

**TOMOGRAPHISCHE UNTERSUCHUNG
INTERNER DISRUPTIONEN
AN DEN TOKAMAKS ASDEX UND TFTR**

Rainer Büchse

IPP III / 175

April 1991



MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

8046 GARCHING BEI MÜNCHEN

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Inhaltsverzeichnis

TOMOGRAPHISCHE UNTERSUCHUNG INTERNER DISRUPTIONEN AN DEN TOKAMAKS ASDEX UND TFTR

1. Einführung	8
2. Magnetschichtstruktur und Verzerrung	12
2.1 Die JRD-Gleichungen	12
2.2 Näherungen	17
2.3 „Profile“ von α und β	18
2.4 Modellierung	25
2.5 Vergleich mit Experiment	27
3. Plasmastruktur	28
3.1 Beiträge zur Lokalen Magnetstruktur in einem homogenen System	28
3.2 Experimenteller Aufbau: Die JRD-Diagnostik	29
3.3 Die JRD-Diagnostik	31
3.4 Experimentelle Ergebnisse	32
3.5 Zusammenfassung	33
3.6 Erwartung und Diskussionspunkt	34
4. Tomographie	36
4.1 Die tomographische Theorie	36
4.2 Grenzen der Tomographie nach dem Rauschen	40
4.3 Die 2-Diagnostik: physikalische Grundlagen	42
4.3.1 Die 2-Diagnostik	42
4.3.2 Beschreibung des Verfahrens	44
4.3.3 Teil des Verfahrens	46
4.3.4 Wahl der Entwicklungsparameter M und L	48
4.3.5 Grenzen der Anwendbarkeit der Methode	55

IPP III / 175

April 1991

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Magnetohydrodynamik und Sägezähne	12
2.1	Die MHD-Gleichungen	12
2.2	Näherungen	13
2.3	q -Profil und $m = 1$ -Struktur	16
2.4	Modenbewegung	17
2.5	Sägezahnoszillationen	18
3	Plasmastrahlung	25
3.1	Beiträge verschiedener Mechanismen zur Strahlung	25
3.2	Informationsgehalt der Strahlung	28
4	Experimenteller Aufbau: Die SXR-Diagnostik	29
4.1	Lochkameras	29
4.2	Detektoren	32
4.3	Nachweiseffizienz	33
4.4	Elektronik und Datenerfassung	34
5	Tomographie	36
5.1	Das Cormack'sche Tomographieverfahren	36
5.2	Grenzen der Tomographie mit zwei Kameras	40
5.3	Ein Rotationstomographieverfahren für hoch- β -Plasmen	42
5.3.1	Rotationstomographie	42
5.3.2	Herleitung des Verfahrens	43
5.3.3	Test des Verfahrens	46
5.3.4	Wahl der Entwicklungsparameter M und L	48
5.3.5	Grenzen der Anwendbarkeit der Methode	55

6	Experimentelle Ergebnisse	56
6.1	Standardsägezähne an ASDEX und TFTR	56
6.1.1	Skalierungen der Sägezahnparameter	56
6.1.2	Pre- und Postcursor	60
6.1.3	Flußflächentopologie	62
6.1.4	Diskussion	69
6.2	Sägezähne in Plasmen mit zwei $q = 1$ -Flächen	74
6.2.1	Indirekte Hinweise auf zwei $q = 1$ -Flächen	74
6.2.2	Pre- und Postcursor	77
6.2.3	Flußflächentopologie	80
6.2.4	Rekonnektion an zwei $q = 1$ -Flächen	81
6.2.5	Diskussion	84
6.3	Sägezähne in Plasmen mit Verunreinigungsakkumulation	87
6.3.1	Entladungen mit Verunreinigungsakkumulation	87
6.3.2	Flußflächentopologie	89
6.3.3	Vergleich mit Dichte- und Temperaturmessungen	92
6.3.4	Diskussion	95
7	Zusammenfassung der Ergebnisse	97
8	Anhang	101
8.1	Die Tokamaks ASDEX und TFTR	101
8.2	Weitere verwendete Diagnostiken	102

Kapitel 1

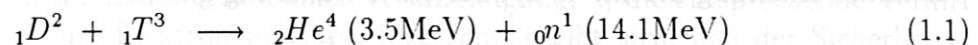
Einleitung

Kontrollierte Kernfusion

Wegen ihres Potentials, langfristig einen wesentlichen Beitrag zur Energieversorgung zu leisten, wird die kontrollierte Kernfusion weltweit intensiv untersucht. Ziel der Forschungen ist es, den aus dem Massendefekt bei der Verschmelzung zweier Atomkerne resultierenden Energiegewinn in einem Reaktor nutzbar zu machen.

Aufgrund der elektrostatischen Abstoßung zwischen den Kernen kann es aber nur dann zur Verschmelzung kommen, wenn die kinetische Energie der Reaktionspartner ausreichend groß zur Durchtunnelung der Coulombbarriere ist. Außerdem ist zur Gewährleistung einer hohen Reaktionsrate eine hohe Teilchendichte n wichtig. Aus der Notwendigkeit effektiver Plasmaheizung ergibt sich zudem die Forderung nach guter Wärmeisolation. Diese wird durch die Energieeinschlußzeit τ_E beschrieben, für die im Gleichgewicht die Beziehung $\tau_E = W/P$ gilt. W bezeichnet den Energieinhalt des Plasmas, P die Heizleistung. Insgesamt ergibt sich als Zündkriterium, daß der Zündparameter $n\tau_E$ einen von der Temperatur abhängigen Wert überschreiten muß [1].

Wegen der starken Abnahme der Tunnelwahrscheinlichkeit mit der Kernladungszahl kommen für einen Reaktor nur Reaktionen zwischen sehr leichten Kernen in Frage. Unter den prinzipiell denkbaren Alternativen wird die DT-Reaktion als aussichtsreichste Möglichkeit zur Herstellung eines brennenden Plasmas angesehen:



Ihre Vorzüge sind ein hoher Wirkungsquerschnitt und ein Minimum des Zündparameters bei einer vergleichsweise geringen Temperatur. Ein brennendes Plasma kann durch Aufheizen des D-T-Gemisches auf eine Temperatur von etwa 10 keV erzeugt werden. Das wegen seiner geringen Halbwertszeit von $T_{1/2}=12.3\text{a}$ in der Natur praktisch nicht vorkommende Tritium kann im Reaktor unter Verwendung der Fusionsneutronen aus Lithium erbrütet werden.

In der Fusionsforschung werden heute zwei grundsätzlich verschiedene Richtungen auf dem Weg zu einem kommerziellen Reaktor verfolgt: Bei der *Trägheitsfusion* [2] werden Kügelchen aus gefrorenem Wasserstoff kurzzeitig intensiv mit Laserlicht aufgeheizt und dadurch zur Implosion gebracht. Im Zustand sehr hoher Dichte ($\approx 10^3$ -fache Festkörperdichte) kommt es für kurze Zeit zu Fusionsreaktionen. Beim *magnetischen Einschluß* [3]

wird dagegen die Tatsache ausgenutzt, daß geladene Teilchen durch die Lorentzkraft an Magnetfeldlinien gebunden sind und damit im idealen Fall beliebig kleiner Stoßfrequenzen und Magnetfeldstörungen kein Teilchentransport senkrecht zu Feldlinien stattfindet.

Das Tokamakprinzip

Nach der Konfiguration des einschließenden Magnetfeldes wird in der magnetischen Fusion zwischen verschiedenen Maschinentypen unterschieden. In Experimenten vom Typ *Tokamak* (siehe Abb. 1.1), an denen im Rahmen dieser Arbeit Untersuchungen durchgeführt wurden, kann das torusförmige Plasma als Sekundärwindung eines Transformators aufgefaßt werden: Die durch die zentrale Transformatorspule verursachte Flußänderung induziert einen in toroidaler Richtung fließenden Plasmastrom I_P , der das einschließende poloidale Magnetfeld B_θ erzeugt. Ein weiterer Effekt des Plasmastroms ist die ohm'sche Aufheizung des Plasmas. Wegen der starken Abnahme des elektrischen Widerstandes mit der Temperatur lassen sich damit jedoch nur Temperaturen von etwa 1keV erzeugen. Zum Erreichen höherer Temperaturen muß das Plasma durch den Einschub schneller neutraler Wasserstoffatome (NI=Neutralteilcheninjektion) oder die Einstrahlung elektromagnetischer Wellen zusätzlich geheizt werden.

Das Magnetfeld des Plasmastroms ist zur stabilen Aufrechterhaltung eines torusförmigen Plasmaschlauchs jedoch nicht ausreichend [1]: Dem Poloidalfeld muß durch die äußeren Hauptfeld- oder Toroidalfeldspulen ein etwa zehnmal so starkes toroidales Magnetfeld B_ϕ überlagert werden. Die resultierenden Feldlinien des Gesamtmagnetfeldes \mathbf{B} winden sich spiralförmig um die magnetische Achse (siehe Abb. 1.1) und bilden ein System ineinandergeschachtelter, geschlossener Flächen konstanten poloidalen magnetischen Flusses.

Ein Maß für die Flußflächenverschraubung, die sich von Feldlinie zu Feldlinie ändert, ist der Sicherheitsfaktor q . Er ist als die Änderung des toroidalen Flusses Φ mit dem poloidalen Fluß Ψ definiert und spielt im Rahmen dieser Arbeit eine wichtige Rolle:

$$q = \frac{d\Phi}{d\Psi} \quad (1.2)$$

Anschaulich gibt q an, wie viele toroidale Umläufe eine Feldlinie bei einem Umlauf in poloidaler Richtung macht. In zylindrischer Näherung gilt

$$q = \frac{r B_\phi}{R B_\theta} \quad (1.3)$$

R , der Abstand von der Torusachse zur Plasmamitte, wird als der große Radius eines Tokamaks bezeichnet. Die radiale Variation von B_θ hängt dabei vom Stromprofil ab, dieses wiederum von der Leitfähigkeit. Die Spitzer-Leitfähigkeit [4] des Plasmas ist:

$$\sigma = \frac{50\pi^{1/2}\epsilon_0^2}{m_e^{1/2}e^2 \ln \Lambda_0} \frac{(kT_e)^{3/2}}{Z_{eff}} \quad (1.4)$$

$\ln \Lambda_0$ ist der praktisch konstante Coulomblogarithmus, Z_{eff} ist die effektive Ladungszahl des Plasmas:

$$Z_{eff} = \sum_i Z_i^2 \frac{n_i}{n_e} \quad (1.5)$$

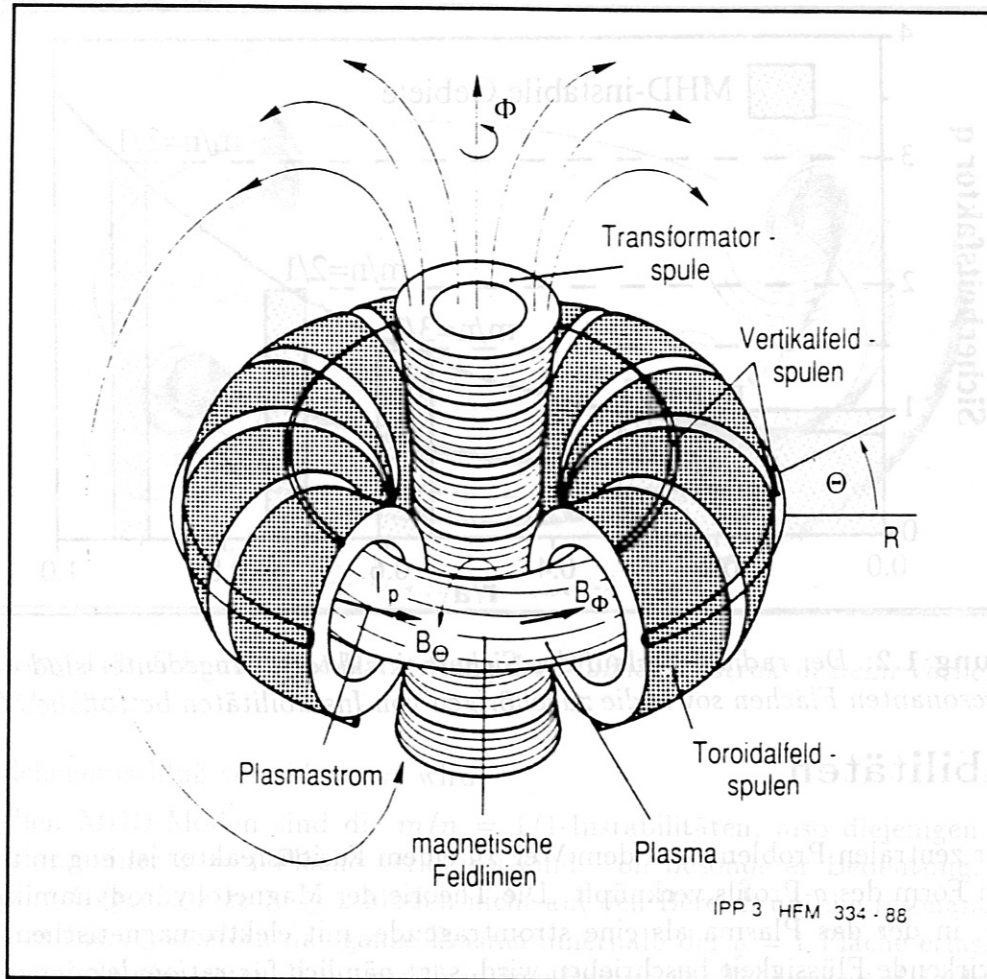


Abbildung 1.1: Das Tokamakprinzip: Die Hauptfeldspulen erzeugen das toroidale Magnetfeld B_ϕ . Die Flußänderung in der zentralen Transformatorspule induziert im Plasma den Strom I_P , der das poloidale Magnetfeld B_θ zur Folge hat. Die aus der Überlagerung von B_ϕ und B_θ resultierenden verschraubten Magnetfeldlinien sind angedeutet. Vertikalfeldspulen dienen der Lagestabilisierung des Plasmas.

Darin bezeichnet Z_i die Ladungszahl einer Verunreinigung, n_i die entsprechende Verunreinigungsdichte, n_e die Elektronendichte. Insgesamt ergibt sich, daß der Sicherheitsfaktor typischerweise monoton von $q(0) \approx 0.7 - 1.1$ im Zentrum auf $q(a) \approx 2 - 6$ am Plasmarand ansteigt. Der Name Sicherheitsfaktor für die Größe q erklärt sich aus der Tatsache, daß Tokamakentladungen im allgemeinen um so stabiler sind, je größer $q(a)$ ist, d. h. je kleiner der Plasmastrom ist: In $q(a)$ geht der gesamte Plasmastrom ein, $q(0)$ hängt von der zentralen Stromdichte ab:

$$q(a) = \frac{2\pi a^2 B_\phi}{\mu_0 R I_P} \quad q(0) = \frac{2B_\phi}{\mu_0 R j(0)} \quad (1.6)$$

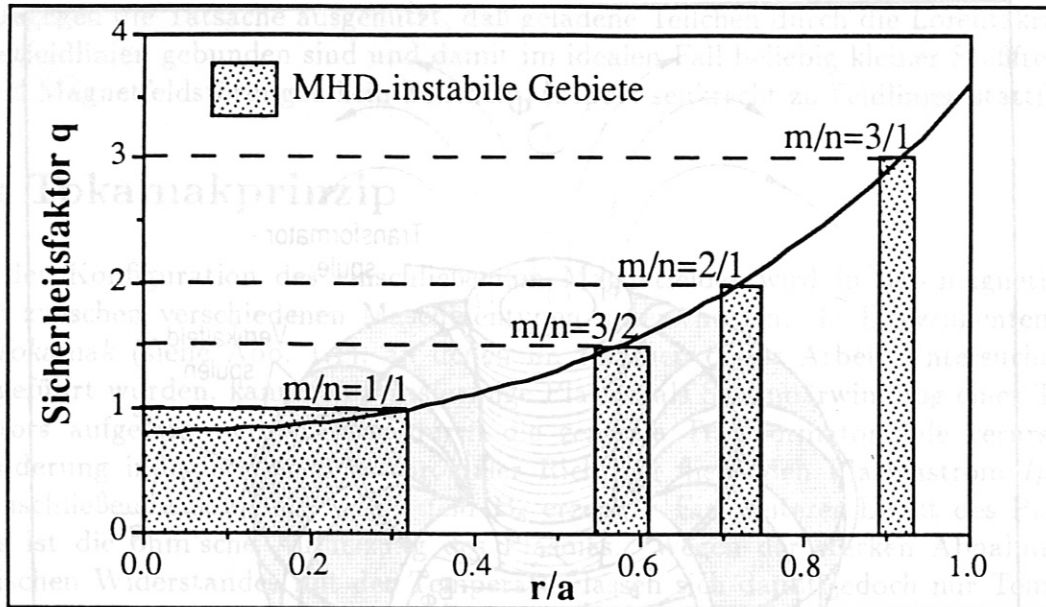


Abbildung 1.2: Der radiale Verlauf des Sicherheitsfaktors. Angedeutet sind die wichtigsten resonanten Flächen sowie die zugehörigen von Instabilitäten betroffenen Gebiete.

Instabilitäten

Eines der zentralen Probleme auf dem Weg zu einem Fusionsreaktor ist eng mit der diskutierten Form des q -Profils verknüpft. Die Theorie der Magnetohydrodynamik (MHD-Theorie), in der das Plasma als eine stromtragende, mit elektromagnetischen Feldern wechselwirkende Flüssigkeit beschrieben wird, sagt nämlich für *rational* oder *resonante* Flußflächen, d. h. für Flächen, auf denen sich eine Feldlinie nach m Umläufen in toroidaler und n Umläufen in poloidaler Richtung wieder in sich selber schließt und auf denen sich q folglich als das Verhältnis der beiden ganzen Zahlen m und n ausdrücken läßt ($q = m/n = 1/1, 3/2, 2/1, \dots$), die Möglichkeit des Auftretens von *Instabilitäten* oder *Moden* voraus (siehe Abb. 1.2). Dies sind lokale Störungen des Plasmagleichgewichts, deren helikale Verschraubung gleich der Verschraubung der Feldlinien auf der zugehörigen rationalen Fläche ist, d. h. die Störung ist in Resonanz mit der Feldlinie. Die räumliche Variation der Störung läßt sich demzufolge in erster Näherung in der Form $\cos(m\theta + n\phi)$ darstellen. Darin sind θ und ϕ die poloidale und die toroidale Winkelkoordinate, m und n werden entsprechend als poloidale und toroidale *Modenzahlen* bezeichnet.

Die Mode äußert sich in einer *Deformation der Flußflächen* oder kann, falls auf der resonanten Fläche ein Störstrom in Feldrichtung fließt, mit der Bildung einer magnetischen Insel zu einer *topologisch veränderten Flußflächenstruktur* führen. Eine Insel kann anschaulich als "Tokamak im Tokamak" verstanden werden: Die Überlagerung des Gleichgewichtsmagnetfeldes mit dem Störfeld führt dazu, daß sich geschlossene Flußflächen um eine eigene magnetische Achse auf der ursprünglichen resonanten Fläche bilden. Da aber die Teilchen entlang der Feldlinien frei beweglich sind, gelangen sie sehr schnell von einer Seite der Insel auf die andere und erhöhen damit in signifikanter Weise den Transport senkrecht zur ursprünglichen Magnetfeldkonfiguration, so daß der Energie-

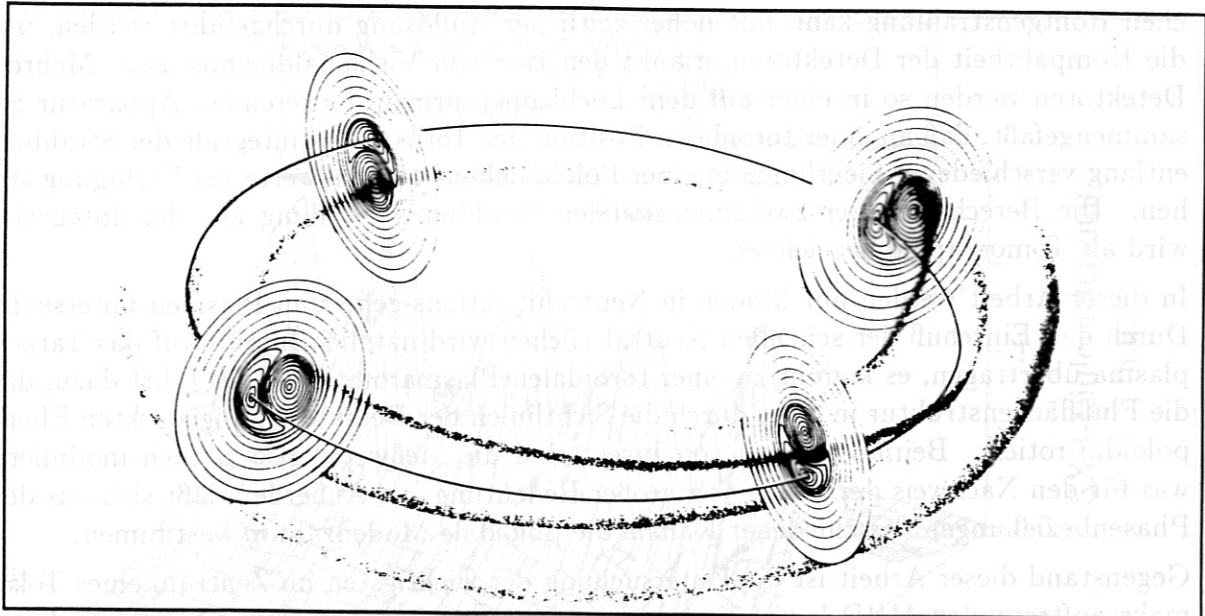


Abbildung 1.3: Schematische Darstellung der Flußflächenstruktur beim Vorliegen einer $m/n=1/1$ -Mode.

und Teilcheneinschluß verschlechtert wird.

Unter allen MHD-Moden sind die $m/n = 1/1$ -Instabilitäten, also diejenigen, die mit der Existenz einer $q = 1$ -Fläche verknüpft sind, von besonderer Bedeutung, weil die Störung im Gegensatz zu $m \geq 2$ -Moden nicht auf den Bereich um die resonante Fläche beschränkt bleibt, sondern das ganze Plasma innerhalb der $q = 1$ -Fläche erfassen kann (siehe Abb. 1.2). Sie treten damit gerade in dem Bereich des Tokamaks auf, in dem wegen des starken Anstiegs der Fusionsrate mit der Temperatur praktisch alle Fusionsreaktionen stattfinden. Die Instabilitäten haben hier also einen direkten Einfluß auf die Effizienz eines Reaktors.

In Abb.1.3 ist an vier toroidalen Positionen die Flußflächentopologie bei Vorliegen einer $1/1$ -Mode dargestellt. Es ist deutlich zu sehen, daß die Störung mit der ebenfalls eingezeichneten Feldlinie in Resonanz ist. Die poloidale Position der Insel unterscheidet sich in zwei Poloidalebene, die in toroidaler Richtung 90° voneinander entfernt sind, ebenfalls um 90° .

Da sich MHD-Moden in Änderungen der Flußflächenstruktur äußern, wäre es wünschenswert, die Moden durch direkte Vermessung der Flußflächen zu untersuchen. Die Messung des poloidalen Magnetfeldes, das ja eng mit der Stromverteilung verknüpft ist, ist jedoch nicht mit ausreichender räumlicher und zeitlicher Auflösung möglich. Weil aber aufgrund der Schnelligkeit von Ausgleichsprozessen entlang der Feldlinien viele Plasma-parameter in sehr guter Näherung auf Flußflächen konstant sind, kommt die Messung solcher Größen einer Vermessung der Flußflächen gleich. Zu diesen Größen gehören Druck, Temperatur und Dichte sowie die von den genannten Größen abhängige weiche Röntgenstrahlung (SXR=Soft-X Radiation). Diese macht einen großen Teil der Strahlung aus dem Plasmazentrum aus, da die der thermischen Energie von wenigen keV entsprechende Photonenenergie im weichen Röntgenbereich liegt. Die Messung der wei-

chen Röntgenstrahlung kann mit hoher zeitlicher Auflösung durchgeführt werden, und die Kompaktheit der Detektoren erlaubt den Bau von Vielkanaldiagnostiken. Mehrere Detektoren werden so in einer auf dem Lochkameraprinzip basierenden Apparatur zusammengefaßt, daß an einer toroidalen Position des Torus Linienintegrale der Strahlung entlang verschiedener Sichtlinien in einer Poloidalebene als Meßwerte zur Verfügung stehen. Die Berechnung der zweidimensionalen Strahlungsverteilung aus den Integralen wird als Tomographie bezeichnet.

In dieser Arbeit werden nur Moden in Neutralinjektions-geheizten Plasmen untersucht. Durch den Einschub der schnellen Neutralteilchen wird nämlich Impuls auf das Targetplasma übertragen, es kommt zu einer toroidalen Plasmarotation. Dies führt dazu, daß die Flußflächenstruktur in einer durch die Sichtlinien der Detektoren abgedeckten Ebene poloidal rotiert. Beim Vorliegen von Inseln sind die Meßwerte also zeitlich moduliert, was für den Nachweis der Inseln von großer Bedeutung ist. Außerdem läßt sich aus den Phasenbeziehungen verschiedener Kanäle die poloidale Modenzahl m bestimmen.

Gegenstand dieser Arbeit ist die Untersuchung der wichtigsten im Zentrum eines Tokamaks auftretenden MHD-Instabilität, der sogenannten *internen Disruption* oder *Sägezahninstabilität*, mittels tomographischer Analyse der weichen Röntgenstrahlung.

Die Sägezahninstabilität

Die Sägezahninstabilität [5], die oft mit dem explosionsartigen Anwachsen einer $m = 1$ -Instabilität verbunden ist, tritt unter den verschiedensten Entladungsbedingungen in allen Tokamaks auf. Die grundlegende Beobachtung ist ein plötzlicher Einbruch der Dichte und Temperatur innerhalb der $q = 1$ -Fläche nach einer Phase des langsamen Anstiegs. Dieser Prozeß wiederholt sich periodisch. Während die *Sägezahnperiode* τ_{SZ} , also die Zeit zwischen zwei Einbrüchen, typisch einige 10ms beträgt, vollzieht sich der *Kollaps* oder *Crash* innerhalb einer Crashzeit $\tau_C \approx 100\mu s$. Der untere Teil von Abb. 1.4 zeigt Sägezahnoszillationen der weichen Röntgenstrahlung, wie sie von den Detektoren einer Lochkamera gesehen werden. Zentrumsferne Kanäle zeigen, wie durch die beiden dicken Linien in Abb. 1.4 angedeutet ist, die umgekehrte Charakteristik: Infolge des Auswärtstransports der im Zentrum verlorengehenden Energie wird statt des schnellen Einbruchs ein schneller Anstieg beobachtet. Im oberen Teil der Abbildung ist zu sehen, daß dem Kollaps hochfrequente, anwachsende Oszillationen vorausgehen, die von einer rotierenden $m = 1$ -Mode verursacht werden.

In den kleinen Tokamaks, die in den 70'er Jahren in Betrieb waren, lag die zentrale Temperaturmodulation durch Sägezähne typisch in der Größenordnung von nur wenigen Prozent. Zudem kam die positive Eigenschaft der Instabilität hinzu, Verunreinigungselemente periodisch aus dem Plasmazentrum zu transportieren und somit deren Anhäufung und die damit verbundenen Strahlungsverluste zu begrenzen. Mit der Inbetriebnahme größerer Experimente zeigte sich jedoch, daß die Amplitude des Sägezahn-crashes stark mit der Heizleistung zunimmt und bis zu 50% betragen kann [6]. Dies erklärt das große Interesse an Sägezähnen auch im Hinblick auf die nächste Generation sehr großer Tokamaks [7], in denen die Herstellung und Aufrechterhaltung eines selbständig brennenden Plasmas erklärtes Ziel ist. Man wünscht sich "maßgeschneiderte" Sägezähne, deren

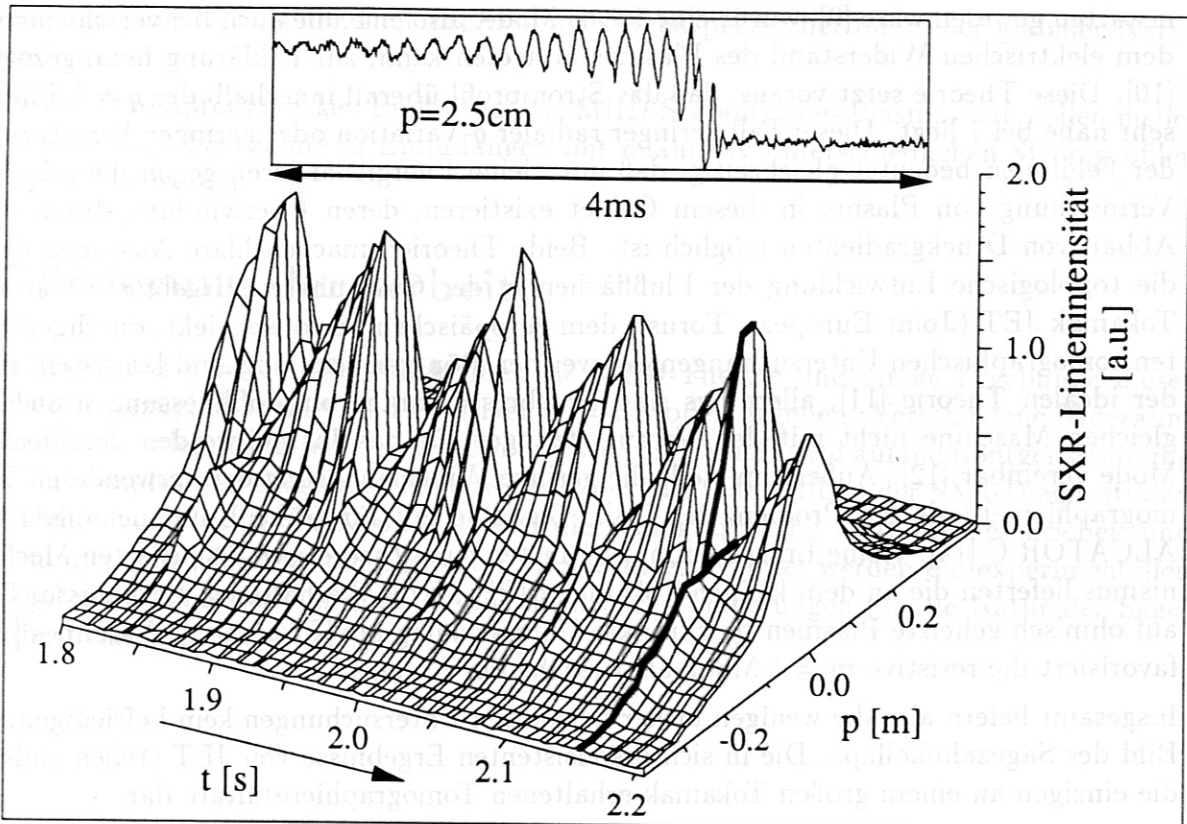


Abbildung 1.4: Sägezahnoszillationen der weichen Röntgenstrahlung. Der Parameter p ist der Abstand der Sichtlinie, entlang der die Strahlung aufintegriert wurde, von der magnetischen Achse.

Amplitude einerseits so klein ist, daß die Abnahme der Fusionsrate nicht den Abbruch des Plasmabrennens zur Folge hat, aber andererseits groß genug, um das Ende des Plasmabrennens durch zunehmende Strahlungsverluste infolge der hohen Verunreinigungskonzentration zu verhindern.

Dem Wunsch nach einer solchen "Sägezahnmodellierung" steht allerdings die in weiten Teilen unverstandene Natur der schnellen Kollapsphase des Sägezahns gegenüber. Zwar wurde sie bereits in den ersten Untersuchungen mit dem Anwachsen einer $m = 1$ -Mode in Verbindung gebracht [5], aber welche Art von Mode mit welchem physikalischen Prozeß für die schnelle Abflachung der zentralen Temperatur verantwortlich ist, wird kontrovers diskutiert. Ein bald nach der Entdeckung der Sägezähne aufgestelltes Modell [8] erklärte die Instabilität mit dem Anwachsen einer *resistiven* $m = 1$ -Mode, d.h. einer Mode, die nur aufgrund der nichtverschwindenden Leitfähigkeit des Plasmas auftritt. Demnach kommt es in Plasmen mit einer $q = 1$ -Fläche zu einer radialen $m = 1$ -Verrückung des Plasmakerns, worauf Feldlinien zu beiden Seiten der resonanten Fläche aufbrechen, sich wiederverbinden und es somit entlang der Feldlinien zu einer Vermischung von Plasma zu beiden Seiten der resonanten Fläche kommt. Der Prozeß kommt zu einem natürlichen Ende, wenn auf diese Weise das Stromprofil so weit abgeflacht wird, daß keine $q = 1$ -Fläche mehr existiert. Als aber später beim Übergang zu größeren Tokamaks beobachtet wurde, daß die Crashzeit nicht in dem Maße zunahm, wie es für eine resistive Mode zu

erwarten gewesen wäre [9], wurde eine *ideale* Mode, also eine, die auch bei verschwindendem elektrischen Widerstand des Plasmas auftreten kann, zur Erklärung herangezogen [10]. Diese Theorie setzt voraus, daß das Stromprofil überall innerhalb der $q = 1$ -Fläche sehr nahe bei 1 liegt. Dieser Fall geringer radialer q -Variation oder geringer *Verscherung* der Feldlinien bedeutet gleichzeitig, daß nur kleine Energiebarrieren gegen die schnelle Vermischung von Plasma in diesem Gebiet existieren, deren Überwindung durch den Abbau von Druckgradienten möglich ist. Beide Theorien machen klare Aussagen über die topologische Entwicklung der Flußflächen in der Crashphase. Ergebnisse von am Tokamak JET (**J**oint **E**uropean **T**orus), dem europäischen Fusionsprojekt, durchgeführten tomographischen Untersuchungen der weichen Röntgenstrahlung sind konsistent mit der idealen Theorie [11], allerdings sind Ergebnisse von Stromprofilmessungen an der gleichen Maschine nicht mit den Voraussetzungen für das Instabilwerden der idealen Mode vereinbar [12]. Außerdem stellt die geringe Winkelauflösung der verwendeten Tomographiemethode ein Problem dar [13]. Dasselbe gilt für frühe Untersuchungen an ALCATOR C [14]. Keine Entscheidung zugunsten eines theoretisch diskutierten Mechanismus lieferten die an dem kleinen Tokamak JIPP T-II [15] erhaltenen Ergebnisse. Die auf ohm'sch geheizte Plasmen beschränkte Untersuchung am Tokamak de Varennes [16] favorisiert die resistive $m = 1$ -Mode als Ursache des Kollaps.

Insgesamt liefern also die wenigen bisher bekannten Untersuchungen kein befriedigendes Bild des Sägezahnkollaps. Die in sich inkonsistenten Ergebnisse von JET stellen zudem die einzigen an einem großen Tokamak erhaltenen Tomographieresultate dar.

Damit ist also die Sägezahninstabilität ein sehr wichtiges, aber weitgehend unverstandenes Tokamakphänomen. Die Messung der weichen Röntgenstrahlung bietet aber, da sie mit hoher räumlicher und zeitlicher Auflösung durchführbar ist und außerdem eine auf Flußflächen konstante Größe liefert, die attraktive Möglichkeit, die zeitliche Entwicklung der Instabilität auf der denkbar direktesten Ebene zu verfolgen: auf der Ebene der Flußflächenstruktur. Tomographische Untersuchungen von Sägezähnen liegen deshalb nahe.

Ziel der Arbeit

Da eine gute Winkelauflösung der Tomographie essentiell für die Aufklärung der Crashedynamik ist, ist das erste Ziel dieser Arbeit, eine tomographische Methode zur Verfügung zu stellen, die unter Ausnutzung der Modenrotation eine deutlich bessere Auflösung als bisherige Methoden bietet. Besonderes Augenmerk wird dabei auf die Ausnutzung der bekannten Gleichgewichtsflußflächenstruktur an ASDEX gelegt.

Die erhaltene Methode soll dann zur Untersuchung der Kollapsphase von Sägezähnen eingesetzt werden. Ziel dieser Untersuchungen ist es, die Flußflächendynamik während des Crashes aufzuklären, um daraus Aussagen über den zugrundeliegenden Mechanismus abzuleiten und möglicherweise Entscheidungen zugunsten gängiger Theorien zu machen. Da die wenigen bisher auf diesem Gebiet durchgeführten Untersuchungen widersprüchliche Ergebnisse lieferten, sollen neben den Untersuchungen an ASDEX auch Analysen von Plasmen am Tokamak TFTR (**T**okamak **F**usion **T**est **R**eaktor) des Princeton Plasma Physics Laboratory in Princeton durchgeführt werden. Dies soll zur Klärung der Frage

beitragen, ob Details der Kollapsphase maschinenspezifischer oder eher globaler Natur sind.

Da das Stromprofil starken Einfluß auf die MHD-Stabilität des Plasmas hat, sollen insbesondere auch Sägezähne in Entladungen mit qualitativ unterschiedlichen Stromprofilen untersucht werden.

Gliederung der Arbeit

In Kapitel 2 wird ein Überblick über die MHD-Theorie und einige Ergebnisse dieser Theorie bezüglich idealer und resistiver $m = 1$ -Moden gegeben. Verschiedene Sägezahntheorien werden diskutiert. Im dritten und vierten Kapitel wird auf die Röntgenstrahlung in Fusionsplasmen eingegangen sowie der experimentelle Aufbau der SXR-Diagnostik an ASDEX vorgestellt. In Kapitel 5 wird die tomographische Methode beschrieben und in numerischen Simulationen getestet. Im sechsten Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und die daraus ableitbaren Folgerungen für die Natur der Sägezahninstabilität diskutiert.

Kapitel 2

Magnetohydrodynamik und Sägezähne

In diesem Kapitel wird die MHD-Theorie (Magneto-Hydro-Dynamik) als das Werkzeug zur Behandlung makroskopischer Plasmainstabilitäten beschrieben. Wichtige Ergebnisse der Theorie bezüglich idealer und resistiver $m = 1$ -Moden werden zusammengefasst. Darauf aufbauend werden die in der Literatur am intensivsten diskutierten Theorien der Sägezahninstabilität vorgestellt. Die theoretischen Resultate dieses Kapitels spielen bei der späteren Diskussion experimenteller Ergebnisse eine wichtige Rolle.

2.1 Die MHD-Gleichungen

Einen theoretischen Rahmen zur Beschreibung der raumzeitlichen Entwicklung von Plasmainstabilitäten liefert die Theorie der Magnetohydrodynamik (MHD), die die Wechselwirkung einer stromleitenden Flüssigkeit mit Magnetfeldern beschreibt. Die zugrundeliegenden Gleichungen [17] sind demzufolge die um die Maxwell-Gleichungen erweiterten Gleichungen der Hydrodynamik:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \frac{p}{\rho^\gamma} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.4)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.6)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.7)$$

$$\eta \mathbf{j} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2.8)$$

Die ersten beiden Gleichungen sind reine Flüssigkeitgleichungen, nämlich die Kontinuitätsgleichung (Gl. 2.1) und die den Druck p und die Massendichte ρ verknüpfende adiabatische Zustandsgleichung (Gl. 2.2). Die Gleichungen 2.3-2.6 sind die Maxwellgleichungen ($\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ gilt wegen der Quasineutralität des Plasmas). Das Newton'sche Gesetz (Gl. 2.7) und das Ohm'sche Gesetz (Gl. 2.8) beschreiben die Kopplung der beiden Gleichungssätze.

2.2 Näherungen

Es ist offensichtlich, daß der komplette Satz gekoppelter, nichtlinearer Differentialgleichungen (Gl. 2.1-2.8) nicht für beliebige Anfangsbedingungen und Geometrien geschlossen lösbar ist. Bei der Untersuchung von Plasmainstabilitäten werden deshalb unterschiedliche Grade von mathematischen und physikalischen Näherungen angewandt.

Die wichtigste mathematische Näherung ist die *Linearisierung* der MHD-Gleichungen. Dabei werden alle unbekanntes Größen um eine Gleichgewichtskonfiguration in eine Taylorreihe entwickelt und in den Gleichungen alle nichtlinearen Terme vernachlässigt. Zeitabhängigkeiten werden proportional zu $e^{-i\omega t}$ angesetzt. Ergibt die Lösung einen Eigenwert ω mit $\text{IM}(\omega) > 0$, so wachsen kleine Störungen des Gleichgewichts mit $e^{\text{IM}(\omega)t}$ an, das System ist linear instabil. $\gamma = \text{IM}(\omega)$ wird als die lineare Anwachsrate der Mode bezeichnet.

2.2.1 MHD-Gleichgewichte

Ein wesentlich vereinfachtes Gleichungssystem erhält man aus den MHD-Gleichungen unter Anwendung von $\partial/\partial t = 0$ (keine zeitliche Änderung des Systems), $\mathbf{v} = 0$ (kein Plasmafluß) und $\eta = 0$ (verschwindender elektrischer Widerstand):

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.10)$$

$$\nabla p = \mathbf{j} \times \mathbf{B} \quad (2.11)$$

Aus den stark vereinfachenden physikalischen Annahmen folgt direkt, daß dieses Gleichungssystem nicht zur Behandlung von Instabilitäten, sondern nur zur Berechnung von *Gleichgewichtskonfigurationen* geeignet ist. Dennoch ist es auch im Hinblick auf MHD-Instabilitäten von großer Bedeutung, da Plasmagleichgewichte im allgemeinen als Basis für kompliziertere Betrachtungen benötigt werden.

2.2.2 Ideale MHD-Theorie

Der elektrische Widerstand eines Plasmas nimmt nach Gl. 1.4 stark mit der Temperatur ab und ist bei fusionsrelevanten Temperaturen sehr klein: Für ein 1keV-Plasma mit $Z_{eff}=2$ ergibt sich $\eta = 6 \cdot 10^{-8} \Omega m$. In der *idealen MHD-Theorie* wird das Plasma deshalb als perfekter Leiter ($\eta = 0$) betrachtet. Daß diese Annahme neben einer deutlichen Vereinfachung des Gleichungssystems auch weitreichende physikalische Konsequenzen

mit sich bringt, zeigt qualitativ die Diffusionsgleichung für Magnetfelder, die sich für $v = 0$ aus den Gleichungen 2.3, 2.4 und 2.8 ergibt:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{B} \quad (2.12)$$

Sie besagt, daß Feldlinien über eine Strecke r mit der typischen Zeitkonstanten

$$\tau_R = \frac{\mu_0}{\eta} r^2 \quad (2.13)$$

diffundieren. In der idealen Theorie geht die *resistive Diffusionszeit* τ_R also gegen Unendlich. Die daraus für den Fall $v = 0$ folgende triviale Aussage, daß das Magnetfeld bei verschwindender Resistivität an die Flüssigkeit gebunden ist, trifft auch für den Fall $v \neq 0$ zu: Das Magnetfeld bewegt sich mit der Flüssigkeit (Beweis z.B. in [18]). Demzufolge kann sich in der idealen MHD-Theorie eine einmal vorliegende Flußflächenstruktur topologisch nicht ändern.

Eine notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung zur Stabilisierung, d. h. zur Unterdrückung von idealen Moden ist das *Mercier-Kriterium*. Es lautet im Fall großen Aspektverhältnisses ($A = R/a \gg 1$), niedrigen Plasmadrucks und zirkularen Plasmaquerschnitts [18]:

$$\frac{1}{4} \left(\frac{q'(r)}{q(r)} \right)^2 + \frac{2\mu_0 p'(r)}{r B_\phi^2} (1 - q^2) > 0 \quad (2.14)$$

Für den Normalfall nach außen abfallenden Druckprofils ($p' < 0$) tritt vollständige Stabilisierung auf, wenn überall $q(r) > 1$ gilt, d.h. wenn keine $q = 1$ -Fläche existiert. Der *destabilisierende* Einfluß von $q(r) < 1$ kann durch den *stabilisierenden* Einfluß einer großen Magnetfeldverscherung q' im ersten Term oder eines kleinen Druckgradienten im zweiten Term ausgeglichen werden.

Die lineare Anwachsrate von idealen Moden wird im allgemeinen durch die *Alfvzeit*

$$\tau_A = \frac{B_\theta}{r_s \sqrt{\mu_0 \rho}} \quad (2.15)$$

bestimmt¹. ρ ist die Massendichte, r_s der Radius der resonanten Fläche. Für den *internen idealen $m = 1$ -Kink*, der einer radialen Verrückung des Plasmas innerhalb der $q = 1$ -Fläche entspricht, wobei die Helizität des verschobenen Plasmaschlauchs gleich der Helizität von Feldlinien auf der resonanten Fläche ist, ergibt sich die Anwachsrate [18]

$$\gamma_{ideal}^{m=1} \approx \frac{1}{\tau_A} \cdot \frac{1}{q'(r_s)} \quad (2.16)$$

$q' = dq/dr$ ist ein Maß dafür, wie stark Feldlinien auf benachbarten Flußflächen gegeneinander versichert sind.

¹Die zugehörige Alfvengeschwindigkeit ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen, die ihre Ursache in einer Auslenkung des Plasmas senkrecht zum Magnetfeld haben.

2.2.3 Resistive MHD-Theorie - Magnetische Inseln

Die Berücksichtigung des elektrischen Widerstands kann trotz seiner Kleinheit sehr wichtig sein. Bei endlicher Resistivität werden nämlich die topologischen Einschränkungen überwunden, die sich aus der Bindung des Magnetfeldes an die Plasmaflüssigkeit in idealen Plasmen ergeben: Das Aufbrechen und Wiederausammenfügen von Feldlinien (Rekonnektion) ist dann möglich, und die Flußflächentopologie ist damit nicht mehr zeitlich invariant, vielmehr kann es auf rationalen Flächen zur Bildung *magnetischer Inseln* kommen. Eine Insel bildet sich unter dem Einfluß eines mit der Feldlinienverschraubung resonanten Störstroms. Zum Verständnis der Inselbildung auf der resonanten Fläche, auf der $q = m/n$ gilt, ist es zweckmäßig, statt des Gesamtfeldes \mathbf{B} das Hilfsfeld \mathbf{B}^* zu betrachten, das durch Subtraktion desjenigen Feldes vom Gesamtfeld entsteht, das überall den Sicherheitsfaktor $q = m/n$ besitzt [18]:

$$\mathbf{B}^*(r) = \mathbf{B}(r) - \mathbf{B}_{q=m/n} \quad (2.17)$$

Per Definition erfährt \mathbf{B}^* also an der resonanten Fläche einen Vorzeichenwechsel. Physikalisch entspricht dieser Transformation der Übergang in ein Koordinatensystem mit Blickrichtung entlang der resonanten Feldlinie. In Zylindernäherung ergibt sich

$$B^*(r) = (1 - q(r))B_\theta \quad (2.18)$$

Dieses Feld ist im oberen Teil von Abb. 2.1 in der Umgebung der resonanten Fläche dargestellt. Wird ihm nun das durch den Störstrom erzeugte Magnetfeld überlagert, dessen Radialkomponente durch

$$B_r = \hat{B}_r(r) \sin(m\chi) \quad \text{mit} \quad \chi = \theta - \frac{n}{m}\phi \quad (2.19)$$

dargestellt werden kann ($\chi = \text{const.}$ auf der resonanten Feldlinie), so ergibt sich die im unteren Teil von Abb. 2.1 gezeigte Struktur: Durch die Verbindung von B^* -Feldlinien unterschiedlicher Richtung entstehen Gebiete, in denen sich geschlossene Feldlinien um eine eigene magnetische Achse bilden. Diese Gebiete sind die magnetischen Inseln. Ihre Bedeutung liegt in einer drastischen Erhöhung des Teilchen- und Energietransports in radialer Richtung: Teilchen auf der einen Seite der Insel gelangen durch die Bewegung entlang der Feldlinien sehr schnell auf die gegenüberliegende Seite. Damit schließt eine magnetische Insel das Plasma auf ihrer Hochtemperaturseite mit dem Plasma auf der Tieftemperaturseite kurz.

Bei der Beschreibung resistiver Moden muß die Resistivität im allgemeinen nur in einer dünnen Schicht um die resonante Fläche berücksichtigt werden, weil außerhalb dieser Schicht die nichtresistiven Terme in den Gleichungen überwiegen [1]. Als Konsequenz taucht in der Anwachsrate von Tearingmoden (tearing=resistives Aufbrechen von Feldlinien) sowohl die ideale als auch die resistive Zeitskala auf. Für den *internen resistiven* $m = 1$ -Kink gilt [19]:

$$\gamma_{\text{resis}}^{m=1} = (r_S q'(r_S))^{2/3} \cdot \frac{1}{\tau_R^{1/3} \tau_A^{2/3}} \quad (2.20)$$

Ein Vergleich mit Gl. 2.16 unter Beachtung von $\tau_R \gg \tau_A$ ergibt, daß resistive Anwachsrate deutlich kleiner sind als ideale. Ein wichtiger Unterschied besteht auch darin, daß die

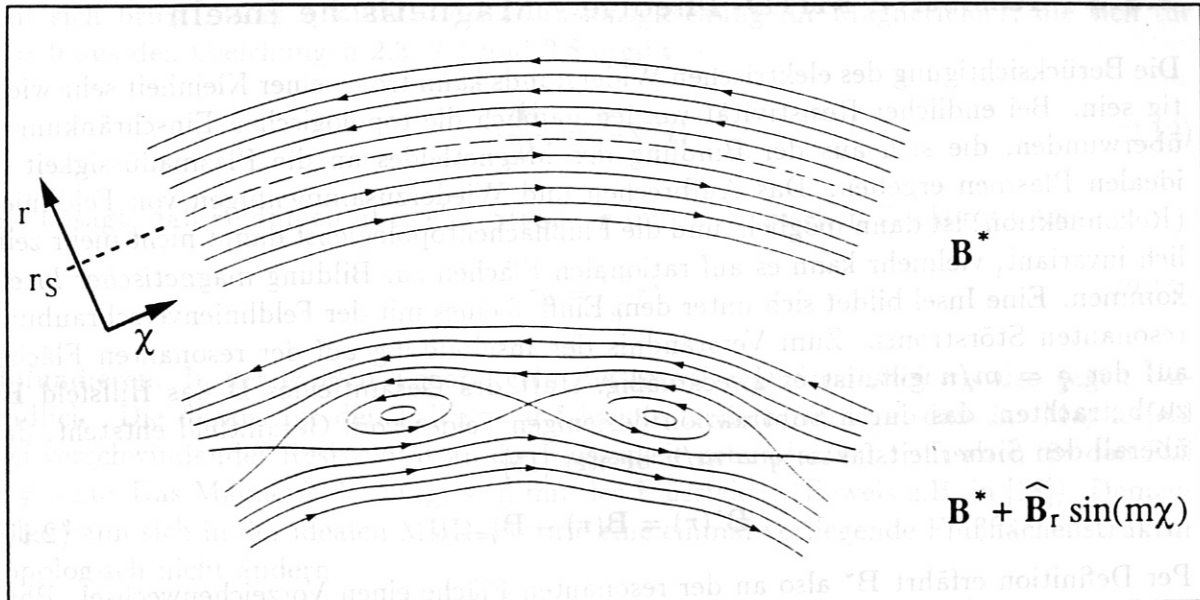


Abbildung 2.1: Die Bildung einer magnetischen Insel: Durch Überlagerung des Störfeldes eines auf der resonanten Fläche senkrecht zur Papierebene fließenden Störstroms mit dem dazu senkrechten Gleichgewichtsfeld entstehen geschlossene Feldlinien um eine auf der resonanten Fläche gelegene magnetische Achse. Die Abbildung zeigt den Fall einer Hoch- m -Mode: Auf dem dargestellten kleinen Kreisabschnitt sind bereits zwei Inseln zu sehen.

resistive Anwachsrate mit zunehmender Magnetfeldverschönerung an der resonanten Fläche zunimmt (siehe Gl. 2.20), während die ideale Anwachsrate abnimmt (siehe Gl. 2.16). Dies ist eine Folge der Tatsache, daß resistive Moden ihre Energie aus *Stromgradienten* beziehen, während ideale Moden durch *Druckgradienten* getrieben, aber durch Magnetfeldverschönerung stabilisiert werden.

