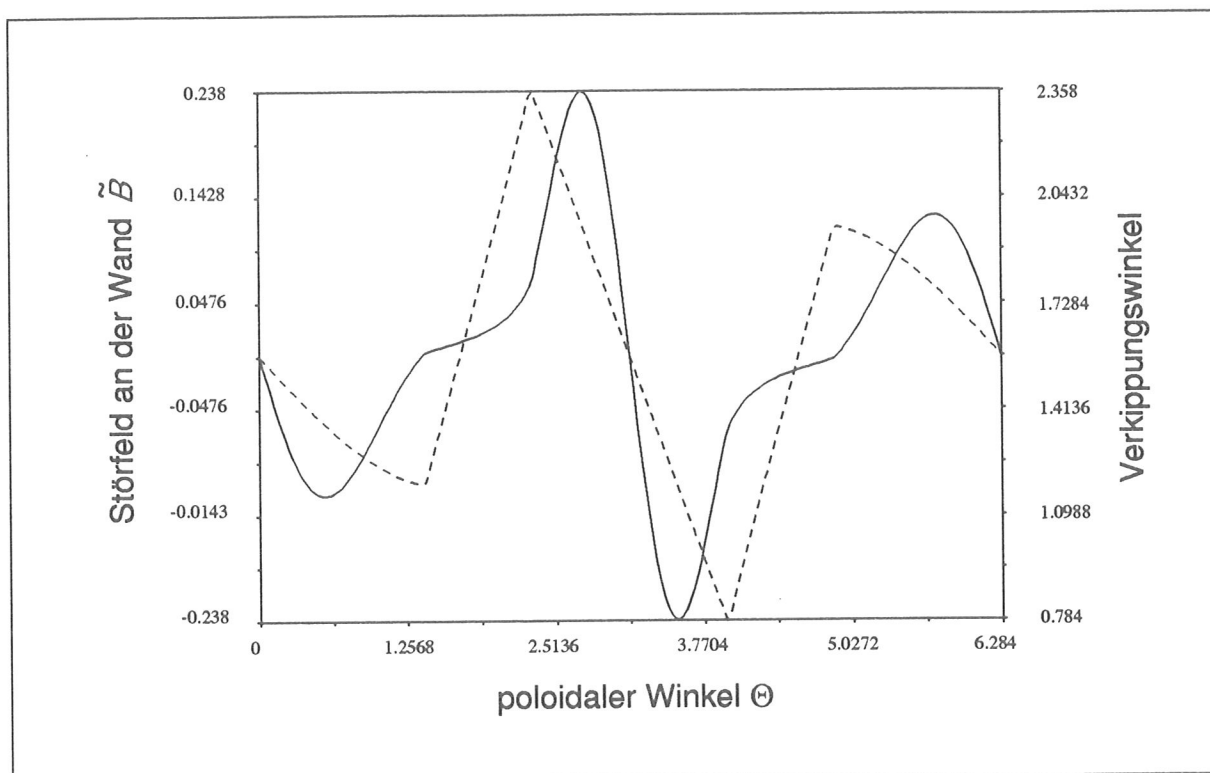


Abbildung 6.8: Magnetfeld tangential zum Vakuumgefäß unter Annahme einer rein sinusförmigen ( $m = 2$ )-Störung auf einer kreisförmigen Fläche. Die gestrichelte Kurve zeigt den Winkel zwischen der Wand und dem Radiusvektor der Fläche.

zu erheblichen Abweichungen. Da das Vakuumgefäß aus Kreisbögen zusammengesetzt ist (Gleichung 6.4), ist die Kurve stetig, aber nicht stetig differenzierbar. Der Knick im Verlauf des Verkipfungswinkels tritt exakt beim selben poloidalen Winkel  $\Theta$  auf wie im Verlauf der Feldes.

Um den Einfluß der Gefäßform bzw. des Verkipfungswinkels auf die Störfeldmessung an der Wand noch zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 6.9 das Störfeld in konstanter Entfernung (50 cm) von der rein sinusförmigen ( $m = 2$ )-Störung auf der kreisförmigen Fläche. Hierbei wird keine leitfähige Wand berücksichtigt. Steht die Spulenachse auf dem Flächenradius senkrecht, ergibt sich erwartungsgemäß ein rein sinusförmiger Störfeldverlauf. Verkippt man die Spulen jedoch entsprechend dem in Abbildung 6.8 dargestellten Winkel, so ergibt sich in gleicher Weise wie in Abbildung 6.8 ein Abknicken des Signalverlaufes. Auf Grund des in dieser Betrachtung konstanten Abstands zur Flußfläche tritt keine Am-

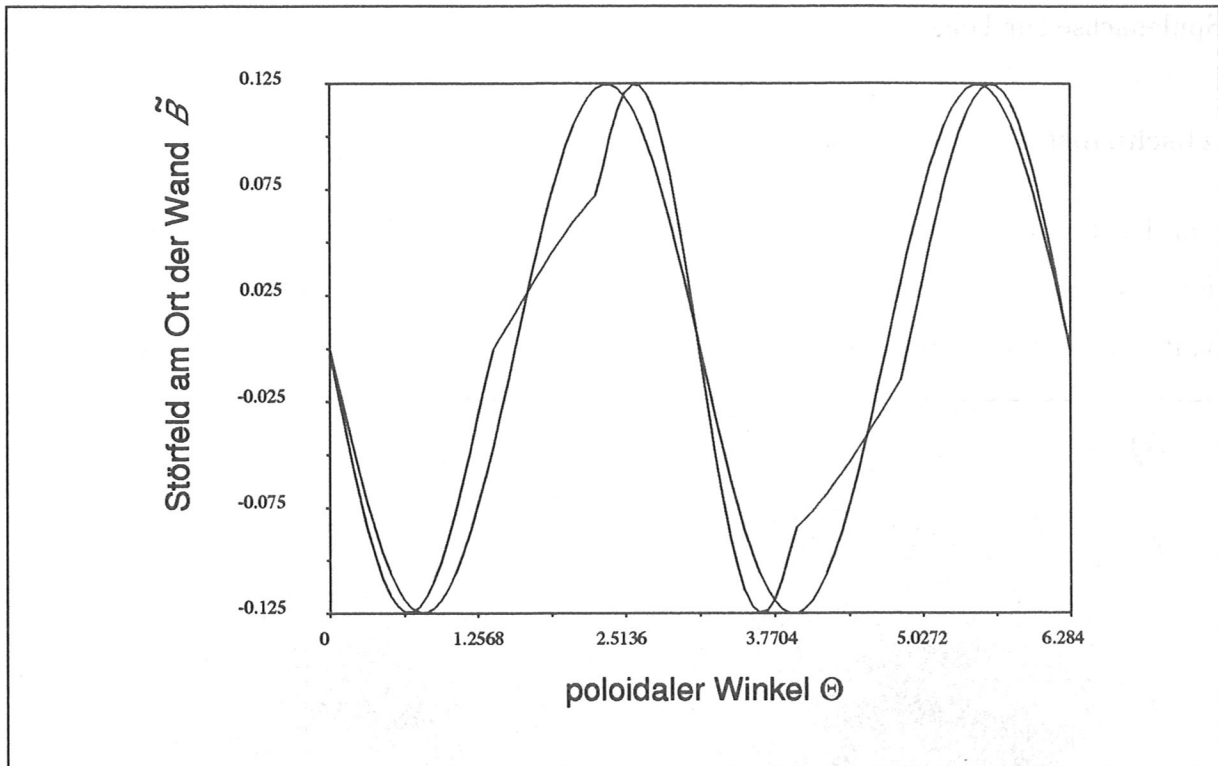


Abbildung 6.9: Das Störfeld einer  $m = 2$  Störung in konstantem Abstand einer kreisförmigen Flußfläche. Geplottet ist das Störfeld senkrecht zum Radiusvektor und in der Verkippung der Meßspulen entsprechend abweichenden Richtungen. In Bereichen der stärksten Verkippung (bzw. Abweichung des ASDEX Upgrade Vakuumgefäßes von der Kreisform) tritt eine starke Änderung im Verlauf des gemessenen Störfeldes auf.

plitudenvariation mehr auf. Jetzt wird deutlich sichtbar, daß sich die Wellenlänge der Störung stark ändert. Auf der Innen- und Außenseite kommt es zu einer ausgeprägten Verkürzung, im unteren und oberen Divertorbereich zu einer langsameren Variation des Störfeldes. Durch die Verkippung der Spulenachsen messen die Spulen sowohl die Projektion des poloidalen als auch des radialen Störfeldes auf ihre Achse. Da beide sinusförmigen Störfeldkomponenten eine Phasendifferenz von  $\frac{\pi}{2}$  aufweisen, kommt es zu den gezeigten Abweichungen.

Die Meßspulen an der Gefäßwand messen natürlich nur das Tangentialfeld zur Wand, da die Normalkomponenten von der Wand abgeschirmt werden. Dies hat aber wieder eine entsprechende Projektion der poloidalen und radialen Störfeldkomponente auf die

Spulenachse zur Folge.

### Abschirmströme in Gefäßeinbauten

Um den Einfluß der Einbauten darzustellen, wird der Störfluß eines  $m = 2$  Stromes auf der in Kapitel 3 vorgestellten  $q = 2$  Fläche einmal in einem Gefäß mit bzw. ohne Einbauten berechnet (Abb. 6.10 a, bzw. Abb. 6.10 b). Insbesondere im Bereich der beiden

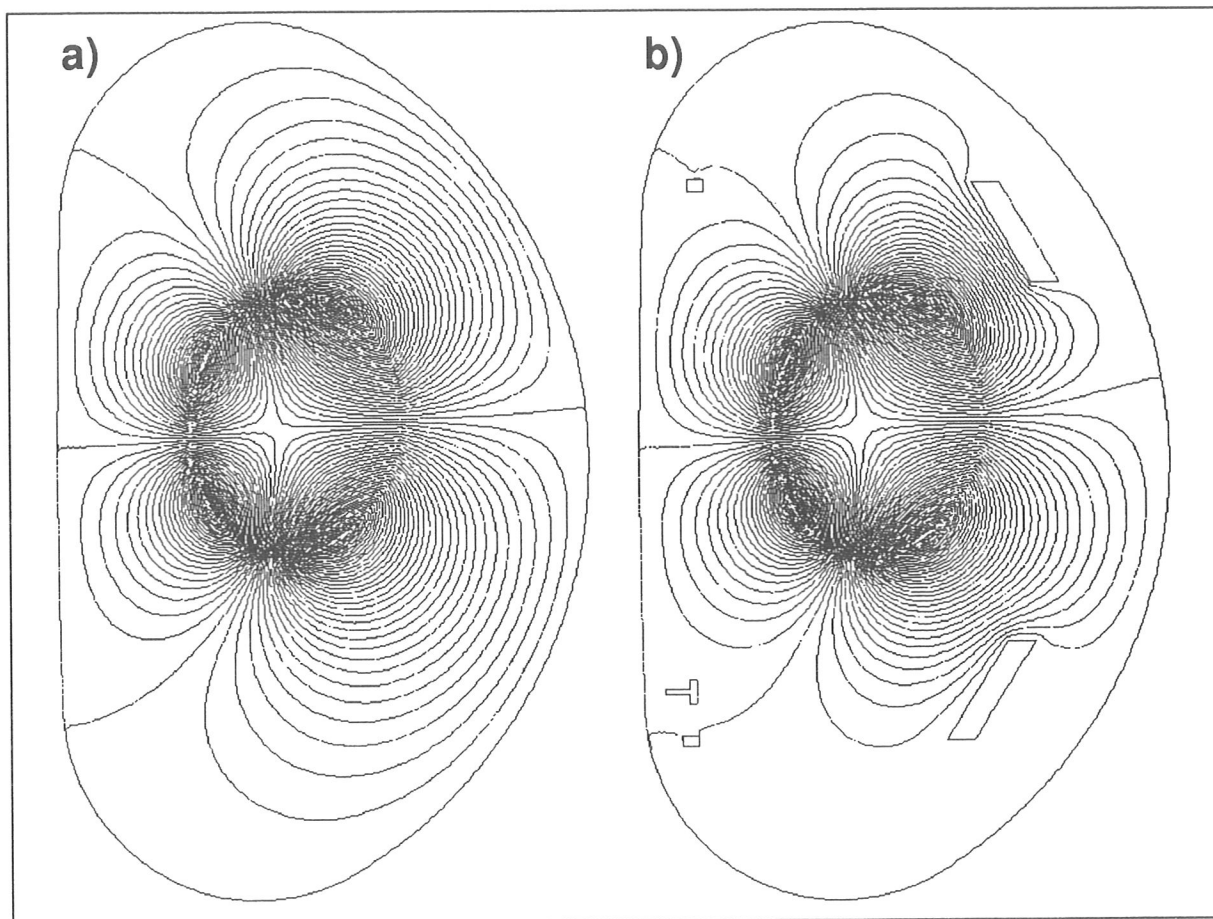


Abbildung 6.10: Störfluß  $\Psi_1$  berechnet ohne (a), bzw. mit (b) Einbauten im Vakuumgefäß

PSL-Leiter wird deutlich, wie stark die Einbauten und die induzierten Abschirmströme die Störfeldverteilung im Vakuumgefäß und damit die Störfeldmessungen beeinflussen. Um Auswirkungen auf die Messungen quantifizieren zu können, wird angenommen, daß der Störstrom auf Grund der Modenbewegung (vgl. Abschnitt 4.5) sinusförmig zeitlich variiert. Dies bewirkt auch eine entsprechende zeitliche Variation des Störfeldes. Berechnet

man für zwei, in der Phasenlage um  $\frac{\pi}{2}$  versetzte Störstromverteilungen (z. B.  $\varphi_0 = 0$  und  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  in Gl. 6.3) das Feld, so kann leicht die Amplitude und Phasenlage des sinusförmig variierenden Störfeldes an jedem gewünschten Punkt berechnet werden. Abbildung 6.11

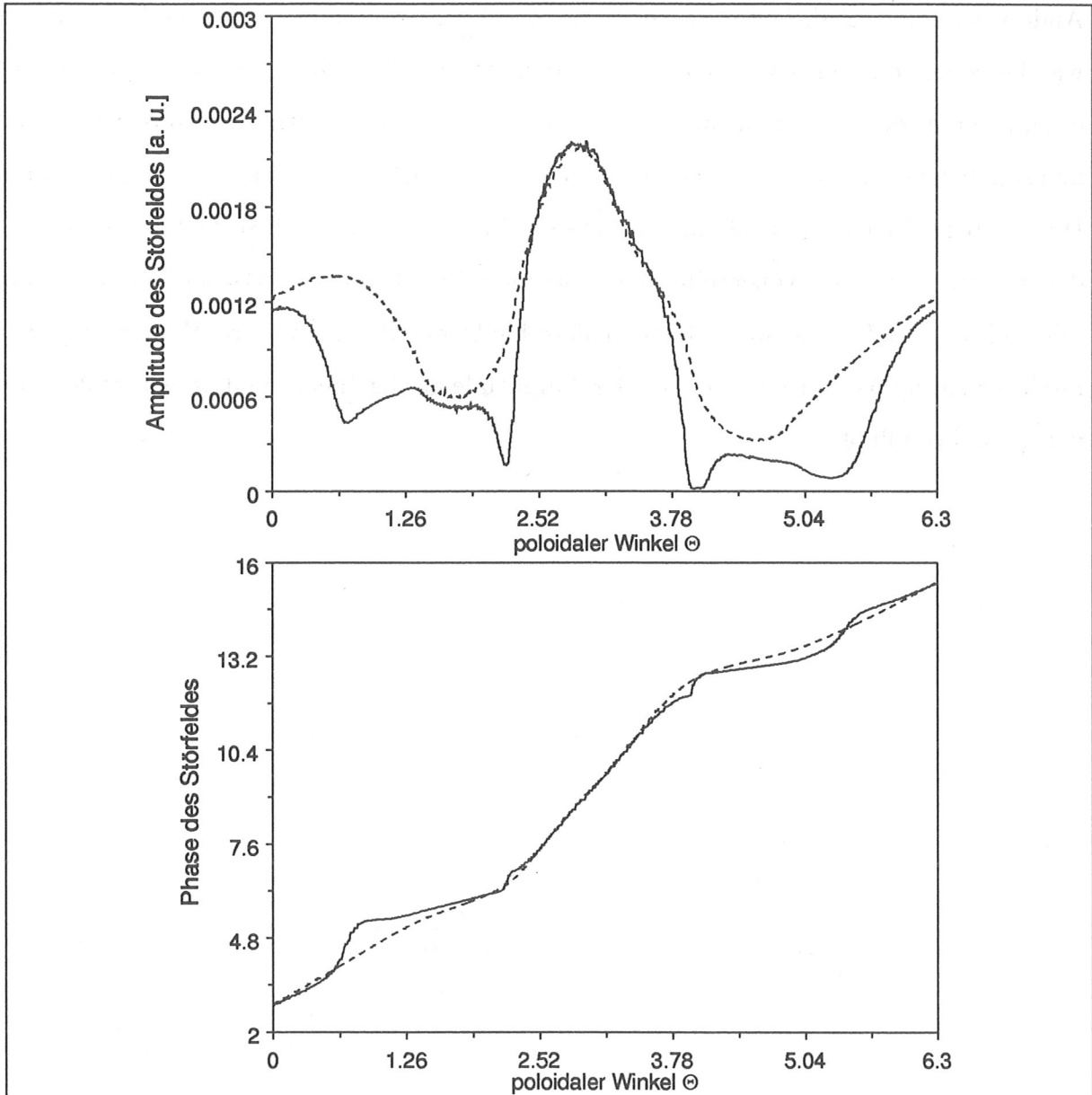


Abbildung 6.11: Amplitude und Phasenverlauf des modulierten Störfeldes mit (durchgezogene Linie) und ohne (gestrichelte Linie) Berücksichtigung der Gefäßeinbauten

zeigt den Amplituden- und Phasenverlauf des Störfeldes in 2.5 cm Entfernung tangential zur Gefäßwand. Dies entspricht dem Ort der Meßspulen. In der Mittelebene innen kommt es bei einem Vergleich zwischen der Störfeldberechnung ohne Einbauten (gestri-

chelte Linie) und mit Einbauten (durchgezogene Linie) zu keinen Abweichungen. Die Halterungen an der Innenseite schirmen lokal für dahinterliegende Meßspulen das Störfeld relativ stark ab, haben jedoch auf den Phasenverlauf nur einen geringen Einfluß. Anders die beiden PSL-Leiter, in denen ein Abschirmstrom in der selben Größenordnung wie der Störstrom auf der resonanten Fläche fließt. Im Bereich der beiden Leiter kommt es zu einer starken Abschwächung der Amplitude und einer deutlichen Abweichung vom ursprünglichen Phasenverlauf. Der Einfluß des PSL reicht bis in den oberen und unteren Divertorbereich. Da das Feld auf der Achse zwischen den beiden PSL-Leitern verschwindet, kommt es an der Außenseite nur zu kleinen Abweichungen zwischen der Rechnung mit und ohne Gefäßeinbauten. Insbesondere bleibt das für die weitere Auswertung (Kapitel 7) wichtige Verhältnis zwischen der Amplitude an der Innen- und an der Außenseite nahezu unbeeinflusst.

