

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK
GARCHING BEI MÜNCHEN

Untersuchung magnetischer Moden
am Tokamak ASDEX

Hartmut Zohm

IPP 1/254

Oktober 1990

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Physik der Universität Heidelberg zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigten Dissertation.

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Eigenschaften magneto hydrodynamischer Instabilitäten (MHD-Moden) am Garching Tokamakexperiment ASDEX untersucht.

Dazu wurde die Mirnov-Diagnostik (Messung der Fluktuationen des Magnetfelds) betrieben und weiterentwickelt. Dieser Teil der Arbeit umfaßt die Erstellung eines Auswerteprogrammkomplexes sowie die Erweiterung der zur Verfügung stehenden Meßmöglichkeiten. Dabei wird gezeigt, daß zusätzlich zu modellgestützten Auswerteverfahren auch eine modellunabhängige statistische Analyse der Daten sinnvoll ist.

In der Analyse des MHD-Modenverhaltens des Tokamaks liegt der Schwerpunkt auf der Untersuchung der Physik des Mode Locking, d.h. des Prozesses des Abbremsens rotierender Moden, der oftmals dem für einen Fusionsreaktor gefährlichen Stromabbruch vorausgeht. Die im Rahmen der Arbeit entwickelte Theorie ermöglicht es, den experimentellen Befund unter Einbeziehung der Ergebnisse weiterer Diagnostiken konsistent zu interpretieren. Ein besonders interessanter Aspekt ist der experimentell beobachtete Drehimpulsverlust rotierender Plasmen durch Mode Locking. Auf diese Erkenntnisse aufbauend werden Experimente zur Modenstabilisierung und Verhinderung von Stromabbrüchen dargestellt.

Eine Reihe weiterer MHD-Phänomene unter verschiedenen Plasmabedingungen wird auf der Grundlage der entwickelten Modellvorstellungen diskutiert. Es zeigt sich, daß das Hauptplasma im Tokamak durch eindimensionale Modelle mit zylindrischer Geometrie gut beschreibbar ist, während die Randzone des Plasmas eine komplexere Analyse erfordert, die im Rahmen analytischer Modelle vermutlich nicht möglich ist.

In einem Anhang wird anhand der an ASDEX gewonnenen Erfahrung ein Konzept für die Untersuchung der MHD-Aktivität an ASDEX-Upgrade diskutiert.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie der MHD-Moden	10
2.1	MHD-Stabilität von Tearing-Moden: Das Δ' Kriterium	10
2.2	Zeitliche Entwicklung von Stromprofilen	12
2.3	Magnetische Inseln	15
2.4	Modenbewegung	18
2.5	Toroidale Effekte: Die Merezhkin-Korrektur	19
2.6	Moden unter Einfluß einer leitenden Wand	21
2.7	Theorie des Mode Locking	25
2.8	Modenkopplung	28
3	Experimenteller Aufbau: Die Mirnov Diagnostik	31
3.1	Spulen und Flußschleifen	31
3.2	Datenaufnahme	32
4	Datenanalyse	36
4.1	Charakterisierung der Meßsignale	36
4.2	Signalvorverarbeitung	37
4.2.1	Integration der Signale	37
4.2.2	Ideale Frequenzfilterung	39
4.3	Modellgestützte Modenanalyse	39
4.3.1	Spline Interpolationen	39
4.3.2	Phasen Fit und χ^2 Test	40
4.4	Statistische Auswertung	43
4.4.1	Filterung	44
4.4.2	Präparation von Moden	46
4.4.3	Datenreduktion	48
5	Experimentelle Ergebnisse	51
5.1	Mode Locking in ASDEX	51
5.1.1	Phänomenologie des Mode Locking	51
5.1.2	Interpretation der magnetischen Daten	55
5.1.3	Simulation von ASDEX Schüssen mit Locked Modes	60
5.2	Modenaktivität bei LHCD	64
5.2.1	Änderung des Modenverhaltens	64

5.2.2	Begrenzung des LHCD durch m=2 Modenaktivität	67
5.3	Unlocking und Verhinderung von Disruptionen	69
5.4	Modenaktivität bei Verunreinigungsakkumulation	73
5.5	Modenaktivität während des Stromaufbaus	82
5.6	Modenaktivität in der Randschicht	86
A	Das Garching Tokamakexperiment ASDEX	91
B	Die Hauptkomponentenanalyse (PCA)	94
C	Die Mirnov Diagnostik für ASDEX-Upgrade	98

1 Einleitung

Auf der Suche nach neuen Energiequellen wird die kontrollierte Kernfusion als langfristige Alternative untersucht. Dabei wird versucht, in einem Gemisch der Wasserstoffisotope Deuterium und Tritium Temperatur und Dichte so zu erhöhen, daß die Kernfusionsreaktion



eine positive Energiebilanz liefert. Um nennenswerte Fusionsraten zu erzeugen, sollte die Energie der Fusionspartner mindestens 20 keV betragen. Da bei diesen Energien Coulombstöße noch immer eine wesentlich höhere Wahrscheinlichkeit aufweisen als die Fusionsreaktion, muß man das D-T Gemisch auf eine *thermische* Energie von ca. 20 keV bringen. Gleichzeitig sollte die Dichte einige 10^{21} m^{-3} betragen und die Energieeinschlußzeit τ_E (Quotient aus Heizleistung und Energieinhalt) bei mindestens 1 sec liegen.

Bei solchen Temperaturen und Dichten liegt das D-T Gemisch als Plasma, d.h. als Gas aus ionisierten Teilchen vor. Auf Grund der Ladung der Teilchen kann ein Plasma in Magnetfeldern eingefangen werden. Das System Plasma im Magnetfeld wird vollständig durch die entsprechende kinetische Theorie (z.B. Fokker-Planck Gleichung) beschrieben. Für makroskopische Systeme, bei denen die Skalenlängen der Einzelteilchenbewegung und deren freie Weglängen klein gegen die Systemabmessungen sind, kann über die kinetische Gleichung gemittelt werden, sofern nicht Abweichungen von der Maxwellverteilung (z.B. durch Wellen) das makroskopische Verhalten beeinflussen. Man erhält dann über Momentengleichungen der Verteilungsfunktion eine Beschreibung des Plasmas im Magnetfeld als Flüssigkeit. Diese Theorie bezeichnet man als Magnetohydrodynamik (MHD) [1].

Der Einschluß eines thermonuklearen Plasmas im Magnetfeld kann in unterschiedlichen Geometrien erfolgen. Generell kann zwischen linearen und toroidalen Anordnungen unterschieden werden. Während bei den linearen Anordnungen (Spiegelmaschinen etc.) unvermeidliche Endverluste auftreten, werden diese bei toroidalen Geometrien vermieden. Deshalb werden vor allem toroidale Konfigurationen zum Einschluß thermonuklearer Plasmen untersucht. Dabei ist es aus ökonomischen Gründen wichtig, das Verhältnis zwischen mittlerem Plasmadruck nkT und dem das Plasma einschliessenden Magnetfelddruck $B^2/2\mu_0$

$$\beta = \frac{\langle p \rangle}{B^2/2\mu_0} \quad (2)$$

zu maximieren. Oft wird auch die Grösse β_p , das poloidale Beta betrachtet; dabei bezieht man den gemittelten Plasmadruck auf das poloidale Magnetfeld am Rand.

Die Stabilität eines solchen Einschlusses ist von entscheidender Bedeutung für die Fusionsforschung. Durch die MHD wird die Möglichkeit großskaliger Instabilitäten vorhergesagt. Zwei Extrema des Einschlusses im Magnetfeld sollen hier vorgestellt werden.

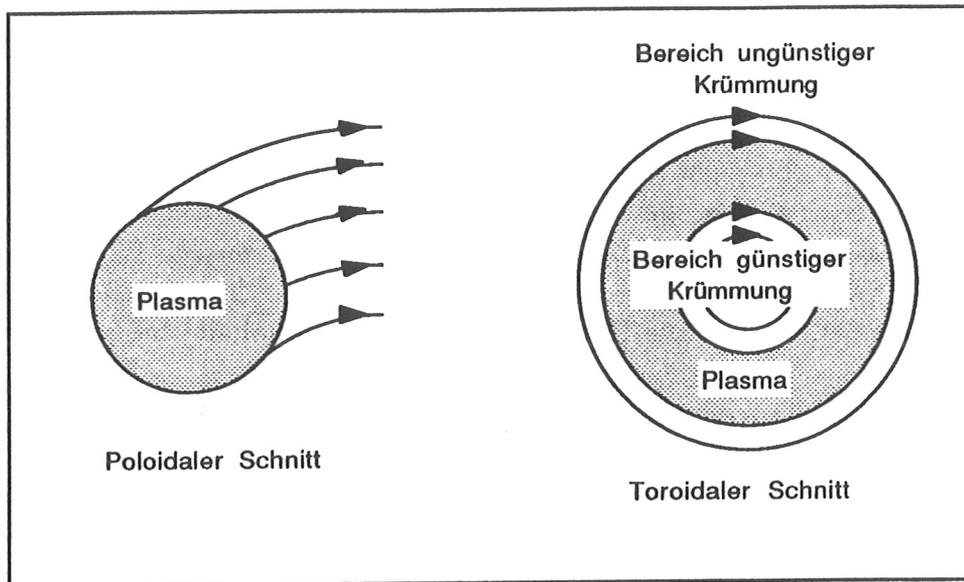


Abbildung 1: Zur Austauschinstabilität: Plasmaeinschluß in einem reinen Toroidalfeld. Austausch von Plasma und Feld auf der Torusinnenseite (Gebiet guter Krümmung) führt zur Erhöhung der Feldenergie; auf der Torusaußenseite (Gebiet schlechter Krümmung) führt die Expansion des Plasma bei gleichzeitiger Verkürzung der Feldlinien zu einer Absenkung der Gesamtenergie.

Fig. 1 zeigt den Einschluß in einem reinen Toroidalfeld. Die MHD sagt für solch eine Konfiguration Instabilität gegen die sogenannte Austauschinstabilität (Interchange) in Bereichen, in denen die Feldlinien ungünstig (konkav) gegen das Plasma gekrümmt sind, voraus: Der freie (= flußerhaltende) Austausch von Feldlinien und Plasma führt zu einer Absenkung der Gesamtenergie über die Verkürzung der Feldlinien bei gleichzeitiger Expansion des Plasmas. Dieser Prozeß hat in der hydrodynamischen Formulierung ein Analogon in der Rayleigh-Taylor-Instabilität einer schweren Flüssigkeit, die auf einer leichteren schwimmt: Auch hier wird durch den Austausch von Flüssigkeitselementen die Gesamtenergie abgesenkt. Sind dagegen die Feldlinien konvex gegen das Plasma gekrümmt, so wird die Energie des Magnetfeldes beim Austausch von Magnetfeld und Plasma erhöht; daher bezeichnet man diese Geometrie als 'gute' Krümmung.

An der Möglichkeit des Austauschs ändert sich nichts, wenn, wie in der Praxis bei den in dieser Arbeit untersuchten Plasmen stets der Fall, Plasma und Feld sich durchdringen, solange das Plasma als ideal leitend angenommen werden kann und somit durch die Flußerhaltung Änderungen der Topologie nicht zulässig sind. Im Gegensatz hierzu steht das Aufbrechen von Flußröhren, das mit einer Dissipation von Fluß verbunden ist ('Tearing', siehe Kap. 2).

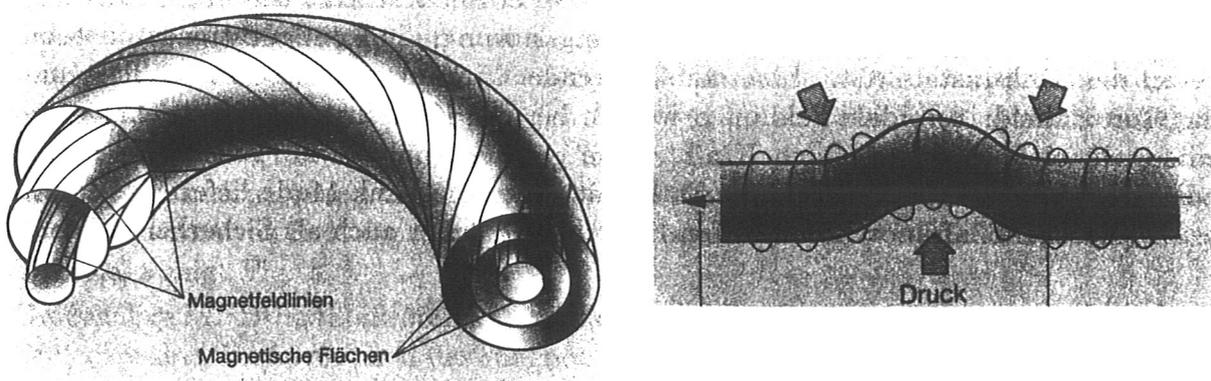


Abbildung 2: a) Feldlinien auf einem Torus mit toroidalem und poloidalem Feld; b) Kink-Instabilität in einem reinen Poloidalfeld: Auf der Innenseite der Verformung erhöht sich das Magnetfeld und baut damit einen Druck in diese Richtung auf. Dieser führt zu einem weiteren Anwachsen der Störung (Quelle: IPP Jahresbericht).

Der Austausch von Feldlinien und Plasma kann verhindert werden, indem man zusätzlich ein radial variierendes Poloidalfeld einführt. Fig. 2 zeigt die Geometrie der Feldlinien im Fall eines Torus. Im Idealfall bilden die magnetischen Feldlinien bei ihrem Umlauf ineinander geschachtelte magnetische Flächen; im gezeigten Beispiel sind sie im poloidalen Schnitt kreisförmig. Eine Maßzahl für das Verhältnis von Toroidal- und Poloidalfeld ist die Anzahl der toroidalen Umläufe einer Feldlinie pro poloidalem Umlauf q . Ganz allgemein ist diese Größe als die Änderung des toroidalen Flusses Φ mit dem poloidalen Fluß Ψ definiert: $q = \frac{d\Phi}{d\Psi}$. In zylindrischer Approximation ist dies gerade

$$q_{cyl} = \frac{r B_t}{R B_\theta} \quad (3)$$

Dabei ist r der kleine Radius, R der große Radius, B_t das Toroidalfeld und B_θ das

Poloidalfeld. Großes q bedeutet also kleinen Steigungswinkel der Feldlinie bezüglich der Mittelebene. Die Größe R/r bezeichnet man als Aspektverhältnis des Torus, das inverse Aspektverhältnis wird oft mit $\epsilon = r/R$ abgekürzt.

Ein radial variierendes Poloidalfeld entsprechend den in Tokamaks vorkommenden Stromprofilen erzeugt im Allgemeinen ein radial variierendes q -Profil; benachbarte Feldlinien haben unterschiedliche Steigung und können nicht mehr frei austauschen. Die radiale Ableitung von q bezeichnet man als Verscherung (Shear); in einem Magnetfeld mit ausreichend großem Shear ist die Austauschinstabilität unterdrückt.

Fig. 2 zeigt auch das andere Extremum der MHD-Stabilität: In einer Geometrie, in der das Poloidalfeld überwiegt, kann es auch zur Kink-Instabilität kommen: Bei Verformung der Geometrie wie in Fig. 2 b) gezeigt, erhöht sich der Magnetfelddruck lokal durch Kompression der Feldlinien. Die dabei erzeugte Kraft wirkt in die Richtung der Verformung und verstärkt somit die Anfangsstörung; die Konfiguration ist instabil gegen die Kink-Instabilität. Eine stabilisierende Wirkung auf diese Instabilität hat das Toroidalfeld: toroidale Feldlinien werden bei der Kink-Instabilität gedehnt; dies entspricht einer rücktreibenden Kraft. Eine genaue Analyse des Verhältnisses von poloidalem und toroidalem Feld für Stabilität gegen die Kink Mode liefert das Limit $q > 1$ (Kruskal Shafranov Limit). Man bezeichnet q daher auch als Sicherheitsfaktor.

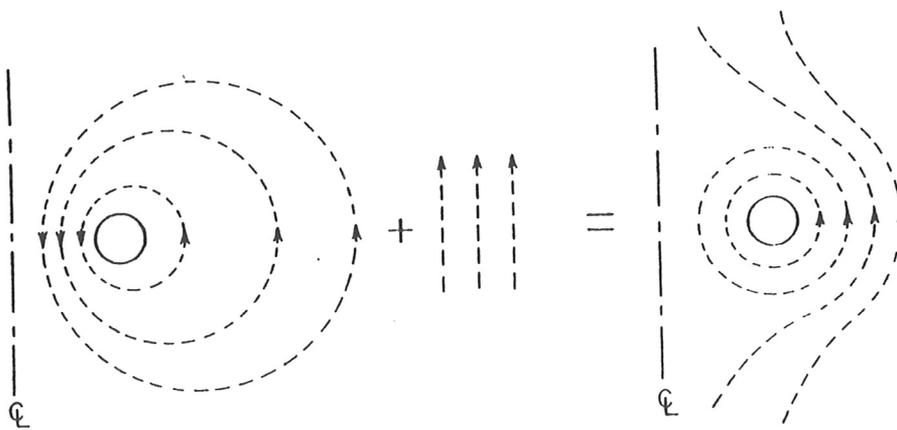


Abbildung 3: Bilanzierung der Kesselkraft in einem toroidalen Einschluss durch Addition des Vertikalfeldes: Im gezeigten poloidalen Schnitt ist das Magnetfeld auf der Innenseite größer als auf der Außenseite; Addition des Vertikalfeldes kompensiert die Differenz des magnetischen Druckes auf einer Flußfläche.

Eine weitere triviale Instabilität des toroidalen Einschlusses folgt aus der Tatsache, daß das Magnetfeld auf einer magnetischen Fläche aus geometrischen Gründen auf der

Torusinnenseite größer ist als auf der Außenseite. Dadurch ist auch der magnetische Druck auf der Innenseite größer als auf der Außenseite, während der Plasmadruck auf einer Flußfläche konstant ist. Es entsteht eine Nettokraft, die den Torus zu expandieren versucht (Kesselkraft, englisch 'hoop force'). Zur Bilanzierung dieser Kraft muß ein Vertikalfeld angelegt werden, welches auf der Innenseite dem Poloidalfeld entgegengerichtet ist, es dagegen auf der Außenseite verstärkt und somit die Kesselkraft bilanziert (die resultierende $\vec{j} \times \vec{B}$ Kraft des Vertikalfelds mit dem Plasmastrom zeigt dann radial nach innen). Fig. 3 verdeutlicht den Sachverhalt.

Aus einfachen Argumenten folgt also bereits die Notwendigkeit toroidaler wie poloidaler Felder für den magnetischen Einschluss. Diese können sowohl extern als auch intern erzeugt werden. Im Spheromak werden beide Felder bis auf das Vertikalfeld intern, d.h. durch Ströme im Plasma erzeugt. Im Stellarator erzeugt man beide Feldkomponenten weitgehend durch externe Spulen. Im Tokamak, der zur Zeit am intensivsten untersuchten Konfiguration des magnetischen Einschlusses, werden das Toroidalfeld und das Vertikalfeld von Spulen erzeugt. Das eigentliche Poloidalfeld stammt dagegen von einem starken toroidalen Strom im Plasma. Dieser wird über einen Transformator, dessen Sekundärwicklung das Plasma ist, induktiv getrieben. Der Strom dient gleichzeitig der resistiven Heizung des Plasmas (Ohmsche Heizung = OH). Das Schema eines Tokamaks zeigt Fig. 4.

Großskalige MHD-Instabilitäten äußern sich in der Ausbildung sogenannter MHD Moden, dies sind Verformungen der magnetischen Flächen; eventuell kann sogar die Topologie geändert werden (magnetische Inseln, siehe Kap. 2.3). Im Normalfall rotieren diese Störungen in Bezug auf das Vakuumgefäß und führen so zu einer Modulation des Gleichgewichtsfelds. Die traditionelle Diagnostik zur Analyse der MHD-Moden ist die von Mirnov eingeführte Messung der Oszillationen und Fluktuationen des Poloidalfelds an unterschiedlichen Positionen innerhalb des Vakuumgefäßes (Mirnov-Diagnostik [2]). Dazu werden Spulen verwendet, welche magnetische Flußänderungen detektieren. Aus der Korrelation der Meßsignale verschiedener Orte kann auf die Modenstruktur geschlossen werden. Die Spulen befinden sich nahe der Gefäßwand und bieten somit den Vorteil der berührungslosen Messung. Das Augenmerk der Mirnovdiagnostik liegt auf den kohärenten, großskaligen Modulationen des Poloidalfelds. Die Analyse inkohärenter, lokalisierter Instabilitäten, die für den anomal hohen Energie- und Teilchentransport in Plasmen mitverantwortlich sind, wird mit anderen Diagnostiken durchgeführt [3]. Großskalige MHD Moden sind Indikatoren für bestimmte Zustände des Plasmas oder kündigen eine Zustandsänderung an. Besondere Aufmerksamkeit wurde in den letzten Jahren der MHD Modenaktivität zur Früherkennung von Disruptionen, d.h. plötzlichen Stromabbrüchen, gewidmet.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Mirnov-Diagnostik am Garching Tokamakexperiment ASDEX (Axial Symmetrisches Divertor EXperiment, siehe Anhang A) weiterentwickelt. Dabei lag der Schwerpunkt auf der Weiterentwicklung und Nutzung von Auswertemethoden wie dem am TFTR (Princeton) erstmals eingeführten

Verfahren der Modenerkennung durch Phasenfit [4] oder der statistischen Analyse mittels Hauptkomponentenanalyse im Hinblick auf den Einsatz am Nachfolgeexperiment ASDEX-Upgrade, bei dem wegen der stark elongierten Plasmaform Phasenfitmethoden problematisch sind.