2.3 q -Profil und $m = 1$ -Struktur

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt der Einfluß der Magnetfeldverschönerung auf die *Anwachsrate* von Moden diskutiert wurde, soll im folgenden an einem einfachen Beispiel illustriert werden, daß auch die *Modentopologie* durch die Verschönerung beeinflusst wird.

Mit Hilfe des *Energieprinzips* [17] ist die Berechnung der räumlichen Struktur einer Mode möglich. Dazu wird δW , die Änderung der potentiellen Energie infolge einer Auslenkung ξ des Plasmas aus dem Gleichgewicht, berechnet. Diejenige Funktion $\xi(\mathbf{r}, \theta)$, die δW minimiert, ist die wahre Auslenkung. Für ein ideales, von einer leitenden Wand umgebenes Plasma ist in Zylindernäherung die potentielle Energie einer Störung mit einer radialen Verrückung der Form $\xi(r) \cos(m\theta + k_z z)$ [20]

$$\delta W = \frac{1}{8} \int_0^a (F\xi'^2 + G\xi^2) dr \quad (2.21)$$

Für $m = 1$ lauten die Funktionen F und G :

$$F = \frac{r^3 B_z^2}{R^2 (1 + k_z^2 r^2)} \cdot \left(1 - \frac{1}{q(r)}\right)^2 \quad (2.22)$$

$$G = \frac{k_z^2 r^2}{1 + k_z^2 r^2} \left[8\pi p' + \frac{r B_z^2}{R^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{q(r)}\right)^2 + \frac{2}{r} \frac{B_\theta^2}{1 + k_z^2 r^2} \cdot (q^2(r) - 1) \right] \quad (2.23)$$

Damit die $m = 1$ -Instabilität auftreten kann, muß δW negativ werden. Dies wird in zwei Grenzfällen unterschiedlich starker Verscherung durch unterschiedliche $\xi(r)$ erreicht:

- **Fall 1:** *Große Verscherung innerhalb r_s , d. h. $\exists r < r_s$ mit $q(r) < 1$*
Destabilisierend ist der im ersten Summanden von G auftretende Druckgradient p' und $q(r) < 1$ im letzten Summanden. Der Term $F\xi'^2$ in Gl. 2.21 ist dagegen positiv definit. Insgesamt tritt also Destabilisierung der Mode auf, wenn der Term $F\xi'^2$ nicht zu groß wird. Dies ist aber bei gegebenem $q(r)$ für kleine ξ' der Fall. Somit ergibt sich in niedrigster Ordnung die Minimierung von δW durch eine starre radiale Auslenkung des Plasmas innerhalb der resonanten Fläche.

$$\xi(r) = \begin{cases} \xi_0 = \text{const} & : \text{für } r \leq r_s \\ 0 & : \text{für } r > r_s \end{cases} \quad (2.24)$$

- **Fall 2:** *Kleine Verscherung innerhalb r_s , d. h. $1 - q(r) \approx 0 \forall r < r_s$*
In diesem Fall sind alle Summanden in G , die $q(r)$ enthalten, innerhalb der resonanten Fläche klein. d.h. G wird stark vom destabilisierenden Druckgradienten bestimmt. Insgesamt ergibt sich aus einer genauen Rechnung, daß δW , abhängig vom genauen $q(r)$ -Profil, durch Funktionen ξ minimiert wird, die im Gegensatz zum oben diskutierten Fall radial deutlich variieren, bei denen also $\xi' \neq 0$ gilt. Die Auslenkung des Plasmazentrums ist demzufolge im Fall kleiner Verscherung nicht mehr starr, d. h. die ursprünglich zirkularen Flußflächen können durch das Auftreten der Mode deformiert werden.

2.4 Modenbewegung

Wesentlich für die Diagnostizierung von MHD-Moden in Tokamaks ist die Tatsache, daß ihre räumliche Lage relativ zum Meßsystem nicht eingefroren ist. Vielmehr kommt es durch Teilchendriften und/oder makroskopische Plasmarotation zu einer Propagation der Moden, die sich in zeitlich oszillierender Plasmastrahlung äußert und damit die Instabilitäten der Messung zugänglich macht. In der idealen Zwei-Flüssigkeitsnäherung für Elektronen und Ionen ergibt sich für die Propagationsgeschwindigkeit [21]

$$\mathbf{v}^* = \mathbf{v}_{\text{rot}} + \frac{1}{en_e B^2} \nabla p_i \times \mathbf{B} \quad (2.25)$$

Die makroskopische Rotationsgeschwindigkeit \mathbf{v}_{rot} kommt in Neutralinjektions-geheizten Entladungen durch einen toroidalen Impulsübertrag der eingeschossenen Teilchen an die

Plasmateilchen zustande. Für den Zentralwert der durch die Neutralinjektion verursachten Plasmarotation wurde an ASDEX aus Messungen der Dopplerverschiebung die Beziehung

$$v_{rot}(r=0) [10^4 m s^{-1}] = 3.8 + 31.6 \frac{P_{NI}[MW]}{\bar{n}_e [10^{19} m^{-3}]} \quad (2.26)$$

gewonnen [22]. Für $m/n=1/1$ -Moden ergibt die Projektion der Rotation in die poloidale Ebene für typische, mit $P_{NI}=2MW$ geheizte Entladungen, Signalfrequenzen im Bereich 10-20kHz.

Beim zweiten Term in Gl 2.25, der durch die diamagnetische Drift verursacht wird, überwiegt die poloidale Komponente. Die zugehörigen Frequenzen liegen im Bereich weniger kHz, so daß in den in dieser Arbeit behandelten NI-geheizten Entladungen der Beitrag durch die toroidale Rotation überwiegt.

2.5 Sägezahnoszillationen

Nach den einführenden Bemerkungen zur MHD-Theorie und zu $m = 1$ -Moden wird im folgenden die Beziehung zu Sägezahnoszillationen hergestellt.

2.5.1 Experimentelle Beobachtung

1974 wurden die Sägezahnoszillationen am Tokamak ST in Princeton durch von Goeler et. al. entdeckt [5]. Die grundlegenden Eigenschaften eines Sägezahns sind in Abb. 2.2 am Beispiel eines ASDEX-Sägezahns, wie er sich auf der weichen Röntgenstrahlung bemerkbar macht, zusammengefaßt. Auf zentrumsnahen Kanälen folgt einem linearen Anstieg der Strahlung bzw. der Temperatur nach wenigen 10ms ein schneller Einbruch, dem wachsende Modenaktivität vorangeht. Der Vergleich der Signale zweier Detektoren, die im gleichen Abstand ober- bzw. unterhalb der Plasmamitte messen, ergibt einen Phasenunterschied von π , was auf eine ungerade poloidale Modenzahl m schließen läßt. Die eingehende Analyse unter Verwendung aller Detektoren ergibt $m = n = 1$. Der schnelle Transport der Energie aus dem Plasmazentrum macht sich in Kanälen außerhalb der $q = 1$ -Fläche in einem schnellen Signalanstieg erkennbar, ein Wärmepuls läuft zum Plasmarand.

Nachdem der Sägezahn-crash bereits von seinen Entdeckern phänomenologisch als Einbruch der Plasmatemperatur innerhalb der $q = 1$ -Fläche infolge des Anwachsens einer $m = 1$ -Mode verstanden wurde, ergab sich folgerichtig die Frage nach der Natur der zugrundeliegenden Instabilität. Ein Vergleich der experimentell bestimmten Anwachsrate und der radialen Auslenkung des heißen Plasmakerns mit den Vorhersagen der nichtlinearen Rechnungen von Rosenbluth et. al. [20] schloß die ideale interne $m = 1$ -Kinkmode als Ursache der Instabilität aus: Die experimentelle Anwachsrate lag etwa eine Größenordnung unter dem theoretischen Wert (Gl. 2.16), außerdem ist die ideale Mode nichtlinear stabil, d.h. sie sättigt bei endlicher Amplitude. In Ref. [23] konnte außerdem gezeigt werden, daß in der Theorie die Berücksichtigung toroidaler Effekte wichtig ist: Im Torus ist der ideale $m = 1$ -Kink unterhalb eines Grenzwertes des Plasmadrucks sta-

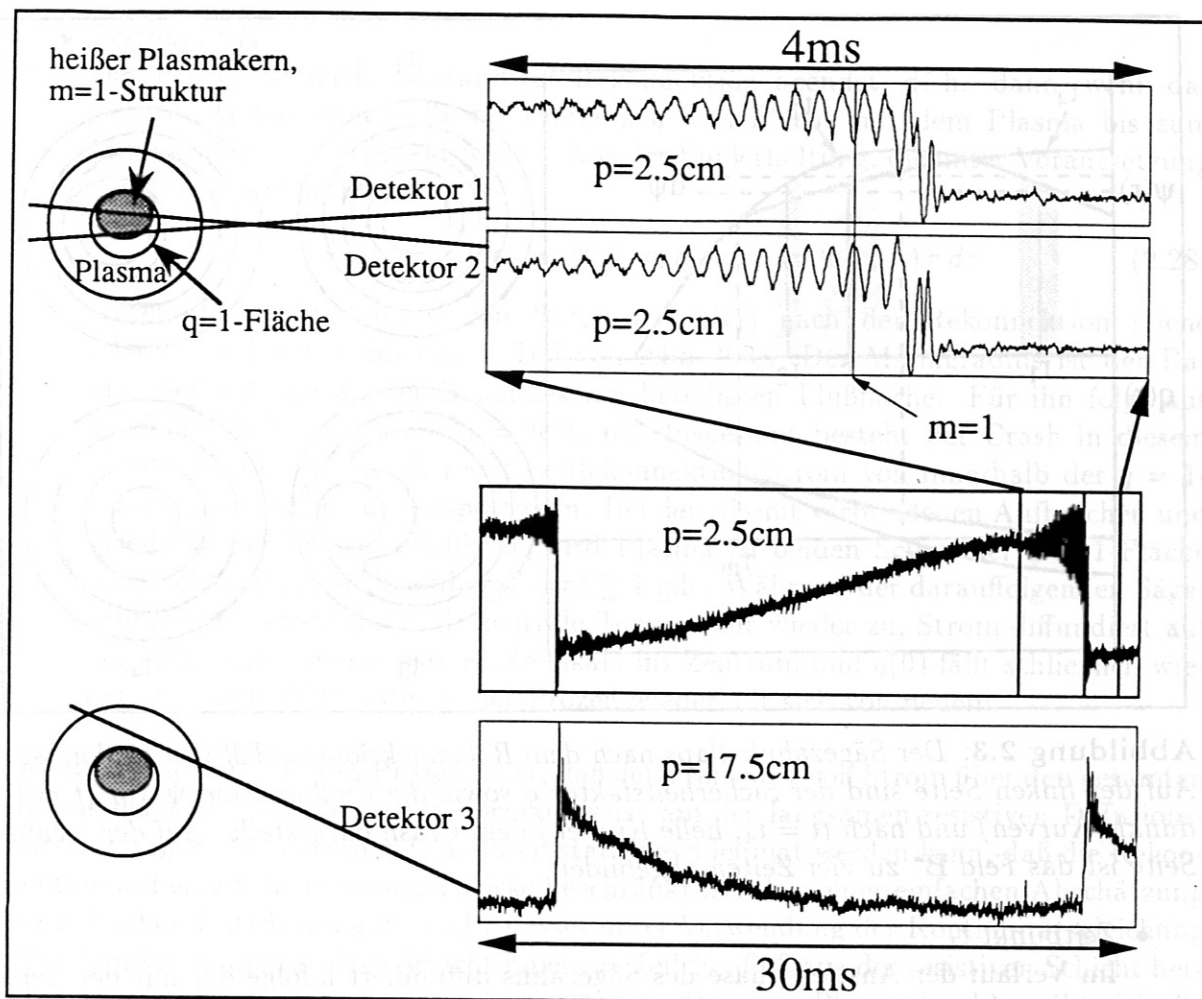


Abbildung 2.2: Sägezahnoszillationen der weichen Röntgenstrahlung

bil. Diese Grenze liegt höher als die in den damaligen Experimenten erreichten Werte. Damit schied die ideale Mode als Auslöser der Sägezahninstabilität aus.

2.5.2 Das Sägezahnmodell von Kadomtsev

Daraufhin gab Kadomtsev heuristisch die *resistive* $m = 1$ -Kinkmode als Ursache der Instabilität an [8]. Der Verlauf des Kollaps läßt sich anhand der im rechten Teil von Abb. 2.3 dargestellten zeitlichen Entwicklung des Feldes B^* verdeutlichen. Im linken Teil der Abbildung sind die helikale Flußfunktion Ψ , die durch $\mathbf{B}^* \cdot \nabla \Psi = 0$ definiert ist, sowie das zugehörige q -Profil zum Zeitpunkt t_1 (vor dem Crash) und zum Zeitpunkt t_4 (nach dem Crash) dargestellt. Der Zusammenhang zwischen q , Ψ und B^* ist

$$\frac{d\Psi}{dr} = (1 - q(r))B_\theta = B^* \quad (2.27)$$

Die Extremalstellen von Ψ fallen also mit $q = 1$ -Flächen zusammen und B^* erfährt an diesen Stellen einen Vorzeichenwechsel. Im einzelnen ergibt sich in diesem Modell die folgende zeitliche Entwicklung:

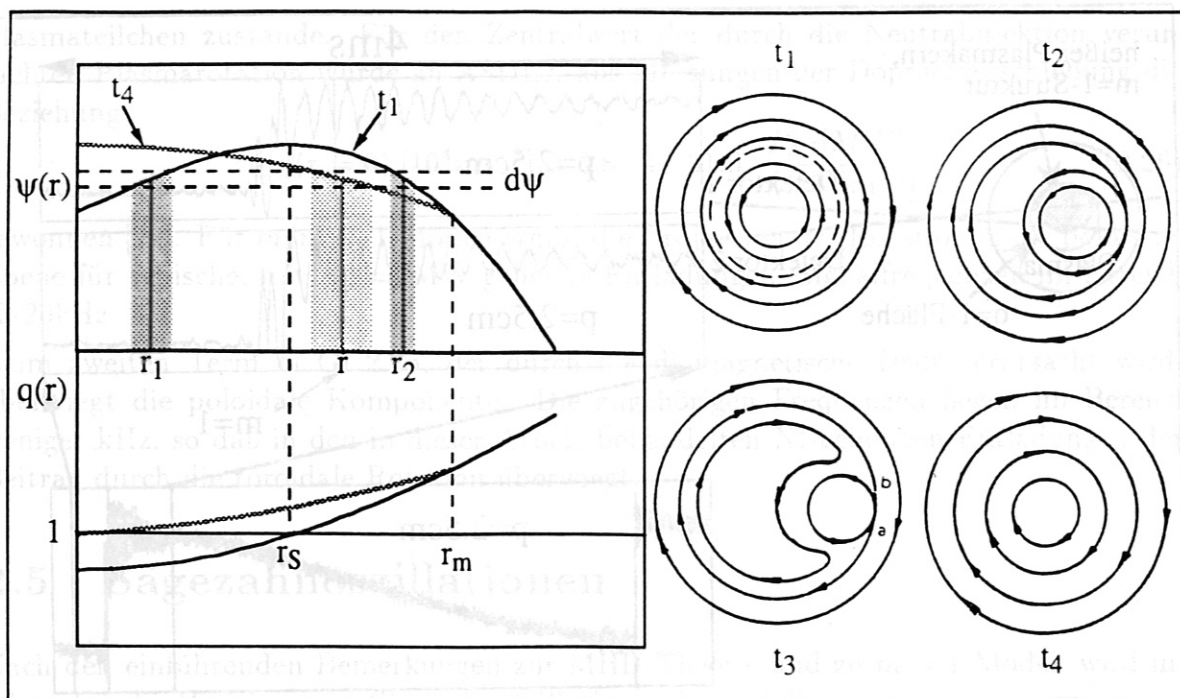


Abbildung 2.3: Der Sägezahnkollaps nach dem Rekonnektionsmodell von Kadomtsev: Auf der linken Seite sind der Sicherheitsfaktor q sowie die Flußfunktion Ψ vor ($t = t_1$, dunkle Kurven) und nach ($t = t_4$, helle Kurven) dem Crash dargestellt. Auf der rechten Seite ist das Feld B^* zu vier Zeiten abgebildet.

- **Zeitpunkt t_1**

Im Verlauf der Anstiegsphase des Sägezahns diffundiert infolge der mit der Temperaturerhöhung verbundenen Leitfähigkeitserhöhung Strom ins Plasmazentrum. Das Stromprofil spitzt so stark zu, daß $q(0) < 1$ gilt und $q(r)$ im übrigen monoton ansteigt. Im Plasma liegt also vor dem Kollaps eine $q = 1$ -Fläche beim Radius r_s vor, d. h. $\Psi(t_1)$ hat ein Maximum bei r_s (siehe Abb. 2.3).

- **Zeitpunkt t_2**

Das Plasma innerhalb der resonanten Fläche ist instabil gegen eine $m = 1$ -Auslenkung. In einer dünnen Schicht an der resonanten Fläche kommen sich daraufhin Feldlinien, die zu den Radien r_1 und r_2 mit gleichem Fluß Ψ , d. h. entgegengesetzt orientiertem B^* gehören, nahe.

- **Zeitpunkt t_3**

Die Feldlinien können wegen der endlichen Resistivität aufbrechen und sich wiederverbinden (Rekonnektion). Durch die Bewegung der geladenen Teilchen entlang der wiederverbundenen Feldlinien findet eine Vermischung von Plasma aus den Bereichen um r_1 und r_2 statt, wobei $\Psi(t_1, r_1) = \Psi(t_1, r_2)$: Plasma aus dem heißen Zentrum fließt in die entstehende Insel (links im B^* -Plot in Abb. 2.3). Dem zunehmenden magnetischen Fluß in der Insel entspricht ein magnetischer Druck, der den heißen Kern weiter gegen die resistive Schicht drückt und den Prozeß vorantreibt.

- Zeitpunkt t_4

Der Prozeß ist nach vollständiger Rekonnektion beendet, d. h. dann, wenn das gesamte Gebiet innerhalb der früheren $q = 1$ -Fläche mit dem Plasma bis zum Mixingradius r_m vermischt wurde. Aus der Flußerhaltung, die unter Voraussetzung von Inkompressibilität

$$\Psi(t_1, r_1) r_1 dr_1 + \Psi(t_1, r_2) r_2 dr_2 = \Psi(t_4, r) r dr \quad (2.28)$$

lautet, folgt der Verlauf von $\Psi(t_4)$ und $q(t_4)$ nach der Rekonnektion (siehe schattierte Flächen im linken Teil von Abb. 2.3). Der Mixingradius ist der Radius der äußeren an der Rekonnektion beteiligten Flußfläche. Für ihn folgt aus der Flußerhaltung $\Psi(t_1, r_m) = \Psi(t_1, 0)$. Insgesamt besteht der Crash in diesem Modell also darin, durch resistive Rekonnektion Strom von innerhalb der $q = 1$ -Fläche nach außen zu transportieren. Bei dem damit verbundenen Aufbrechen und Wiederverbinden von Feldlinien wird Plasma zu beiden Seiten der $q = 1$ -Fläche vermischt, bis schließlich überall $q(r) \geq 1$ gilt. Während der darauffolgenden Sägezahnrampe nimmt dann die zentrale Temperatur wieder zu, Strom diffundiert auf der langsamen, rein resistiven Zeitskala ins Zentrum und $q(0)$ fällt schließlich wieder auf einen Wert unter 1, der Prozeß wiederholt sich von neuem.

Der wesentliche Punkt des Prozesses ist, daß der Transport von Strom über den gesamten Radius der $q = 1$ -Fläche, der ja normalerweise auf der langsamen resistiven Diffusionszeitskala ($\tau_R \approx 0.5s$) geschieht, dadurch stark beschleunigt werden kann, daß die Rekonnektion auf eine Schicht geringer Dicke beschränkt ist. Aus einer einfachen Abschätzung der zeitlichen Entwicklung dieses Prozesses unter Verwendung der Kontinuitätsgleichung (Teilchenfluß in die resistive Schicht hinein = Teilchenfluß aus der resistiven Schicht heraus) und des Druckgleichgewichts (magnetischer Druck = Plasmadruck) ergibt sich die Zeit $\tau_C^{Kadomtsev}$, die zur Durchführung der vollständigen Rekonnektion nötig ist, zu:

$$\tau_C^{Kadomtsev} \approx \frac{r_S}{v} \approx \frac{r_S}{\delta} \cdot \tau_A^* \quad \text{mit} \quad \tau_A^* = \frac{\tau_A}{1 - q(0)} \quad (2.29)$$

Darin ist v die Geschwindigkeit, mit der sich der heiße Kern nach außen bewegt und δ die Dicke der resistiven Schicht. Entscheidend zur Bestimmung der Rekonnektions- oder Crashzeit ist also die Dicke der resistiven Schicht, die sich ebenfalls leicht abschätzen läßt: Das ohm'sche Gesetz verknüpft den in der resistiven Schicht entlang der resonanten Feldlinie fließenden Strom mit dem ihn verursachenden elektrischen Feld:

$$E \approx \eta j \quad (2.30)$$

Das E-Feld ergibt sich nach dem Faraday'schen Gesetz (Gl. 2.3) wiederum aus der mit der Rekonnektion einhergehenden zeitlichen Änderung des magnetischen Flusses zu

$$E \approx v B^* \quad (2.31)$$

Schließlich verknüpft noch das Ampere'sche Gesetz (Gl. 2.4) das Magnetfeld am Rande der resistiven Schicht mit dem in der Schicht fließenden Strom:

$$j \approx \frac{B^*}{\mu_0 \delta} \quad (2.32)$$

Die Kombination der Gleichungen 2.30-2.32 ergibt unter Elimination von E und B^* und unter Einsetzen von v aus Gl. 2.29 den endgültigen Ausdruck für die Schichtdicke:

$$\delta \approx \sqrt{\frac{\tau_A^*}{\tau_R}} \cdot r_S \quad (2.33)$$

Durch Einsetzen in Gl. 2.29 ergibt sich endgültig eine sogenannte Sweet-Parker-Skalierung [24] der Crashzeit:

$$\tau_C^{Kadomtsev} \approx (\tau_A^* \tau_R)^{1/2} \quad (2.34)$$

Eine wichtige Möglichkeit, dieses Modell experimentell zu überprüfen, ergibt sich aus seiner Vorhersage der Entwicklung der Flußflächentopologie: Der zirkulare, heiße Plasmakern wird, wie in Abb. 2.3 dargestellt, radial verschoben, schrumpft unter Beibehaltung seiner Form und unter weiterer Auswärtsbewegung, bis ein radialsymmetrischer Zustand hergestellt ist. Die Topologie der Mode entspricht der in Kap. 2.3 besprochenen starren radialen Verrückung des Plasmakerns im Falle deutlicher Verscherung.

Die Gültigkeit des Kadomtsev-Modells wurde in den Jahren nach seiner Entwicklung immer wieder durch experimentelle und theoretische Ergebnisse bestätigt: Die aus Gl. 2.34 erhaltenen Werte der Crashzeit stimmten gut mit experimentellen Werten überein [8]. Zwei- [25] und dreidimensionale [26] nichtlineare Rechnungen in Zylindergeometrie bestätigten das Modell sowohl bezüglich der Entwicklung der Flußflächentopologie (s. Abb. 2.3) als auch bezüglich der Crashzeit. Jahns et. al. [27] und McGuire und Robinson [28] konnten, aufbauend auf dem Kadomtsevmodell, Skalierungen der Sägezahnperiode in ohm'schen Entladungen angeben, die mit der experimentellen Datenbasis konsistent waren.

2.5.3 Das Sägezahnmodell von Wesson

Mitte der achtziger Jahre wurde an JET beobachtet, daß die Crashzeiten mit zunehmender Maschinengröße und damit zunehmender Elektronentemperatur nicht in dem Maße zunahm, wie die $\tau_R^{1/2}$ -Skalierung der resistiven Mode nach Gl. 2.34 erwarten ließ [9]: In Ref. [10] wird eine experimentelle Crashzeit $\tau_C = 100 \mu s$ angegeben, der ein Wert $\tau_C^{Kadomtsev} = 5 ms$ gegenübersteht. Außerdem gab es einige experimentelle Hinweise darauf, daß auch nach dem Crash eine $q = 1$ -Fläche existiert (s. Abschnitt 2.5.4). Dies ist mit vollständiger Rekonnektion nicht vereinbar.

Daraufhin schlug Wesson wiederum eine ideale $m = 1$ -Mode als Ursache für den Sägezahn-crash vor [10]. Er konnte zeigen, daß diese Mode, die ja, wie bereits in Abschnitt 2.2.2 erwähnt wurde, durch toroidale Effekte stabilisiert wird, im Fall extrem flacher q -Profile ($1 - q(r) \approx 0$ für $r \leq r_S$), d.h. im Fall geringer Feldlinienverscherung innerhalb der resonanten Fläche, doch instabil werden kann. In numerischen Rechnungen konnte Wesson, wie für eine ideale Mode erwartet, die kurze Crashzeit reproduzieren [10].

Ebenso wie die Theorie Kadomtsevs macht auch die Theorie Wessons klare Aussagen über die Crashtopologie. In Kapitel 2.3 wurde ja bereits gezeigt, daß bei geringer Feld-

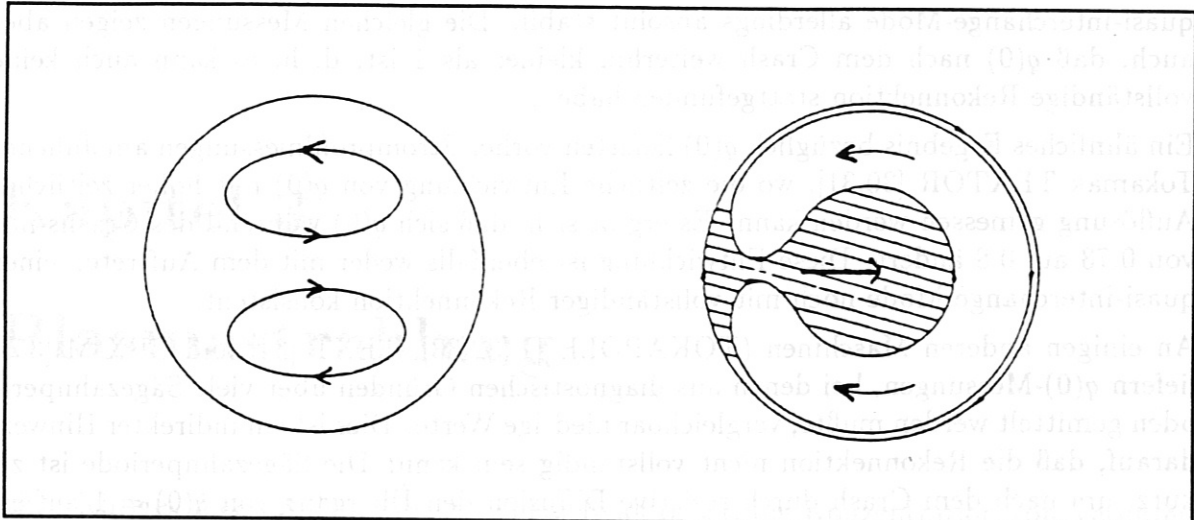


Abbildung 2.4: Die quasi-interchange-Mode im Sägezahnmodell von Wesson. links: Plasmaströmung, rechts: Flußflächentopologie

linienverschärft kompliziertere Plasmabewegungen als die starre Verrückung energetisch erlaubt sind. Die als *quasi-interchange-Mode* bezeichnete Instabilität zeigt sich in einer Dynamik, bei der kaltes Plasma ins Plasmazentrum eindringt und damit zu einer starken poloidalen Aufweitung des heißen Kerns führt (siehe dazu Abb. 2.4). Ein Austausch von poloidalem Fluß, der ja den wesentlichen Teil des Kadomtsev'schen Modells bildet, findet dabei nicht auf der schnellen Crashzeitskala statt, sondern kann während der dem Crash folgenden Sägezahnrampe geschehen.

Ein Vergleich der Flußflächentopologien im Kadomtsevmodell (Abb. 2.3) und im Wessonmodell (Abb. 2.4) ergibt, daß beide Modelle ziemlich konträre Aussagen über die Temperatur- bzw. SXR-Verteilung machen: Während eines nach dem Kadomtsevmodell ablaufenden Crashes zeigt sich ein schrumpfendes zirkulares heißes Gebiet (der ursprüngliche Plasmakern) und ein poloidal sichelförmig ausgedehntes kaltes Gebiet (die magnetische Insel), während eines dem Wessonmodell folgenden Crashes zeigt sich ein zirkulares kaltes Gebiet, das konvektiv in den Plasmakern eindringt und somit das heiße Plasma sichelförmig aufweitet.

2.5.4 Vergleich der Theorien mit bisherigen Experimenten

Aber auch die Einführung des Modells von Wesson brachte keine in sich konsistente Erklärung des Crashmechanismus. Vielmehr waren die von vielen verschiedenen Maschinen zusammengetragenen experimentellen Ergebnisse insgesamt sehr widersprüchlich.

Für das Modell von Wesson spricht wie bereits angeführt die Vorhersage der korrekten Crashzeit in großen Tokamaks[10]. Hinzu kommt, daß die an JET aus der SXR-Tomographie und der Messung der Elektronentemperatur [29] erhaltene Flußflächentopologie mit dem Auftreten der quasi-interchange-Mode konsistent ist. Allerdings zeigen Stromprofilmessungen an der gleichen Maschine, daß $q(0)$ vor dem Kollaps deutlich kleiner als 1 ist ($q(0) \approx 0.7$) [12]. Bei diesem Wert des zentralen Sicherheitsfaktors ist die

quasi-interchange-Mode allerdings absolut stabil. Die gleichen Messungen zeigen aber auch, daß $q(0)$ nach dem Crash weiterhin kleiner als 1 ist, d. h. es kann auch keine vollständige Rekonnektion stattgefunden haben.

Ein ähnliches Ergebnis bezüglich $q(0)$ lieferten vorher Stromprofilmessungen am Jülicher Tokamak TEXTOR [30,31], wo die zeitliche Entwicklung von $q(0)$ mit hoher zeitlicher Auflösung gemessen werden kann. Es ergibt sich, daß sich $q(0)$ während des Crashes nur von 0.73 auf 0.8 ändert. Diese Entwicklung ist ebenfalls weder mit dem Auftreten einer quasi-interchange-Mode noch mit vollständiger Rekonnektion konsistent.

An einigen anderen Maschinen (TOKAPOLE II [32,33], TEXT [34] und PBX-M [35]) liefern $q(0)$ -Messungen, bei denen aus diagnostischen Gründen über viele Sägezahnperioden gemittelt werden mußte, vergleichbar niedrige Werte. Dies ist ein indirekter Hinweis darauf, daß die Rekonnektion nicht vollständig sein kann: Die Sägezahnperiode ist zu kurz, um nach dem Crash durch resistive Diffusion den Übergang von $q(0) = 1$ auf einen Wert zu bewirken, der mit den niedrigen zeitlich gemittelten Meßwerten konsistent ist. Die Rekonnektion kann also, falls sie dem Crash überhaupt zugrunde liegt, nicht vollständig ablaufen.

Indirekte Hinweise darauf, daß auch nach dem Crash $q(0) < 1$ gilt, liefert das Auftreten der *snake* an JET [36], eine nach Injektion von Pellets² entstehende $m = 1$ -Struktur hoher Dichte, die mehrere Sägezähne überleben kann. Außerdem werden oft nach dem Crash weiterhin $m = 1$ -Oszillationen, sogenannte Postcursoroszillationen beobachtet, die ebenfalls auf die Existenz einer $q = 1$ -Fläche hindeuten.

Neben den zitierten $q(0)$ -Messungen gibt es aber auch Messungen an anderen Maschinen, die Werte von $q(0) \approx 1$ liefern und somit durchaus mit vollständiger Rekonnektion verträglich sind ($q(0) \approx 0.95$ an TEXT [37] (im Widerspruch zu oben zitierten Messungen an der gleichen Maschine mit anderen Methoden) und TCA [38]). Das gleiche gilt für ASDEX, wo direkte $q(0)$ -Messungen Werte um 0.95 ergeben [39,40].

Insgesamt ergibt sich also, daß die an vielen Tokamaks gewonnenen experimentellen Ergebnisse nicht alle im Rahmen eines existierenden theoretischen Modells zu verstehen sind. Zum anderen weisen insbesondere die unterschiedlichen $q(0)$ -Messungen darauf hin, daß es kein allgemeingültiges Tokamak- q -Profil gibt und daß deshalb an verschiedenen Maschinen durchaus unterschiedliche Prozesse eine Rolle spielen können.

Andererseits muß erwähnt werden, daß die meisten der angeführten Aussagen für oder gegen den einen oder anderen Mechanismus aus *indirekten* Beobachtungen (τ_C , $q(0)$) des Crashprozesses abgeleitet wurden. Tomographische Untersuchungen der Modenaktivität vor, während und nach dem Sägezahnkollaps sollten also, unabhängig von der Bestätigung der einen oder der anderen Theorie, wichtige Informationen über die physikalischen Vorgänge während des Sägezahn-crashes liefern.

²Pellet: gefrorenes Wasserstoffkugelchen, das zur Gasnachfüllung ins Plasma eingeschossen wird

Kapitel 3

Plasmastrahlung

Ein wichtiges Ziel auf dem Weg zu einem Reaktor ist, die Konzentration von Verunreinigungselementen im Plasma gering zu halten: Beispielsweise darf die Kohlenstoffkonzentration nur im Prozentbereich, die Eisenkonzentration im Zehntel-Promillebereich liegen, wenn die Strahlungsverluste nicht die Fusionsleistung überschreiten sollen [1]. In heutigen Fusionsexperimenten kann aber das Vorliegen von Verunreinigungen vielfältig diagnostisch genutzt werden. So ist auch ein Großteil der weichen Röntgenstrahlung ($h\nu \approx 1\text{-}20\text{keV}$) auf Plasmaverunreinigungen zurückzuführen, wie im folgenden gezeigt wird. Dazu werden die verschiedenen Beiträge zur Röntgenstrahlung (Brems-, Rekombinations- und Linienstrahlung) vorgestellt und der Anteil, den das Hintergrundplasma und die Verunreinigungen dazu liefern, größenordnungsmäßig abgeschätzt.

3.1 Beiträge verschiedener Mechanismen zur Strahlung

Bremsstrahlung entsteht bei der Beschleunigung von Elektronen im elektrischen Feld der Ionen¹. Da die Elektronen sowohl vor als auch nach der Wechselwirkung ungebunden sind, spricht man auch von *free-free-Strahlung*. Für ein nichtrelativistisches Plasma ($T_e < 50\text{keV}$) mit Maxwell'scher Geschwindigkeitsverteilung ist die spektrale Zusammensetzung der Bremsstrahlung durch

$$P_{ff}(\nu) \propto \frac{Z_{eff} n_e^2}{\sqrt{T_e}} \cdot \exp\left(-\frac{h\nu}{k_B T_e}\right) \quad (3.1)$$

gegeben [41], so daß bei Temperaturen im keV-Bereich ein großer Teil der Bremsstrahlung ebenfalls in diesen Energiebereich und damit in das Gebiet der weichen Röntgenstrahlung fällt. Die über alle Frequenzen integrierte, pro Volumeneinheit abgestrahlte Bremsstrahlungsleistung ist [42]

$$P_{ff} = g_{ff} \frac{16 (2\pi)^{3/2} \epsilon^6 k_B^{1/2}}{3^{3/2} (4\pi\epsilon_0 c)^3 m_e^{3/2} h} n_e^2 Z_{eff} T_e^{1/2} \quad (3.2)$$

¹Wegen des großen Massenunterschieds zwischen Elektronen und Ionen kann der Strahlungsbeitrag letzterer vernachlässigt werden.

g_{ff} ist der sogenannte Gauntfaktor, der sich aus der Mittelung über die Elektronenenergieverteilung und das Strahlungsspektrum ergibt. Er ist nur schwach temperaturabhängig und für den Tokamak-relevanten Temperaturbereich gilt $g_{ff} \approx 2\sqrt{3}/\pi = 1.1$ [41].

Um einen Überblick über die Strahlungsbeiträge von Verunreinigungen zu den einzelnen Strahlungsmechanismen zu erhalten, wird im folgenden die Strahlungsleistung eines Verunreinigungselementes Z , das mit der Dichte $n_z(Z)$ im Ladungszustand z im Plasma vorliegt, relativ zur Bremsstrahlungsleistung eines reinen Wasserstoffplasmas gleicher Elektronendichte und -temperatur angegeben. Für den Bremsstrahlungsbeitrag der Verunreinigung Z folgt aus Gl. 3.2:

$$\frac{P_{ff}(Z)}{P_{ff}(H)} = \sum_z z^2 \frac{n_z(Z)}{n_e} \quad (3.3)$$

Einen weiteren Beitrag zur Kontinuumsstrahlung stellt die *Rekombinationsstrahlung* dar. Sie entsteht beim Einfang freier Elektronen in gebundene Zustände (free-bound-Strahlung) und trägt mit näherungsweise

$$\frac{P_{fb}(Z)}{P_{ff}(H)} \approx \sum_z z^2 \frac{n_z(Z)}{n_e} \frac{E_\infty^{z-1,Z}}{k_B T_e} \quad (3.4)$$

zur Strahlungsleistung bei [41]. Darin ist $E_\infty^{z-1,Z}$ die Ionisierungsenergie des Ions nach dem Einfang eines Elektrons in den Grundzustand. In einem reinen Wasserstoffplasma spielt also wegen der im Vergleich zur thermischen Energie geringen Ionisierungsenergie die Rekombinationsstrahlung keine Rolle. Dagegen können schon geringe Verunreinigungskonzentrationen deutliche Rekombinationsstrahlungsbeiträge liefern, weil sich in Gl. 3.4 wegen der mit z^2 zunehmenden Ionisierungsenergie insgesamt eine proportional zu z^4 wachsende Leistung ergibt.

Linienstrahlung entsteht, wenn die durch Stöße auf höhere Niveaus angeregten gebundenen Elektronen unvollständig ionisierter Ionen in niedrigere Niveaus relaxieren. Die Angabe eines exakten Ausdrucks für die in Linien abgestrahlte Leistung ist nicht möglich, aber zur qualitativen Diskussion bietet sich eine Näherungsformel an, die unter der Annahme hergeleitet wurde, daß die wesentlichen Beiträge durch den Übergang vom ersten angeregten Zustand in den Grundzustand zustandekommen [41]:

$$\frac{P_{bb}(Z)}{P_{ff}(H)} \approx 1.7 \cdot 10^6 \cdot \frac{E_H}{k_B T_e} \sum_z \frac{n_z(Z)}{n_e} \cdot \exp\left(-\frac{E_2^{z,Z}}{k_B T_e}\right) \quad (3.5)$$

$E_H = 13.6\text{eV}$ ist die Ionisationsenergie von Wasserstoff, $E_2^{z,Z}$ die Anregungsenergie der Resonanzlinie.

Die Bedeutung der Verunreinigungen ist in Tab. 3. 1 dokumentiert, wo Zahlen für die relativen Strahlungsbeiträge der leichten Verunreinigung Kohlenstoff und der schweren Verunreinigung Eisen angegeben sind. Die Rechnung wurde für ein 1keV-Plasma mit einer 3%-igen Kohlenstoff- und einer 0.1%-igen Eisenkonzentration durchgeführt. Bei dieser Temperatur liegt Kohlenstoff zu 99% vollständig ionisiert vor, lediglich 1% aller

	$\frac{P_{ff}(Z)}{P_{ff}(H)}$	$\frac{P_{fb}(Z)}{P_{ff}(H)}$	$\frac{P_{bb}(Z)}{P_{ff}(H)}$
Z=1 H	1	0.01	≈ 0
Z=6 C	1	0.4	5.2
Z=26 Fe	0.4	2	6

Tabelle 3.1: Die Beiträge von Verunreinigungen zu Brems-, Rekombinations- und Linienstrahlung. Verunreinigungskonzentrationen: $c_C = 3\%$, $c_{Fe} = 0.1\%$; $T_e = 1\text{keV}$

Ionen besitzen noch ein gebundenes Elektron [43]. Eisen ist dagegen nicht vollständig ionisiert, der mittlere Ladungszustand ist $\bar{z} = 19.5$ [43].

Es ergibt sich wie erwartet, daß der Strahlungsbeitrag von Wasserstoff praktisch vernachlässigbar ist, die Plasmastrahlung wird durch Verunreinigungsbeiträge dominiert. Dies zeigt sich besonders deutlich in Abb. 3.1. Dort ist die von den wichtigsten Verunreinigungselementen (C, O, Fe, Cu) abgestrahlte totale Leistung $P_{rad}(Z) = P_{ff}(Z) + P_{fb}(Z) + P_{bb}(Z)$ für den ASDEX-relevanten Bereich zentraler Temperaturen aufgetragen. Die Kurven basieren auf Daten in Ref. [43]. Diese wurden aus numerischen Corona-Gleichgewichtsrechnungen gewonnen und liefern genauere Ergebnisse als die oben angegebenen analytischen Ausdrücke, die aber sehr nützlich bei der Abschätzung von Temperatur- und Verunreinigungskonzentrationseffekten sind.

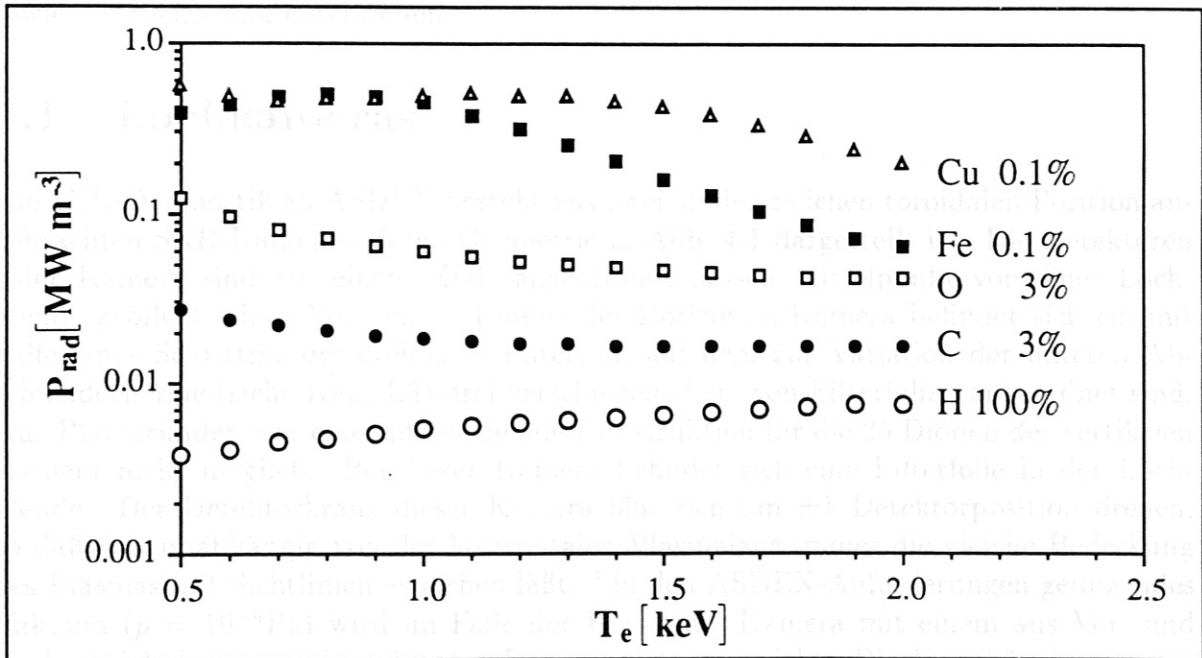


Abbildung 3.1: Totale Strahlungsleistungen der wichtigsten Plasmaverunreinigungen

3.2 Informationsgehalt der Strahlung

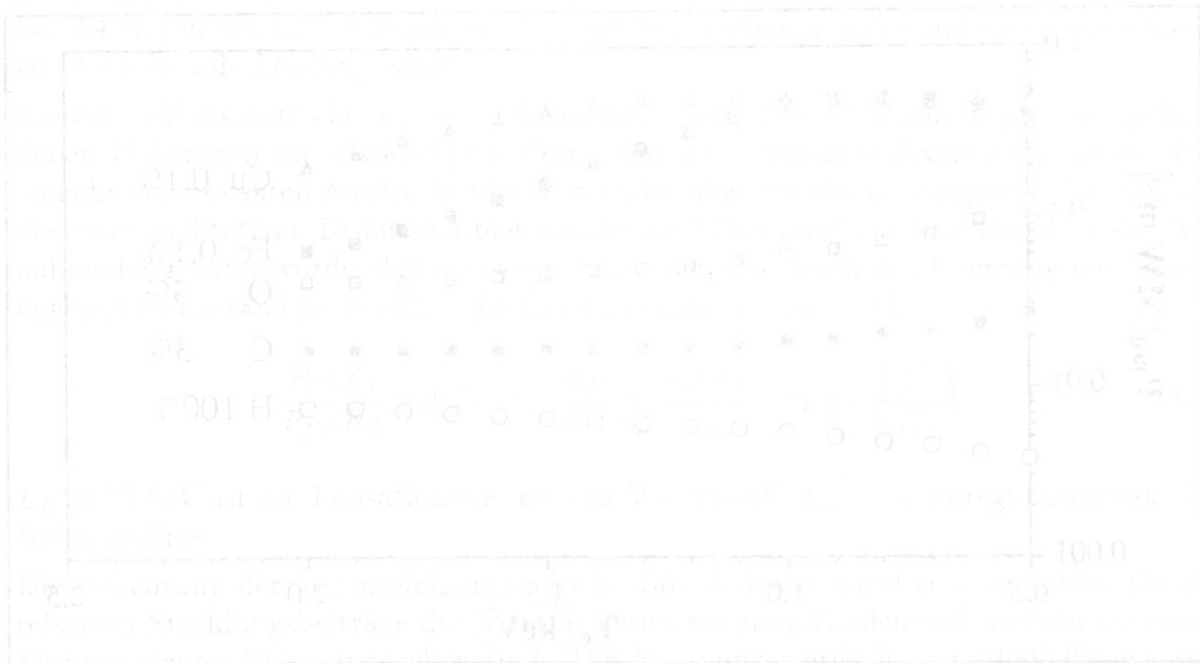
Daß die Strahlungsverteilung, die ja nach den Ausführungen im vergangenen Abschnitt stark durch die Verunreinigungsverteilung bestimmt wird, die Flußflächenstruktur des Plasmas widerspiegelt, läßt sich mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingung

$$\mathbf{j} \times \mathbf{B} = \nabla p \quad (3.6)$$

zeigen. Aus der Multiplikation der Gleichung mit \mathbf{B} folgt, daß der Druck entlang Feldlinien, und damit auf Flußflächen, konstant ist. Für den Druck gilt:

$$p \propto n_e T_e + n_i T_i \quad (3.7)$$

Da aber die Temperatur wegen der hohen Wärmeleitfähigkeit κ_{\parallel} entlang Feldlinien ebenfalls konstant auf Flußflächen ist, sollten nach Gl. 3.7 auch n_e und n_i Flußflächenfunktionen sein². Damit sind aber alle Größen, die nach den Gleichungen 3.2 und 3.4 die Strahlung eines reinen Wasserstoffplasmas bestimmen, konstant auf Flußflächen. Mit der Annahme, daß sich die Verunreinigungen qualitativ genauso verhalten wie die Wasserstoffionen, folgt, daß alle Größen, von denen die Strahlung abhängt, entlang Feldlinien konstant sind. Somit sind Flächen konstanten magnetischen Flusses auch Flächen konstanter Emissivität und die Messung der weichen Röntgenstrahlung ist in der Tat geeignet zur Untersuchung von MHD-Vorgängen.



²Eine Ausnahme kann am kalten Plasmarand auftreten, wo es wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit ($\kappa_{\parallel} \propto T_e^{5/2}$) zu Strahlungsasymmetrien, den sogenannten *Marfes* kommen kann. Die Strahlung eines Marfes, der eine typische Temperatur von 10eV besitzt, liegt aber außerhalb des Röntgengebietes.

Kapitel 4

Experimenteller Aufbau: Die SXR-Diagnostik

Die Aufgabe der SXR-Diagnostik ist die Messung der weichen Röntgenstrahlung in einer Poloidalebene von ASDEX mit hoher räumlicher ($\Delta r \approx$ wenige cm) und zeitlicher ($\Delta t \approx$ wenige μs) Auflösung. Die Forderung nach hoher Ortsauflösung läßt sich durch die Anwendung einer vielkanaligen Diagnostik erfüllen. Eine hohe Zeitauflösung wird durch die integrale Messung der Strahlung über einen weiten Energiebereich ($h\nu \approx 1 - 20 keV$) in der Nähe der thermischen Energie und das damit verbundene große Signal-Rausch-Verhältnis erreicht. Da die Plasmastrahlung, wie viele andere Plasmaparameter auch, nicht *lokal* gemessen werden kann, sollte jeder Detektor in guter Näherung ein Linienintegral der Strahlung entlang einer genau definierten Sichtlinie messen, um tomographische Verfahren zur Berechnung der lokalen Strahlungsleistung anwenden zu können. Im folgenden werden die SXR-Kameras, die Detektoren, die Nachweiseffizienz der Diagnostik sowie die Elektronik beschrieben.