# Kapitel 7

## Experimentelle Ergebnisse

### 7.1 Modenkopplung

#### Analyse der Meßdaten

Abbildung 7.1 zeigt die Meßsignale der einzelnen Spulen, wie sie in einer typischen Entladung mit niedrigem Sicherheitsfaktor am Rand ( $q_{95} = 2.7$ ) vor einer Disruption auftreten. In den meisten Spulen ist deutlich die sinusförmige Modulation der induzierten Spannung

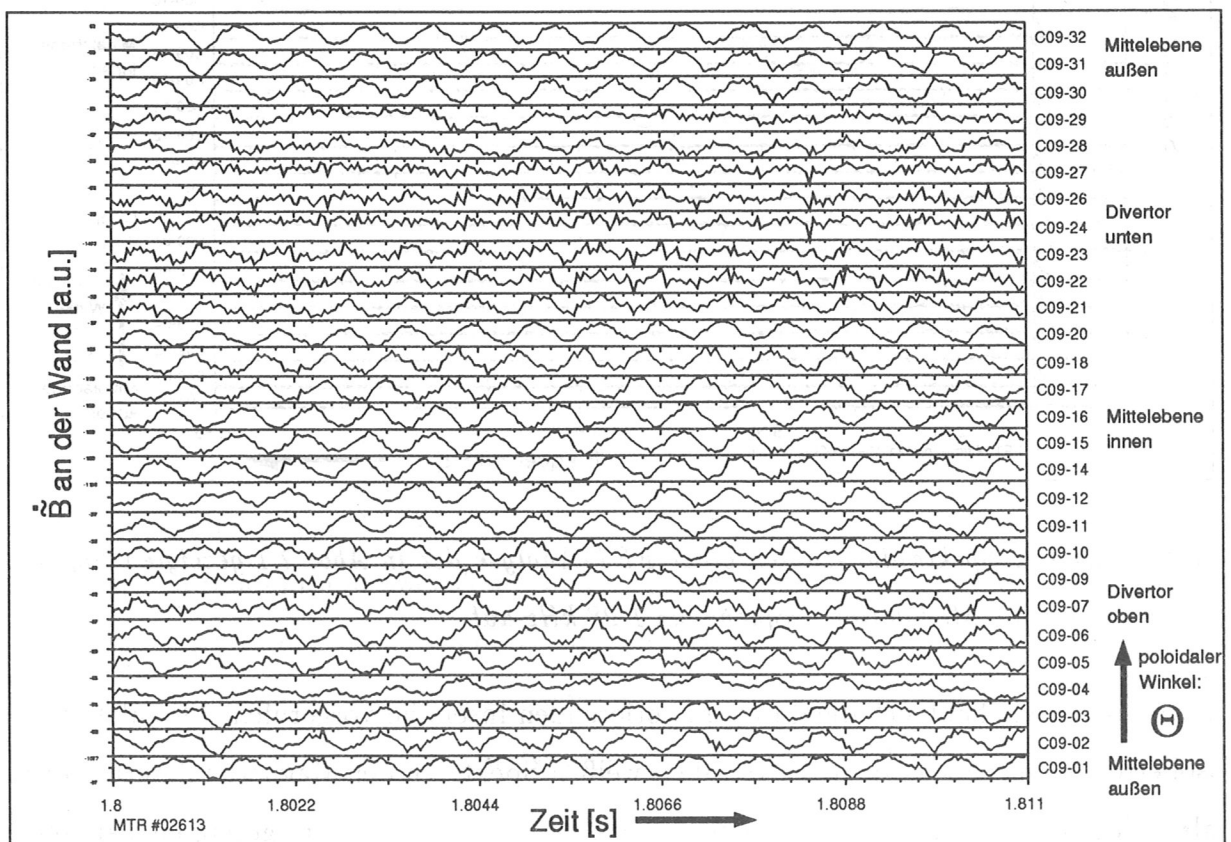


Abbildung 7.1: Signale der einzelnen Meßspulen.



auf Grund des Störfeldes einer rotierenden Tearingmode zu erkennen. Nur bei Spulen, die weit von der resonanten Fläche mit den Störströmen entfernt sind, bzw. die durch den PSL abgeschirmt werden, wird die Modulationsamplitude so klein, daß überlagerte höherfrequente Magnetfeldfluktuationen eine direkte Bestimmung der Amplitude und Phase der Signale verhindern.

Die Spektralfunktionen der einzelnen Signale nach einer FFT-Analyse sind in Abbildung 7.2 geplottet. Auch bei den Signalen mit sehr kleinen Störfeldamplituden, z. B. im unteren

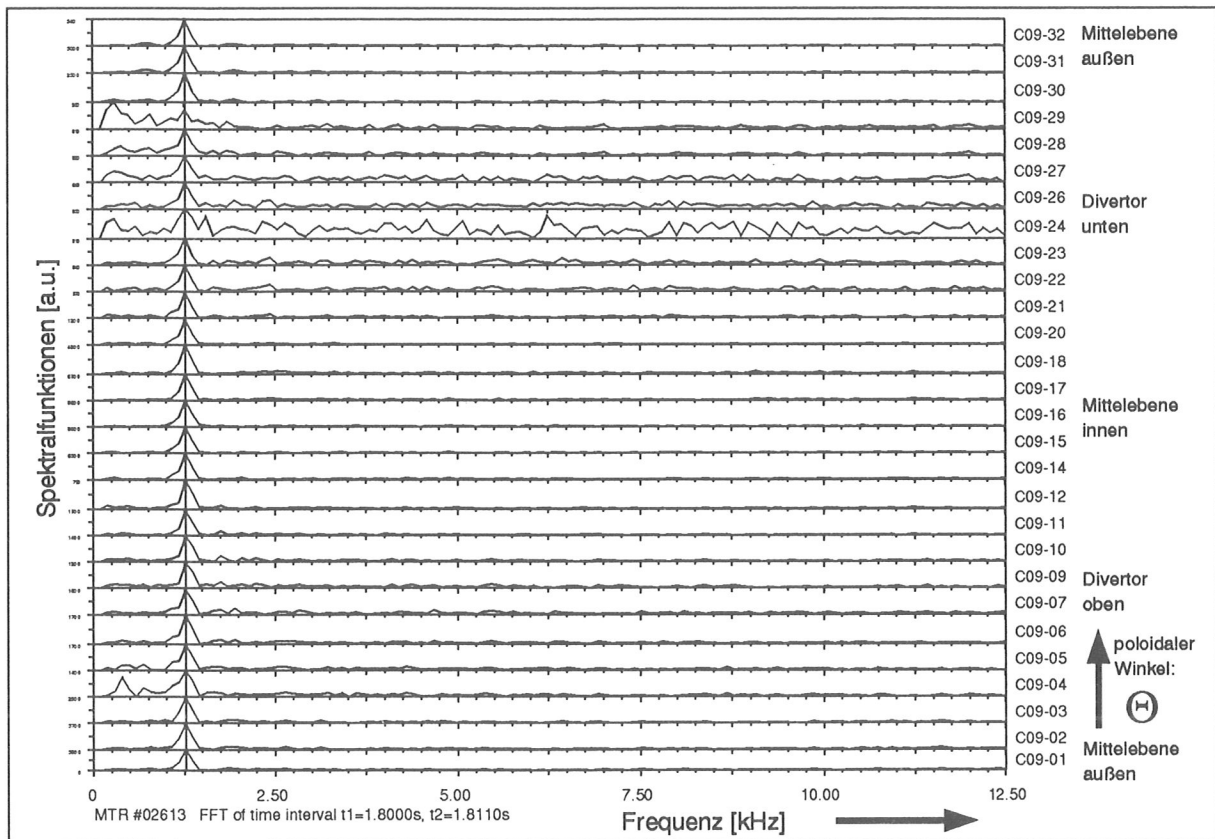


Abbildung 7.2: Spektralfunktionen einer FFT-Analyse der in Abb. 7.1 gezeigten Signale. Es tritt nur eine Modulationsfrequenz bei 1.28 kHz auf.

Divertorbereich, hebt sich die durch die rotierenden Inseln hervorgerufene Modulation als isolierter Frequenzpeak deutlich von dem weißen Spektrum der Magnetfeldfluktuationen ab. Die Modulationsfrequenz liegt bei 1.28 kHz. Es treten in dem gezeigten Fall keine höheren Harmonischen der Grundfrequenz auf. Entsprechend Abschnitt 5.2 kann die Störung mit nur einer Fourierkomponente auf einer resonanten Fläche beschrieben werden.

Für die sinusförmige Störstromverteilung gilt Gleichung 4.1.

Berücksichtigt man bei der Rücktransformation nur die dominante Modenfrequenz (hier 1.28 kHz), so erhält man die Modulation als rein sinusförmige Signale zurück (Abbildung 7.3). Die poloidale Modenzahl ergibt sich aus dem Phasenverlauf zwischen den einzelnen

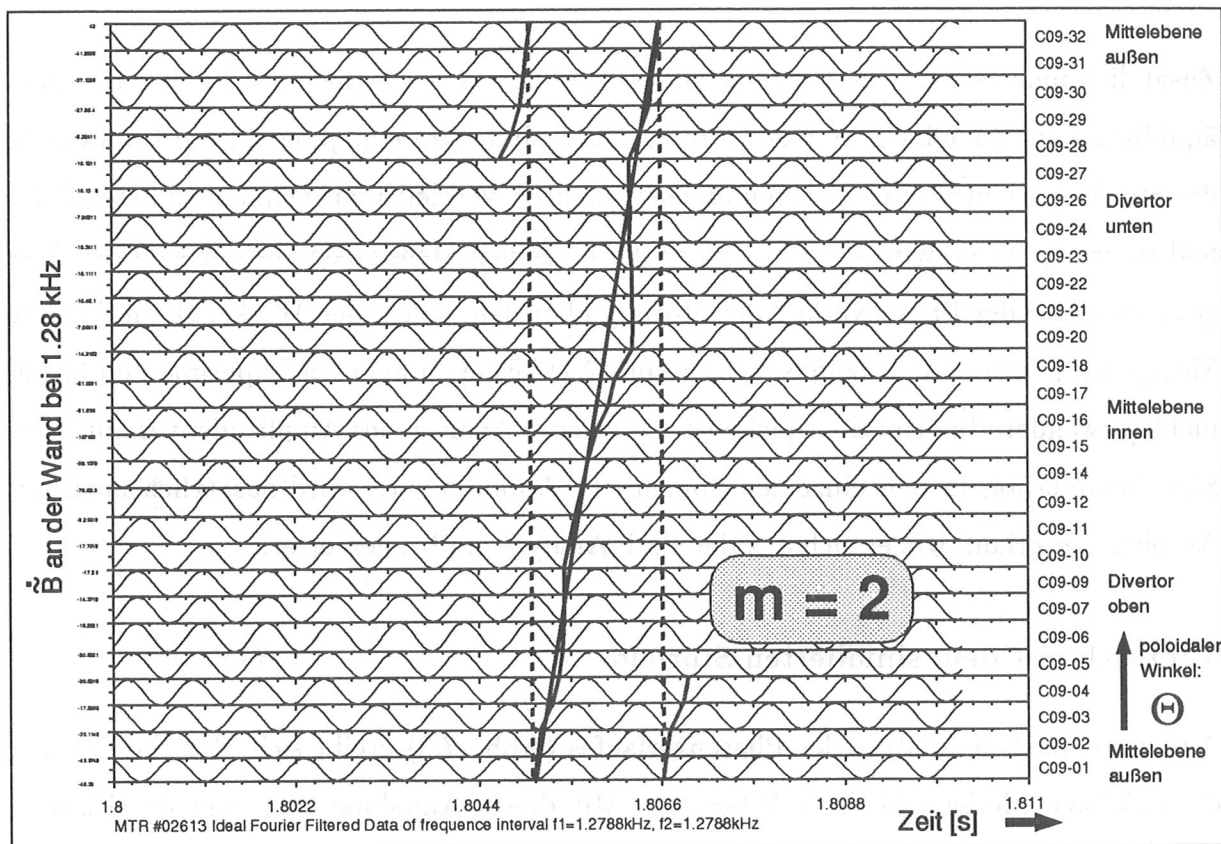


Abbildung 7.3: FFT gefilterte Signale aus den Rohdaten in Abb. 7.1. Es wurde nur die dominante Frequenz ( $f = 1.28 \text{ kHz}$ ) berücksichtigt.

Signalen. Verbindet man Punkte gleicher Phase miteinander, so hat man sich bei einer poloidalen Umrundung um zwei Wellenlängen weiter bewegt. In zylindrischer Näherung ( $R \gg a$ ) ist das Störfeld proportional zu  $\sin(m\Theta)$ : so ergibt sich die poloidale Modenzahl  $m = 2$ . Es wird deutlich, wie stark das gemessene Störfeld zum Teil von dem idealisierten, linearen Phasenverlauf abweicht. Die Gründe hierfür wurden schon in früheren Kapiteln diskutiert:

- Die einfache Beziehung  $\sin m\Theta$  ist nur in zylindrischer Näherung gültig. Betrachtet man ein toroidales Plasma mit asymmetrisch elongiertem Querschnitt, muß statt

der poloidalen Winkelkoordinate  $\Theta$  der straight field line angle  $\Theta^*(\Theta)$  verwendet werden (vgl. Abschnitt 3.3).

- Die im Vakuumgefäß induzierten Spiegelströme und die Abschirmströme im PSL und in den Gefäßeinbauten überlagern zusätzliche Störfelder (vgl. Abschnitt 6.3).

Zusätzlich muß beachtet werden, daß in Abbildung 7.3 die Signale der Meßspulen nicht äquidistant im poloidalen Winkel  $\Theta$  aufgetragen sind. Um eine prägnantere Darstellung des Störfeldverlaufes zu erreichen und einen exakten Vergleich mit dem berechneten Störfeld zu ermöglichen, wird die Phasenlage der einzelnen Meßsignale aus der FFT-Analyse gewonnen und der Phasenverlauf der Störung über dem poloidalen Winkel  $\Theta$ , an dem die Meßspulen montiert sind, aufgetragen (Abb. 7.4). Eine an anderen Experimenten bisher nicht verwendete Informationsquelle ist die genaue Analyse des Amplitudenverlaufes der Signalmodulation in den einzelnen Spulen. In Abbildung 7.4 wird zusätzlich noch der Amplitudenverlauf, wie er sich aus der FFT-Analyse ergibt, geplottet.

### Vergleich mit dem simulierten Störfeld

Aus der einfachen Analyse des Phasenverlaufes (Abb. 7.3) ergibt sich, daß die Störung die poloidale Modenzahl  $m = 2$  besitzt. Mit dieser Annahme wird nun der Phasen- und Amplitudenverlauf des Störfeldes einer entsprechenden Störstromverteilung auf der resonanten  $q = 2$  Fläche berechnet. Abbildung 7.5 zeigt die Störstromverteilung als poloidalen Schnitt in der Phasenlage  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  (vgl. Gl. 6.3) und den daraus resultierenden Störfluß. Die PSL-Ströme wurden so gewählt, daß der Strom im oberen PSL 94% vom perfekt abschirmenden PSL-Strom beträgt und der Strom im unteren PSL entsprechend der Messung (Abb. 6.6) etwas davon abweicht. Zum Vergleich des errechneten Amplituden- und Phasenverlaufes werden die aus der FFT-Analyse bestimmten Werte der einzelnen Meßspulen in einem Diagramm über dem poloidalen Winkel aufgetragen (Abbildung 7.6). Der Phasenverlauf wird gut durch das berechnete Störfeld beschrieben. Eine deutliche Abweichung ergibt sich im Amplitudenverhältnis zwischen der Außen- und Innenseite des Plasmas in der Mittelebene. Im Diagramm wird der Amplitudenverlauf auf den Maximalwert normiert. Die Abweichung zwischen modelliertem und gemessenem

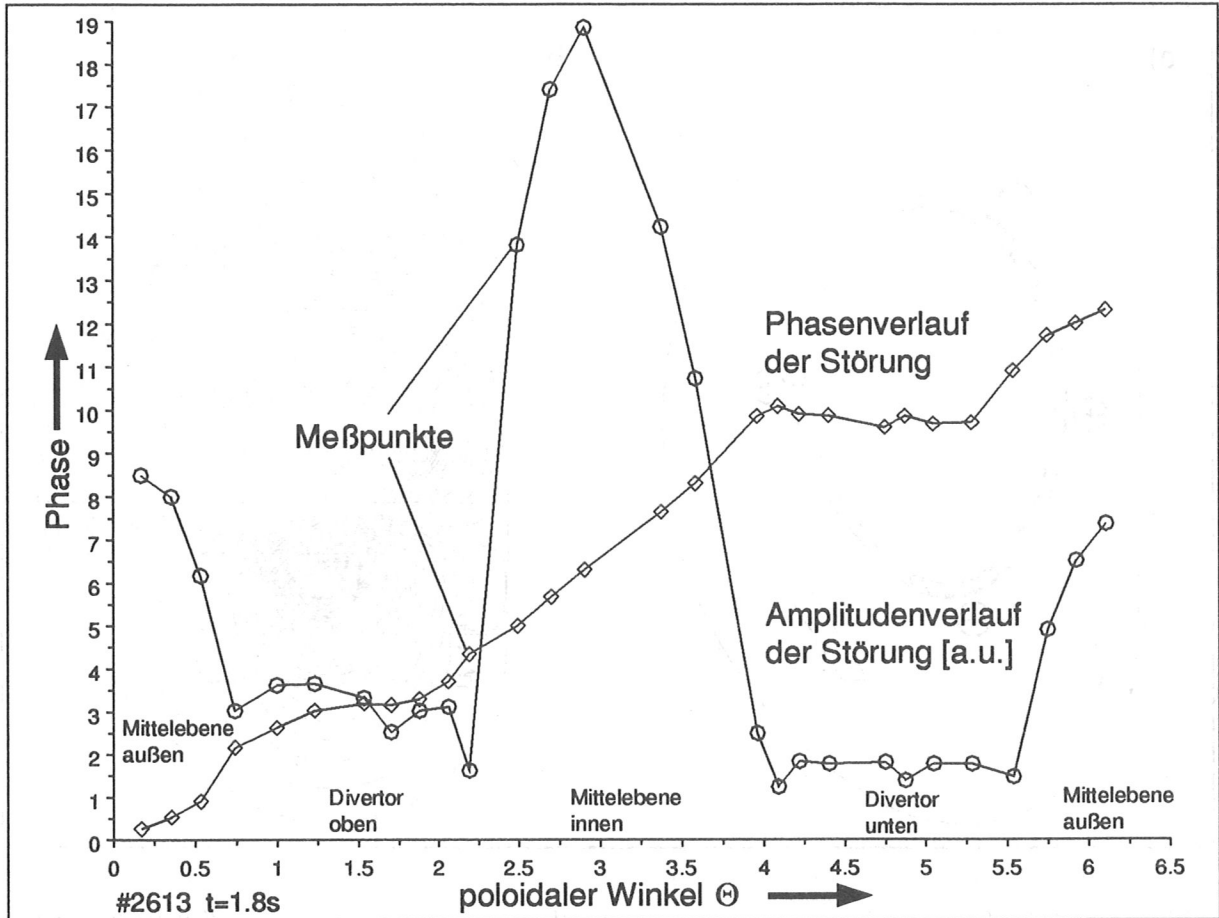


Abbildung 7.4: Phasen- und Amplitudenverlauf der FFT-gefilterten Signale von Abb. 7.3. Zur besseren Darstellung wurden die einzelnen Meßpunkte miteinander verbunden.

Phasenverlauf tritt folglich nur an der Außenseite auf (Pfeile in Abb. 7.6). Der Unterschied beträgt fast einen Faktor 2. Die in Abbildung 7.6 gezeigte Diskrepanz zwischen dem berechneten und experimentell bestimmten Amplitudenverlauf tritt häufig bei der Analyse von asymmetrisch elongierten ASDEX Upgrade Plasmen auf. Mögliche Fehlerquellen sind:

- fehlerhafte Berechnung des Störfeldes.
- gleichzeitiges Auftreten von Störströmen auf verschiedenen resonanten Flächen.
- Fehler in der Gleichgewichtsbestimmung, die Auswirkungen auf die angenommene Störstromstruktur haben.

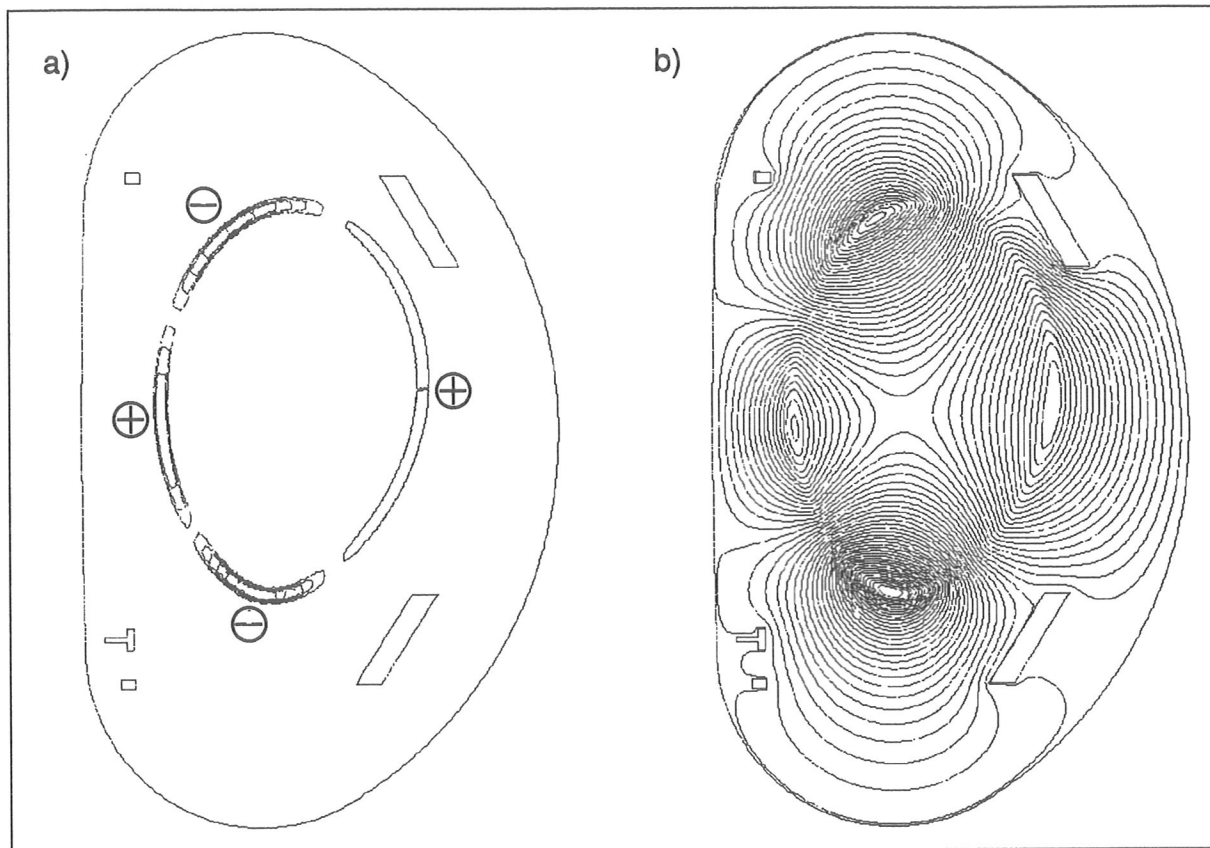


Abbildung 7.5: Stromdichteverteilung und Störfluß der  $m = 2$  Störung (#2613,  $t = 1.8s$ , vgl. Abb. 7.1-7.3) auf der weit außen liegenden  $q = 2$  Fläche einer niedrig- $q$  Entladung ( $q_{95} = 2.7$ ). Zur besseren Darstellung wurde die Dicke der stromführenden Schicht, die in der Simulation 4 mm beträgt, um einen Faktor 10 erhöht.