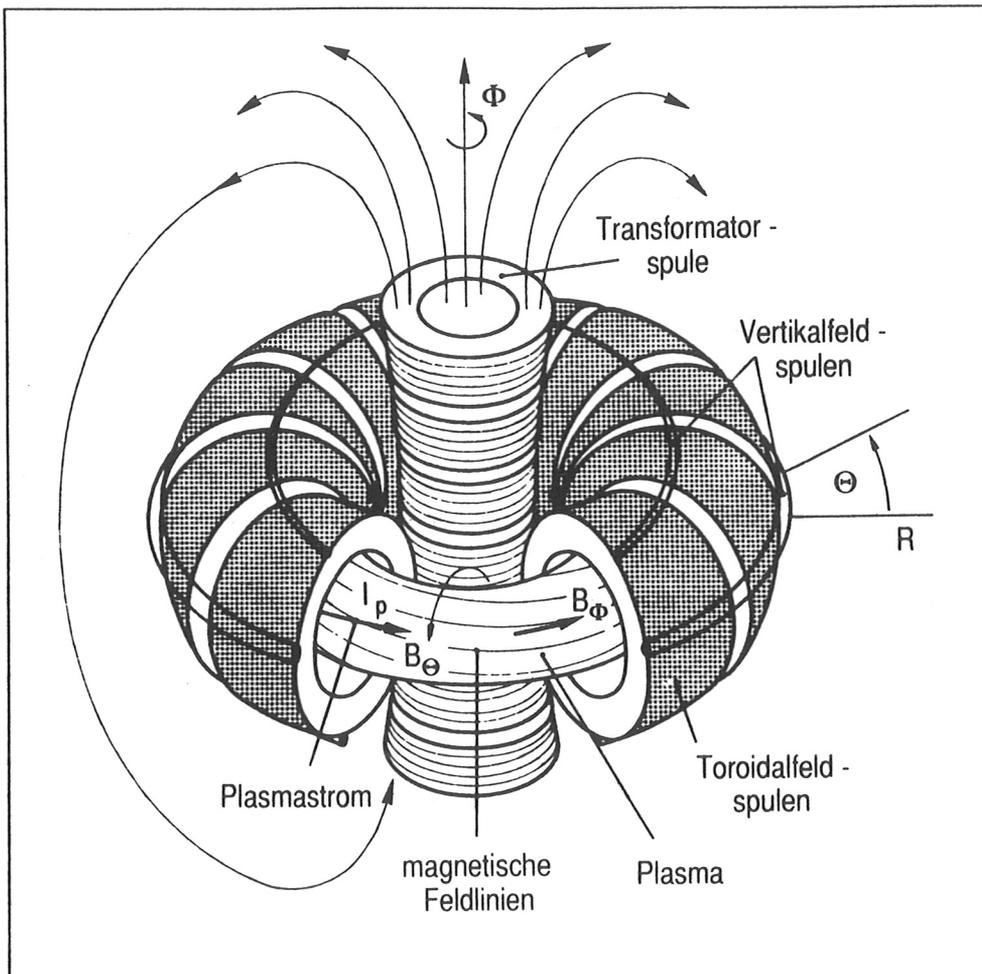


Abbildung 4: Schema eines Tokamaks: Das Toroidalfeld wird von externen Spulen erzeugt, das Poloidalfeld vom induktiv getriebenen Plasmastrom (das Plasma ist Sekundärwicklung des Transformators). Das zur Stabilität notwendige Vertikalfeld wird ebenfalls mit externen Spulen erzeugt.

Mit der so entwickelten Mirnov-Diagnostik konnte an ASDEX eine Vielzahl unterschiedlicher Plasmasituationen untersucht werden. Unter Einbeziehung der Ergebnisse anderer Diagnostiken wurde eine Reihe von MHD-Phänomenen an ASDEX analysiert,

insbesondere aber ein konsistentes Bild des Prozesses des Mode Locking sowie dessen Auswirkungen auf die Tokamakentladung entwickelt. Besonderes Augenmerk lag dabei auf der Rolle von MHD-Moden bei Stromabbrüchen (Disruptions).

2 Theorie der MHD-Moden

Zur Interpretation der gemessenen magnetischen Daten benötigt man Modellvorstellungen über die Vorgänge, die zu den beobachteten Fluktuationen des Magnetfelds führen. Da die Mirnov-Diagnostik der Analyse kohärenter MHD-Moden dient, wird im folgenden Kapitel die Theorie der MHD-Moden sowie deren Bewegung im Plasma vorgestellt. Die MHD (Magnetohydrodynamik) sagt für ein Fusionsplasma eine Reihe von Instabilitäten voraus [5]. Als treibende Mechanismen können sowohl Strom- als auch Druckgradienten eine Rolle spielen. Man unterscheidet zwischen idealer MHD (unendliche Leitfähigkeit und somit Flußerhaltung) und resistiver MHD (endliche Leitfähigkeit, Flußdissipation). Während in der idealen MHD auf Grund der Flußerhaltung die Topologie der Flußflächen nicht geändert werden kann, erlaubt die Annahme einer endlichen Leitfähigkeit das Aufbrechen und Umordnen von Flußflächen. Im Folgenden sollen nur die resistiven Tearing Moden, d.h. stromgetriebene Instabilitäten, die zu Änderungen der Topologie der Flußflächen (magnetische Inseln) führen, betrachtet werden. Dazu wird zunächst die Stabilitätsanalyse von Stromprofilen, die mit dem im Rahmen der Arbeit entwickelten Code Stromdiffusionscode JDIFF gewonnen werden, erläutert. Ohne auf den Prozeß des Inselwachstums näher einzugehen, werden dann Struktur und Bewegung magnetischer Inseln beschrieben; dies bildet die Grundlage für die Interpretation der gemessenen magnetischen Daten. Schließlich wird die Wechselwirkung der Felder rotierender magnetischer Inseln in Anwesenheit einer leitenden Wand und darauf aufbauend die Theorie des Mode Locking und der Modenkopplung diskutiert.

2.1 MHD-Stabilität von Tearing-Moden: Das Δ' Kriterium

Die hier angegebene Ableitung der Tearing-Mode Gleichung und des Δ' Kriteriums folgt im wesentlichen der Darstellung von Bateman [5]. Durch Kombination der Maxwellgleichungen unter Vernachlässigung des Verschiebungsstroms $\frac{1}{c^2} \partial_t \vec{E}$ läßt sich die Diffusionsgleichung für das Magnetfeld ableiten:

$$\partial_t \vec{B} = (\mu_0 \sigma)^{-1} \Delta \vec{B} \quad (4)$$

Hierbei bedeutet σ die elektrische Leitfähigkeit des Plasmas und $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ Vs / Am ist die magnetische Feldkonstante. Die Diffusion von Feldlinien über den kleinen Radius a erfolgt also mit einer resistiven Zeitkonstante

$$\tau_R = \mu_0 \sigma a^2 \quad (5)$$

Mit einem für ASDEX typischen Plasma der Temperatur 1 keV und einem kleinen Radius von 0.4 m ergibt sich eine Diffusionszeit von ca. 5 s. Die beobachteten Zeits-

kalen für MHD Moden liegen aber im Bereich von Millisekunden, sodaß großskalige Diffusion für sie unbedeutend ist. Zur Herleitung der Tearing Mode Gleichung wird daher zunächst die Leitfähigkeit des Plasmas als ideal angenommen. Setzt man weiterhin voraus, daß die betrachteten Vorgänge auf Zeitskalen ablaufen, die groß gegen die Alfvenzeit sind (in ASDEX typisch im Bereich von μs), so kann man von der statischen MHD-Gleichung

$$\vec{\nabla} p = \vec{j} \times \vec{B} \quad (6)$$

ausgehen. Bildet man die Rotation, so erhält man unter Berücksichtigung der Divergenzfreiheit der Felder \vec{j} und \vec{B}

$$(\vec{B} \vec{\nabla}) \vec{j} - (\vec{j} \vec{\nabla}) \vec{B} = 0 \quad (7)$$

In linearer Näherung ergibt sich in Zylinderkoordinaten für die z-Komponente unter der Annahme eines konstanten Toroidalfelds B_{0z}

$$(B_{0\theta} \frac{1}{r} \partial_\theta + B_{0z} \partial_z) j_{1z} + B_{1r} \partial_r j_{0z} = 0 \quad (8)$$

Die Indices 0 bzw. 1 stehen für das Gleichgewichtsfeld bzw. für die linearisierte Störung. Führt man für das gestörte Magnetfeld die Flußfunktion Ψ

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \Psi \times \vec{e}_z \quad (9)$$

ein und ersetzt die Ableitungen ∂_θ durch im bzw. ∂_z durch $i \frac{n}{R}$, was einer Fourierentwicklung (Multipolentwicklung) der Winkelabhängigkeiten mit den Modenzahlen m (poloidal) und n (toroidal) entspricht, so erhält man die Tearing Mode Gleichung in der bekannten Form

$$\Delta \Psi - \frac{\mu_0 \frac{dj_{0z}}{dr}}{B_{0\theta} (1 + \frac{qn}{m})} \Psi = 0 \quad (10)$$

Die treibende Kraft der Instabilität ist der radiale Gradient des Stromprofils; man spricht daher bei der Tearing Mode auch von einer stromgetriebenen Instabilität. Die Gleichung besitzt eine Singularität für $q = -\frac{m}{n}$: auf rationalen (resonanten) q-Flächen kann sich eine kohärente Störung (Mode) mit den Fourierkomponenten (m,n) ausbilden, da sich die Störströme längs Feldlinien ('kräftefreie' Ströme) nach m/n toroidalen Umläufen in sich selbst schließen. Die Singularität in Gl. (10) läßt sich durch die Annahme einer endlichen Leitfähigkeit des Plasmas in einer Umgebung der resonanten Fläche von der Ausdehnung W (Inselbreite) beseitigen. Für lokale Änderungen gilt nämlich das obige Argument nicht mehr: so ergibt sich die Diffusionszeit τ_R , (Gl. (2.1)) über eine Strecke von 0.01m für ein Plasma der Temperatur 1 keV zu 3 ms. Man rechnet also für das globale Verhalten des Plasmas unter Annahme unendlicher

Leitfähigkeit, in der Nähe der resonanten Fläche jedoch muß die endliche Leitfähigkeit des Plasmas berücksichtigt werden. Ohne auf die komplizierte Struktur der diffusiven Schicht einzugehen (hier muß nichtlinear gerechnet werden), kann ein Kriterium für die Stabilität gegen Tearing Moden hergeleitet werden: Räumliche Integration von Gl. (4) über die resistive Schicht der Breite W ergibt unter der Annahme einer schwachen Variation von B_r über die Insel

$$W \partial_t B_r = (\mu_0 \sigma)^{-1} (\partial_r B_r)_{r_{res} \pm \frac{W}{2}} \quad (11)$$

wobei r_{res} den kleinen Radius der resonanten Fläche bezeichnet. Für das mit der Insel verknüpfte radiale Störfeld gilt $B_r \propto W^2$ (siehe auch 2.3, magnetische Inseln), sodaß sich schließlich

$$\partial_t W = (2\mu_0 \sigma)^{-1} \Delta'(W) \quad (12)$$

ergibt. Dabei wurde die Abkürzung

$$\Delta'(W) = \left(\frac{\Psi'}{\Psi} \right)_{r+\frac{W}{2}} - \left(\frac{\Psi'}{\Psi} \right)_{r-\frac{W}{2}} \quad (13)$$

eingeführt. Aus Gleichung (12) läßt sich das Stabilitätskriterium herleiten:

$$\Delta' < 0 \quad (14)$$

bedeutet Stabilität, während die Inselbreite für $\Delta' > 0$ anwachsen würde.

Die Vorgehensweise für eine Stabilitätsanalyse ist damit ersichtlich: Für das vorgegebene Stromprofil $j_{0z}(r)$ wird Gleichung (10) bis in eine Umgebung der $q = \frac{m}{n}$ Fläche der Breite W von innen wie von außen aufintegriert. Darauf wird die Größe Δ' berechnet. Für $\Delta' < 0$ ist das Stromprofil stabil gegen die Tearing-Instabilität, für $\Delta' > 0$ wird die Inselbreite W iterativ ausgedehnt, bis schließlich $\Delta' = 0$ erreicht ist. Dieses Verfahren ist im Allgemeinen nicht analytisch durchführbar, es existieren aber Codes zur numerischen Stabilitätsanalyse gegebener Stromprofile. In der vorliegenden Arbeit wurde auf den Δ' -Code FURTH (Lackner, 1980) zurückgegriffen. Die verwendete Integrationsmethode stützt sich auf die Arbeit von Glasser, Furth und Rutherford [6]. Fig. 5 zeigt ein Beispiel für eine Stabilitätsanalyse mit dem Δ' -Code.

2.2 Zeitliche Entwicklung von Stromprofilen

In einem Tokamak wird der Plasmastrom im Allgemeinen durch die induktiv erzeugte Umfangsspannung U_ℓ (= Loop Voltage) erzeugt. Auf Grund der Resistivität heizt sich das Plasma auf (Ohmsche Heizung) und verringert dabei seinen elektrischen Widerstand. Die Umfangsspannung muß daher variiert werden, um einen bestimmten Stromverlauf einzustellen. Kennt man den zeitlichen Verlauf der Plasmaleitfähigkeit σ

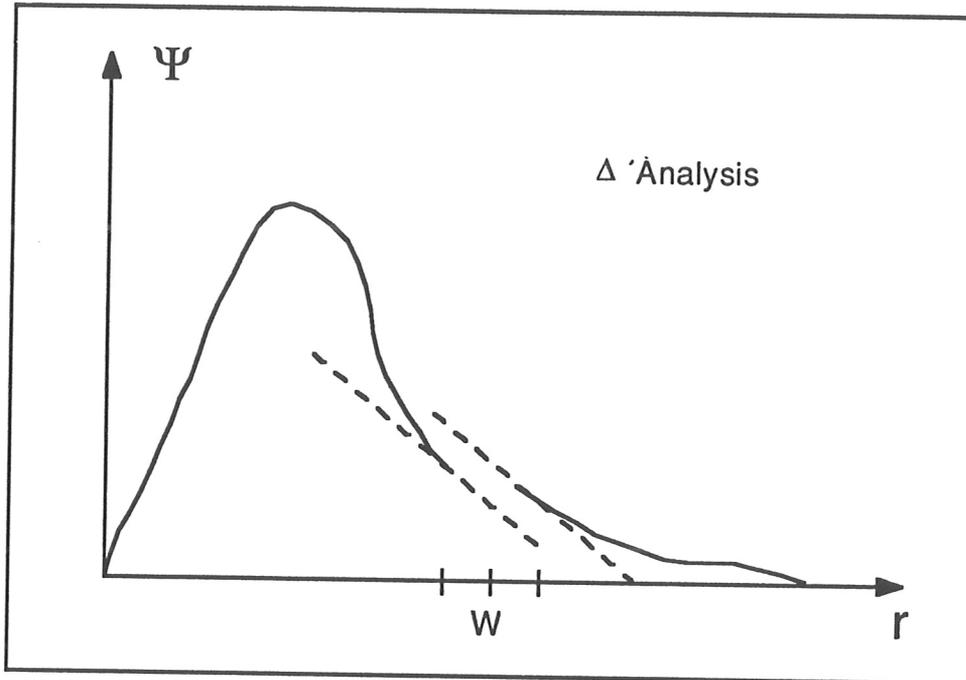


Abbildung 5: Tearing Mode Analyse eines Stromprofils: Gezeigt ist der radiale Verlauf der Flussfunktion Ψ , die Tangentensteigungen geben ein Maß für die Größe Δ' an, bei der eingezeichneten Inselbreite W wird $\Delta' = 0$

und der Umfangsspannung, so kann man den zeitlichen Verlauf des Gesamtstroms berechnen. Besitzt man Informationen über das radiale Profil der Leitfähigkeit, kann man auch den zeitlichen Verlauf des Stromprofils $j(r)$ errechnen. Man hat hierbei zu beachten, daß auf Grund der guten Leitfähigkeit des Plasmas Änderungen der Ringspannung zunächst nur zu Änderungen des elektrischen Feldes E und damit der Stromdichte j auf der Plasmaoberfläche führen. Die Änderung diffundiert dann auf der resistiven Zeitskala nach innen, entsprechend der in Kap. 2.1 durch Gl. (4) beschriebenen Diffusion des Magnetfelds im Plasma, hier für das vom Plasmastrom erzeugte Poloidalfeld.

Zur Behandlung der Stromdiffusion bietet es sich an, die Diffusionsgleichung direkt für das toroidale elektrische Feld E_z aufzustellen: Aus den Maxwellgleichungen

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} \quad (15)$$

und

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \partial_t \vec{E} \quad (16)$$

erhält man durch Anwendung der Rotation auf Gl. (15) und zeitliche Differentiation

von Gl. (16) unter Vernachlässigung des Wellenterms (dies entspricht der Annahme, daß die betrachteten Änderungen mit Geschwindigkeiten ablaufen, die klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sind) die Diffusionsgleichung

$$\Delta E = \mu_0 \partial_t (\sigma E) \quad (17)$$

wobei die Stromdichte j durch σE ersetzt werden kann, da der Beitrag des Hallterms ($v_r B_\theta$) klein ist. Zur numerischen Lösung von Gl. (17) wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit der Code JDIFF geschrieben. Dabei wird zunächst aus den experimentellen Daten der zeitlichen Entwicklung des Elektronentemperaturprofils eines ASDEX Schusses die zeitliche und räumliche Entwicklung der Plasmaleitfähigkeit berechnet. Dies geschieht unter der Annahme der Spitzerleitfähigkeit [7]

$$\sigma = \frac{6\sqrt{3}\pi\epsilon_0^2(kT_e)^{\frac{3}{2}}}{Z_{eff}e^2\sqrt{m_e}\ln\Lambda} \quad (18)$$

wobei T_e die Elektronentemperatur, m_e die Elektronenmasse, k die Boltzmannkonstante und ϵ_0 die elektrische Feldkonstante bedeuten. $\ln\Lambda$ ist der Coulomb-Logarithmus und Z_{eff} die effektive Ladungszahl des Plasmas

$$Z_{eff} = \frac{\sum_i n_i Z_i^2}{n_e} \quad (19)$$

wobei die Summation über alle Ionenspezies i der Dichte n_i und Ladungszahl Z_i auszuführen ist. Wahlweise kann auch die neoklassische Leitfähigkeit [8] welche die Effekte der im Gradienten des B-Feldes gefangenen Teilchen (trapped particles) berücksichtigt, verwendet werden.

Für Z_{eff} kann man die aus der Messung der Bremsstrahlung zugänglichen Werte nehmen; man erhält dann unter Vorgabe des Verlaufs der Umfangsspannung den zeitlichen Verlauf des Plasmastroms. Die Umfangsspannung geht als Randbedingung bei der Lösung der Diffusionsgleichung (17) ein, ihr Wert legt gerade die Stromdichte am Rand fest:

$$j(a) = \frac{\sigma(a)}{2\pi R_0} (U_\ell - \frac{d}{dt}(LI)) \quad (20)$$

Dabei wird Symmetrie längs z und θ angenommen. Der Code löst (17) unter Beachtung von (20) in Zylinderkoordinaten mit einem Differenzenverfahren; es werden Profile der Stromdichte und der zeitliche Verlauf des Gesamtstroms ausgegeben. Die Korrektur von U_ℓ mit der durch die Flußänderung erzeugten Spannung wird zu jedem Zeitpunkt mit Hilfe der Induktivität des Plasmas

$$L = \mu_0 R (\ln(\frac{8R}{a}) - 2 + \frac{\ell_i}{2}) \quad (21)$$

bestimmt. Dadurch erhält man auch direkt die Zeitentwicklung der internen Induktivität

$$\ell_i = \frac{2\pi \int_0^a r dr B_\theta^2(r)}{\pi a^2 B_\theta^2(a)} \quad (22)$$

als Ausgabeparameter.

Ein weiterer Betriebsmodus des Codes macht davon Gebrauch, daß der zeitliche Verlauf des Gesamtstroms experimentell sehr gut bestimmt werden kann (der absolute Meßfehler liegt unter 1%). In diesem Modus wird Gl. (17) zunächst mit $Z_{eff} = 1$ gelöst; aus dem Vergleich des berechneten Plasmastroms mit dem gemessenen wird dann ein radial gemitteltes Z_{eff} so angepaßt, daß der experimentell beobachtete zeitliche Verlauf des Plasmastroms reproduziert werden kann. Man erhält hier als Ausgabeparameter die zeitliche Entwicklung von Z_{eff} , ℓ_i und $j(r)$. Das so bestimmte Z_{eff} kann in einer Iteration als Eingabeparameter für einen weiteren Programmlauf verwendet werden. Ein Beispiel für die zeitliche Entwicklung des Stromprofils eines ASDEX-Schusses während Änderungen des Gesamtstroms zeigt Fig. 6.

Auf die Interpretation der experimentellen Ergebnisse mit Hilfe von JDIFF wird in Kapitel 5 eingegangen.

2.3 Magnetische Inseln

Wie bereits erwähnt, bietet die resistive MHD im Gegensatz zur idealen MHD die Möglichkeit einer Änderung der Topologie magnetischer Flußflächen. Im Fall der Tearing Mode führt das zum Auftreten der sogenannten magnetischen Inseln (siehe Fig. 7). Die Struktur dieser Inseln läßt sich mit der Modellannahme von Flächenströmen auf resonanten (d.h. rationalen) q -Flächen bereits qualitativ wie auch annähernd quantitativ verstehen. Das Modell ist hier rein zylindrisch; der Torus wird lediglich durch die Annahme einer Periodizität des Zylinders längs z mit $2\pi R_0$ simuliert.

Man betrachte dazu ein Koordinatensystem, in dem die poloidale Koordinate θ linear gegen die radiale Koordinate r aufgetragen ist. In einem Tokamak steht der magnetische Feldvektor des Gleichgewichtsfelds \vec{B}_{equ} auf Grund der helischen Struktur der Feldlinien nicht senkrecht auf dieser Ebene, sondern schneidet sie unter dem Winkel $\delta = \arctan(\epsilon/q)$. Um eine eindimensionale Rechnung zu ermöglichen, kann man ein konstantes Feld B_θ^* subtrahieren, welches den Wert von $B_{\theta equ}$ an der $q = m$ Fläche besitzt (siehe z.B. Bateman [5]). Auf der $q = m$ Fläche zeigt das Gleichgewichtsfeld \vec{B}_{equ} jetzt in z -Richtung und das Störfeld der Mode ist in der $\theta - r$ Ebene darstellbar; $B_{\theta equ}$ wechselt an der Ebene $r = r_{res}$ sein Vorzeichen. Die Vernachlässigung einer toroidalen (z -)Variation der Felder entspricht der Annahme, daß die toroidale Wellenlänge groß gegen die poloidale sei ($\frac{\lambda_{tor}}{\lambda_{pol}} = \frac{q}{\epsilon}$). Der Flächenstrom läßt sich als

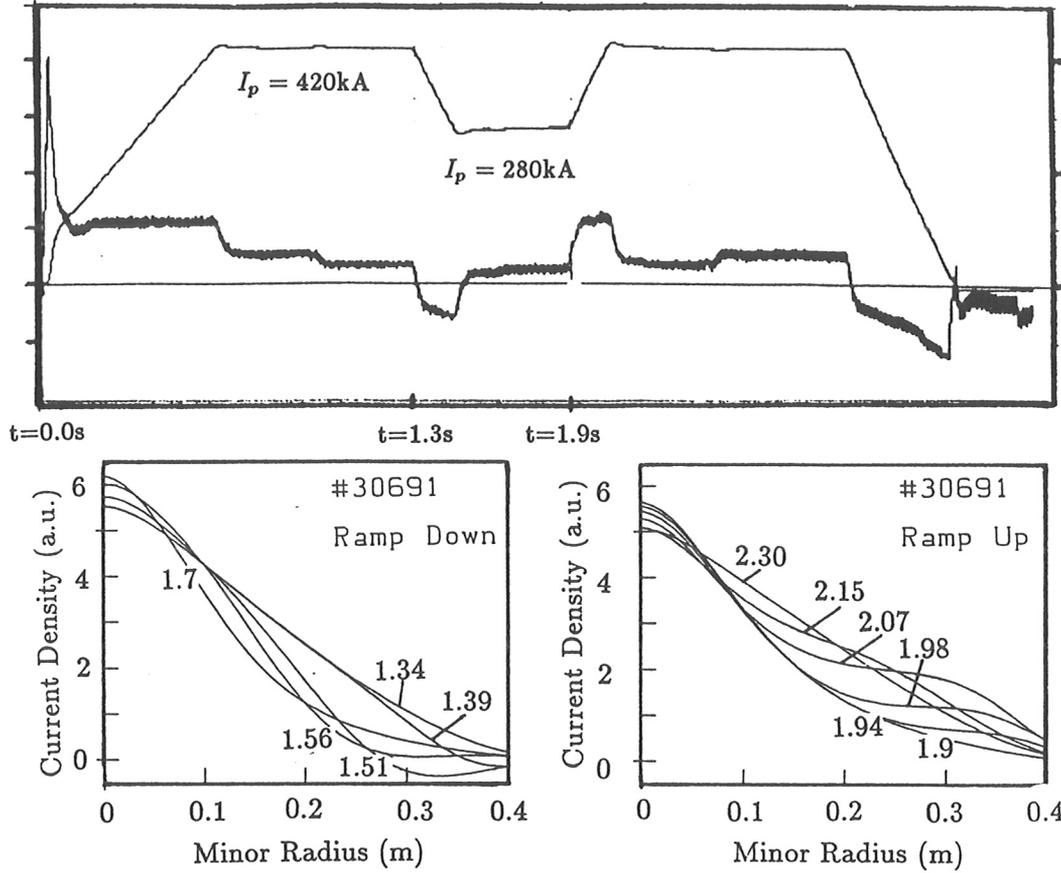


Abbildung 6: Auswertung der zeitlichen Entwicklung eines ASDEX Schusses während einer Stromrampe: a) Gemessener Verlauf des Gesamtstroms und der Ringspannung sowie berechnete Stromprofile in Phasen des Stromabfalls (ramp down) sowie des Stromanstiegs (ramp up). Man erkennt das durch den Skineneffekt verzögerte Eindringen der Profilländerung.

$$\vec{j}_1 = \frac{2B_1}{\mu_0} \cos(m\theta) \delta(r - r_{res}) \vec{e}_z \quad (23)$$

darstellen; B_1 ist die Amplitude des Störfelds der Mode. Die zugehörigen Magnetfelder sind in Fig 7 dargestellt.