4.1 Lochkamas

Die SXR-Diagnostik an ASDEX besteht aus zwei an der gleichen toroidalen Position angebrachten SXR-Kameras, deren Geometrie in Abb. 4.1 dargestellt ist. Die Detektoren jeder Kamera sind auf einem Kreis angeordnet, dessen Mittelpunkt von einer Lochblende gebildet wird. Vor den 33 Dioden der Horizontal-Kamera befindet sich ein mit Hilfe eines Schrittmotors drehbares Filterrad, auf dem zur Variation der unteren Abschneideenergie (siehe Kap. 4.3) drei verschiedene Sets von Filterfolien angeordnet sind. Aus Platzgründen war eine entsprechende Konstruktion für die 25 Dioden der vertikalen Kamera nicht möglich. Bei dieser Kamera befindet sich eine Filterfolie in der Lochblende. Der Detektorkranz dieser Kamera läßt sich um ± 1 Detektorposition drehen, so daß sich unabhängig von der horizontalen Plasmalage immer die gleiche Bedeckung des Plasmas mit Sichtlinien erreichen läßt. Ein den ASDEX-Anforderungen genügendes Vakuum ($p = 10^{-4} Pa$) wird im Falle der Horizontal-Kamera mit einem aus Vor- und Turbomolekularpumpe bestehenden Pumpensystem erreicht. Die Unabhängigkeit vom ASDEX-Vakuum gestattet den Abbau der Kamera, um z. B. Filterfolien austauschen zu können, ohne das Entladungsgefäß belüften zu müssen. Die Vertikalkamera ist dagegen

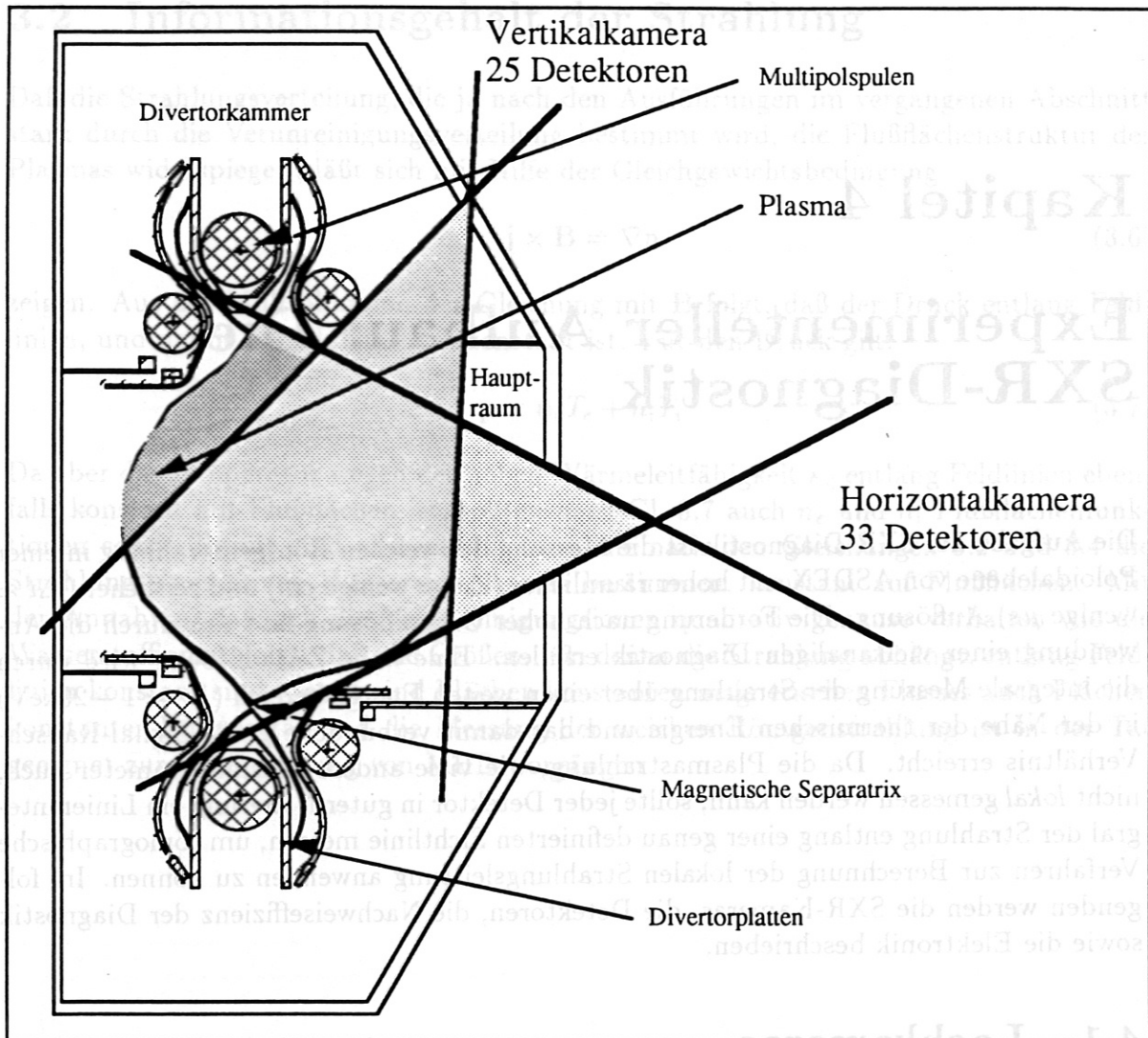


Abbildung 4.1: Die Bedeckung des Plasmas mit Sichtlinien durch die Detektoren der beiden ASDEX-SXR-Kameras.

mit dem Torusvakuum verbunden, da aus Platzgründen die Anbringung eines eigenen Vakuumschiebers nicht möglich war. Der Aufbau der SXR-Kameras an TFTR ist sehr ähnlich. Die Horizontalkamera besitzt mit 60 Detektoren allerdings eine deutlich bessere Auflösung, die Vertikalkamera ist mit 20 Detektoren bestückt.

Die Sichtliniengeometrie einer Diode ist in Abb.4.2 dargestellt. Aus der Abbildung ergibt sich, daß der Beitrag zweier Volumenelemente dV_1 und dV_2 mit gleicher Länge dL zum Detektorsignal gleich ist, da das Volumen eines strahlenden Raumelementes im gleichen Maß mit dem Abstand von der Blende zunimmt, in dem der effektive Raumwinkel, in den das Volumen abstrahlt, abnimmt: mit dem Quadrat des Abstandes. Das Detektorsignal f ist damit proportional dem Mittelwert aller Linienintegrale der Strahlung entlang der

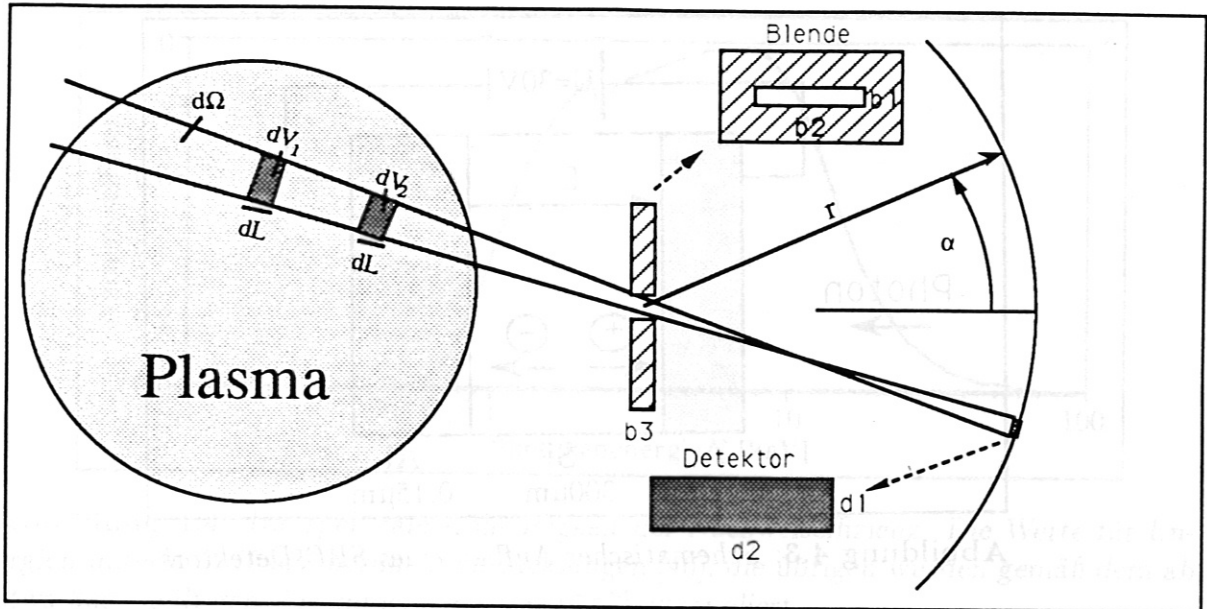


Abbildung 4.2: Sichtliniengeometrie einer Diode. Die Darstellung ist nicht maßstäblich.

im Sichtbereich der Diode liegenden Sichtlinien.

$$f \propto \sum_i \int_{L_i} g dL_i \quad (4.1)$$

g bezeichnet die SXR-Emissivität.

	Hor. Kamera	Vert. Kamera
Detektorzahl n	33	25
radialer Abstand Torusmitte-Blende R_0 [m]	2.491	2.052
vertikaler Abstand Torusmitte-Blende z_0 [m]	0.0	0.753
Neigungswinkel α_0 des zentralen Detektors [°]	0	67.35
Neigungswinkelbereich $\Delta\alpha$ [°]	57	42.5
Kameraradius r [m]	0.633	0.297
absolute Diodenempfindlichkeit W [AW ⁻¹]	0.276	0.276
Blendenfläche $F_B = b_1 \times b_2$ [mm ²]	1.5 × 20	1.0 × 16.4
Blendendicke b_3 [mm]	0.5	0.3
Detektorfläche $F_D = d_1 \times d_2$ [mm ²]	3 × 25	3 × 25

Tabelle 4.1: Parameter der ASDEX-SXR-Kameras.

Diese Größe ist eine Näherung für das Linienintegral entlang der zentralen Sichtlinie in $d\Omega$, wobei in radialer und toroidaler Richtung über den Sichtbereich des Detektors gemittelt wird: In radialer Richtung liegt die Breite des Raumwinkelelementes zwischen 0.35 und 1.2 cm (zum Vergleich: Der Plasmaradius ist $a = 40$ cm). Außerdem ist bei

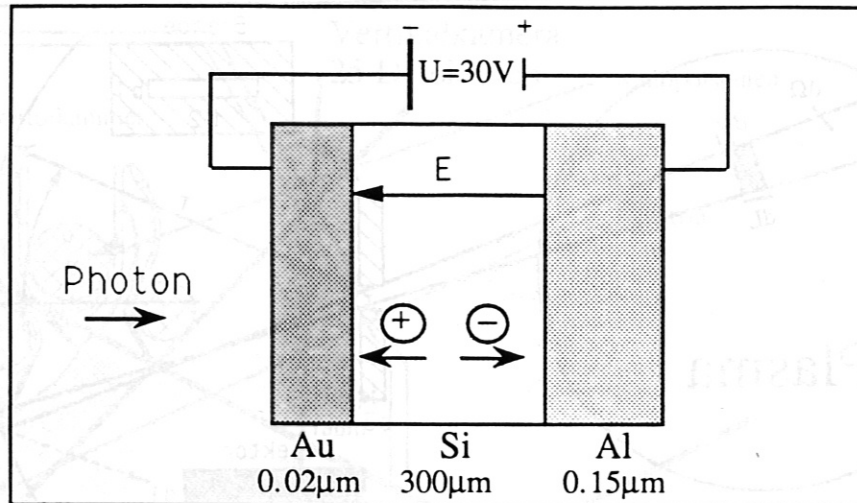


Abbildung 4.3: Schematischer Aufbau eines SBD-Detektors

einem mittleren Sichtlinienabstand von 2.5 cm gewährleistet, daß benachbarte Dioden keine Strahlungsbeiträge aus demselben Plasmavolumen messen. Die Sehwinkelöffnung in *toroidaler Richtung* beträgt dagegen zwischen 3.7 cm an der Torusaußen- und 12 cm an der Torusinnenseite. Bei einem toroidalen Plasmaumfang von 10m und kleinen Modenzahlen ist dadurch die Auflösung in keiner Weise beeinträchtigt. Demzufolge ist das Meßsignal in sehr guter Näherung dem Linienintegral entlang der zentralen Sichtlinie proportional.

In Tab. 4. 1 sind die wichtigsten Parameter der Kameras angegeben. Aus Abb. 4.2 ergibt sich der quantitative Zusammenhang zwischen dem Linienintegral $f = \int g dL$ und dem Detektorstrom I zu

$$f [Wm^{-2}] = I \frac{4\pi r^2}{F_B F_D W V (\cos \alpha - \frac{b_2}{b_1} |\sin \alpha|)} \quad (4.2)$$

Darin sind r der Lochkameraradius, $F_B = b_1 b_2$ die Blendenfläche, $F_D = d_1 d_2$ die Detektorfläche, W die absolute Diodenempfindlichkeit (siehe Kap. 4.2), V der Verstärkungsfaktor, d die Blendendicke und α der Winkel zwischen Sehstrahl und Kameraachse.

4.2 Detektoren

In den SXR-Diagnostiken an ASDEX und TFTR werden wie an vielen anderen Fusionsexperimenten (s. Referenzen in [44]) SBD-Dioden (Surface-Barrier-Diodes) der Firma ORTEC verwendet [45]. Abb. 4.3 stellt den Aufbau eines Detektors schematisch dar. In einem $300\mu m$ dicken, hochreinen Si-Kristall (Verunreinigungskonzentration im ppb-Bereich) entsteht durch das Aufdampfen einer $0.02\mu m$ dicken Goldschicht auf der Photoneintrittsseite ein pn-Übergang. Der elektrische Kontakt auf der dem Plasma abgewandten Diodenseite wird durch eine Aluminiumschicht der Dicke $0.15\mu m$ hergestellt. Der Betrieb der Diode im reverse bias mode (negative Spannung an der Au-Elektrode) bewirkt, wie in Abb. 4.3 dargestellt, ein elektrisches Feld und damit eine gleichrichtende

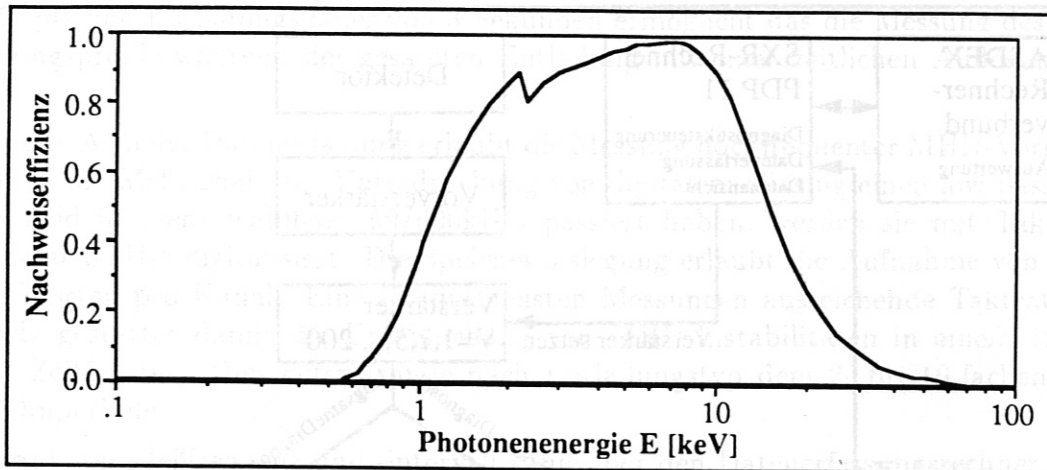


Abbildung 4.4: Die spektrale Abhängigkeit der Nachweiseffizienz. Die Werte für Energien unterhalb 10keV beruhen auf Messungen [46], die übrigen wurden gemäß dem ab etwa 3keV gültigen Zusammenhang $\mu \sim \nu^{-2.84}$ extrapoliert.

Schicht im Silizium. Die in den Detektor eintretenden Photonen erzeugen photoelektrisch Elektron-Loch-Paare¹. Unabhängig von der Photonenergie entsteht pro 3.62 eV absorbierter Energie ein Paar. Im elektrischen Feld driften Elektronen und Löcher zu den Kontakten, es findet Ladungstrennung statt. Oberhalb eines Schwellwertes der Detektor-Betriebsspannung werden die Elektron-Loch-Paare mit Wahrscheinlichkeit 1 getrennt und tragen damit alle zum Meßsignal bei. Die absolute Diodenempfindlichkeit W ist demzufolge $1/3.62$ Ampère pro Watt absorbierter Leistung. Typische Ströme betragen 10^{-5} A in zentralen Dioden, 10^{-8} A in randnahen. Von einem auf der Diode angebrachten Strom-zu-Spannung-Vorverstärker ($1V/10^{-5}A$) wird das Diodenstromsignal an den Eingang des Hauptverstärkers gegeben.

4.3 Nachweiseffizienz

Die Nachweiswahrscheinlichkeit der Versuchsanordnung sollte für Photonen im SXR-Bereich möglichst nahe bei 1 liegen, während niederenergetische Strahlung (sichtbares und UV-Licht vom Plasmarand) und höherenergetische Strahlung (harte Röntgen- und Gammastrahlung) nicht zum Meßsignal beitragen sollte.

Die spektrale Nachweisempfindlichkeit wurde unter Ausnutzung von Absorptionseffekten geregelt. Die Obergrenze des nachweisbaren Energiespektrums wird durch die Detektordicke bestimmt: Sehr hochenergetische Strahlung verliert beim Durchlaufen des Detektors nur einen kleinen Teil ihrer Energie. Die Untergrenze wird passiv von der Außenschicht des Detektors beeinflusst, die zur Gewährleistung eines guten Kontaktes nicht beliebig klein dimensioniert werden kann. Zur aktiven Ausfilterung niederenergetischer Photonen wurden Folien aus dem Niedrig-Z-Material Beryllium gewählt, weil dessen Absorptionskanten unterhalb des interessierenden Energiebereichs liegen. Die für die tomographischen Untersuchungen in dieser Arbeit verwendeten Folien haben eine Dicke

¹Comptoneffekt und Paarerzeugung spielen bei den betrachteten Photonenergien keine Rolle

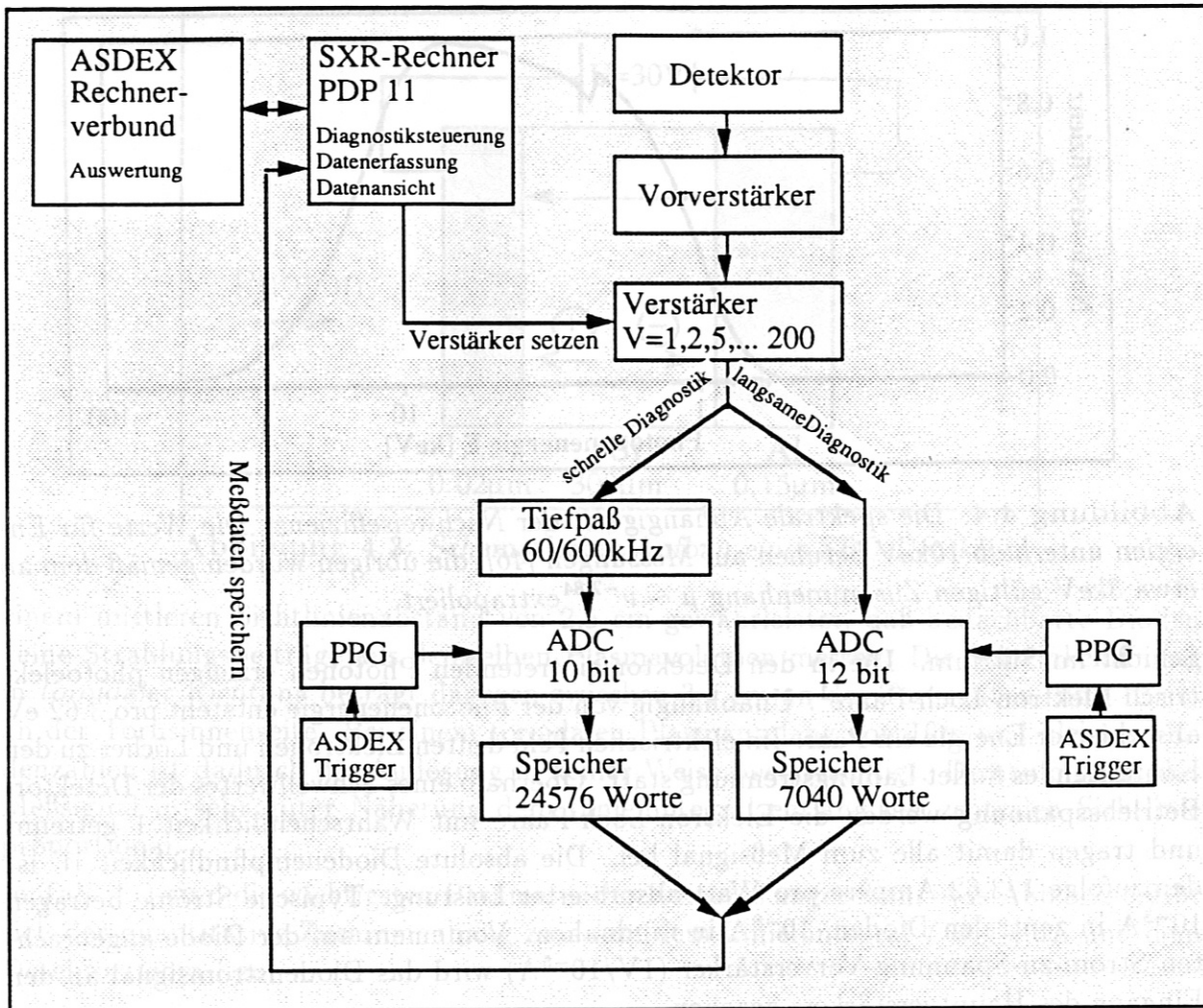


Abbildung 4.5: Das Datenverarbeitungssystem

von $7.5\mu\text{m}$.

Aus der Überlagerung aller Filtereffekte ergibt sich die in Abb. 4.4 dargestellte spektrale Nachweisempfindlichkeit der Anordnung. Im Bereich von 1.7-10 keV, in den bei typischen Plasmatemperaturen von wenigen keV ein Großteil der Strahlung fällt, ergibt sich wie gewünscht eine praktisch konstante, lediglich um $\pm 10\%$ schwankende hohe Effizienz von 0.9. Die Grenzen für die e^{-1} -Nachweiseffizienz liegen bei 1keV und 17keV.

4.4 Elektronik und Datenerfassung

Die wichtigsten Elemente des Datenverarbeitungssystems sind in Abb. 4.5 dargestellt. Die Datenerfassung wird zu Beginn einer Entladung durch einen Trigger angestoßen, der von der zentralen ASDEX-Experimentsteuerung an einen programmierbaren Pulsgenerator (PPG) abgegeben wird. Das von den Dioden gelieferte Meßsignal wird am Ausgang des Hauptverstärkers geteilt und in zwei unabhängige Datenerfassungsarme gespeist.

Der eine Teil digitalisiert die Meßwerte aller 58 Dioden in je 7040 12-bit-Worte. Bei

einer typischen Entladungsdauer von 3 Sekunden ermöglicht das die Messung des SXR-Strahlungsprofils während der gesamten Entladung mit einer zeitlichen Auflösung von 0.4 ms.

Der zweite Arm der Datenerfassung erlaubt die Messung hochfrequenter MHD-Vorgänge. Nachdem die Meßsignale zur Unterdrückung von digitalem aliasing einen low-pass-filter (Abschneidfrequenz wählbar: 60/600kHz) passiert haben, werden sie mit Taktraten von bis zu 1 MHz digitalisiert. Die Speicherauslegung erlaubt die Aufnahme von 24576 10-bit-Worten pro Kanal. Eine für die meisten Messungen ausreichende Taktrate von 200 kHz gestattet damit die Untersuchung von MHD-Instabilitäten in einem 120 ms langen Zeitfenster. Dies entspricht je nach Entladungstyp dem 2- bis 10-fachen einer Sägezahnperiode.

Die Wahl von Meßfrequenz und -intervall kann über den Datenerfassungsrechner durch direkte Ansteuerung der programmierbaren Pulsgeneratoren dem jeweiligen Experimentierprogramm angepaßt werden. Ebenso ist das rechnergesteuerte Setzen der Hauptverstärker möglich. Dazu werden vor Beginn eines Experimentes aus den SXR-Daten einer vergleichbaren Entladung die Verstärkungsfaktoren für alle Dioden so berechnet, daß der dynamische Meßbereich der Verstärker (10V) sowie die Länge eines Wortes im Hauptspeicher (10 bzw. 12 bit) möglichst gut ausgenutzt und gleichzeitig eine Übersteuerung vermieden wird. Am Ende des Schusses liest der Rechner die Speicher aus und legt ein Datenfile an. Dieses steht etwa fünf Minuten nach Entladungsende zu einer ersten Analyse zur Verfügung und wird später auf optischen Platten archiviert. Die Daten sind dann von verschiedenen Rechnern aus zugänglich und können tomographisch weiterverarbeitet werden. Insgesamt liefert die SXR-Diagnostik pro Entladung etwa 3 MByte an Daten.

Kapitel 5

Tomographie

Die Detektoren der SXR-Lochkameras messen *Linienintegrale* der Strahlung entlang verschiedener Sichtlinien. Ziel der Untersuchungen ist es jedoch, die zweidimensionale *lokale* Strahlungsverteilung in der durch die Kamerasichtlinien abgedeckten Poloidalebene des Plasmas zu erhalten. Im einfachen Fall einer lediglich radial variierenden Emissivität läßt sich diese aus den Linienintegralen mit Hilfe der Abel inversion (s. dazu z. B. [47]) berechnen. Der kompliziertere Fall von zweidimensional variierenden Verteilungen wird mit sogenannten tomographischen Verfahren behandelt.

Im Vergleich zu tomographischen Anwendungen in der Medizin, wo es aufgrund der Unveränderlichkeit des Untersuchungsobjektes und der freien Beweglichkeit der Apparatur möglich ist, eine praktisch beliebige Zahl von Linienintegralen zu messen, ist die Zahl der Meßpunkte und damit die Auflösung bei der Tomographie eines Fusionsplasmas stark beschränkt. Zur Erzielung einer befriedigenden Auflösung ist es deshalb wichtig, eine tomographische Methode zur Verfügung zu haben, die der Geometrie des Problems möglichst gut angepaßt ist. Da die zu untersuchenden Störungen im Tokamakplasma in erster Näherung die Form $\xi(r)e^{im\theta}$ haben, bieten sich Verfahren an, die die Emissivität in poloidaler Richtung in eine Fourierreihe entwickeln. Diese Vorgehensweise liegt dem von Cormack [48,49] entwickelten Tomographieverfahren zugrunde, das im folgenden vorgestellt wird. Anschließend werden Schwierigkeiten diskutiert, die sich trotz der guten Anpassung der Methode an die Geometrie des Problems aus der limitierten Kamerazahl ergeben. Darauf aufbauend wird ein Verfahren entwickelt, das speziell für zirkulare Plasmen mit kreisförmigen, nichtkonzentrischen Flußflächen geeignet ist und unter Ausnutzung der poloidalen Modenrotation eine hohe poloidale Auflösung erzielt.

5.1 Das Cormack'sche Tomographieverfahren

Eine wichtige Anwendung des Satzes, daß eine zweidimensionale Funktion eindeutig durch ihre Linienintegrale bestimmt ist (siehe z. B. [50]), erarbeitete Cormack 1963 [48, 49] in Form eines Algorithmus zur Berechnung einer zweidimensionalen Funktion $g(r, \theta)$ aus einer Anzahl von Linienintegralen $f = \int g(r, \theta) dL$ dieser Funktion. g bezeichnet also die innerhalb des Plasmaradius a zu bestimmende lokale Größe (SXR-Emissivität), f die gemessene integrale Größe (SXR-Linienintensität).

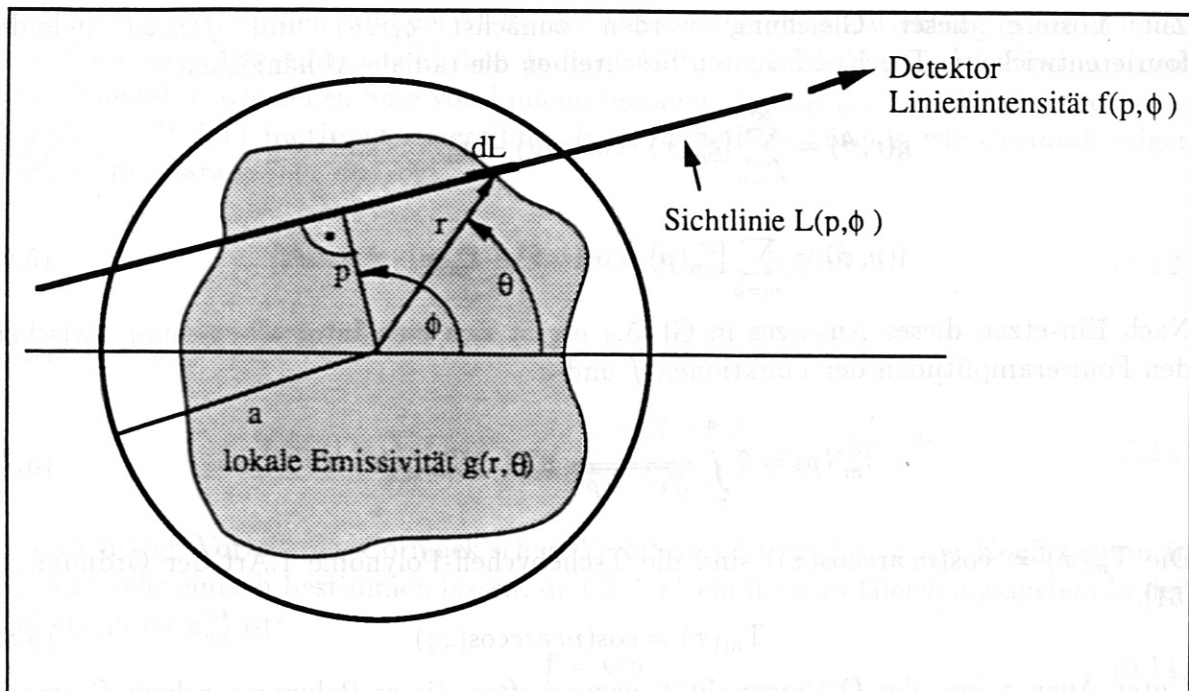


Abbildung 5.1: Die Geometrie des tomographischen Problems. Aus einem Satz von Linienintegralen $f(p, \phi) = \int g(r, \theta) dL$ ist die lokale Emissivität $g(r, \theta)$ zu berechnen.

Abb. 5.1 zeigt die Geometrie des Problems. Die Sichtlinie eines Detektors ist eindeutig durch die Länge p des Lots vom Koordinatenursprung auf die Sichtlinie und den zugehörigen Winkel ϕ charakterisiert. Außerhalb des Radius a verschwinde die Emissivität. Das inverse Problem besteht in der Bestimmung von $g(r, \theta)$ durch Umkehr der Integralgleichung

$$f(p, \phi) = \int_{L(p, \phi)} g(r, \theta) dL \quad (5.1)$$

Aus Abb. 5.1 ergibt sich das Linienelement dL entlang des Integrationsweges L zu:

$$dL = \frac{r}{\sqrt{r^2 - p^2}} dr = W(r, p) dr \quad (5.2)$$

$W(r, p)$ bezeichnet die Wichtung eines Punktes r im Linienintegral mit dem Sichtlinienparameter p . Der Winkel θ in Gl. 5.1 ist keine unabhängige Variable, da bei gegebenen Werten für p, ϕ und r nur zwei Punkte (r, θ_1) und (r, θ_2) zum Integral beitragen:

$$\theta_{1,2}(r, p, \phi) = \phi \pm \arccos\left(\frac{p}{r}\right) \quad (5.3)$$

Unter Verwendung der Ausdrücke 5.2 und 5.3 läßt sich die Integralgleichung 5.1 endgültig als reines r -Integral entlang zweier Teilstrecken ausdrücken:

$$f(p, \phi) = \sum_{i=1}^2 \int_p^a g(r, \theta_i(r, p, \phi)) W(r, p) dr \quad (5.4)$$

Zur Lösung dieser Gleichung werden zunächst $g(r, \theta)$ und $f(p, \phi)$ poloidal fourierentwickelt¹. Die Koeffizienten beschreiben die radiale Abhängigkeit.

$$g(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} [g_m^c(r) \cdot \cos(m\theta) + g_m^s(r) \cdot \sin(m\theta)] \quad (5.5)$$

$$f(p, \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} [f_m^c(p) \cdot \cos(m\theta) + f_m^s(p) \cdot \sin(m\theta)] \quad (5.6)$$

Nach Einsetzen dieses Ansatzes in Gl. 5.4 ergibt sich eine Integralbeziehung zwischen den Fourieramplituden der Funktionen f und g :

$$f_m^{c,s}(p) = 2 \int_p^a \frac{r}{\sqrt{r^2 - p^2}} g_m^{c,s}(r) T_m(p/r) dr \quad (5.7)$$

Die $T_m(x) = \cos(m \arccos(x))$ sind die Tschebycheff-Polynome 1. Art der Ordnung m [51].

$$T_m(x) = \cos(m \arccos(x)) \quad (5.8)$$

Unter Ausnutzung der Orthogonalitätseigenschaften dieser Polynome gelang Cormack die Umkehr dieser Gleichung [48]:

$$g_m^{c,s}(r) = -\frac{1}{\pi} \frac{d}{dr} \int_r^a \frac{r}{\sqrt{p^2 - r^2}} p f_m^{c,s}(p) T_m(p/r) dp \quad (5.9)$$

Für den Fall, daß $g_m^{c,s} = f_m^{c,s} = 0$ für alle $m > 0$, d. h. für den Fall winkelunabhängiger Funktionen gilt $T_0(x) = 1$ und Gl. 5.9 ist die für viele Funktionen exakt lösbare Gleichung der Abelinversion [47].

Zwar stellt Gl. 5.9 bereits die Umkehr von Gl. 5.1 dar, sie ist aber für numerische Anwendungen nicht gut geeignet, da das erforderliche Differenzieren von im allgemeinen fehlerbehafteten Meßsignalen große Fehler in der Rekonstruktion zur Folge haben kann. Durch die Wahl eines geeigneten Funktionensystems für die $f_m^{c,s}(p)$ ist es Cormack aber gelungen, Ableitung und Integration in Gl. 5.9, analog zur Abelinversion, analytisch durchzuführen [49]: Entwickelt man nämlich die $f_m^{c,s}(p)$ gemäß

$$f_m^{c,s}(p) = 2 \sum_{l=0}^{\infty} a_{ml}^{c,s} \sin[(m + 2l + 1) \arccos(p)] \quad (5.10)$$

so ergibt sich durch Einsetzen in Gl. 5.6 das Gleichungssystem

$$f(p_i, \phi_i) = 2 \sum_{m=0}^M \sum_{l=0}^L [a_{ml}^c \cos(m\phi_i) + a_{ml}^s \sin(m\phi_i)] \cdot \sin((m + 2l + 1) \arccos(p_i)) \quad (5.11)$$

¹In der Literatur hat sich sowohl für die poloidale Modenzahl als auch für den Index in der Fourierentwicklung die Bezeichnung mit dem Buchstaben m eingebürgert. Diese etwas unglückliche Wahl behalten wir aus Gründen der Kompatibilität zur einschlägigen Literatur bei und betonen hier ausdrücklich, daß deutlich zwischen einer *physikalischen* MHD-Mode der poloidalen Modenzahl m und ihrer *mathematischen* Darstellung durch im allgemeinen mehrere Fourieranteile $\cos(m\theta)$ zu unterscheiden ist. Im Einzelfall sollte aus dem Zusammenhang klar werden, um welches m es sich gerade handelt.

Wegen der nur endlichen Zahl der Meßwerte wurde dabei die Entwicklung in den Winkel- und Radialkoordinaten bei endlichen Indices M bzw. L abgebrochen. Sind aus dem experimentell gewonnenen Satz von Linienintegralen $f(p_i, \phi_i)$ ($i=1,2,\dots,N$) die Koeffizienten $a_{ml}^{c,s}$ in Gl. 5.11 bestimmt, so ergibt sich die endgültige Lösung, wie Cormack zeigen konnte [49], daraus sehr einfach:

$$g_m^{c,s}(r) = \sum_{l=0}^{\infty} a_{ml}^{c,s} \cdot (m + 2l + 1) \cdot R_{ml}(r) \quad (5.12)$$

Darin sind $R_{ml}(r)$ die Zernicke-Polynome

$$R_{ml}(r) = \sum_{s=0}^l (-1)^s \frac{(m + 2l - s)!}{s! (m + l - s)! (l - s)!} \cdot r^{m+2l-2s} \quad (5.13)$$

Ein wichtiger Vorteil des Cormack'schen Verfahrens ist, daß sich die Koeffizienten in Gl. 5.11 sehr einfach bestimmen lassen, da Gl. 5.11 ein lineares Gleichungssystem in den Unbekannten $a_{ml}^{c,s}$ ist:

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}\mathbf{a} \quad (5.14)$$

Die N Elemente des Vektors \mathbf{f} sind die Meßwerte der N Dioden, der Vektor \mathbf{a} enthält die auf geeignete Weise sortierten $(2M+1)(L+1)$ Entwicklungskoeffizienten $a_{ml}^{c,s}$, die Matrix \mathbf{G} gemäß Gl. 5.11 die zugehörigen Elemente $\sin / \cos(m\phi_i) \cdot \sin((m + 2l + 1) \arccos(p_i))$. Auf die Festlegung der Indices M und L und damit der Zahl der Unbekannten im Gleichungssystem wird in Kap.5.3.4 genau eingegangen. Hier sei nur auf die Minimalbedingung verwiesen, daß M und L so zu wählen sind, daß die Zahl der Unbekannten die Zahl der Meßwerte nicht übersteigt. Meßwerte in diesem Sinne sind auch künstlich in die Rechnung eingeführte Detektoren, deren Sichtlinien ganz außerhalb des Plasmas liegen und denen die Intensität $f(p, \phi) = 0$ zugewiesen wird. Sie sind notwendig, weil die Zernickepolynome im Limes $r \rightarrow 1$ nicht gegen Null gehen. Die zusätzlichen Detektoren stellen damit sicher, daß die Linearkombination Gl. 5.12 und damit die Emissivität am Plasmarand gegen Null geht².

Das Gleichungssystem 5.14 ist überbestimmt und besitzt daher keine exakte Lösung. Vielmehr sind die Vektorelemente a_j aus allen möglichen Sätzen von Koeffizienten b_j so zu bestimmen, daß die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen Meßwerten und gefitteten Funktionswerten minimiert wird:

$$\sum_{i=1}^N (f_i - G_{ij}a_j)^2 = \min_{(b_1, b_2, b_3, \dots)} \sum_{i=1}^N (f_i - G_{ij}b_j)^2 \quad (5.15)$$

Damit ergibt sich die wegen des Auftretens von Meßfehlern erwünschte Eigenschaft der Glättung der Meßwerte. Die Minimierungsbedingung führt auf das lineare Gleichungssystem

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{a} = \mathbf{G}^T \mathbf{f} \quad (5.16)$$

²Meßwerten entsprechen auch zusätzliche in das Gleichungssystem eingehende Bedingungen, wie beispielsweise Symmetrieforderungen oder Glattheitseigenschaften. Solche Bedingungen werden in dieser Arbeit aber nicht verwendet.

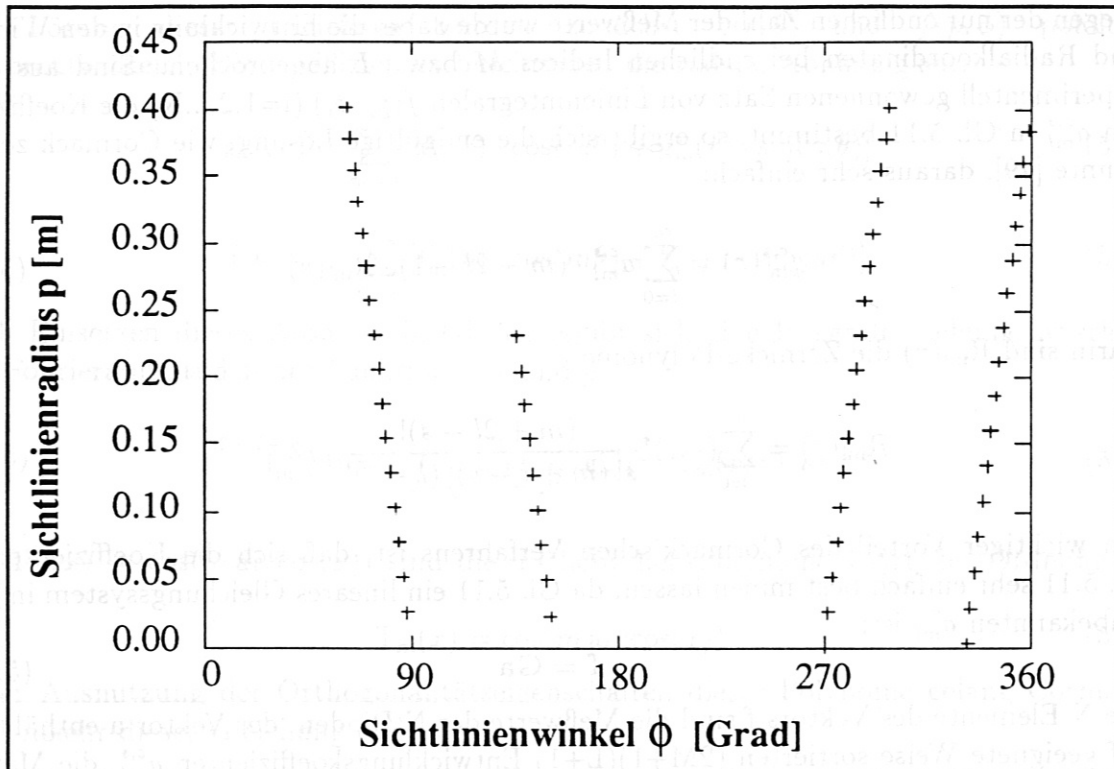


Abbildung 5.2: Die Sichtlinienbedeckung der ASDEX-SXR-Kameras

$\mathbf{G}^T \mathbf{G}$ ist eine quadratische Matrix vom Rang N . Da die Spaltenvektoren von \mathbf{G} linear unabhängig sind, existiert die inverse Matrix zu $\mathbf{G}^T \mathbf{G}$, so daß sich die Lösung von Gl. 5.16 eindeutig ergibt:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{f} \quad (5.17)$$

Die Lösung des tomographischen Problems reduziert sich damit im wesentlichen auf die Bestimmung von $(\mathbf{G}^T \mathbf{G})^{-1}$, die sich numerisch mit Routinen aus mathematischen Bibliotheken mit hoher Genauigkeit durchführen läßt.

5.2 Grenzen der Tomographie mit zwei Kameras

Die Güte der Rekonstruktion der Emissivität $g(r, \theta)$ hängt wesentlich von Zahl und Anordnung der Detektoren, d.h. von der Bedeckung des (p, ϕ) -Raumes mit Meßpunkten ab. In Abb. 5.2 ist die Sichtlinienbedeckung der beiden ASDEX-SXR-Kameras dargestellt. Jeder Kamerahälfte entspricht eine Reihe von Punkten, die nahezu äquidistant in p -Richtung bei etwa linear variierendem ϕ sind. Aus diesem Bild ergibt sich direkt die Obergrenze für den Entwicklungsparameter M , bei dem die poloidale Entwicklung abgebrochen werden muß: Weil zu gegebenem p nur vier Meßpunkte mit unterschiedlichem ϕ existieren, können in der Entwicklung 5.11 zu festem l höchstens vier Koeffizienten $a_{ml}^{c,s}$ eingebracht werden. Neben dem in allen Fällen erforderlichen $m = 0$ -Anteil, der das Strahlungsprofil beschreibt, können somit höchstens drei weitere Terme in der Entwicklung berücksichtigt werden. Im allgemeinen werden das die der physikalischen Modenzahl m entsprechenden Anteile $\cos(m\theta)$ und $\sin(m\theta)$ sein; die Berücksichtigung des \cos

oder sin-Terms zu einem weiteren m ist nur dann möglich, wenn die Phasenlage dieser Harmonischen bekannt ist³. Untersuchungen, in denen nicht nur die Position und die Amplitude einer Mode bestimmt werden sollen, sondern auch ihre poloidale Ausdehnung und Struktur, sind damit praktisch nicht möglich. Besonders kritisch sind $m = 1$ -Moden, da diese im allgemeinen eine kompliziertere Struktur aufweisen (siehe die in Kap. 2.5.2 und 2.5.3 vorgestellten Flußflächenstrukturen), als Moden mit $m \geq 2$.

Zur Untersuchung der räumlichen Auflösung bietet sich die Durchführung numerischer Experimente an, in denen das Kamerasystem simuliert wird: Für eine vorgegebene Emissivität werden die Linienintegrale für alle Detektoren berechnet, die so gewonnenen Daten werden tomographisch invertiert und das Resultat wird mit der vorgegebenen Emissivität verglichen.

Der Graustufenplot in Abb. 5.3 zeigt eine simulierte Emissivität mit einer $m = 1$ -Modenstruktur, wie sie typisch für die experimentellen Untersuchungen dieser Arbeit ist. Nach der Inversion ergibt sich die rechts in Abb. 5.3 gezeigte Emissivität. Der Vergleich zeigt, daß die Reproduktion keineswegs befriedigend ist, da die $M = 1$ -Tomographie lediglich die führende, nicht jedoch höhere poloidale Harmonische, die bei der vorgegebenen Struktur wichtig sind, berücksichtigen und herausarbeiten kann.

Limitierend kommt zusätzlich hinzu, daß die Flußflächen an ASDEX zwar zirkular, aber nicht konzentrisch sind. Vielmehr sind sie aufgrund toroidaler Effekte unterschiedlich stark zur Torusaußenseite hin verschoben. In ASDEX und TFTR ist eine Flußfläche mit Radius r um

$$\Delta(r) \approx \Delta_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2} \right) \quad (5.18)$$

gegen die Plasmamitte verschoben. Δ_0 wird als Shafranovshift der magnetischen Achse bezeichnet und nimmt etwa proportional zu β_p zu⁴ [52], wächst also mit zunehmender Plasmatemperatur bzw. Heizleistung. Es sind also bereits für die exakte Reproduktion von Gleichgewichtsflußflächen ohne Modenaktivität höhere Terme als $m = 0$ zu berücksichtigen. In der oben diskutierten Simulation wurde in der Emissivität eine Shafranovshift $\Delta_0/a=0.2$ verwendet (Höhere Werte kommen in den experimentellen Untersuchungen nicht vor.). Die unbefriedigende Reproduktion ist teilweise auf das Vorliegen der Shift zurückzuführen.

Insgesamt zeigt sich also, daß die mit zwei Kameras erreichbare Auflösung zur detaillierten Untersuchung von MHD-Aktivitäten nicht ausreicht. Deshalb wurde eine tomographische Methode entwickelt, die unter Berücksichtigung der Shafranovshift und Ausnutzung der Modenrotation eine deutliche Verbesserung der poloidalen Auflösung mit sich bringt.

³Beispielsweise wird an JET mit ebenfalls zwei SXR-Kameras zur Untersuchung von $m = 1$ -Moden zur Berücksichtigung der vertikalen Plasmaelongation der $\cos(2\phi)$ -Anteil in die Entwicklung aufgenommen [13]

⁴ β ist das Verhältnis von Plasmadruck zu Magnetfelddruck und ist damit ein Maß dafür, wie effektiv der Plasmadruck vom Magnetfeld eingeschlossen wird; in β_p (poloidales β) wird nur das poloidale Magnetfeld berücksichtigt

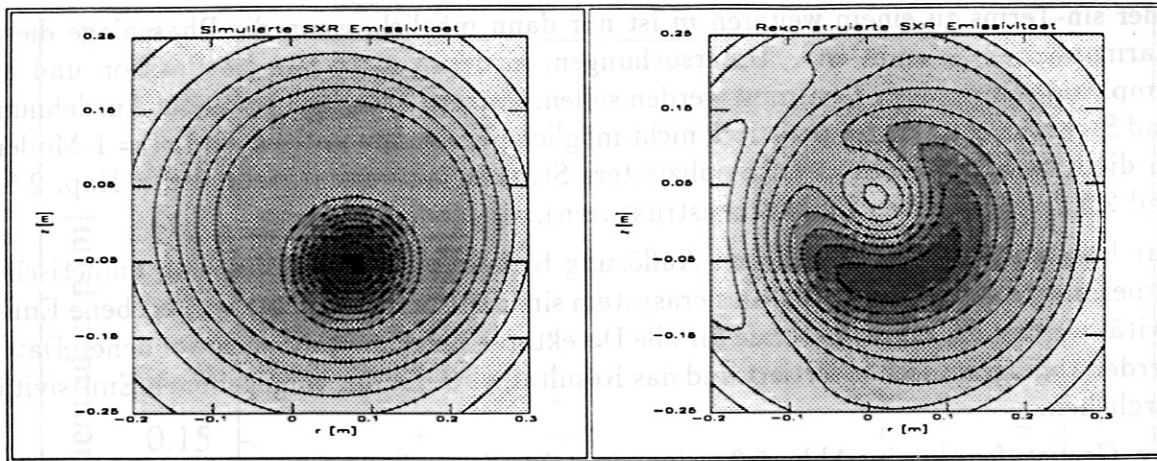


Abbildung 5.3: Simulation der Cormackmethode unter Zugrundelegung des ASDEX-SXR-Systems. Das linke Bild zeigt die in der Simulation verwendete Emissivität, rechts ist das Ergebnis der Inversion dargestellt.

5.3 Ein Rotationstomographieverfahren für hoch- β -Plasmen

5.3.1 Rotationstomographie

In frühen tomographischen Untersuchungen an kleineren Experimenten waren die Probleme mit der poloidalen Auflösung weniger gravierend. Zum einen sind die Flußflächen in niedrig- β -Plasmen konzentrische Kreise, so daß kein $m \neq 0$ -Anteil zur Reproduktion der Gleichgewichtsflußflächen nötig ist, sondern ganz zur Herausarbeitung der Modenanteile der Emission verfügbar ist [14]. Zum anderen ließ sich in Fällen, in denen eine höhere poloidale Auflösung gefordert war, die Modenrotation zur Einführung zusätzlicher virtueller Detektoren ausnutzen [53,54,15].

Für den Fall, daß im Plasma nur eine MHD-Mode vorliegt bzw. zur Strahlung beiträgt, sehen die SXR-Kameras aufgrund der Modenbewegung eine poloidal starr auf den konzentrischen Flußflächen rotierende Struktur. Falls das Emissionsprofil im Zeitraum (t_1, t_2) mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotiert, sind Messungen mit einer Diode (p_A, ϕ_A) zu zwei Zeitpunkten t_1 und t_2 und Messungen zu einem Zeitpunkt t_1 mit zwei Dioden (p_A, ϕ_A) und $(p_B, \phi_B) = (p_A, \phi_A + \omega(t_2 - t_1))$ gleichwertig (Abb.5.4), oder in anderen Worten: Die Messung am rotierenden Plasma mit ortsfester Diagnostik entspricht einer Messung am ortsfesten Plasma mit rotierender Diagnostik. So kann durch die Einführung virtueller Kameras die poloidale Auflösung erhöht werden. In den in dieser Arbeit zu untersuchenden Plasmen ist die Situation jedoch komplizierter: Wegen der deutlichen Shafranovverschiebung liegt keine starre Rotation vor.

Tomographische Techniken, die auf einer Fourieranalyse der zeitlich oszillierenden Signale beruhen [55,56], sind nur für die Untersuchung sehr langsam veränderlicher Emissivitäten geeignet und lassen sich damit nicht auf die in dieser Arbeit zu analysierende Sägezahninstabilität anwenden.

Eine in Ref.[57] vorgestellte, speziell für Niedrig- m -Moden entwickelte Methode scheidet

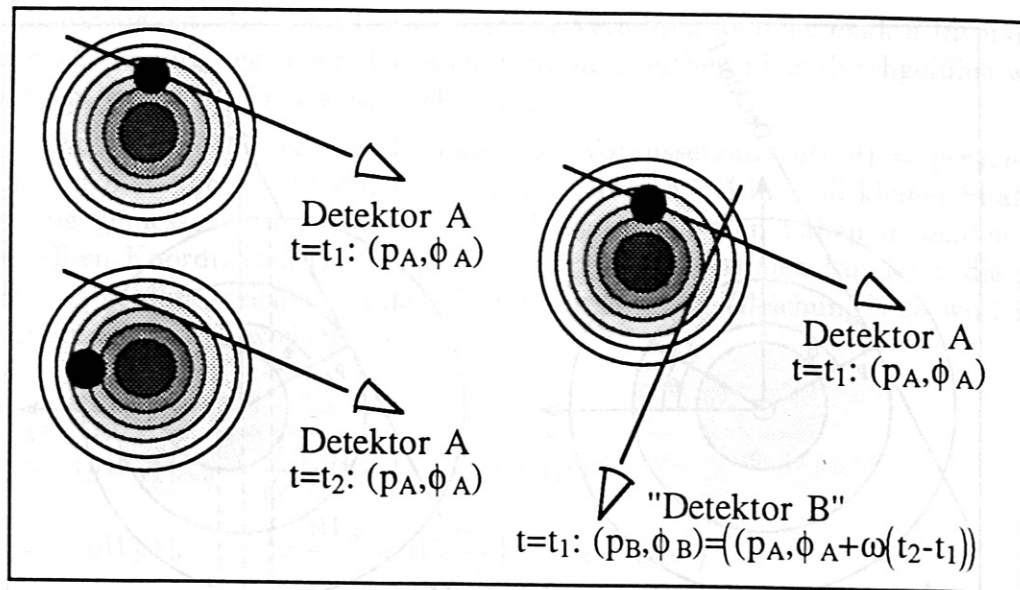


Abbildung 5.4: Einführung virtueller Detektoren durch Ausnutzung der Modenrotation

ebenfalls aus, da sie die fehlerempfindliche Differentiation der Meßdaten nötig macht. Um dennoch hochaufgelöste Tomographie durchführen zu können, wurde die Rotations-tomographie so erweitert, daß sie sich auf die kompliziertere ASDEX- und TFTR-Flußflächengeometrie anwenden läßt.