Die Auswirkung von mehreren resonanten Flächen wird im nächsten Abschnitt untersucht. Dabei kann die Anpassung der Simulation an die Meßdaten durch Korrektur des Plasmagleichgewichts noch verbessert werden. In der abschließenden Diskussion werden die Auswirkungen von Fehlern in der Gleichgewichtsbestimmung weiter erörtert. Um die Anpassung der Simulation an die Meßdaten zu verbessern, wird die Auswirkung von geringen Korrekturen des Gleichgewichts auf den Phasen- und Amplitudenverlauf bestimmt. Zur Analyse von möglichen Fehlerquellen in der Störfeldberechnung wurden verschiedenartige Plasmaentladungen untersucht und die Meßergebnisse mit dem berechneten Störfeld verglichen.

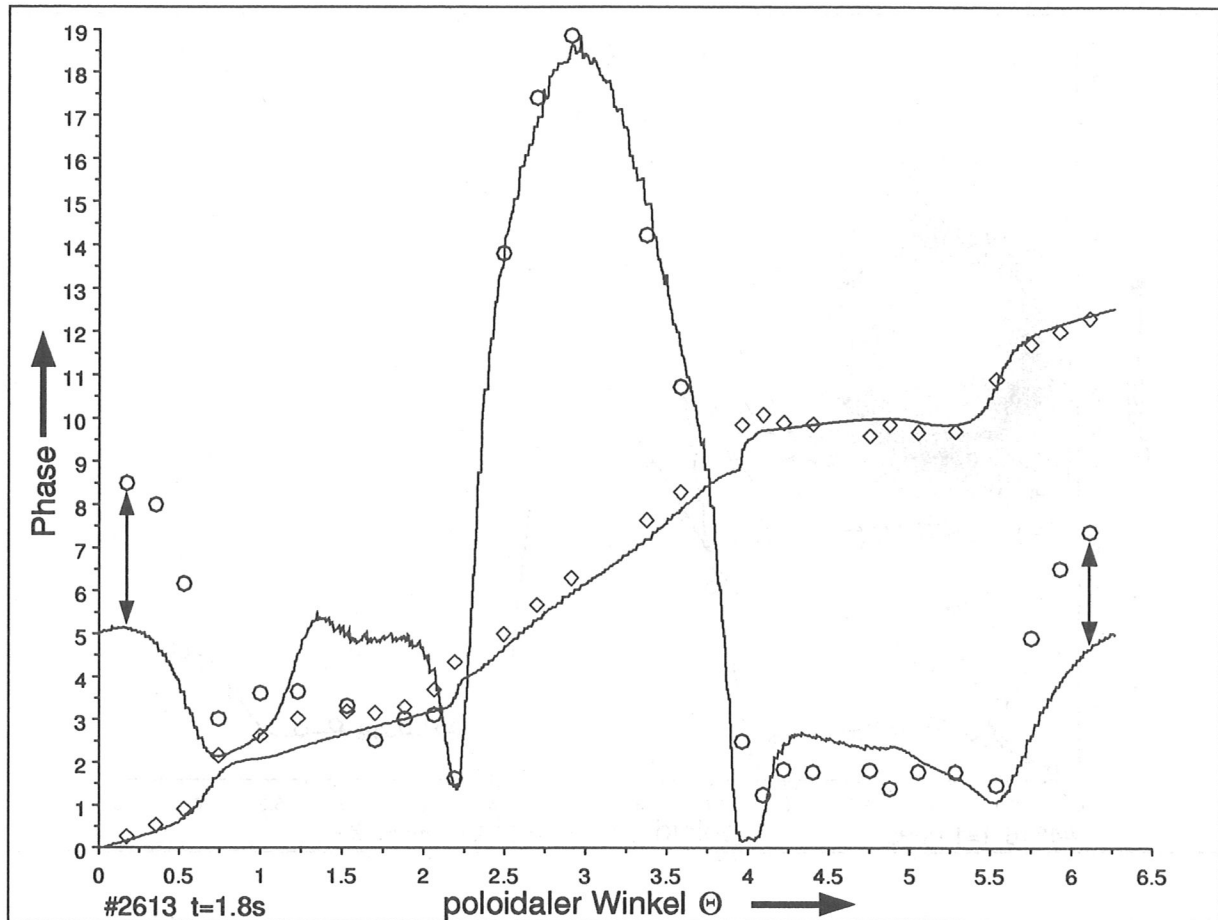


Abbildung 7.6: Vergleich des berechneten Phasen- und Amplitudenverlaufes mit den Messungen der einzelnen Spulen (Abb. 7.1, bzw. 7.4). Im Amplitudenverhältnis zwischen der Innen- und Außenseite ( $\Theta = \pi$  und  $\Theta = 0$  bzw.  $\Theta = 2\pi$ ) ergibt sich eine starke Abweichung.

Um Fehler der Gleichgewichtsanalyse bei der Überprüfung der Störfeldberechnung ausschließen zu können, wurden kreisförmige Innenlimiterplasmen untersucht. Erhöht man bei Innenlimiterplasmen den Plasmastrom solange, bis der Wert des Sicherheitsfaktors am Rand auf  $q_{95} = 3$  gesunken ist, kann es zum Anwachsen einer Störung kommen. Die Störfeldanalyse gemäß Abbildungen 7.1-7.3 ergibt in solchen Fällen eine ( $m = 3$ ) Struktur. Vergleicht man das unter Annahme eines ( $m = 3$ ) Störstromes auf der weit außen liegenden  $q = 3$  Fläche berechnete Störfeld mit den Messungen, so wird sehr gute Übereinstimmung im Phasen- und Amplitudenverlauf erzielt (Abb. 7.7). Die Diskrepanz im Amplitudenverhältnis, die bei asymmetrisch elongierten Plasmen häufig auftritt, kann

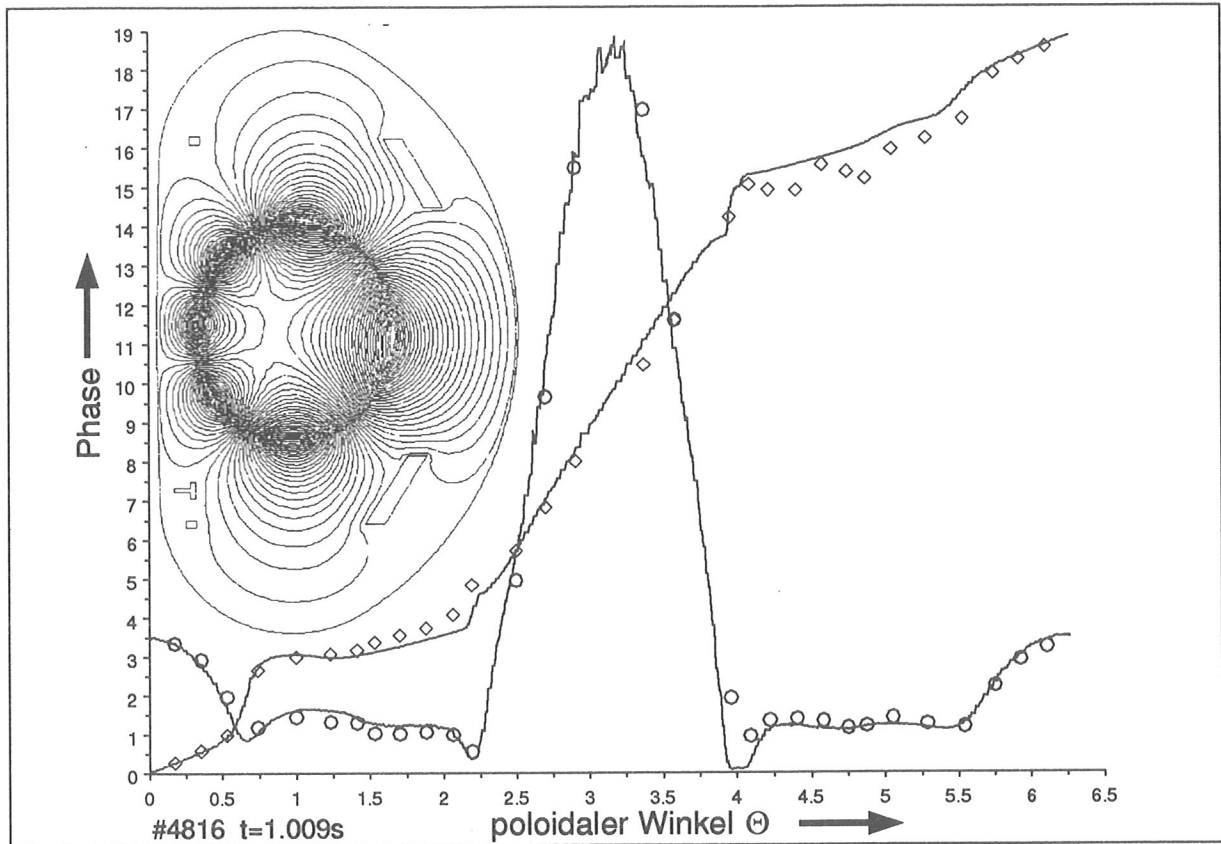


Abbildung 7.7: Berechneter und gemessener Phasen- und Amplitudenverlauf für ein kreisförmiges Innenlimiterplasma am  $q = 3$  Limit.

folglich nicht auf eine fehlerhafte Störfeldberechnung zurückgeführt werden.

### Berücksichtigung mehrerer resonanter Flächen

Auch wenn die  $(m = 2, n = 1)$  Mode in der Regel für SNU-Plasmen dominant erscheint (Abb. 7.4), so können sich auch auf benachbarten resonanten Flußflächen gleichzeitig weitere Störströme ausbilden. Abbildung 7.8 zeigt die Gleichgewichtsflußflächen für ein Plasma mit niedrigem und hohem Sicherheitsfaktor am Rand ( $q_{95} = 2.7$  bzw.  $q_{95} = 5.0$ ). Die resonanten Flußflächen mit ganzzahligen  $q$ -Werten, auf denen sich Störströme mit  $(m = q, n = 1)$ -Struktur entwickeln können, sind besonders gekennzeichnet.



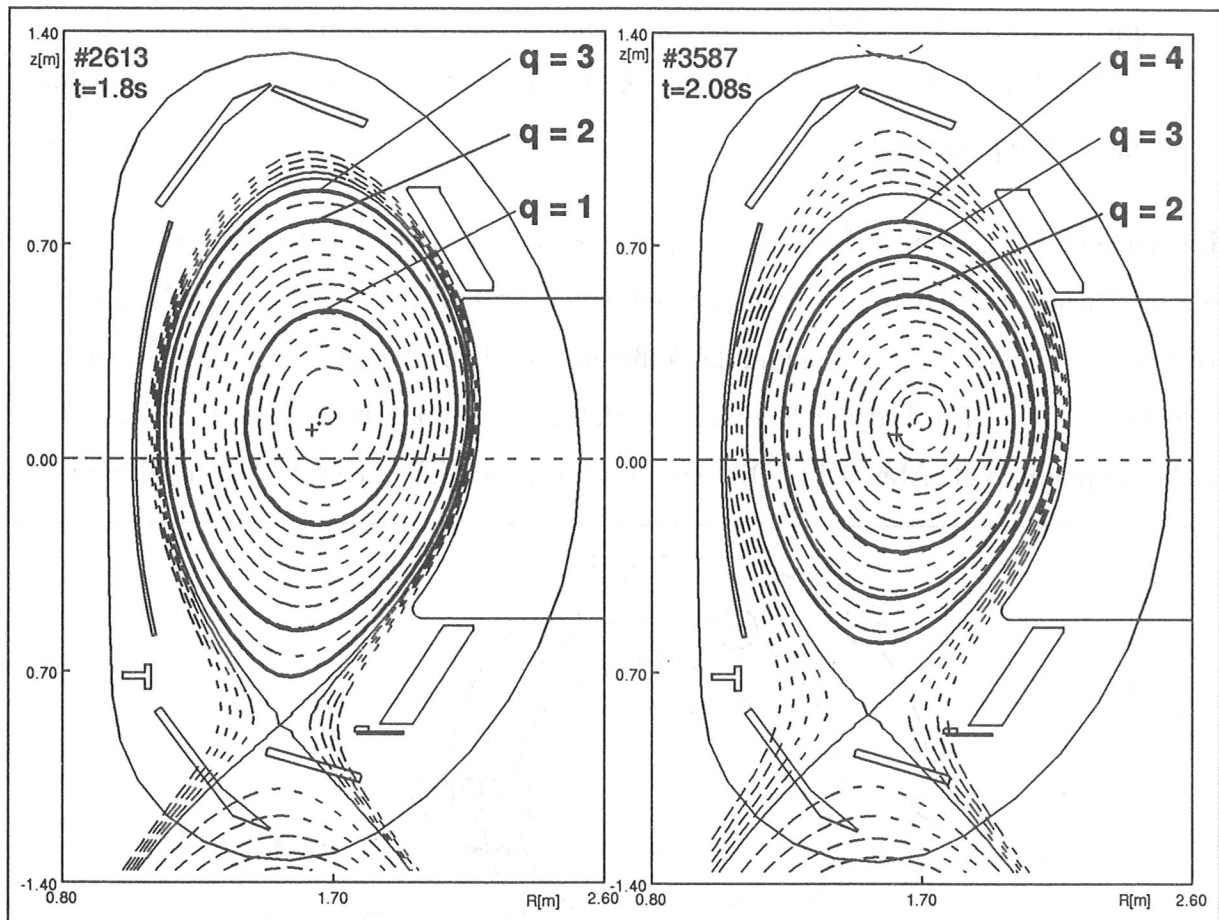


Abbildung 7.8: *Typisches Gleichgewicht für eine Entladung mit niedrigem und hohem Sicherheitsfaktor am Rand. Flächen mit ganzzahligem  $q$ -Wert, auf denen sich Inseln bilden können, sind zusätzlich gekennzeichnet.*

#### *Auswirkung mehrerer rotierender Inseln auf das gemessene Störfeld*

Im folgenden wird untersucht, wie sich die Meßsignale bei mehreren, auf verschiedenen Flußflächen rotierenden Inseln verändern:

- Rotieren die Inseln unabhängig voneinander mit unterschiedlicher Geschwindigkeit, ergeben sich in den Spektralfunktionen der einzelnen Signale nach einer FFT-Analyse mehrere Frequenzspitzen. Im Normalfall tritt bei der Modenanalyse nur eine dominante Frequenz auf (vgl. Abb. 7.2).
- Unter Modenkopplung versteht man das Rotieren von Inseln auf verschiedenen Flußflächen mit konstanter Phasenlage zueinander. Aus der Frequenzanalyse kann

nicht entschieden werden, ob nur auf einer oder auf mehreren resonanten Flächen Störströme fließen und sich Inseln gebildet haben, da in jedem Fall nur eine dominante Frequenz auftritt.

Entscheidenden Einfluß auf die Messungen außerhalb des Plasmas hat die Phasenlage, in der die einzelnen Störströme zueinander gekoppelt sind. Die Abweichung im Amplitudenverhalten zwischen der inneren und der äußeren Seite beim Vergleich der Messung mit der Simulation (Abb. 7.6) legt den Schluß nahe, daß die Inseln konstruktiv an der Mittelebene außen koppeln (vgl. Abb. 7.9). Die Auswirkungen der Überlagerung der Felder sind in

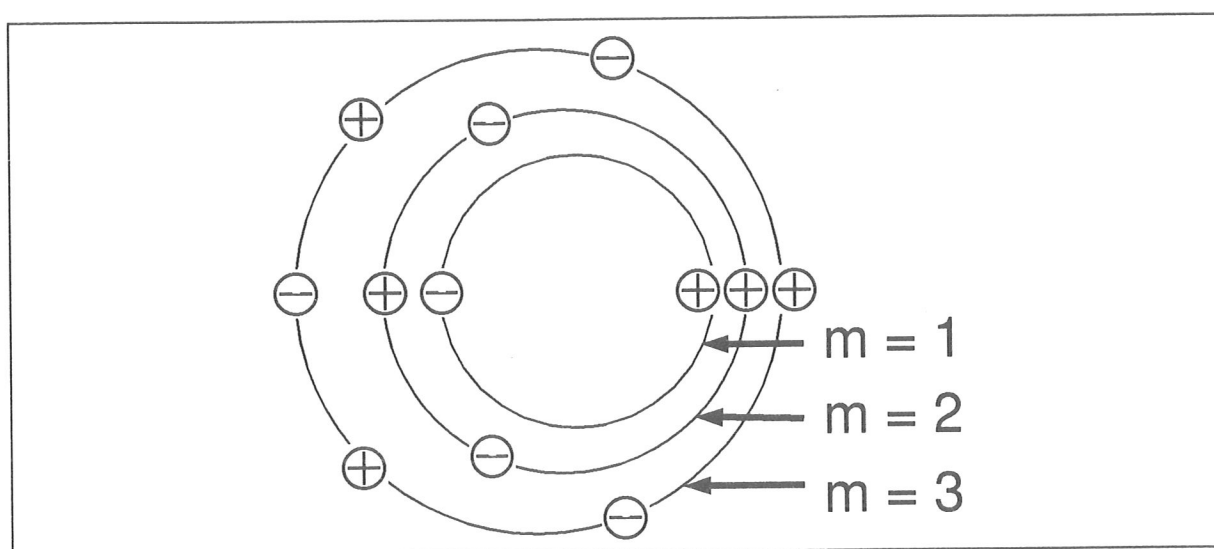


Abbildung 7.9: Die Inseln auf verschiedenen resonanten Flächen koppeln so, daß sie im Bereich größter Wechselwirkung (Mittelebene außen) in Phase sind. Es sind drei Moden mit den poloidalen Modenzahlen  $m = 1$ ,  $m = 2$ ,  $m = 3$  auf den entsprechenden resonanten Flächen dargestellt ( $\oplus$  Amplitudenmaximum,  $\ominus$  Amplitudenminimum der Störung). An der Außenseite addieren sich die Amplituden konstruktiv, an der Innenseite destruktiv.

Abbildung 7.10 in einfacher Weise skizziert. An die dominante ( $m = 2, n = 1$ )-Mode wird eine schwächere ( $m = 1, n = 1$ )-Mode bzw. ( $m = 3, n = 1$ )-Mode gekoppelt. Das Störfeld außerhalb des Plasmas an der Außenseite verstärkt sich, das Feld an der Innenseite wird abgeschwächt, so daß sich das Amplitudenverhältnis zu Gunsten des Feldes auf der Außenseite verändert.