Durch geometrische Addition der Störfelder mit der poloidalen Komponente des Gleichgewichtsfelds erhält man unter Beachtung des Vorzeichenwechsels von B_θ an der $q = m$ Fläche die in Fig. 7 gezeigte Inselstruktur. Mit der Definition der Flußfunktion (Gl. (9), Kapitel 2.1) läßt sich die Inselstruktur als

$$\Psi(r, \theta) = \Psi_0(r) + \Psi_1 \left(\frac{r_{res}}{r} \right)^m \cos(m\theta) \quad (24)$$

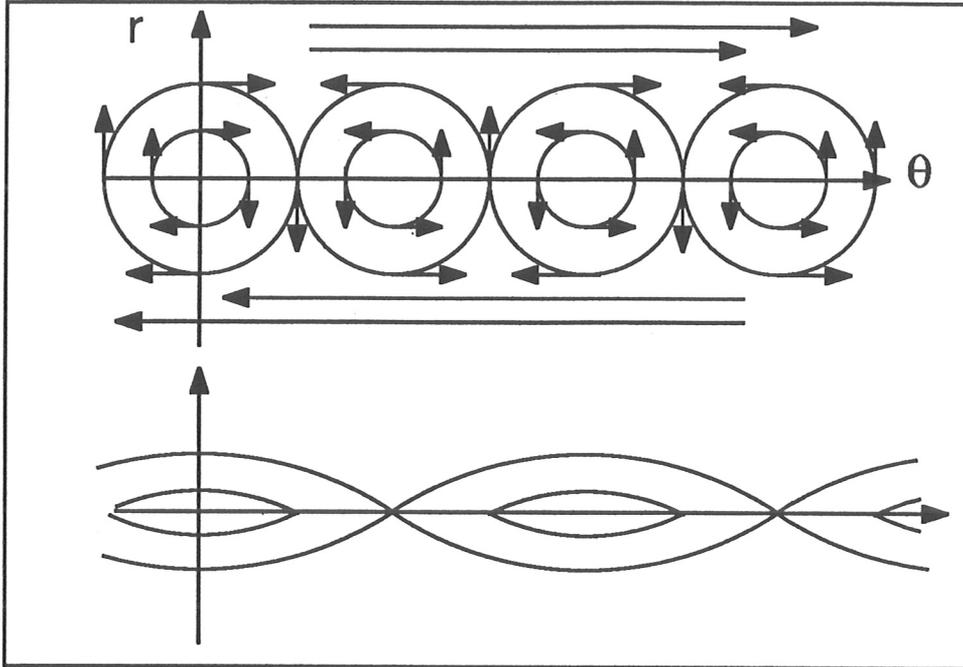


Abbildung 7: Zur Entstehung magnetischer Inseln

darstellen. Dabei erhält man aus Ψ_0 durch Gradientenbildung das Gleichgewichtsfeld; die Bedingung des Verschwindens der poloidalen Komponente des Gleichgewichtsfelds an der resonanten Fläche bedeutet somit

$$\left(\frac{\partial \Psi_0}{\partial r}\right)_{r=r_{res}} = 0 \quad (25)$$

Aus Ψ_1 erhält man das zum Störstrom gehörige Störfeld, man findet

$$\Psi_1 = -\frac{B_1 r_{res}}{m} \quad (26)$$

Die Gleichung der Separatrix der Inselstruktur in Fig 7 läßt sich nun wie folgt berechnen: Der Wert der Flußfunktion auf der Separatrix Ψ_s wird am X-Punkt ($m\theta = 0, r = r_{res}$) bestimmt:

$$\Psi_s = \Psi_0(r_{res}) + \Psi_1 \quad (27)$$

Die Forderung, daß die Flußfunktion diesen konstanten Wert annehme, liefert nun die Kontur der Separatrix in der $r - \theta$ Ebene. Dazu wird Ψ in der Nähe der resonanten Fläche unter Beachtung von (25) in Potenzen von $\frac{r-r_{res}}{r_{res}}$ entwickelt. Man erhält die Kontur

$$(r - r_{res})^2 = 4 \frac{\Psi_1}{\Psi_0''} \frac{1 - \cos(m\theta)}{2} \quad (28)$$

wobei Ψ_0'' die zweimalige Ableitung von Ψ_0 nach r , genommen bei $r = r_{res}$ bedeutet. Der θ -abhängige Faktor variiert zwischen 0 und 1, sodaß sich die volle Inselbreite zu

$$W = 4 \sqrt{\frac{\Psi_1}{\Psi_0''}} \quad (29)$$

berechnet. Mit Gl. (26) und der Näherung $\Psi_0'' = -B_{\theta equ} \frac{q'}{q}$ ergibt sich schließlich

$$W = 4 \sqrt{\frac{B_1 r_{res} q_{res}}{m q' B_{\theta equ}}} \quad (30)$$

als Berechnungsvorschrift für die Inselbreite. Die auftretenden physikalischen Größen sind unter Profilannahmen aus Messungen bestimmbar, sodaß Gl. (30) als Auswerteformel für die Inselbreite herangezogen werden kann.

2.4 Modenbewegung

In den vorangehenden Kapiteln wurde die Entstehung sowie die Struktur von MHD-Moden am Beispiel der Tearing Mode behandelt. Eine stationäre Inselstruktur wäre für die Mirnov-Diagnostik nicht erkennbar, da die Spulen nur magnetische Flußänderungen feststellen können. Andererseits beobachtet man sinusförmige Signale; diese stammen daher, daß die Modenstruktur in Bezug auf das Vakuumgefäß rotiert. Wie bereits erwähnt, kann man davon ausgehen, daß die Phase der Mode längs der Feldlinien konstant ist. Mirnov-Sonden detektieren somit nur die Bewegung senkrecht zu den Feldlinien. Diese Bewegung hat sowohl einen toroidalen als auch einen poloidalen Anteil. Die Bewegung der Modenstruktur kann einerseits durch die makroskopische Plasmabewegung, andererseits durch die Bewegung der Feldlinien relativ zum Plasmenschwerpunkt geschehen (die Störung ist an die Ströme und damit im Wesentlichen an das Elektronengas gekoppelt). Zur Herleitung der Gleichung für die Modenbewegung geht man vom verallgemeinerten Ohmschen Gesetz für den Fall idealer Leitfähigkeit unter Vernachlässigung der Trägheitsterme aus:

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \frac{1}{en_e} (\vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} p_e) \quad (31)$$

Betrachtet man ganz allgemein eine Kontur, die gegen den Plasmenschwerpunkt mit der Geschwindigkeit \vec{u} durch das Plasma bewegt wird, so erhält man für die Flußänderung

$$\partial_t \Psi = \int \partial_t \vec{B} d\vec{A} - \oint \vec{u} \times \vec{B} d\vec{l} \quad (32)$$

Der erste Term auf der rechten Seite ist ein Flächenintegral über die Kontur und berücksichtigt die Flußänderung auf Grund der Änderung des B-Feldes, der zweite ein Umlaufintegral, das die Flußänderung auf Grund der Bewegung der Schleife senkrecht zum (i. A. inhomogenen) Magnetfeld berücksichtigt. Ersetzt man in Gl. (32) $\partial_t B$ nach dem Faradayschen Gesetz (15) durch $\vec{\nabla} \times \vec{E}$ und benutzt für E das verallgemeinerte Ohmsche Gesetz (31), so kann man den ersten Summanden auf der rechten Seite von (32) mit dem Satz von Stokes in ein Umlaufintegral umwandeln und erhält schließlich

$$\partial_t \Psi = \oint \left(\vec{v} - \frac{1}{en_e} \vec{j} - \vec{u} \right) \times \vec{B} d\vec{\ell} \quad (33)$$

Dies bedeutet, daß der magnetische Fluß in einem Plasma durch eine Kontur konstant bleibt, wenn es sich relativ zu dieser mit der Geschwindigkeit

$$\vec{u} = \vec{v} - \frac{1}{en_e} \vec{j} \quad (34)$$

bewegt. Diese ist nun gerade die Elektronengeschwindigkeit; man spricht daher davon, daß Störungen im Elektronengas 'eingefroren' seien. Die mit der Mirnovdiagnostik gemessenen Frequenzen sollten sich mit Gl. (34) erklären lassen. Für Störungen, deren Phase längs Feldlinien konstant ist, trägt nur \vec{u}_\perp zur Modenbewegung bei; eine beobachtete Modenfrequenz ω kann sowohl durch eine poloidale Bewegung mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{m}$ als auch durch eine toroidale Bewegung mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{n}$ erklärt werden. Einen signifikanten Beitrag zu \vec{v}_\perp liefert in ASDEX die unidirektionale Neutralinjektionsheizung (NBI), die zu makroskopischer Plasmarotation (Schwerpunktsbewegung) von bis zu $3 \times 10^5 \frac{m}{s}$ führen kann. Der Strom \vec{j}_\perp ist der diamagnetische Strom, der für stationäre Gleichgewichte aus Gl. (6) bestimmt werden könnte. Für makroskopische Inseln trifft die Annahme stationärer Gleichgewichte nicht mehr zu. Es zeigt sich experimentell, daß die aus Gl. (6) bestimmten diamagnetischen Frequenzen systematisch größer sind als die gemessenen. Dies könnte auf eine Abflachung des Druckgradienten über den Inselbereich zurückzuführen sein. Eine ausführliche Diskussion findet man in [9] gegeben.

2.5 Toroidale Effekte: Die Merezhkin-Korrektur

Bisher wurden nur zylindrische Modelle betrachtet. Beim Übergang zu toroidaler Geometrie werden die durchzuführenden Rechnungen komplexer und lassen sich zum Teil nicht mehr analytisch behandeln. Der für die Mirnov-Diagnostik wichtigste Aspekt toroidaler Geometrie ist die Korrektur der poloidalen Wellenlänge von MHD Moden. Auf Grund der toroidalen Krümmung ist das Magnetfeld eines Tokamaks auf der Torusinnenseite grösser als auf der Aussenseite. Daher liegen die Feldlinien des Magnetfelds auf der Innenseite dichter als aussen. Eine direkte Konsequenz dieser Tatsache ist die poloidale Variation der Wellenlänge einer Mode, deren Phase längs Feldlinien konstant

ist. Die Eigenfunktion der Mode ist dann im poloidalen Winkel nicht mehr durch $\sin(m\theta)$ gegeben; die Zahl m (Fourierkomponente im poloidalen Winkel) ist daher keine 'gute Quantenzahl' mehr. Dagegen bleibt die toroidale Modenzahl eine 'gute Quantenzahl', solange der Torus als axisymmetrisch angenommen werden kann (dann hängt keine physikalische Grösse vom toroidalen Winkel ab).

Um den Effekt der poloidalen Variation der Wellenlänge quantitativ zu erfassen, hat Merezkin die Gleichung einer Feldlinie für toroidale niedrig- β_p Plasmen aufgestellt und näherungsweise eine neue poloidale Eigenkoordinate θ^* bestimmt [10]. Längs dieser Koordinate ist die Variation in erster Ordnung des inversen Aspektverhältnis

$$\theta^* = \theta - \lambda \sin \theta \quad (35)$$

wobei θ die geometrische Winkelkoordinate ist. Gl. (35) stellt den einfachsten Ansatz für eine Asymmetrie zwischen Torusinnen- und Torusaussenseite dar. Fig. 8 zeigt den Effekt der toroidalen Korrektur für eine $m=4$ Mode mit $\lambda = 0.4$ (ausgeprägte toroidale Effekte, in ASDEX bei Schüssen mit hohem β_p beobachtet) im Vergleich zum zylindrischen Fall ($\lambda = 0$).

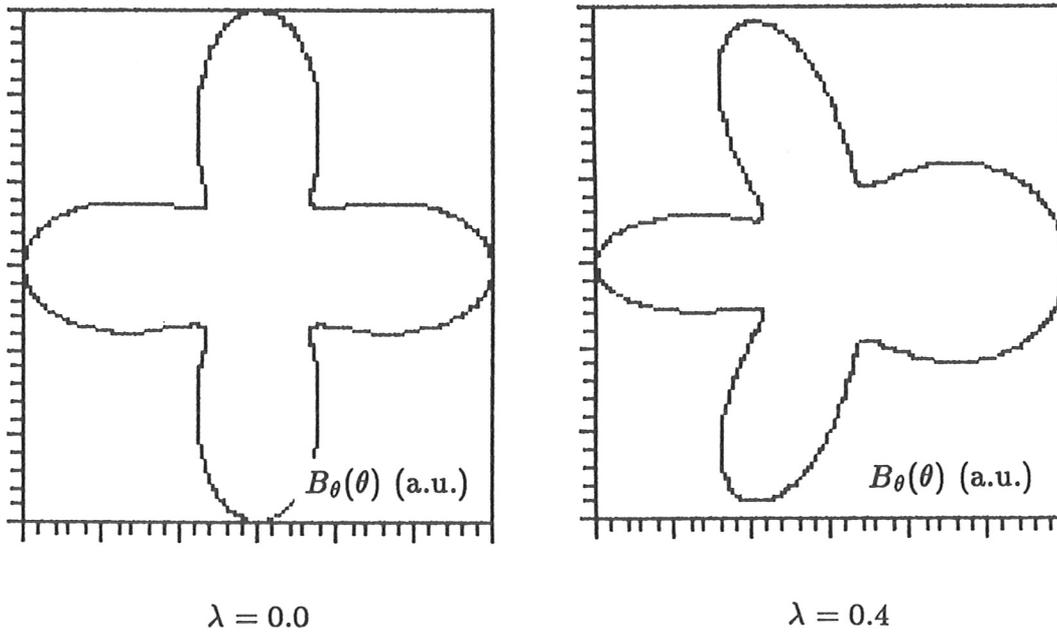


Abbildung 8: Toroidale Korrektur der Wellenlänge: Zylindrische poloidale Eigenfunktion einer $m=4$ Mode und Eigenfunktion der gleichen Mode in einem Torus mit hohem β_p . Die Wellenlänge wird auf der Torusinnenseite (Hochfeldseite) kleiner.

Merezkin konnte die Grösse λ mit dem Gleichgewichtsparameter $\beta_p + \ell_i/2$ verknüpfen:

$$\lambda = \epsilon(\beta_p + \frac{\ell_i}{2} + 1) \quad (36)$$

Damit läßt sich im Prinzip aus der Messung von λ eine Aussage über den Gleichgewichtsparameter $\beta_p + \ell_i/2$ an der resonanten Fläche gewinnen. Man hat aber zu beachten, daß in Gl. (36) alle Voraussetzungen für Gl. (35) eingehen. Somit ist sie nur für zirkulare Plasmen mit niedrigem β_p gültig. In der Praxis findet man, daß Gl. (36) nur in ohmschen Plasmen zufriedenstellend erfüllt ist; für hohe β_p liegt der gefittete Parameter λ signifikant unter dem mit Gl. (36) bestimmten Wert (siehe auch [9]). An ASDEX wurde daher auf eine quantitative Auswertung dieses Parameters verzichtet. Für ASDEX-Upgrade wäre eine solche Auswertung wegen des nichtzirkularen Plasmaquerschnitts ohnehin nicht möglich.

Es zeigt sich aber, daß in allen ASDEX Szenarien der Verlauf der Phase längs des poloidalen Winkels im Allgemeinen gut durch Gl. (35) dargestellt werden kann, ohne daß sich dabei λ mit Gl. (36) beschreiben ließe, sondern durch Anpassung ermittelt wird. Bei der Auswertung der an ASDEX aufgenommenen Daten wurde daher der Verlauf der Phase nach Gl. (35) modelliert (siehe Kap. 4.3 bzw. Kap. 5.5).

2.6 Moden unter Einfluß einer leitenden Wand

In der bereits vorgestellten zweidimensionalen Geometrie eines Störstroms auf der $q=m$ Fläche soll eine analytische Darstellung der Magnetfelder einer Tearing Mode in Anwesenheit einer leitenden Wand hergeleitet werden. Für in axiale Richtung bewegte Plasmaringe wurde dieses Problem bereits von D.J. Rej behandelt [11]. Im Falle poloidal rotierende Plasmaringe ist in der Literatur keine explizite Berechnung der Felder bekannt. Die Rotation der Modenstruktur zuzulassen bedeutet in unserem Modell zeitliche Variation der Phase bezüglich der Wand mit $\exp(-i\omega t)$. Hier ist ω die mit der Mirnov Diagnostik gemessene Signalfrequenz, d.h. die Störung bewegt sich im Plasma mit der poloidalen Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{m}$. Die resonante Fläche befinde sich bei $r = r_{res}$, die Wand bei $r = b$, auf der resonanten Fläche fließe ein Störstrom j_1 in z -Richtung, der sich als

$$\vec{j}_1 = \frac{mI_1}{2r_{res}} \delta(r - r_{res}) e^{i(m\theta - \omega t)} \vec{e}_z \quad (37)$$

darstellen läßt, äquivalent zu Gl. (23) in Kap. 2.3. Somit ist I_1 das Stromintegral in einer räumlichen Halbwelle der Störstromdichte j_1 . Außerhalb der resonanten Fläche wird die Vakuumbedingung

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 = 0 \quad (38)$$

angenommen. Dies berücksichtigt nicht die Anwesenheit weiterer resonanter Flächen im Plasma, so daß Modenkopplung a priori ausgeschlossen ist.

Zur Berechnung des Magnetfelds lassen sich drei Bereiche unterscheiden:

- Plasma zwischen $r = r_{res}$ und $r = b$
- Plasmainneres zwischen $r = 0$ und $r = r_{res}$
- Außenbereich zwischen $r = b$ und $r = \infty$

Fig. 9 verdeutlicht die Geometrie.

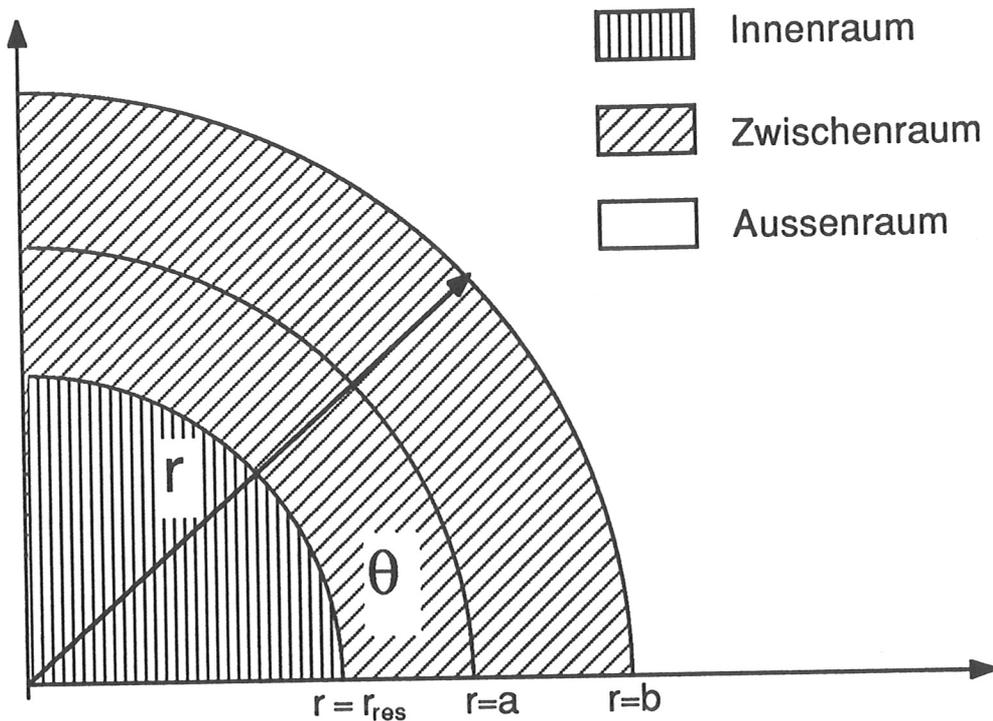


Abbildung 9: Geometrie für die Berechnung der Magnetfelder in Anwesenheit einer leitenden Wand

In diesen Bereichen sind die Lösungen von Gl. (38) bekannt und lassen sich unter Berücksichtigung der Forderung nach Endlichkeit bei $r = 0$ sowie $r = \infty$ angeben:

-Zwischenraum:

$$B_{1r} = \left(c_1 \left(\frac{r_{res}}{r} \right)^{m+1} + c_2 \left(\frac{r}{r_{res}} \right)^{m-1} \right) e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (39)$$

$$B_{1\theta} = \left(c_3 \left(\frac{r_{res}}{r} \right)^{m+1} + c_4 \left(\frac{r}{r_{res}} \right)^{m-1} \right) e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (40)$$

-Innenraum:

$$B_{1r} = c_5 \left(\frac{r}{r_{res}} \right)^{m-1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (41)$$

$$B_{1\theta} = c_6 \left(\frac{r}{r_{res}} \right)^{m-1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (42)$$

-Außenraum:

$$B_{1r} = c_7 \left(\frac{r_{res}}{r} \right)^{m+1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (43)$$

$$B_{1\theta} = c_8 \left(\frac{r_{res}}{r} \right)^{m+1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (44)$$

Für die unbekanntenen Koeffizienten c_i wird nun ein algebraisches Gleichungssystem hergeleitet. Die Maxwellgleichungen (38) und

$$\vec{\nabla} \vec{B}_1 = 0 \quad (45)$$

führen zu den folgenden vier Gleichungen:

$$ic_1 = -c_3 \quad (46)$$

$$ic_2 = c_4 \quad (47)$$

$$ic_5 = c_6 \quad (48)$$

$$ic_7 = -c_8 \quad (49)$$

Zwei weitere Gleichungen ergeben sich aus der Forderung nach Stetigkeit der Normalkomponente des magnetischen Feldes B_{1r} :

$$c_5 = c_1 + c_2 \quad (50)$$

an der Schicht zwischen Innen- und Zwischenraum sowie

$$c_7 = c_1 + \left(\frac{b}{r_{res}} \right)^{2m} \quad (51)$$

an der Schicht zwischen Außen- und Zwischenraum.