5.3.2 Herleitung des Verfahrens

In Abb. 5.5 sind schematisch die zwei bereits angesprochenen Gleichgewichts-Flußflächensysteme dargestellt: konzentrische Kreise (A) und die im Experiment vorliegenden schraffierten verschobenen Kreise (B). Da die Strahlung auf Flußflächen konstant ist, gilt für die Emissivitäten in beiden Systemen:

$$g(r, \theta) = g(r_S, \theta_S) \quad (5.19)$$

Während also für den Fall A Zylinderkoordinaten (r, θ) die natürliche Wahl zur Beschreibung der Emissivität darstellen, sind es im Fall B die eingezeichneten lokalen Koordinaten (r_S, θ_S) : Die Koordinaten (r_S, θ_S) eines Punktes werden nicht von der Plasmamitte aus bestimmt, sondern vom Mittelpunkt der Flußfläche, auf der der Punkt liegt. Die Transformationsgleichungen zwischen beiden Systemen ergeben sich unter Zugrundelegung des Ausdrucks 5.18 für die radiale Variation der Flußflächenverschiebung zu:

$$r_S = \sqrt{c_1 - \frac{a}{\Delta_0} \sqrt{c_1 - \left(\frac{a^2}{2\Delta_0}\right)^2 - r^2 \sin^2 \theta}} \quad (5.20)$$

$$\theta_S = \arcsin\left(\frac{r}{r_S} \sin \theta\right) \quad (5.21)$$

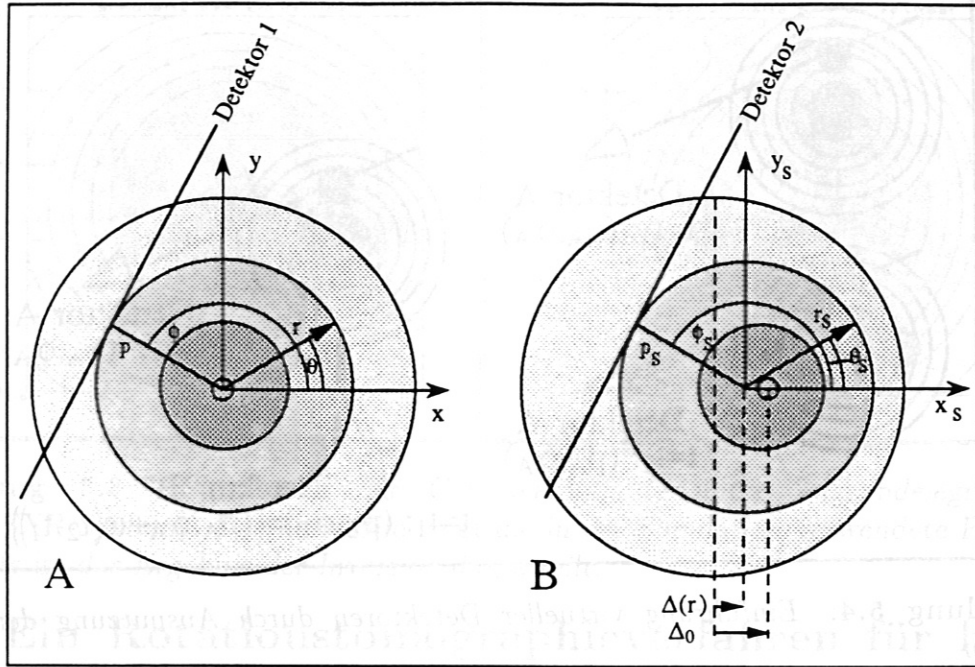


Abbildung 5.5: Zylinderkoordinaten (A) und Shafranovkoordinaten (B). Die Detektoren 1 und 2 haben in beiden Koordinatensystemen die gleichen Koordinaten: $(p, \phi) = (p_s, \phi_s)$.

mit

$$c_1 = 2 \left(\frac{a^2}{2\Delta_0} \right)^2 + a^2 - \frac{a^2}{\Delta_0} r \cos \theta \quad (5.22)$$

Zunächst soll nun die Integralgleichung 5.1 statt in Zylinderkoordinaten in den Koordinaten (r_s, θ_s) formuliert werden. Die zu den Gleichungen 5.2, 5.3 und 5.4 analogen Beziehungen sind:

$$dL_S = \frac{r_s + 2\epsilon \left(-p_s \cos \phi_s + H \sin \phi_s - \epsilon \frac{(r_s^2 - p_s^2)}{a} \cos^2 \phi_s \right)}{H} dr_s \quad (5.23)$$

$$= W_S(r_s, p_s, \phi_s, \epsilon) dr_s$$

$$\theta_{S1, S2} = \phi_s \pm \arccos \left(\frac{p_s}{r_s} + \epsilon \frac{r_s^2 - p_s^2}{a r_s} \cos \phi_s \right) \quad (5.24)$$

$$f_S(p_s, \phi_s, \epsilon) = \sum_{i=1}^2 \int_a^p g(r_s, \theta_{Si}) W_S dr_s \quad (5.25)$$

mit

$$H(r_s, p_s, \phi_s, \epsilon) = \sqrt{r_s^2 - \left(p_s + \epsilon \frac{(r_s^2 - p_s^2)}{a} \cos \phi_s \right)^2} \quad (5.26)$$

Darin bezeichnet $\epsilon = \Delta_0/a$ die relative Shafranov-Verschiebung. Es zeigt sich also, daß die Funktionen W_S und $\theta_{S1, S2}$ nicht nur eine viel kompliziertere r_s - und p_s -Abhängigkeit als die analogen Funktionen in Zylinderkoordinaten besitzen, sondern zusätzlich auch

eine ϕ_S -Abhängigkeit. Die dem Cormack'schen Verfahren analoge exakte Inversion der Gleichung 5.25 konnte wegen der viel höheren Kompliziertheit nicht durchgeführt werden, ist aber auch, wie sich zeigen wird, nicht nötig.

Dazu werden die Linienintegrale, die unter der Voraussetzung $g(r, \theta) = g(r_S, \theta_S)$ von Detektor 1 in Abb. 5.5 A und von Detektor 2 in Abb. 5.5 B im Fall kleiner Shafranovverschiebung gemessen werden, verglichen. Diese Detektoren haben in beiden Systemen die selben Koordinaten $(p, \phi) = (p_S, \phi_S)$, d.h. ihre Sichtlinien tangieren die gleiche Flußfläche unter dem gleichen Winkel. Der Integrand von Gleichung 5.25 wird in eine Taylorreihe um $\epsilon = 0$ entwickelt:

$$\begin{aligned} g(r_S, \theta_{Si}) \cdot W_S &= & (5.27) \\ &= (gW_S)|_{\epsilon=0} + \frac{d}{d\epsilon} (gW_S)|_{\epsilon=0} \cdot \epsilon + O(\epsilon^2) \\ &= (gW_S)|_{\epsilon=0} + \left(g \frac{dW_S}{d\epsilon} + W_S \frac{dg}{d\epsilon} \right) \Big|_{\epsilon=0} \cdot \epsilon + O(\epsilon^2) \\ &= (gW_S)|_{\epsilon=0} + \left(g \frac{dW_S}{d\epsilon} + W_S \frac{\partial g}{\partial \theta_{Si}} \frac{\partial \theta_{Si}}{\partial \epsilon} \right) \Big|_{\epsilon=0} \cdot \epsilon + O(\epsilon^2) \quad \text{für } i = 1, 2 \end{aligned}$$

Die Ableitungen ergeben sich direkt aus den Gleichungen 5.23 und 5.24. Durch Einsetzen in Gl. 5.25 erhält man für das Linienintegral von Detektor 2 in Abb. 5.5 B

$$f(p_S, \phi_S, \epsilon) = \sum_{i=1}^2 \int_a^p g(r_S, \theta_{Si}) W_S dr_S \quad (5.28)$$

$$\approx \sum_{i=1}^2 \int_a^p g(r, \theta_i) \frac{r}{\sqrt{r^2 - p^2}} \left[1 - \epsilon \left(\frac{p}{a} \pm \frac{\sqrt{r^2 - p^2}}{a} \frac{\partial \ln g}{\partial \theta_i} \right) \cos \phi \right] dr \quad (5.29)$$

$$= \sum_{i=1}^2 \int_a^p g(r, \theta_i) W \left[1 - \epsilon \left(\frac{p}{a} \pm \frac{\sqrt{r^2 - p^2}}{a} \frac{\partial \ln g}{\partial \theta_i} \right) \cos \phi \right] dr \quad (5.30)$$

$$(5.31)$$

Das \pm -Zeichen steht für die Winkel θ_1 bzw. θ_2 (siehe Gl. 5.24). Aus Gl. 5.30 und Gl. 5.4 erhält man für das Verhältnis der Integranden entlang der Sichtlinie von Detektor 2 und entlang der Sichtlinie von Detektor 1 in erster Ordnung in ϵ

$$\frac{g(r_S, \theta_{Si}) W_S}{g(r, \theta_i) W} \approx 1 - \epsilon C_i(r, p, \phi) \cos \phi \quad (5.32)$$

mit

$$C_i(r, p, \phi) = \frac{p}{a} \pm \frac{\sqrt{r^2 - p^2}}{a} \frac{\partial \ln g}{\partial \theta_i} \quad (5.33)$$

Da die Entwicklung keinen $\sin \phi$ -Term enthält, sind Integrale entlang horizontaler Sichtlinien in beiden Systemen gleich. Dies ist zu erwarten, da die Verschiebung der Flußflächen in Richtung dieser Sichtlinien erfolgt. Für die Detektoren der vertikalen Kamera gilt $|\cos \phi| \approx 1$, d.h. der Korrekturterm ist ungefähr $1 - \epsilon C_i$. C_i enthält aber

einen Term, der linear im Sichtlinienparameter p ist, d.h. die Korrektur ist klein für zentrumsnahe Kanäle. Das sind aber gerade die Kanäle, die bei den typischen SXR-Profilen die größten Intensitäten messen.

Der winkelabhängige Term in C_i beschreibt den Unterschied, der nur in modenbehafteten Plasmen auftritt. Er enthält die logarithmische Winkelableitung der Emissivität. Für $g \sim e^{im\theta}$ ergibt er für Vertikalkanäle Unterschiede der Größenordnung $\epsilon\sqrt{r^2 - p^2}/a \cdot m$, die allerdings für diejenigen r , die am stärksten zum Integral beitragen ($r \approx p$), am kleinsten sind.

Für kleine Werte von $\epsilon = \Delta_0/a$ ist es also mittels der Beziehung 5.32 möglich, in Plasmen mit verschobenen zirkularen Flußflächen gemessene Linienintegrale umzurechnen in Linienintegrale, die in Plasmen mit nichtverschobenen zirkularen Flußflächen entlang entsprechender Sichtlinien gemessen wurden. Unter Vernachlässigung des θ -abhängigen Terms in Gl. 5.33 ergibt sich der Transformationsfaktor zu

$$T_0 = 1 - \epsilon \frac{p}{a} \cos \phi \quad (5.34)$$

Der entscheidende Punkt ist aber, daß nach der Rücktransformation der Meßdaten ins unverschobene System wieder die Anwendung der Rotationstomographie möglich ist. Damit ergibt sich eine für zirkulare Plasmen mit verschobenen Flußflächen geeignete Tomographie-Methode wie folgt:

- Die Sichtlinienkoordinaten der Detektoren werden im Shafranovkoordinatensystem berechnet. Die dazu nötige Verschiebung Δ_0 ist für jede Entladung aus Messungen zugänglich, kann aber beim Vorliegen rotierender Moden auch aus den SXR-Daten mit großer Genauigkeit bestimmt werden.
- Die Meßdaten eines Detektors mit den Sichtlinienkoordinaten (p_S, ϕ_S) werden durch den Faktor T_0 dividiert. Dies entspricht der Rücktransformation der im Shafranovsystem gemessenen Intensitäten ins Zylinderkoordinatensystem.
- In Zylinderkoordinaten kann gegebenenfalls die Modenrotation gemäß Abb. 5.4 ausgenutzt werden.
- Auf die somit erhaltenen Daten wird der gewöhnliche Cormack-Algorithmus angewandt.
- Die erhaltene Emissivität wird mit Hilfe der Umkehrungen der Gleichungen 5.20 und 5.21 ins Shafranovkoordinatensystem zurücktransformiert.

Diese Methode ist natürlich nur dann von Nutzen, wenn die lineare Näherung für die physikalisch relevanten Werte von ϵ gültig ist. Dies wird im nächsten Abschnitt getestet.

5.3.3 Test des Verfahrens

Um die Anwendbarkeit der beschriebenen Rotationstomographiemethode zu zeigen, werden zwei verschiedene Tests durchgeführt.

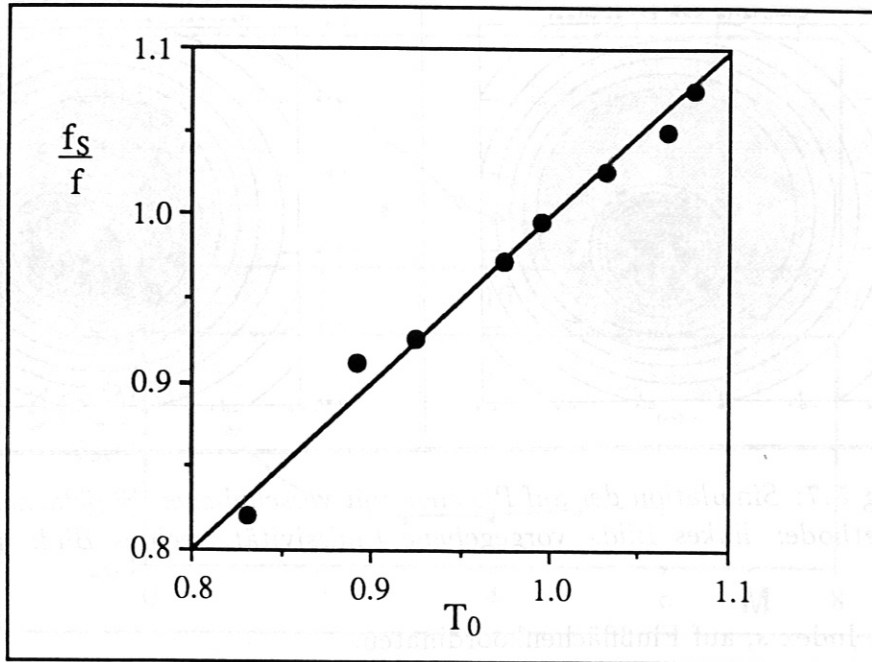


Abbildung 5.6: Test der Gültigkeit der Entwicklung bis zu Termen 1. Ordnung in ϵ . Verwendet wurde die Testemissivität aus Abb. 5.3

Zunächst wird gezeigt, daß der Abbruch der Taylorentwicklung nach dem linearen Glied in Gl. 5.27 und die Vernachlässigung des winkelabhängigen Terms in Gl. 5.34 gerechtfertigt sind. Dazu wird die bereits in Kap. 5.2 diskutierte $m = 1$ -Modenstruktur in Plasmen mit $\epsilon = 0$ und mit $\epsilon = 0.2$ simuliert. Das Verhältnis f_s/f von Linienintegralen mit gleichen Koordinaten $(p, \phi) = (p_s, \phi_s)$ in beiden Simulationen wird gebildet und mit dem gemäß der durchgeführten Näherung zu erwartenden Verhältnis T_0 aus Gl. 5.34 verglichen. Abb. 5.6 zeigt, daß beide Werte sehr gut übereinstimmen und daß damit der Abbruch der Taylorentwicklung nach Termen 1. Ordnung sowie die Vernachlässigung des θ -abhängigen Terms gerechtfertigt sind.

In einem zweiten Schritt wird die Inversion der Testemissivität mit dem neu entwickelten Algorithmus, aber zunächst ohne Ausnutzung der Modenrotation durchgeführt. Das Ergebnis in Abb. 5.7 zeigt bereits eine deutliche Verbesserung gegenüber Abb. 5.3, aber wegen der geringen poloidalen Auflösung des Kamerasystems ist sie immer noch unbefriedigend. So stimmen die Form des heißen Gebietes und die Strahlungsamplitude nicht mit der Vorgabe überein.

In einer weiteren Simulation wurde die gleiche Modenstruktur auf den verschobenen Flußflächen rotierend simuliert und die Inversion unter Ausnutzung der Modenrotation durchgeführt. Die dann mit $M = 3$ durchgeführte Tomographie ergibt, wie in Abb. 5.8 gezeigt ist, eine sehr gute Übereinstimmung mit der vorgegebenen Emissivität.

Nachdem somit die prinzipielle Leistungsfähigkeit der Methode gezeigt wurde, werden im nächsten Abschnitt Simulationen unter Einbeziehung realistischer physikalischer Fehlerquellen durchgeführt.

In allen weiteren Kapiteln der Arbeit beziehen sich sämtliche Koordinaten, auch ohne

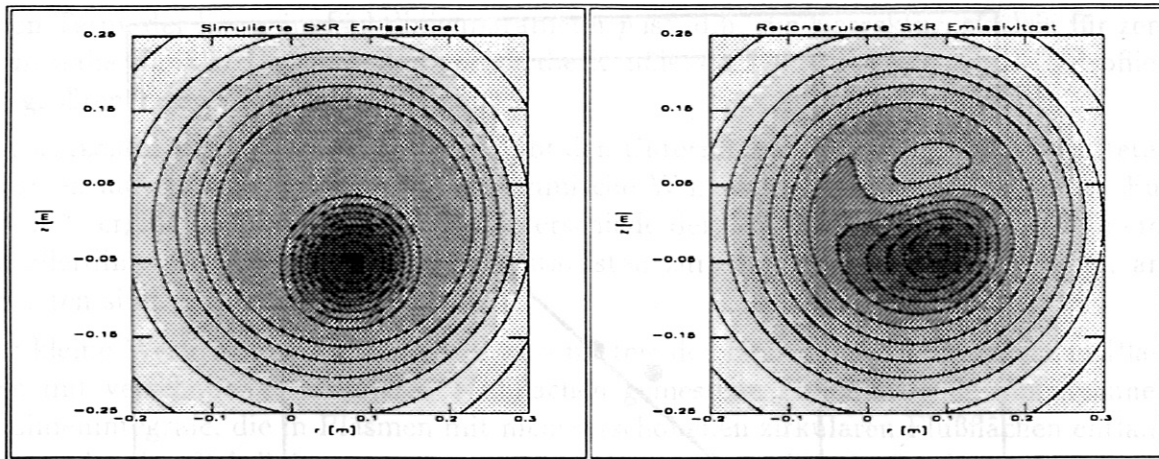


Abbildung 5.7: Simulation der auf Plasmen mit verschobenen Flußflächen erweiterten Cormackmethode: linkes Bild: vorgegebene Emissivität, rechtes Bild: reproduzierte Emissivität

Angabe des Index s , auf Flußflächenkoordinaten.

5.3.4 Wahl der Entwicklungsparameter M und L

Einen wesentlichen Einfluß auf die Güte der Rekonstruktion hat die Wahl der Entwicklungsparameter M und L . Ein zu früher Abbruch in der radialen und poloidalen Entwicklung hat eine geringe Auflösung zur Folge, wie ja gerade im vorigen Abschnitt am Beispiel der Simulationen mit $M = 1$ und $M = 3$ gezeigt wurde. Ein zu später Abbruch kann aber zum Auftreten künstlicher Strukturen in der Emissivität führen: Der Abstand zweier Nullstellen der Zernickepolynome $R_{ml}(r)$ nimmt sowohl mit m und l als auch mit r ab, so daß die Fitfunktion bei zu großen m und l zwischen zwei durch den typischen Sichtlinienabstand festgelegten Stützstellen stark oszillieren kann. Außerdem geht die

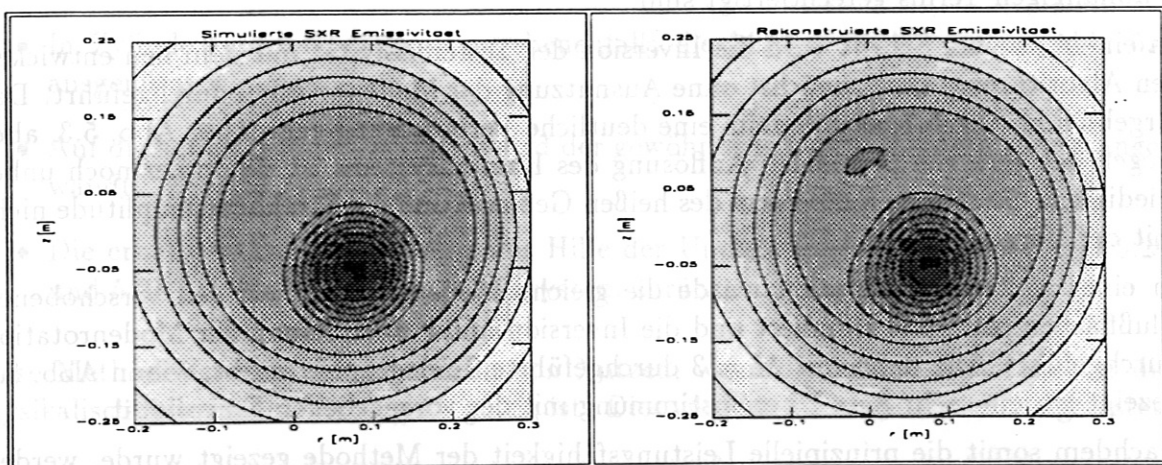


Abbildung 5.8: Simulation der auf Plasmen mit verschobenen Flußflächen erweiterten Cormackmethode mit Ausnutzung der Plasmarotation: linkes Bild: vorgegebene Emissivität, rechtes Bild: reproduzierte Emissivität

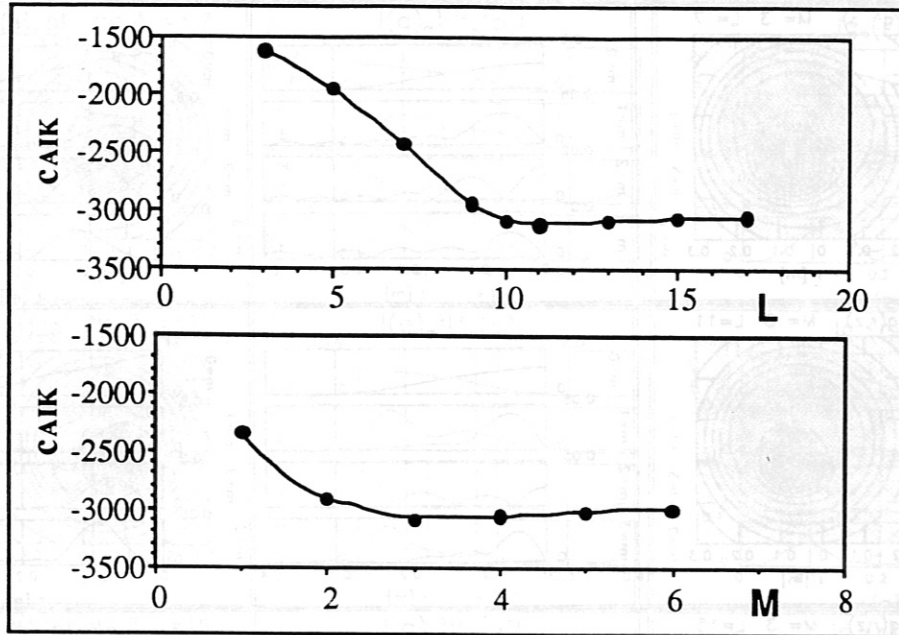


Abbildung 5.9: Der Akaike-Informations-Parameter als Funktion der Entwicklungsparameter L und M . Die Werte wurden aus Simulationen der Rotationstomographie mit idealen Daten erhalten.

Glättungseigenschaft des Fits verloren, so daß sich systematische Meßfehler deutlich im Ergebnis niederschlagen.

Ein geeignetes Abbruchkriterium stellt einen Kompromiß dar zwischen den Forderungen, möglichst viel der in den Daten enthaltenen Information in das Ergebnis eingehen zu lassen ($\Rightarrow M$ und L groß) und keine unwirkliche Information hinzuzufügen ($\Rightarrow M$ und L klein). Einen solchen Kompromiß stellt das Akaike-Informations-Kriterium [58] dar. Danach sind M und L so zu wählen, daß der Akaikeparameter c_{AIK}

$$c_{AIK} = N \ln S_{er} + 2(2M + 1)(L + 1) \quad (5.35)$$

minimiert wird. Darin ist der zweite Summand gleich der Anzahl der Fitparameter, der erste enthält das mittlere Fehlerquadrat:

$$S_{er} = \sum_{i=1}^N (f_{Meß}(p_i, \phi_i) - f_{Fit}(p_i, \phi_i))^2 \quad (5.36)$$

Im folgenden werden numerische Experimente durchgeführt, um zu belegen, daß dieses Kriterium geeignet ist, für die Daten der ASDEX-SXR-Kameras geeignete M und L zu bestimmen. Zunächst wird die Simulation mit *idealen* Daten durchgeführt, danach werden experimentrelevante Fehler berücksichtigt.

Abb. 5.9 zeigt im oberen Bild die aus den Simulationen gewonnene Abhängigkeit des Parameters c_{AIK} von L bei festgehaltenem $M = 3$. c_{AIK} nimmt zunächst stark mit L ab, erreicht bei $L = 11$ ein Minimum und steigt dann sehr flach an. Das untere Bild in Abb.5.9 stellt c_{AIK} bei festem $L = 11$ in Abhängigkeit von M dar, das Minimum liegt bei $M = 3$.

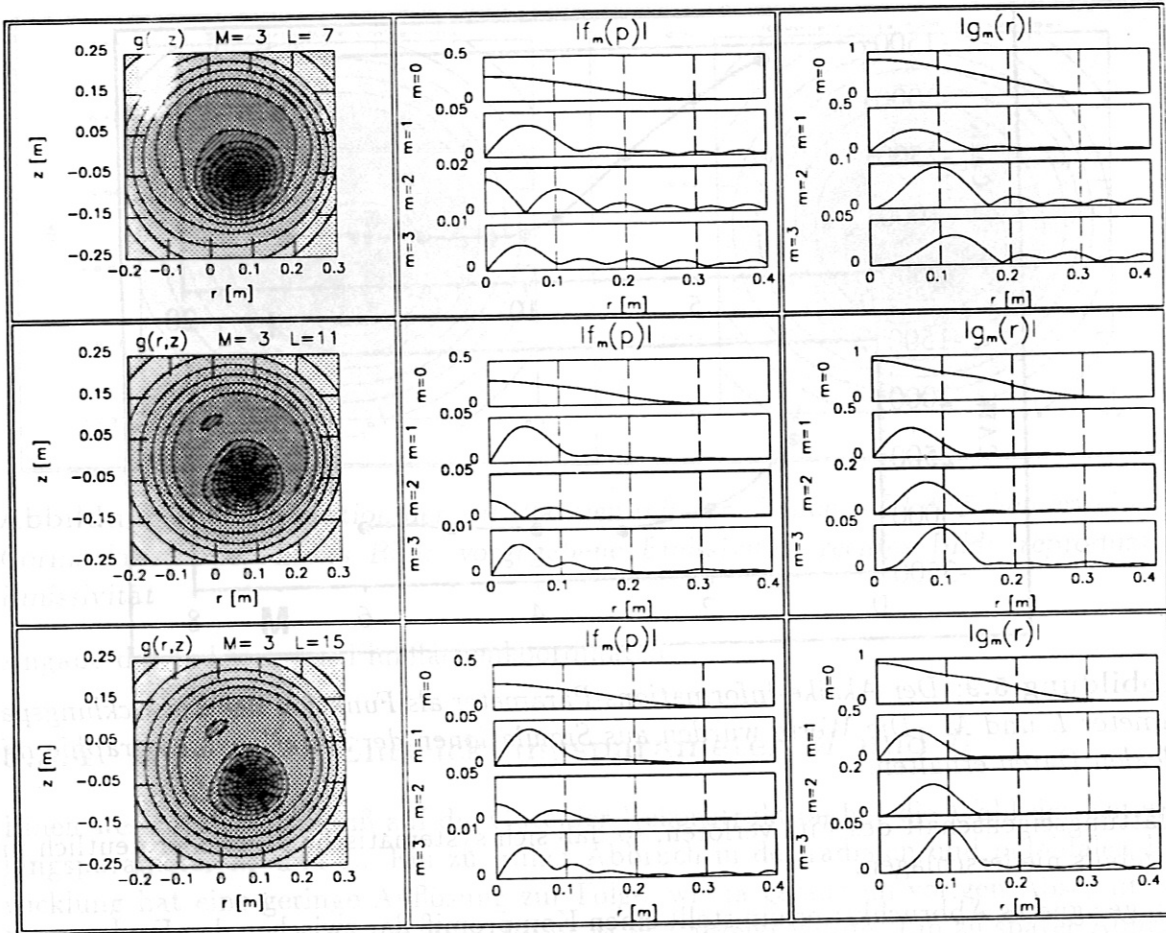


Abbildung 5.10: Simulation der Rotationstomographie mit idealen Daten für drei verschiedene Werte von L .
 obere Reihe: $L = 7$, mittlere Reihe: $L = 11$, untere Reihe: $L = 15$

Abb. 5.10 zeigt, daß der Akaikeparameter c_{AIK} tatsächlich zur Bestimmung sinnvoller Werte von M und L geeignet ist. Dargestellt sind die Ergebnisse der Simulation mit $M = 3$ bei drei verschiedenen L ($L = 7, 11, 15$). Bei $L = 7$ sind deutliche Abweichungen der Emissivität von der vorgegebenen Funktion zu sehen, insbesondere zeigt die Darstellung der Funktionen $|f_m(p)|$ und $|g_m(r)|$ starke Oszillationen im Außenbereich. Dagegen ist die Übereinstimmung bei $L = 11$, dem mit Hilfe des AIK-Kriteriums gefundenen Wert, sehr gut, die Oszillationen sind praktisch vollständig unterdrückt. Die Erhöhung auf $M = 15$ bringt keine sichtbare weitere Verbesserung, so daß $M = 3$ und $L = 11$, die Werte, die sich aus dem AIK-Kriterium ergeben haben, eine sinnvolle Wahl darstellen.

Nachdem mit dieser Simulation die *prinzipielle* Leistungsfähigkeit der Methode demonstriert wurde, soll nun in Simulationen, in denen typische experimentelle Fehler berücksichtigt werden, auch die Leistungsfähigkeit unter realistischeren Bedingungen nichtidealer Daten untersucht werden. Dazu wurde die gleiche Art von Simulationen durchgeführt, allerdings wurden die Linienintegrale $f(p_i, \phi_i)$ mit gaußverteilten Fehlern der Breite $\sigma = 0.05$ versehen, die bei der Inversion verwendeten Plasmakoordinaten R_0 (horizontale Plasmaposition) und z_0 (vertikale Plasmaposition) wurden gegenüber den bei der Berechnung der Linienintegrale verwendeten um 0.5cm verfälscht, die Rotations-

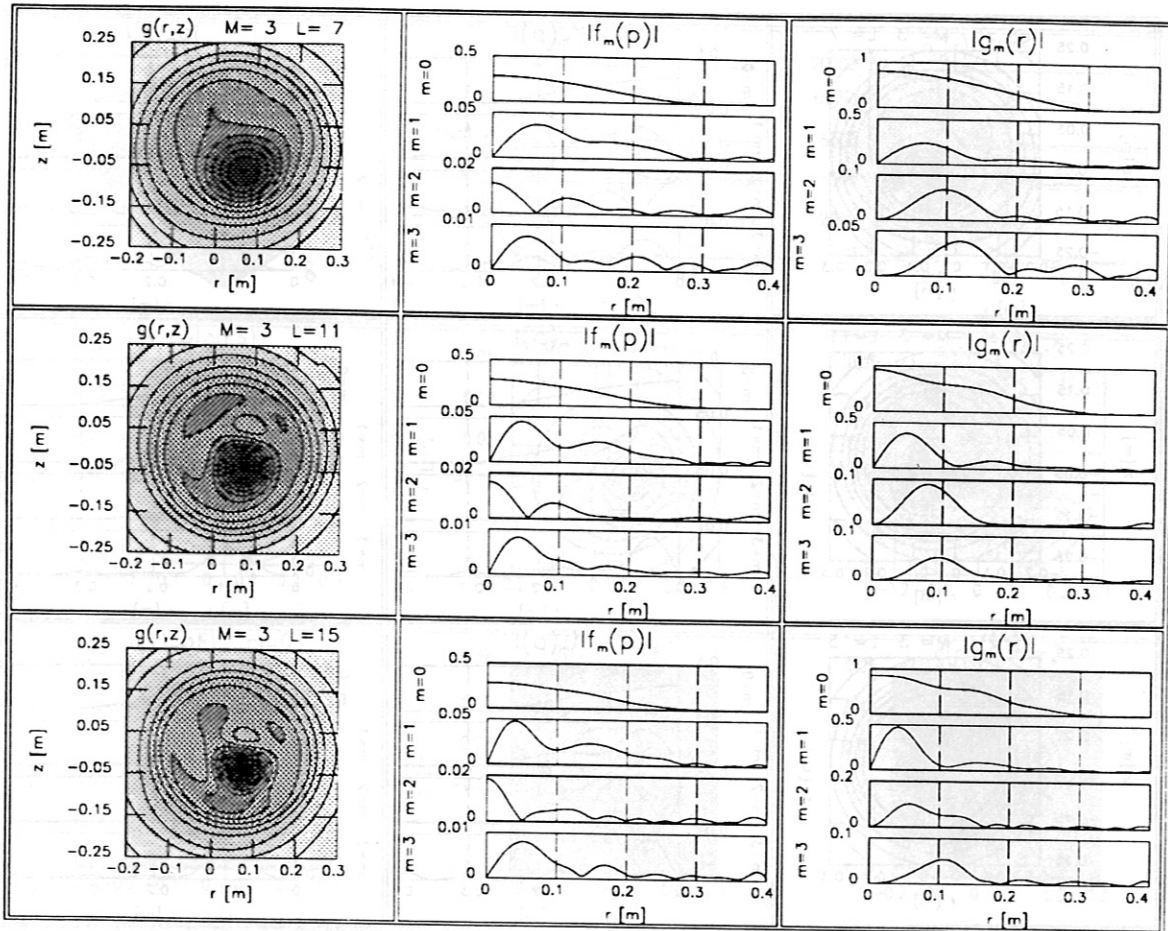


Abbildung 5.11: Simulation der Rotationstomographie mit fehlerbehafteten Daten und Plasmaparametern für drei verschiedene Werte von L . obere Reihe: $L = 7$, mittlere Reihe: $L = 11$, untere Reihe: $L = 15$

frequenz wurde um 3% zu niedrig angegeben. Es zeigt sich, daß sich an den Werten M und L , für die c_{AIK} minimal wird, nichts ändert. Das Ergebnis dieser Simulation ist auf die gleiche Weise wie zuvor für die idealen Daten in Abb. 5.11 dargestellt. Gegenüber Abb. 5.10 ergibt sich erwartungsgemäß eine deutliche Verschlechterung der Reproduktion. Der radiale Verlauf der Modenanteile von f und g weist zusätzliche Strukturen auf, insbesondere bei $L = 15$ kommt die nachlassende Glättungseigenschaft des Fits voll zum Tragen, so daß unter diesen Bedingungen $L = 11$ wirklich die optimale Wahl darstellt, während im idealen Fall höhere L praktisch gleichwertige Ergebnisse lieferten.

In einer letzten Simulation werden die Fehler in R_0 , z_0 und ν beibehalten, vor der eigentlichen Tomographie werden die fehlerbehafteten Linienintegrale jedoch über eine Rotationsperiode gemittelt und mit $M = 0$ und $L = 11$ angefitet. Aus der Abweichung zwischen den gemittelten Meßwerten und der Fitfunktion wird dann für jeden Detektor ein Korrekturfaktor berechnet, mit dem die Linienintegrale während der eigentlichen Tomographie multipliziert werden. Die in Abb. 5.12 dargestellten Ergebnisse zeigen, daß auf diese Weise die Auflösung des idealen Falles beinahe wieder erreicht wird. Es zeigt sich damit, daß der auch nach der Glättung den Daten noch anhaftende Fehler bei der Inversion in sinnvoller Weise weiter weggeglättet wird. Insbesondere ist auch wieder

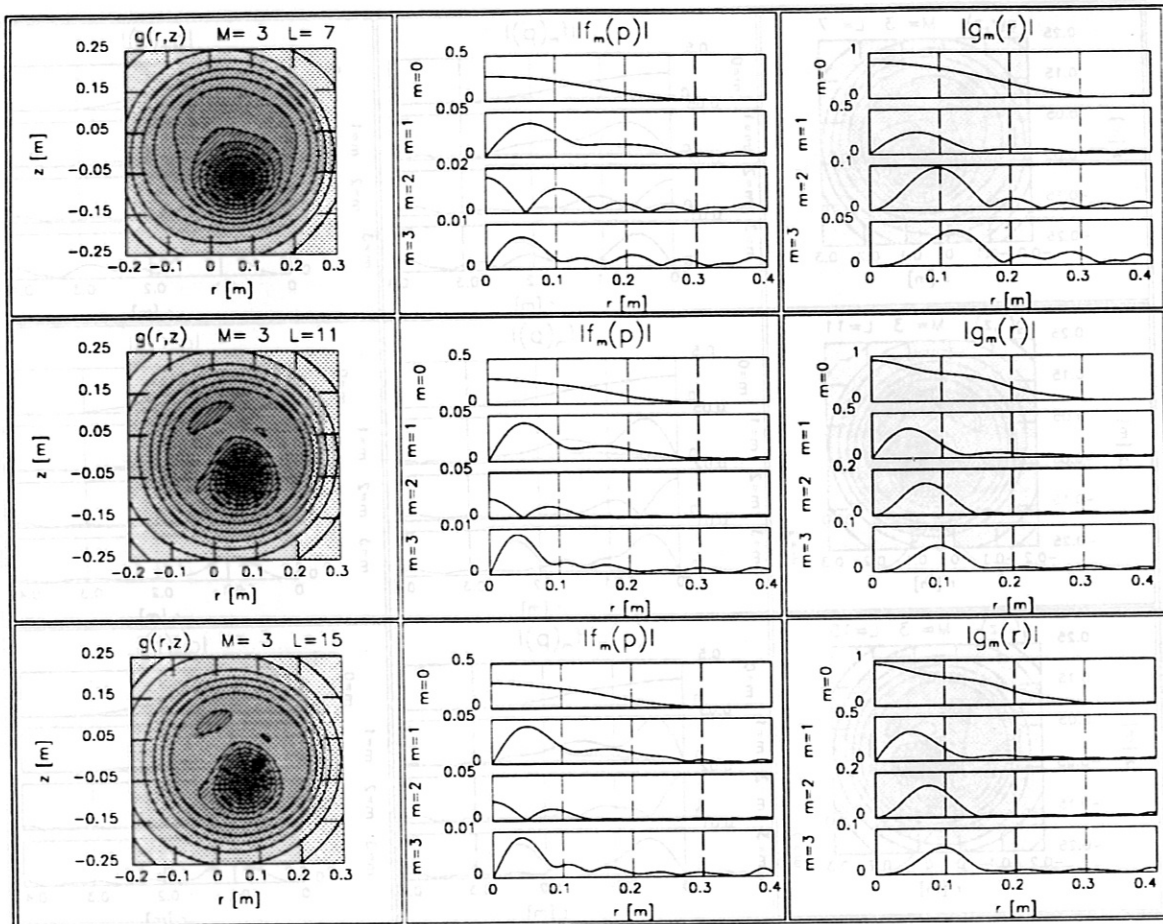


Abbildung 5.12: Simulation der Rotationstomographie mit geglätteten Daten und fehlerhaften Plasmaparametern für drei verschiedene Werte von L .
 obere Reihe: $L = 7$, mittlere Reihe: $L = 11$, untere Reihe: $L = 15$

sichergestellt, daß die Wahl eines nach dem AIK-Kriterium zu großen Wertes von L keine so deutlichen negativen Folgen hat wie in Abb. 5.11.

Dieses Verfahren wird auch im experimentellen Teil der Arbeit angewandt: Vor der eigentlichen Inversion wurden die Meßdaten über einen Zeitraum gemittelt, der groß gegen typische Zeitskalen wie Rotations- und Sägezahnzeit ist, und geglättet, um systematische Fehler, wie sie bei einer vielkanaligen Diagnostik auftreten und sich aus Unsicherheiten in empfindlichen Detektorflächen, Detektorpositionen, Foliendicken und Verstärkungsfaktoren und aus Unterschieden in der Nachweisempfindlichkeit einzelner Dioden zwangsläufig ergeben, weitgehend auszuschalten. Die somit erhaltenen Korrekturen liegen in der Größenordnung der in der obigen Simulation berücksichtigten Fehler.

Das Ergebnis der tomographischen Inversion von experimentellen Daten einer Entladung mit einer $m = 1$ -Mode ist in Abb.5.13 ausführlich dargestellt, um einerseits die Glätte der Ergebnisse und andererseits die Bedeutung von Fourierkomponenten mit $m > 1$ anhand eines experimentellen Beispiels aufzuzeigen: Das erste Bild zeigt, daß der Fit für die gewählten Parameter im gesamten (p, ϕ) -Raum eine glatte Funktion liefert. Durch

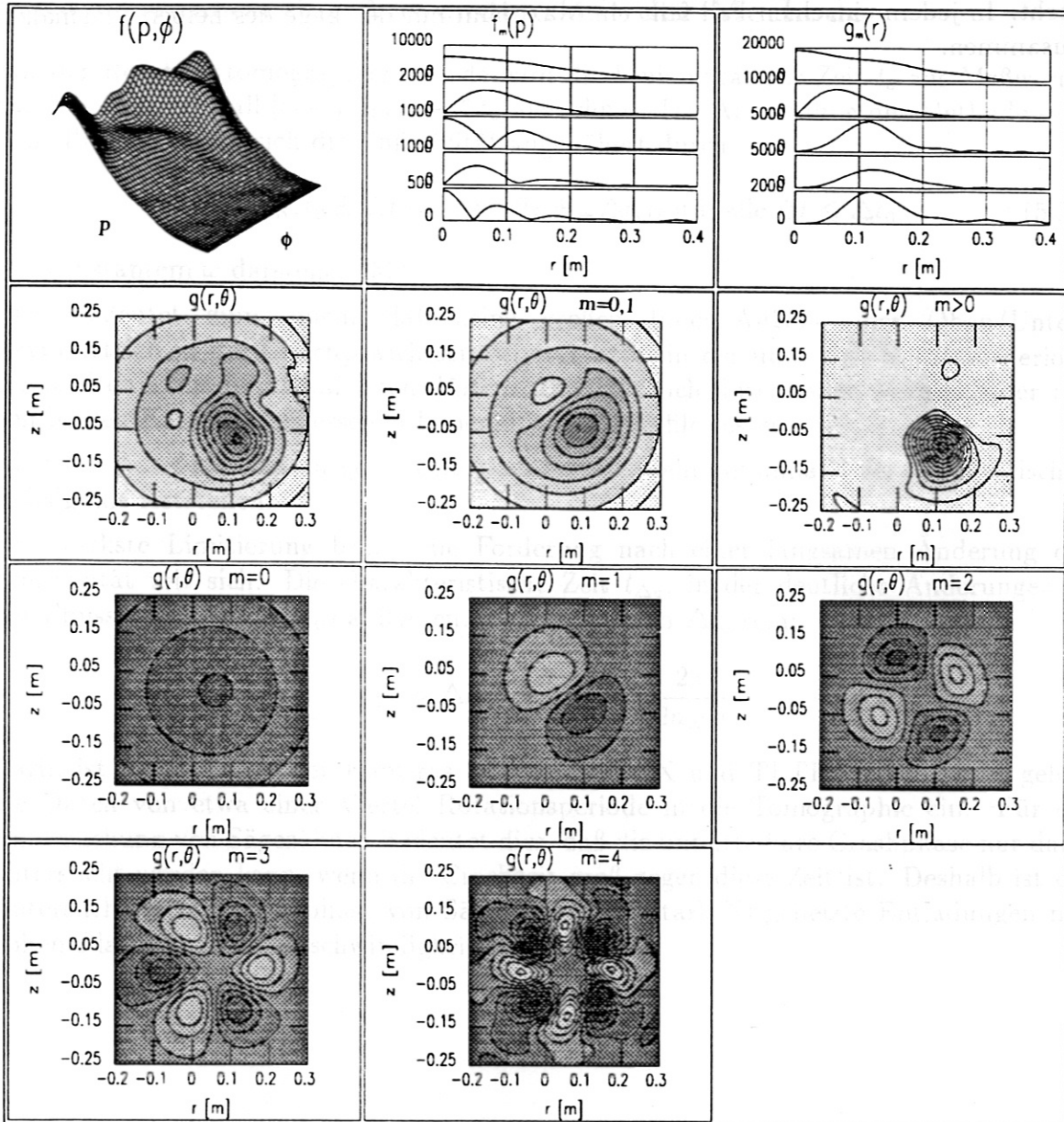


Abbildung 5.13: Veranschaulichung der Tomographie

die geeignete Einführung zusätzlicher Nullknoten außerhalb des Plasmas geht die Fitfunktion insbesondere für $p \rightarrow a$ glatt gegen Null. In den beiden anschließenden Bildern ist der Betrag der Fourieranteile von f und g als Funktion des Radius dargestellt. Für die $g_m(r)$ ergibt sich eine gute Lokalisierung innerhalb der $q = 1$ -Fläche, wobei die Amplituden mit zunehmendem m abnehmen, aber zumindest bis $m = 3$ wichtige Beiträge zur gesamten Emissivitätsstruktur liefern. Dies zeigt sich insbesondere beim Vergleich der beiden Graustufenplots, in denen zum einen die gesamte Emissivität und zum anderen nur die Summe ihrer $m = 0$ - und $m = 1$ -Anteile dargestellt ist. Im darauffolgenden Bild ist lediglich der oszillierende Anteil der Emissivität wiedergegeben. Die abschließenden Graustufenbilder zeigen die einzelnen Fourieranteile $g_m(r, \theta)$ der Emissivität. Daraus geht klar hervor, daß eine feste Phasenbeziehung zwischen den einzelnen Anteilen be-

5.3.5 Grenzen der Anwendbarkeit der Methode

Mit der Rotationstomographiemethode wird die Emissivität zur Zeit t_0 aus Meßwerten aus dem Zeitintervall $[t_0 - \Delta t_0, t_0 + \Delta t_0]$ berechnet. Die Anwendung der Methode setzt deshalb voraus, daß sich die Emissivität angenähert durch

$$g(r_S, \theta_S, t_0 \pm \Delta t) = g(r_S, \theta_S \pm \omega \Delta t, t_0) \text{ für alle } \Delta t \leq \Delta t_0 \quad (5.37)$$

mit konstantem ω darstellen läßt.

Dies bedeutet zum einen, daß keine großen Innen/Außen- oder Oben/Unten-Asymmetrien in der Gleichgewichtsemissivität bzw. in der über eine Rotationsperiode gemittelten Emissivität auftreten dürfen. Das läßt sich durch einen Vergleich der mit den beiden Kameras gemessenen Linienintensitätsprofile testen.

Die Konstanz der Rotationsgeschwindigkeit läßt sich sehr gut anhand der oszillatorischen Rohsignale feststellen.

Die stärkste Limitierung bringt die Forderung nach einer langsamen Änderung der Emissivität mit sich: Die charakteristische Zeit $t_{\Delta g}$, in der deutliche Änderungen in der Emissivität $g(r_S, \theta_S, t_0)$ auftreten, muß groß gegen Δt_0 sein:

$$t_{\Delta g} > \Delta t_0 \quad \text{mit} \quad \Delta t_0 = \frac{2\pi}{2n_K \omega}$$

Darin ist n_K die Zahl der Kameras. Da an ASDEX und TFTR $n_K = 2$ gilt, gehen die Daten von etwa einer Viertel Rotationsperiode in die Tomographie ein. Für die Untersuchung von Sägezähnen bedeutet dies, daß die unmittelbare Crashphase nur dann untersucht werden kann, wenn die Crashzeit groß gegen diese Zeit ist. Deshalb ist die Untersuchung der Crashphase von Sägezähnen auf stark NI-geheizte Entladungen mit hohen Plasmarotationsgeschwindigkeiten beschränkt.

Kapitel 6

Experimentelle Ergebnisse

Der Schwerpunkt der durchgeführten Experimente liegt auf der tomographischen Untersuchung von Sägezähnen in NI-geheizten Plasmen. So weit es die gegenüber der SXR-Diagnostik beschränkte räumliche und zeitliche Auflösung der Temperatur- und Dichtediagnostiken zuläßt (siehe Anhang 8.2), werden auch T_e - und n_e -Messungen in die Analyse einbezogen.

6.1 Standardsägezähne an ASDEX und TFTR

In diesem Abschnitt werden solche Sägezähne untersucht, die in stationären Phasen von L-Mode-Entladungen und beim L→H-Übergang auftreten¹. Sie zeichnen sich durch $m = 1$ -Aktivität anwachsender Amplitude vor dem Crash (Precursoroszillationen) und teilweise auch durch $m = 1$ -Aktivität geringer Amplitude danach (Postcursoroszillationen) aus. Diese Sägezähne werden im folgenden, da sie die gewöhnlich auftretende Art repräsentieren und da sie, wie sich im Laufe der Arbeit zeigen wird, die einfachste Dynamik besitzen, als Standardsägezähne bezeichnet.

Vor den tomographischen Untersuchungen der unmittelbaren Crashphase werden zunächst kurz globale Eigenschaften der Standardsägezähne diskutiert.

6.1.1 Skalierungen der Sägezahnparameter

Die wesentlichen Größen zur Charakterisierung eines Sägezahns, nämlich die Sägezahnperiode τ_{SZ} (die Zeitspanne zwischen zwei Relaxationen), die Sägezahnamplitude (Änderung einer Größe im Plasmazentrum während des Crashes, z. B. $\Delta T_e(0)$) und die Crashzeit τ_C (die Zeitspanne vom Beginn bis zum Ende der schnellen Temperaturrelaxation innerhalb der $q=1$ -Fläche) sind schematisch in Abb. 6.1 dargestellt.

Die Neutralinjektionsleistung P_{NI} übt wegen ihres Einflusses auf das Temperatur-

¹Der Ausdruck L-Mode (low confinement) bezeichnet ein Entladungsregime, in dem die Einschlußzeit mit zunehmender Heizleistung abnimmt. Im Gegensatz dazu bleibt im H-Mode-Regime [59] (high confinement) der Einschluß annähernd auf ohm'schem Niveau. Während H-Mode-Entladungen zeigt sich keine regelmäßige Sägezahnaktivität, allerdings wird der L→H-Übergang oft durch einen Sägezahn ausgelöst.

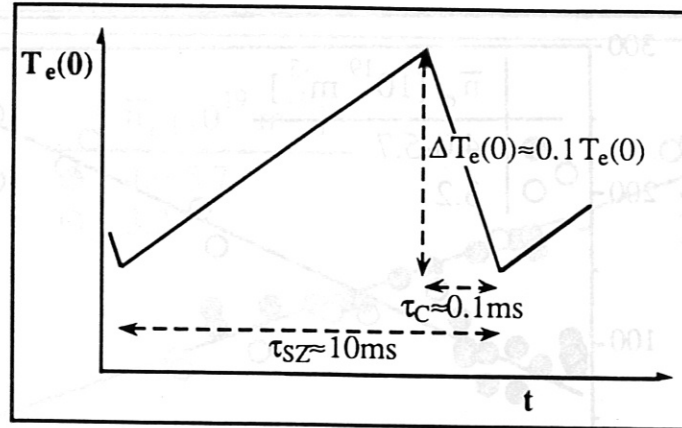


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung eines Sägezahns auf der zentralen Elektronentemperatur.