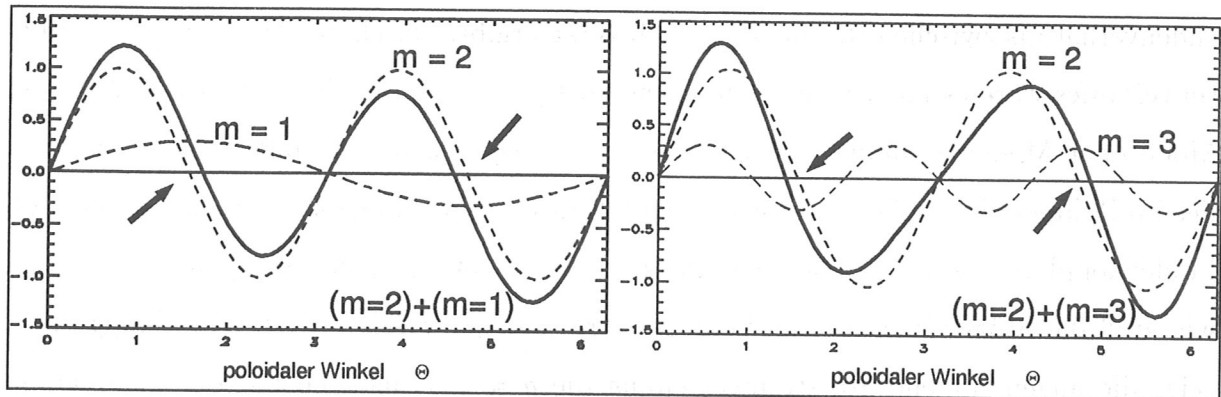


Abbildung 7.10: Veränderung der Phase und Amplitude des Störfeldes durch Modenkopplung. An die dominante ( $m = 2, n = 1$ ) Mode ( $1.0 \cdot \sin 2\Theta$ ) wird eine schwächere ( $m = 1, n = 1$ )-Mode bzw. ( $m = 3, n = 1$ )-Mode ( $0.3 \cdot \sin 1\Theta$ , bzw.  $0.3 \cdot \sin 3\Theta$ ) gekoppelt. An der Verschiebung des Nulldurchgangs (Pfeile) wird deutlich, daß sich die Wellenlänge an der Innenseite verkürzt bzw. vergrößert. In jedem Fall wird die Amplitude an der Außenseite verstärkt.

Neben der Variation der Amplitude kommt es zu einer Veränderung im Phasenverlauf des resultierenden Störfeldes. Zwar besitzt das Störfeld immer noch eine ( $m = 2$ )-Struktur, jedoch wird durch die Kopplung mit einer  $m = 1$ , bzw.  $m = 3$ -Mode die Wellenlänge an der Mittelebene innen verkürzt bzw. verlängert. Der Einfluß auf den Phasenverlauf ist jedoch nicht so ausgeprägt wie die Änderung im Amplitudenverhältnis.

Im folgenden werden für eine dominante  $m = 2$  Störung die Auswirkungen der Modenkopplung auf den Signalverlauf in einem Plasma mit niedrigem bzw. hohem Sicherheitsfaktor am Rand ( $q_{95} = 2.7$  bzw.  $q_{95} = 5.0$ , Gleichgewicht Abb. 7.8) untersucht, und die resultierenden Störfelder mit den Messungen verglichen.

#### Modenkopplung bei niedrigem $q$ -Wert

Die vorangehende Erörterung legt nahe, daß in dem in Abbildung 7.6 gezeigten Beispiel an die dominante ( $m = 2, n = 1$ )-Mode noch Moden mit ungerader poloidaler Modenzahl in der Mittelebene an der Außenseite konstruktiv gekoppelt sind. Dies könnte erklären, daß sich bei Berücksichtigung der dominanten Mode alleine die große Differenz im Ampli-

tudenverhältnis zwischen Rechnung und Messung ergibt. Durch die Analyse nur des Phasenverlaufes wäre es nicht möglich gewesen, zu entscheiden, ob eine reine ( $m = 2, n = 1$ ) Mode oder Modenkopplung vorliegt. Unter Verwendung des Amplitudenverlaufes und des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Interpretationscodes soll überprüft werden, ob Modenkopplung vorliegt, welche resonanten Flächen miteinander gekoppelt rotieren und wie groß die Störströme auf den beteiligten resonanten Flächen sind. Abbildung 7.11a zeigt die angenommene Störstromverteilung die  $q = 2$  Flußfläche mit der dominanten Störung und auf der  $q = 1$  bzw.  $q = 3$  Fläche mit den gekoppelten Moden. Die Größe der

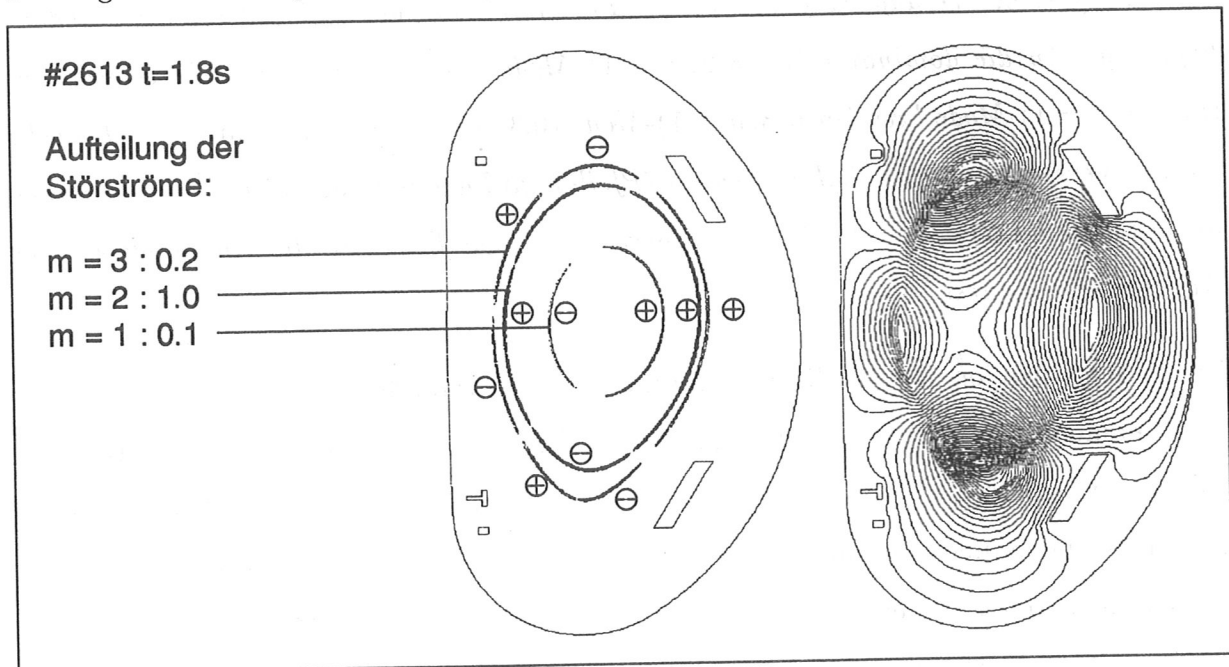


Abbildung 7.11: *Störstromverteilung auf den gekoppelten resonanten Flächen (a) und resultierender magnetischer Fluß (b). Es wurde die Gleichgewichtsanalyse der Entladung #2613,  $t = 1.8s$  zugrunde gelegt.*

Störströme auf der  $q = 1$ ,  $q = 2$ ,  $q = 3$  Fläche verhalten sich wie (0.1:1.0:0.2). Aus dem Vergleich zwischen der Stärke des berechneten und gemessenen Störfeldes wird die absolute Größe der einzelnen Ströme bestimmt. Die Aufteilung auf die einzelnen resonanten Flächen ist so gewählt, daß die Diskrepanz im Amplitudenverhältnis berichtigt wird, aber die Anpassung des Phasen- und Amplitudenverlaufes sich im Vergleich zu Abbildung 7.6 nicht verschlechtert. In Abbildung 7.11b ist der resultierende Störfluß in der Phasenlage  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$  dargestellt. Der Phasenverlauf für die gezeigte Störstromverteilung mit Moden-

kopplung (Abb. 7.12) ist gegenüber dem Phasenverlauf ohne Kopplung kaum verändert. Beim Amplitudenverlauf wird in der Mittelebene und im Bereich des PSL sehr gute Über-

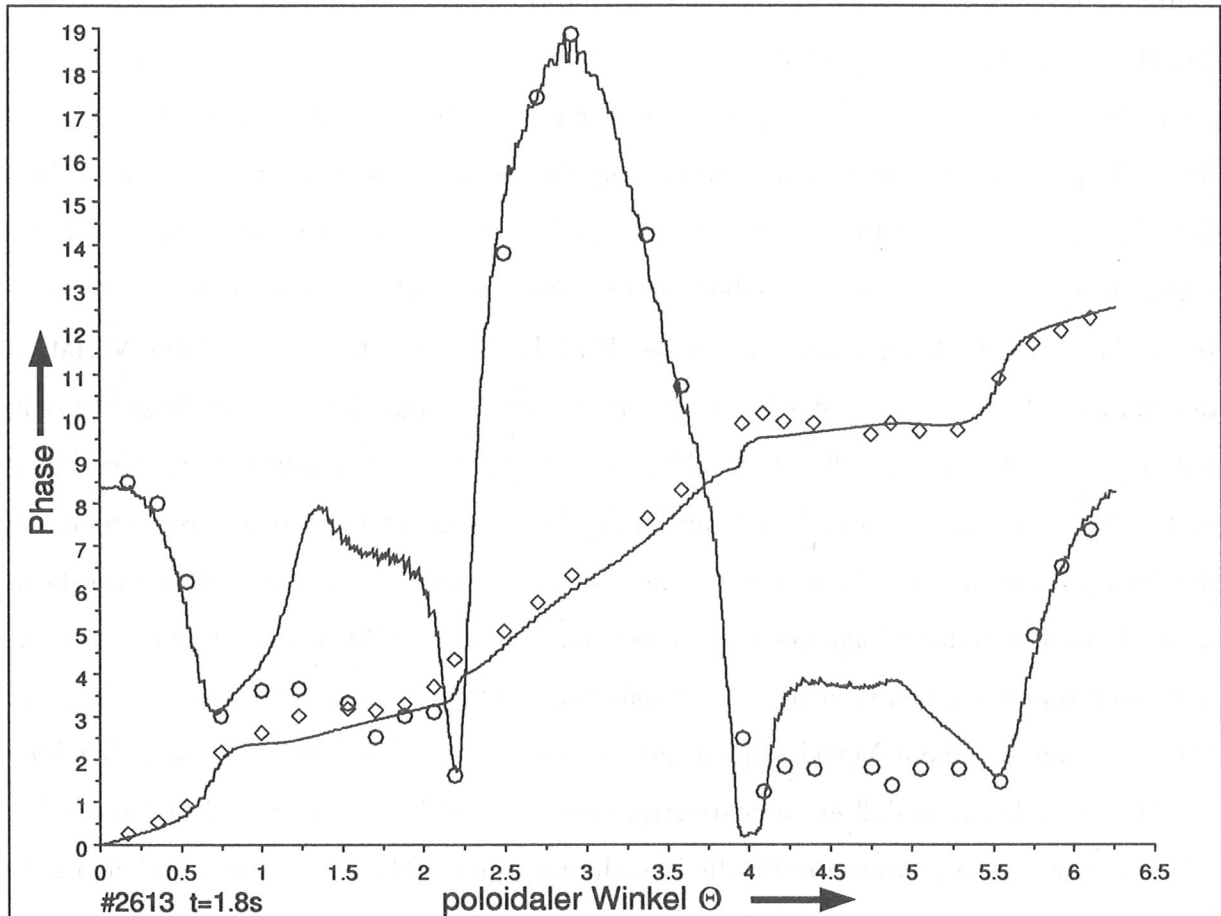


Abbildung 7.12: Phasen- und Amplitudenverlauf aus Messung und Simulation mit der Störstromdichte Abb. 7.11a. Durch die Berücksichtigung der gekoppelten Störströme auf benachbarten Flächen wird eine verbesserte Übereinstimmung erreicht.

einstimmung erzielt. Die schon in Abbildung 7.6 vorhandene Abweichung im Bereich des Divertors oben und unten hat sich jedoch noch verstärkt. Eine so große Abweichung im Amplitudenverlauf zwischen Rechnung und Messung kann nicht durch eine Abschirmung der Divertorplatten, die sich vor den Meßspulen befinden, erklärt werden, ohne daß diese nicht auch bei den Innenlimiterexperimenten (Abb. 7.7) so deutlich sichtbar geworden wäre.

Versucht man, die Phasenlage der Kopplung so zu verändern, daß die Amplitude im Divertorbereich ähnlich wie an der Innenseite geschwächt wird, verschlechtert sich wieder die Anpassung des Amplitudenverhältnisses zwischen der Innen- und Außenseite. Auch kann für den Phasenverlauf nicht in allen Bereichen gute Anpassung erreicht werden. Führt man dagegen die Rechnungen nicht mit der direkt aus dem Gleichgewichtsfluß ermittelten Form der resonanten Fläche und Störstromverteilung durch, sondern verwendet die in Kapitel 3 entwickelte Parametrisierung für die Flußflächenform und den straight field line angle, kann man untersuchen, in welcher Weise man die Parameter abändern muß, um eine Verbesserung der Übereinstimmung zu erzielen. Es wurden nur Parameter variiert, deren Bestimmung mit großer Unsicherheit behaftet ist. Bei der Variation der radialen Ableitungen in der Parametrisierung des straight field line angle zeigte sich, daß  $s'_2$  und  $s'_3$  kaum Einfluß auf den Phasen und Amplitudenverlauf haben. Der Parameter  $\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$  wurde in der Regel um 20%-30% herabgesetzt. Große Unsicherheit bei der Flußflächenrekonstruktion tritt bei der Bestimmung der z-Lage auf. Dies wird darin deutlich, daß es in der z-Lage der Plasmaseele zwischen Flußflächenrekonstruktion und einer davon unabhängigen Gleichgewichtsanalyse zu Unterschieden von bis zu 4 cm kommt. Diese können zu einem Verschwinden der Variation der z-Lage zwischen den einzelnen Flußflächen führen, so daß es gerechtfertigt erscheint,  $\Delta'_z = 0$  zu setzen. Die Tabelle 7.1 faßt die verwendeten Parameter für die Berechnung von  $\Theta^*(\Theta)$  zusammen, mit denen gute Übereinstimmung im Phasen- und Amplitudenverlauf zu erzielen ist. Der Phasen- und Amplitudenverlauf, der mit  $\Delta'_z = 0$  und den in Tabelle 7.1 zusammengestellten Werten für  $\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$  berechnet wurde, ist in Abbildung 7.13 dargestellt. Auch die Abweichungen beim Amplitudenverlauf im Bereich der oberen und unteren Divertorplatten haben sich zwar deutlich reduziert, jedoch ist die gemessene Amplitude noch zu gering. Diese Abweichungen im Bereich von 20%-30% treten bei allen untersuchten Entladungen auf und müssen mit großer Wahrscheinlichkeit der Abschirmung durch die Divertorplatten zugeschrieben werden. Insbesondere die Kühlwasserleitungen im Stahlgerüst, auf dem die einzelnen Graphitkacheln montiert sind, bilden über die Vakuumdurchführungen und die Gefäßwand eine Leiterschleife um die hinter den Platten liegenden Spulen. Auf Grund der geringen Leitfähigkeit ist eine exakte Modellierung dieser Einflüsse nur schwer möglich.



$q$ -Wert der res. Fläche	1.0	2.0	3.0
$\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$ aus dem Gleichgewicht	-0.228943	-0.483030	0.555987
$\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$ für Simulation abgeändert	-0.178994	-0.341752	-0.389244
$\Delta'_z$ aus dem Gleichgewicht	-0.0358622	-0.151075	-0.395119
$\frac{1}{2}(s'_2 - \frac{s_2}{\rho})$ aus dem Gleichgewicht	0.0164134	0.0998239	0.211640
$\frac{1}{3}(s'_3 - \frac{2s_3}{\rho})$ aus dem Gleichgewicht	0.000575405	0.0130497	0.0477259

Tabelle 7.1: *Parameter gewonnen aus der Gleichgewichtsanalyse der Entladung #2613,  $t = 1.8s$  zur Berechnung des straight field line angle. Um bessere Übereinstimmung zu erzielen (vgl. Abb. 7.13) wurde  $\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$  für Simulation abgeändert und  $\Delta'_z = 0$  gesetzt.*

Da der Effekt auf den Phasenverlauf gering ist, und bei konstruktiver Modenkopplung an der Außenseite die Amplitude im Bereich des oberen und unteren Divertors für die Modenanalyse nicht von entscheidender Bedeutung ist, wurde auf eine genauere Modellierung verzichtet. Bei konstruktiver Modenkopplung an der Außenseite ist auch die Amplitude im Bereich des oberen und untern Divertors für die Modenanalyse nicht von entscheidender Bedeutung.

#### *Modenkopplung bei hohem $q$ -Wert*

Noch deutlicher tritt das Phänomen der Modenkopplung bei hohem Sicherheitsfaktor am Rand auf ( $q_{95} \approx 5$ ). Vor einer Disruption wird in der Regel eine Mode mit dominanter ( $m = 2, n = 1$ ) Struktur destabilisiert. Die Instabilität wächst innerhalb sehr kurzer Zeit (10-30 ms) stark an (Abb. 7.14). Das Feld auf der Außenseite wächst stärker als das Feld innen, ohne daß eine nennenswerte Änderung in der Gleichgewichtsanalyse während des Anwachsens auftritt. Abbildung 7.15 zeigt, daß sich das Amplitudenverhältnis während des Modenwachstums stark verändert. Oben wurde gezeigt, daß das Auftreten mehrerer, gekoppelt rotierender Moden einen starken Einfluß auf das Amplitudenverhältnis zwischen Innen- und Außenseite hat. Zu der  $m = 2$  Mode wachsen also noch weitere Moden



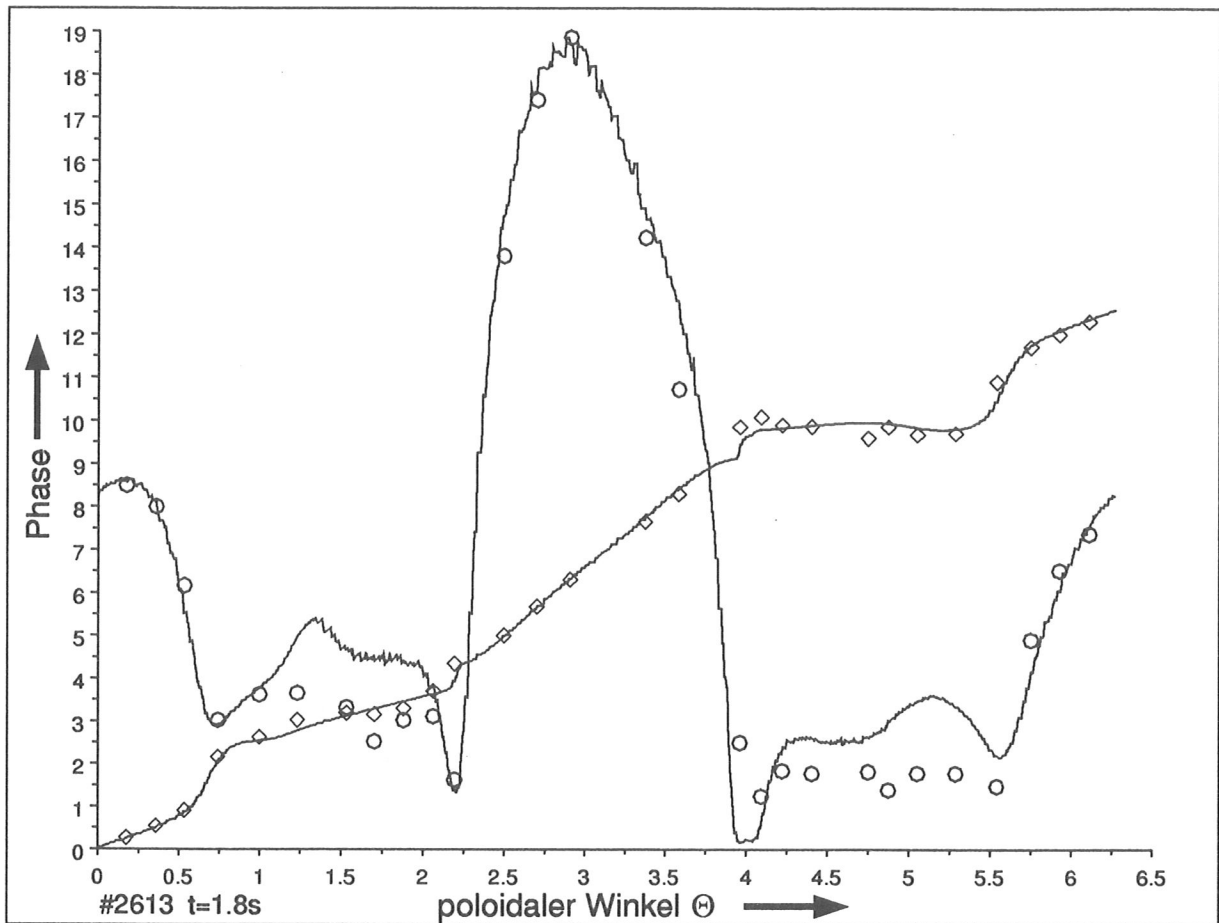


Abbildung 7.13: Phasen- und Amplitudenverlauf der Modenanalyse von Entladung #2613,  $t = 1.8s$ . Berücksichtigt man bei der Simulation Modenkopplung und verwendet die Parameter zur Berechnung des straight field line angles (Gl. 3.23) gemäß Tabelle 7.1, wird gute Übereinstimmung erzielt. Auf Grund der Abschirmung der Divertorplatten kommt es lokal zu Abweichungen im Amplitudenverlauf.