Die letzten zwei Gleichungen ergeben sich nun aus der Sprungbedingung für die Tangentialkomponente $B_{1\theta}$, die sich aus

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_1 + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \quad (52)$$

herleiten läßt: In der resonanten Schicht wird kein \vec{E} Feld betrachtet, sodaß der Sprung von $B_{1\theta}$ gerade gleich $\mu_0 j_1$ ist:

$$c_3 + c_4 - c_6 = 2B_1 \quad (53)$$

wobei die Abkürzung

$$B_1 = \mu_0 \frac{mI_1}{4r_{res}} \quad (54)$$

eingeführt wurde. In der leitenden Wand wird eine endliche Leitfähigkeit σ angenommen. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit kann die Zeitableitung des elektrischen Feldes durch $-i\omega$ ersetzt werden. Diese Fourierzerlegung ist im linearen Kalkül immer möglich. Daraus ergibt sich die Sprungbedingung bei $r = b$:

$$\Delta B_{1\theta} = \mu_0 j_{wall} \left(1 - \frac{i\omega}{\mu_0 \sigma c^2}\right) d \quad (55)$$

wobei d die Dicke der Wand bedeutet. Die explizite Annahme einer endlichen Schichtdicke bei gleichzeitiger Annahme eines Flächenstroms bei $r = b$ bedeutet, daß die Wanddicke klein im Vergleich zur Skintiefe sein muß, d.h. das elektrische Feld wird als homogen über d angenommen. Gl. (55) enthält noch den (unbekannten) Strom j_{wall} in der Wand. Nimmt man auch für diesen die explizite Zeitabhängigkeit von der Form $\exp(-i\omega t)$ an, so erhält man aus der r -Komponente des Faraday'schen Gesetzes Gl. (15) eine Gleichung für die Stromdichte in der Wand:

$$j_{wall} = \frac{b\omega\sigma}{m} B_{1r} \quad (56)$$

Wegen der Stetigkeit von B_{1r} an der Wand kann z.B. (43) für B_r verwendet werden. Man erhält dann aus (55) und (15) die letzte Gleichung für die Koeffizienten c_i :

$$c_8 - c_3 - c_4 \left(\frac{b}{r_{res}}\right)^{2m} - 2\omega\tau c_7 = 0 \quad (57)$$

Hierbei wurde die resistive Skinzeit der Wand bezüglich einer Mode der poloidalen Modenzahl m

$$\tau = \frac{\mu_0 db\sigma}{2m} \quad (58)$$

eingeführt. Außerdem wurde die Phasenverschiebung des radialen Magnetfeldes gegen den Strom in der Wand ($\delta = \arctan(\frac{\omega}{\mu_0 \sigma c^2})$) vernachlässigt (für eine Frequenz von $2\pi \times 1kHz$ und eine Stahlwand ($\sigma = 10^7(\Omega m)^{-1}$) ergibt sich $\delta = \arctan(10^{-14})$).

Gl. (46) - (51) sowie Gl. (53) und Gl. (57) bilden ein lineares Gleichungssystem der Dimension 8×8 für die Koeffizienten c_i . Dieses läßt sich auflösen und nach Einsetzen in Gl. (39) - (44) erhält man die vollständige Lösung des Problems:

-Zwischenraum:

$$B_{1r} = iB_1 \left(\frac{r_{res}}{r}\right)^{m+1} \left(1 - \frac{\omega\tau}{i + \omega\tau} \left(\frac{r}{b}\right)^{2m}\right) e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (59)$$

$$B_{1\theta} = B_1 \left(\frac{r_{res}}{r}\right)^{m+1} \left(1 + \frac{\omega\tau}{i + \omega\tau} \left(\frac{r}{b}\right)^{2m}\right) e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (60)$$

-Innenraum:

$$B_{1r} = iB_1 \left(1 - \frac{\omega\tau}{i + \omega\tau} \left(\frac{r_{res}}{b}\right)^{2m}\right) \left(\frac{r}{r_{res}}\right)^{m-1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (61)$$

$$B_{1\theta} = -B_1 \left(1 - \frac{\omega\tau}{i + \omega\tau} \left(\frac{r_{res}}{b}\right)^{2m}\right) \left(\frac{r}{r_{res}}\right)^{m-1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (62)$$

-Außenraum:

$$B_{1r} = -\frac{B_1}{i + \omega\tau} \left(\frac{r_{res}}{r}\right)^{m+1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (63)$$

$$B_{1\theta} = i \frac{B_1}{i + \omega\tau} \left(\frac{r_{res}}{r}\right)^{m+1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (64)$$

Es läßt sich nun auch die Stromdichte in der Wand angeben:

$$j_{wall} = -\frac{b\omega\sigma}{m} \frac{B_1}{i + \omega\tau} \left(\frac{r_{res}}{b}\right)^{m+1} e^{i(m\theta - \omega t)} \quad (65)$$

Der Ausdruck für $B_{1\theta}$ im Zwischenraum ist für die Mirnov Diagnostik von besonderer Bedeutung: In Anwesenheit einer leitenden Wand wird am Ort der Mirnovspule $r = r_{probe}$ ein größeres Feld gemessen, als es in Abwesenheit der Wand der Fall wäre. Für die ASDEX Geometrie ($r_{probe}/b = 0.7$) bedeutet dies eine Korrektur von ca. 25% für eine $m=2$ Mode. Die Korrektur für das Radialfeld am Ort der resonanten Fläche, die in die Berechnung der Inselbreite eingeht, beträgt dagegen bei einem resonanten Radius von z.B. 0.3m ca. 3% mit entgegengesetztem Vorzeichen. Bei der Berechnung von Inselbreiten ist man normalerweise auf die Meßwerte für $B_{1\theta}(r_{probe})$ angewiesen und rechnet unter der Annahme $B_{1\theta} = B_{1r}$ auf die resonante Fläche zurück. Ohne Berücksichtigung der Ströme in der Wand kann man so die wahre Inselbreite stark überschätzen.

2.7 Theorie des Mode Locking

Im vorangegangenen Abschnitt wurde der radiale Verlauf der Komponenten des magnetischen Feldes einer Störung auf einer resonanten Fläche bei Anwesenheit einer leitenden Wand hergeleitet. Die Phase $\Delta\Phi$ des in der Wand fließenden Stromes variiert dabei bezüglich des die Mode erzeugenden Störstroms wie

$$\Delta\Phi = \arctan\left(-\frac{\omega\tau}{i + \omega\tau}\right) \quad (66)$$

In einem ideal leitenden Gefäß (d.h. ω gegen ∞ in Gl. (66)) wird das Radialfeld am Ort der Wand gerade kompensiert ($\Delta\Phi = 180^\circ$). Unter Berücksichtigung der Resistivität (d.h. endliches $\omega\tau$) ergibt sich, daß die Radialkomponente des Störfelds nicht mehr exakt kompensiert wird und $\Delta\Phi$ von 180° verschiedene Werte annimmt. Somit wird eine $\vec{j} \times \vec{B}$ Kraft auf das Plasma senkrecht zu den Feldlinien des Gleichgewichtsfeldes ausgeübt. Diese Kraft ist im Tokamak nahezu poloidal, hat aber auch eine toroidale Komponente (man erinnere sich, daß die zylindrische Geometrie unseres Modells durch Subtraktion eines Magnetfeldes mit konstantem q entsteht; Addition dieses Feldes erzeugt wieder eine helische Störung).

Die Kraft senkrecht zu den Feldlinien soll nun berechnet werden. Dabei muß eine zeitliche und räumliche Mittelung über die Phase von Strom und Feld durchgeführt werden. Man kann sich die Tatsache, daß B_{1r} und j_{wall} nur um einen reellen Faktor unterschiedlich sind, zu Nutze machen und die Mittelung als

$$F_{wall} = \frac{1}{2} j_{wall} B_{1r}^* \quad (67)$$

berechnen, da für harmonische Zeit- und Ortsabhängigkeit einer komplexen Größe z die Beziehung $\langle Re(z)Re(z) \rangle = \frac{1}{2} z z^*$ gilt. Einsetzen von (65) und (63) liefert für die Kraft senkrecht zu den Feldlinien:

$$F_{mode} = -4\pi^2 \frac{B_1^2 r_{res}^2}{\mu_0 b} R_0 \left(\frac{r_{res}}{b}\right)^{2m-1} \frac{\omega\tau}{1 + (\omega\tau)^2} \quad (68)$$

Dabei bedeutet R_0 den großen Radius des Plasmas und die Kraft auf die Mode wurde aus der Forderung nach Gleichheit des an der Wand bzw. an der Mode angreifenden Drehmoments ($r_{res} F_{mode} = b F_{wall}$) bestimmt. Die Kraft ist senkrecht zu den Feldlinien und der Modenbewegung mit der Frequenz ω (poloidale Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{m}$) entgegengerichtet. Sie erreicht ihre maximale Stärke für $\omega\tau = 1$ und ist proportional dem Quadrat des Störfelds der Mode und somit der vierten Potenz der Inselbreite. Fig. 10 zeigt den Verlauf der Kraft über der Frequenz für ASDEX Parameter unter der Annahme einer relativen Inselbreite von 0.2.

Eine weitere Kraft auf die Mode wird durch Nichtidealitäten des vom Spulensystem eines Tokamaks erzeugten Vakuumfelds hervorgerufen. In zylindrischer Geometrie kann diese Kraft wie folgt berechnet werden: Das externe Störfeld wird im Modell durch einen harmonisch modulierten externen Störstrom j_{ext} am Plasmarand $r = a$ erzeugt. Die durch diesen Störstrom auf die Mode ausgeübte Kraft ergibt sich dann aus dem Vektorprodukt des Störstroms mit dem Radialfeld B_{1r} der Mode. Integration dieser Kraft über die Plasmaoberfläche ($r = a$) liefert dann

$$F_{r=a} = -\pi^2 R_0 m I_{ext} B_{1r}(a) \sin(m\theta) \delta_{mm'} \quad (69)$$

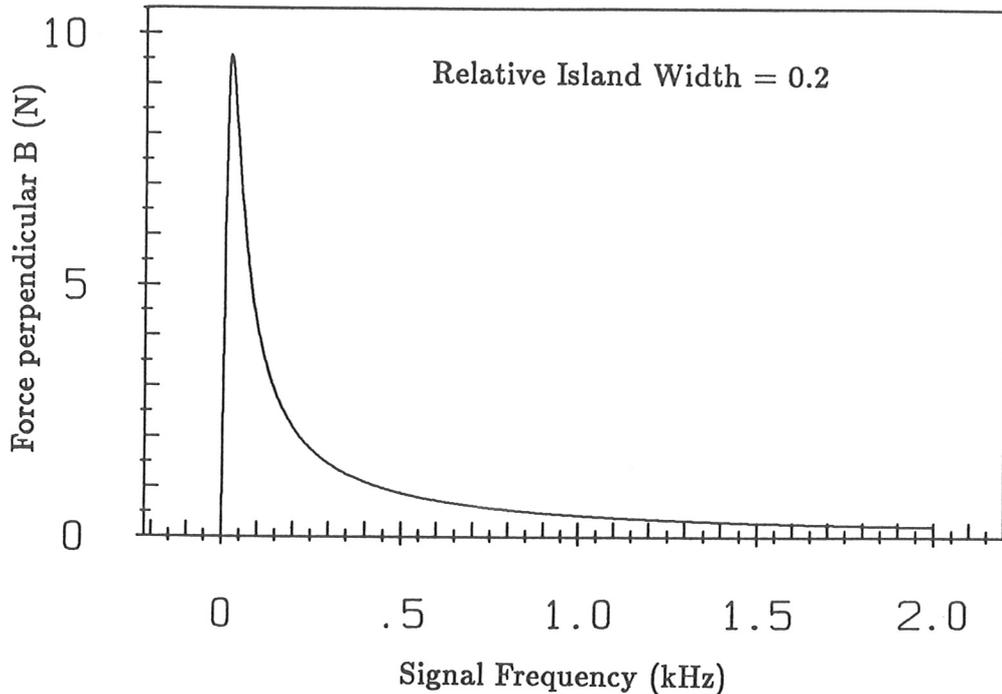


Abbildung 10: Kraft auf eine rotierende Mode durch die Wechselwirkung mit einer resistiven Wand für die in ASDEX vorliegende Geometrie und eine relative Inselbreite von $W/a = 0.2$.

Dabei bedeutet m die poloidale Modenzahl der Mode und m' die entsprechende Komponente in der Fourierzerlegung des externen Störfelds. Das Kroneckerdelta veranschaulicht, daß im unendlich langen Zylinder nur Komponenten gleicher poloidaler Modenzahl wechselwirken können (Kopplung von Moden unterschiedlicher poloidaler Modenzahl ist somit ein pseudo-toroidaler Effekt). Die Kraft ist dem Störfeld der Mode und somit dem Quadrat der Inselbreite proportional. Sie verschwindet für $m\theta = 0$ und für $m\theta = \pi$. Fig. 11 zeigt für diese beiden Fälle die Lage der durch das externe Störfeld bzw. durch die Mode erzeugten Inseln zueinander.

Man erkennt, daß die relative Lage $m\theta = 0$ stabil, $m\theta = \pi$ instabil ist. Das Störfeld der Mode am Plasmarand kann über Gl. (59) durch das Feld auf der resonanten Fläche ausgedrückt werden. Die Gesamtkraft auf die Mode ergibt sich durch Addition von (68) und (69). Die resultierende Bewegungsgleichung für eine rotierende Mode und deren Lösung wird im Zusammenhang mit der Interpretation der experimentellen Ergebnisse behandelt (siehe Kap. 5).

Bei der Anwendung von (68) und (69) muß aber beachtet werden, daß die Kräfte senkrecht zu den Feldlinien und Strömen ausgeübt werden. Die Tatsache, daß die Feldlinien im hier betrachteten Modell in z Richtung laufen, rührt von der Subtraktion des Gleichgewichtspoloidalfelds an der resonanten Fläche, B_θ^* , her. Im Torus hat die

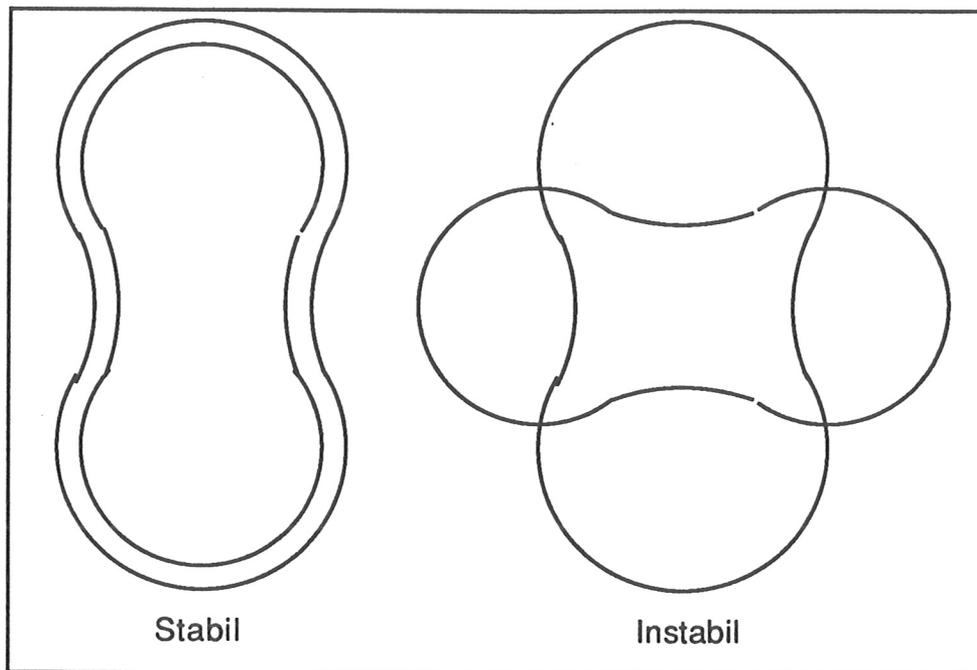


Abbildung 11: a) stabile und b) instabile Lage zweier $m=2$ Inselstrukturen

Kraft auf Grund der helischen Struktur des Gleichgewichtsfelds sowohl eine poloidale als auch eine toroidale Komponente:

$$F_{pol} = F \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\epsilon}{q}\right)^2 + 1}} \quad (70)$$

und

$$F_{tor} = F \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{q}{\epsilon}\right)^2 + 1}} \quad (71)$$

Diese Kräfte müssen für die entsprechende Bewegungsgleichung verwendet werden.

2.8 Modenkopplung

Als Modenkopplung bezeichnet man die gemeinsame Bewegung mehrerer Moden unterschiedlicher (m, n) Indices mit einer festen Phasenbeziehung. Wie in Kap. 2.7 gezeigt, ist Modenkopplung ein toroidaler Effekt: Im unendlich langen Zylinder können Moden unterschiedlicher (m, n) Indices nicht koppeln. Im Folgenden wird ein pseudotoroidales Modell zur Modenkopplung vorgestellt, nämlich eine Rechnung in zylindrischer Geometrie unter Verwendung einer poloidalen Variation der Wellenlänge der

Mode.

Die poloidale Variation der Phase wird dabei nach der Merezhkin Formel, Gl. (35), berechnet. Da die geometrische Winkelkoordinate keine Eigenkoordinate ist, ergibt die Fourierzerlegung einer Mode der Modenzahl m und Amplitude B_{1m} im poloidalen Winkel Komponenten anderer Modenzahlen m' der Amplitude $B_{1m'}$.

$$B_{1m'} = \frac{B_{1m}}{2\pi} \int_{\theta=0}^{2\pi} d\theta e^{i((m-m')\theta - m\lambda \sin \theta)} = B_{1m} J_{m-m'}(m\lambda) \quad (72)$$

Hierbei bedeutet $J_{m-m'}(m\lambda)$ die Besselfunktion der Ordnung $m - m'$ mit Argument $(m\lambda)$, wobei der Merezhkinparameter λ mit der Mirnov-Diagnostik bestimmt werden kann (siehe Kap. 4.3). Für $m = m'$ erhält man die Fourieramplitude der Mode selbst. Für eine $m = 2$ Mode an ASDEX ist typischerweise $\lambda = 0.2$ und die relative Fourieramplitude ergibt sich zu $J_0(0.4) = 0.96$, d.h. die pseudo-toroidale Korrektur ist klein.

Mit Gl. (72) lassen sich alle Fourieramplituden $B_{1m'}$ an der $q = m$ Fläche berechnen. Diese Anteile führen auf benachbarten resonanten Flächen ($q = m'$) zu Störungen mit der Modenzahl m' . Existiert dort zusätzlich eine MHD-Mode der poloidalen Modenzahl m' , so hat man es nun mit zwei i.A. mit unterschiedlicher Frequenz rotierenden Moden gleicher Modenzahl am gleichen Ort zu tun. Zwischen diesen wirkt eine Kraft (analog der in Kap. 2.7 berechneten Kraft zwischen (2,1) Mode und (2,1) Komponente des Störfelds). Ist diese Kraft größer als die lokale treibende Kraft der Modenbewegung, so tritt Modenkopplung ein.

An ASDEX ist die Kopplung zwischen den (2,1) und (1,1) Moden wichtig. Obwohl das Störfeld der $m=1$ Mode am Plasmarand praktisch verschwindet, kann sie mit der (2,1) Mode wechselwirken [12]. Wir beschreiben diese Modenkopplung mit dem in Kap. 2.3 vorgestellten einfachen Modell resistiver Tearing-Moden. Die Amplitude ${}^2B_{11}$ der von der $m=2$ Mode erzeugten $m=1$ Komponente ist im Inneren der $q = 2$ Fläche konstant und berechnet sich nach Gl. (72). Für $\lambda = 0.2$ ergibt sich z.B. ${}^2B_{11} = 0.2 \times {}^2B_{12}$. Das Störfeld ${}^1B_{11}$ der $m=1$ Mode auf der $q=1$ Fläche kann man bei Kenntnis der Inselbreite $W_{m=1}$ aus Gleichung (30) abschätzen. Mit diesem Störfeld ist wiederum ein Strom j_1 verbunden (Gl. (23)). Integration der $\vec{j} \times \vec{B}$ Kraft über die resonante Fläche ergibt die Kraftdichte in einer poloidalen Ebene:

$$F_{mk} = 2\pi r_{q=1} \frac{{}^1B_{11} {}^2B_{11}}{\mu_0} \sin(m\theta) \quad (73)$$

wobei θ hier den Winkel zwischen der von der $m = 2$ Mode auf der $q = 1$ Fläche erzeugten $m = 1$ Komponente und der dort durch die $m=1$ Mode hervorgerufenen Komponente darstellt.

Mit Gl. (73) kann die Kraft zwischen den Moden berechnet werden. Um zu entscheiden, mit welcher Frequenz die gekoppelte Modenstruktur rotiert, müssen die Massenträgheit der Moden und die lokalen treibenden Kräfte berücksichtigt werden.

Während die treibenden Kräfte von Fall zu Fall unterschiedlich sind, läßt sich das Verhältnis V_m der in den Inseln eingeschlossenen Plasmamasse leicht angeben

$$V_m = \frac{W_{m=1} r_{q=1} n_{q=1}}{W_{m=2} r_{q=2} n_{q=2}} \quad (74)$$

wobei $n_{q=m}$ die Dichte an der $q = m$ Fläche bedeutet. Mit diesen Abschätzungen kann in Kap. 5 die experimentell beobachtete Modenkopplung gedeutet werden.

3 Experimenteller Aufbau: Die Mirnov Diagnostik

3.1 Spulen und Flußschleifen

Die Mirnov Diagnostik in ASDEX stützt sich auf die Messung der Fluktuationen des Poloidalfelds mit Flußsonden, d.h. Spulen. Die Spulen sind hinter einer isolierenden Graphitabdeckung im Vakuumgefäß angebracht. Der Abstand der Spulen vom Plasmarand beträgt durchschnittlich 10 cm. Die genauen geometrischen Verhältnisse zeigt Fig. 12: Es existiert ein poloidaler Spulenkranz bei $\phi = 192^\circ$ (18 Spulen) sowie 3 weitere toroidale Sonden in der Mittelebene. Technische Daten der Spulen finden sich bei [13]. Man beachte allerdings, daß auf Grund der Divertorkonstruktion nicht der gesamte poloidale Umfang mit Spulen bestückt werden kann.