Dichte- und Stromprofil sowie andere Plasmaparameter erwartungsgemäß einen starken Effekt auf die Sägezahnparameter aus. Um die Abhängigkeit des Sägezahnverhaltens sowohl vom äußeren Parameter Heizleistung als auch von den Plasmagrößen Dichte und Temperatur untersuchen zu können, wurden zwei Serien von L-Mode-Entladungen mit Co-NI (Einschuß der Neutralteilchen in Richtung des Plasmastroms) durchgeführt, in denen die Heizleistung in jeweils 8 Stufen zwischen 0.3 MW und 2.15 MW variiert wurde; die Nachfüllung von Wasserstoff in den Hauptraum wurde per Feedbackkontrolle so geregelt, daß in der einen Serie die interferometrisch bestimmte liniengemittelte Elektronendichte, in der anderen Serie die aus der Elektronenzyklotronemission (ECE) bestimmte zentrale Elektronentemperatur konstant blieb ($\bar{n}_e \approx 3.2 \times 10^{19} m^{-3}$ bzw. $T_e(0) \approx 0.9 keV$, sonstige Plasmaparameter: $B_\phi = 2.18 T$, $I_P = 380 kA$, $q(a) = 2.7$). Infolge der Parametervariation traten Sägezähne auf, deren Periode um 300% und deren Amplitude um 400% variierte. Die erhaltenen Abhängigkeiten dieser beiden Größen von Heizleistung, Temperatur und Dichte werden im folgenden dargestellt.

Aus Abb. 6.2 geht hervor, daß die Sägezahnamplitude $\Delta T_e(0)$ linear mit der Temperatur vor dem Crash zunimmt, aber weitgehend unabhängig von der Dichte ist, die insgesamt um 80% variiert wurde:

$$\Delta T_e(0) [eV] = -103 + 0.21 \cdot T_{e,v}(0) \quad (6.1)$$

Diese Skalierung zeigt, daß es sich beim Sägezahnkollaps nicht einfach um eine thermische Instabilität handelt, die bei einer bestimmten Temperatur einsetzt und das Plasma in einen stabilen Zustand konstanter niedriger Temperatur überführt.

Eine Größe, die, wie bereits in Kap. 2.5 erwähnt wurde, wichtigen Aufschluß über die dem Kollaps zugrundeliegenden Prozesse liefert, ist die Änderung des zentralen Sicherheitsfaktors $q(0)$ während des Kollaps. Diese läßt sich aber leider nicht aus der gemessenen Temperaturänderung unter Verwendung der Gleichung 1.4, die den Zusammenhang zwischen Temperatur und Leitfähigkeit beschreibt, berechnen, da diese Beziehung nur im Gleichgewichtsfall gilt. Der Kollaps stellt aber einen dramatischen Eingriff ins Plasmagleichgewicht dar, d.h. durch den Kollaps werden das Temperatur- und das Stromprofil entkoppelt. Auch während der darauffolgenden Sägezahnrampe wird kein Gleichgewicht

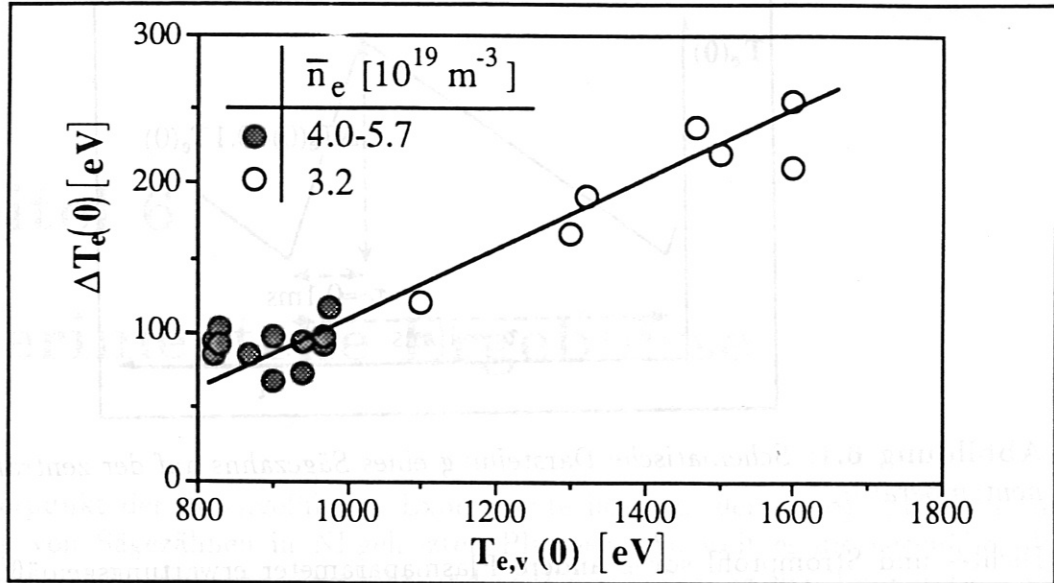


Abbildung 6.2: Die Skalierung der Crashamplitude

erreicht: Während das Temperaturprofil nach der Abflachung durch den Kollaps infolge der hohen Wärmeleitfähigkeit auf einer Zeitskala von typisch einigen 10ms zuspitzt [60], hinkt das Stromprofil dieser Entwicklung hinterher, da der Strom auf der langsamen resistiven Zeitskala (Gl. 2.13), die bei etwa 500ms liegt und damit groß gegen die Sägezahnperiode ist, ins Plasmazentrum diffundiert.

Abb. 6.3 zeigt das Ergebnis der Skalierungsuntersuchungen der Sägezahnperiode. Alle Meßpunkte fallen in sehr guter Näherung auf eine Gerade, wenn τ_{SZ} gegen die durch die Wurzel der liniengemittelten Dichte dividierte totale Heizleistung $P_{tot} = P_{ohm} + P_{NI}$ aufgetragen wird:

$$\tau_{SZ} [ms] = 6.9 + 21 \cdot \frac{P_{tot}}{\sqrt{\bar{n}_e}} \quad (6.2)$$

Ein interessantes Ergebnis liefert die Kombination der Skalierungen von $\Delta T_e(0)$ und τ_{SZ} : Durch Division der Beziehungen 6.1 und 6.2 ergibt sich die Skalierung von $\Delta T_e(0)/\tau_{SZ}$. Diese Größe ist deshalb von Interesse, weil sie der mittleren durch Sägezähne verursachten Verlustleistung P_{SZ} proportional ist und somit ein Maß für den durch Sägezähne verursachten "Schaden" darstellt. Das Ergebnis

$$P_{SZ} \propto \frac{\Delta T_e(0)}{\tau_{SZ}} = \frac{-c_1 + c_2 T_e(0)}{c_3 + c_4 \frac{P_{tot}}{\sqrt{\bar{n}_e}}} \quad \text{mit } c_i > 0 \quad (6.3)$$

ist zunächst überraschend. Es besagt nämlich, daß Sägezähne gerade dann große Verluste verursachen, wenn eine bestimmte Temperatur mit wenig Heizleistung erreicht wird, d. h. wenn der Energieeinschluß gut ist. Daß tatsächlich eine direkte Korrelation dieser Art zwischen Sägezahnaktivität und Einschluß besteht, ist in Abb. 6.4 dokumentiert. Dort ist die Größe $(\bar{n}_e T_e(0))/P_{tot}$, eine der zentralen Energieeinschlußzeit proportionale Größe, als Funktion von $\Delta T_e(0)$, τ_{SZ} und $\Delta T_e(0)/\tau_{SZ}$ dargestellt: Es zeigt sich zwar wie zu erwarten besserer Energieeinschluß bei geringerer Sägezahnamplitude (Abb. 6.4 A),

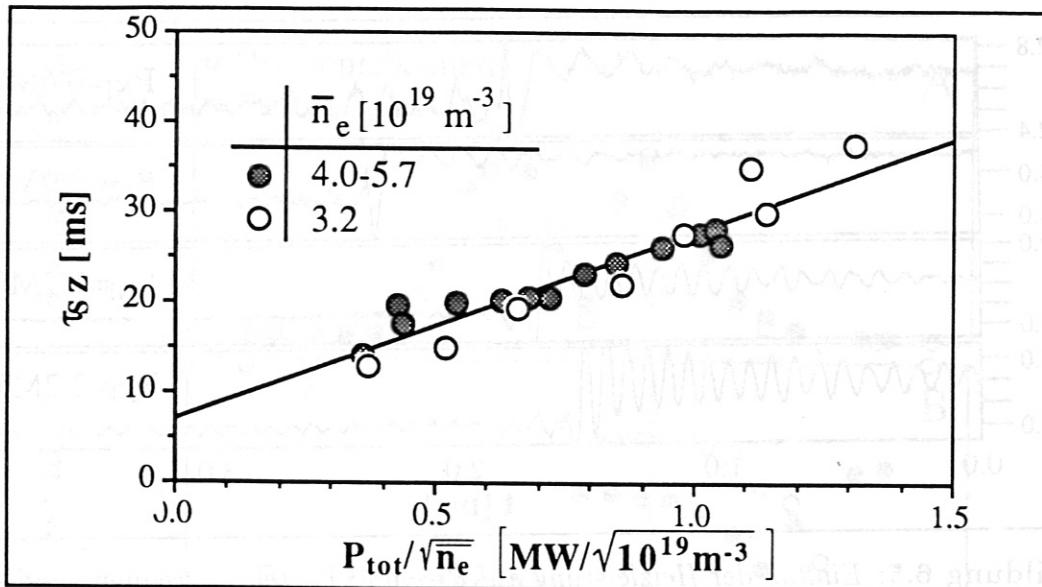


Abbildung 6.3: Die Skalierung der Sägezahnperiode

aber dieser Effekt wird durch besseren Energieeinschluß bei kleiner Sägezahnperiode (Abb. 6.4 B) überkompensiert, so daß insgesamt eine höhere Energieeinschlußzeit bei erhöhter Sägezahnaktivität resultiert (Abb. 6.4 C).

Dieser auf den ersten Blick überraschende Zusammenhang wird klarer, wenn man berücksichtigt, daß die Größe $\Delta T_e(0)/\tau_{SZ}$ ja nicht nur die im Mittel durch Sägezahnaktivität verlorengelungene Leistung ist, sondern gleichzeitig die während der Sägezahnrampe im Plasmazentrum absorbierte Leistung.

Für zukünftige Zündexperimente ist aber neben der Frage der im Mittel durch Sägezähne verlorengelungene Leistung insbesondere von Bedeutung, wie groß bei gegebener mittlerer Leistung der Temperaturhub des einzelnen Sägezahns, und damit der Hub in der Fusionsrate ist. Die obigen Untersuchungen zeigen, daß Sägezähne mit geringer Modu-

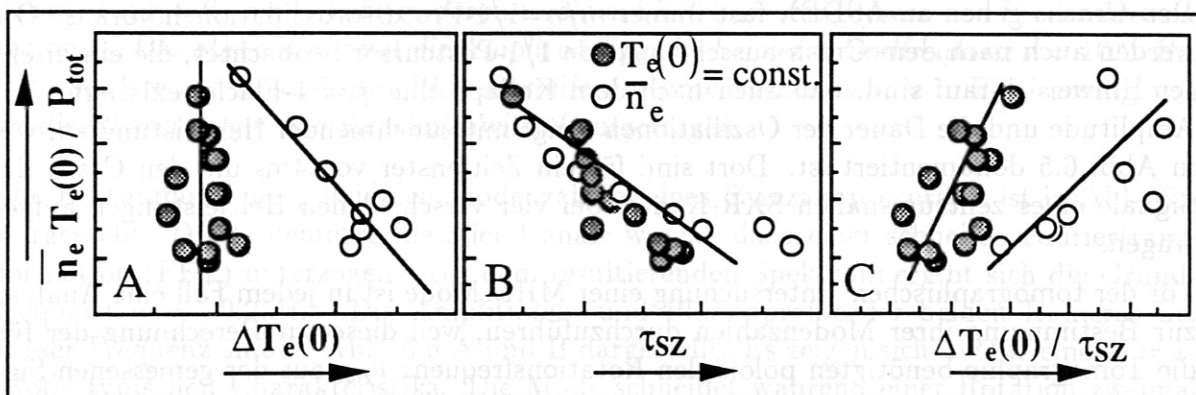


Abbildung 6.4: Die Abhängigkeit des Energieeinschlusses von Sägezahnamplitude (A), Sägezahnperiode (B) und der durch Sägezähne verursachten Verlustleistung (C). Die durchgezogenen Linien wurden den Meßwerten zum Aufzeigen von Trends hinzugefügt.

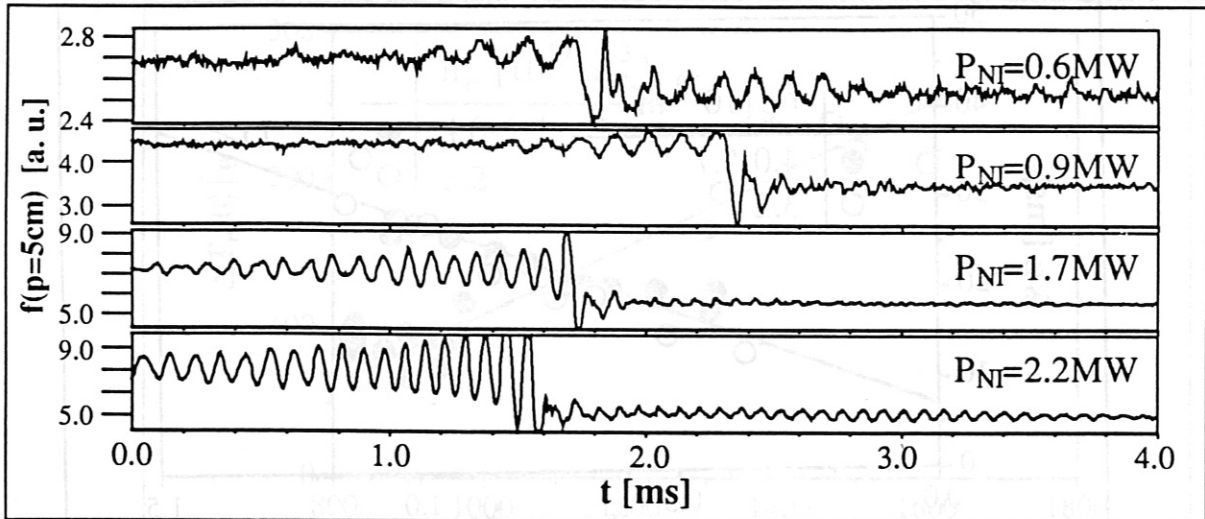


Abbildung 6.5: Einfluß der Heizleistung auf Pre- und Postcursorfrequenz und -amplitude. Entladungsparameter: $\bar{n}_e = 3.2 \times 10^{19} m^{-3}$, $B_\phi = 2.18T$, $I_P = 380kA$, $q(a) = 2.77$, Injektion $H^0 \rightarrow D^+$

lation der zentralen Temperatur (Fusionsrate) in L-Mode-Plasmen mit gutem Einschluß auftreten. Dies sind aber die für Zündexperimente uninteressanten Plasmen niedriger Temperatur.

Die Crashzeit liegt in allen Entladungen mit Neutralinjektionsheizung im Bereich $\tau_C \approx 30 - 300\mu s$, wobei die langen Crashzeiten deutlich unterrepräsentiert sind und starke Schwankungen innerhalb einer Entladung auftreten. Dies ist ein Hinweis darauf, daß der Crash sehr empfindlich von geringen Änderungen lokaler Parameter abhängt. Ein den oben diskutierten Skalierungen analoger Zusammenhang der Crashzeit mit anderen Plasmametern läßt sich, wie an anderen Maschinen auch [61], nicht angeben.

6.1.2 Pre- und Postcursor

Den Crashes gehen an ASDEX fast immer $m/n=1/1$ -Precursoroszillationen voraus. Oft werden auch nach dem Crash ausschwingende $1/1$ -Postcursor beobachtet, die ein direkter Hinweis darauf sind, daß auch nach dem Kollaps eine $q = 1$ -Fläche existiert. Die Amplitude und die Dauer der Oszillationen steigt mit zunehmender Heizleistung an, wie in Abb. 6.5 dokumentiert ist. Dort sind für ein Zeitfenster von 4ms um den Crash die Signale eines zentrumsnahen SXR-Kanals bei vier verschiedenen Heizleistungen aufgetragen.

Vor der tomographischen Untersuchung einer MHD-Mode ist in jedem Fall eine Analyse zur Bestimmung ihrer Modenzahlen durchzuführen, weil diese zur Berechnung der für die Tomographie benötigten poloidalen Rotationsfrequenz ν_{Rot} aus der gemessenen Signalfrequenz $\nu_{Me\beta}$ nötig sind. Da während einer poloidalen Rotationsperiode die m Temperaturmaxima bzw. -minima einer Mode mit der poloidalen Modenzahl m die Sichtlinie eines Detektors, der die zugehörige resonante Fläche tangiert, je einmal schneiden, gilt $\nu_{Rot} = \nu_{Me\beta}/m$.

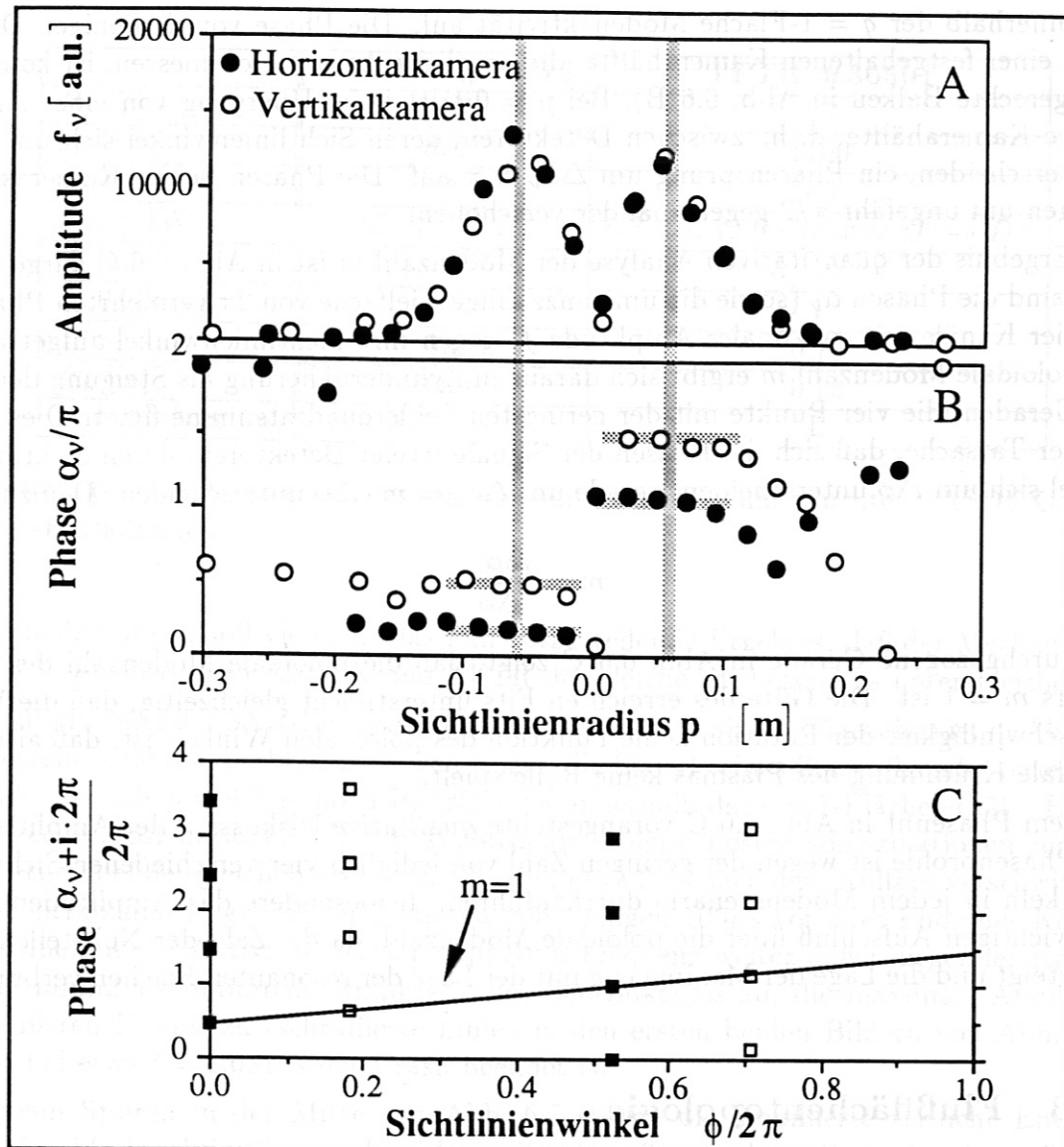


Abbildung 6.6: FFT-Analyse der mit beiden SXR-Kameras gemessenen Precursoroszillationen. Das obere Bild zeigt die Amplitudenprofile bei der Grundfrequenz $\nu = 10.2\text{kHz}$, das mittlere die zugehörigen Phasenprofile, im unteren Bild sind zur Bestimmung von m die Phasen gegen die Sichtlinienwinkel aufgetragen.

Die Bestimmung der poloidalen Modenzahl m eines Sägezahnprecursors ist in Abb. 6.6 dargestellt. Die Linienintegrale aller Kanäle werden dazu einer schnellen Fouriertransformation (FFT) unterzogen. Aus dem resultierenden Spektrum ergibt sich die Grundfrequenz $\nu = 10.2\text{kHz}$. Die Amplituden- und Phasenprofile der beiden Kameras bei dieser Frequenz sind in Abb. 6.6 A und B dargestellt. Es zeigen sich die für eine $m = 1$ -Mode typischen Charakteristika: Die Mode schneidet während einer Rotation zweimal die Sichtlinien von Zentralkanälen, so daß in deren Fourierpektrum ein Peak beim zweifachen der Grundfrequenz auftritt. Demzufolge hat das Fourieramplitudenprofil eine Nullstelle bei $p = 0$ (Abb. 6.6 A). Bei $|p| = 6\text{cm}$ treten Maxima auf, außerhalb von $|p| = 15\text{cm}$, einem typischen $q = 1$ -Radius, geht die Amplitude gegen Null, d. h. es tritt

nur innerhalb der $q = 1$ -Fläche Modenaktivität auf. Die Phase von denjenigen Detektoren einer festgehaltenen Kamerahälfte, die deutliche Amplituden messen, ist konstant (waagerechte Balken in Abb. 6.6 B). Bei $p = 0$ tritt beim Übergang von einer auf die andere Kamerahälfte, d. h. zwischen Detektoren, deren Sichtlinienwinkel sich um etwa π unterscheiden, ein Phasensprung um $\Delta\alpha_\nu \approx \pi$ auf. Die Phasen beider Kameras sind dagegen um ungefähr $\pi/2$ gegeneinander verschoben.

Das Ergebnis der *quantitativen* Analyse der Modenzahl m ist in Abb. 6.6 C dargestellt: Dort sind die Phasen α_ν (sowie die um ganzzahlige Vielfache von 2π vermehrten Phasen) der vier Kanäle mit maximaler Amplitude f_ν gegen ihre Sichtlinienwinkel aufgetragen. Die poloidale Modenzahl m ergibt sich daraus in Zylindernäherung als Steigung derjenigen Geraden, die vier Punkte mit der geringsten Fehlerquadratsumme fittet. Dies folgt aus der Tatsache, daß sich die Phasen der Signale zweier Detektoren, deren Sichtlinienwinkel sich um $\Delta\phi$ unterscheiden, gerade um $\Delta\alpha_\nu = m \cdot \Delta\phi$ unterscheiden. Demzufolge gilt:

$$m = \frac{\Delta\alpha_\nu}{\Delta\phi} \quad (6.4)$$

Die durchgezogene Gerade in Abb. 6.6 C zeigt, daß die poloidale Modenzahl des Precursors $m = 1$ ist. Die Güte des erreichten Fits unterstreicht gleichzeitig, daß die Winkelgeschwindigkeit der Rotation keine Funktion des poloidalen Winkels ist, daß also die toroidale Krümmung des Plasmas keine Rolle spielt.

Die dem Phasenfit in Abb. 6.6 C vorangestellte *qualitative* Diskussion der Amplituden- und Phasenprofile ist wegen der geringen Zahl von lediglich vier verschiedenen Sichtlinienwinkeln in jedem Modenszenario durchzuführen. Insbesondere das Amplitudenprofil gibt wichtigen Aufschluß über die poloidale Modenzahl, da die Zahl der Nullstellen mit m ansteigt und die Lage der Maxima eng mit der Lage der resonanten Flächen verbunden ist.

6.1.3 Flußflächentopologie

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse zur Flußflächentopologie während der Sägezahn-crashphase anhand je eines Beispiels von ASDEX und TFTR vorgestellt. Die Entladungparameter sind in Tab. 6. 1 zusammengestellt. Der ausgewählte ASDEX-Sägezahn verursacht einen $L \rightarrow H$ -Übergang in einer Entladung mit Co-Injektion von Wasserstoff in ein Deuteriumtargetplasma bei $q(a) = 2.8$. Der TFTR-Sägezahn tritt in einer L-Mode-Entladung mit unbalancierter Deuteriuminjektion (35% der Leistung werden in Co-, der Rest in Counterrichtung injiziert) in ein Deuteriumplasma bei $q(a) = 4.3$ auf. Die Entladungen unterscheiden sich also, abgesehen von den unterschiedlichen Maschinendimensionen (ASDEX groß, TFTR sehr groß) und -betriebsarten (Divertortokamak ASDEX, Limitertokamak TFTR), deutlich². Die vorzustellenden Ergebnisse sind charakteristisch für Standardsägezähne an ASDEX und TFTR und repräsentieren das von Details der jeweiligen Entladung unabhängige Sägezahnverhalten an der jeweiligen Maschine. Die Präsentation der Resultate anhand von Entladungen mit stark unterschiedlichen Entla-

²Einzelheiten zu Maschinenspezifikationen sind im Anhang zusammengefaßt.

	ASDEX #29515	TFTR #36591
B_ϕ [T]	1.87	4.7
I_P [kA]	320	1400
$q(a)$	2.8	4.3
P_{NI} [MW]	2.2 $H^0 \rightarrow D^+$	6.8 Co, 12.6 Counter $D^0 \rightarrow D^+$
\bar{n}_e [m^{-3}]	$4 \cdot 10^{19}$	$3 \cdot 10^{19}$
$T_e(0)$ [keV]	1.8	7
a [m]	0.4	0.79
Δ_0 [m]	0.06	0.15
Einschlußregime	L \rightarrow H	L

Tabelle 6.1: Parameter der in diesem Kapitel untersuchten ASDEX- und TFTR-Entladungen

dungsbedingungen soll vielmehr das nun vorzustellende Ergebnis, daß der Mechanismus des Sägezahn-crashes an ASDEX und TFTR der gleiche ist, besonders unterstreichen.

Die Entwicklung der SXR-Linienintegrale während des ASDEX-Sägezahns ist in Abb. 6.7 dargestellt. Die oberen beiden Spuren zeigen die Signale eines Zentralkanals sowie eines Kanals, der mit $p = 9.5\text{cm}$ noch Beiträge von innerhalb der $q = 1$ -Fläche erhält. Es treten Precursoroszillationen mit $\nu = 10.2\text{kHz}$ auf, ebenso Postcursoroszillationen geringer Amplitude bei der gleichen Frequenz, die aber etwa 2ms nach dem Kollaps verschwinden. Der Zentralkanal zeigt auf der Zeitskala von wenigen $100\mu\text{s}$ vor dem Ende des Kollaps eine zunehmende Aktivität bei der doppelten Frequenz weiter außen liegender Kanäle. Dabei nimmt die minimale Amplitude des Zentralkanals ab, die maximale Amplitude des äußeren Kanals zu (schraffierte Linien in den ersten beiden Bildern von Abb. 6.7), bevor bei etwa $t = 1.0819\text{s}$ der Crash beendet ist.

Die neun Spuren in der Mitte von Abb. 6.7 stellen die detaillierte zeitliche Entwicklung der Modenaktivität von Kanälen mit $|p| < 20$ cm dar. Der schattierte Balken zeigt, daß mit zunehmendem Kanalabstand zwischen einzelnen Maxima immer längere Zeitintervalle mit annähernd konstanter, minimaler Amplitude auftreten. Als Punkte eingezeichnet sind außerdem Werte der Linienintegrale, die für die einzelnen Detektoren aus dem Ergebnis der Tomographie rückgerechnet wurden. Es zeigt sich zu allen Zeitpunkten gute Übereinstimmung mit den Meßdaten.

Der Höhenlinienplot im unteren Teil von Abb. 6.7 zeigt die mit der Horizontalkamera gemessenen Linienintensitäten während des Crashes. Deutlich sichtbar wird der in der Crashphase wachsende Radius, bis zu dem $m = 1$ -Aktivität auftritt.

Alle soeben diskutierten Charakteristika der Rohdaten lassen sich im tomographischen Ergebnis wiederfinden. Abb. 6.8 zeigt die zeitliche Entwicklung der SXR-Emissivität in Form einer zeitlichen Abfolge von Graustufenbildern. Den 16 verschiedenen Graustufen bzw. Höhenlinien entsprechen auf einer linearen Skala von hellen zu dunklen Graustufen gehend Emissivitäten im Bereich von $0\text{-}50\text{ kWm}^{-3}$. Der Nullpunkt des eingezeichneten Koordinatensystems liegt in der Plasmamitte, dargestellt ist die Emissivität der innersten

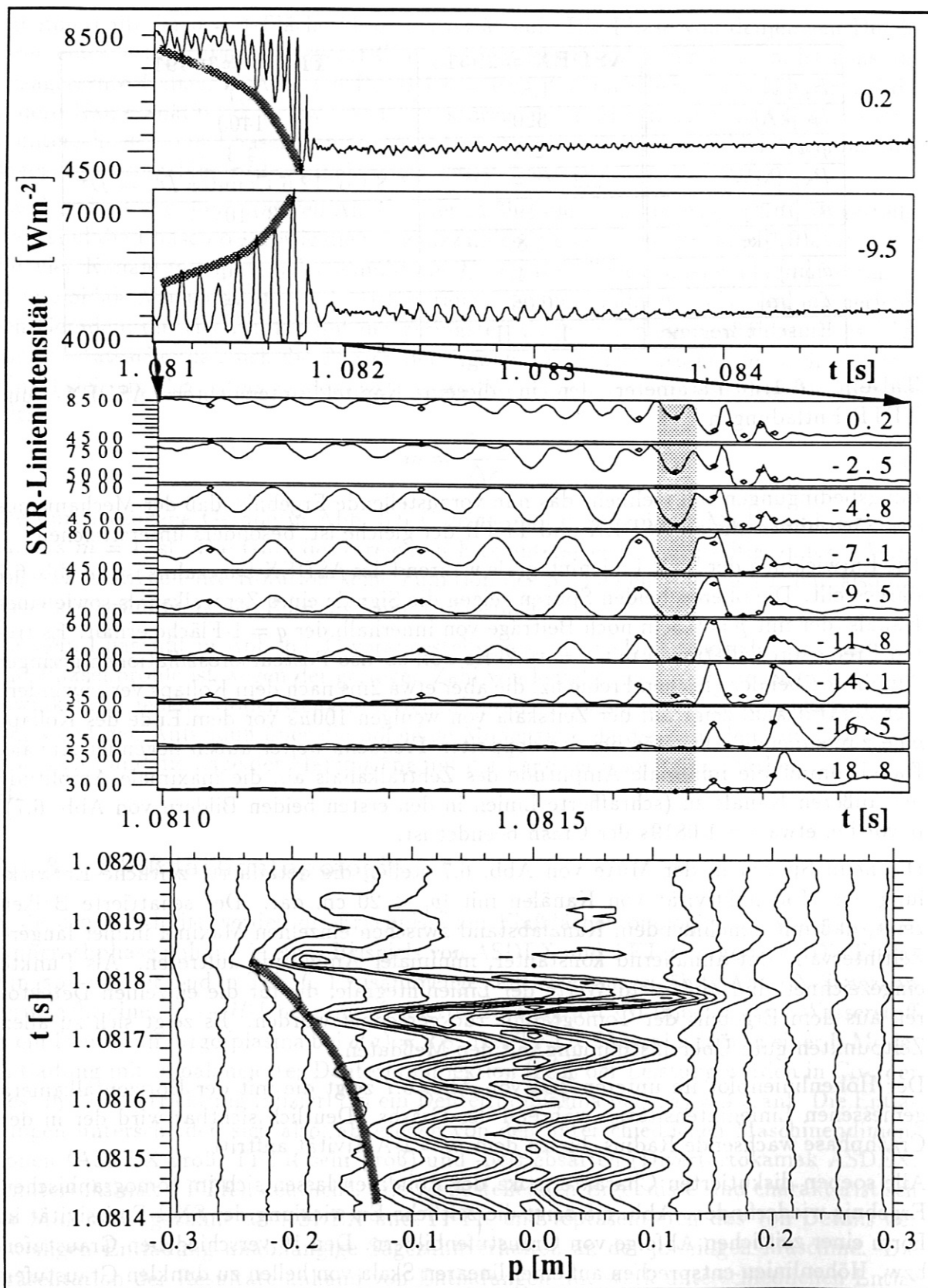


Abbildung 6.7: SXR-Linienintensitäten während eines Sägezahn-crashes in der ASDEX-Entladung #29515. Die Zahlen in den oberen Spuren sind die Sichtlinienradien in cm.

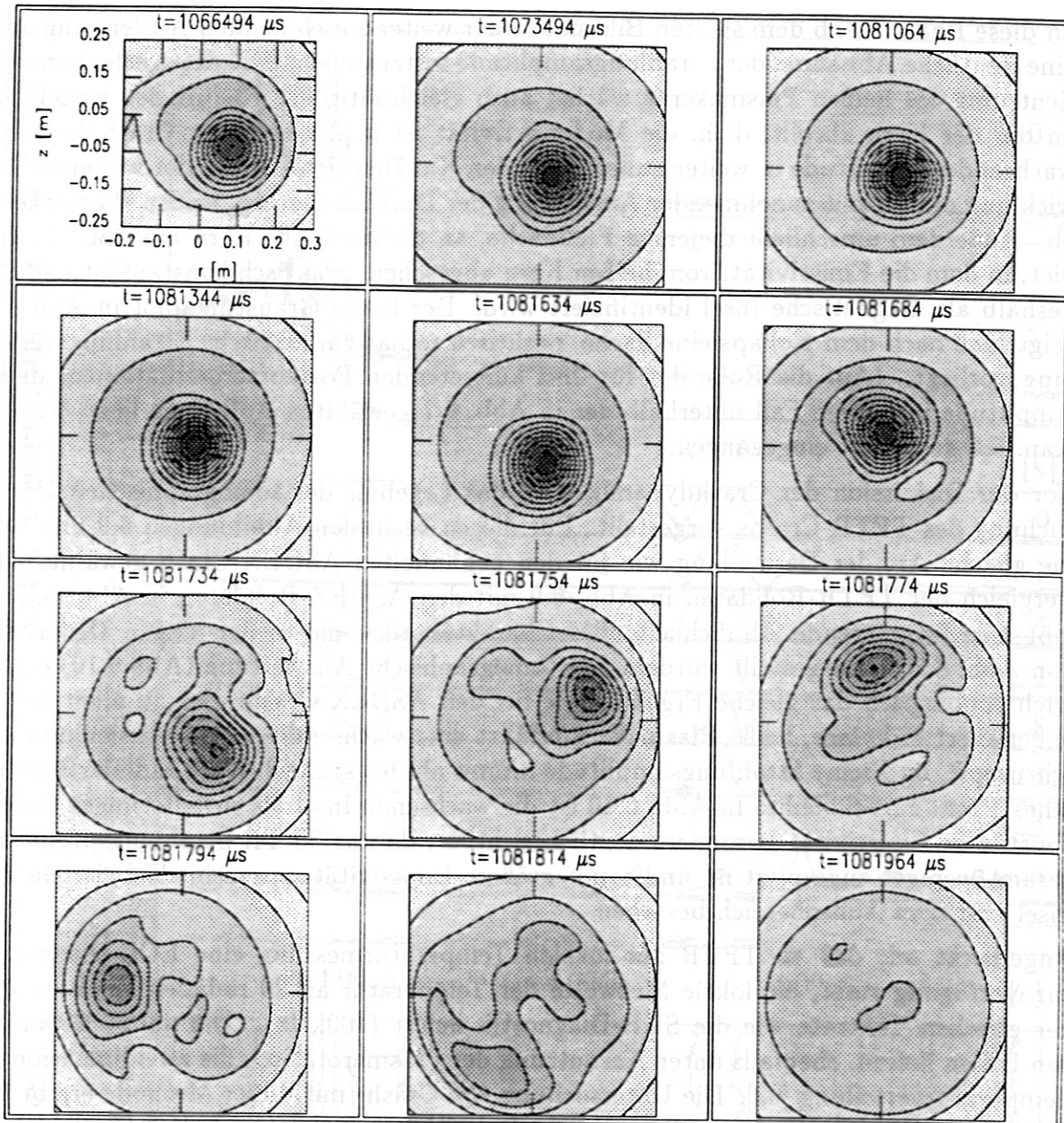


Abbildung 6.8: Die Topologie des Sägezahncrashes in ASDEX. Dargestellt ist die zeitliche Entwicklung der SXR-Emissivität in einem Zeitintervall von etwa 15ms. Die Emissivitätsunterschiede zweier Schattierungen bzw. Höhenlinien betragen 3.3 kW m^{-3} .

25cm des Plasmas mit $a = 40\text{cm}$.

Die ersten drei Bilder geben die Emissivität in einem Zeitintervall von 15 ms vor dem Kollaps wieder und zeigen einen zirkularen, wegen der Heizung zunehmend strahlenden Plasmakern, der radial gegen die magnetische Achse verschoben ist. Seine Rotation verursacht die oszillatorische $m = 1$ -Aktivität in den Rohsignalen. In der darauffolgenden Phase, ab dem vierten Bild, treten Änderungen in der Strahlungsverteilung auf der schnellen Zeitskala auf. Beim Vergleich des vierten und fünften Bildes zeigt sich die zu Beginn der Crashphase stattfindende Entwicklung: Die radiale Auslenkung des heißen Kerns wächst, aber die Strahlungsamplitude bleibt zunächst unverändert. Im Anschluß

an diese Phase ist ab dem siebten Bild neben der weiter zunehmenden Auslenkung auch eine deutliche Abnahme der Strahlungsamplitude festzustellen. Mit der Auslenkung des Zentrums des heißen Plasmakerns wächst auch gleichzeitig der Radius der Flußfläche, an der der Kern abrollt, d. h. die Modenaktivität ist in der späteren Crashphase mit wachsender Amplitude in weiter außen liegenden Kanälen sichtbar. In der weiteren Entwicklung nimmt mit zunehmender Auslenkung der Durchmesser des heißen Plasmakerns ab. Außerdem umschließt diejenige Flußfläche, an die der heiße Kern anstößt, ein Gebiet, in dem die Emissivität, vom heißen Kern abgesehen, praktisch konstant ist und das deshalb als magnetische Insel identifiziert wird. Der letzte Graustufenplot in Abb. 6.8 zeigt, daß nach dem Kollaps eine flache, praktisch radialsymmetrische Strahlungsverteilung vorliegt. (Auf die Rolle der für 2ms auftretenden Postcursoroszillationen, deren Amplitude in diesem Fall unterhalb der in Abb. 6.7 gewählten Auflösung liegt, wird in Kap. 6.3 gesondert eingegangen.)

Vor der Diskussion der Crashedynamik wird das Ergebnis der tomographischen Untersuchung des TFTR-Crashes vorgestellt. Für diesen ist in den Abbildungen 6.9 und 6.10 die gleiche Art der Darstellung wie für den behandelten ASDEX-Crash gewählt. Ein Vergleich der TFTR-Rohdaten in Abb. 6.9 mit den ASDEX-Rohdaten in Abb. 6.7 ergibt eine frappierende Ähnlichkeit aller Charakteristika, die in der obigen Diskussion von Abb. 6.7 herausgestellt wurden. Die tomographische Auswertung (Abb. 6.10) ergibt auch topologisch das gleiche Ergebnis wie für den ASDEX-Crash: Der zu allen Zeiten angenähert zirkulare, heiße Plasmakern erfährt eine wachsende radiale Auslenkung, erschrumpft, und seine Strahlungsamplitude nimmt ab, bis schließlich ein radialsymmetrisches Profil zurückbleibt. In Abb. 6.10 ist die wachsende Insel als sichelförmiges Gebiet konstanter Emissivität besonders deutlich sichtbar, da das TFTR-Strahlungsprofil insgesamt weniger zugespitzt ist und somit größere Emissivitätsunterschiede zwischen der Insel und dem Außenbereich bestehen.

Angemerkt sei, daß an TFTR zur lokalen Temperaturmessung eine ECE-Diagnostik zur Verfügung steht, die lokale Meßwerte der Temperatur an 20 radialen Punkten mit der gleichen Taktrate wie die SXR-Diagnostik liefert (100kHz). Die damit gewonnenen Daten liefern, ebenfalls unter Ausnutzung der Plasmarotation, die zweidimensionale Temperaturverteilung [62]. Die Untersuchung von Crashes mit dieser Methode ergibt für die T_e -Konturlinien die gleiche topologische Entwicklung [63], wie sie oben für die SXR-Konturlinien beschrieben wurde. Dies bestätigt, daß Linien konstanter SXR-Strahlung und Linien konstanter Temperatur im Rahmen der Meßgenauigkeit identisch sind.

Nach der Darstellung der *topologischen* Flußflächenentwicklung, die eine Übereinstimmung des Mechanismus an ASDEX und TFTR ergab und deren Konsequenzen im nächsten Kapitel ausführlich diskutiert werden, wird nun noch quantitativ auf die *zeitliche* Entwicklung des Crashes eingegangen. Dazu ist in Abb. 6.11 die Crashphase von drei Sägezähnen mit vergleichbarer Crashzeit, einschließlich der beiden gerade diskutierten Crashes, zusammenfassend analysiert. Als Maß für die Amplitude der $m = 1$ -Instabilität ist die Auslenkung des Plasmakerns einfach logarithmisch als Funktion der Zeit aufgetragen. In der Normierung der Auslenkung $\xi(t)$ sind die unterschiedlichen Plasmaradien von ASDEX und TFTR sowie die empirische $q(a)$ -Abhängigkeit des Radius der $q = 1$ -Fläche ($r_S/a \approx 1/q(a)$) berücksichtigt. Es zeigt sich, daß die Auslenkung exponentiell

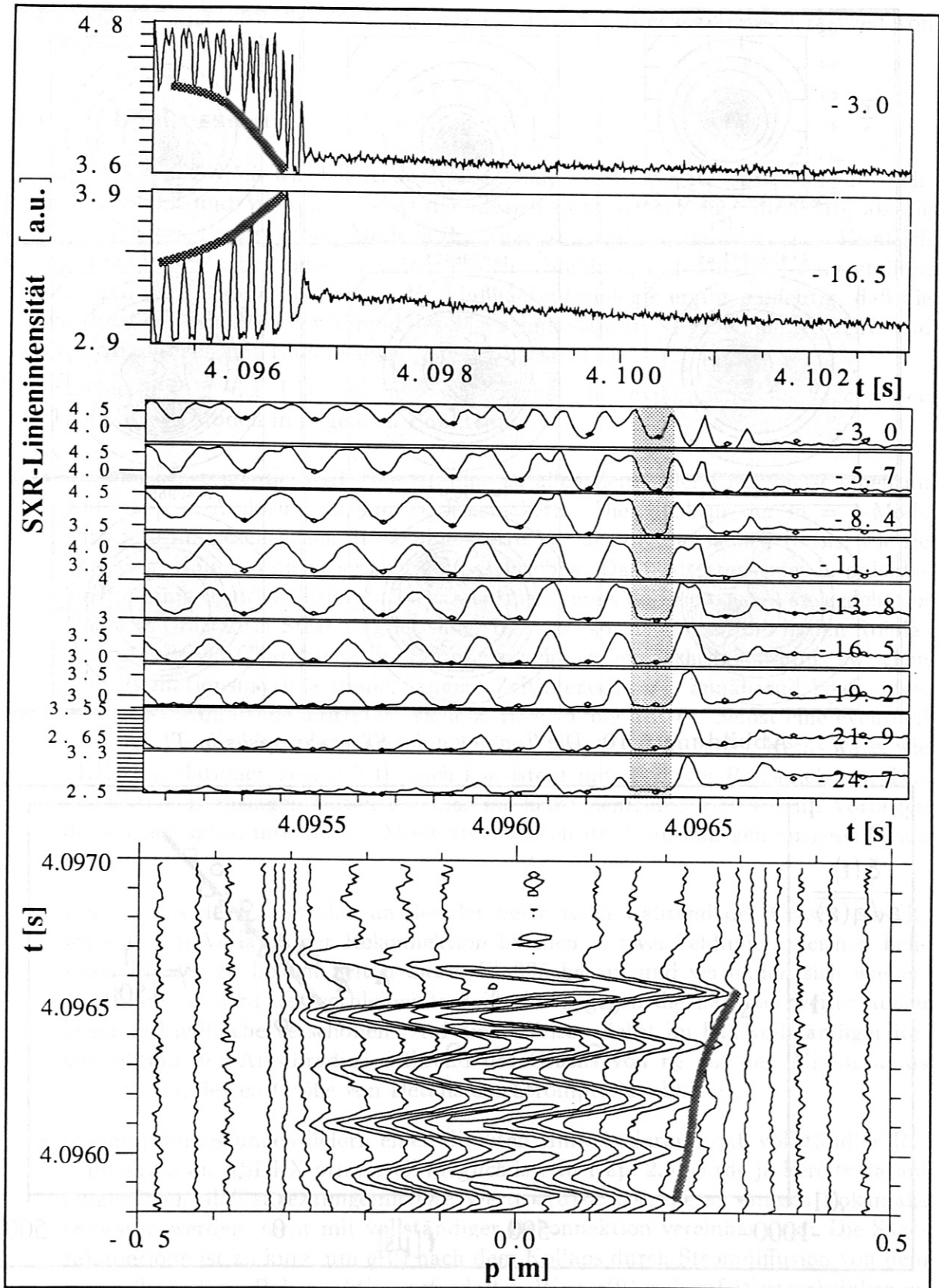


Abbildung 6.9: SXR-Linienintensitäten während eines Sägezahn-crashes in der TFTR-Entladung #36591. Die Zahlen in den oberen Spuren sind die Sichtlinienradien in cm.

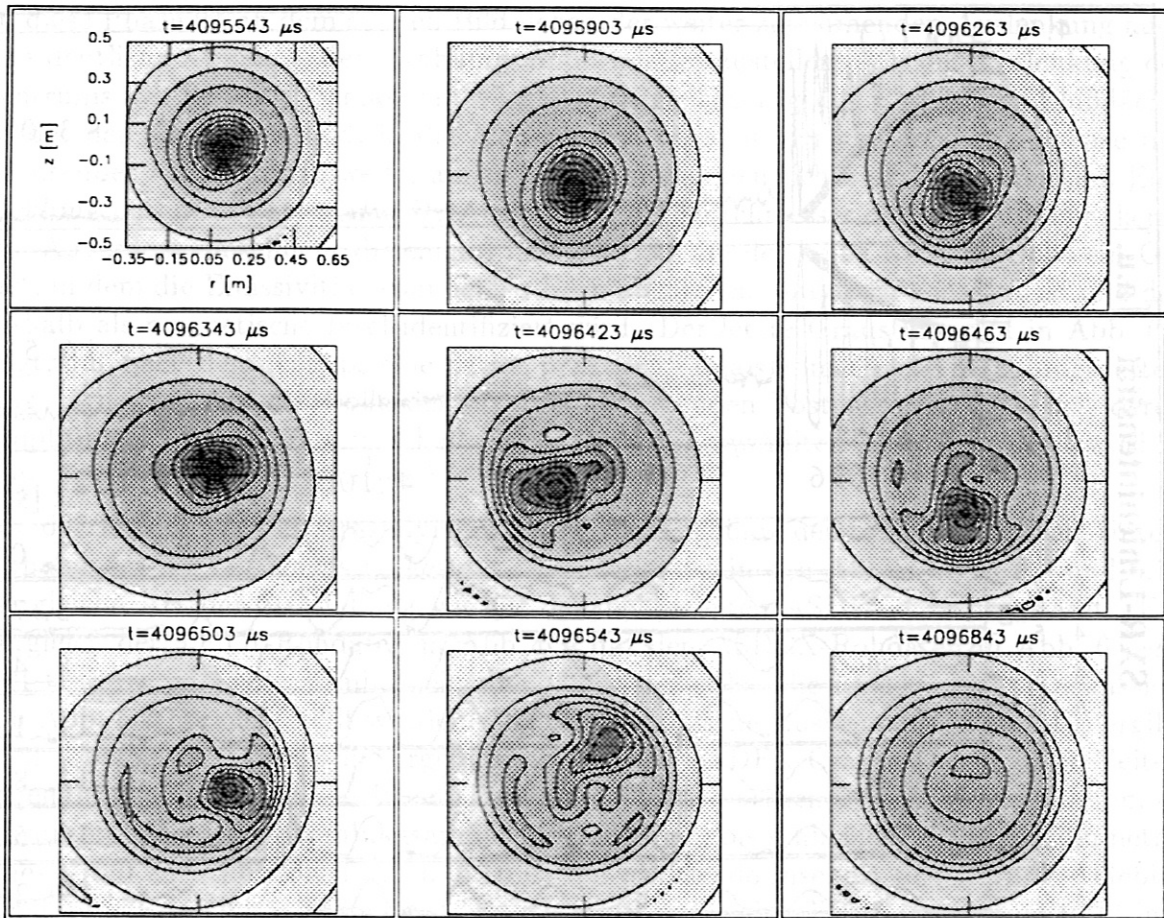


Abbildung 6.10: Die Topologie des Sägezahncrashes in TFTR.

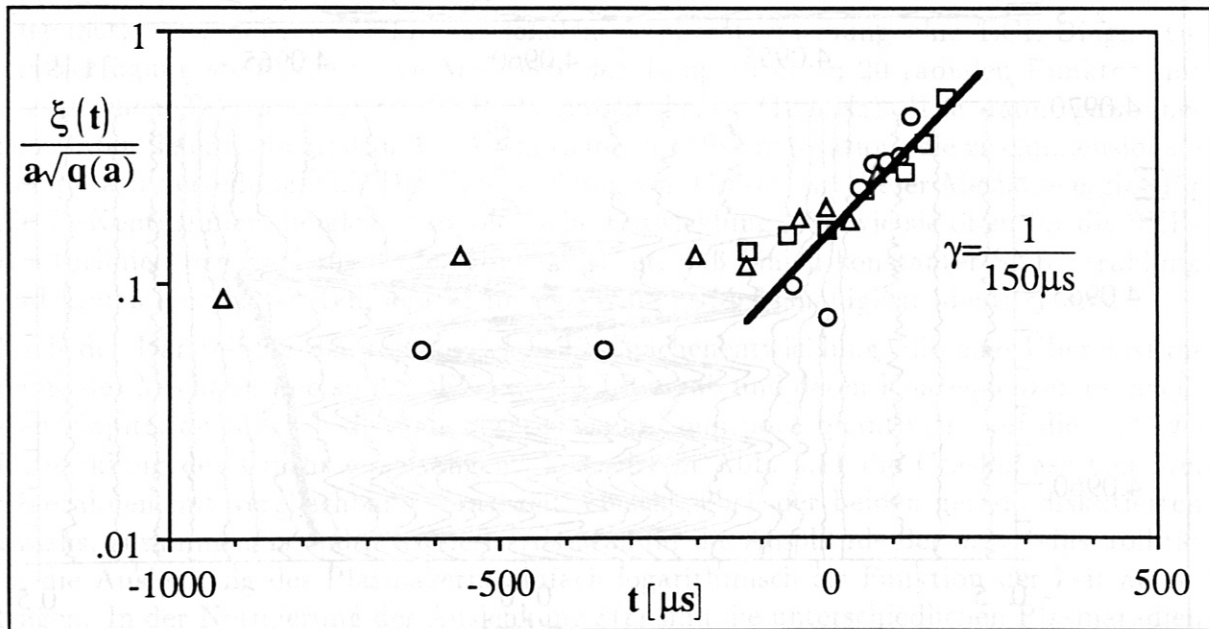


Abbildung 6.11: Die Zeitabhängigkeit der Auslenkung des heißen Plasmakerns für drei Sägezähne mit vergleichbarer Crashzeit.

anwächst. Als Anwachsrate ergibt sich $\gamma = 1/150\mu\text{s}$, entsprechend einer Crashzeit von etwa $300\mu\text{s}$.