an. Die Kopplung mit einer  $m = 1$  Mode führt zu einer Verkürzung der Wellenlänge an der Innenseite (vgl. Abb. 7.10) und somit zu einem im Vergleich mit der Messung zu steilen Phasenverlauf. So kommt nur die Kopplung mit Moden mit größerer poloidaler Modenzahl in Frage. Interessant ist vor allem auch die zeitliche Entwicklung der Amplitude dieser gekoppelten Moden. Tabelle 7.2 faßt die Verteilung und Absolutwerte der Störströme zu Beginn des Anwachsens ( $t=2.055$ ) mit dem größten Amplitudenverhältnis und zu dem Zeitpunkt  $t=2.081$  mit dem kleinsten Amplitudenverhältnis zusammen. Die

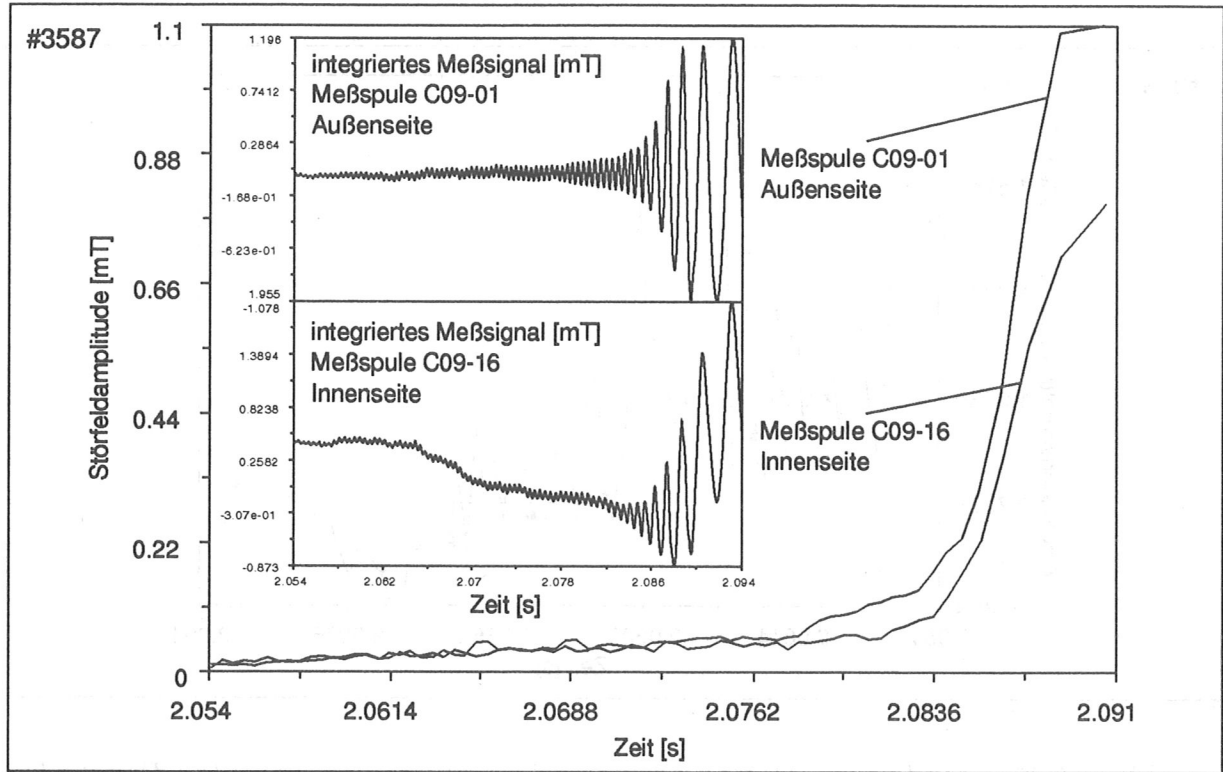


Abbildung 7.14: Vergleich der Amplitude an der Innen- und Außenseite einer Entladung mit hohem Sicherheitsfaktor am Rand (#3587,  $q_{95} = 5.0$ ).

$q$ -Wert res. Fläche	2.0	3.0	4.0
Stromverteilung ( $t=2.055s$ )	1.00	0.19	0.10
Stromverteilung ( $t=2.081s$ )	1.00	0.40	0.00
Strom[kA] ( $t=2.055s$ )	0.037	0.007	0.004
Strom[kA] ( $t=2.081s$ )	0.38	0.15	0.00

Tabelle 7.2: Aufteilung der Störströme auf den angegebenen resonanten Flächen. Die Stärke der Störströme wurde aus den in Abbildung 7.14 dargestellten Signalen errechnet.

Abbildungen 7.16 und 7.17 zeigen den Amplitudenverlauf zum Beginn des Anwachsens ( $t=2.055$ ) mit dem größten Amplitudenverhältnis und zu dem Zeitpunkt  $t=2.081$  mit dem kleinsten Amplitudenverhältnis. Zu Beginn des Modenwachstums kann bei allen untersuchten Entladungen dieses Typs, bis auf die schon besprochene Abweichung im Divertor,

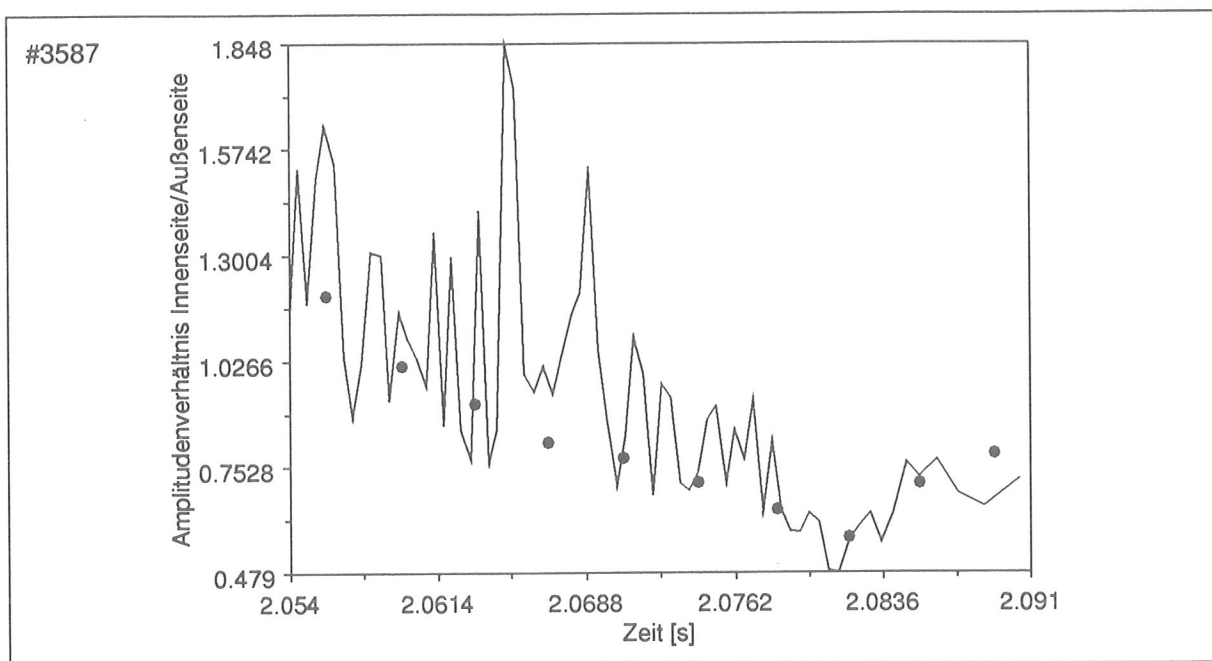


Abbildung 7.15: Amplitudenverhältnis der in Abb. 7.14 gezeigten Signale. Die Punkte geben das Verhältnis der aus FFT-Analysen ermittelten Amplituden an.

gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung erzielt werden (Abb. 7.16).

Sind die Inseln schon angewachsen, ist es in der Regel nicht möglich, Rechnung und Messung zur Deckung zu bringen. Neben Abweichungen im Amplitudenverlauf ist für alle untersuchten Entladungen typisch, daß der Phasenverlauf im Bereich des oberen Divertors zu flach, im Bereich der Mittelebene innen zu steil ansteigt, so daß es im Bereich der poloidalen Winkel  $\Theta = 1$  rad bis  $\Theta = 2$  rad zu einer sehr deutlichen Abweichung kommt (Abb. 7.17). Dies kann jedoch, ähnlich wie im niedrig q-Fall, durch Modifikation des Gleichgewichts verbessert werden. Verkleinert man wieder die Parameter  $\Delta'_R - \frac{\rho}{R}$  und  $\Delta'_z$ , ergibt sich gute Übereinstimmung (Abb. 7.18).

#### *Einfluß von Fehlern in der Gleichgewichtsbestimmung*

Bei den oben angeführten Beispielen für die Kopplung von mehreren Moden wurde schon auf die Unsicherheit der Gleichgewichtsbestimmung hingewiesen. Mit geringen Korrekturen an den Parametern, die den straight field line angle  $\Theta^*(\Theta)$  bestimmen, können noch

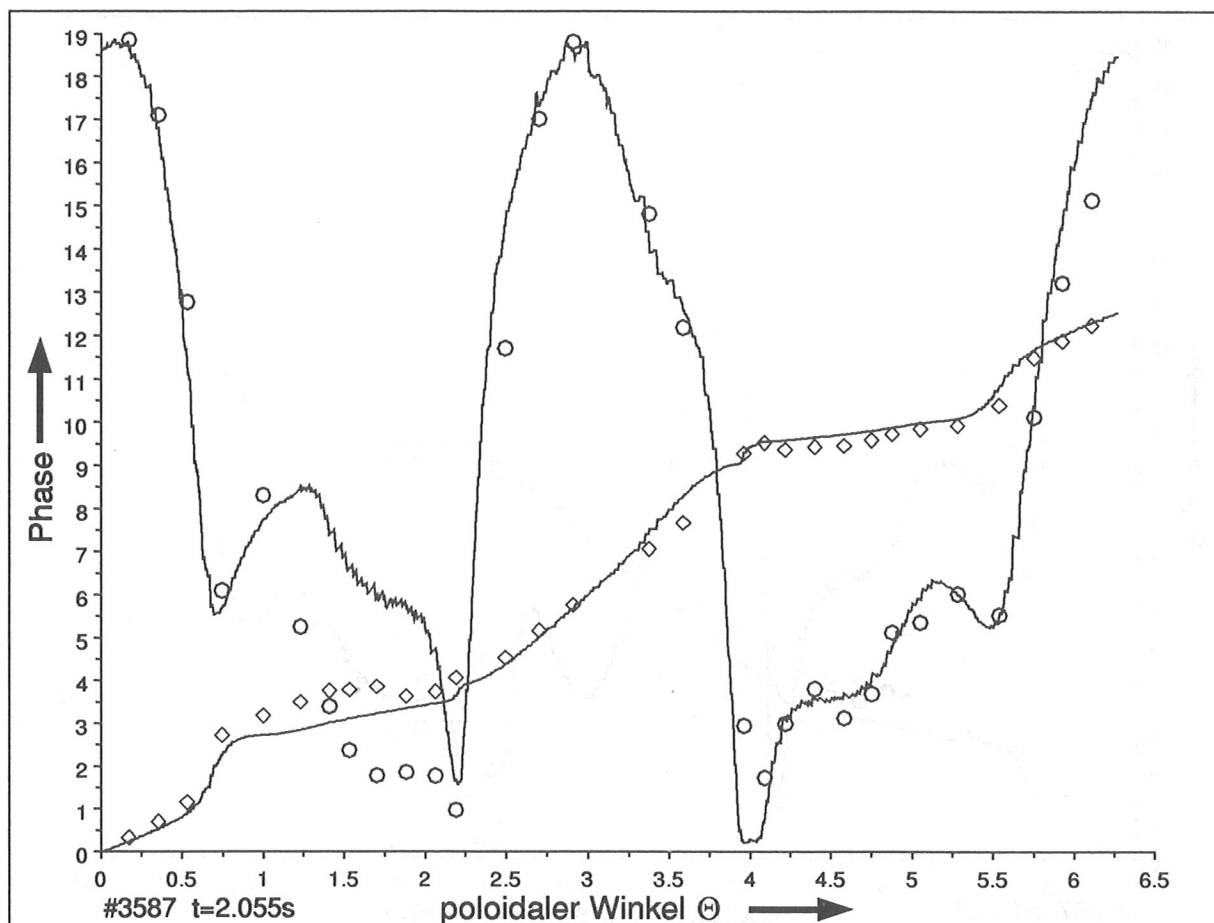


Abbildung 7.16: Modenanalyse zu Beginn ( $t = 2.055s$ ) des starken Modenwachstums.

weitere Verbesserungen erreicht werden. Die Korrekturen haben jedoch kaum Einfluß auf das Amplitudenverhältnis zwischen der Innen- und Außenseite bei gleicher Aufteilung der Störströme auf den resonanten Flächen. Entsprechendes gilt für die Unsicherheit bei der Bestimmung der  $z$ -Lage des Flächenschwerpunktes. Eine Verschiebung des gesamten Plasmas bzw. einzelner resonanter Flächen zueinander in Richtung der Außen- oder Innenseite des Vakuumgefäßes ergibt auf Grund der Entfernungsänderung zu der jeweiligen Meßspule eine starke Änderung im Amplitudenverlauf. Die Lage der Separatrix in der Mittelebene ist mit großer Genauigkeit vom  $\pm 5$  mm bestimmt. Die Rekonstruktion der weiter innen liegenden Flußflächen ist jedoch nur mit abnehmender Genauigkeit möglich. Im niedrig- $q$  Fall erscheint für die nahe der Separatrix liegende  $q = 2$  Fläche eine Abweichung in der radialen Lage von  $\pm 1$  cm als unwahrscheinlich. Für die weiter innen liegende  $q = 2$  Fläche bei hohem Rand- $q$  muß noch eine zunehmende Ungenauigkeit in der Be-

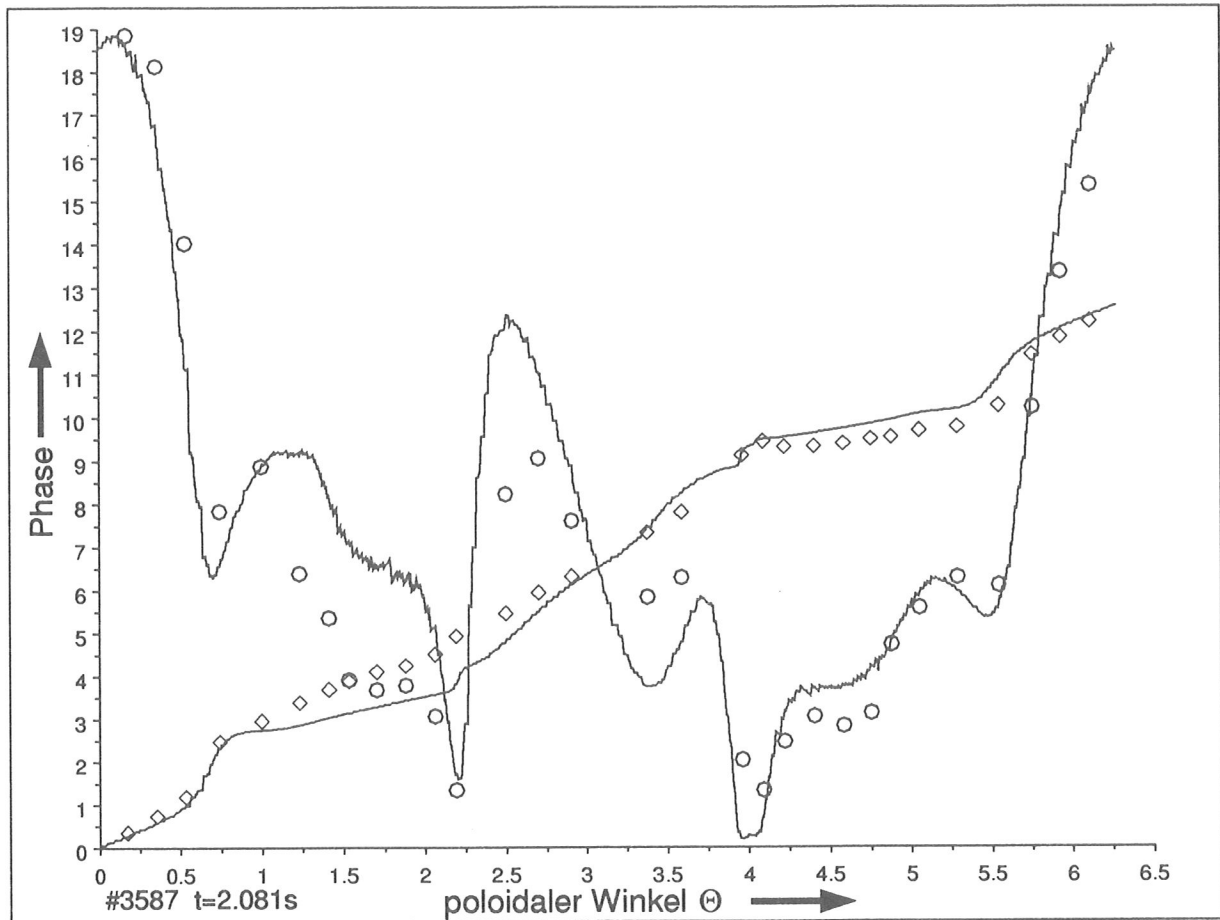


Abbildung 7.17: Modenanalyse zum Zeitpunkt ( $t = 2.081s$ ) des kleinsten Amplitudenverhältnisses. Bei Verwendung der numerisch aus dem Gleichgewicht ermittelten straight field line angle kommt es ähnlich wie in Abb. 7.12 zu einer mangelnden Übereinstimmung zwischen Simulation und Messung.

stimmung der Shafranov-Verschiebung  $\Delta_R$  berücksichtigt werden. Die Abweichung der radialen Lage wird als kleiner  $\pm 2$  cm abgeschätzt. Die Variation des aus der Simulation bestimmten Amplitudenverhältnisses in Abhängigkeit von der Verschiebung eines  $m = 2$  Störstromes auf einer der oben betrachteten Flächen ist in Tabelle 7.3 zusammengefaßt. Das Amplitudenverhältnis ändert sich um ca. 10%-15% pro cm Verschiebung. Bei einer Verschiebung um  $\pm 2$  cm müssen die Störströme um 12% erniedrigt bzw. erhöht werden, um wieder eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten zu erhalten.