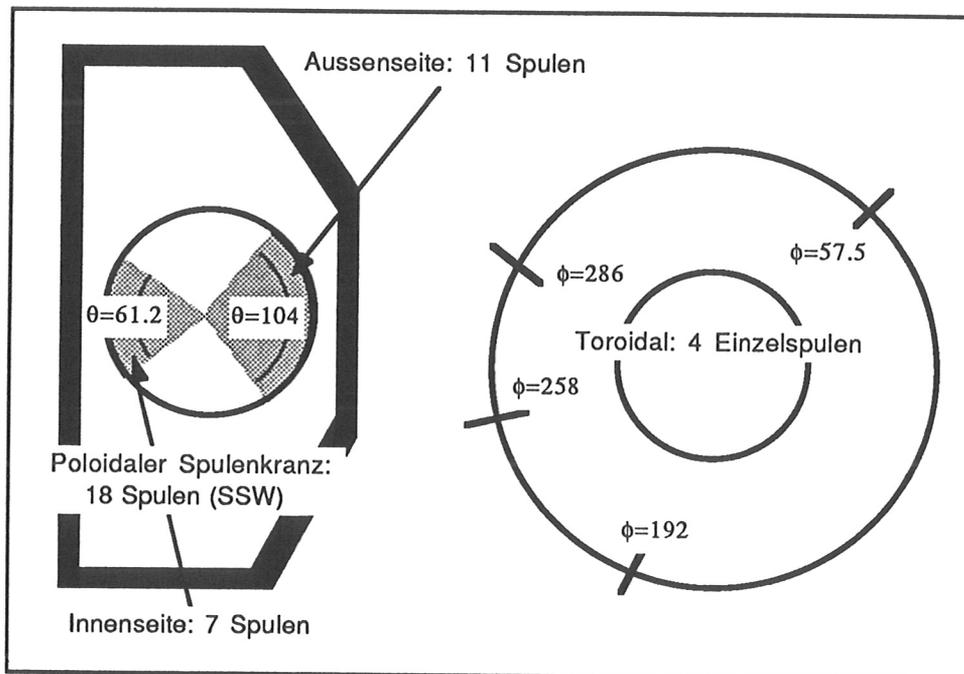


Abbildung 12: Poloidaler und toroidaler Spulenkranz in ASDEX

Fluktuationen des Magnetfelds induzieren in der Spule eine Spannung

$$U_{ind} = -N \partial_t \int d\vec{A} \vec{B} \quad (75)$$

N ist die Zahl der Windungen; $d\vec{A}$ die Flächennormale auf die Spulenfläche, d.h. die Ausrichtung der Spulen ist entscheidend für die Genauigkeit, mit der das Meßsignal tatsächlich nur das fluktuierende Poloidalfeld repräsentiert. Für Moden, die durch

Ströme längs resonanter Feldlinien erzeugt werden, ist die Amplitude des fluktuierenden Poloidalfelds groß gegen die des fluktuierenden Toroidalfelds; die Amplitude des fluktuierenden Radialfelds ist dagegen von gleicher Größenordnung. Somit sind Verkippungen der Spulen in toroidale Richtung zu vernachlässigen; Verkippungen in radiale Richtung gehen für kleine Winkel linear ein. Der dadurch erzeugte Fehler liegt sicherlich unter 1%. Weiterhin wird bei der Messung über das Spulenvolumen integriert, d.h. die Auflösung poloidaler Wellenlängen (diese sind klein gegen toroidale Wellenlängen) ist nach unten hin prinzipiell durch die Integration über die Spulenlänge beschränkt. Für ASDEX (Spulenlänge 6.5 cm) ergibt sich bei $2\pi \times 50$ cm Umfang des Spulenkreises eine obere Grenze für die poloidale Modenzahl von ca. 50. Die poloidale Auflösung für die eindeutige Bestimmung der Modenzahl ist nach dem Nyquist Kriterium durch die Forderung gegeben, daß zwischen zwei Meßpunkten höchstens eine halbe Wellenlänge liegen darf. Bei einem Abstand von 8.25 cm zwischen den Spulen folgt eine engere obere Grenze für die poloidale Modenzahl von 19. Die größten im Experiment beobachteten Modenzahlen liegen bei $m=9-10$.

Eine weitere Beschränkung entsteht aus der Frequenzabhängigkeit der Empfindlichkeit der Spulen. Kohärente MHD-Moden in ASDEX treten im Frequenzbereich von 2-50 kHz auf. Da eine ideale Spule ein Signal proportional der Modenfrequenz ω empfängt, könnten inkohärente Fluktuationen, die breitbandig bis zu 300 kHz auftreten [3], bereits bei kleiner Amplitude signifikante Störungen verursachen. Die Sonden sind daher so ausgelegt, daß die Empfindlichkeit oberhalb von 50 kHz deutlich abnimmt. Fig. 13 zeigt die Abhängigkeit der in der Sonde induzierten Spannung von der Signalfrequenz. Zur Diagnostik der Fluktuationen des Magnetfelds an ASDEX können auch die Flußänderungen in zwei Sattelspulen genutzt werden, die innerhalb des Gefäßes angebracht sind (Fig. 14). Sie messen im wesentlichen das fluktuierende Radialfeld. Da sie fast den halben Torus in toroidaler Richtung umspannen, können sie nur als $n=1$ Diagnostik verwendet werden; sie sind für die Erkennung von $n=1$ Locked Modes von großer Bedeutung (siehe Kap. 5.3).

Weiterhin wurde zur Korrelation von Moden innerhalb und außerhalb der Separatrix eine Messung der Fluktuationen des Magnetfelds in der Divertorkammer von ASDEX zusätzlich zu derjenigen im Hauptraum durchgeführt. Die hierzu verwendete Spule ist auch für höhere Frequenzen empfindlich; für die Modenanalyse wurde sie mit einem Tiefpaßfilter versehen. Fig. 15 zeigt die Lage der Sonde in der Divertorkammer.

3.2 Datenaufnahme

Die Meßsignale der Mirnov Diagnostik müssen mit Hilfe eines Computers aufgenommen werden. An ASDEX stehen dazu CAMAC-Crates (A/D Wandlereinschübe) zur Verfügung, die mit einer PDP 11/34 ausgelesen werden können. Die CAMAC-Module arbeiten dabei als Transientenrecorder: Sie nehmen während eines vorher festgelegten Zeitfensters (typisch 0.1 - 0.5 Sekunden) mit hoher Taktrate Daten auf und behalten

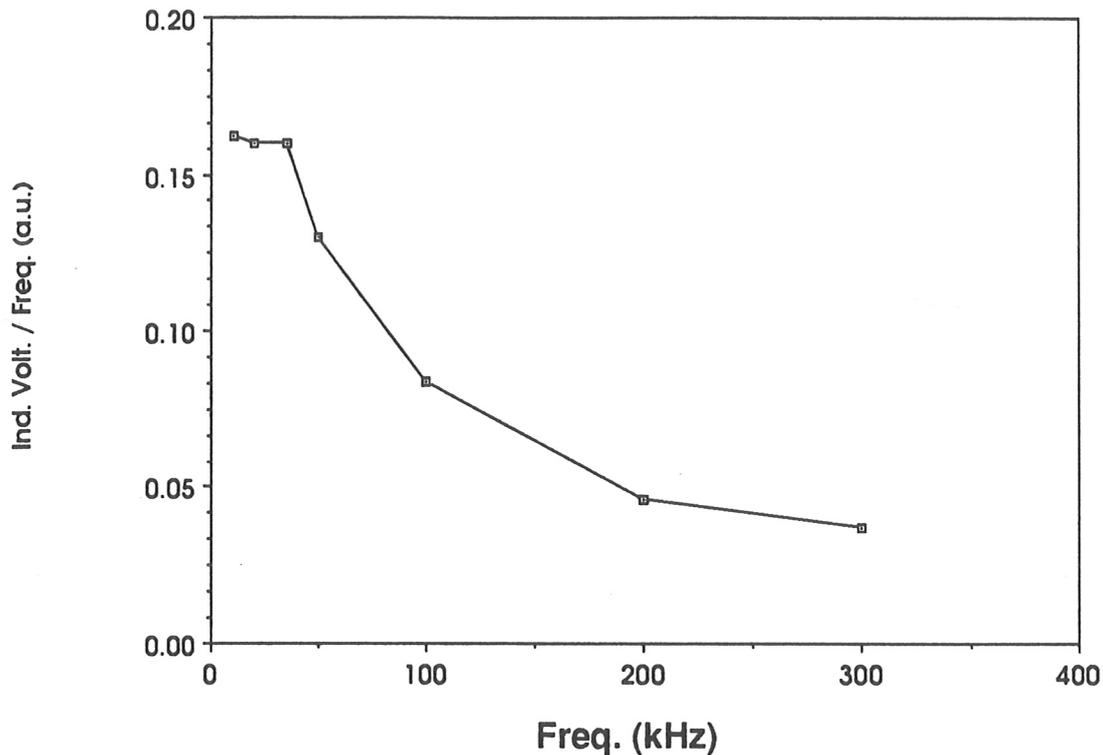


Abbildung 13: *Empfindlichkeit der an ASDEX verwendeten Spulen bei Variation der Frequenz des fluktuierenden Signals. Es wurde ein sinusoidal modulierte Magnetfeld erzeugt und dessen Frequenz bei konstanter Amplitude variiert. Die in der Spule induzierte Spannung ist, auf die Signalfrequenz normiert, gegen die Frequenz aufgetragen. Zunächst ist die Empfindlichkeit nahezu konstant; jenseits von ca. 50 kHz nimmt sie deutlich ab.*

diese transient im Speicher; dann erst liest der Rechner die Daten aus (dies dauert bis zu 5 Minuten). An ASDEX standen für die Modenanalyse mit der Mirnov Diagnostik maximal 16 Kanäle zur Verfügung.

Die A/D-Wandlung erfolgt mit einer Genauigkeit von 12 Bit; bei Aussteuerung auf den halben Dynamikbereich liegt der relative Diskretisierungsfehler für bipolare Signale bei 0.006. Dies ist vernachlässigbar klein gegen die zu erwartenden apparativen Fehler (durch Fehlpositionierung der Sonden etc.).

Die auftretenden Datenmengen und Taktraten lassen sich wie folgt abschätzen: die bei kohärenten MHD-Moden auftretenden Frequenzen liegen im Bereich von 2-50 kHz. Als notwendige Taktrate ergibt sich daher 100 - 500 kHz. Sollen z.B. für den ganzen in 3.1 beschriebenen Spulensatz Daten aufgenommen werden, so ergeben sich mit INTEGER*2 Daten $21 \times 2 \times 500$ kHz Bytes, d.h. 21 MByte pro Sekunde. Um die Datenmenge auf höchstens 2 MByte pro Schuß zu beschränken (was durch Begrenzung der Gesamtdatenmenge je Schuß für alle Diagnostiken erforderlich ist) muß man sich also auf ein Zeitfenster von höchstens 100 Millisekunden festlegen. Dies zeigt, daß eine

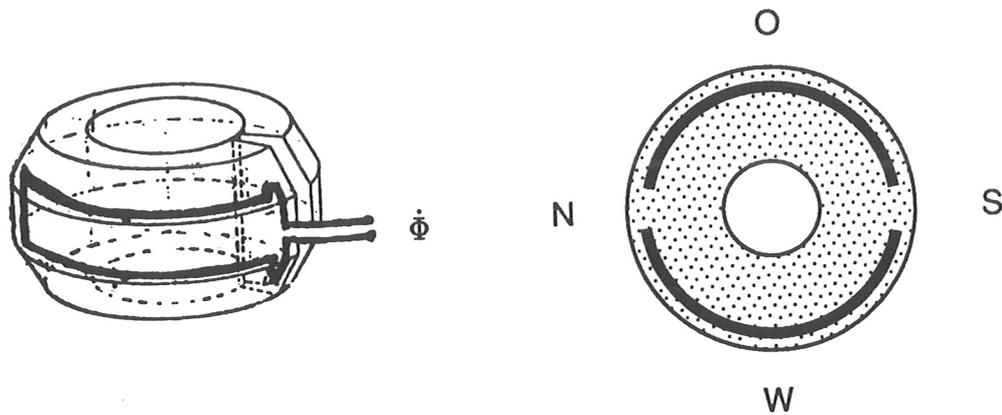


Abbildung 14: Lage der zur Messung des Radialfelds verwendeten Sattelspulen. a) Gefäßansicht, b) Blick von oben auf den Torus; die Spulen umfassen je nahezu 180° des toroidalen Winkels.

intelligente Triggereinrichtung für die Mirnovdiagnostik notwendig wäre. An ASDEX ist diese Möglichkeit nicht gegeben, so daß die Auswahl eines festen Zeitfensters vor dem Schuß erfolgen muß. Für ASDEX-Upgrade soll eine bessere Lösung gefunden werden (siehe Anhang C).

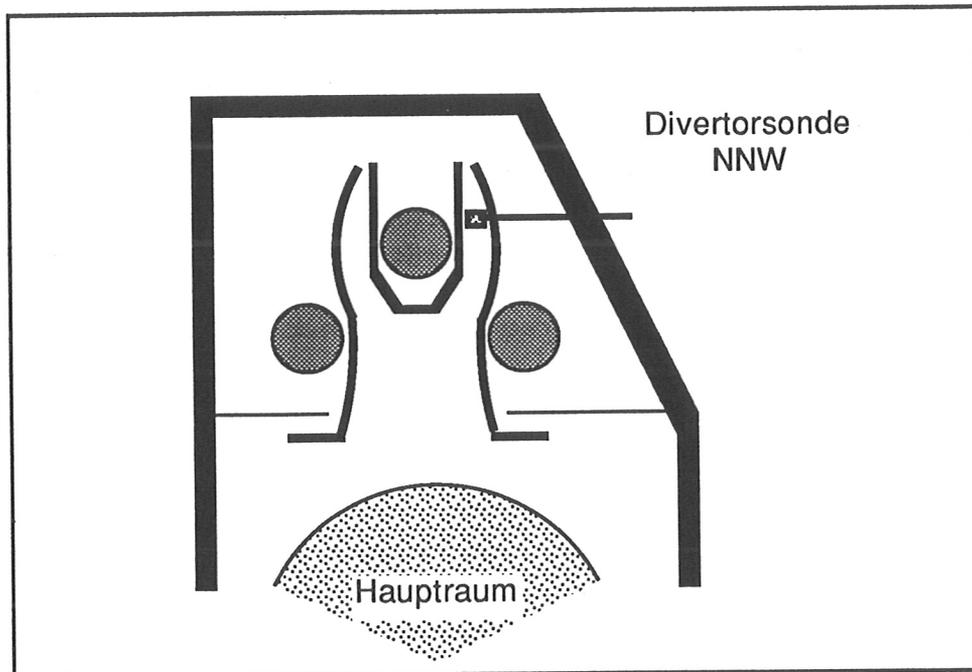


Abbildung 15: Lage der zur Messung der magnetischen Fluktuationen verwendeten Spule in der oberen Divertorkammer von ASDEX

4 Datenanalyse

Bei der Auswertung der gemessenen Signale werden zwei verschiedene Wege begangen: Zum einen werden modellgestützte Auswerteverfahren angewandt. Diese basieren auf physikalischen Modellen für die Störung des MHD-Gleichgewichts (siehe auch Kap. 2). Zum anderen werden die gemessenen Daten einer statistischen Analyse unterworfen. Diese kann zunächst keine Aussage über die hinter den Daten stehende Physik machen, kann aber Abhängigkeiten aufdecken, die nicht offensichtlich sind. Durch solche mit statistischer Analyse bestimmte Korrelationen sind auch Möglichkeiten für eine on-line Auswertung auffindbar. Eine mit wenigen Rechenschritten ausführbare Charakterisierung der Störung ist vor allem im Hinblick auf die schnelle Steuerung von Plasmaentladungen interessant: so können wichtige Entscheidungshilfen für Änderungen des vorgesehenen Schußablaufs erhalten werden (z.B. Precursor für Disruptionen). Das Aufdecken von parametrischen Abhängigkeiten mittels statistischer Analyse kann auch zu einer Weiterentwicklung der physikalischen Modellvorstellungen führen. Mit den in diesem Kapitel vorgestellten Auswerteverfahren sollte es möglich sein, die Mirnov-Diagnostik an ASDEX-Upgrade zu einer Standarddiagnostik zu entwickeln; ein Konzept dafür wird im Anhang C gegeben.

4.1 Charakterisierung der Meßsignale

Wie bereits erwähnt, lassen sich die gemessenen Fluktuationen des Poloidalfelds grob in drei Klassen unterteilen:

- Änderung des Poloidalfelds auf Grund von Variation des Plasmastroms und Änderungen der Plasmalage oder -form
- inkohärente Fluktuationen mit breitbandigen Frequenzspektren
- räumlich und zeitlich kohärente MHD-Moden.

Die Mirnovdiagnostik dient vornehmlich der Analyse der MHD Modenaktivität. Die Moden lassen sich nach den folgenden Gesichtspunkten charakterisieren:

- Die kontinuierlicher Moden macht eine Aussage über die diamagnetische Drift sowie die makroskopische Plasmabewegung (siehe Kap. 2.4). Bei ASDEX sind Strom und Hauptfeld parallel; somit ist die diamagnetische Driftrichtung der Elektronen bei Co-Injektion von Neutralteilchen (d.h. Injektion in Richtung des Plasmastroms) der Plasmarotation entgegengerichtet. Die Bewegungsrichtung der Moden gibt daher Aufschluß über die dominante Modenbewegung.
- Die Modenzahlen (räumliche Fourierkomponenten) m (poloidal) und n (toroidal) machen eine Aussage über die Struktur der Störung und bei Kenntnis des q -Profils (z.B. aus Gleichgewichtsrechnungen) über die Lokalisierung der Störung ($q = m/n$ -Fläche).
- Die Größe der fluktuierenden Amplitude in Bezug auf das gesamte (Gleichgewichts-)

Poloidalfeld $\tilde{B}_{1\theta}/B_{0\theta}$ zeigt an, ob die Moden zu makroskopischen Veränderungen des Gleichgewichtszustandes führen können (z.B. Disruptionen). Aus diesem Amplitudenverhältnis kann für eine resistive Instabilität nach Gl. 30 die Inselbreite berechnet werden.

- Die Amplitudenasymmetrie zwischen Außen- und Innenseite charakterisiert das Auftreten toroidaler Effekte sowie die treibende Kraft der Instabilität (wenn das Amplitudenverhältnis zwischen Außen- und Innenseite viel grösser als 1 ist, weist dies auf druckgetriebene Moden hin).

- Die Phasenkorrektur (λ -Merezhkin) macht ebenfalls eine Aussage über die Stärke toroidaler Korrekturen sowie über den Gleichgewichtsparameter $\beta_p + \ell_i/2$. Wie bereits in Kap. 2.5 erwähnt, ist die Abhängigkeit aber nicht direkt (d.h. modellgestützt) zur Auswertung von $\beta_p + \ell_i/2$ zu gebrauchen.

4.2 Signalvorverarbeitung

Die vom Rechner aufgenommenen Rohsignale der zeitlichen Ableitung der magnetischen Fluktuationen können für die im Folgenden beschriebene Auswertung zunächst softwaremäßig vorverarbeitet werden. Die beiden dazu im Rahmen dieser Arbeit implementierten Verfahren sollen hier zunächst beschrieben werden:

4.2.1 Integration der Signale

Da magnetische Sonden (Spulen) nur Flußänderungen detektieren, ergibt sich als natürliches Meßsignal für die Mirnov-Spulen die zeitliche Ableitung des fluktuierenden Magnetfeldes. Für kontinuierliche Moden ist das \dot{B} Signal praktisch gleich dem B -Signal, es ergibt sich lediglich eine Phasenverschiebung und man hat für die Amplitude einen Faktor ω zu berücksichtigen. Für nichtperiodische Vorgänge hingegen kann es interessant sein, die Signale aufzuintegrieren und somit eine Aussage über das fluktuierende Magnetfeld selbst zu machen. Es gibt sowohl die Möglichkeit, dies auf der Hardwareseite vorzunehmen, als auch die vom Meßwerterfassungssystem aufgenommenen Signale auf der Softwareseite numerisch zu integrieren. Da die für die Mirnov Diagnostik interessanten Fluktuationen klein im Vergleich zum Gleichgewichtspoloidalfeld sind (typisch $< 1\%$), ist eine on-line Integration nicht sinnvoll: Man könnte den Dynamikbereich der Meßwerterfassung nicht ausnutzen (anders ist das bei der Messung von B_r : Im Gleichgewicht ist $B_r = 0$ und eine on-line Integration ist möglich) Daher wurde der numerischen Integration der Vorzug gegeben. Es ergeben sich dabei generell zwei Probleme: Zum einen ist der Absolutwert des Magnetfeldes ohne weitere Informationen nicht anzugeben, da zur Festlegung der (additiven) Integrationskonstante eine Aussage über das zu Integrationsbeginn bereits vorhandene Magnetfeld gemacht werden muß, zum anderen erzeugt jeder noch so kleine Offset auf der Messung bei Integration eine künstliche Rampe, die dem wahren Magnetfeld überlagert wird.

Bei der numerischen Integration der Signale wird daher zunächst in einer stationären Phase der Offset als Mittelwert des B_θ -Signals ermittelt. Dieser Offset wird dann von jedem Wert abgezogen, die Meßsignale daraufhin einfach aufsummiert, d.h. der Integrand durch eine Treppenfunktion angenähert:

$$B_\theta(t_i) = \sum_{j=1}^i \dot{B}_\theta(t_j) \Delta t \quad (76)$$

Ein Beispiel für ein integriertes Signal einer Disruption in ASDEX zeigt Fig. 16. Deutlich ist der Effekt der Offsetkorrektur zu sehen, der die (künstliche) Rampe während der quasikontinuierlichen Mode entfernt.

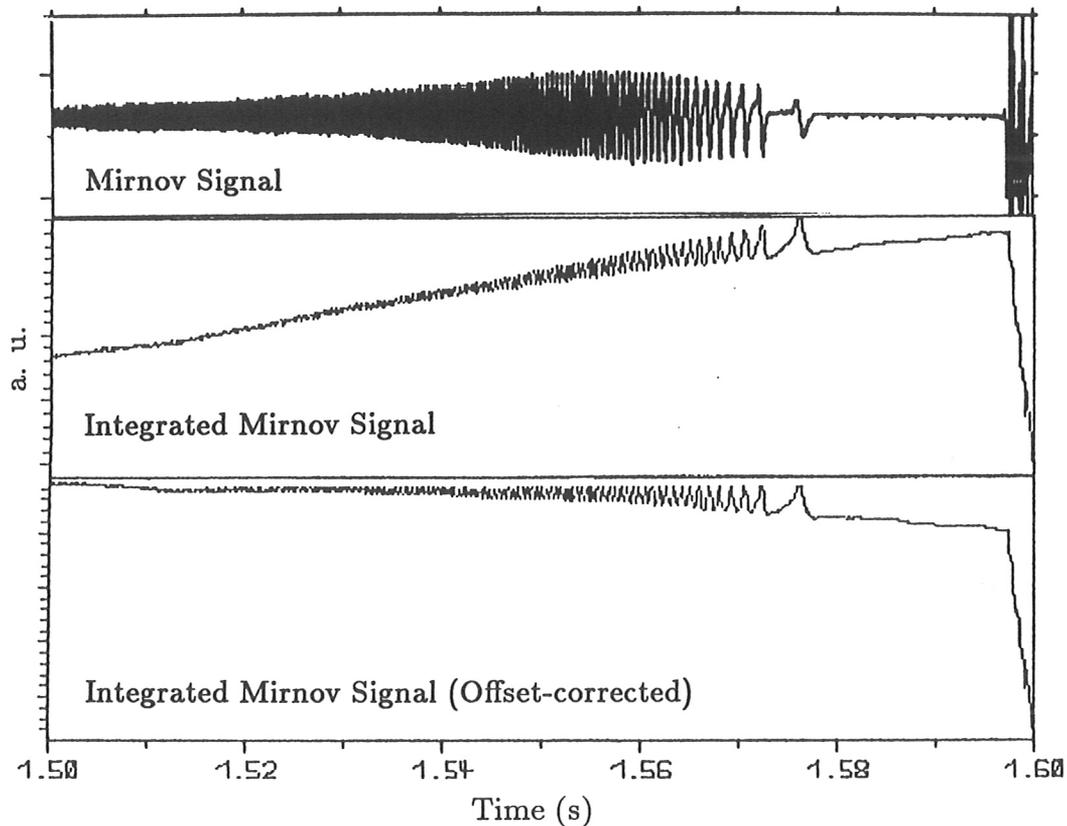


Abbildung 16: Rohsignal (a) und integriertes Signal ohne (b) bzw. mit (c) Offsetkorrektur

Eine Bestimmung des Absolutwertes des Magnetfeldes wird mit Zusatzinformation von anderen Diagnostiken durchgeführt: das aus der Stärke des Plasmastroms in einer stabilen Phase (Plateau) bestimmte Gleichgewichtspoloidalfeld liefert einen guten Wert für die Anpassung des Absolutwertes, zumal dieser um etwa drei Größenordnungen über dem Wert der Amplitude des fluktuierenden Feldes in einer quasistationären

Phase ohne signifikante MHD-Aktivität liegt. Hier muß aber wiederum berücksichtigt werden, daß die gerade bei Disruptionen auftretenden großen Feldstärkeänderungen zum Übersteuern des Meßsignals führen können. In solchen Fällen muß anschließend eine erneute Bestimmung des Absolutwertes vorgenommen werden.