6.1.4 Diskussion

In Kap. 2.5.2 und 2.5.3 wurden Kadomtsevs Modell resistiver Rekonnektion des helikalen Flusses [8] und Wessons Modell der idealen quasi-interchange-Mode [10] als die meistdiskutierten theoretischen Modelle des Sägezahn-crashes vorgestellt. Ein Vergleich der tomographischen Ergebnisse mit den in den Abbildungen 2.3 und 2.4 dargestellten Vorhersagen der Theorien bezüglich der Flußflächentopologie ergibt eindeutig, daß die Entwicklung der Flußflächen während des Sägezahnkollaps in NI-geheizten ASDEX- und TFTR-Entladungen mit Kadomtsevs Modell konsistent ist.

Im einzelnen ergibt sich Übereinstimmung zwischen den experimentellen Ergebnissen und Kadomtsevs Modell in folgenden Punkten:

- Topologisch zeigt die SXR-Tomographie zu allen Zeiten der Crashphase einen im Rahmen der Auflösung *zirkularen* Plasmakern. Die Struktur der $m = 1$ -Mode wird also im wesentlichen durch eine starre Verrückung des heißen Kerns, wie sie bereits in Kap. 2.3 diskutiert wurde, beschrieben. Das Auftreten eines in poloidaler Richtung stark lokalisierten Strahlungsmaximums und eines stark ausgedehnten Gebietes konstanter Strahlungsleistung (Insel) ist konsistent mit der in den Rohdaten gefundenen Charakteristik, daß mit zunehmendem Sichtlinienradius zwischen den Oszillationsmaxima immer längere Zeitintervalle mit annähernd konstanter, minimaler Amplitude auftreten (siehe z. B. Abb. 6.9 Mitte). Selbst eine eventuell in der späten Crashphase auftretende leichte Elongation des heißen Kerns wäre, wie MHD-Simulationen zeigen [64], noch konsistent mit resistiver Rekonnektion. Das konvektive Eindringen kalten Plasmas ins heiße Zentrum, wie es beim Vorliegen der idealen quasi-interchange-Mode zu erwarten ist, kann dagegen ausgeschlossen werden.
- Der Radius der Flußfläche, an der der heiße Kern während des Crashes abrollt, wächst. Im Verlaufe der Rekonnektion brechen ja zwei Feldlinien gleichen helikalen Flusses zu beiden Seiten dieser Flußfläche auf und verbinden sich wieder. Anschließend wird der verbleibende heiße Kern gegen die nächste, weiter außen liegende Flußfläche verschoben. Auf diese Weise wächst im Fall vollständiger Rekonnektion der Abrollradius während des Crashes von r_S auf den Mixingradius $r_m > r_S$ an, dessen Größe von Details des Stromprofils abhängt.
- Stromprofilmessungen liefern einen direkten Hinweis darauf, daß vollständige Rekonnektion an ASDEX prinzipiell *möglich ist*. In Kap. 2.5 wurde ja bereits darauf hingewiesen, daß sägezahngemittelte Werte $\overline{q(0)} \approx 0.7$, die an einigen Tokamaks gemessen werden, nicht mit vollständiger Rekonnektion vereinbar sind: Die Sägezahnperiode ist zu kurz, um $q(0)$ nach dem Kollaps durch Stromdiffusion von dem von vollständiger Rekonnektion geforderten Wert $q(0) = 1$ auf Werte absinken zu lassen, die mit den gemessenen niedrigen Mittelwerten vereinbar sind. An ASDEX

werden aber in ohm'schen Entladungen niedriger Dichte ($\bar{n}_e \approx 1.2 \cdot 10^{19} m^{-3}$, aufgrund methodischer Beschränkungen sind die Messungen nur in diesen Entladungen möglich) typische sägezahngemittelte Werte nahe bei 1 ($\overline{q(0)} = 0.94$ in Ref. [40] und $\overline{q(0)} = 0.98$ in Ref. [39]) gemessen.

Die Anwesenheit von Postcursoroszillationen nach manchen Crashes ist allerdings ein direkter Hinweis darauf, daß die Rekonnektion nicht immer vollständig abläuft, d. h. es gibt Fälle mit $q_n(0) < 1$. Auf diese oft als Argument gegen das Rekonnektionsmodell vorgebrachte Beobachtung wird noch im einzelnen in Kap. 6.3 bei der Untersuchung von Sägezähnen mit sehr großen Postcursoren eingegangen.

Als ein weiterer Prüfstein für verschiedene theoretische Modelle wurde bereits die Crashzeit erwähnt. Ein wesentliches Argument gegen das Modell resistiver Rekonnektion war ja die Vorhersage einer zu großen Crashzeit. Im Balkendiagramm 6.12 ist links das Verhältnis der vom Kadomtsev-Modell nach Gl. 2.34 vorhergesagten Crashzeit zu den typischen experimentellen Werten an ASDEX und an JET, wo ja zuerst auf die Diskrepanz hingewiesen wurde [9], angegeben. (Die Werte für TFTR sind wegen der ähnlichen Maschinendimensionen etwa gleich denen von JET.) Die Diskrepanzen liegen im Bereich eines Faktors 20-30.

Anzumerken ist, daß die Berechnung der Crashzeit aus der von Coppi et. al. [19] berechneten Anwachsrate des resistiven internen $m = 1$ -Kinks nach Gl. 2.20 möglicherweise einen Ausweg darstellt. (Kadomtsev betrachtete zwar die resistive Mode, die Abschätzung der Crashzeit beruht jedoch auf stark vereinfachenden Überlegungen, wie in Kap. 2.5.2 gezeigt wurde.) Wenn $\xi(0)$ die Auslenkung des heißen Plasmakerns zu Beginn des Crashes und $\xi(\tau_C)$ die Maximalauslenkung am Ende des Crashes ist, so erhält man für den Zusammenhang zwischen linearer Anwachsrate und Crashzeit allgemein

$$\tau_C = \ln \left(\frac{\xi(\tau_C)}{\xi(0)} \right) \cdot \gamma^{-1} \quad (6.5)$$

Nimmt man aus der SXR-Tomographie als typischen Wert $\xi(\tau_C)/\xi(0) = 10$ (wegen der logarithmischen Abhängigkeit ist der genaue Wert allerdings nicht kritisch für das folgende Resultat), so ergeben sich nun unter Verwendung der Anwachsrate aus Gl. 2.20 die ebenfalls in Abb. 6.12 aufgetragenen Verhältnisse zwischen der Coppi-Crashzeit τ_C^{Coppi} und den experimentellen Werten. Dabei wurde die Verscherung an der resonanten Fläche gleich der mittleren Verscherung innerhalb der resonanten Fläche gesetzt ($q'(r_S) \approx (q(r_S) - q(0))/r_S$). Die Zahlen zeigen, daß insgesamt eine deutliche Verringerung der Diskrepanzen resultiert (man beachte die logarithmische Auftragung). Angesichts der Unsicherheiten, die allein schon aus der Definition einer Crashzeit und aus der Unkenntnis von $q'(r_S)$ resultieren, ist die Übereinstimmung bis auf einen Faktor 2-3 sehr befriedigend.

Nachdem, ausgelöst durch die Beobachtung der schnellen Crashes an JET, lange Zeit ideale Moden im Mittelpunkt der theoretischen Untersuchungen standen, wurden in allerjüngster Zeit zwei neue theoretische Arbeiten vorgestellt [65,66], die sich der kurzen Crashzeiten im Rahmen des Rekonnektions-Modells annehmen. Die Arbeiten sind methodisch völlig verschieden und unterstützen beide das in dieser Arbeit gewonnene

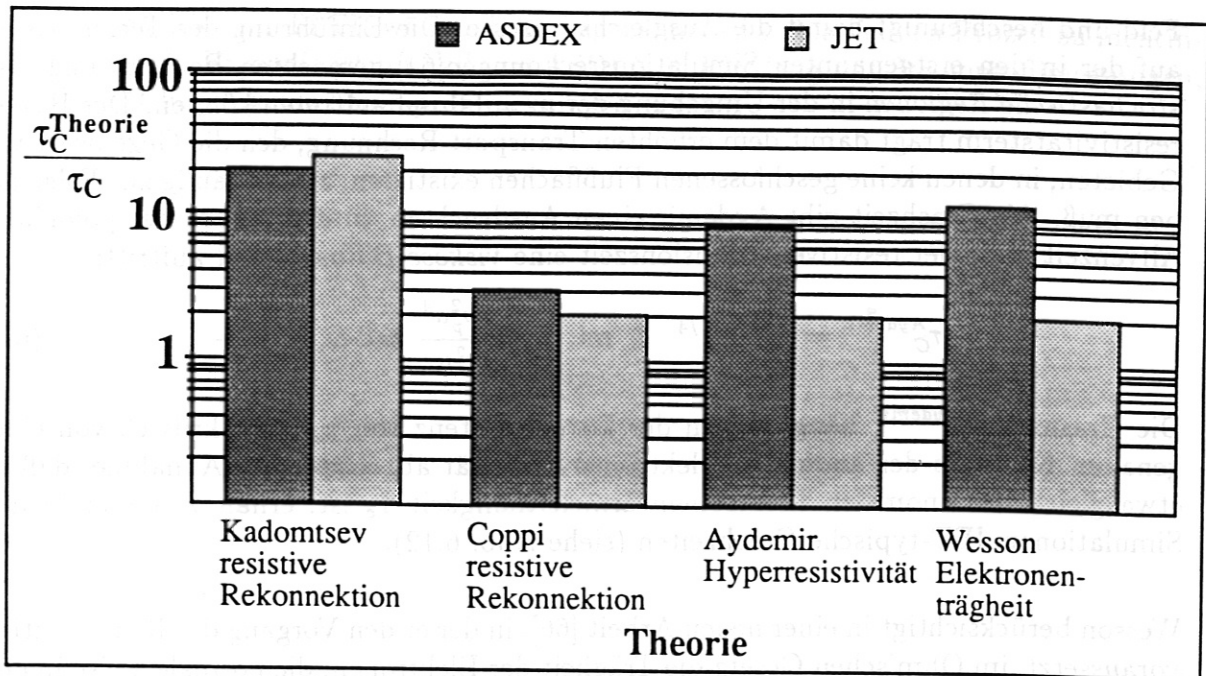


Abbildung 6.12: Das Verhältnis der von verschiedenen Theorien vorhergesagten Crashzeit zur experimentellen Crashzeit an ASDEX und JET nach den Gleichungen 2.34, 2.20, 6.7 und 6.9 für die Entladungparameter: ASDEX (JET): $B_\phi=2.0(3.5)T$, $q(a)=2.4(3.3)$, $q(0)=0.95(0.7)$, $T_e(0)=1(3)keV$, $n_e(0)=0.5(0.3)10^{20}m^{-3}$, $Z_{eff}=2(2)$, $R=1.65(3)m$, $a=0.4(1.25)m$, $\tau_C=50(100)\mu s$

experimentelle Ergebnis, daß die schnelle Abflachung der zentralen Profile durch Rekonnektion des helikalen Flusses zustande kommt. Die Vorhersagen dieser Arbeiten, die im folgenden kurz vorgestellt werden sollen, bezüglich der Crashzeit sind ebenfalls in Abb. 6.12 aufgetragen.

In Vorarbeiten zu Ref.[65] führte Aydemir nichtlineare, resistive, toroidale MHD-Simulationen selbstkonsistent durch[64]. Selbstkonsistenz heißt in diesem Fall, daß im Gegensatz zu frühen MHD-Untersuchungen nicht die Stabilitätseigenschaften einer vorgegebenen Menge von Gleichgewichtsprofilen untersucht wurden, sondern daß die zeitliche Entwicklung des Plasmas einschließlich des Auftretens von Sägezahnoszillationen direkt aus der numerischen Lösung der Gleichungen erhalten wurde³. Die Simulationen bestätigten, bis auf die um etwa eine Größenordnung zu langen Crashzeiten, das Kadomtsev-Rekonnektionsmodell. In der Erweiterung seines numerischen Modells führte Aydemir in Ref.[65] eine *anomale Elektronenviskosität* μ_e oder *Hyperresistivität* im ohm'schen Gesetz ein:

$$E_{\parallel} = \eta j_{\parallel} - \frac{m_e}{ne^2} \cdot \mu_e \nabla_{\perp}^2 j_{\parallel} \quad (6.6)$$

Der zweite Term baut Gradienten der zum Magnetfeld parallelen Stromdichte senkrecht zum Magnetfeld ab, d.h. er bewirkt einen erhöhten Transport von Strom senkrecht zum

³Erstmals erhielten auf diese Weise Denton et.al. [67] in MHD-Simulationen periodisch auftretende Sägezähne.

Feld und beschleunigt damit die Ausgleichsprozesse. Die Einführung des Terms basiert auf der in den erstgenannten Simulationsrechnungen [64] gemachten Beobachtung, daß *stochastische Regionen* in der Umgebung der $m = 1$ -Insel auftreten können. Der Hyperresistivitätsterm trägt damit dem erhöhten Transport Rechnung, den die Gegenwart von Gebieten, in denen keine geschlossenen Flußflächen existieren, zwangsläufig zur Folge haben muß. Als Crashzeit gibt Aydemir einen Ausdruck an, in dem neben der poloidalen Alfvenzeit statt der resistiven Diffusionszeit eine *viskose Diffusionszeit* auftritt:

$$\tau_C^{Aydemir} = \tau_A^{*3/4} \tau_\mu^{1/4} \quad \text{mit } \tau_\mu = \frac{\omega_p^2 a^4}{c^2 \mu_e} \quad \text{und } \omega_p = \frac{ne^2}{\epsilon_0 m} \quad (6.7)$$

Die Crashzeit $\tau_C^{Aydemir}$ hängt wegen der kleinen Potenz von τ_μ nicht kritisch von einer genauen Kenntnis der anomalen Elektronenviskosität ab. Unter der Annahme, daß μ_e etwa gleich der anomalen Elektronenwärmeleitfähigkeit χ_e ist, erhält Aydemir in den Simulationen JET-typische Crashzeiten (siehe Abb. 6.12).

Wesson berücksichtigt in einer neuen Arbeit [66], in der er den Vorgang der Rekonnektion *voraussetzt*, im Ohm'schen Gesetz die Trägheit der Elektronen, die normalerweise in den MHD-Gleichungen vernachlässigt wird:

$$E = \eta j + \frac{m_e}{ne^2} v \cdot \nabla j \quad (6.8)$$

Während sich die Kadomtsev-Rekonnektionszeit in dem Grenzfall ergibt, daß der zweite Term vernachlässigbar ist, erhält Wesson im umgekehrten Grenzfall, daß nämlich das elektrische Feld in der Rekonnektionsschicht ganz durch den zweiten Term bestimmt ist, die Rekonnektionszeit

$$\tau_C^{Wesson} = \frac{\tau_S \omega_p}{c} \tau_A^* \quad (6.9)$$

Der Effekt des Trägheitsterms besteht in einer Vergrößerung der Dicke δ der Schicht, in der die Rekonnektion stattfindet. In einer zur Herleitung der Kadomtsev'schen Schichtdicke analogen Rechnung unter Verwendung des Trägheits- statt des Resistivitätsterms im ohm'schen Gesetz ergibt sich

$$\delta \approx \frac{c}{\omega_p} \quad (6.10)$$

Die im Vergleich zu Gl. 2.33 größere Schichtdicke führt dazu, daß mehr Teilchen pro Zeiteinheit die resistive Schicht verlassen können, so daß sich die im Vergleich zu $\tau_C^{Kadomtsev}$ kleinere Rekonnektionszeit τ_C^{Wesson} ergibt (siehe Abb. 6.12).

Eine direkte experimentelle Klärung der Frage, ob, und wenn ja, welcher der zuletzt vorgestellten Effekte (Hyperresistivität oder Elektronenträgheit) tatsächlich eine Rolle spielt, ist nicht abzusehen, da Vorgänge in der resistiven Schicht sowie die Stochastizität von Feldlinien in zentralen Plasmabereichen praktisch nicht diagnostizierbar sind. Ein Vergleich aller in Abb. 6.12 dargestellten Werte zeigt aber, daß für ASDEX die resistive Rekonnektionszeit nach Coppi et. al. die beste Übereinstimmung mit experimentellen Crashzeiten ergibt.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß es mit Hilfe der SXR-Tomographie gelungen ist, die Rekonnektion des helikalen Flusses nach dem Modell von Kadomtsev als

den an ASDEX und TFTR während des Sägezahncrashs ablaufenden Prozeß zu identifizieren. Dieses Ergebnis ist im Fall von ASDEX in Einklang mit Stromprofilmessungen, von TFTR liegen keine Stromprofilmessungen vor.

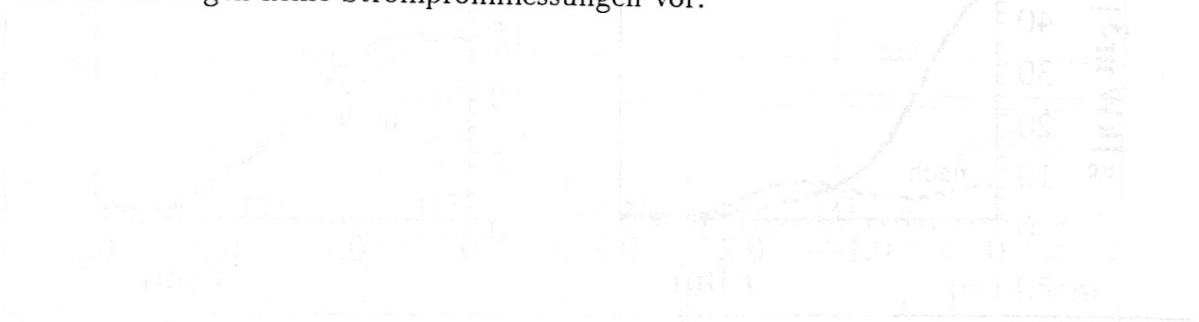


Abbildung 8.13: Sägezahnkrisen in ASDEX (links) und TFTR (rechts).

8.2 Sägezahnkrisen in Plasmen mit zwei Teilmagneten

Nachdem im vorherigen Kapitel der Zustand im Sägezahnkrisen erklärt wurde, werden in diesem Kapitel die Sägezahnkrisen in Plasmen mit zwei Teilmagneten betrachtet. Die Sägezahnkrisen in Plasmen mit zwei Teilmagneten sind im Vergleich zu Plasmen mit einem Teilmagneten anders. In Plasmen mit zwei Teilmagneten sind die Sägezahnkrisen in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase steigt die Sägezahnkrisenkurve an, in der zweiten Phase fällt sie ab. Die Sägezahnkrisen in Plasmen mit zwei Teilmagneten sind im Vergleich zu Plasmen mit einem Teilmagneten anders. In Plasmen mit zwei Teilmagneten sind die Sägezahnkrisen in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase steigt die Sägezahnkrisenkurve an, in der zweiten Phase fällt sie ab.

8.2.1 Locking to krusen und zwei Teilmagneten

Das Verhalten des Sägezahnkrisenkurve in Plasmen mit zwei Teilmagneten ist im Vergleich zu Plasmen mit einem Teilmagneten anders. In Plasmen mit zwei Teilmagneten sind die Sägezahnkrisen in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase steigt die Sägezahnkrisenkurve an, in der zweiten Phase fällt sie ab. Die Sägezahnkrisen in Plasmen mit zwei Teilmagneten sind im Vergleich zu Plasmen mit einem Teilmagneten anders. In Plasmen mit zwei Teilmagneten sind die Sägezahnkrisen in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase steigt die Sägezahnkrisenkurve an, in der zweiten Phase fällt sie ab. Die Sägezahnkrisen in Plasmen mit zwei Teilmagneten sind im Vergleich zu Plasmen mit einem Teilmagneten anders. In Plasmen mit zwei Teilmagneten sind die Sägezahnkrisen in zwei Phasen unterteilt. In der ersten Phase steigt die Sägezahnkrisenkurve an, in der zweiten Phase fällt sie ab.

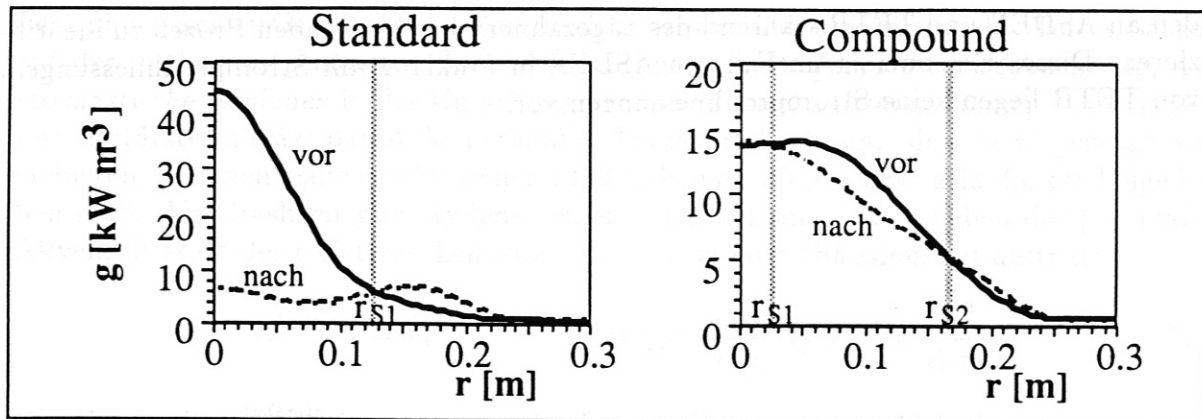


Abbildung 6.13: SXR-Profiländerungen durch einen Standardcrash und einen Compoundssägezahn-crash.

6.2 Sägezähne in Plasmen mit zwei $q = 1$ -Flächen

Nachdem im vorangegangenen Kapitel die Struktur von Standardsägezähnen aufgeklärt wurde, werden in den folgenden Abschnitten Experimente beschrieben, in denen Sägezähne erzeugt wurden, deren Precursoraktivität und deren Einfluß auf das Strahlungsprofil sich stark von den bisher untersuchten internen Disruptionen unterscheidet. Mit der SXR-Tomographie wird nachgewiesen, daß die in der Literatur als *Compoundssägezähne* bezeichneten internen Disruptionen durch Rekonnektion an zwei $q = 1$ -Flächen zustande kommen.

6.2.1 Indirekte Hinweise auf zwei $q = 1$ -Flächen

Daß es neben den Standardsägezähnen, bei denen der Kollaps eine Abflachung des Dichte-, Temperatur- und Stromprofils innerhalb der ganzen $q = 1$ -Fläche mit sich bringt, Sägezähne gibt, die ein qualitativ unterschiedliches Verhalten zeigen, wird in Abb.6.13 deutlich. Dort sind im linken Bild die SXR-Strahlungsprofile vor und nach einem Standardsägezahn, im rechten Bild die entsprechenden Profile eines sogenannten Compoundssägezahns, der in der gleichen Entladung auftritt, dargestellt. Beim Compoundssägezahn ist nicht das gesamte Plasmazentrum von der Relaxation betroffen, vielmehr treten zwei Inversionsradien bei $r_{S1} \approx 3\text{cm}$ und $r_{S2} \approx 17\text{cm}$ auf, innerhalb derer die Strahlung abnimmt. Zwar sind die Amplitudenänderungen im Plasmazentrum sehr gering, so daß der innere Inversionsradius nicht mit großer Genauigkeit bestimmt werden kann, es ist jedoch signifikant, daß beim Compoundcrash die direkte Umgebung der magnetischen Achse weniger stark durch den Kollaps beeinflusst wird als ein Ring um die Plasmaachse. In Analogie zu den Vorgängen während des gewöhnlichen Sägezahns liegt die Vermutung nahe, daß an dieser Instabilität nicht *eine*, sondern *zwei* $q = 1$ -Flächen beteiligt sind.

Sägezähne mit den geschilderten Profiländerungen wurden zum ersten Mal Mitte der 80'er Jahre in ohm'sch geheizten Plasmen hoher Dichte und/oder hohen Plasmastroms der großen Tokamaks beobachtet (DOUBLET-III [68], JET [69], JT-60 [70], TFTR [71,

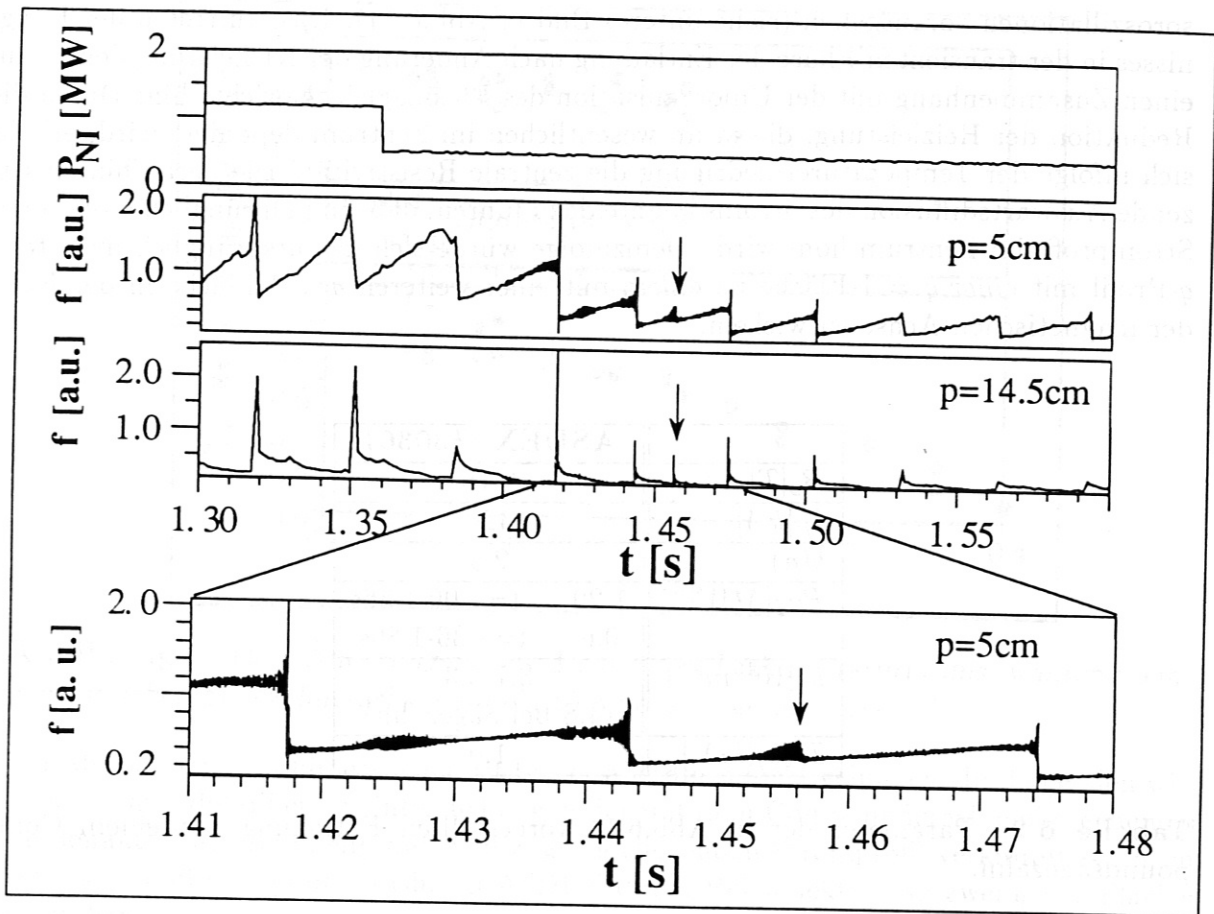


Abbildung 6.14: Die zeitliche Entwicklung der weichen Röntgenstrahlung während einer Entladung, in der ein Compound-Sägezahn (siehe Pfeil) auftritt.

72,73)), seltener auch in NI-geheizten Entladungen [68]. Ein besonderes Merkmal eines Compound-Sägezahns ist, daß er immer zwischen zwei gewöhnlichen Sägezähnen auftritt⁴. In ansonsten stationären Entladungen können Übergänge zwischen gewöhnlichem und Compoundverhalten in unvorhersehbarer Weise stattfinden [68,72]. Dies ist ein Hinweis darauf, daß geringe Änderungen der Plasmaeigenschaften den Übergang vom einen ins andere Regime triggern können.

In ASDEX werden Compound-Sägezähne nicht in ohm'schen Entladungen, sondern in moderat Counter-NI-geheizten Plasmen mit hohem Plasmastrom gefunden. Ihr Auftreten innerhalb einer Entladung ist sehr unregelmäßig. Ein Beispiel einer Entladung, in der ein solches Ereignis im Zeitfenster der schnellen SXR-Diagnostik gemessen werden konnte, ist in Abb.6.14 gezeigt. In dieser Entladung, deren Parameter in Tab.6. 2 angegeben sind, tritt etwa 100ms nach Reduktion der NI-Leistung von 1.2MW auf 0.6MW in der Mitte der Anstiegsphase eines gewöhnlichen Sägezahns ein Sägezahn auf, der sich in zentrumsnahen SXR-Kanälen nur wenig bemerkbar macht, dem aber deutliche Precur-

⁴Von dieser Eigenschaft leitet sich der Name ab: Compound=zusammengesetzt. Während in der Literatur häufig das aus den beiden unterschiedlichen Sägezähnen zusammengesetzte Ereignis als Compound-Sägezahn bezeichnet wird, wird hier nur die Relaxation zwischen den zwei gewöhnlichen Sägezähnen als Compound-Sägezahn verstanden.

soroszillationen vorausgehen (siehe unteres Bild in Abb.6.14). Das Auftreten des Ereignisses in der transienten Phase der Entladung nach Änderung der NI-Leistung deutet auf einen Zusammenhang mit der Umorganisation des Plasmagleichgewichts hin: Durch die Reduktion der Heizleistung, die ja im wesentlichen im Zentrum deponiert wird, erhöht sich infolge der Temperaturerniedrigung die zentrale Resistivität. Die daraufhin einsetzende Auswärtsdiffusion des Stroms könnte dazu führen, daß ein ursprünglich monotones Stromprofil im Zentrum hohl wird. Demzufolge würde sich das ursprünglich monotone q -Profil mit einer $q = 1$ -Fläche zu einem mit einer weiteren $q = 1$ -Fläche in der Nähe der magnetischen Achse entwickeln.

ASDEX #30361	
$B_0 [T]$	2.18
$I_P [kA]$	420
$q(a)$	2.5
$P_{NI} [MW]$	1.20 $t=1.00-1.36s$
	0.6 $t=1.36-1.80s$
$\bar{n}_e [10^{19} m^{-3}]$	3.7-5.3 (4.8 bei Sägezahn)
$T_e(0) [keV]$	1.0

Tabelle 6.2: Parameter der in Abb.6.14 vorgestellten Entladung mit einem Compound-sägezahn.

Aber auch in der späteren, konstant geheizten Phase der Entladung treten unregelmäßig Compound-sägezähne auf. Für deren Auftreten kann ein ähnliches Argument angebracht werden: Der Temperatureinbruch durch den vorhergehenden Crash erzeugt die zur Bildung des nichtmonotonen Stromprofils nötigen Skinströme. In der Tat treten in Entladungen mit Compoundaktivität sehr flache bzw. hohle n_e - und T_e -Profile auf (Abb.6.15), wodurch die Entstehung ebensolcher Stromprofile begünstigt wird. Dieser Mechanismus erklärt, warum nur in großen Tokamaks Compound-sägezähne auftreten: Strom- und Temperaturprofil sind nach einer plötzlichen Temperaturänderung um so stärker entkoppelt, d.h. es bilden sich um so eher Skinströme, je größer die resistive Diffusionszeit ist. Diese nimmt aber mit der Elektronentemperatur und dem Plasmaradius zu.

Wegen der gerade im Plasmazentrum schlechten räumlichen Auflösung der YAG-Diagnostik, mit der die Temperatur- und Dichteprofile gemessen werden (siehe Anhang 8.2), ist eine genügend genaue Berechnung des Stromprofils aus gemessenen T_e -, n_e - und Z_{eff} -Profilen zur Entscheidung der Frage, ob tatsächlich ein q -Profil der beschriebenen Art vorliegt, nicht möglich. Auch die zeitliche Auflösung der Diagnostik, die mit 17ms etwa in der Größenordnung einer Sägezahnperiode liegt, ist nicht ausreichend.

Insgesamt geben also die gemessenen Profile und deren Änderungen während des Kollaps, ebenso wie Simulationen des Transports in compoundbehafteten Entladungen [68], *indirekte* Hinweise auf die mögliche Existenz von Stromprofilen mit zwei $q = 1$ -Flächen und eine damit einhergehende Sägezahninstabilität. Ein *direkter* experimenteller Nach-

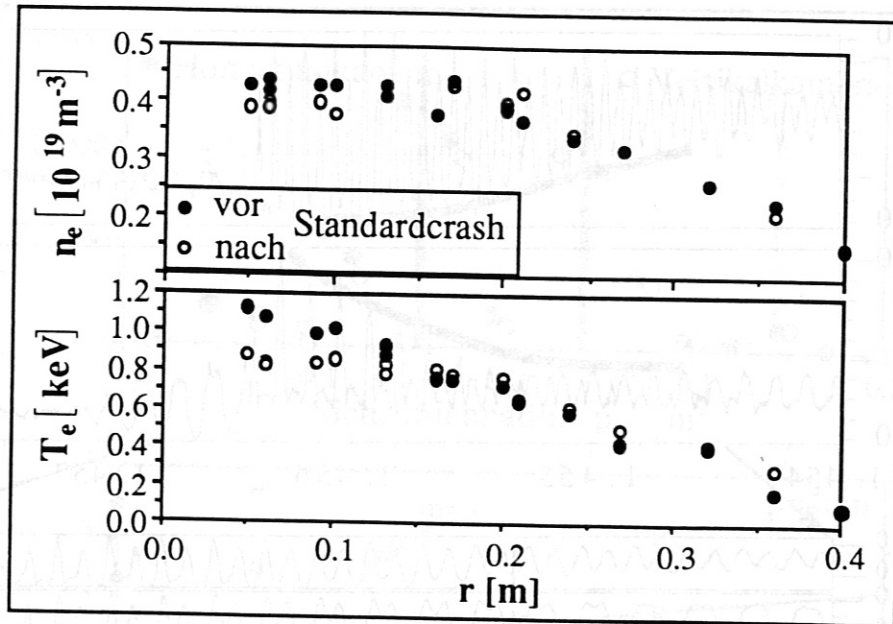


Abbildung 6.15: Änderungen des Dichte- und Temperaturprofils während eines gewöhnlichen Sägezahn-crashes, dem ein Compound-Sägezahn folgt.

weis durch Stromprofilmessungen ist bisher allerdings nicht gelungen. Im folgenden wird aber anhand detaillierter Untersuchungen der mit dem Compoundcrash einhergehenden Modenaktivität, die ja eng mit dem zugrundeliegenden Stromprofil verknüpft ist, nachgewiesen, daß Compoundcrashes an ASDEX durch Rekonnektion an zwei $q = 1$ -Flächen entstehen.

6.2.2 Pre- und Postcursor

Abb. 6.16 zeigt die Entwicklung der weichen Röntgenstrahlung während eines Compound-Sägezahns mit hoher zeitlicher Auflösung. Ein Vergleich mit den Abbildungen 6.7 und 6.9, in denen die Entwicklung der Strahlung während Standardsägezähnen auf die gleiche Weise dargestellt ist, ergibt wesentliche Unterschiede: Ein *quantitativer* Unterschied besteht in der Zeitskala, auf der sich die Modenaktivität ändert. Für den Standardsägezahn waren dies typisch wenige $100\mu\text{s}$, in diesem Fall sind es 2ms (schraffierte Linien in den oberen beiden Spuren von Abb. 6.16). Ein wesentlicher *qualitativer* Unterschied zeigt sich aber in der Struktur der MHD-Oszillationen: Zwar tritt in zentrumsnahen Kanälen die $m = 1$ -typische Frequenzverdopplung auf (mittlere Spuren in Abb. 6.16), und gegenüberliegende Kanäle sind gegenphasig (Konturlinienplot in Abb. 6.16), aber zusätzlich tritt bei $|p| \approx 10\text{cm}$ ein Phasensprung um π auf, wie die senkrechte Linie in den mittleren Spuren der Abbildung zeigt.

Die poloidale Modenzahl der MHD-Oszillationen ergibt sich wieder aus der Analyse der zur Grundfrequenz gehörigen Amplituden- und Phasenprofile. Diese sind in Abb. 6.17 dargestellt. Das Amplitudenprofil besitzt Nullstellen bei $p = 0$ und $|p| = 10\text{cm}$ und Maxima bei $|p| = 4$ und $|p| = 14\text{cm}$. Die Nullstelle im Zentrum weist, ebenso wie der bereits angesprochene Phasensprung bei $p = 0$, direkt auf ein ungerades m hin. Die zusätzli-

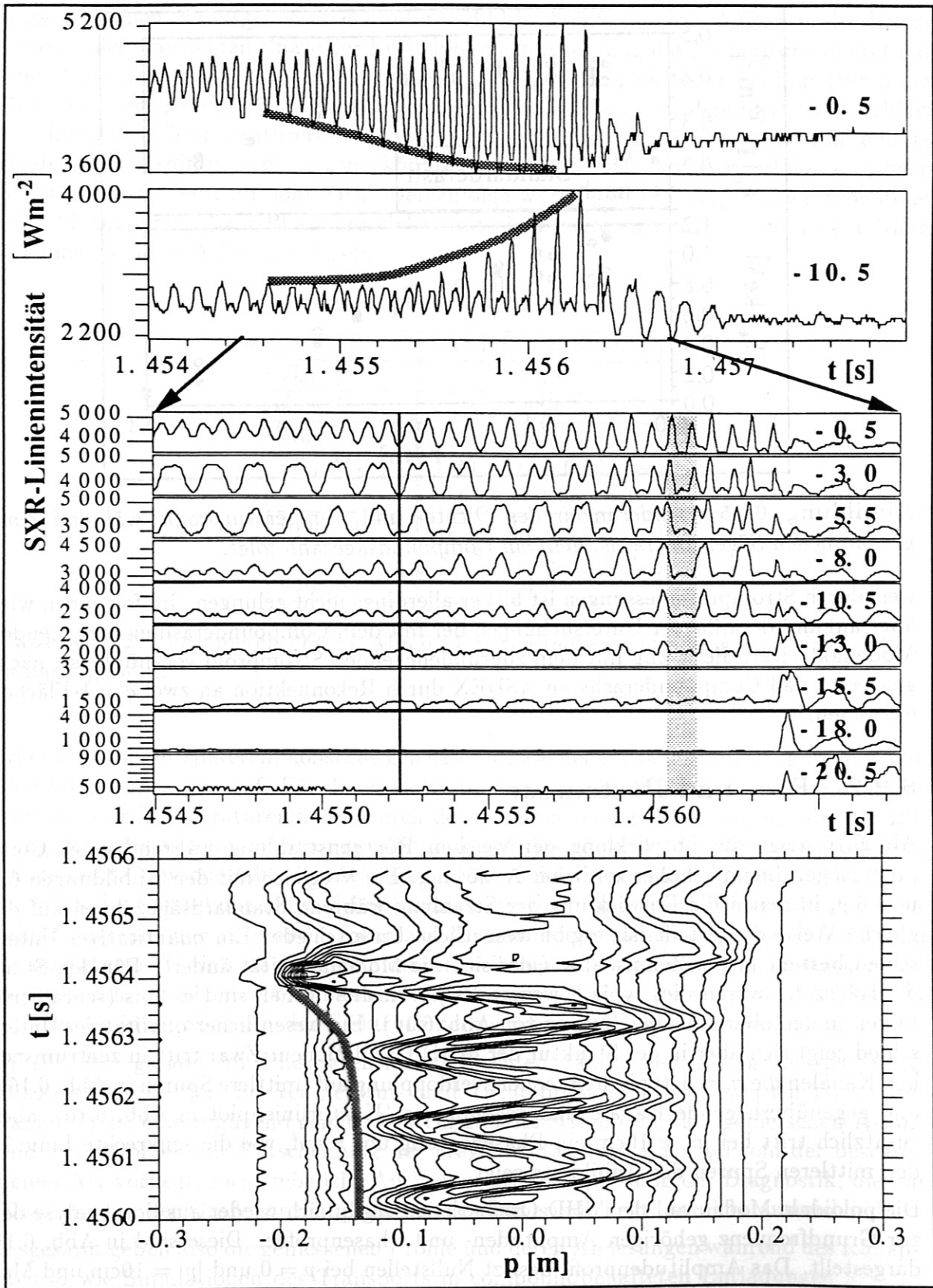


Abbildung 6.16: SXR-Linienintensitäten während eines Compound-Sägezahn-crashes in der ASDEX-Entladung #3036. Die Zahlen in den oberen Spuren sind die Sichtlinienradien in cm.

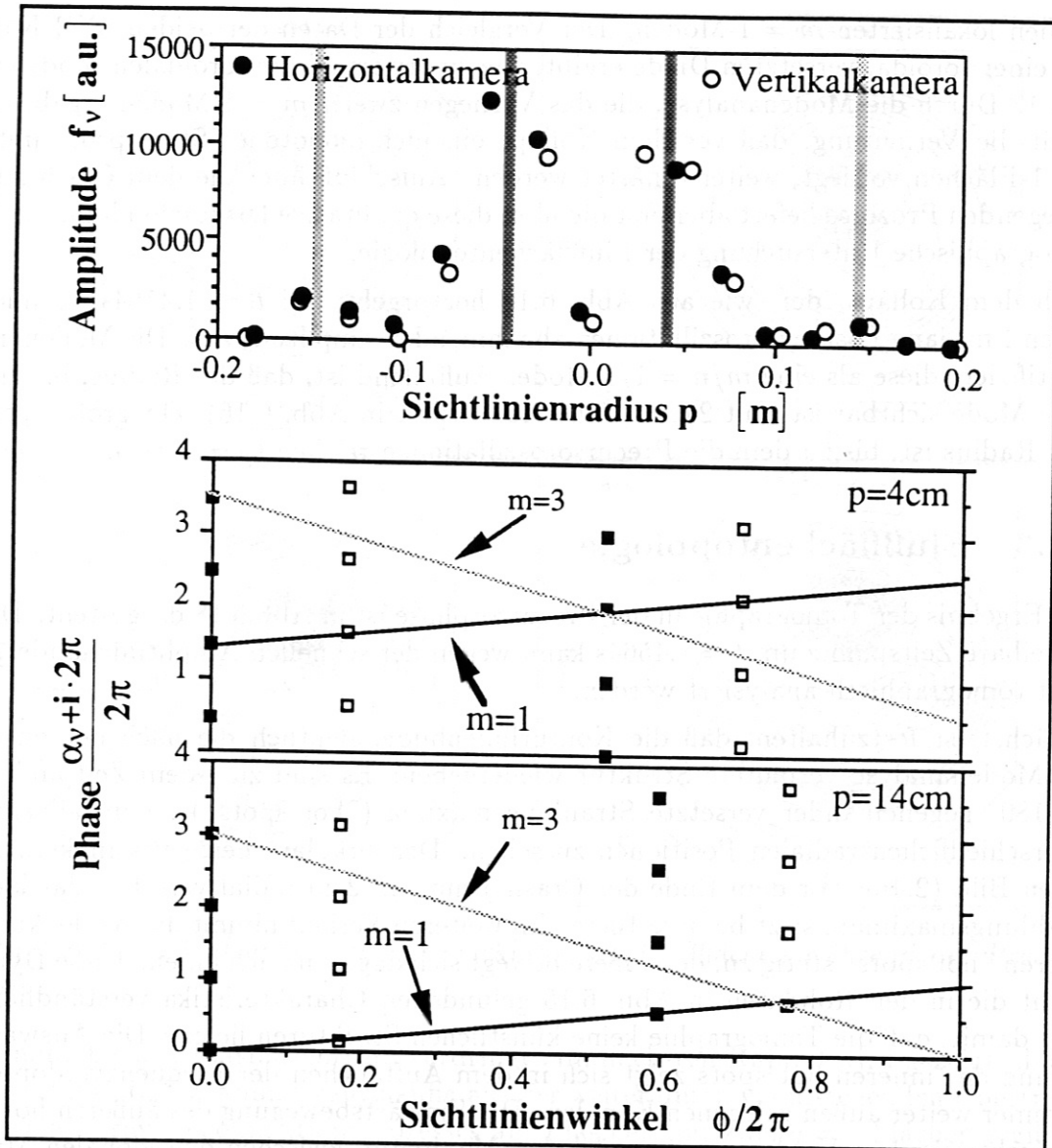


Abbildung 6.17: Bestimmung der poloidalen Modenzahl m . Im oberen Bild ist das Amplitudenprofil bei der Grundfrequenz der MHD-Oszillationen ($\nu = 8.2\text{kHz}$) aufgetragen. Darunter ist die Phasenlage der Kanäle, bei denen die maximale Amplitude auftritt, zur Bestimmung der poloidalen Modenzahl m gegen den Sichtlinienwinkel aufgetragen.

Die Nullstelle ist typisch für eine $m = 3$ -Mode (zwei zusätzliche Nullstellen bei $m = 5$ usw.). Allerdings zeigen sich auf den Mirnovsonden, das sind Spulen zur Messung poloidaler Magnetfeldoszillationen infolge von MHD-Aktivität mit $m \geq 2$ (siehe Anh. 8.2), keine Hinweise auf $m = 3$ -Modenaktivität. Auch der Phasenfit der SXR-Daten, der im unteren Teil von Abb. 6.17 für die beiden Maxima bei $|p| = 4\text{cm}$ und $|p| = 14\text{cm}$ dargestellt ist, schließt eine $m = 3$ -Mode zur Erklärung der beobachteten Modenaktivität aus. Vielmehr fittet in beiden Fällen $m = 1$ die Punkte sehr gut. Insgesamt ergibt also die Modenanalyse, daß sich die Oszillationen nicht durch das Vorliegen einer MHD-Mode erklären lassen, sondern durch die Existenz von zwei an unterschiedlichen

Radien lokalisierten $m = 1$ -Moden. Der Vergleich der Daten der beiden SXR-Kameras mit einer toroidal versetzten Diode ergibt, wie zu erwarten, die toroidalen Modenzahlen $n = 1$. Durch die Modenanalyse, die das Vorliegen zweier $m = 1$ -Moden ergab, konnte somit die Vermutung, daß vor dem Kollaps ein nichtmonotones Stromprofil mit zwei $q = 1$ -Flächen vorliegt, weiter erhärtet werden. Aufschluß über die dem Crash zugrundeliegenden Prozesse liefert aber erst die über diese qualitative Diskussion hinausgehende tomographische Untersuchung der Flußflächentopologie.

Nach dem Kollaps, der, wie aus Abb. 6.16 hervorgeht, bei $t = 1.4564\text{s}$ beendet ist, treten 1 ms lang Postcursoroszillationen abnehmender Amplitude auf. Die Modenanalyse identifiziert diese als eine $m/n = 1/1$ -Mode. Auffallend ist, daß der Radius, bis zu dem diese Mode sichtbar ist, mit 24cm (siehe Konturplot in Abb. 6.16) sehr groß gegenüber dem Radius ist, bis zu dem die Precursoroszillationen reichen ($p = 17\text{cm}$).

6.2.3 Flußflächentopologie

Das Ergebnis der Tomographie in der Precursorphase ist in Abb.6.18 dargestellt. Die unmittelbare Zeitspanne um $t = 1.4564\text{s}$ kann wegen der schnellen Amplitudenänderungen nicht tomographisch analysiert werden.

Zunächst ist festzuhalten, daß die Konturlinienbilder deutlich die nach der qualitativen Modenanalyse vermutete Struktur wiedergeben: Es sind zu jedem Zeitpunkt zwei um 180° gegeneinander versetzte Strahlungsmaxima ("hot spots") an im allgemeinen unterschiedlichen radialen Positionen zu sehen. Der zirkulare heiße Plasmakern ist im ersten Bild (2.4ms vor dem Ende des Crashes) nur um 2cm radial versetzt, das kleinere Strahlungsmaximum sitzt bei $r \approx 10\text{cm}$. Im weiteren Verlauf nimmt die Auslenkung des inneren "hot spots" stetig zu, der äußere bewegt sich dagegen nach innen. Diese Dynamik macht die in den Rohdaten in Abb. 6.16 gefundenen Charakteristika verständlich und zeigt damit, daß die Tomographie keine künstlichen Strukturen liefert: Die Auswärtsbewegung des inneren hot spots zeigt sich in dem Auftauchen der Frequenzverdoppelung in immer weiter außen gelegenen Kanälen. Die Einwärtsbewegung des äußeren hot spots ist direkt mit dem Vordringen eines lokalen Maximums zwischen den globalen Maxima in zentrumsnahen Kanälen korreliert (siehe die schattierte Linie in Abb.6.16).

Die in Abb. 6.18 dargestellte Entwicklung der Flußflächentopologie ist der in Standardcrashes gefundenen sehr ähnlich, wenn man die Betrachtung auf den zentralen, zirkularen hot spot beschränkt: Im Standardfall bestand ja der Effekt der Rekonnektion in einer Vermischung von Plasma zu beiden Seiten der resonanten Fläche, wobei aus der Flußerhaltung (Gl. 2.28 und Abb. 2.3) folgte, daß sich Plasma aus der Nähe des Zentrums mit Plasma aus der Umgebung des Mixingradius vermischte. Im tomographischen Ergebnis äußerte sich dies darin, daß sich der heiße Kern im Verlauf der Rekonnektion vom Plasmazentrum bis zum Mixingradius bewegte. Das obere Bild in Abb. 6.19, in dem die radiale Position des zentralen hot spots als Funktion der Zeit aufgetragen ist, faßt die in Abb. 6.18 gefundene Dynamik zusammen: Es zeigt sich, daß sich der zentrale heiße Kern im Verlauf der Entwicklung weit nach außen bewegt.