Eine zusätzliche Quelle der Ungenauigkeit ist die Zuordnung der  $q$ -Werte zu der entsprechenden Flußfläche. Die Abweichung des  $q$ -Wertes für Flußflächen, die mindestens

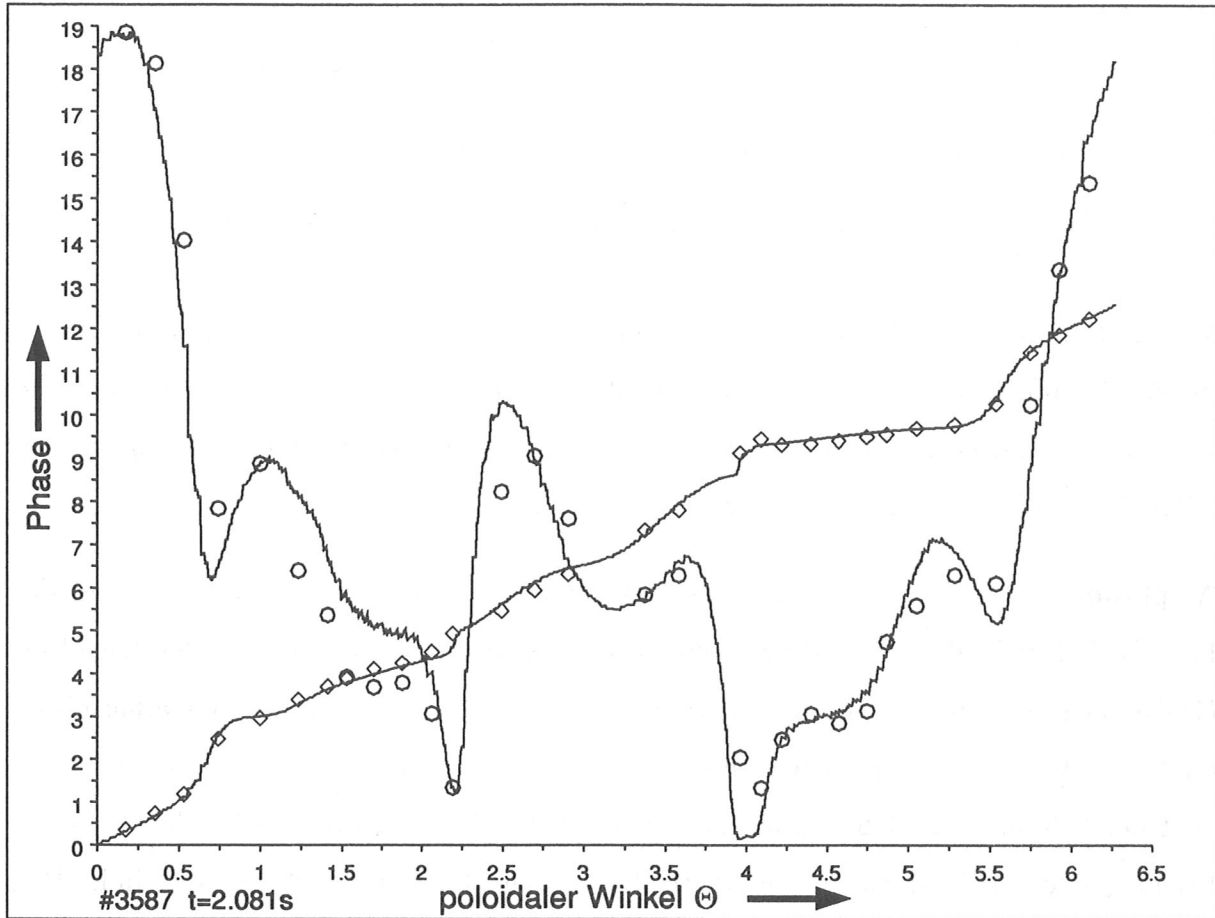


Abbildung 7.18: Im Gegensatz zu Abb. 7.17 wurde der Störfeldberechnung eine korrigierter Verlauf des straight field line angle zu Grunde gelegt. Jetzt wird in allen Bereichen gute Übereinstimmung erreicht.

75% des poloidalen Flusses umschließen, liegt deutlich unter 10%. Der Einfluß auf das

Verschiebung [cm]	-6	-4	-2	0	+2	+4	+6	Messung
$q_{95} = 2.7$	5.1	4.5	3.9	3.4	3.0	2.7	2.4	2.2
$q_{95} = 5.0$	3.0	2.5	2.2	1.8	1.6	1.4	1.1	0.6-1.2

Tabelle 7.3: Variation des Amplitudenverhältnisses bei radialer Verschiebung der resonanten  $q = 2$  Fläche in einem Plasma mit hohem ( $q_{95} = 5.0$ ) und niedrigem ( $q_{95} = 2.7$ ) Sicherheitsfaktor am Rand.

$q$	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	Messung
$q_{95} = 2.7$	2.9	3.0	3.1	3.3	3.4	3.5	3.6	3.8	3.9	2.2
$q_{95} = 5.0$	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	2.0	2.1	2.2	2.3	0.6-1.2

Tabelle 7.4: Variation des Amplitudenverhältnisses durch falsche Zuordnung des  $q$ -Wertes an die Flußflächen. Das Feld einer  $m = 2$  Störung wird auf zu der  $q = 2$  Fläche benachbarten Flächen in einem Plasma mit hohem ( $q_{95} = 5.0$ ) und niedrigem ( $q_{95} = 2.7$ ) Sicherheitsfaktor am Rand berechnet.

Amplitudenverhältnis ist auch weitaus geringer als der einer Verschiebung der radialen Lage (vgl. Tabelle 7.4). Erst für extrem starke Abweichungen von der radialen Lage bzw. Größe der resonanten Fläche kann der gemessene Wert für das Amplitudenverhältnis erreicht werden. Alle anderen berechneten Werte sind viel zu hoch. Aus diesem Grund liegt der Schluß nahe, daß sich auf zu der  $q = 2$  Fläche benachbarten Flächen ebenfalls Inseln gebildet haben, die in der Mittelebene außen konstruktiv gekoppelt sind. Dies ist in Übereinstimmung mit der Stabilitätsanalyse für Tearing Moden bei Anwesenheit mehrerer resonanter Flächen. In jüngster Zeit ist es gelungen, diese Stabilitätsanalyse für elongierte Plasmen unter Berücksichtigung von toroidalen Effekten durchzuführen [25]. Diese Analysen zeigen, daß es eine generelle Eigenschaft von Tearing Moden ist, auf Grund der Toroidizität des Plasmas an der Mittelebene außen konstruktiv miteinander zu koppeln. Dies wird durch die hier vorgelegten experimentellen Ergebnisse bestätigt. Um die Störung des Gleichgewichts durch Tearing Moden richtig zu beurteilen, muß auf jeden Fall berücksichtigt werden, daß auf verschiedenen Flußflächen Inseln angewachsen sind. Die hier gewonnenen Ergebnisse und die Möglichkeit, aus dem Störfluß die Inselform und -größe zu berechnen, werden im folgenden auf Dichtelimitdisruptionen angewendet.



## 7.2 Dichtelimitdisruptionen

### Der Entladungsverlauf vor dem Dichtelimit

Bei Dichtelimituntersuchungen wird die Plasmadichte solange erhöht, bis trotz weiterer Gaszufuhr die Dichte nicht mehr gesteigert werden kann, und die Entladung durch eine Disruption beendet wird. Der Ablauf einer Dichtelimitentladung lässt sich in drei verschiedene Bereiche aufteilen [26] (Abb. 7.19):

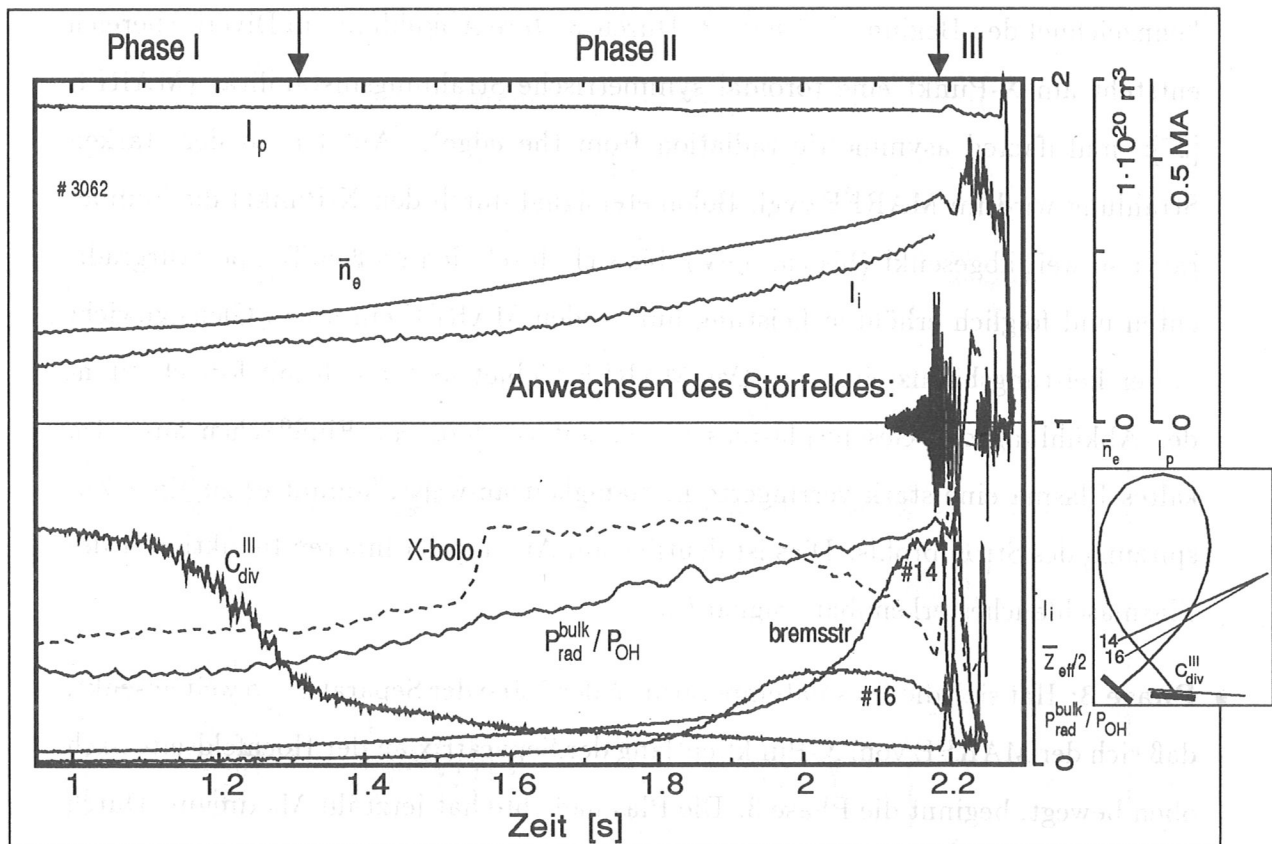


Abbildung 7.19: Ablauf einer Dichtelimitentladung bei hohem Sicherheitsfaktor am Rand ( $q_{95} = 5.0$ ).

- **Phase 1:** Die liniengemittelte Dichte des Plasmas ist niedrig. Von der Heizleistung durch den Plasmastrom wird weniger als die Hälfte abgestrahlt (Signal  $P_{rad}^{bulk}/P_{OH}$ ). Der überwiegende Teil der zugeführten Leistung wird durch Wärmeleitung über die Separatrix hinweg auf offene Flußflächen transportiert und gelangt entlang der

offenen Feldlinien auf die Divertorplatten. Das Plasma knapp oberhalb der Divertorplatten hat eine Temperatur von mehr als 10 eV. Als Temperaturindikator wird das Auftreten von Linienstrahlung des zweifach ionisierten Kohlenstoffes 1 mm über der Divertorplatte verwendet (Signal  $C_{div}^{III}$ ).

- **Phase 2:** Durch die Dichteerhöhung steigt der Anteil der abgestrahlten Leistung im Verhältnis zur Heizleistung. Der Leistungsfluß in den Divertor sinkt und die Temperatur des Divertorplasmas nimmt ab. Eine starke Verringerung der  $C_{div}^{III}$ -Emission kennzeichnet den Beginn der Phase 2. Durch weitere Abkühlung im Divertorbereich entsteht am X-Punkt eine toroidal symmetrische Strahlungsinstabilität (MARFE [27]: multifaceted asymmetric radiation from the edge). Auf Grund der starken Strahlung wird im MARFE (vgl. Bolometersignal durch den X-Punkt) die Temperatur so weit abgesenkt (bis ca. 5 eV), bis sich durch den großen Temperaturgradienten und folglich erhöhten Leistungsfluß in den MARFE ein neues Gleichgewicht in der Leistungsbilanz einstellt. Das MARFE-Gebiet weitet sich mit fortschreitender Abkühlung des Gesamtplasmas weiter auf geschlossene Flußflächen aus. Da kaltes Plasma eine stark verringerte Leitfähigkeit aufweist, kommt es zu einer Zuspitzung des Stromprofils. Dies ist deutlich am Anstieg der inneren Induktivität des Plasmaschlauches erkennbar (Signal  $l_i$ ).
- **Phase 3:** Hat sich die Plasmatemperatur in der Nähe der Separatrix so weit gesenkt, daß sich der MARFE vom X-Punkt entlang der Separatrix an der Hochfeldseite nach oben bewegt, beginnt die Phase 3. Die Plasmadichte hat jetzt ihr Maximum. Durch das Anwachsen von Plasmainstabilitäten zum Ende der Phase 2 und zu Beginn der Phase 3 kommt es zu mehreren kleinen Disruptionen (minor disruption), bis nach ca. 50-80 ms die Hauptdisruption (major disruption) zum Stromabbruch führt und die Entladung beendet.

Das Anwachsen von Tearinginstabilitäten zum Ende der Phase 2 und die disruptiven Prozesse in Phase 3 werden im folgenden genauer betrachtet. Obwohl diese Phase einen eher turbulenten Charakter aufweist, ist der Ablauf in den wesentlichen hier dargestellten Zügen reproduzierbar.

## Der Entladungsverlauf vor der Disruption bei hohem Sicherheitsfaktor am Rand

Abbildung 7.20 zeigt den Entladungsverlauf 150 ms vor der Disruption. Kurz vor dem Erreichen der maximalen Dicht beginnt sich eine Tearinginstabilität zu entwickeln und exponentiell anzuwachsen. Das Wachstum der Inseln saturiert bei folgenden Störströmen:

$q$ -Wert res. Fläche	2.0	3.0	4.0
Stromverteilung ( $t=1.869s$ )	1.00	0.45	0.10
Strom[kA] ( $t=1.869s$ )	4.3	1.9	0.43

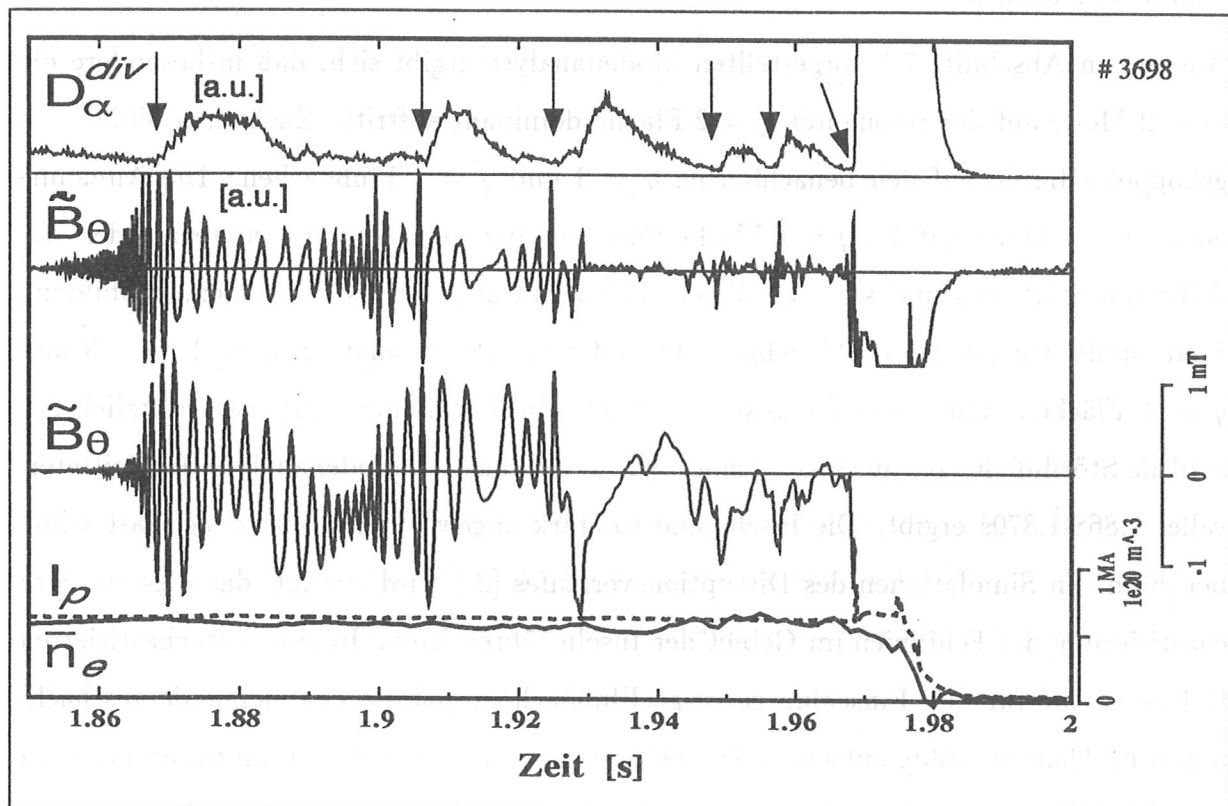


Abbildung 7.20: Entladungsverlauf vor einer Dichtelimitdisruption bei hohem Rand- $q$  ( $q_{95} = 5.0$ ). Die Pfeile bezeichnen das Einsetzen von erhöhtem Transport von Teilchen und Energie in den Divertor bei einer Vordisruption (minor disruption) bzw. der abschließenden Hauptdisruption (major disruption).

Dies entspricht einem Störfeld von 1.5 mT am Ort der Spule 01, deren Zeitspur in Abb. 7.20 dargestellt ist. Es wird sowohl das Meßsignal, welches proportional zur zeitlichen Ableitung des Störfeldes ist, als auch das durch numerische Integration gewonnene Störfeld gezeigt. Mit dem Anwachsen der Störung sinkt die Rotationsfrequenz der Mode von 2.4 kHz auf 0.72 kHz bei maximaler Amplitude. Es kommt jedoch nicht zum völligen Stillstand (Mode Locking, vgl. Abschnitt 5.6); die Insel rotiert mit verminderter Störfeldamplitude weiter. Bei kleiner Amplitude beschleunigt die Insel wieder ihre Rotation und das Störfeld wächst erneut an, bis es wieder bei dem schon zuvor erreichten Wert sättigt. Dieser Zyklus kann sich zwei oder dreimal wiederholen, bis die Rotation der Inseln endgültig abgebremst wird und die Inseln am externen Störfeld gelockt sind. 30 bis 50 ms später erfolgt die Hauptdisruption. Das Plasma wird vertikal lageinstabil und es kommt zum Stromabbruch.

Aus der in Abschnitt 7.1 vorgestellten Modenanalyse ergibt sich, daß insbesondere die  $m = 2$  Mode auf der resonanten  $q = 2$ -Fläche dominant auftritt. Zusätzlich bilden sich gekoppelte Inseln auf den benachbarten  $q = 3$  und  $q = 4$  Flußflächen. Die Annahme einer  $m = 1$ -Mode auf der  $q = 1$  Fläche führt zu einer schlechteren Anpassung des modellierten Störfeldes und kann zu diesem Zeitpunkt ausgeschlossen werden. Abbildung 7.21a stellt den poloidalen Gleichgewichtsfluß dar. Die resonanten  $q = 2$ ,  $q = 3$  und  $q = 4$  Flächen sind gesondert gekennzeichnet. In Abbildung 7.21b ist zusätzlich der helikale Störfluß der Inseln eingezeichnet, wie er sich aus der Modenanalyse des Zeitintervalles 1.868-1.870s ergibt. Die Inseln sind so stark angewachsen, daß sie sich fast schon berühren. In Simulationen des Disruptionsverlaufes [28] wird gezeigt, daß dies zur Stochastisierung der Feldlinien im Gebiet der Inseln führen kann. In einem stochastisierten Gebiet ist die für den Einschluß günstige Flußflächentopologie der ineinandergeschachtelten Flußflächen völlig aufgelöst. Die Feldlinien verlaufen weiterhin im wesentlichen in toroidaler Richtung, jedoch sind sie nach einem toroidalen Umlauf nicht mehr nur in poloidaler Richtung versetzt sondern auch in radialer Richtung. Dies führt zu einer starken Erhöhung des radialen Transportes, der jetzt entlang Feldlinien möglich ist. Dies wird durch die Messung bestätigt: Zum Zeitpunkt der maximalen Störfeldamplitude steigt das Signal der  $D_\alpha$ -Strahlung im Divertor deutlich an (Abb. 7.20). Dies ist ein Indikator für

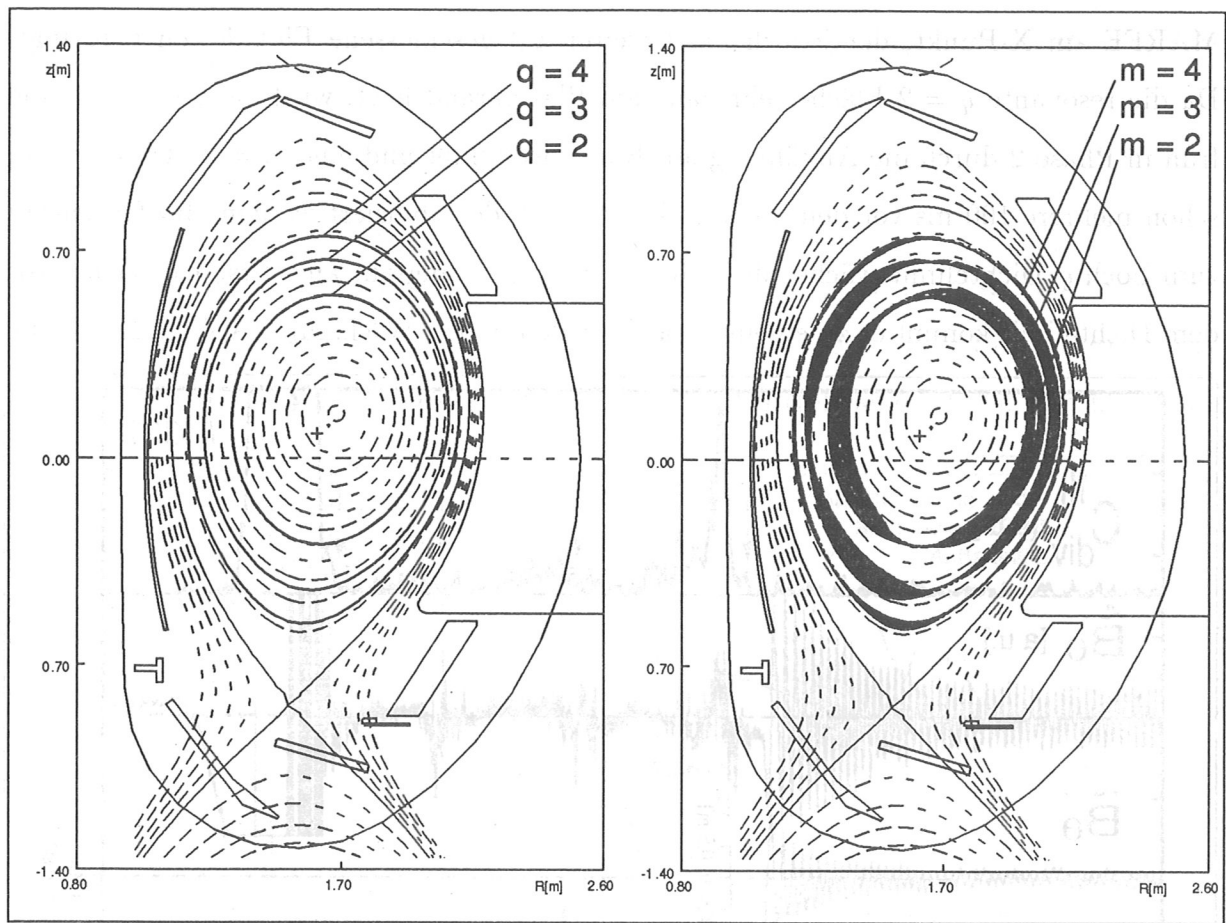


Abbildung 7.21: Inselbreite und Modenkopplung vor der ersten Disruption ( $t = 1.869s$ ) bei der Entladung #3698.

einen erhöhten Teilchen- und Energietransport aus dem Plasma in den Divertorbereich. Durch den erhöhten Transport im Plasma kommt es zu einer Abflachung des Stromdichteprofiles und folglich zu einer Abschwächung des Störfeldes, da die Sättigungsamplitude mit kleineren Stromdichtegradienten an der resonanten Fläche sinkt [10]. Der oben gezeigte Zyklus mit Zuspitzung und Anwachsen der Inseln kann wieder beginnen.