Bei Diskussion der unintegrierten Signale von Mirnov-Sonden hat man für kontinuierliche Moden keine großen Fehler zu erwarten, anders ist dies bei schnellen Relaxationsvorgängen (die evtl. sogar aperiodisch ablaufen können). Das Beispiel der Disruption in Fig. 16 zeigt beide Extrema: Die vor der Disruption auftretende quasikontinuierliche Mode ist auf der \dot{B} -Spur genauso zu erkennen wie auf dem integrierten Signal, der Abfall des Poloidalfeldes nach der Disruption ist nur an Hand des integrierten Signales eindeutig zu identifizieren.

4.2.2 Ideale Frequenzfilterung

Die Auswertung der mit Mirnov-Spulen aufgenommenen Signale stützt sich im hier beschriebenen Teil der modellgestützten Analyse kohärenter MHD-Moden im wesentlichen auf die Annahme, daß die Zeitabhängigkeit der auftretenden Störungen im betrachteten Intervall als harmonisch angesehen werden kann. Man wählt daher aus dem Frequenzspektrum der Signale ein Frequenzfenster zur Rücktransformation aus. Bei besonders scharfen Peaks im Frequenzbereich ist es möglich, eine einzelne Frequenz zur Rücktransformation auszuwählen, man erhält dann natürlich auf jeden Fall eine harmonische Zeitabhängigkeit. Wichtig ist aber, daß die Filtermethode die Phasenbeziehung der einzelnen Sonden nicht verändert. Fig. 17 zeigt ungefilterte und gefilterte Signale einer $m=2$ Mode.

4.3 Modellgestützte Modenanalyse

Da die Hauptaufgabe der Mirnov Diagnostik die Analyse kohärenter MHD-Moden ist, werden im Folgenden mehrere Verfahren zur Bestimmung der Modenzahlen in toroidalen Geometrien beschrieben.

4.3.1 Spline Interpolationen

Eine einfache graphische Veranschaulichung der magnetischen Störung kann durch Interpolation der Amplituden des gemessenen fluktuierenden Feldes zu einem festen Zeitpunkt mit einer Splinefunktion durchgeführt werden. Trägt man die interpolierten Amplituden in einem Polardiagramm als Amplitude bezüglich eines Offsets, der für das Gleichgewichtsfeld steht, auf, so erhält man instruktive Darstellungen der magnetischen Störung. Ein Beispiel zeigt Fig. 18. Man beachte aber, daß der gewählte Radius des Offsetkreises für die Fluktuationen das wahre Größenverhältnis zwischen Gleichgewichts- und Störfeld um einen Faktor von ca. 10^3 überhöht.

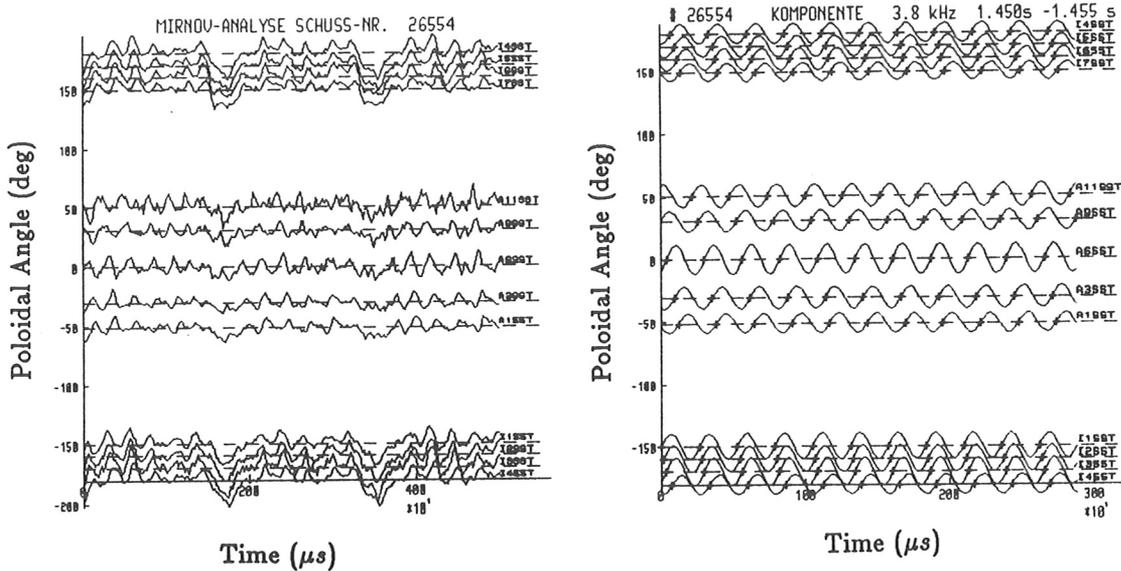


Abbildung 17: Signale einer $m=2$ Mode vor (a) und nach (b) der idealen Frequenzfilterung. Die Phaseninformation wird nicht verändert

Für niedrige Modenzahlen kann bei kontinuierlichen Moden durch einfaches Abzählen der Maxima eine Bestimmung der Modenzahl (im Beispiel Fig. 18 $m = 2$) vorgenommen werden. Bei höheren Modenzahlen muß berücksichtigt werden, daß der Spline stets die Interpolation mit der niedrigst möglichen Modenzahl vornimmt. Daher muß bei nicht ausreichender Anzahl von Sonden auf dem Umfangskranz weitere Information verarbeitet werden (Phasenlage). Dies gilt vor allem für den Tokamak ASDEX, da hier auf Grund der geschlossenen Divertorkonstruktion nur ein vergleichsweise kleiner poloidaler Winkelumfang mit Mirnovsonden erfaßt werden kann.

4.3.2 Phasen Fit und χ^2 Test

Eine bessere Methode zur Bestimmung höherer Modenzahlen erhält man über einen Phasenfit. Dazu trägt man die zeitlichen Meßsignale so auf, daß die Ordinate dem Umfangswinkel entspricht. Dann kann man mit dem Ansatz

$$\Phi = m(\theta + \lambda \sin \theta) + \delta_0 \quad (77)$$

die Phasenlage (z.B. der Nullstellen) der Signale anpassen. Hierbei bezeichnet θ die geometrische poloidale Winkelkoordinate, m ist die poloidale Modenzahl, λ ist der

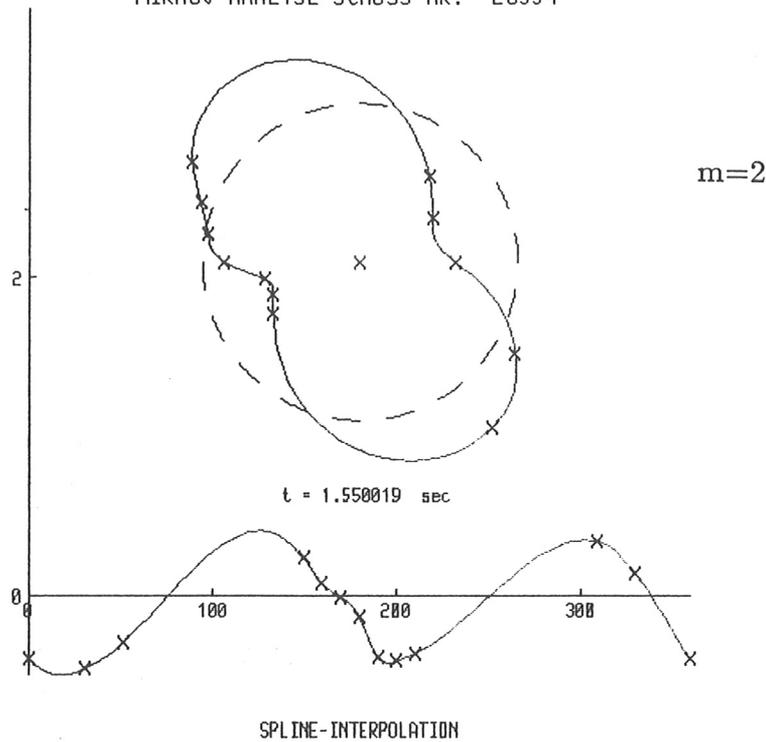


Abbildung 18: *Splineinterpolation in einem poloidalen Schnitt von ASDEX*

Merezhkin-Korrekturparameter (siehe auch Kap. 2.5) und δ_0 stellt eine beliebige Anfangsphasenlage dar. Fitparameter sind m , λ und δ_0 , Eingabedaten die Winkelpositionen der Mirnovsonden und Ausgabedaten die Phasendaten Φ_i der Mirnovsonden zu einem festen Zeitpunkt. Der Fit wird nach der Methode der kleinsten Quadrate durchgeführt und liefert die Modenzahl sowie den Parameter λ .

Als Maß für die Güte des Fits wird ein χ^2 -Test durchgeführt, wobei die Größe

$$\chi^2 = \frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n ((\Phi_f)_i - (\Phi_m)_i)^2 \quad (78)$$

berechnet wird. Hierbei stehen die Indices m bzw. f für gemessene bzw. gefittete Phasendaten; p ist die Anzahl der Fitparameter (hier $p = 3$). Diese Methode wurde für Mirnovoszillationen zuerst am TFTR verwendet [4]. Ein Beispiel für eine $m = 6$ Mode an ASDEX zeigt Fig. 19. Ein wichtiges Beispiel für die Anwendung des Verfahrens ist die Bestimmung der Modenzahlen während des Startups (siehe Kap. 5.5).

Um nach einem Phasenfit eine Darstellung von ähnlich instruktiver Aussage zu erhalten, wie es bei einer Splineinterpolation der Fall ist, kann man die gefittete Phasenbeziehung nach Gleichung (77) mit den Amplituden der jeweiligen Sonden multiplizieren und die so erhaltenen Werte wieder in einem Polarplot darstellen. Dabei wird bei dem im Rahmen dieser Arbeit angefertigten Auswerteprogramm auch die Tatsache der un-

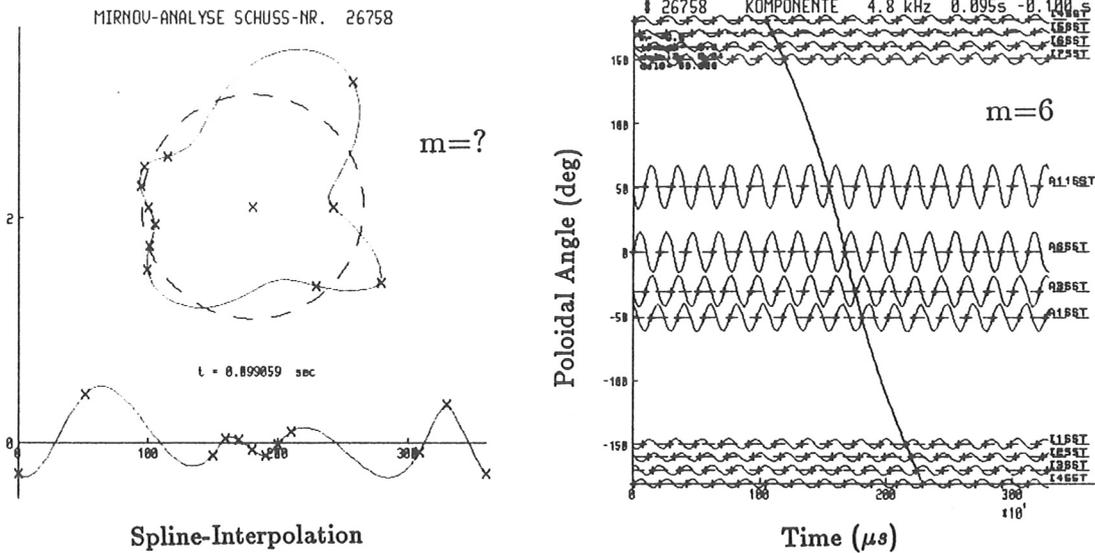


Abbildung 19: $m=6$ Mode mit Splineinterpolation (a) und mit Phasenfit (b) ausgewertet. Während mit der Splineinterpolation bei Abzählen der Maxima eine Modenzahl von $m = 3$ bestimmt würde, erhält man mit dem Phasenfit eine $m = 6$ Mode.

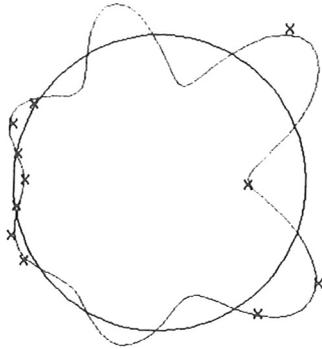
terschiedlichen Signalamplituden berücksichtigt. Um für den Plot zu interpolieren, werden die Amplituden auf dem Intervall $(0, 2\pi)$ mit

$$\hat{B}_{max}(\theta) = c_1 \cos(\theta) + c_2 \sin(\theta) + c_3 \quad (79)$$

angepaßt. Hierbei wurde wieder die Methode der kleinsten Quadrate verwendet. c_1 beschreibt die Innen-Außenasymmetrie, während c_2 die Oben-Unten-Asymmetrie charakterisiert (für ideale zylindersymmetrische Moden sollten c_1 und c_2 verschwinden). In der Praxis zeigt sich, daß auch Fluktuationen mit sehr großem Innen-/Außenkontrast auftreten. Fig. 20 zeigt Polarplots für das Beispiel der $m=6$ Mode aus Fig. 19.

Der hier beschriebene Auswertalgorithmus ist das im Rahmen dieser Arbeit grundsätzlich verwendete modellgestützte Auswertverfahren für die mit der idealen Frequenzfilterung behandelten Rohsignale. Abweichungen (z.B. Verwendung integrierter Signale) werden im Folgenden kenntlich gemacht. Eine Diskussion der Auswertung des globalen Modenverhaltens in ASDEX mit dieser Methode haben wir in [9] gegeben.

Original Amplitude



Normalized Amplitude

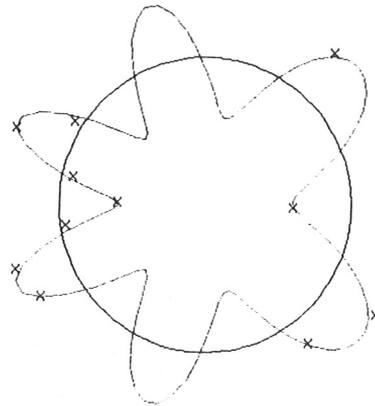


Abbildung 20: Polarplots phasengeftteter Daten (a) Amplitudenfit mit dem tatschlichen Innen/AuBen- und Oben/Untenkontrast entsprechenden Amplituden und (b) mit normierten Amplitude

4.4 Statistische Auswertung

Bei der statistischen Analyse der mit der Mirnov-Diagnostik aufgenommenen Daten wird keine Modellvorstellung zur Datenverarbeitung benutzt. Ziel dieser Analyse ist es, Korrelationen aufzuspüren und aus ihnen Rückschlüsse auf die Physik zu ziehen. Das mathematische Mittel, das im Rahmen der vorliegenden Arbeit angewendet wurde, ist die Hauptkomponentenanalyse. Diese Methode wird in Anhang B beschrieben. Im Normalfall sind die mit der Mirnov-Diagnostik aufgenommenen Daten hochkorreliert; für eine kohärente MHD-Mode zum Beispiel läßt sich eindeutig eine einfache Phasenbeziehung der einzelnen Meßsignale angeben. Dadurch kann eine Reduktion der Daten auf wenige unkorrelierte Größen durchgeführt werden.

Hier sollen einige Anwendungen die Leistungsfähigkeit der PCA für die Modenanalyse demonstrieren. An ASDEX mußte die Zahl der für die Mirnovdiagnostik zur Verfügung stehenden Kanäle auf maximal 15 beschränkt bleiben, da der vorhandene Datenerfassungsrechner gleichzeitig von den Kameras der Soft-X-Ray Tomographie benutzt wurde. Oftmals konnten aus dem gleichen Grund auch nur 6 Kanäle verwendet werden. Die Möglichkeiten einer PCA waren damit eingeschränkt. Für das Nachfolgeexperiment ASDEX-Upgrade wird dagegen ein leistungsfähigerer Computer

zur Verfügung stehen. Es ist vorgesehen, die PCA dort neben der modellgestützten Modenanalyse als ein zweites, modellunabhängiges Auswerteverfahren zu verwenden.

4.4.1 Filterung

Ein Beispiel soll die Möglichkeit der Filterung von Meßsignalen mit der PCA demonstrieren. Fig. 21 zeigt zwei Mirnov-Signale einer (4,1) Mode großen Innen-/Außenkontrasts (siehe auch 5.6). Deutlich sieht man zwei Komponenten des Signals: Eine schnelle sinusförmige Oszillation ($\nu=12$ kHz) und eine langsame stufenförmige Modulation ($\nu=0.6$ kHz).

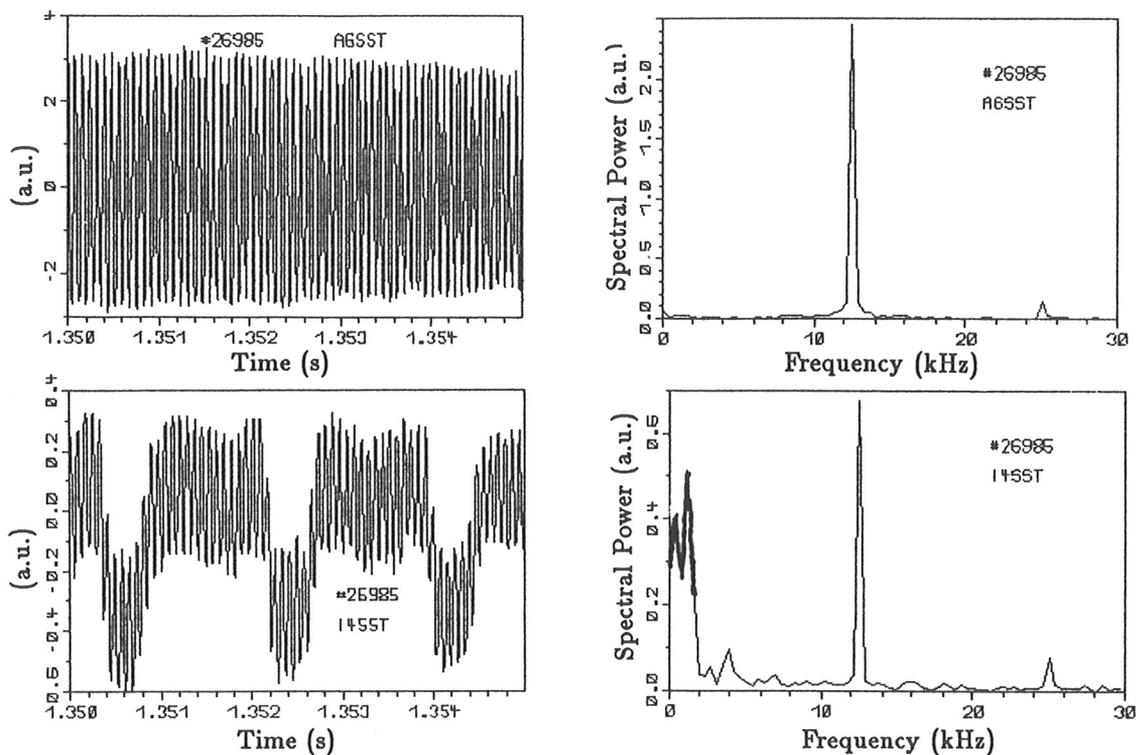


Abbildung 21: Mirnovsignale einer (4,1) Mode (12 kHz) aufgenommen in der Mittelebene außen (A6SST) bzw. Innen (I4SST). Innen ist ein stufenförmiges Störsignal (0.6 kHz) überlagert. Beide Frequenzen sind im Fourierspektrum von I4SST zu erkennen.

Während die schnelle Oszillation zu einer (4,1) MHD-Mode gehört, ist die langsame Modulation nicht auf MHD-Aktivität zurückzuführen. Sie stammt von der Regelung der Umfangsspannung, die über eine Thyristorphasenanschnittsteuerung mit einer Frequenz von 600 Hz realisiert ist und sich als Störsignal der Messung überlagert. In Fig. 21 ist im Fourierspektrum bereits zu erkennen, daß es sich hier nicht um eine sinusförmige Störung handelt: Die erste Harmonische (doppelte Frequenz) ist stark ausgeprägt.

Man kann nun die PCA auf die mit den Mirnovspulen aufgenommenen Signale anwenden. Dabei erhält man einen Satz von 10 Eigenvektoren und die zugehörigen Eigenwerte. Betrachtet man die Fourierspektren der Hauptkomponenten, so erkennt man, daß die Hauptkomponenten 1 und 2 nur die hohe Frequenz der Mode zeigen, während die Hauptkomponente 3 im wesentlichen die Projektion der Thyristorspikes darstellt. Fig. 22 zeigt die Fourierspektren und die Eigenwerte.