Umgekehrt zeigt das untere Bild in Abb. 6.19 anhand der Bewegung des zunächst weiter außen gelegenen hot spots, daß Plasma aus der Umgebung der zweiten resonanten Fläche

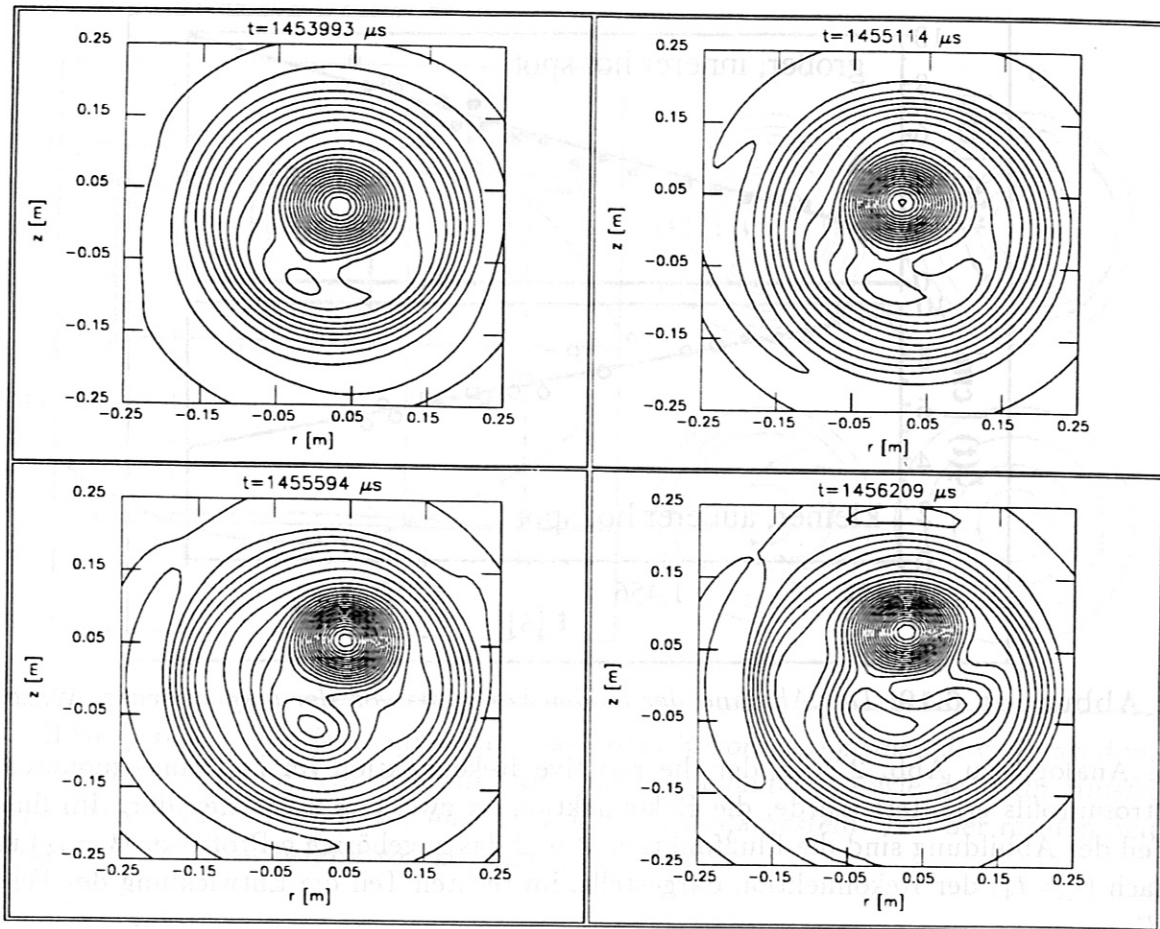


Abbildung 6.18: Die zeitliche Entwicklung der Flußflächen während der Precursorphase.

sehr nahe bis ans Plasmazentrum vordringt. Im nächsten Kapitel wird gezeigt, daß sich die geschilderte Dynamik zwangsläufig aus der weiter unten vorzustellenden Übertragung des Kadomtsev-Rekonnexionsprozesses auf Plasmen mit zwei $q = 1$ -Flächen ergibt.

Zuvor ist das Ergebnis der tomographischen Untersuchung der Postcursoroszillationen im linken Konturplot von Abb.6.20 dargestellt. Er zeigt eine wenig lokalisierte $m = 1$ -Mode, die sich über mehr als die Hälfte des Plasmaradius bemerkbar macht. Der zugehörige Radius der $q = 1$ -Fläche von etwa $r_s = 24\text{cm}$ ist im Vergleich zu sonst beobachteten $q = 1$ -Radien ungewöhnlich groß. Innerhalb einer Millisekunde verschwindet die Mode: Im zweiten Konturplot in Abb.6.20, der die Emissivität 0.9ms nach dem ersten Plot repräsentiert, ist keine signifikante $m = 1$ -Asymmetrie mehr nachzuweisen.

6.2.4 Rekonnexion an zwei $q = 1$ -Flächen

Die Übertragung des resistiven Rekonnexionsmodells auf q -Profile mit zwei $q = 1$ -Flächen ist einfach durchführbar und wurde zuerst 1980 von Parail und Pereverzev [74] veröffentlicht. Der zugehörige Rekonnexionsprozeß wurde als ein mögliches Crash-szenario angegeben, ohne allerdings experimentell bestätigt zu werden. Abb. 6.21 stellt

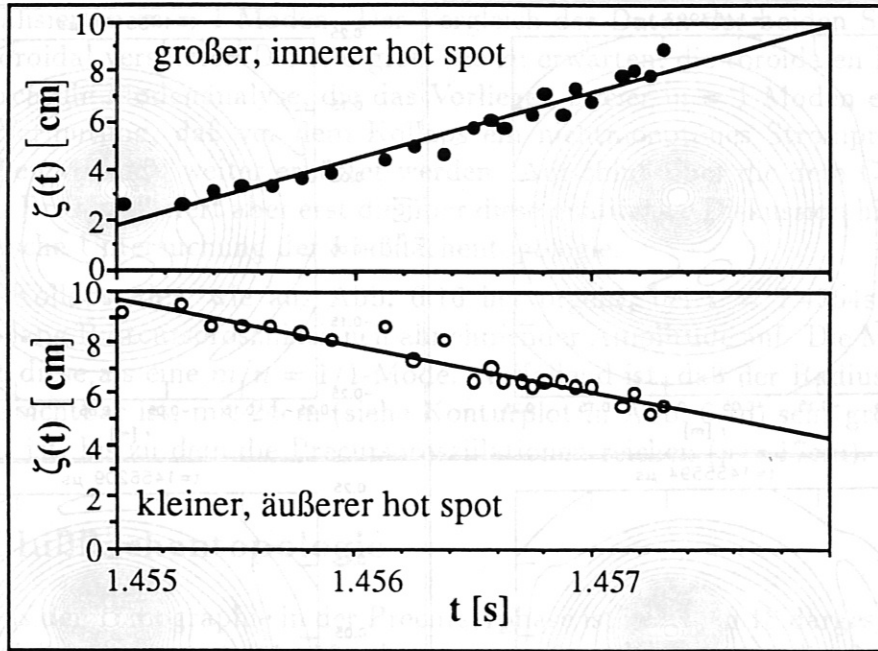


Abbildung 6.19: Der Abstand der beiden hot spots von der magnetischen Achse.

in Analogie zu Abb. 2.3, in der die resistive Rekonnektion im Fall eines monotonen Stromprofils erläutert wurde, die Rekonnektion an zwei $q = 1$ -Flächen dar. Im linken Teil der Abbildung sind die Flußfunktion Ψ und das zugehörige q -Profil vor ($t = t_1$) und nach ($t = t_4$) der Rekonnektion dargestellt, im rechten Teil die Entwicklung des Feldes B^* .

- Zeitpunkt t_1

Zu Beginn der Rekonnektion liegen zwei $q = 1$ -Flächen an den Radien r_{S1} und r_{S2} vor, d. h. die Flußfunktion $\Psi(t_1)$ besitzt an diesen Radien Extremalstellen, B^* erfährt einen Vorzeichenwechsel (gestrichelte Linien im B^* -Plot).

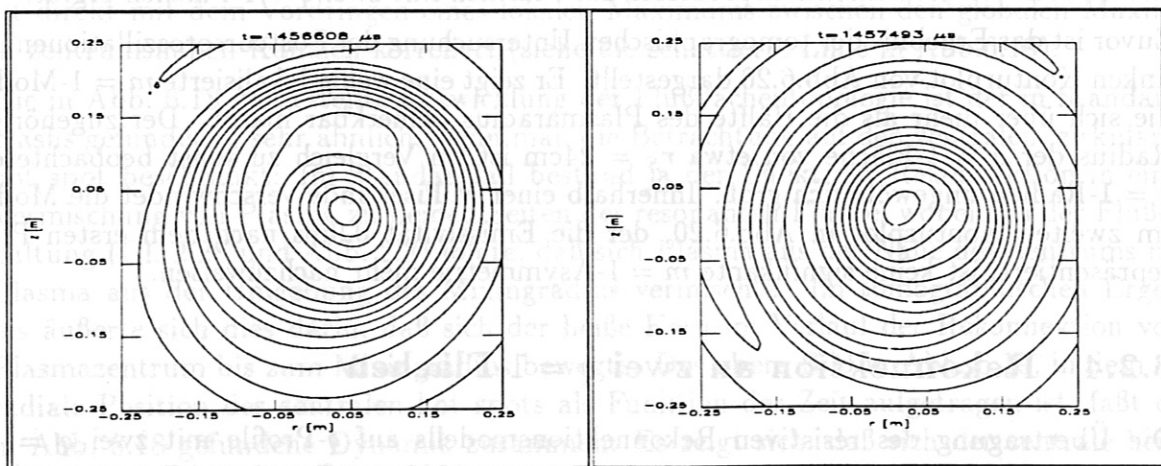


Abbildung 6.20: Die zeitliche Entwicklung der Flußflächen während der Postcursorphase.

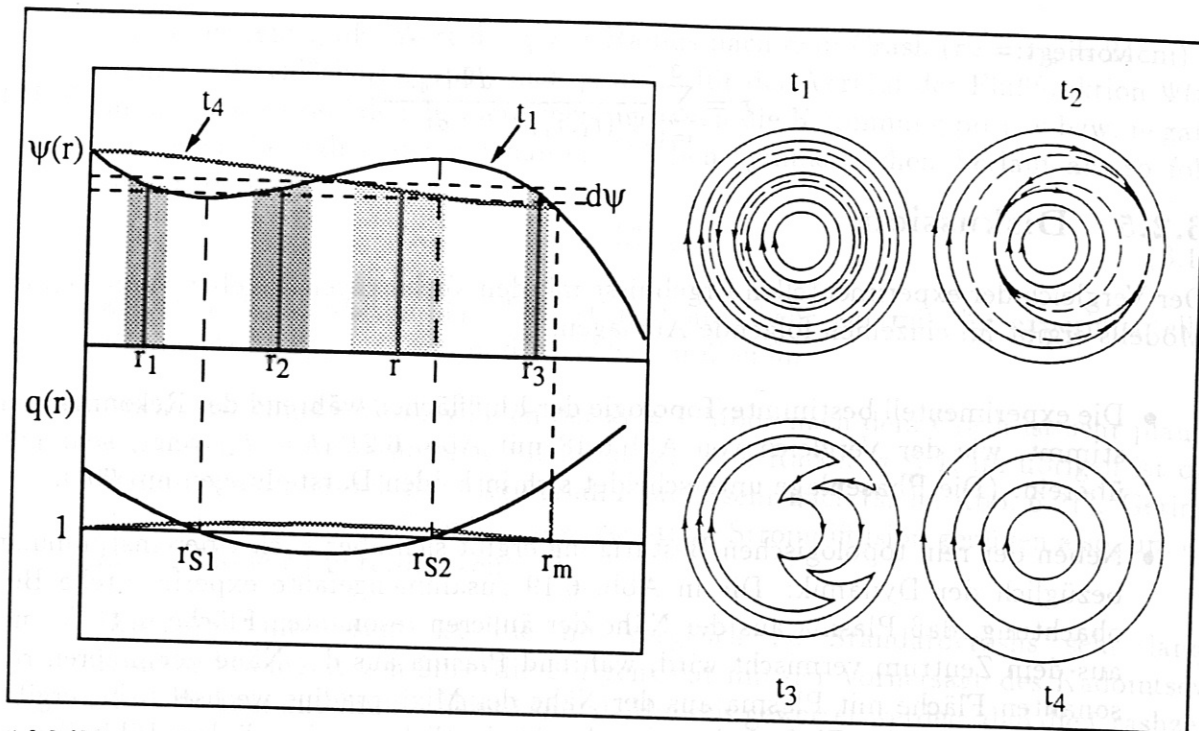


Abbildung 6.21: Der Sägezahnkollaps nach dem Rekonktionsmodell von Parail und Pereverzev: Auf der linken Seite sind der Sicherheitsfaktor q sowie der zum Hilfsfeld \mathbf{B}^* gehörige helikale Fluß Ψ vor und nach dem Crash dargestellt. Auf der rechten Seite ist die zeitliche Entwicklung von \mathbf{B}^* abgebildet.

- **Zeitpunkt t_2**
Das Plasma innerhalb der resonanten Flächen ist instabil gegen eine $m = 1$ -Auslenkung. An zwei Stellen kommt es daraufhin zum resistiven Aufbrechen und Wiederverbinden von Feldlinien.
- **Zeitpunkt t_3**
Entlang der Feldlinien findet eine Vermischung von Plasma aus den Bereichen $r_1 dr_1$, $r_2 dr_2$ und $r_3 dr_3$ statt, wobei an den Radien r_1, r_2, r_3 der helikale Fluß gleich ist: $\Psi(t_1, r_1) = \Psi(t_1, r_2) = \Psi(t_1, r_3)$
- **Zeitpunkt t_4**
Aus der Flußerhaltung, die in Analogie zu Gl. 2.28

$$\Psi(t_4, r) r dr = \sum_{i=1}^3 \Psi(t_1, r_i) r_i dr_i \quad (6.11)$$

lautet, folgt $\Psi(t_4, r)$ nach der Rekonktion. Gl. 6.11 ist in dieser Form für praktische Anwendungen noch nicht geeignet. Unter Verwendung der Gleichheit der Flüsse und nach Einsetzen von

$$dr = \frac{d\Psi}{\Psi'(t_4, r)} \quad \text{und} \quad dr_i = \frac{d\Psi}{\Psi'(t_1, r_i)} \quad \text{für } i = 1, 2, 3 \quad (6.12)$$

folgt eine Beziehung, aus der sich endgültig derjenige Radius r bestimmen läßt, an dem nach der Rekonktion der Fluß $\Psi(t_4, r) = \Psi(t_1, r_1) = \Psi(t_1, r_2) = \Psi(t_1, r_3)$

vorliegt:

$$r = \sum_{i=1}^3 \frac{r_i}{\Psi'(t_1, r_i)} \cdot \frac{d\Psi(t_4, r)}{dr} \quad (6.13)$$

6.2.5 Diskussion

Der Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den Vorhersagen des eben vorgestellten Modells ergibt im einzelnen folgende Aussagen:

- Die experimentell bestimmte Topologie der Flußflächen während der Rekonnektion stimmt, wie der Vergleich von Abb.6.18 mit Abb. 6.21 ($t = t_3$) zeigt, sehr gut überein. (Die Phasenlage unterscheidet sich in beiden Darstellungen um 90°).
- Neben der rein topologischen Bestätigung ergibt sich aber auch Übereinstimmung bezüglich der Dynamik: Die in Abb. 6.19 zusammengefaßte experimentelle Beobachtung, daß Plasma aus der Nähe der äußeren resonanten Fläche mit Plasma aus dem Zentrum vermischt wird, während Plasma aus der Nähe der inneren resonanten Fläche mit Plasma aus der Nähe des Mixingradius wechselwirkt, ergibt sich direkt aus der Flußerhaltung und geht deutlich aus dem linken Bildteil von Abb. 6.21 hervor.

Das in Abb. 6.21 diskutierte Beispiel eines q -Profils vor dem Crash stellt insofern einen Sonderfall dar, als vor der Rekonnektion gerade $\Psi(t_1, 0) = \Psi(t_1, r_{S2})$ gilt. Im allgemeinen Fall ist aber $\Psi(t_1, 0) \neq \Psi(t_1, r_{S2})$ zu erwarten. Für den Fall, daß $\Psi(t_1, 0) < \Psi(t_1, r_{S2})$ gilt, ergibt sich kein Unterschied zum diskutierten Sonderfall: Die Rekonnektion erfaßt das gesamte Gebiet innerhalb r_m , ist also vollständig. Falls aber $\Psi(t_1, 0) > \Psi(t_1, r_{S2})$ gilt, ist überschüssiger Fluß im Zentrum vorhanden, die Rekonnektion erfaßt dann nur das Gebiet von r_0 bis r_m , wobei r_0 durch $\Psi(t_1, r_0) = \Psi(t_1, r_{S2})$ gegeben ist.

Bei den gefundenen Compoundcrashes an ASDEX liegt mit großer Wahrscheinlichkeit der Fall vollständiger Rekonnektion vor, da die Bewegung des äußeren hot spots sehr weit ins Zentrum reicht (Abb. 6.19).

- Eine wesentliche Bestätigung des geschilderten Prozesses ergibt sich aus der Gegenwart des $m = 1$ -Postcursors: Da das Plasma am Mixingradius mit Plasma an der inneren resonanten Flußfläche wechselwirkt, wo aber $\Psi'(t_1, r_{S1}) = 0$ gilt, kann die rechte Seite von Gl. 6.13 nur dann wie die linke Seite endlich bleiben, wenn bei r_m gilt: $d\Psi(t_4, r)/dr = 0$. Das heißt aber, daß nach der Rekonnektion beim Mixingradius eine resonante Fläche vorliegt. Das gleiche gilt übrigens für $r = 0$ (siehe $q(t_4)$ in Abb. 6.21). Dies ist in Analogie zum Standardcrash mit einer $q = 1$ -Fläche zu sehen, wo ja nach der Rekonnektion ebenfalls an dem Radius, der mit dem Plasma um die resonante Fläche wechselwirkt (das ist $r = 0$ im Kadomtsev-Modell), $q = 1$ galt. Das Auftreten einer $m = 1$ -Postcursor-Mode im Experiment ist damit sehr plausibel⁵.

⁵In Ref. [75] wird gezeigt, daß Profile mit $q(r_1) = 1$ für ein r_1 und $q(r) > 1$ sonst bei flachem q -Profilverlauf innerhalb r_1 gegen $m = 1$ -Moden instabil sind.

Auch der sehr große Wert des $q = 1$ -Radius nach dem Crash ($r_S = r_m = 24\text{ cm}$) ist konsistent erklärbar: Nimmt man nämlich für den Verlauf der Flußfunktion $\Psi(t_1)$ in den beiden radialen Teilbereichen, in denen die Krümmung positiv bzw. negativ ist, einen bezüglich der resonanten Flächen symmetrischen Verlauf an, so folgt direkt, daß

$$\frac{r_m}{r_{S2}} = \frac{4}{3} \quad (6.14)$$

gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies stimmt aber sehr gut mit der experimentellen Beobachtung $r_{S2} \approx 17\text{ cm}$ und $r_m \approx 24\text{ cm}$ überein.

- Auch das schnelle Verschwinden der $m = 1$ -Mode nach dem Crash ist sehr plausibel. Nach der Rekonnektion gilt ja nur an zwei Radien $q \leq 1$, im übrigen ist das Stromprofil innerhalb des Mixingradius wohl sehr flach (siehe Abb. 6.21). Geringste Änderungen des q -Profils infolge resistiver Stromdiffusion genügen also, um die $m = 1$ -Mode zu unterdrücken.
- Besonders interessant ist die im Vergleich zu Standardcrashes sehr lange Rekonnektionszeit von 2ms (die übrigens gut mit der Vorhersage des Kadomtsev-Modells übereinstimmt). Dies kann als Hinweis gewertet werden, daß die Crashzeit mit abnehmendem q' an der/den resonanten Fläche/Flächen abnimmt. Daß das Stromprofil in diesem Fall sehr flach ist, liegt nahe und geht auch unmittelbar aus Abb. 6.21 hervor. Es sei daran erinnert, daß die Anwachsrate der resistiven Mode proportional zu $q^{2/3}(r_S)$ zunimmt (Gl. 2.20). Damit konsistent ist die Beobachtung, daß der Rekonnektionsprozeß nicht exponentiell, sondern linear wächst (s. die lineare Variation der hot-spot-Positionen in Abb. 6.19). Denn während der Rekonnektion ändert q' innerhalb des Mixingradius sein Vorzeichen, muß also auch durch Null gehen, was einer zeitlich abnehmenden Anwachsrate entspricht.

Die tomographische Untersuchung des letzten Teils der Rekonnektionsphase ist wegen der schnellen Amplitudenänderungen nicht möglich. Es kann damit nicht geklärt werden, durch welche Bedingung die Beschleunigung der Rekonnektion in der Schlußphase des Crashprozesses getriggert wird. Denkbar wäre etwa eine Überlappung der beiden $m = 1$ -Inseln.

Die Tatsache, daß Compoundsägezähne an ASDEX nur in Plasmen mit Counter-NI gefunden wurden, kann damit erklärt werden, daß diese Form der Injektion im Unterschied zur Co-NI einen dem Plasmastrom entgegengesetzten Strom treibt und somit zur Abflachung des q -Profils beiträgt. (Eine weitere Art von Counter-NI-Entladungen mit interessantem Sägezahnverhalten wird im nächsten Kapitel untersucht.)

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die tomographische Untersuchung der Pre- und Postcursoroszillationen den Compoundcrash als Resultat der Rekonnektion des poloidalen Flusses an zwei $q = 1$ -Flächen erkennen läßt. Damit konnte eine seit langem bestehende Vermutung [68,73] nachgewiesen werden. Der Nachweis ist insofern sehr direkt, als von der beobachteten Modenstruktur unmittelbar auf das damit verknüpfte q -Profil geschlossen werden konnte. Der gefundene Mechanismus untermauert gleichzeitig indirekt die Ergebnisse bezüglich des Crashmechanismus von Standardsägezähnen, da er eine

einfache Verallgemeinerung des experimentell belegten Standard-Rekonnektionsprozesses darstellt.

in dem beiden radialen Teilströmen, die durch die Rekonnektion positiv bzw. negativ ist, einen bezüglich der besetzten Flächen symmetrischen Verlauf an, so folgt direkt, daß

$$\frac{v_{\theta 1}}{v_{\theta 2}} = \frac{r_2}{r_1} \quad (1)$$

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

Die Beobachtung $v_{\theta 1} \approx 17$ cm und $v_{\theta 2} \approx 24$ cm überein
gelten muß (s. Abb. 6.21). Dies ist im Übrigen sehr gut mit den experimentellen
Messungen des v_{θ} -Profils in der Rekonnektionszone übereinstimmend.

6.3 Sägezähne in Plasmen mit Verunreinigungsakkumulation

Ein gegen das Rekonnektionsmodell vorgebrachtes Argument ist, wie bereits in Kap. 2.5 andiskutiert wurde, der experimentelle Befund, daß häufig auch nach dem Crash eine $q = 1$ -Fläche im Plasma vorhanden ist. Um dieser Problematik genauer nachzugehen, wurden Experimente zur Erzeugung von Sägezähnen mit Postcursoroszillationen sehr großer Amplitude durchgeführt.

6.3.1 Entladungen mit Verunreinigungsakkumulation

ASDEX-Plasmen, in denen die Neutralteilchen entgegengesetzt zur Stromrichtung eingeschossen werden (Counter-NI) besitzen im Vergleich zu Co-NI-Plasmen oft eine erhöhte Energieeinschlußzeit und spitzere Dichteprofile⁶ [78]. Als Maß für die Zuspitzung des Dichteprofiles wird allgemein der Profilmfaktor Q_{n_e} verwendet, der als das Verhältnis von zentraler zu volumengemittelter Elektronendichte definiert ist:

$$Q_{n_e} = \frac{n_e(0)}{\frac{1}{V} \int n_e(r) dV} \quad (6.15)$$

Mit dem verbesserten Energieeinschluß geht auch ein verbesserter Teilcheneinschluß einher. Dieser führt zu einer kontinuierlichen Anhäufung (Akkumulation) von Verunreinigungen im Plasmazentrum [79] und wirkt sich damit zum einen auf die vom Plasma abgestrahlte Leistung aus und führt zum anderen über die Abnahme der zentralen Leitfähigkeit zu einer Abflachung des Stromprofils. Damit nimmt die Akkumulation direkten Einfluß auf die MHD-Stabilitätseigenschaften des Plasmas.

In Abb. 6.22 ist die zeitliche Entwicklung einiger Signale während einer typischen Counter-NI-Entladung mit Verunreinigungsakkumulation dargestellt. Die Entladung läßt sich in vier charakteristische Phasen einteilen:

- Nach dem Einschalten der NI-Heizung bei $t=1.0\text{s}$ stellt sich ein quasi-stationärer Zustand mit regelmäßiger Sägezahnaktivität ein.
- Nachdem bei $t=1.2\text{s}$ das Einblasen von D_2 -Neutralgas in das Entladungsgefäß beendet wird, beginnen die Verunreinigungen zu akkumulieren, wie die ansteigenden Signale der Gesamtstrahlungsleistung P_{rad} , der O^{VIII} -Strahlung und von Z_{eff} erkennen lassen. Gleichzeitig zeigt der Verlauf von Q_{n_e} ein Zuspitzen des Dichteprofiles um etwa 20% an, während der Profilmparameter Q_{T_e} zunächst unverändert bleibt. Infolge der erhöhten Verunreinigungs-konzentration wird eine starke Zunahme der SXR-Sägezahn-amplitude beobachtet.
- Bei $t = 1.37\text{s}$ tritt eine starke Änderung im MHD-Verhalten auf: Während weiter zunehmender Akkumulation und ansteigender Verunreinigungsstrahlung verschwinden die Sägezähne. Der letzte Sägezahn vor der Stabilisierung bei $t = 1.37\text{s}$

⁶Ein ähnlicher Zusammenhang zwischen Einschluß und Dichteprofilform zeigt sich auch in rein ohm'sch geheizten Entladungen mit [76] und ohne [77] Injektion von Pellets.

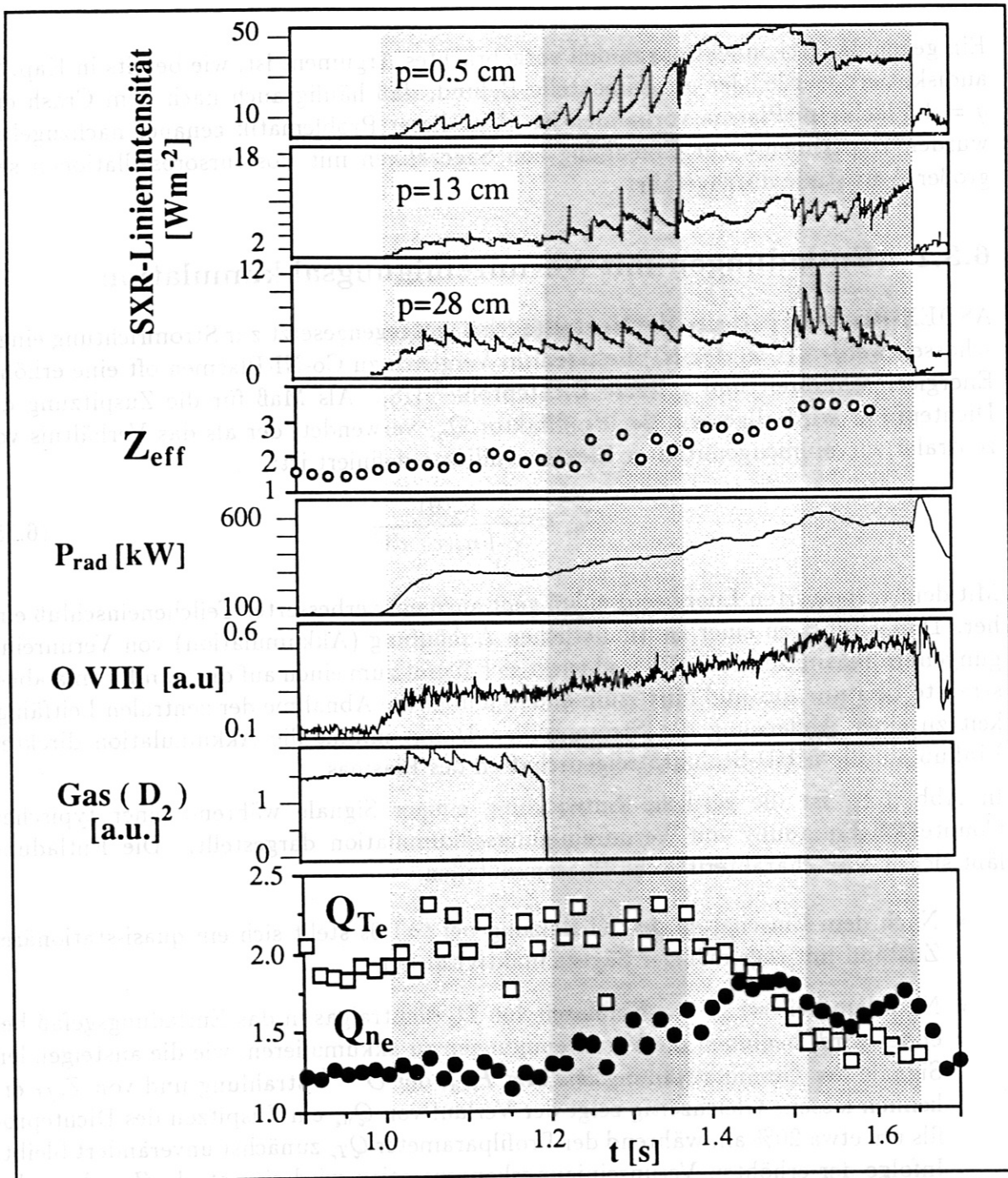


Abbildung 6.22: Eine Counter-NI-Entladung mit Verunreinigungsakkumulation; SXR-Linienintensitäten, Sichtlinienradien p wie angegeben; effektive Kernladungszahl; totale abgestrahlte Leistung; O^{VIII} -Strahlung ($h\nu=0.657\text{keV}$); D_2 -Gasnachfüllung; Profilfaktoren von T_e und n_e . Entladungsparameter (#30344): $B_\phi=2.18\text{T}$, $I_p=420\text{kA}$, $q(a)=2.5$, $n_e(0) \leq 0.6 \cdot 10^{20}\text{m}^{-3}$, $P_{NI}=1.2\text{MW}$ $H^0 \rightarrow D^+$ ab $t=1.0\text{s}$.

wird von Postcursoroszillationen sehr großer Amplitude gefolgt. Offensichtlich führt die zunehmende Leitfähigkeitsabnahme im Zentrum zu einem q -Profil, bei dem Sägezähne stabilisiert werden⁷. Das Dichteprofil spitzt um weitere 30% zu, und die Zunahme in P_{rad} hat eine Kühlung des Plasmazentrums zur Folge, was durch die Abnahme des Temperaturprofilfaktors Q_{T_e} dokumentiert wird.

- Bei $t=1.52s$ treten noch einige unregelmäßige, sägezahnartige Einbrüche in der Röntgenstrahlung auf. Deren Inversionsradius ist, wie das Signal des Detektors mit $p=13cm$ zeigt, deutlich gegenüber den Sägezähnen in den frühen Phasen der Entladung vergrößert. Die q -Profilmodifikationen in dieser Phase führen, wie Untersuchungen mit Mirnovsonden zeigen[80], zur Destabilisierung von 3/2- und 2/1-Moden. Bei $t=1.7s$ beendet eine weiche Disruption die Entladung.

Die Sägezähne in der ersten und zu Beginn der zweiten Phase sind die in Kap. 6.1 behandelten mit vollständiger bzw. weit fortgeschrittener Rekonnektion. Im folgenden werden die Sägezähne am Ende der zweiten Phase, die in den Rohsignalen Postcursoraktivität großer Amplitude aufweisen, untersucht, um der Frage nachzugehen, inwiefern $m = 1$ -Oszillationen nach dem Kollaps das bisher erhaltene Bild vom Sägezahn-crash erweitern oder modifizieren. Ein weiterer Punkt ist die Analyse der zentralen MHD-Aktivität während der sägezahnfreien Phase.

6.3.2 Flußflächentopologie

In Abb. 6.23 ist die weiche Röntgenstrahlung um den Zeitpunkt des letzten Sägezahn-crashes ($t=1.40625s$) vor der sägezahnfreien Phase dargestellt. Ein auffälliger Unterschied im Vergleich zu den bisher behandelten Crashes ist, daß die Amplitude der Postcursoroszillationen ($t > 1.40625s$) die der Precursor ($t < 1.40625s$), insbesondere in zentrumsnahen Kanälen, übertrifft. Auch qualitativ unterscheiden sich die Postcursor- von den Precursorsignalen: Die $m = 1$ -charakteristische Frequenzverdoppelung tritt außer im Zentralkanal auch in den beiden benachbarten Kanälen ($p = 2.0cm$ und $p = 4.5cm$) auf, und die nahe der $q = 1$ -Fläche aufgenommenen ($p = 12.9cm$), in der Precursorphase sinusförmig modulierten Signale weisen, wie dies bei den Standardsägezähnen in der unmittelbaren Crashphase der Fall ist, für mehr als die Hälfte der Periodendauer ein Plateau auf, bevor sie auf ihren Maximalwert ansteigen (schraffierte Balken in den mittleren Spuren von Abb. 6.23).

Eine auffällige Eigenschaft der SXR-Linienintegrale bei diesem Sägezahnszenario ergibt sich aus der Betrachtung der oberen beiden Signale in Abb. 6.23: Es zeigt sich, daß in sehr guter Näherung der *Maximalwert* des Zentralkanals ($p=-0.5cm$) und der *Minimalwert* des letzten innerhalb der $q = 1$ -Fläche liegenden Kanals ($p=12.9cm$) unbeeinflusst durch den Crash bleiben. Dies deutet sich auch im Konturlinienplot im unteren Teil von Abb. 6.23 an, in dem die nach dem Crash dichter verlaufenden Konturlinien auf größere Gradienten hinweisen. Im gleichen Bild ist durch die schraffierte Linie die Vergrößerung

⁷Der Ausdruck "Sägezahnstabilisierung" meint nicht, wie man vielleicht vermuten könnte, das Auftreten besonders regelmäßiger Sägezähne, sondern im Gegenteil deren Verschwinden, eben die **Stabilisierung** der Sägezahninstabilität.

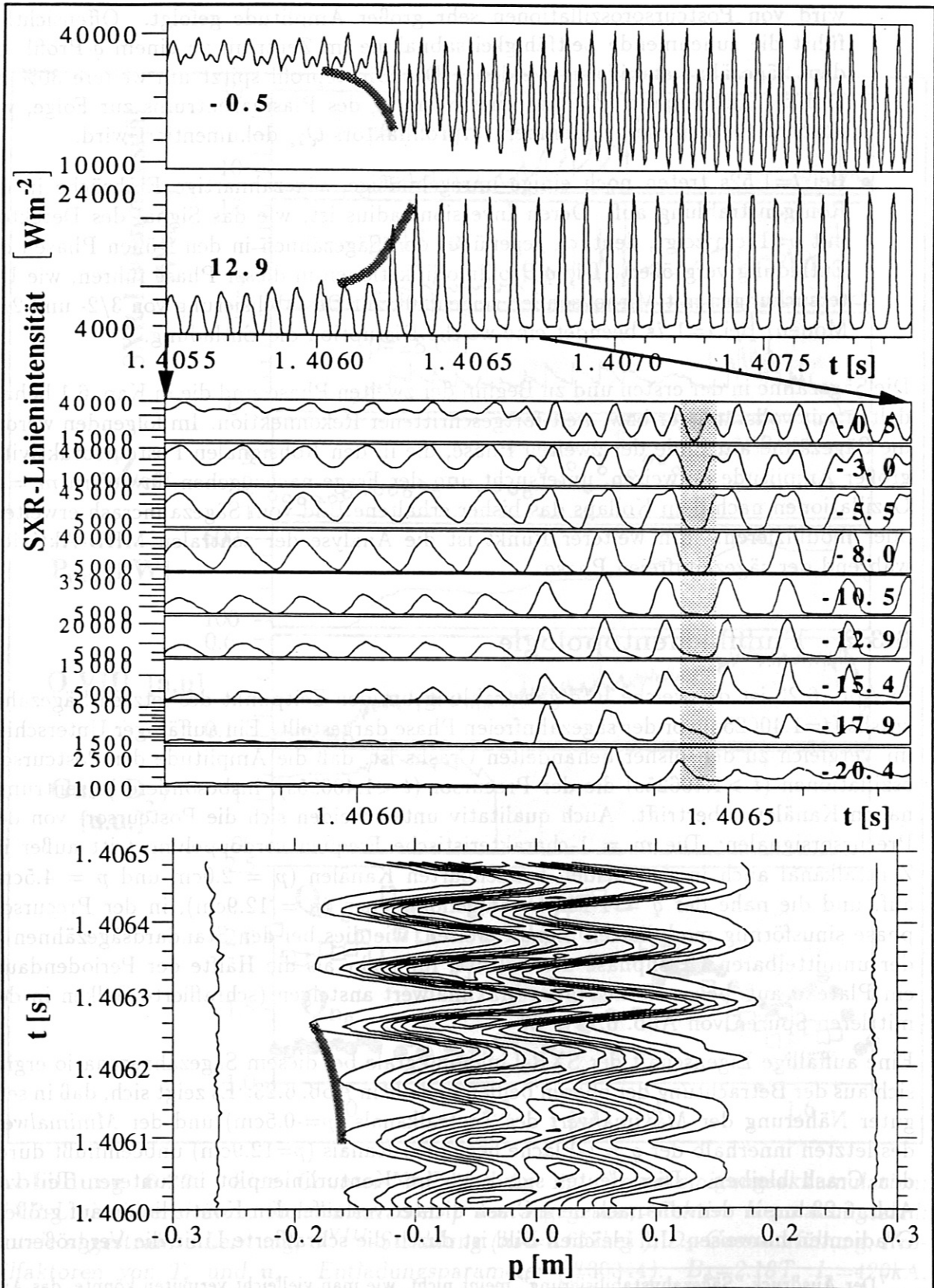


Abbildung 6.23: SXR-Linienintensitäten während des letzten Sägezahn-crashes vor der sägezahnfreien Phase in der ASDEX-Entladung #30346. Die Zahlen in den oberen Spuren sind die Sichtlinienradien in cm.

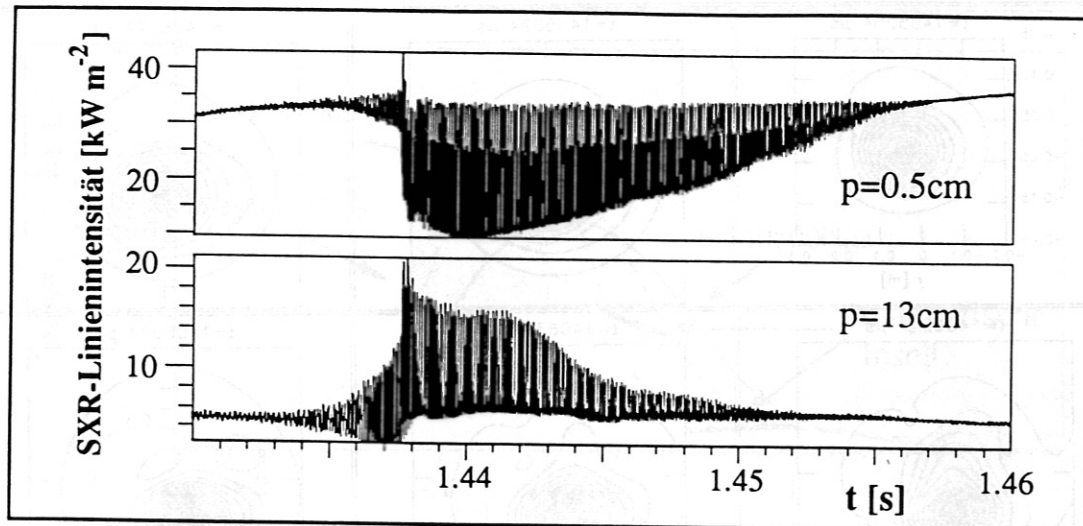


Abbildung 6.24: Die SXR-Linienintensitäten des Zentralkanals (oben) und eines Kanals, dessen Sichtlinienparameter etwas kleiner als der Radius der $q = 1$ -Fläche ist. Der Crash ist bei $t=1.4377$ s.

des letzten von Modenaktivität betroffenen Radius angedeutet. Der Crash ereignet sich auf der $100\mu\text{s}$ -Zeitskala. Der Übergang von den $m = 1$ -Postcursoroszillationen in die sägezahnfreie Phase der Entladung ist in Abb. 6.24 dargestellt. Die $m = 1$ -Aktivität verschwindet innerhalb von 15ms . Dabei bleibt während des ganzen Zeitintervalls das Maximum des Zentralkanals und das Minimum des letzten Kanals innerhalb der $q = 1$ -Fläche konstant.

Die zeitliche Entwicklung der Emissivität während der Pre- und Postcursorphase ist in Abb. 6.25 zu Zeiten konstanter Phasenlage der $m = 1$ -Mode dargestellt, so daß die Position des heißen Zentrums in allen Graustufenbildern gleich ist. Im Zeitintervall von $1000\mu\text{s}$ bis etwa $100\mu\text{s}$ vor dem Crash, das durch die ersten drei Bilder repräsentiert wird, liegt eine $m = 1$ -Mode mit einer von 3cm auf 5cm wachsenden Verschiebung der magnetischen Achse vor. Die Existenz einer magnetischen Insel kann nicht ausgemacht werden und deutet sich auch in den Rohdaten nicht an. Während des Crashes (4. Bild, $t = 1406244\mu\text{s}$) verschiebt sich der heiße Plasmakern unter Beibehaltung seiner zirkularen Form innerhalb von etwa $100\mu\text{s}$ um weitere 3.5cm radial nach außen und läßt ein Gebiet geringer Emissivitätsgradienten, eine magnetische Insel, die auch an den Plateaus in den Rohdaten erkennbar ist (Spur $p = 12.9\text{cm}$ in Abb. 6.23), zurück. Bis zu diesem Zeitpunkt stimmt der Crashmechanismus mit dem in Kap. 6.1.3 herausgearbeiteten Mechanismus überein, wie auch bereits ein Vergleich der in den Abbildungen 6.23 und 6.7 gezeigten Rohdaten vermuten läßt. Das fünfte und das sechste Bild in Abb. 6.25 zeigen, daß bei diesem Kollaps die Auswärtsbewegung bei einer Auslenkung von 8cm zu einem plötzlichen Stillstand kommt. Innerhalb von etwa 15ms verschwindet die Mode, d. h. der heiße Kern bewegt sich in dieser Zeit ins Plasmazentrum zurück, ein symmetrisches Strahlungsprofil entsteht (siehe die letzten drei Bilder in Abb. 6.25).

Diese Entwicklung ist in Abb. 6.26 anhand von vier Schnitten durch die Emissivität entlang der Verbindungslinie zwischen heißem Kern und magnetischer Insel zusammengefaßt. In dieser Darstellung wird die schnelle Auswärtsbewegung des heißen Kerns

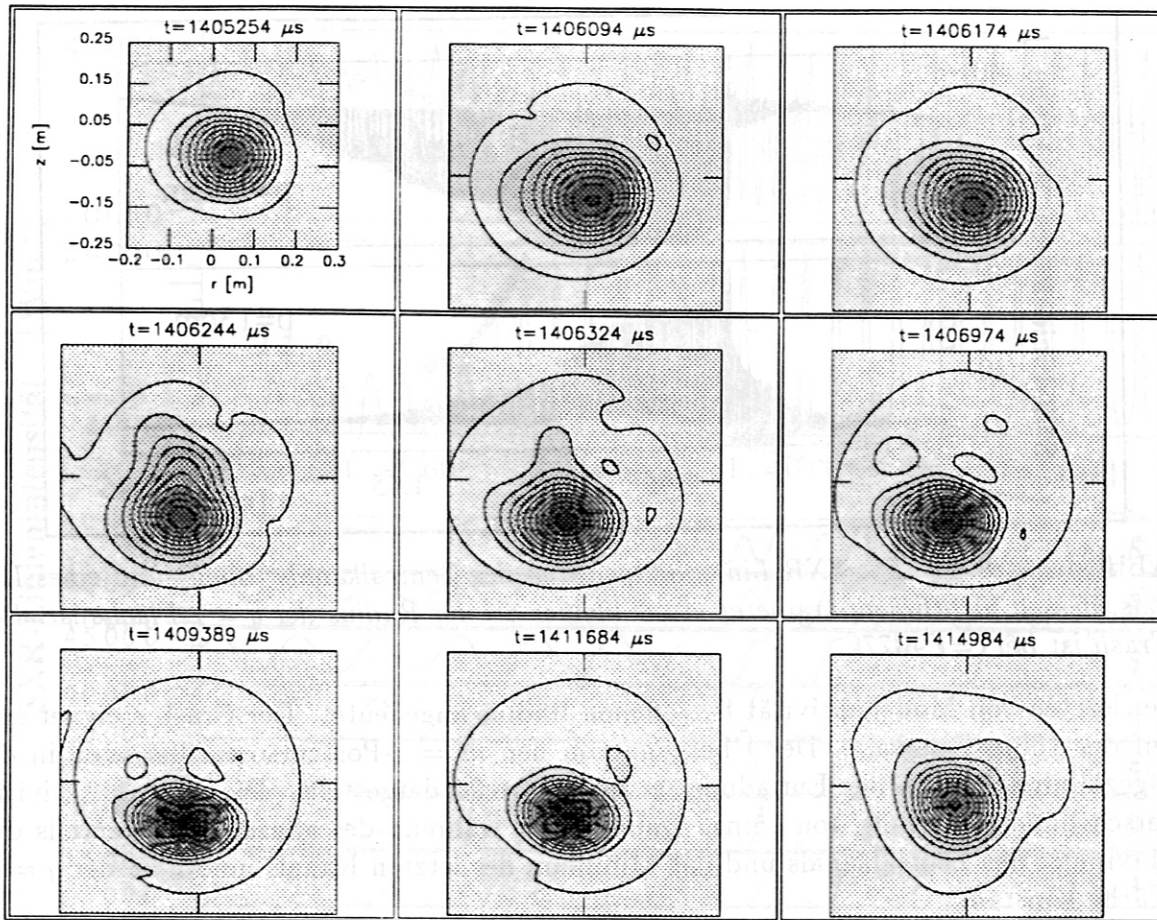


Abbildung 6.25: Die Topologie des letzten Sägezahncrashes vor der sägezahnfreien Phase. Dargestellt ist die Emissivität in einem Zeitintervall von 10ms. Die Emissivitätsunterschiede zweier Schattierungen betragen $2.6 \cdot 10^4 Wm^{-3}$, der Maximalwert ist $4 \cdot 10^5 Wm^{-3}$.

($t = 1406244\mu s$) unter Inselbildung ($t = 1412000\mu s$) und die anschließende langsame Relaxation in einen radialsymmetrischen Zustand besonders deutlich.

6.3.3 Vergleich mit Dichte- und Temperaturmessungen

Die tomographische Untersuchung hat also die gleiche zeitliche Entwicklung wie in der frühen Crashphase von Standardsägezähnen ergeben. Zur weitergehenden Klärung der Frage, ob es sich bei dem diesen Crashes zugrundeliegenden Mechanismus um den gleichen wie bei den Standardsägezähnen handelt, wurden in Ergänzung der SXR-Analysen auch die T_e - und n_e -Daten untersucht. Es wurde die lokale Temperaturänderung mit dem zentrumsnächsten ECE-Kanal ($r \approx 3cm$) und einem Kanal außerhalb der $q = 1$ -Fläche ($r \approx 20cm$) gemessen, und zwar zum einen während Standardsägezähnen mit sehr weit fortgeschrittener oder vollständiger Rekonnektion, zum anderen während der hier diskutierten Ereignisse. Auch die Änderungen der liniengemittelten Dichte wurden für ähnliche Sichtlinienradien ermittelt. Das Ergebnis dieser Analyse ist in Abb. 6.27 zusammengefaßt. Dort sind die Temperatur- und Dichteänderungen inner- und außerhalb

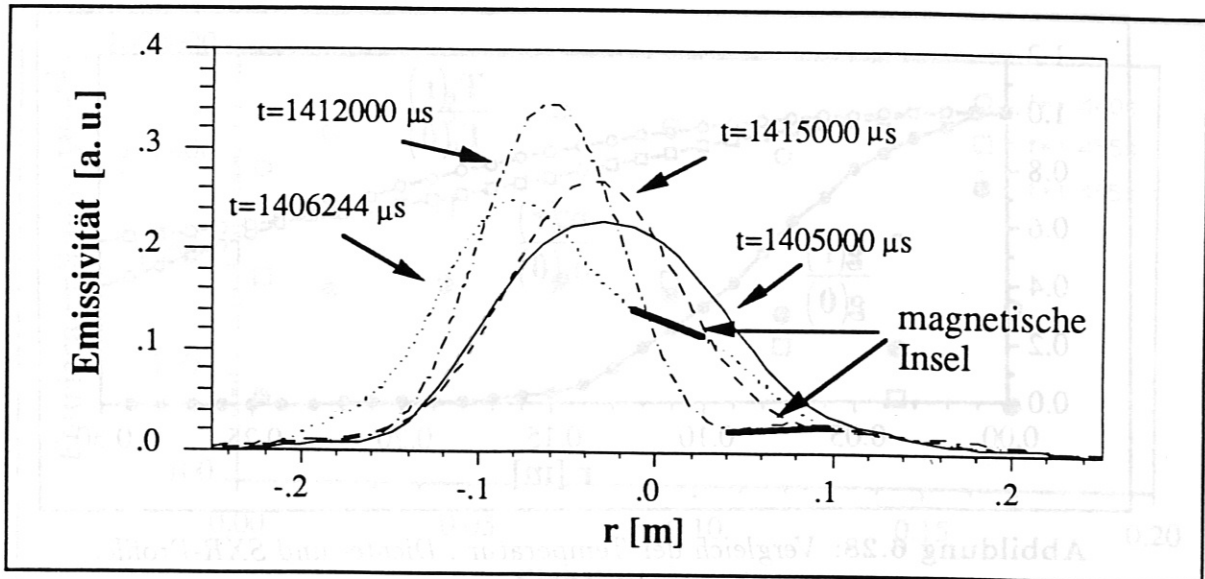


Abbildung 6.26: Die zeitliche Entwicklung der Emissivität während eines Zeitintervalls von 10ms um den Crash.

der $q = 1$ -Fläche für beide Sägezahnarten dargestellt. Es ergibt sich das Resultat, daß die Änderungen während der Sägezähne mit großen Postcursoren beinahe genauso groß sind wie bei den Standardsägezähnen.

Die Tomographie ergab aber, daß während des Crash keine Änderung der Strahlungsamplitude auftritt. Auch die in Abb. 6.24 dokumentierte Konstanz der Maximalamplitude des zentralen SXR-Kanals weist darauf hin, daß keine Strahlung aus dem Zentrum verlorengeht. Ein Verständnis dieser scheinbaren Diskrepanz im SXR-Verhalten einerseits

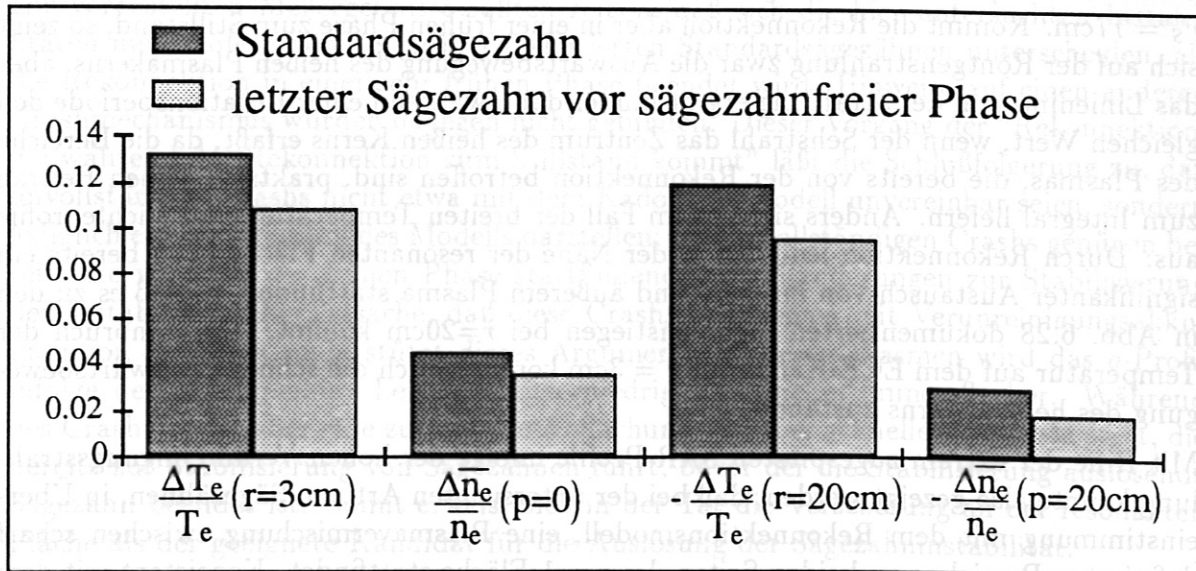


Abbildung 6.27: Vergleich der Temperatur- und Dichteänderungen durch Sägezähne im Zentrum und außerhalb des Inversionsradius in zwei Sägezahnscenarien. Bei den Dichtedaten handelt es sich um integrale Meßwerte des HCN-Interferometers.