### Der Entladungsverlauf vor der Disruption bei niedrigem Sicherheitsfaktor am Rand

Bei niedrigem Sicherheitsfaktor ist die Entladung weit weniger von der MARFE Bildung beeinflusst als bei hohem Sicherheitsfaktor. Es bildet sich ein nicht sehr ausgeprägter

MARFE am X-Punkt, der jedoch nicht weiter auf geschlossene Flußflächen vordringt. Da die resonante  $q = 2$  Fläche sehr nahe am Plasmarand liegt, wird diese jedoch schon früh in Phase 2 durch die Abkühlung am Rand beeinflusst und eine  $m = 2$  Störung kann schon mehrere 100 ms vor dem Beginn der Phase 3 destabilisiert werden. Im Gegensatz zum hoch- $q$  Dichtelimit wächst die Störung nur sehr langsam an. Erst ca. 30 ms vor dem Dichtelimit kommt es zu einem etwas beschleunigtem Wachstum (Abb. 7.22). Ohne

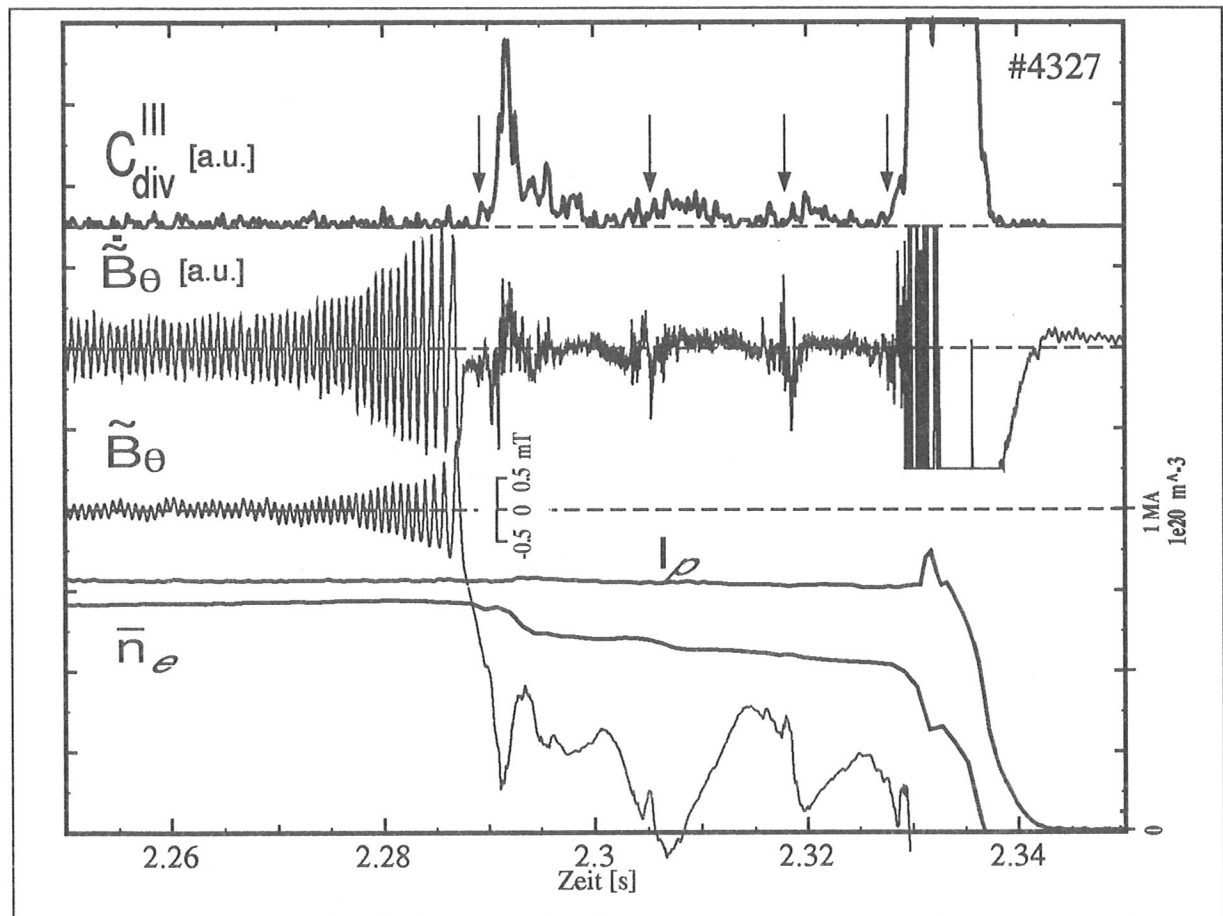


Abbildung 7.22: Entladungsverlauf vor einer Dichtelimitdisruption bei niedrigem Rand- $q$  ( $q_{95} = 2.7$ ). Die Pfeile bezeichnen das Einsetzen einer Vordisruption (minor disruption) bzw. der abschließenden Hauptdisruption (major disruption).

vorige starke Verlangsamung der Modenrotation kommt es zum Mode Locking und wenige Millisekunden später ereignet sich eine heftige Vordisruption (minor disruption). In den meisten Fällen jedoch setzt sich die Plasmaentladung nach der ersten Disruption fort. Bei Anwachsen der gelockten Mode ist der Plasmaeinschluß jedoch so gestört, daß es zu einem kontinuierlichen Teilchenverlust kommt. Der ersten sehr starken Vordisruption



folgen noch einige schwache Disruptionen, bis die Hauptdisruption nach 50-80 ms die Entladung beendet.

Zur Analyse der Modenstruktur wird eine FFT-Analyse kurz vor dem Mode Locking durchgeführt. Von besonderem Interesse ist die Inselbreite unmittelbar vor der ersten starken Disruption. Dazu wird das Meßsignal numerisch integriert, um das Anwachen der gelockten Mode weiter verfolgen zu können. Abbildung 7.23 zeigt das integrierte Signal der Spule 01 (Mittelebene außen) und der Spule 16 (Mittelebene innen). Die beiden Si-

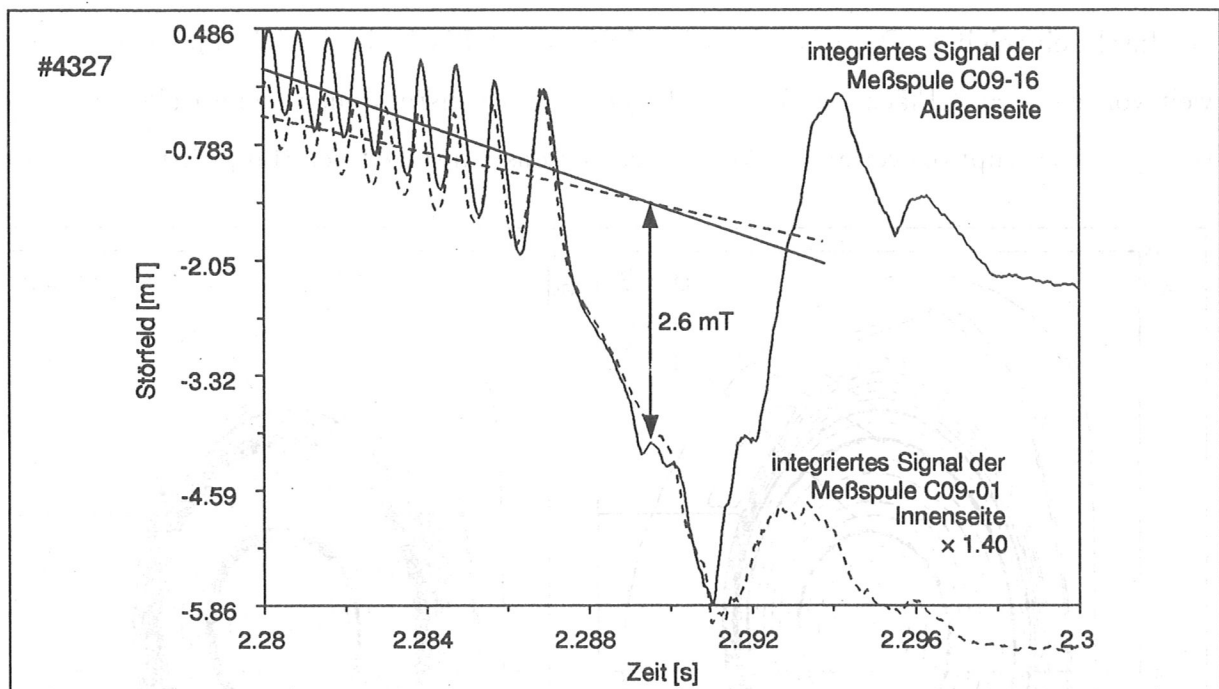


Abbildung 7.23: Bestimmung der Störfeldamplitude vor der ersten Disruption in der Entladung #4327. Nach dem Mode Locking wächst die Störfeldamplitude stark an, aber das Amplitudenverhältnis bleibt unverändert.

gnale verlaufen sehr ähnlich: insbesondere ist keine Veränderung im Amplitudenverhältnis feststellbar.

Für die Analyse der Inselstruktur wird die Störstromverteilung auf den resonanten Flächen verwendet, die aus dem Phasen- und Amplitudenverlauf kurz vor dem Mode Locking bestimmt wurde. Zur Skalierung der Störstromstärke wird jedoch der Maximalwert der integrierten Signale (Abb. 7.23) verwendet:



$q$ -Wert res. Fläche	1.0	2.0	3.0
Stromverteilung ( $t=2.285s$ )	0.30	1.0	0.20
Strom[kA] ( $t=2.2895s$ )	2.2	7.4	1.5

Das Plasmagleichgewicht und der helikale Störfluß der Inseln sind in Abbildung 7.24 dargestellt. Ähnlich der hoch- $q$  Entladung wird die ersten Vordisruption durch ein Berühren der Inseln eingeleitet. Die  $m = 1$  Insel auf der  $q = 1$  Fläche ist jedoch immer noch sehr weit von der  $q = 2$  Fläche entfernt und spielt bei Vordisruptionen keine Rolle. Simulationen des Disruptionsverlaufes [28] fordern für das Einsetzen der Hauptdisruption eine

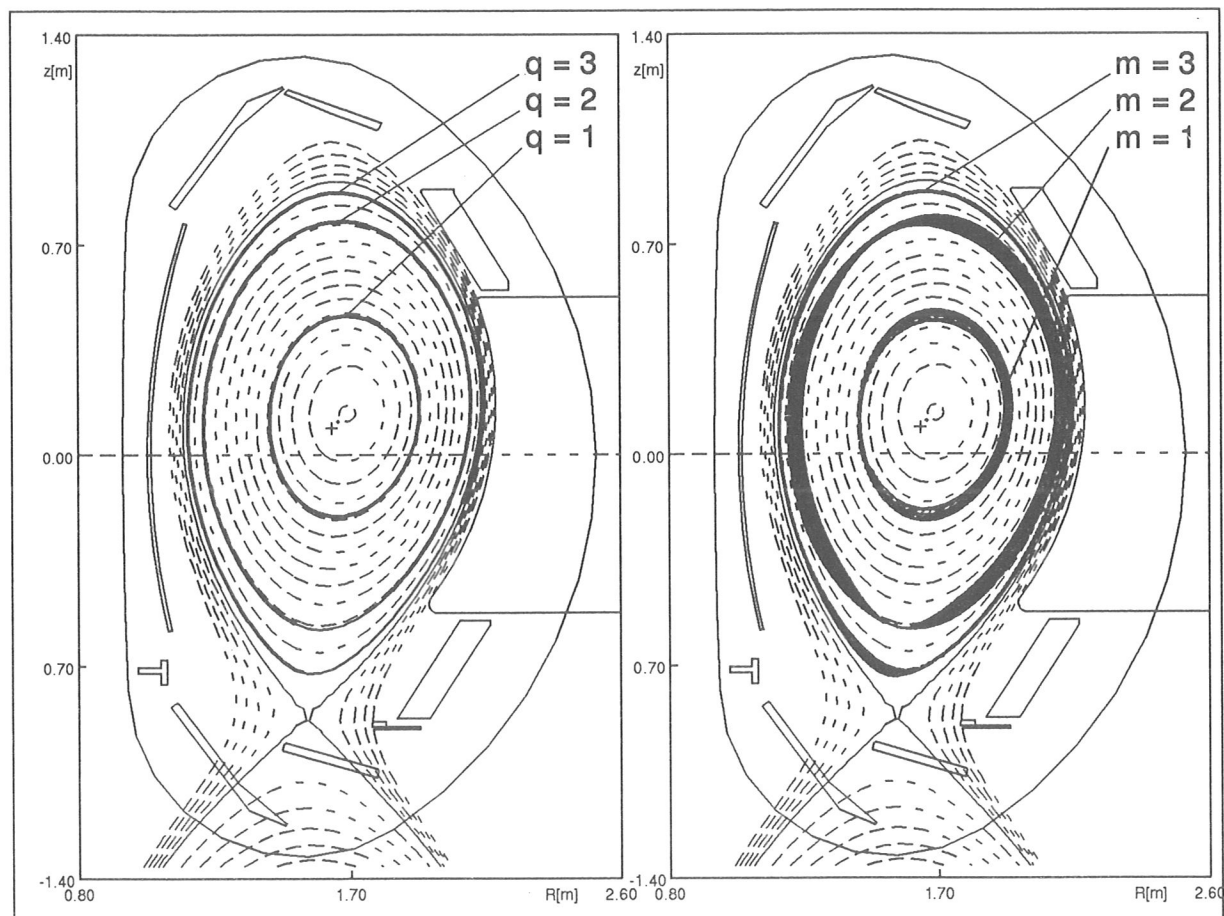


Abbildung 7.24: Inselbreite und Modenkopplung vor der ersten Disruption ( $t = 2.2895s$ ) bei der Entladung #4327.

Stochastisierung des Zentralplasmas durch das Anwachsen der  $m = 1$ -Mode. Auf Grund des Mode Lockings und der starken Beeinflussung des integrierten Spulensignals durch geringe Änderungen der Plasmalage ist eine Analyse direkt vor der Hauptdisruption nicht möglich. Die gute qualitative Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit der Simulation zeigt jedoch, daß magnetische Inseln die entscheidende Rolle im Disruptionsverlauf spielen.

## Kapitel 8

### Zusammenfassung

Disruptionen in Tokamakplasmen führen zu einem plötzlichen Verlust des Plasmaeinschlusses und in Folge dessen zum Abbruch des Plasmastromes. Die damit verbundenen Kräfte und starken lokalen thermischen Belastungen können bei großen Experimenten oder bei einem zukünftigen Fusionsreaktor zu erheblichen Beschädigungen führen. Ziel dieser Arbeit war es, die vor Disruptionen auftretenden Poloidalfeldmodulationen genau zu untersuchen, um die Ursachen und den Disruptionsablauf besser zu verstehen.

Vor einem Stromabbruch werden immer deutliche Modulationen im poloidalen Magnetfeld des Plasmas beobachtet. Dieses Störfeld wird von Störströmen erzeugt, die parallel zu den Feldlinien fließen. In dieser Arbeit werden der Ort und die Größe der Störströme im Plasma und ihre Auswirkung auf das Gleichgewicht bestimmt. Dazu wird der Verlauf der Feldlinien und somit der Störströme aus der numerischen Gleichgewichtsanalyse von ASDEX Upgrade Plasmen gewonnen. Für den Verlauf der Feldlinien wird eine Formel zur numerischen Auswertung aus dem Gleichgewichtsfluß angegeben. An Hand ihrer analytischen Entwicklung wird deutlich, daß die Formparameter der Flußfläche (Verschiebung des Plasmazentrums, Elongation und Triangularität) einen großen Einfluß auf den Feldlinienverlauf und somit auf die Störfeldstruktur haben.

Es wird gezeigt, daß die Störströme sich nur auf resonanten Flußflächen entwickeln können, da sich nur auf diesen Flußflächen die Feldlinien nach wenigen toroidalen Umläufen in sich schließen. Das Störfeld führt zu einem Aufbrechen (tearing) der Gleichgewichtsflußfläche, wobei sich die Feldlinien unter Verringerung ihrer freien Energie zu magnetischen Inseln wieder verbinden (reconnection). Überlagert man dem helikalen Gleichgewichtsfluß bezüglich der resonanten Fläche den magnetischen Fluß des Störfeldes, so wird die Inselstruktur im Flußbild sichtbar. Der Störfluß wird hierbei aus der Stromdichteverteilung

des Störstromes berechnet.

Da die Verteilung des Störstromes im Plasma einer direkten Messung nicht zugänglich ist, wird die Störfeldverteilung außerhalb des Plasmas bestimmt und durch Vergleich mit dem berechneten Störfeld auf die zugrundeliegende Stromdichteverteilung geschlossen. Da der Störstrom mit der Plasmabewegung rotiert, induziert das räumlich und auf Grund der Rotation auch zeitlich variable Störfeld in außerhalb des Plasmas angebrachten Meßspulen eine Spannung, die mit hoher Samplerate aufgezeichnet wird. Durch Integration erhält man das Störfeld am Ort der Meßspulen, die zu einem poloidalen Spulenkranz angeordnet sind. Die zeitliche Variation des Störfeldes induziert im Vakuumgefäß und in Gefäßeinbauten Abschirmströme. Diese zusätzlich induzierten Ströme werden selbstkonsistent bei der Störfeldberechnung berücksichtigt. Sie üben einen zum Teil erheblichen Einfluß auf die Interpretation der Meßergebnisse aus.

Bei Entladungen mit kreisförmigem Querschnitt und niedrigem Sicherheitsfaktor am Rand ( $q_a \approx 3$ ) können Moden auftreten. Die Analyse des Störfeldes ergibt eine ( $m = 3, n = 1$ ) Modenstruktur, die einer Störung auf der am Rand liegenden  $q = 3$  Fläche entspricht. Phasen- und Amplitudenverlauf der Messung und Rechnung stimmen in allen Bereichen sehr gut überein.