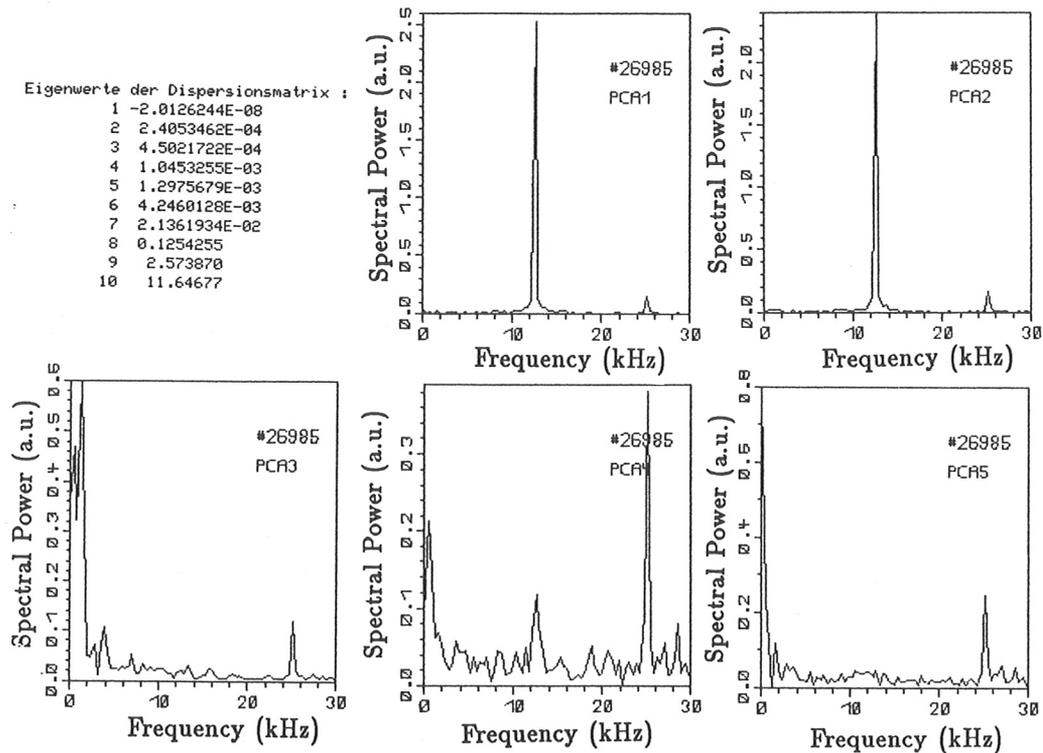


Abbildung 22: Fourierspektren ersten fünf Hauptkomponenten und Eigenwerte der Kovarianzmatrix für die oben gezeigten Signale.

Man zerlegt zunächst den ganzen Datensatz in die Hauptkomponenten. Zur Filterung bezüglich einer gesuchten Eigenschaft werden alle anderen Hauptkomponenten zu Null gesetzt. Dann wird die Rücktransformation ausgeführt. Dabei ist die Rücktransformationsmatrix gerade die Transponierte der durch die PCA gewonnene Matrix der Eigenvektoren (orthogonale Transformation, da die Kovarianzmatrix symmetrisch ist). Fig. 23 zeigt die so gefilterten Signale. Dabei wurde einmal die MHD-Mode präpariert (d.h. Verwendung der ersten beiden Eigenvektoren), zum anderen die Thyristorspikes (Verwendung von Eigenvektor 3).

Eine Betrachtung der Statistik zeigt, daß alle drei Hauptkomponenten deutlich über der Signifikanzgrenze Gl. (94) liegen. Unterstellt man einen Meßfehler von 1% in der Amplitude (0.1V) so sollte für $p=10$ ein signifikanter Eigenwert größer als $0.05V^2$ sein. Wie Fig. 22 zeigt, ist dies für alle drei Hauptkomponenten erfüllt. Wenngleich die PCA keine Hilfe für die Interpretation der Komponenten liefert, so eignet sie sich hingegen

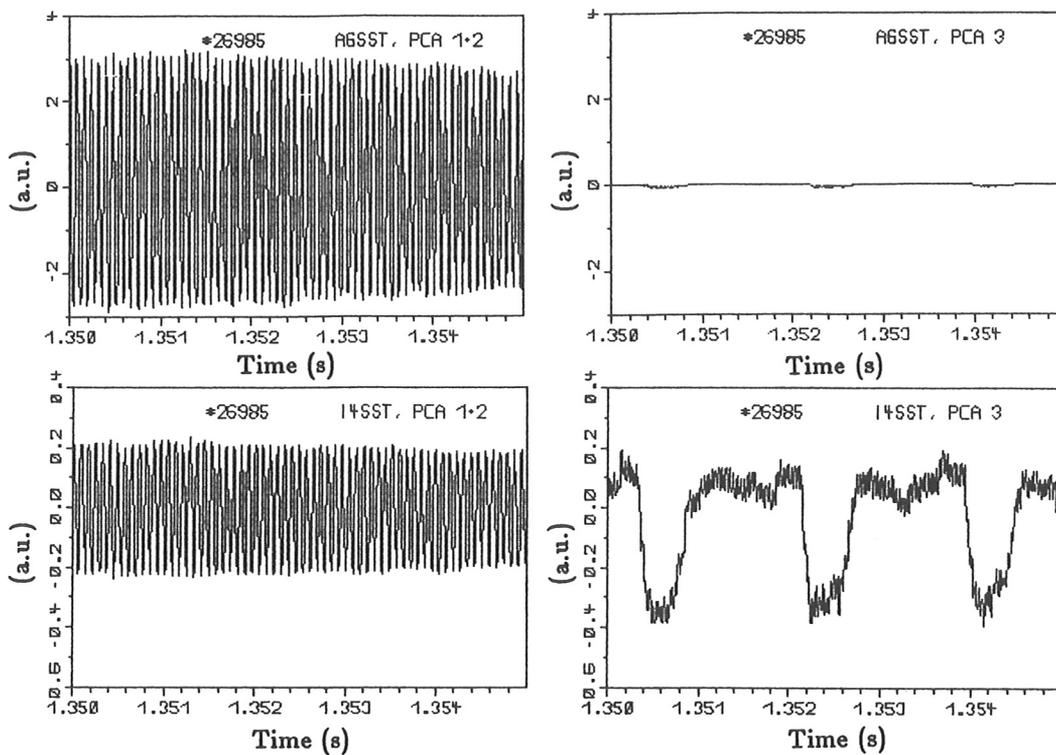


Abbildung 23: Gefilterte Signale der oben gezeigten Rohdaten für die Außenseite (oben) und die Innenseite (unten) des Torus. Links die ausgefilterte MHD-Mode; rechts die ausgefilterten Thyristorspikes.

hervorragend, um bekannte oder unbekannte Signalanteile auszufiltern, die dann durch Modellansätze einer Identifikation zugeführt werden müssen. Dabei ist sie für nicht-sinusförmige Signale durch die automatische Wahl der adäquaten Eigenvektoren einer Fourierfilterung überlegen.

4.4.2 Präparation von Moden

Im vorhergehenden Kapitel wurde gezeigt, wie mit Hilfe der PCA Signale gefiltert werden können. Ist es für die Präparation bestimmter Signalanteile nicht wichtig, die gefilterten Rohdaten zu sehen, so kann auf die Rücktransformation verzichtet werden. Man betrachtet dann direkt die Projektion auf bestimmte Eigenvektoren, d.h. ausgewählte Hauptkomponenten, die signifikant für bestimmte Anteile in den Rohdaten sind. Ein Beispiel hierfür findet sich in Kap. 5.4. Das verwendete Verfahren zur Präparation von Moden ist analog zur an einigen Experimenten verwendeten Methode, fest verdrahtete Sondenkombinationen zur Präparation zu benutzen: die Signale einzelner Sonden werden mit Bewertungsfaktoren versehen, die Addition der bewerteten Signale ergibt dann die Amplitude einer speziellen Mode. Die Bewertungsfaktoren ergeben sich aus den Eigenfunktionen der zu beobachtenden Moden: Werden z.B. die

Signale eines poloidalen Sondenkranzes mit $\sin(2\theta_i)$ multipliziert (θ_i = Ort der entsprechenden Sonde), so erhält man eine $m=2$ Komponente. Solchen Verfahren ist die PCA überlegen, da sie die Eigenfunktionen ohne Modellannahme findet. Fig. 24 zeigt das für eine $m=2$ Mode: Die zugehörigen Eigenvektoren stellen gerade Sinus- und Cosinus-Komponente der $m=2$ Struktur dar. Die Eigenvektoren tragen aber die toroidale Korrektur: Die Wellenlänge ist auf der Innenseite kleiner als auf der Außenseite. Ermittelt man den Merezhkin Korrekturparameter für die gezeigten Eigenvektoren, so erhält man $\lambda = 0.2$. Dieser Wert wird auch durch Anpassung mittels modellgestützter Auswertung erhalten.

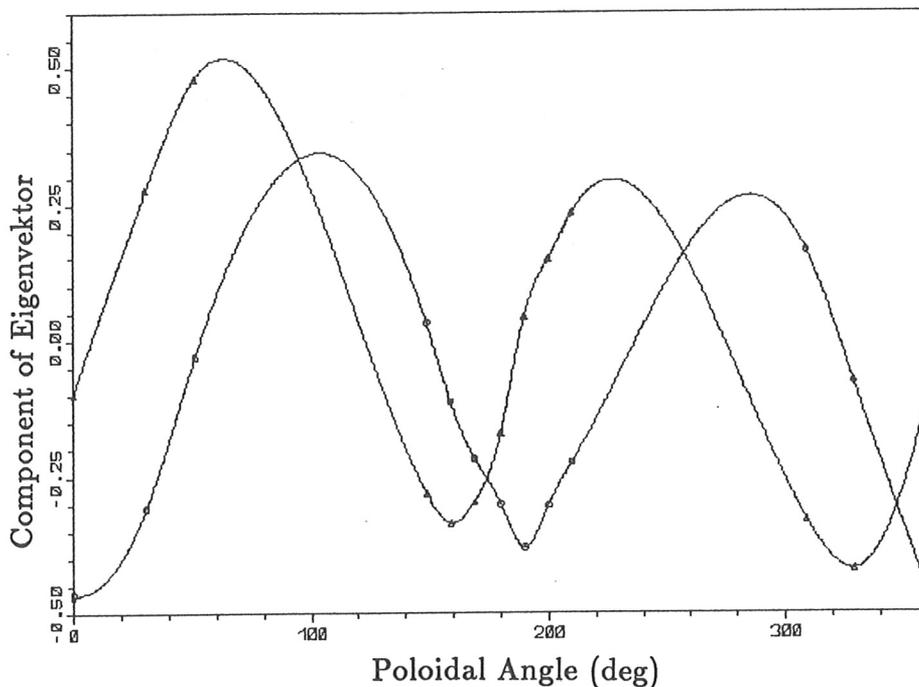


Abbildung 24: Bestimmung toroidaler Eigenfunktionen von MHD Moden mit PCA: Eigenvektoren einer $m=2$ mit toroidaler Korrektur.

Das hier vorgestellte Verfahren läßt sich auch auf Tokamaks anwenden, in denen die Eigenfunktionen der Moden nicht bekannt sind. Es soll an ASDEX-Upgrade vor allem im Hinblick auf elongierte Plasmen angewendet werden. Außerdem ist nach einmaligem Auffinden der Eigenvektoren die Möglichkeit zur schnellen Datenanalyse gegeben: Die Projektion auf einen Eigenvektor erlaubt die Aktivität der zugehörigen Modenzahl zu bestimmen.

An dieser Stelle soll auch noch ein Beispiel für die im Anhang B gegebene geometrische Deutung der PCA als Hauptachsentransformation gezeigt werden. In Fig. 25 sind für das Beispiel der $m=2$ Mode aus Fig. 24 die Hauptkomponenten 1 und 2 bzw. 1 und 3 gegeneinander aufgetragen. Man erkennt, daß Hauptkomponente 1 und Hauptkompo-

nente 2 eine Ellipse aufspannen, deren Halbachsen in Richtung der Koordinatenachsen liegen. Hauptkomponente 3 enthält dagegen einen schwachen Anteil der ersten Harmonischen (doppelte Frequenz): Man erkennt eine liegende Acht, d.h. in Richtung der dritten Hauptkomponente variiert das Signal mit doppelter Frequenz.

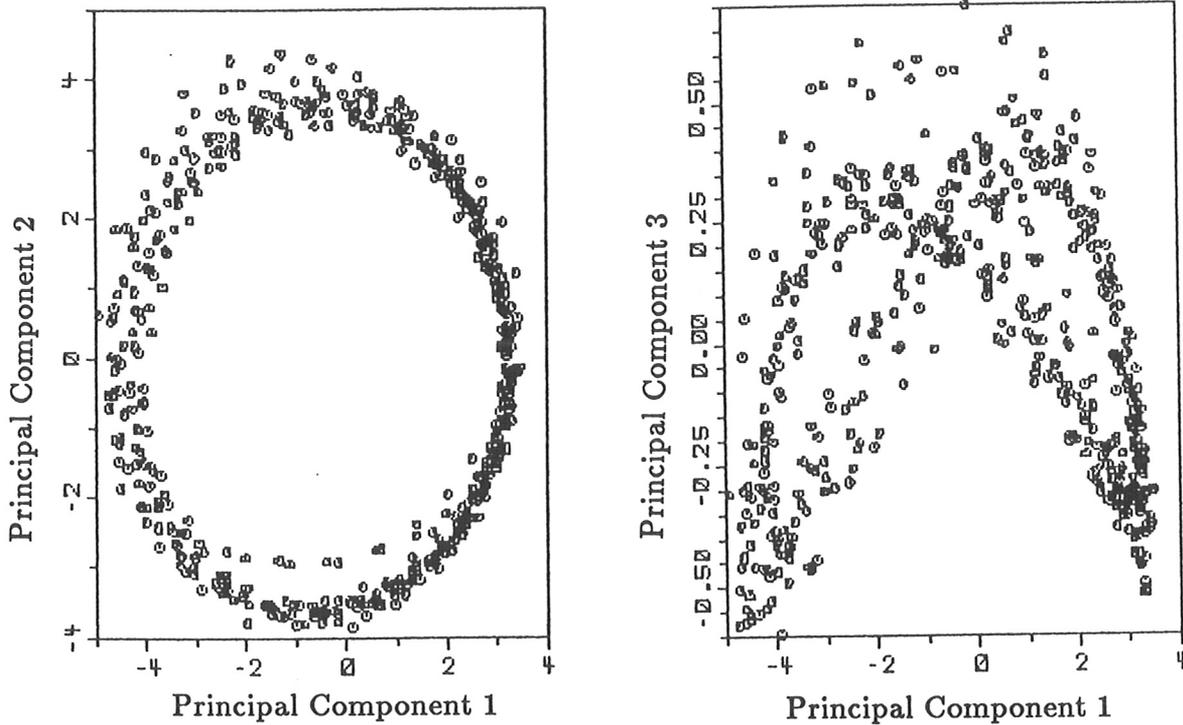


Abbildung 25: Auftragung der Hauptkomponenten der $m=2$: a) Hauptkomponente 1 gegen Hauptkomponente 2 bildet eine Ellipse; b) Hauptkomponente 1 gegen Hauptkomponente 3 zeigt den Anteil der ersten Harmonischen in Hauptkomponente 3.

4.4.3 Datenreduktion

Die PCA kann auf zwei Arten zur Datenreduktion verwendet werden:

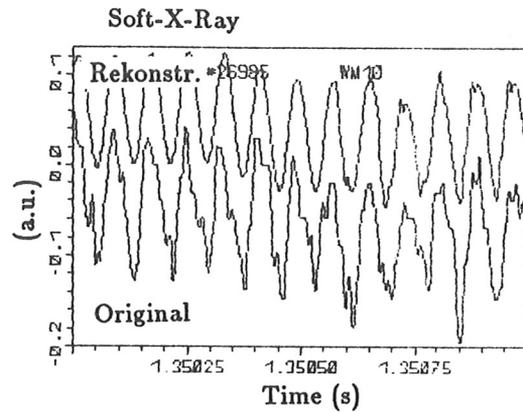
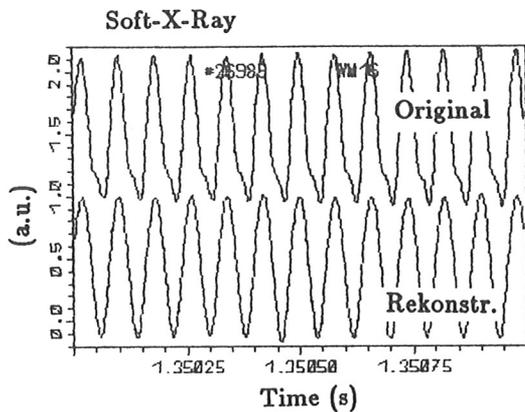
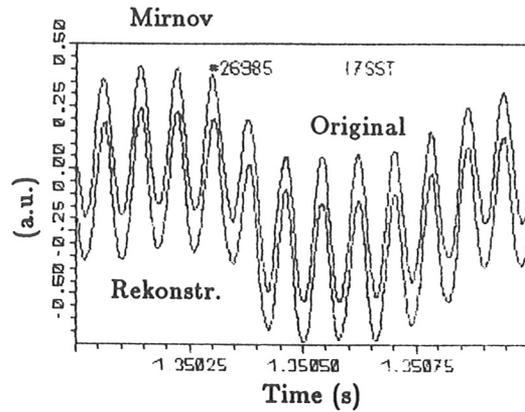
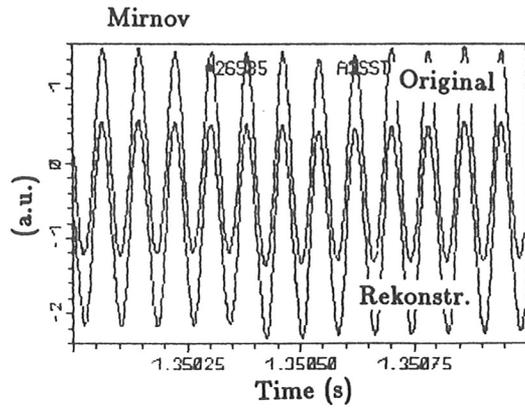
Zum einen kann die Auswertung auf die Präparation bekannter Moden durch Projektion auf wenige bereits vorher bestimmte Eigenvektoren beschränkt werden. Dies ist als routinemässige Anwendung denkbar.

Zum anderen kann die PCA zur Reduktion des Datensatzes auf signifikante Hauptkomponenten mit Möglichkeit zur teilweisen Rekonstruktion der Originalsignale verwendet werden. Dazu wird mit dem gesamten Datensatz auf Zeitintervallen, in denen keine gravierende Änderung der Plasmaparameter zu erwarten ist (z.B. 10 ms), eine PCA durchgeführt. An Hand der Eigenwerte wird die Anzahl der signifikanten Hauptkomponenten bestimmt. Hierzu kann einerseits das Signifikanzkriterium Gl. (94) herangezogen werden, andererseits kann das Verhältnis eines einzelnen Eigenwertes zur Summe

der Eigenwerte betrachtet werden, da die Eigenwerte gerade die Varianz längs des zugehörigen Eigenvektors angeben. Im folgenden wird ein Beispiel für dieses Kriterium gegeben.

Fig. 26 zeigt die Datenreduktion für einen Datensatz von 26 Signalen der Mirnovdiagnostik sowie der Diagnostik der weichen Röntgenstrahlung (Soft-X-Ray Diagnostik). Anwendung der PCA auf ein Zeitintervall von jeweils 10 ms des Datensatzes liefert z.B. die in Fig. 26 gezeigten Eigenwerte. Setzt man sich als Limit, daß die Signifikanzgrenze eines Eigenvektors dann erreicht ist, wenn der zugehörige Eigenwert kleiner als 1% der Summe aller Eigenwerte ist, so bewertet man hier 4 von 26 Eigenwerten als signifikant.

Man kann nun die Hauptkomponenten der signifikanten Eigenwerte berechnen und diese zusammen mit den Eigenvektoren abspeichern. Der so entstehende Datensatz hat eine Größe von 16% des Originaldatensatzes. Die Rekonstruktion der Rohdaten erfolgt mit der Umkehrtransformation, d.h. durch Multiplikation mit dem Transponierten der reduzierten Transformationsmatrix. Fig. 26 zeigt auch die durch Rücktransformation gewonnenen Signale. Man sieht, daß rein sinusförmige Signale wie sie typisch für die Mirnovdiagnostik sind, sehr gut rekonstruiert werden können, während Feinheiten, wie sie häufig auf den Soft-X-Signalen beobachtet werden, verschwinden. Solche Feinheiten können aber bei der Tomografie der Soft-X-Strahlung von entscheidender Bedeutung sein. Diese Methode der Datenreduktion ist also nur mit Vorsicht anwendbar.



Eigenwerte der Dispersionsmatrix :

1	2.3845932E-09	14	3.1139670E-04
2	1.1846605E-05	15	4.6776564E-04
3	3.9988805E-05	16	6.2321022E-04
4	6.0728317E-05	17	7.1082899E-04
5	7.8122597E-05	18	9.9306651E-04
6	8.4269021E-05	19	2.0287049E-03
7	1.1737449E-04	20	3.6531230E-03
8	1.4250279E-04	21	2.0316873E-02
9	1.4889879E-04	22	3.4682412E-02
10	1.9189274E-04	23	0.1630053
11	2.1499235E-04	24	2.630354
12	2.4293612E-04	25	3.600704
13	2.7501973E-04	26	11.07403

Abbildung 26: Datenreduktion mit PCA: Originaldaten und rekonstruierte Daten von Mirnovsignalen an der Außenseite (oben links) sowie der Innenseite (oben rechts) des Torus sowie linienintegrierte weiche Röntgenstrahlung (Soft-X-Ray) aus dem Zentrum (mitte links) sowie vom Rand (mitte rechts) des Plasmas. Es wurden 4 von 26 Eigenwerten verwendet; dies entspricht einer Datenreduktion um einen Faktor 6.

5 Experimentelle Ergebnisse

Im folgenden Kapitel werden die mit den oben vorgestellten Meß- und Auswertemethoden erhaltenen experimentellen Ergebnisse erläutert. Für das Mode Locking liegt der Schwerpunkt auf der Interpretation und der Korrelation mit den Messungen anderer Diagnostiken. Wie sich im Laufe der Arbeit herausstellte, ist der Prozeß des Mode Locking in ASDEX häufig Indikator für den Plasmazustand oder eine bevorstehende Zustandsänderung (Disruption). Daher wird zunächst ein konsistentes Bild des Mode Locking entwickelt und dann die MHD-Aktivität verschiedener Einschlußszenarien diskutiert, wobei ein Schwerpunkt auf der erstmals an einem Tokamak angewendeten Technik des Mode-Unlocking durch Erhöhung des auf das Plasma angewendeten Drehmomentes liegt.

5.1 Mode Locking in ASDEX

5.1.1 Phänomenologie des Mode Locking

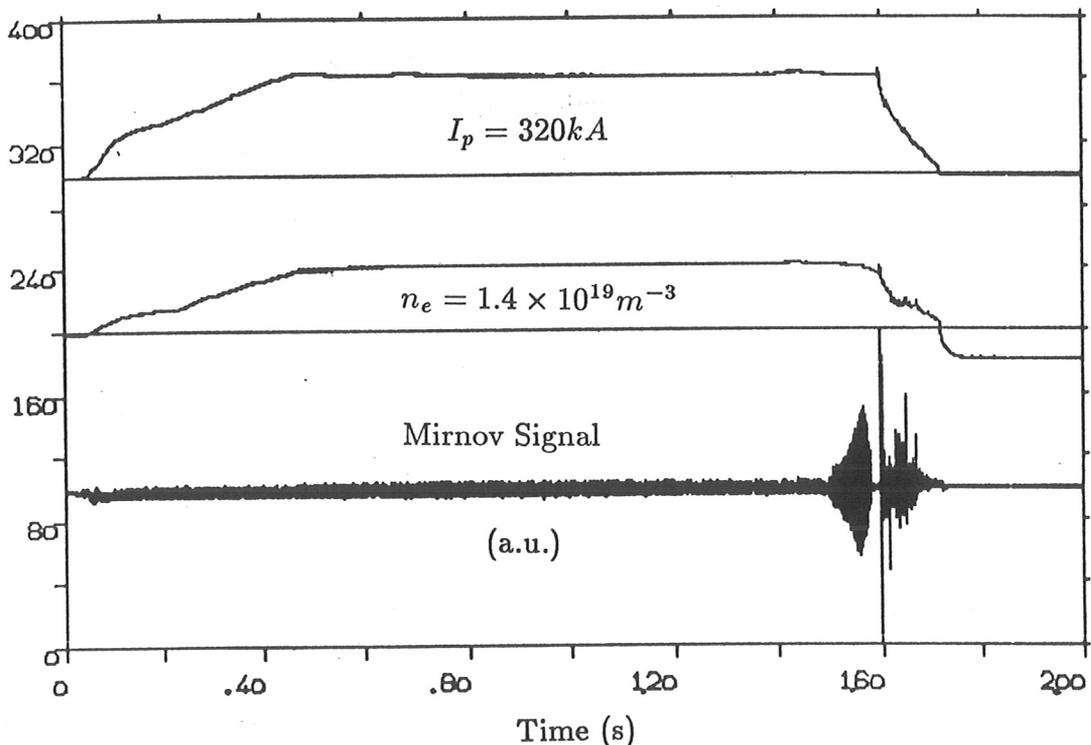


Abbildung 27: Verlauf von Strom, Dichte und Mirnovsignal von ASDEX Schuß 26554: Eine $m=2$ Mode wird bei $t=1.5$ s destabilisiert; der Schuß endet disruptiv bei $t=1.6$ s.