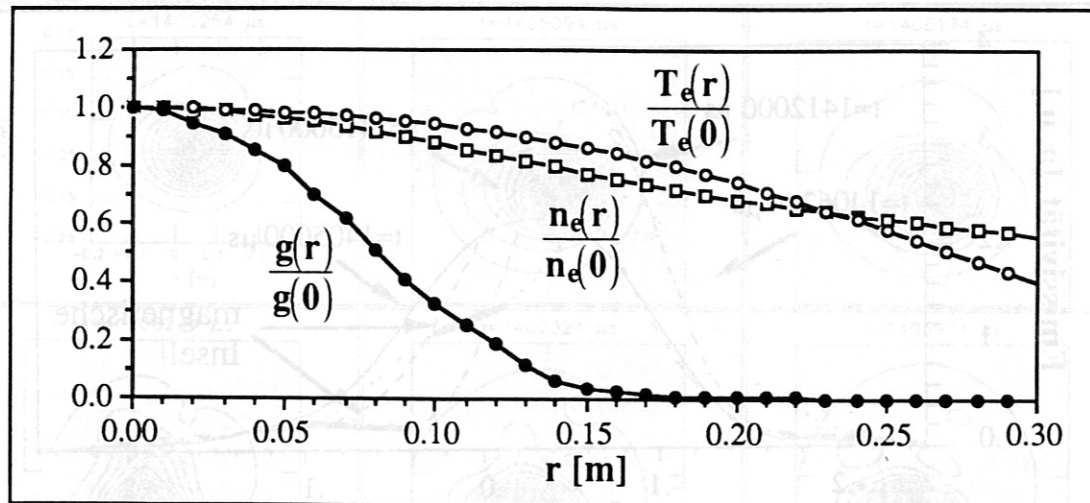


Abbildung 6.28: Vergleich der Temperatur-, Dichte- und SXR-Profile.

und im Dichte- und Temperaturverhalten andererseits ergibt sich aus einem Vergleich der typischen Profilformen. In Abb. 6.28 sind die jeweils auf ihren Maximalwert normierten Temperatur-, Dichte- und SXR-Profile während der Rampe des letzten Sägezahns vor der sägezahnfreien Phase dargestellt: Während das SXR-Profil stark zugespitzt ist und bereits bei $r = 15\text{cm}$ auf sehr geringe Werte abfällt, weisen die anderen beiden Größen in diesem Gebiet noch etwa 80% ihres Maximalwertes auf. Daraus läßt sich das unterschiedliche Verhalten der drei Größen unter Voraussetzung des Rekonnektionsprozesses konsistent erklären: In der Frühphase der Rekonnektion findet ja eine Vermischung von Plasma aus dem Gebiet in der unmittelbaren Nähe der $q = 1$ -Fläche statt, erst im weiteren Verlauf erfaßt der Rekonnektionsprozeß dann immer mehr auch die zentrumsnahen Gebiete. Die $q = 1$ -Fläche liegt aber, wie der $m = 1$ -Aktivität zu entnehmen ist, bei $r_S = 17\text{cm}$. Kommt die Rekonnektion aber in einer frühen Phase zum Stillstand, so zeigt sich auf der Röntgenstrahlung zwar die Auswärtsbewegung des heißen Plasmakerns, aber das Linienintegral der Strahlung ergibt immer dann während einer Rotationsperiode den gleichen Wert, wenn der Sehstrahl das Zentrum des heißen Kerns erfaßt, da die Bereiche des Plasmas, die bereits von der Rekonnektion betroffen sind, praktisch keinen Beitrag zum Integral liefern. Anders sieht es im Fall der breiten Temperatur- und Dichteprofile aus: Durch Rekonnektion lediglich in der Nähe der resonanten Fläche kann bereits ein signifikanter Austausch von innerem und äußerem Plasma stattfinden, so daß es zu den in Abb. 6.28 dokumentierten Signalanstiegen bei $r=20\text{cm}$ kommt. Der Einbruch der Temperatur auf dem ECE-Kanal mit $r = 3\text{cm}$ kommt durch die schnelle Auswärtsbewegung des heißen Kerns zustande.

Mit Hilfe der extrem zugespitzten SXR-Profile infolge der hohen Verunreinigungsstrahlung konnte also gezeigt werden, daß bei der untersuchten Art von Sägezähnen, in Übereinstimmung mit dem Rekonnektionsmodell, eine Plasmavermischung zwischen scharf definierten Bereichen zu beiden Seiten der $q = 1$ -Fläche stattfindet. Konsistent mit dem Bild unvollständiger Rekonnektion ist auch, daß nach dem Crash die $m = 1$ -Aktivität zwar bei größeren Radien auftritt als vorher, daß aber das Verhältnis von Mixing- zu $q = 1$ -Radius deutlich kleiner ist als im Fall vollständiger Rekonnektion (vergleiche dazu

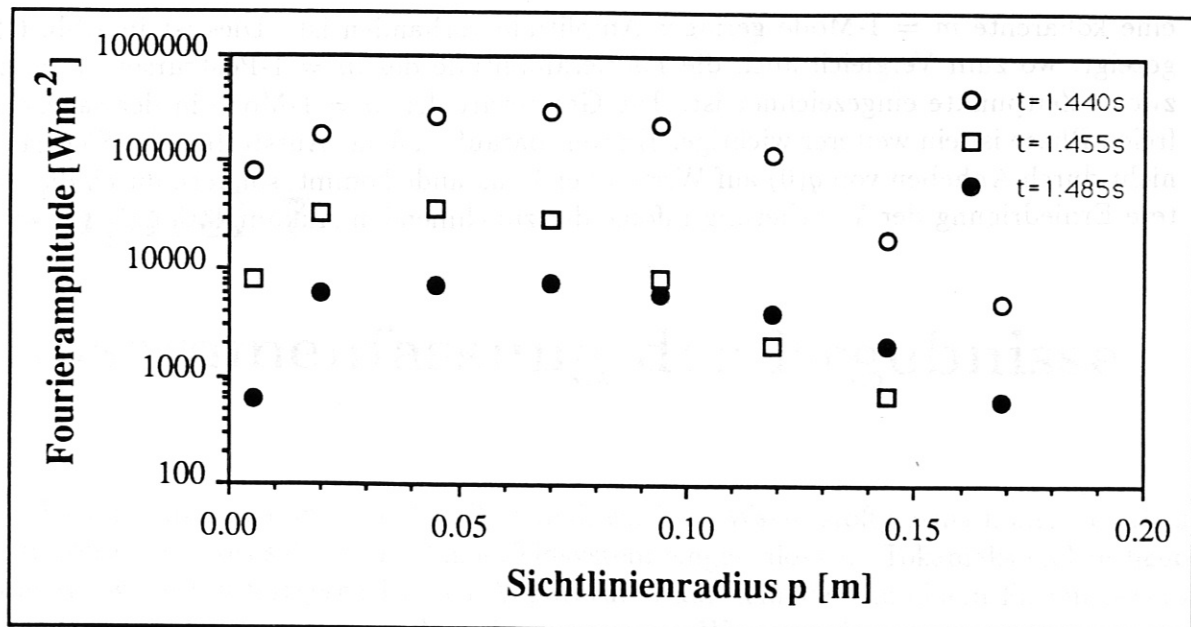


Abbildung 6.29: Die zeitliche Entwicklung des $m = 1$ -Anteils der Linienintensitäten. Die unausgefüllten Symbole beziehen sich auf zwei Zeitpunkte während des $m = 1$ -Precursors, die ausgefüllten Symbole geben das Profil während der sägezahnfreien Phase wider.

die Konturlinienbilder in den Abbildungen 6.7 und 6.23).

6.3.4 Diskussion

Die vorgestellten Meßergebnisse sollten zeigen, daß sich die hier untersuchten Instabilitäten nur insofern von den früher diskutierten Standardsägezähnen unterscheiden, als die Rekonnektion in einer sehr frühen Phase beendet wird. Hinweise auf einen anderen Crashmechanismus wurden dagegen nicht gefunden. Dieser Vorgang der "Rekonnektion, die während der Rekonnektion zum Stillstand kommt" läßt die Schlußfolgerung zu, daß unvollständige Crashes nicht etwa mit dem Kadomtsevmodell unvereinbar seien, sondern lediglich einen Sonderfall des Modells darstellen: Bei unvollständigen Crashes genügen bereits die während der frühen Phase stattfindenden Profiländerungen zur Stabilisierung der Instabilität. Die Tatsache, daß diese Crashes in Plasmen mit Verunreinigungsakkumulation auftreten, unterstützt dieses Argument: In diesen Plasmen wird das q -Profil infolge der zunehmenden Leitfähigkeitserniedrigung ohnehin immer flacher. Während des Crashes findet aber eine zusätzliche Abflachung auf einer schnellen Zeitskala statt, die bereits zur Stabilisierung von Sägezähnen führt, bevor der die Stabilisierung auslösende Sägezahn beendet ist. Somit erweist sich in der Tat die Verscherung an der resonanten Fläche als der geeignete Kandidat für die Auslösung der Sägezahninstabilität.

Es wurde bereits gezeigt, daß die $m = 1$ -Postcursormode nach dem letzten Crash für typisch 10-30ms mit stetig abnehmender Amplitude in den Linienintegralen sichtbar ist. Eine genaue Untersuchung der SXR-Linienintegrale durch Fourieranalyse ergibt aber, daß in den allermeisten Fällen auch während der dann folgenden sägezahnfreien Phase

eine kohärente $m = 1$ -Mode geringer Amplitude vorhanden ist. Dies ist in Abb. 6.29 gezeigt, wo zum Vergleich auch die Fourieramplitude des $m = 1$ -Postcursors während zweier Zeitpunkte eingezeichnet ist. Die Gegenwart der $m = 1$ -Mode in der sägezahnfreien Phase ist ein weiterer wichtiger Hinweis darauf, daß das Aussterben der Sägezähne nicht durch Anheben von $q(0)$ auf Werte über 1 zustande kommt, sondern durch die weitere Erniedrigung der Verschönerung infolge der zunehmenden Akkumulation.

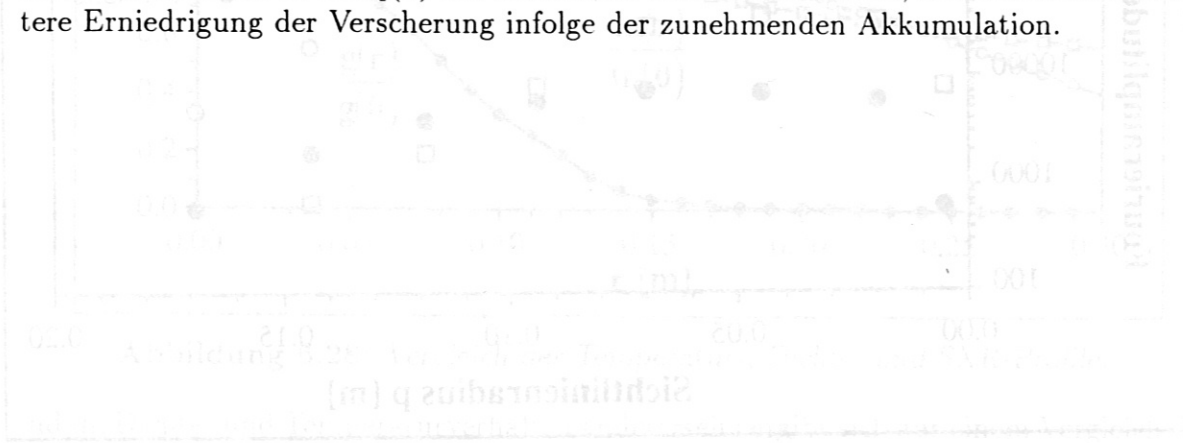


Abbildung 6.29 Die graphische Darstellung der Fourieramplitude des $m = 1$ -Postcursors während zweier Zeitpunkte eingezeichnet ist. Die Gegenwart der $m = 1$ -Mode in der sägezahnfreien Phase ist ein weiterer wichtiger Hinweis darauf, daß das Aussterben der Sägezähne nicht durch Anheben von $q(0)$ auf Werte über 1 zustande kommt, sondern durch die weitere Erniedrigung der Verschönerung infolge der zunehmenden Akkumulation.

Die vorliegende Arbeit ist ein Beitrag zur Untersuchung der Eigenschaften von Sägezähnen in der Nähe der Resonanzfrequenz. Die Ergebnisse zeigen, dass die Amplitude der Sägezähne mit zunehmender Akkumulation abnimmt. Dies ist ein wichtiger Hinweis darauf, dass das Aussterben der Sägezähne nicht durch Anheben von $q(0)$ auf Werte über 1 zustande kommt, sondern durch die weitere Erniedrigung der Verschönerung infolge der zunehmenden Akkumulation.

Kapitel 7

Zusammenfassung der Ergebnisse

In Fusionsexperimenten vom Typ Tokamak wird ein Wasserstoffplasma hoher Temperatur von einem torusförmigen Magnetfeldsystem eingeschlossen. Tokamaks stellen heute die am weitesten fortgeschrittenen Apparaturen auf dem Weg zu einem Fusionsreaktor dar, in dem Energie aus der Verschmelzung von Wasserstoffkernen gewonnen werden soll. Allerdings tritt in Tokamaks - und zwar gerade in der Plasmamitte, wo die Fusionsausbeute am höchsten ist - eine Instabilität auf, die eine Phase langsamen Dichte- und Temperaturanstiegs abrupt durch einen schnellen Einbruch dieser Größen beendet und damit in beträchtlichem Maße die Reaktivität des Plasmas beeinträchtigt. Der langsame Anstieg und plötzliche Abfall der zentralen Plasmaparameter, der sich typisch alle 10 ms wiederholt, gab der internen Disruption auch den Namen *Sägezahninstabilität*. Ihr Auftreten ist an das Vorhandensein einer resonanten Flußfläche gebunden, auf der sich eine Feldlinie nach **einem** Umlauf in toroidaler Richtung ($m = 1$) und **einem** Umlauf in poloidaler Richtung ($n = 1$) wieder in sich selber schließt. Mit dem Sägezahnkollaps geht eine wachsende Störung der Magnetfeldstruktur einher, die mit Feldlinien auf dieser Flußfläche in Resonanz ist und deshalb als $m/n = 1/1$ -Mode bezeichnet wird (Die zugehörige Flußfläche wird wegen $m/n = 1$ auch $q = 1$ -Fläche genannt). Die zunächst naheliegendste Methode zur Untersuchung der schnellen Kollapsphase und der zur Instabilität führenden Mechanismen wäre demnach die Vermessung der Magnetfeldstruktur. Allerdings läßt sich dies nur sehr schwer durchführen. Es eignen sich aber in gleicher Weise alle Größen, die infolge der schnellen Ausgleichsprozesse entlang Feldlinien auf Flußflächen konstant sind, und die deshalb topologisch die Struktur des Magnetfeldes widerspiegeln. Zu diesen Größen gehört auch die weiche Röntgenstrahlung.

Die Untersuchung der Flußflächenstruktur während der Kollapsphase von Sägezähnen war Gegenstand dieser Arbeit. Dazu wurde die weiche Röntgenstrahlung in einer Poloidalebene von ASDEX mit insgesamt 58 Detektoren mit einer zeitlichen Auflösung im $10\mu\text{s}$ -Bereich gemessen, und die Linienintegrale der Strahlung entlang der Detektorsichtlinien wurden zur Berechnung der zweidimensionalen Strahlungsverteilung tomographisch invertiert.

Zu Beginn der Arbeit wurde die Anwendbarkeit des Cormack'schen Tomographieverfahrens für die detaillierte Untersuchung von Magnetfeldstrukturen getestet. Dazu wurde das ASDEX-Röntgenkamerasystem simuliert, indem zu einer vorgegebenen Strahlungsverteilung die Linienintegrale der Strahlung berechnet wurden. Die tomographische In-

version der so erhaltenen Daten zeigte, daß die mit den zwei Kameras erreichbare poloidale Auflösung nicht ausreichend ist, um eindeutig zwischen verschiedenen der Instabilität möglicherweise zugrundeliegenden Mechanismen zu unterscheiden. Die schlechte Auflösung hat ihre Ursache zum einen in der geringen Anzahl von Blickwinkeln, unter denen das Plasma beobachtet wird. Zum anderen kommt einschränkend hinzu, daß die Gleichgewichtsflußflächen an den Tokamaks ASDEX in Garching und TFTR in Princeton, USA, an denen die vergleichenden Untersuchungen dieser Arbeit durchgeführt wurden, nicht konzentrische, sondern gegeneinander verschobene Kreise sind.

Um eine Auflösung zu erzielen, die über die mit bisherigen Methoden erreichbare hinausgeht, wurde ein auf der Cormack'schen Methode aufbauendes neues tomographisches Verfahren entwickelt. Dieses basiert auf dem Ergebnis einer analytischen Näherungsrechnung: Ein in einem System mit nichtkonzentrischen zirkularen Flußflächen erhaltener linienintegrierter Meßwert läßt sich im Fall nicht zu großer Flußflächenverschiebung in den entsprechenden Meßwert in einem System mit konzentrischen zirkularen Flußflächen transformieren. Eine weitere entscheidende Verbesserung der Auflösung konnte durch die diagnostische Nutzung der Plasmarotation erreicht werden: Durch den Impulsübertrag der hochenergetischen Neutralteilchen an das Plasma kommt es zu einer toroidalen Plasmarotation, die für die Detektoren wie eine poloidale Rotation der Emissivitätsstruktur aussieht. Messungen zu verschiedenen Zeiten können somit als Messungen zur gleichen Zeit, aber unter unterschiedlichen Blickwinkeln aufgefaßt werden, so daß die Erzeugung virtueller Kameras möglich ist. Im Rahmen der herkömmlichen Methode war das nicht möglich. In Simulationen konnte gezeigt werden, daß die Methode sehr gute Rekonstruktionen der vorgegebenen Modenstrukturen ergibt.

Wegen der Ausnutzung der Modenrotation wurde die Untersuchung der unmittelbaren Kollapsphase von Sägezähnen auf die für die Fusion besonders interessanten stark Neutralinjektions-geheizten Entladungen mit entsprechend hoher Rotationsgeschwindigkeit beschränkt. Außerdem wurden in diesen Entladungen nur Ereignisse mit relativ großen Kollapszeiten untersucht.

Es konnte gezeigt werden, daß sich der Sägezahnkollaps an ASDEX nach dem Modell resistiver Rekonnektion des helikalen Flusses von Kadomtsev vollzieht. Demzufolge beginnt die Kollapsphase mit einer radialen Verrückung des Plasmas innerhalb der $q = 1$ -Fläche. In einer dünnen resistiven Schicht kommt es daraufhin zum Aufbrechen von Feldlinien zu beiden Seiten der resonanten Fläche. Nach dem Wiederverbinden von benachbarten Feldlinien über die resonante Fläche hinweg ermöglicht der gewöhnliche Teilchentransport entlang magnetischer Feldlinien nun einen schnellen Austausch von Strom, Dichte und Temperatur, d.h. innere und äußere Plasmaregionen werden kurzgeschlossen und es kommt zu einer Abflachung der Profile im Plasmazentrum. Dieses Ergebnis wird unterstützt durch Stromprofilmessungen an ASDEX, die vollständige Rekonnektion prinzipiell zulassen. Vollständige Rekonnektion bedeutet, daß so lange helikaler Fluß ausgetauscht wird, bis keine resonante Fläche mehr existiert und damit die notwendige Bedingung für das Auftreten der Instabilität nicht mehr erfüllt ist.

Dieser Mechanismus konnte in Untersuchungen der gleichen Art am Tokamak TFTR, der sich durch seine größere Reaktorrelevanz von ASDEX unterscheidet, bestätigt werden. Auch dort wurde vollständige Rekonnektion gefunden. Die Ergebnisse an TFTR sind in

Einklang mit lokalen Messungen der zweidimensionalen Temperaturverteilung, in denen sich die gleiche Topologie ergibt.

Neue theoretische Modelle berücksichtigen beim Rekonnektionsprozeß auch nicht-resistive Effekte. Einsetzen typischer ASDEX-Plasmaparameter ergibt, daß auch mit diesen Effekten eine Diskrepanz von etwa einer Größenordnung zwischen theoretisch vorhergesagter und experimenteller Rekonnektionszeit besteht. Die beste Übereinstimmung ergibt sich, wenn die Rekonnektionszeit aus der Anwachsrate der resistiven, internen $m = 1$ -Kinkmode nach Coppi et. al. berechnet wird.

Weitere wichtige Ergebnisse bezüglich des Crashmechanismus ergaben sich aus der Untersuchung eines ganz anderen Typs von Sägezähnen, den sogenannten Compoundsägezähnen. Diese zeigen sich als Einbrüche geringer Amplitude zwischen zwei Sägezähnen mit vollständiger Rekonnektion. Die Dichte- und Temperaturprofile in diesen Entladungen sind nach einem vollständigen Kollaps sehr flach und ermöglichen so die Entstehung von hohlen Stromprofilen. Es konnte gezeigt werden, daß die zeitliche und räumliche Struktur der $m = 1$ -Oszillationen durch resistive Rekonnektion an zwei $q = 1$ -Flächen entsteht: Sowohl die Topologie der Flußflächen, als auch Details des Plasmaaustauschs, die aus der Bewegung der mit den zwei resonanten Flächen verbundenen Emissivitätsmaxima abgeleitet wurden, stimmen mit diesem Modell überein. Eine wichtige Bestätigung des Modells stellt die kurzzeitige Anwesenheit einer $m = 1$ -Mode innerhalb eines großen Plasmabereichs nach dem Kollaps dar. Die Rekonnektion an zwei $q = 1$ -Flächen, die seit langem als ein möglicher Crashmechanismus diskutiert wird, konnte zum ersten Mal experimentell nachgewiesen werden.

Die Rekonnektionszeit von Compoundsägezähnen liegt um mehr als eine Größenordnung über der von Standardsägezähnen. Dies ist ein wichtiger Hinweis darauf, daß die Rekonnektionszeit empfindlich von Details des q -Profils abhängt. Die lange Rekonnektionszeit ist gleichzeitig eine weitere Unterstützung der Vorstellung, daß dem Kollaps ein resistiver Effekt zugrundeliegt, da die Anwachsrate resistiver Moden mit zunehmender q -Profilabflachung abnimmt.

Die Ergebnisse der Compoundsägezahnuntersuchungen bilden eine wichtige Bestätigung der Ergebnisse zu den normalerweise auftretenden Sägezähnen mit Rekonnektion an einer resonanten Fläche, weil das Rekonnektionsmodell für zwei $q = 1$ -Flächen eine direkte Verallgemeinerung des gewöhnlichen Modells ist.

Auch die in weiteren Experimenten gemachten Beobachtungen unterstützten die gewonnene Modellvorstellung: Zur Klärung der Rolle von $m = 1$ -Modenaktivität nach dem Kollaps, die ja ein direkter Hinweis auf die weitere Existenz einer $q = 1$ -Fläche ist, wurden Sägezähne mit extrem großen $m = 1$ -Postcursoren untersucht. Diese Sägezähne treten auf, wenn die Neutralteilchen entgegen der Richtung des im Plasma fließenden Stroms injiziert werden und die Verunreinigungen sich im Plasmazentrum anhäufen. Die Tomographie ergab, daß die Rekonnektionsphase dieser Instabilitäten der frühen Rekonnektionsphase von Instabilitäten mit vollständiger Rekonnektion völlig äquivalent ist. Der Vergleich der Ergebnisse mit Temperatur- und Dichtemessungen zeigte, daß der Plasmaaustausch auf einen Bereich in der Nähe der resonanten Fläche beschränkt ist, wie es in der frühen Phase eines Rekonnektionsprozesses der Fall ist. Aus diesen Untersuchungen folgt, daß das Modell von Kadomtsev im Kern auch für die unvollständigen Einbrüche

richtig ist, daß aber ein Prozeß beteiligt sein muß, der während der Rekonnektion zu einer Selbststabilisierung der Rekonnektion führt: Die in der frühen Rekonnektionsphase stattfindenden Profilländerungen führen das Plasma in einen Zustand über, der gegen das weitere Anwachsen der Mode stabil ist.

Es wurde gezeigt, daß die Erscheinungsform eines Sägezahns stark von den Entladungsbedingungen abhängt, unter denen er auftritt. Dennoch zeigte sich mit Hilfe der Tomographie die Rekonnektion des helikalen Flusses als das allen untersuchten internen Disruptionen gemeinsame Element.

Kapitel 8

Anhang

8.1 Die Tokamaks ASDEX und TFTR

Der Hauptteil der Experimente dieser Arbeit wurde am Tokamak ASDEX [81] (Axialsymmetrisches Divertorexperiment) in Garching durchgeführt. Ein wichtiges Element von ASDEX ist sein Divertor, mit dem es gelingt, die Verunreinigungskonzentration im Plasma sehr gering zu halten. Durch ober- und unterhalb des Plasmas zusätzlich an-

	ASDEX	TFTR
großer Radius R [m]	1.65	2.45
kleiner Radius a [m]	0.4	0.8
Plasmavolumen [m^3]	5	30
toroidales Magnetfeld B_T [T]	2.8	5.2
Plasmastrom I_P [MA]	0.5	2.5
NI-Heizleistung P_{NI} [MW]	2.5 CO oder 2.5 CTR	30 CO+CTR
Magnetfeldkonfiguration	Divertor	Limiter
Plasmaform	zirkular	zirkular
$n_e(0)$ [m^{-3}]	5×10^{19}	9×10^{19}
$T_e(0)$ [keV]	2	8
$T_i(0)$ [keV]	2	30

Tabelle 8.1: Maschinenparameter und typische Plasmaparameter stark NI-geheizter Plasmen der Tokamaks ASDEX und TFTR

gebrachte, in toroidaler Richtung umlaufende Spulen wird dabei am Plasmarand ein Nulldurchgang des Poloidalfeldes erzeugt. Die weiter außen liegenden Feldlinien führen in die sogenannten Divertorkammern, so daß Verunreinigungen, die durch energiereiche Neutralteilchen oder durch aus dem Plasma diffundierte Ionen aus der Gefäßwand geschlagen wurden, mit großer Wahrscheinlichkeit ($\approx 90\%$) in die Divertorkammern ab-

geführt werden und dort, in großer Entfernung vom Hauptplasma, auf die Prallplatten gelangen, ohne dem Plasma zu schaden. Ebenso werden aus dem Zentrum diffundierende Teilchen magnetisch abgesaugt. Maschinen- sowie typische Entladungsparameter von ASDEX sind in Tab. 8.1 angegeben. In der gleichen Tabelle sind auch die entsprechenden Werte [82] für das Tokamakexperiment TFTR (Tokamak Fusion Test Reaktor) des Princeton Plasma Physics Laboratory (PPPL) in Princeton, USA, angegeben. An TFTR wurden vergleichende Messungen zum Sägezahn-crashmechanismus durchgeführt, um den Einfluß der speziellen Maschine zu untersuchen. Aus Tab.8.1 geht deutlich hervor, daß sich ASDEX und TFTR in vielen Eigenschaften unterscheiden. Während ASDEX zu den mittelgroßen Maschinen gehört, ist TFTR einer der beiden größten Tokamaks. TFTR ist eine Limitermaschine, d. h. das Plasma ist nicht magnetisch durch einen Divertor, sondern durch materielle Limiter begrenzt. Wesentlich für die Anwendung der Tomographiemethode ist, daß auch TFTR kreisrunde Plasmen besitzt.

8.2 Weitere verwendete Diagnostiken

Wegen der Abhängigkeit der weichen Röntgenstrahlungen von Dichte, Temperatur und Verunreinigungen liegt es nahe, auch Messungen dieser Größen in die Untersuchung einzubringen. An ASDEX steht zur Bestimmung von n_e ein HCN-Interferometer, das Liniintegrale der Dichte entlang vier Sichtlinien mit $p=0,10,20,30$ cm mißt, zur Verfügung. Lokale Messungen der Temperatur an vier verschiedenen Radien werden mit einem ECE-Monochromator durchgeführt. Lokale Werte für T_e , n_e und, in Kombination mit Messungen der Bremsstrahlung im IR-Bereich, Z_{eff} an 16 radialen Punkten liefert die Nd-YAG-Laserstreudiagnostik.

	HCN-Interferometer	ECE-Monochromator	Nd-YAG-Laser	Mirnovsonden
Meßgröße	n_e linienintegriert	T_e lokal	T_e, n_e, Z_{eff} lokal	ωB_θ lokal
Anzahl der Kanäle	4	4	16	16
Kanalabstand [cm]	10	≈ 6	≈ 4	
Samplerate [kHz]	1	2	0.06	200

Tabelle 8.2: Weitere bei den Analysen benutzte Diagnostiken

Diesen Diagnostiken besitzen eine im Vergleich zur SXR-Diagnostik geringe zeitliche und, besonders im Fall der HCN- und ECE-Diagnostik, räumliche Auflösung, so daß sie im allgemeinen nicht zur Modenuntersuchung herangezogen werden können, sondern in erster Linie qualitative Vergleiche bei der Untersuchung langsamer Effekte, wie z. B. Profیلänderungen während eines Sägezahns, erlauben.

Die Untersuchung von nichtzentralen Moden, d. h. von Moden mit $m \geq 2$, ist mit

Hilfe der Mirnovsonden möglich. Dies sind Spulen, in denen die Änderung des poloidalen Magnetfeldes eine Spannung induziert. Durch die Installation von Spulensätzen an verschiedenen toroidalen bzw. poloidalen Positionen lassen sich aus der Analyse der Phasenbeziehungen der einzelnen Spulen die Modenzahlen m und n bestimmen.

Die wichtigsten Eigenschaften der Diagnostiken sind in Tab. 8.2 zusammengefaßt.

Literaturverzeichnis

- [1] J. Wesson, *Tokamaks*, Oxford University Press, Oxford, 1987.
- [2] J. Raeder et al., *Kontrollierte Kernfusion*, Teubner Verlagsgesellschaft, Stuttgart, 1981.
- [3] K. Pinkau, U. Schumacher, and G. H. Wolf, *Fortschritte der Fusionsforschung mit magnetischem Plasmaeinschluß*, Physikalische Blätter **45**(2), 41 (1989).
- [4] Spitzer, Jr., L., *Physics of Fully Ionized Gases*, Interscience Publishers, New York, NY, 1960.
- [5] S. von Goeler, W. Stodiek, and N. Sauthoff, *Studies of Internal Disruptions and $m=1$ Oscillations in Tokamak Discharges with Soft X-ray Techniques*, Phys. Rev. Lett. **33**(20), 1201 (1974).
- [6] D. J. Campbell et al., *Sawteeth and Disruptions in JET*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1986 (Proc. 11th Int. Conf. Kyoto, 1986)*, Seite 433, Vienna, 1986, IAEA.
- [7] *Tomographic Studies of Sawteeth on ASDEX*, Garching, August 1990, Specialists' meeting on sawteeth in high beta plasmas.
- [8] B. B. Kadomtsev, *Disruptive Instability in Tokamaks*, Sov. J. Plasma Phys. **1**(5), 389 (1975).
- [9] D. J. Campbell et al., *Analysis of Sawtooth Instabilities in JET*, in *Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 12th Europ. Conf. Budapest, 1985)*, Seite 130, EPS, 1985.
- [10] J. A. Wesson, P. Kirby, and M. F. Nave, *Sawtooth Oscillations*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1986 (Proc. 11th Int. Conf. Kyoto, 1986)*, Seite 3, Vienna, 1986, IAEA.
- [11] A. W. Edwards, D. J. Campbell, W. W. Engelhardt, H.-U. Fahrback, R. D. Gill, R. S. Granetz, S. Tsuji, B. J. D. Tubbing, A. Weller, J. Wesson, and D. Zasche, *Rapid Collapse of a Plasma Sawtooth Oscillation in the JET Tokamak*, Phys. Rev. Lett. **57**(2), 210 (1986).

- [12] J. O'Rourke and E. Lazzaro, *Faraday Rotation Measurements on JET, and the Change in the Safety Factor Profile During a Sawtooth Collapse*, in *Controlled Fusion and Plasma Heating (Proc. 17th Europ. Conf. Venice, 1990)*, volume 1, Seite 343, EPS, 1990.
- [13] S. W. Wolfe, A. W. Edwards, R. D. Gill, M. F. F. Nave, and J. A. Wesson, *The Detailed Topology of the $m=1$ Instability in the JET Sawtooth Collapse*, in *Controlled Fusion and Plasma Heating (Proc. 17th Europ. Conf. Amsterdam, 1990)*, Seite 335, EPS, 1990.
- [14] R. S. Granetz and J. F. Camacho, *Soft X-ray Tomography on ALCATOR C*, Nucl. Fusion **25**(6), 727 (1985).
- [15] Y. Nagayama and S. Tsuji, *Soft X-ray Tomography of Sawtooth Oscillations in the JIPP T-II Tokamak*, Phys. Rev. Lett. **61**(16), 1839 (1988).
- [16] C. Janicki, R. Dècoste, and C. Simm, *High-Resolution Soft-X-ray Tomography of Sawtooth Oscillations on the Tokamak de Varennes*, Phys. Rev. Lett. **62**(26), 3038 (1989).
- [17] W. M. Manheimer and C. N. Lashmore-Davies, *MHD and Microinstabilities in Confined Plasma*, Adam Hilger, Bristol, 1989.
- [18] G. Bateman, *MHD Instabilities*, The MIT Press, Cambridge, 1978.
- [19] B. Coppi, R. Galvao, R. Pellat, M. N. Rosenbluth, and P. Rutherford, *Resistive Internal Kink Modes*, Sov. J. Plasma Phys. **2**, 533 (1976).
- [20] M. N. Rosenbluth, R. Y. Dagazian, and P. H. Rutherford, *Nonlinear Properties of the Internal $m=1$ Kink Instability in the Cylindrical Tokamak*, Phys. Fluids **16**(11), 1894 (1973).
- [21] O. Klüber, H. Zohm, H. Bruhns, J. Gernhardt, A. Kallenbach, and H. P. Zehrfeld, *MHD Mode Structure and Propagation in the ASDEX Device*, Technical Report III/140, IPP, 1989.
- [22] A. Kallenbach, H.-M. Mayer, G. Fussmann, R. Büchse, O. Gruber, O. Klüber, V. Mertens, O. Vollmer, and H. Zohm, *Improvement of Angular Momentum Confinement with Density Peaking on ASDEX*, Nucl. Fusion **30**(4), 645 (1990).
- [23] M. N. Bussac, R. Pellat, D. Edery, and J. L. Soule, *Internal Kink Modes in Toroidal Plasmas with Circular Cross Sections*, Phys. Rev. Lett. **35**(24), 1638 (1975).
- [24] E. N. Parker, *The Reconnection Rate of Magnetic Fields*, Astrophysical Journal **180**(1), 247 (1973).
- [25] B. V. Waddell, M. N. Rosenbluth, D. A. Monticello, and R. B. White, *Non-linear Growth of the $m=1$ Tearing Mode*, Nucl. Fusion **16**(3), 528 (1976).

- [26] A. Sykes and J. A. Wesson, *Relaxation Instability in Tokamaks*, Phys. Rev. Lett. **37**(3), 140 (1976).
- [27] G. L. Jahns, M. Soler, B. V. Waddell, J. D. Callen, and H. R. Hicks, *Internal Disruptions in Tokamaks*, Nucl. Fusion **18**(5), 609 (1978).
- [28] K. McGuire and D. C. Robinson, *Sawtooth Oscillations in a Small Tokamak*, Nucl. Fusion **19**(4), 505 (1979).
- [29] R. D. Gill et al., *Sawtooth Activity During Additional Heating in JET*, in *Controlled Fusion and Plasma Heating (Proc. 13th Europ. Conf. Schliersee, 1986)*, Seite 21, EPS, 1986.
- [30] H. Soltwisch, W. Stodiek, J. Manickam, and J. Schlüter, *Current Density Profiles in the TEXTOR Tokamak*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1986 (Proc. 11th Int. Conf. Kyoto, 1986)*, Seite 263, Vienna, 1986, IAEA.
- [31] H. Soltwisch, *Messung der internen Magnetfeld-Struktur von Tokamak-Plasmen*, Technical Report 2339, KFA Jülich, 1990.
- [32] T. H. Osborne, R. N. Dexter, and S. C. Prager, *Discharges with Safety Factor $q < 1$ in a Noncircular Tokamak*, Phys. Rev. Lett. **49**(10), 734 (1982).
- [33] R. A. Moyer, J. A. Goetz, R. N. Dexter, and S. C. Prager, *q Measurements During Sawtooth Oscillations in a Low q Tokamak*, Phys. Fluids B **1**(11), 2139 (1989).
- [34] W. P. West, D. M. Thomas, and J. S. deGrassie, *Measurement of the Rotational Transform at the Axis of a Tokamak*, Phys. Rev. Lett. **58**(26), 2758 (1987).
- [35] F. M. Levinton et al., *Magnetic Field Pitch-Angle Measurements in the PBX-M Tokamak Using the Motional Stark Effect*, Phys. Rev. Lett. **63**(19), 2060 (1989).
- [36] A. Weller et al., *Persistent Density Perturbations at Rational- q Surfaces Following Pellet Injection in the Joint European Torus*, Phys. Rev. Lett. **59**(20), 2303 (1987).
- [37] D. Wroblewski, L. K. Huang, H. W. Moos, and P. E. Phillips, *Determination of the Poloidal Magnetic Field Profiles in a Tokamak by Polarization Spectroscopy of an Impurity Ion Line*, Phys. Rev. Lett. **61**(15), 1724 (1988).
- [38] H. Weisen, G. Borg, B. Joye, A. J. Knight, and J. B. Lister, *Measurements of the Tokamak-Safety-Factor Profile by Means of Driven Resonant Alfvén-Waves*, Phys. Rev. Lett. **62**(4), 434 (1989).
- [39] K. McCormick, F. X. Söldner, et al., *Influence of the Lower Hybrid Wave Spectrum on the Current Distribution in ASDEX*, in *Controlled Fusion and Plasma Heating (Proc. 13th Europ. Conf. Schliersee, 1986)*, Seite 323, EPS, 1986.
- [40] K. McCormick, F. X. Söldner, D. Eckhardt, F. Leuterer, H. Murmann, et al., *Temporal Behavior of the Plasma Current Distribution in the ASDEX Tokamak during Lower-Hybrid Current Drive*, Phys. Rev. Lett. **58**(5), 491 (1987).

- [41] Griem, *Plasma Spectroscopy*, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [42] R. A. Gross, *Fusion Energy*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1984.
- [43] D. E. Post and R. V. Jensen, *Steady-state Radiative Cooling Rates For Low-Density, High-Temperature Plasmas*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **20**(5), 397 (1977).
- [44] K. W. Wenzel and R. D. Petrasso, *X-ray Response of Silicon Surface-Barrier Diodes at 8 and 17.5 keV: Evidence that the X-ray Sensitive Depth is Not Generally the Depletion Depth*, Rev. Sci. Instrum. **59**(8), 1380 (1988).
- [45] ORTEC, *Instruments for Research and Industry*, 1976.
- [46] B. L. Henke, P. Lee, T. J. Tanaka, R. L. Shimabukuro, and B. K. Fujikawa, *Low-energy X-ray Interaction Coefficients: Photoabsorption, Scattering and Reflection*, Atomic Data and Nuclear Data Tables **27**, 1 (1982).
- [47] R. N. Bracewell, *The Fourier Transform and its Applications*, McGraw-Hill International Book Company, New York, 1986.
- [48] A. M. Cormack, *Representation of a Function by its Line Integrals, with some Radiological Applications*, J. Appl. Phys. **34**(9), 2722 (1963).
- [49] A. M. Cormack, *Representation of a Function by its Line Integrals, with some Radiological Applications. II*, J. Appl. Phys. **35**(10), 2908 (1964).
- [50] R. N. Bracewell, *Strip Integration in Radio Astronomy*, Australian Journal of Physics **9**, 198 (1956).
- [51] J. N. Bronstein and K. A. Semendjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1979.
- [52] R. B. White, *Theory of Tokamak Plasmas*, North-Holland, Amsterdam, 1989.
- [53] Y. Nagayama, S. Tsuji, et al., *Soft X-ray Tomography of the $m=2$ Magnetic Island Structure in the JIPP T-II Tokamak*, Japanese Journal of Applied Physics **20**(11), L779 (1981).
- [54] Y. Nagayama, *Tomography of $m=1$ Mode Structure in Tokamak Plasma using Least-Square-Fitting Method and Fourier-Bessel Expansions*, J. Appl. Phys. **62**(7), 2702 (1987).
- [55] N. R. Sauthoff, K. McGuire, and S. von Goeler, *Reconstruction of $m=1$ MHD Modes from Projections*, Rev. Sci. Instrum. **57**(8), 2139 (1986).
- [56] H. Krause, M. Kornherr, ASDEX Team, and NI Team, *High Resolution Sparse Channel Tomography for Slowly Varying Rotating SXR Profiles*, in *Controlled Fusion and Plasma Heating (Proc. 15th Europ. Conf. Dubrovnik, 1988)*, Seite 1179, EPS, 1988.

- [57] N. R. Sauthoff and S. von Goeler, *Techniques for the Reconstruction of Two-dimensional Images from Projections*, IEEE Trans. Plasma Sci. **PS-7**(3), 141 (1979).
- [58] H. Akaike, , IEEE Trans. Autom. Control. **AC-19**, 78 (1974).
- [59] F. Wagner et al., *Regime of Improved Confinement and High Beta in Neutral-Beam-Heated Divertor Discharges of the ASDEX Tokamak*, Phys. Rev. Lett. **49**(19), 1408 (1982).
- [60] R. Nolte, G. Fussmann, and O. Gruber, *Sawtooth Activity during Impurity Accumulation in ASDEX*, in *Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 16th Europ. Conf. Venice, 1989)*, Seite 549, EPS, 1989.
- [61] K. Hattori, A. Cavallo, H. Yamada, G. Taylor, P. Efthimion, K. McGuire, W. Morris, and E. Fredrickson, *X-ray Simulation of the Sawtooth Phenomena on TFTR*, Journal of the Physical Society of Japan **58**(1), 167 (1989).
- [62] Y. Nagayama, R. BÜchse, A. Cavallo, E. Fredrickson, A. Janos, K. McGuire, G. K. Petravic, C. Sule, and G. Taylor, *Image Reconstructions of ECE and X-ray Signals for High β Plasmas on TFTR*, Rev. Sci. Instrum. **61**(10), 3265 (1990).
- [63] K. McGuire, R. BÜchse, A. Cavallo, E. D. Fredrickson, A. Janos, G. K. Petravic, D. Mansfield, Y. Murakami, W. Park, and W. Stodiek, *Sawteeth in TFTR*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1989 (Proc. 16th Int. Conf. Venice, 1989)*, Seite 477, Vienna, 1989, IAEA.
- [64] A. Y. Aydemir, *Toroidal Studies of Sawtooth Oscillations in Tokamaks*, Phys. Fluids B **1**(4), 774 (1989).
- [65] A. Y. Aydemir, *Magnetohydrodynamic Modes Driven by Anomalous Electron Viscosity and Their Role in Fast Sawtooth Crashes*, Phys. Fluids B **2**(9), 2135 (1990).
- [66] J. A. Wesson, *On Sawtooth Reconnection*, Technical Report JET-P(90)27, JET, 1990.
- [67] R. E. Denton, J. F. Drake, R. G. Kleva, and D. A. Boyd, *Skin Currents and Compound Sawteeth in Tokamaks*, Phys. Rev. Lett. **56**(23), 2477 (1986).
- [68] W. Pfeiffer, *Double-Sawtooth Oscillations in the Doublet III Tokamak*, Nucl. Fusion **25**(6), 673 (1985).
- [69] D. J. Campbell, R. D. Gill, C. W. Gowers, J. A. Wesson, et al., *Sawtooth Activity in Ohmically Heated JET Plasmas*, Nucl. Fusion **26**(8), 1085 (1986).
- [70] T. Abe et al., *Impurity and MHD Behaviour in JT-60 Divertor Discharges*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1986 (Proc. 11th Int. Conf. Kyoto, 1986)*, Seite 217, Vienna, 1986, IAEA.

- [71] P. C. Efthimion et al., *Confinement Studies of Ohmically Heated Plasmas in TFTR*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1984 (Proc. 10th Int. Conf. London, 1984)*, Seite 29, Vienna, 1984, IAEA.
- [72] K. McGuire et al., *Compound Sawteeth and Heat Pulse Propagation in TFTR*, in *Controlled Fusion and Plasma Physics (Proc. 12th Europ. Conf. Budapest, 1985)*, Seite 134, EPS, 1985.
- [73] H. Yamada, K. McGuire, D. Colchin, P. C. Efthimion, E. Fredrickson, K. Hill, J. Kiraly, V. Pare, G. Taylor, and N. Sauthoff, *Compound Sawtooth Study in Ohmically Heated TFTR Plasmas*, Technical Report 2213, Princeton Plasma Physics Laboratory, 1985.
- [74] V. V. Parail and G. V. Pereverzev, *Internal Disruption in a Tokamak*, Soviet Journal of Plasma Physics 6(1), 14 (1980).
- [75] M. N. Bussac, K. Lerbinger, R. Pellat, and M. Tagger, *Sawteeth and Ideal MHD*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1986 (Proc. 11th Int. Conf. Kyoto, 1986)*, Seite 17, Vienna, 1986, IAEA.
- [76] M. Kaufmann et al., *Pellet Injection with Improved Confinement in ASDEX*, Nucl. Fusion 28(5), 827 (1988).
- [77] F. X. Söldner, E. R. Müller, F. Wagner, et al., *Improved Confinement in High-Density Ohmic Discharges in ASDEX*, Phys. Rev. Lett. 61(9), 1105 (1988).
- [78] O. Gehre, O. Gruber, H. D. Murmann, D. E. Roberts, F. Wagner, et al., *Improved Confinement with Counter Neutral Injection into ASDEX*, Phys. Rev. Lett. 60(15), 1502 (1988).
- [79] G. Fussmann, J. Hofmann, G. Janeschitz, K. Krieger, E. R. Müller, R. Nolte, L. B. Ran, D. E. Roberts, H. Röhr, K. H. Steuer, H. R. Yang, et al., *Impurity Accumulation in Plasma Regimes with High Energy Confinement*, J. Nucl. Mater. 162-164, 14 (1989).
- [80] H. Zohm, *Untersuchung magnetischer Moden am Tokamak ASDEX*, PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 1990.
- [81] M. Keilhacker and ASDEX Team, *The ASDEX Divertor Tokamak*, Nucl. Fusion 25(9), 1045 (1985).
- [82] M. Zarnstorff et al., *Transport in TFTR supershots*, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1988 (Proc. 12th Int. Conf. Nice, 1988)*, Seite 183, Vienna, 1988, IAEA.

Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Dr. K. Pinkau für die Möglichkeit, diese Arbeit unter seiner Leitung durchführen zu können.

Herrn Dr. F. Wagner danke ich für die Unterstützung bei der Durchführung der Experimente an ASDEX und das anregende Interesse, mit dem er diese Arbeit begleitet hat.

Herrn Dr. K. McGuire gilt mein Dank für die Möglichkeit, Experimente an TFTR durchführen zu können sowie für wertvolle Diskussionen und Anregungen.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. M. Kornherr für die Vergabe und die Betreuung der Arbeit, zu deren Gelingen er durch seine große Hilfsbereitschaft und viele Diskussionen sehr beigetragen hat.

Herrn J. Krippner danke ich für die hervorragende Unterstützung in allen technischen Angelegenheiten.

Herrn Dr. H. Krause danke ich für die Bereitstellung seines Computercodes SXRCMK sowie für die Einführung in die Tomographie.

Allen Mitarbeitern des ASDEX-Teams gilt mein herzlicher Dank für die gute Zusammenarbeit und das angenehme Arbeitsklima.

Bei allen Mitarbeitern der MHD-Arbeitsgruppe an TFTR, insbesondere bei Frau Dr. G. Kuo-Petravic und den Herren Dr. E. Fredrickson, Dr. Y. Murakami, Dr. Y. Nagayama und Dr. W. Stodiek bedanke ich mich herzlich für die freundliche Aufnahme sowie für viele wertvolle Diskussionen.

Den Mitarbeitern der ASDEX-Datenverarbeitungsgruppe, insbesondere den Herren Dr. N. Ruhs, H. Bauer, H. Blank, M. Harnau, A. Kus und D. Zimmermann gilt mein Dank für ihre unermüdliche Unterstützung bei der Datenerfassung, der Datenarchivierung und der Lösung verschiedenster Hard- und Softwareprobleme.

Den Herren H. Bleif und T. Krüger danke ich für die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau Ruth für ihr Verständnis, das sicher nicht immer einfach aufzubringen war, das aber um so mehr zum erfolgreichen Abschluß dieser Arbeit beigetragen hat.

Danken möchte ich auch meinem Sohn Sebastian. Wenn er damit in seinem Alter von wenigen Monaten im Moment auch nicht viel anzufangen weiß, so soll er später doch wissen, daß er mir für den Endspurt frischen Schwung und dieser Arbeit einen neuen Sinn gegeben hat.

Name	Rainer BÜchse
Geboren	24.8.1961 in Altenstadt
Staatsangehörigkeit	Deutsch
Familienstand	verheiratet mit Ruth Bleif-Büchse
Kinder	Sohn Sebastian
1968-1972	Grundschule Altenstadt
1972-1981	Wolfgang-Ernst-Gymnasium Büdingen
1981	Abitur
1981-1983	Physikstudium Justus-Liebig-Universität, Gießen
1983	Vordiplomprüfung
1983-1987	Physikstudium Universität des Saarlandes, Saarbrücken
1983-1987	Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für theoretische Festkörperphysik der Universität des Saarlandes in Saarbrücken bei Prof. Dr. R. Siems
1986-1987	Diplomarbeit bei Prof. Dr. R. Siems über <i>Monte-Carlo-Simulationen statischer und dynamischer Eigenschaften ferroelektrischer Domänenwände</i>
4.12.1987	Diplomprüfung
1988-1990	Doktorarbeit am Tokamakexperiment ASDEX des Max-Planck-Instituts für Plasmaphysik in Garching b. München
1988,1989	zweimonatige Forschungsaufenthalte am Princeton Plasma Physics Laboratory der Princeton University in Princeton, USA

Dank für ihre unermüdlche Unterstützung bei der Datenerfassung, der Datenarchivierung und der Lösung verschiedenster Hard- und Softwareprobleme.

Den Herren H. Bleif und T. Krüger danke ich für die kritische Durchsicht des Manuskripts.

Mein besonderer Dank gilt meiner Frau Ruth für ihr Verständnis, daß es mir nicht immer einfach aufzubringen war, das aber um so mehr zum erfolgreichen Abschluß dieser Arbeit beigetragen hat.

Danken möchte ich auch meinem Sohn Sebastian. Wenn er damit in seinem Alter vor wenigen Monaten im Moment auch nicht viel anzufangen weiß, so soll er später doch wissen, daß er mir für den Endspurt frischen Schwung und dieser Arbeit einen neuen Sinn gegeben hat.