In Plasmaentladungen mit asymmetrisch elongierten Querschnitten kommt es jedoch insbesondere beim Vergleich des Amplitudenverlaufes zu Abweichungen zwischen der oben dargestellten einfachen Theorie und dem Experiment. Berücksichtigt man Störungen auf mehreren resonanten Flächen im Plasma, kann in allen Fällen sehr gute Übereinstimmung erzielt werden. Es hat sich gezeigt, daß die Inseln auf verschiedenen resonanten Flächen konstruktiv an der Außenseite des Plasmas aneinander gekoppelt sind und mit gleicher Geschwindigkeit rotieren. So überlagern sich die Störfelder an der Außenseite in Phase, und es kommt dort zu einer Erhöhung des außerhalb gemessenen Störfeldes. An der Innenseite kommt es entsprechend zu einer Abschwächung.

Mit der in dieser Arbeit entwickelten Auswertemethode kann auf Grund der Störfeldmessungen außerhalb des Plasmas die Größe und Aufteilung des Störstromes auf die einzelnen resonanten Flächen im Plasma bestimmt werden. Aus dem Störfluß erhält man Form und

Breite der Inseln. Die Auswertung der Messungen vor Dichtelimitdisruptionen zeigt, daß die Inseln auf verschiedenen Flächen so anwachsen, daß sie sich fast berühren. Das Plasma innerhalb der  $q = 2$  Fläche bleibt jedoch fast ungestört. Diese starke Störung des Gleichgewichts außerhalb der  $q = 2$  Fläche führt zu einer Einschlußverschlechterung und zu einem erhöhten Energie- und Teilchenverlust. In den meisten Fällen kommt es noch nicht zum Stromabbruch. Man spricht von einer Vordisruption (minor disruption). Bei niedrigem Sicherheitsfaktor am Rand kommt es zum Stillstand der Inselrotation (Mode Locking), und eine exakte Bestimmung der Störfeldstruktur ist nicht mehr möglich. Im hoch- $q$  Fall wird bei der Modenanalyse deutlich, daß durch die Vordisruption die Störung abgeschwächt wird. Es kommt nach wenigen Millisekunden wieder zu einem starken Anwachsen der Störung, das durch eine Vordisruption beendet wird. Die Vordisruptionen treten immer bei gleicher Störfeldstärke auf. Dieser Zyklus kann sich mehrmals wiederholen, bis auch im hoch- $q$  Fall Mode Locking vorliegt. Bis kurz vor dem Stillstand der Inselrotation wird in keinem der beiden Fälle eine ausgeprägte Störung des Zentralplasmas beobachtet.

## Anhang A

### Das Tokamakexperiment ASDEX Upgrade

Der Name ASDEX ist eine Kurzform für **Axial Symmetrisches Divertor EXperiment**. Das Tokamak Experiment ASDEX Upgrade ist das Nachfolgeexperiment des Tokamaks ASDEX, bei dem das Divertorkonzept (vgl. Kapitel 2) erstmals sehr erfolgreich zum Einsatz

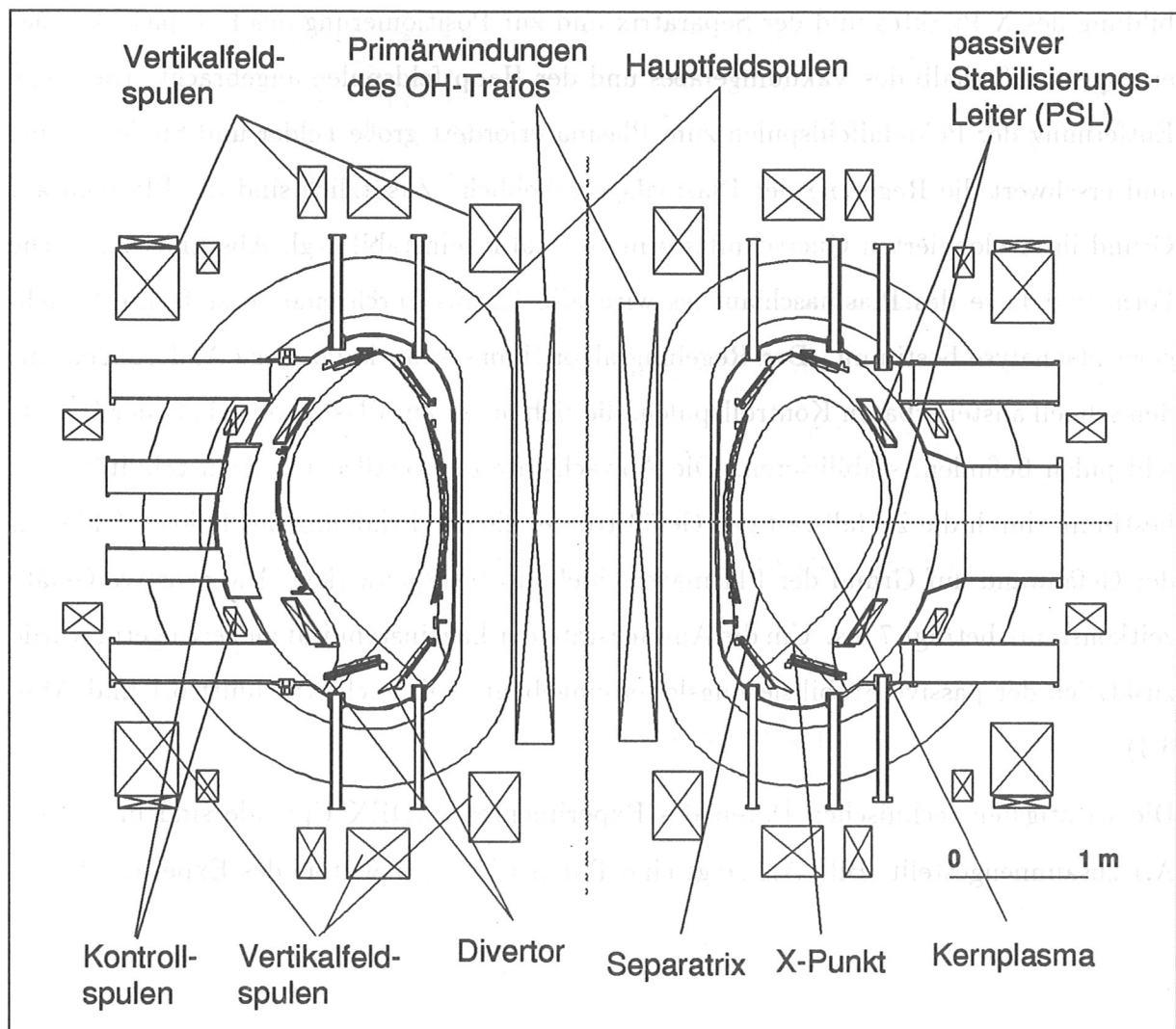


Abbildung A.1: Querschnitt durch das Vakuumgefäß von ASDEX Upgrade.

kam (Entdeckung der H-Mode, einem Plasmazustand mit stark verbessertem Einschluß [29, 30]). Abb. A.1 zeigt einen Querschnitt durch das Experiment ASDEX Upgrade. An ASDEX Upgrade wird das Divertorkonzept unter reaktorrelevanten Bedingungen optimiert, um die Planungen für den internationalen thermonuklearen Experimentalreaktor (ITER) zu unterstützen. So entspricht der asymmetrisch elongierte Plasmaquerschnitt mit dem X-Punkt unten, der die Standardkonfiguration an ASDEX Upgrade darstellt, in der Form den Planungen für ITER. Dieser wird um einen Faktor 5 größer gebaut werden, um mit dem sich dann selbst erhaltenden (gezündeten) Plasma eine Energieausbeute von bis zu 3 GW thermischer Leistung zu erzielen. Dem Reaktorkonzept entsprechend sind alle Poloidalfeldspulen, die die Felder zur Formgebung des Plasmaschlauches, zur Ausbildung des X-Punktes und der Separatrix und zur Positionierung des Plasmaschlauches erzeugen, außerhalb des Vakuumgefäßes und der Hauptfeldspulen angebracht. Die große Entfernung der Poloidalfeldspulen zum Plasma erfordert große Felder und Spulenströme und erschwert die Regelung der Plasmalage erheblich. Zusätzlich sind die Plasmen auf Grund ihrer elongierten Querschnittsform vertikal lageinstabil (vgl. Abschnitt 2.2). Die Form und Lage des Plasmaschlauches wird alle 1.2 ms durch eine vereinfachte Gleichgewichtsanalyse bestimmt. Der Regelungsalgorithmus kann kurzzeitige Änderungen mit den schnell ansteuerbaren Kontrollspulen, die sich näher am Plasma innerhalb der Hauptfeldspulen befinden, stabilisieren. Die Anwachsrate der vertikalen Lageinstabilität wird bestimmt durch die Zerfallszeit der Gefäßströme, die der Erhöhung des Poloidalfeldes an der Gefäßwand auf Grund der Plasmaverschiebung entgegenwirken. Die resistive Gefäßzeitkonstante beträgt 7 ms. Um die Anwachsrate der Lageinstabilität zu verringern, wurde zusätzlich der passive Stabilisierungsleiter eingebaut (vgl. auch Abschnitt 6.1 und Abb. 6.4).

Die wichtigsten technischen Daten des Experimentes ASDEX Upgrade sind in Tabelle A.1 zusammengestellt. Bild A.2 zeigt eine Teilansicht eines Sektors des Experiments.



Großer Plasmaradius	$R$	1.65 m
kleiner Plasmaradius	$a$	0.5 m
Plasmahöhe	$b$	0.8 m
Plasmaelongation	$\kappa = b/a$	1.6
Aspektverhältnis	$A = R/a$	3.3
Plasmavolumen	$V_{Plasma}$	13 m <sup>3</sup>
Plasmaoberfläche	$S_{Plasma}$	42 m <sup>2</sup>
Masse der Protonen		$2 \cdot 10^{21} \hat{=} 3.3$ mg
Gefäßvolumen	$V_{Gefäß}$	32 m <sup>3</sup>
maximaler Plasmastrom	$I_p$	1.2 MA [1.6 MA]
maximales Toroidalfeld	$B_{t,max}$	3.9 T
maximale Heizleistung	$P_{Heiz,max}$	12 MW [24 MW]
Entladungsdauer	$t_D$	$\leq 10$ s

Tabelle A.1: Grundlegende Technische Daten von ASDEX Upgrade (erreichte Werte bis Januar 1995, projizierte Werte in Klammern)

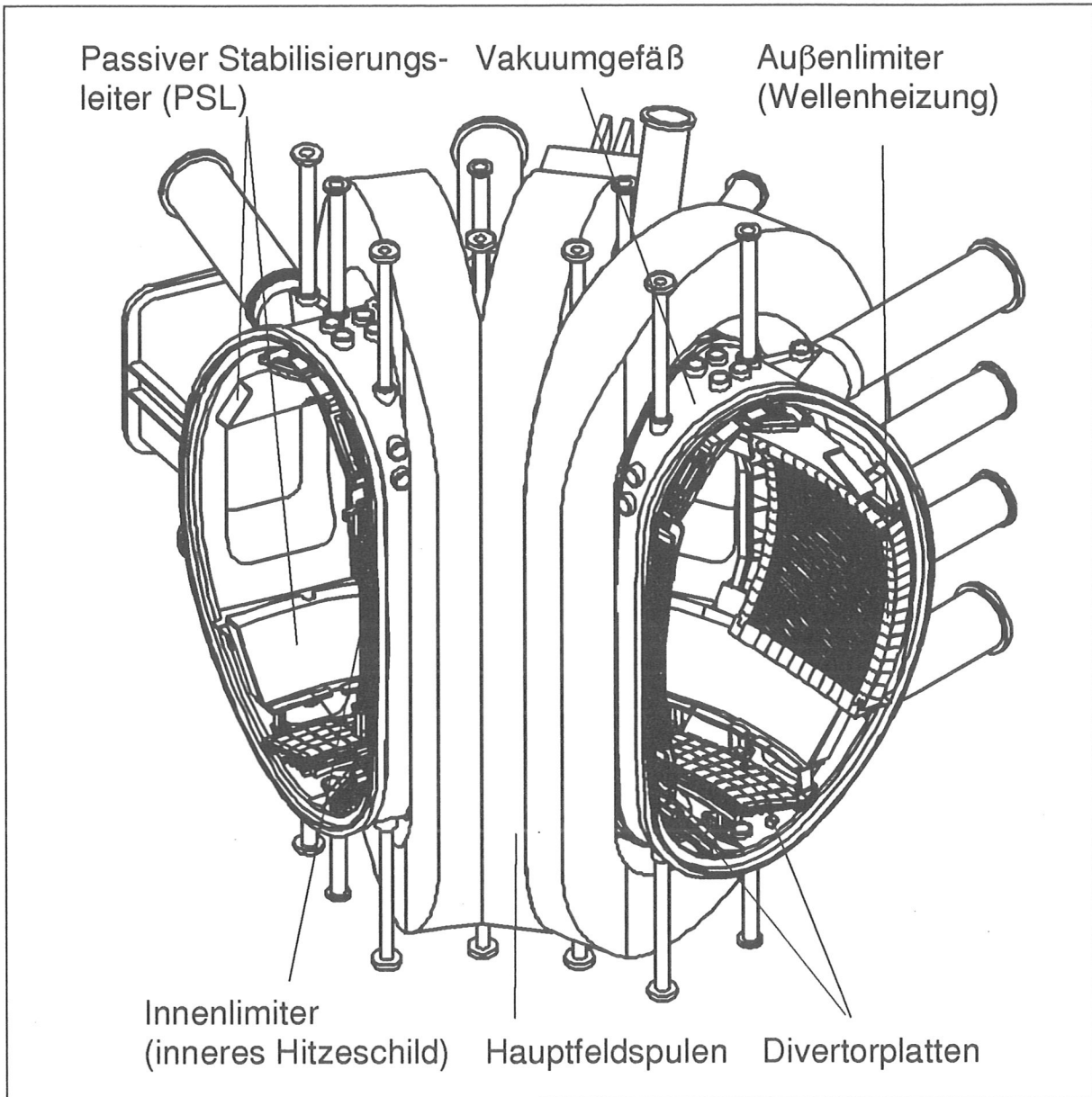


Abbildung A.2: Ansicht eines Teilssektors von ASDEX Upgrade.

## Literaturverzeichnis

- [1] J. Raeder et al. *Kontrollierte Kernfusion*. Teubner, 1981.
- [2] JET Team. Recent results from JET. Technical Report JET-P(90)74, JET Joint Undertaking, 1990.
- [3] U. Schumacher. *Fusionsforschung*. Wissenschaftliche Buchgesellschaft, 1992.
- [4] H. Zohm, K. Lackner, and C. Ludescher. Statistical analysis of disruptions in ASDEX. *Nuclear Fusion*, 33(4):655, 1993.
- [5] A. Stähler et al. Density limit investigations on ASDEX. *Nuclear Fusion*, 32(9):1557, 1992.
- [6] P. V. Savrukhin, E. S. Lyadina, D. A. Martynov, D. A. Kislov, and V. I. Poznyak. Coupling of internal  $m = 1$  and  $m = 2$  modes at density limit disruptions in the t-10 tokamak. *Nuclear Fusion*, 34(3):317, 1994.
- [7] J. A. Wesson et al. Disruptions in JET. *Nuclear Fusion*, 29(4):641, 1989.
- [8] O. Gruber, G. Pautasso, U. Seidel, K. Lackner, F. Mast, M. Schittenhelm, B. Streibel, W. Suttrop, M. Ulrich, and ASDEX Upgrade Team. Disruption in vertically elongated ASDEX Upgrade plasmas. In *Fifteenth international Conference on plasma physics and controlled nuclear fusion research, Seville, Spain*, number IAEA-CN-60/A-5-II-1. IAEA, Wien, 1994.
- [9] V. D. Shafranov. Plasma equilibrium in a magnetic field. *Reviews of Plasma Physics*, 2:103, 196.
- [10] Glenn Bateman. *MHD Instabilities*. MIT Press, 1978.
- [11] J. A. Wesson. Hydromagnetic stability of tokamaks. *Nuclear Fusion*, 18(1):87, 1978.

- [12] P.Ĵ. McCarthy. *An integrated Data interpretation system for tokamak discharges*. PhD thesis, The National University of Ireland, 1992.
- [13] B. J. Braams, W. Jilge, and K. Lackner. Fast determination of plasma parameters through function parametrization. *Nuclear Fusion*, 26(6):699, 1986.
- [14] H. Zohm, J. Greene, L.Lao, and E. Strait. Mirnov coil analysis in the DIII-D tokamak using the singular value decomposition method. Technical Report GA-A20886, General Atomics, San Diego, 1992.
- [15] J. W. Conner and R. J. Hastie. The effect of shaped plasma cross sections on the ideal internal kink mode in tokamak. Technical Report CLM-M106, Culham Laboratory, 1985.
- [16] V. G. Merezhkin. Structure of the magnetic field perturbation in the disruptive instability in the t-6 tokamak. *Sov. J. Plasma Phys.*, 4:152, 1978.
- [17] O. Klüber, H. Zohm, H. Bruhns, J. Gernhardt, A. Kallenbach, and H.P. Zehrfeld. MHD mode structure and propagation in the ASDEX tokamak. *Nuclear Fusion*, 31(5):907, 1991.
- [18] H. Zohm. *Untersuchungen magnetischer Moden am Tokamak ASDEX*. PhD thesis, Universität Heidelberg, 1990.
- [19] R. Balescu. *Transport Processes in Plasmas, Vol. 1, Classical transport theory*. North-Holland, Amsterdam, 1988.
- [20] M.F.F. Nave and J.A. Wesson. Mode locking in tokamaks. *Nuclear Fusion*, 30(12):2575, 1990.
- [21] H. Zohm, A. Kallenbach, H. Bruhns, G. Fußmann, and O. Klüber. Plasma angular momentum loss by MHD mode locking. *Europhy. Lett.*, 11(8):745, 1990.
- [22] H. Preis. Die Berechnung von Wirbelströmen und magnetischen Kräften in Kernfusions-Experimenten. *Archiv für Elektrotechnik*, 69:359, 1986.

- [23] Christian Hafner. *Numerische Berechnung elektromagnetischer Felder*. Springer-Verlag, 1987.
- [24] R. E. Bank. *PLTMG: A Software Package for Solving Elliptic Partial Differential Equations*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [25] R. Fritzipatrick, R. J. Hastie, T. J. Martin, and C. M. Roach. Stability of coupled tearing modes in tokamaks. *Nuclear Fusion*, 33:1533, 1993.
- [26] V. Mertens, W. Junker, M. Laux, and M. Schittenhelm et al. Experimental investigation of marfes and the density limit in the ASDEX Upgrade. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, 36:1307, 1994.
- [27] J. Neuhauser, W. Schneider, and R. Wunderlich. Thermal instabilities and poloidal asymmetries in the tokamak edge plasma. *Nuclear Fusion*, 26(12):1679, 1986.
- [28] A. Bondeson, R.D. Parker, M. Hugon, and P. Smeulders. MHD modelling of density limit disruptions in tokamaks. *Nuclear Fusion*, 31(9):1695, 1991.
- [29] F. Wagner et al. Regime of improved confinement and high beta in neutral-beam-heated divertor discharges of the ASDEX tokamak. *Phys. Rev. Lett.*, 49:1408, 1982.
- [30] The ASDEX Team. The h-mode of ASDEX. *Nuclear Fusion*, 29:1959, 1989.

## Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Dr. U. Schumacher für die Möglichkeit, unter seiner Leitung diese Arbeit durchführen zu können.

Herrn Prof. Dr. K. Pinkau, Herrn Prof. Dr. M. Kaufmann und Herrn Dr. W. Köppendörfer danke ich für die Möglichkeit, daß ich diese Arbeit im Max-Planck-Institut für Plasmaphysik am Tokamakexperiment ASDEX Upgrade durchführen konnte.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. H. Zohm für die Vergabe und Betreuung dieser Arbeit.

Bei Herrn Dipl.-Inf. H. Blank, Herrn Dipl.-Inf. C. Brosig und Herrn Dipl.-Inf. M. Zilker möchte ich mich bedanken für die Unterstützung beim Aufbau des Datenerfassungssystems.

Herrn J. Gernhardt danke ich für den Einbau und die Betreuung der Meßspulen im Vakuumgefäß.

Mein Dank gilt Frau Priv. Doz. Dr. M. Bessenrodt-Weberpals, Herrn Dr. O. Gruber, Prof. Dr. K. Lackner, Herrn Dr. V. Mertens, Frau Dr. G. Pautasso und Herrn Dr. H.-P. Zehrfeld für die anregenden Diskussionen zu allen plasmaphysikalischen Fragestellungen.

Für die kritische Durchsicht der Arbeit bedanke ich mich bei Herrn Dipl.-Phys. M. Maraschek.