Figur 27 zeigt ein Beispiel einer Locked Mode: Durch Anwendung von Lower Hybrid Current Drive (LHCD) wurde das Stromprofil instabil gegen die (2,1) Tearing

Mode (siehe auch Kap. 5.2). Es bildet sich eine Mode mit zunächst rasch wachsender Amplitude aus. Dann folgt eine Sättigungsphase. Auf der Mirnovspur zeigt sich eine Abnahme der Frequenz und das differenzierte Signal verschwindet; integriert man aber das Signal, erhält man in dieser Phase ein nahezu lineares Wachstum des Störfelds (Fig. 28). Auch nachdem die Phasengeschwindigkeit der Mode auf Null gesunken ist und damit das Mirnovsignal verschwindet, bleibt die Störung des Magnetfelds bestehen.

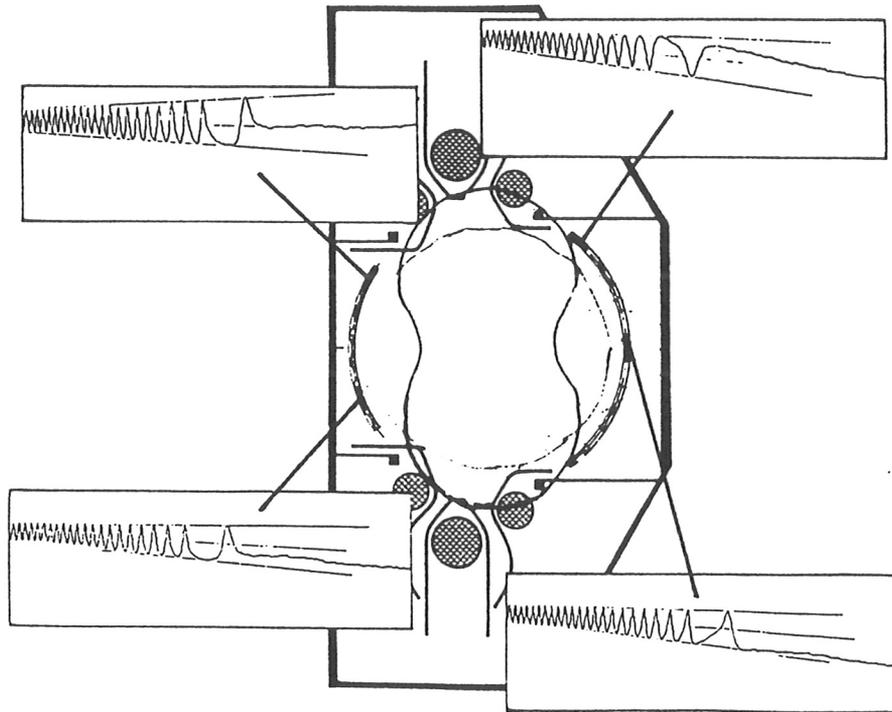


Abbildung 28: Integrierte magnetische Daten einer Locked Mode. Die Bestimmung der Phasenlage der Locked Mode relativ zum Vakuumgefäß ist für einen poloidalen Schnitt an der Position des Sondenkranzes eingezeichnet

Figur 28 zeigt auch, wie aus den integrierten Mirnovsignalen die Phasenlage der Modenstruktur bezüglich des Vakuumgefäßes bestimmt werden kann. Diese Phasenlage ist für alle Szenarien, in denen an ASDEX Locked Modes beobachtet wurden, innerhalb eines Winkelbereichs von ca. 5 Grad im poloidalen Winkel identisch, dies gilt sowohl für zusatzgeheizte Plasmen (Lower Hybrid, Neutralinjektion) als auch für ohmsche Plasmen (Mode Locking bei Dichtelimit und früher Disruption). Diese Position ist durch die (2,1) Komponente eines durch die technische Realisierung des Experiments vorhandenen Störfelds vorgegeben. Ein weiteres Charakteristikum des Mode Locking läßt sich in Figur 28 erkennen: Die Signalfrequenz der Mode geht nicht kontinuierlich gegen Null; es existiert vielmehr eine untere Grenzfrequenz, bei deren Erreichen die Mode abrupt stehenbleibt. Außerdem erkennt man, daß die Mirnovsignale kurz vor dem Eintreten des Mode Locking stark von der Sinusform abweichen. Beide Effekte

hängen miteinander zusammen und können mit dem in dieser Arbeit erstmals verwendeten Modell, das sowohl die resistive Wand als auch ein Störfeld einbezieht, gedeutet werden.

Figur 27 zeigt die zeitliche Entwicklung von Strom und Dichte: Während in anderen ASDEX Schußszenarien Locked Modes für längere Zeit existieren können (bis zu 2 Sekunden), ohne daß eine Disruption eintritt, folgt bei diesem Schuß auf das Mode Locking sehr rasch (nach 20 ms) eine Disruption. Mode Locking tritt auch in anderen Tokamaks häufig als Precursor für Disruptionen auf (siehe z.B. Wesson [14]). Persson und Bondeson [15] haben versucht, dies dadurch zu erklären, daß die leitende Wand für eine Mode ihre stabilisierende Wirkung verliert, wenn die charakteristische Zeitskala der Magnetfeldänderung groß gegen die resistive Skinzeit des Gefäßes ist, und somit eine Locked Mode eine größere Anwachsrate haben sollte. Diese Stabilisierung ist aber in ASDEX nur bei niedrigen Werten von q_a signifikant, da dann die resonante Fläche nahe an der Wand liegt ($r_{res}/b = 1.5$).

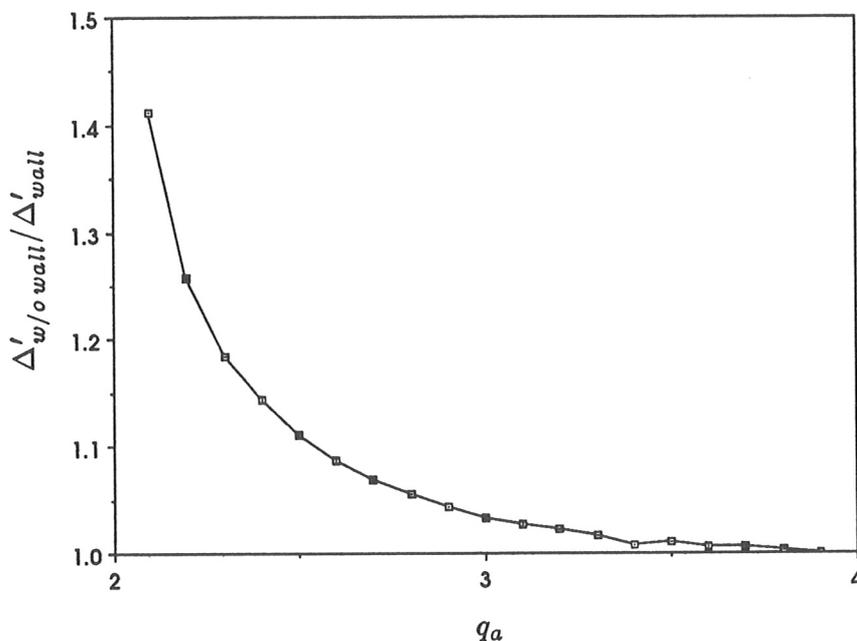


Abbildung 29: Δ' Analyse für eine (2,1) Mode in ASDEX Geometrie in Abhängigkeit von q_a mit und ohne Stabilisierung durch eine leitende Wand. Das verwendete Stromprofil hatte die Form $j(r) = j_0(1 - (r/a)^2)^2$. Auf der Ordinate aufgetragen ist das Verhältnis von Δ' ohne Wand zum unter Annahme einer leitenden Wand berechneten Δ' Wert.

Fig. 29 zeigt die q_a -Abhängigkeit des Instabilitätsparameters Δ' für die (2,1) Mode ohne Wand und in Anwesenheit der Wand für die ASDEX Geometrie. Für $q_a > 3$ liegt die Erhöhung von Δ' bereits unter 5%. Die Anwachsrate der Mode ist in der linearen Theorie $\propto (\Delta')^{4/5}$ (Gl. (87)), variiert also sogar noch schwächer als Δ' . Dies

ist konsistent mit der Beobachtung, daß in ASDEX im Normalfall nach Eintreten von Mode Locking keine signifikante Änderung in der Rate des Modenwachstums eintritt. Ein weiterer interessanter Aspekt der Tearing Moden ist die Tatsache, daß der radiale Transport über eine Insel wegen der Verbindung unterschiedlicher Radien durch geschlossene Flußflächen stark erhöht ist. Man erwartet daher eine Abflachung des Druckgradienten über die Inselbreite. Bei JET wurde Evidenz für eine Schulter des Temperaturprofils im Inselbereich gefunden [16], an ASDEX mit Hilfe eines Mikrowelleninterferometers auch eine Stufe im Dichteprofil festgestellt [17]. Figur 30 zeigt ein solches Dichteprofil, aufgenommen während einer Locked Mode.

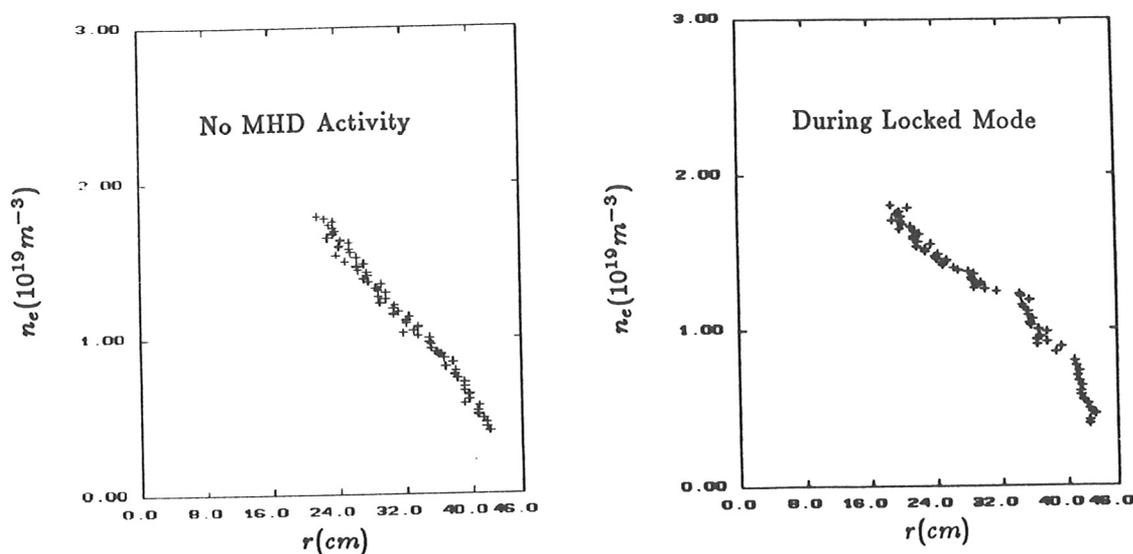


Abbildung 30: Dichteprofil eines ASDEX Schusses in einer Phase ohne MHD-Aktivität und in einer Phase mit Locked Mode bei $r=31$ cm.

Die (2,1) Tearing Mode hat also durchaus makroskopische Auswirkung auf den Teilcheneinschluß und die Ausbildung der Profilformen. Dies wird vor allem deutlich bei Entladungen, in denen Locked Modes über längere Zeiten auftreten. Die Energieeinschlußzeit kann in solchen Entladungen bis auf ein Viertel des ursprünglichen Wertes absinken. Ein Beispiel zeigt Fig. 31. Eine Locked Mode tritt bereits vor dem Beginn der Zusatzheizung (Lower Hybrid) auf und bleibt während der ganzen Entladung bestehen. Eine Analyse der toroidalen Winkelabhängigkeit der Leistungsdeposition auf den Divertorplatten zeigt für diesen Schuß eine deutliche $n=1$ Struktur. Die Maxima der Deposition im oberen und unteren Divertor sind durch eine Feldlinie verbunden; diese verläuft wiederum längs des X-Punktes der Mode, also des Bereiches, in dem stochastisches Aufbrechen von Feldlinien zu erwarten ist.

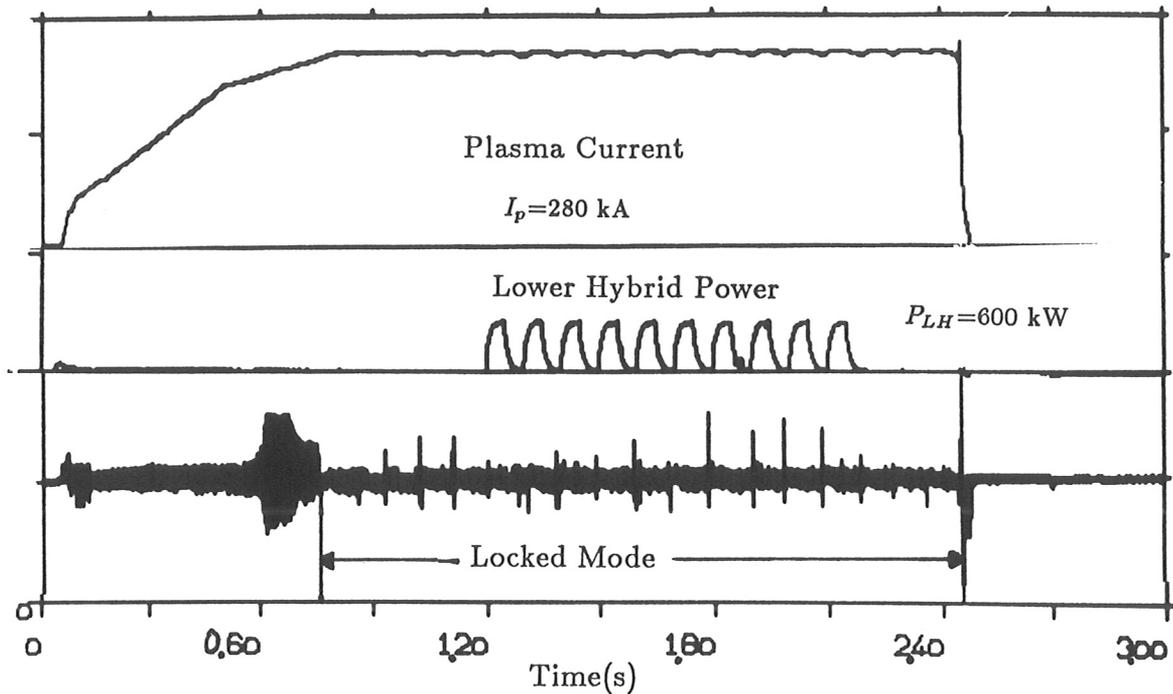


Abbildung 31: *Langes Mode Locking bei ASDEX Schuss 31003: Während der Deposition der Lower Hybrid Heizleistung lag eine Locked Mode vor.*

5.1.2 Interpretation der magnetischen Daten

In Kapitel 2.7 wurde gezeigt, daß es zwei Mechanismen der Entstehung einer Bremskraft auf rotierende Moden gibt: Die durch Wechselwirkung mit der Gefäßwand entstehende Kraft (68) und die Kraft durch die Wechselwirkung mit der (2,1) Komponente des Störfeldes (69), das durch Abweichungen bei der Positionierung und der Form der Vakuumfeldspulen erzeugt wird. Durch das Zusammenspiel dieser Kräfte tritt Mode Locking ein. Der zeitliche Verlauf des Vorgangs wird durch die Bewegungsgleichung für eine rotierende Mode

$$T \frac{d^2 \theta}{dt^2} = (F_{rw} + F_{ef})R \quad (80)$$

beschrieben. Dabei ist T das Trägheitsmoment bezüglich der Rotation um eine vorgegebene Achse und R der Abstand, bei dem die Kraft angreift. θ ist die Winkelkoordinate, längs derer sich die Mode bewegt. Wie bereits erwähnt, ist die Kraft auf die Mode immer senkrecht zu den Feldlinien des Gleichgewichtsfelds gerichtet und somit vorwiegend poloidal. Da aber eine poloidale Rotation in toroidaler Geometrie stark gedämpft wird [18], ist die Modenbewegung zumindest für Fälle, in denen hauptsächlich die makroskopische Geschwindigkeit des Gesamtplasmas für die Modenbewegung verantwortlich

ist, trotzdem vorwiegend toroidal (dies ist zum Beispiel bei starker Neutralinjektion der Fall). Man braucht daher in der Bewegungsgleichung für solche Fälle nur die toroidale Koordinate zu betrachten. Das Trägheitsmoment der Mode ist dann bezüglich der Rotation um die Symmetrieachse des Torus im Abstand R_0 zu bestimmen. Als Masse wird zunächst nur die in der Inselstruktur eingeschlossene Plasmamasse berücksichtigt, da die Bremskraft direkt auf die Inselstruktur ausgeübt wird (im nächsten Kapitel wird auch die viskose Reibung mit dem übrigen Plasma berücksichtigt werden). Drückt man das Störfeld der Mode durch die Inselbreite aus (Gl. (30)) und setzt die entsprechenden Ausdrücke für Trägheitsmoment und Winkelkoordinate ein (für die Modenfrequenz entspricht eine poloidale Winkelgeschwindigkeit von $\frac{\omega}{m}$ einer toroidalen Winkelgeschwindigkeit von $\frac{\omega}{n}$), so ergibt sich schließlich die folgende Bewegungsgleichung in toroidaler Richtung:

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} = \alpha W^3 \frac{\Omega\tau}{1 + (\Omega\tau)^2} + \beta W \sin(n\phi) \quad (81)$$

Dabei ist $\Omega = \dot{\phi}$ die toroidale Winkelgeschwindigkeit, die für eine $n=1$ Mode gleich der Signalfrequenz ω ist. Die Konstanten α und β sind durch

$$\alpha = \frac{m^2}{0.63 \times 256} \frac{B_t^2 q'^2}{R_0^4 q^4 \mu_0 \rho} \left(\frac{r_{res}}{b}\right)^{2m-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{q}{\epsilon}\right)^2}} \quad (82)$$

$$\beta = \frac{m^2}{0.63 \times 128} \frac{I_{ext} B_t q'}{R_0^4 r_{res} q^2} \left(\frac{r_{res}}{a}\right)^m \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{q}{\epsilon}\right)^2}} \quad (83)$$

gegeben. Dabei ist ρ die Massendichte des Plasmas auf der resonanten Fläche. Bei der Bestimmung des Trägheitsmoments wurde eine effektive Inselbreite verwendet (siehe Gl. (86)). Man beachte, daß die Inselbreite nicht in der durch die Kraft gegebenen Potenz eingeht, da das Trägheitsmoment zusätzlich die Inselbreite linear enthält.

Die Bewegungsgleichung (81) wird nun numerisch mit einem Differenzenverfahren integriert. Dabei können alle in die Gleichung eingehenden physikalischen Größen bis auf den Störstrom I_{ext} direkt aus dem Experiment bestimmt werden. Für die Dichte im Inselbereich wird der mit YAG-Thomson Streuung bestimmte Wert benutzt, die zeitliche Entwicklung der Inselbreite liefert die Mirnov Diagnostik. Mit diesen Daten versucht man, den zeitlichen Verlauf der Winkelgeschwindigkeit zu modellieren, wobei der noch unbekannte Wert des Störstroms I_{ext} als Fitparameter variiert wird. Zur Bestimmung des Einflusses des Störfelds wurde zunächst eine Simulation des zeitlichen Verlaufs der Winkelgeschwindigkeit und damit auch der Mirnovsignale unter Vernachlässigung der Wechselwirkung mit der Gefäßwand durchgeführt. Figur 32 zeigt das Ergebnis einer solchen Simulation: Man sieht, daß für den hier gewählten Wert für I_{ext} von 310 A die stark anharmonischen Formen der Mirnovsignale recht gut wiedergegeben werden können.

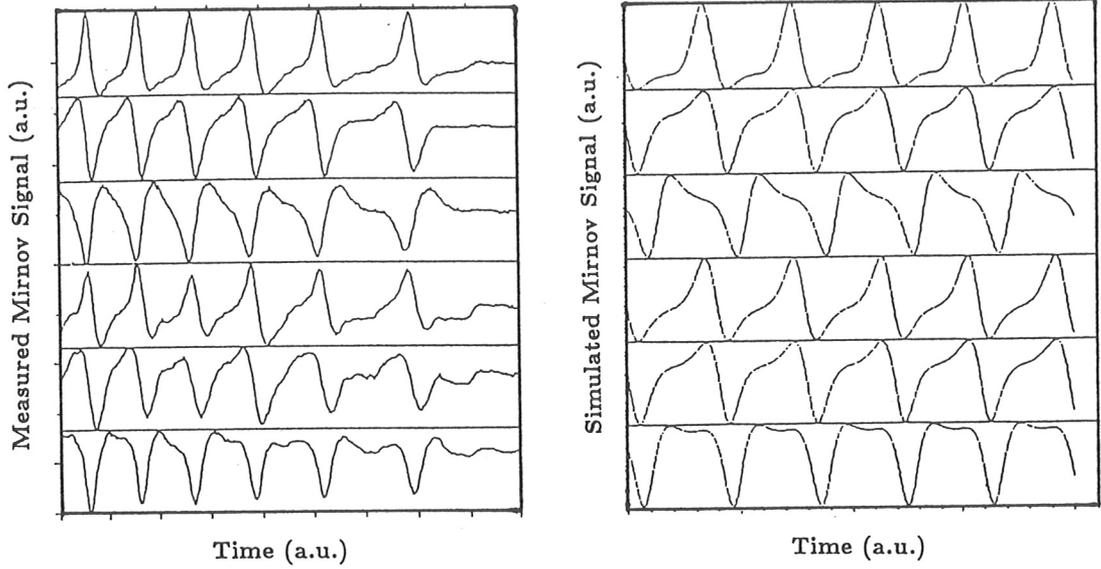


Abbildung 32: Gemessene (a) und simulierte (b) Mirnovsignale beim Mode Locking für verschiedene Positionen im Torus. In der Simulation wurde nur die Wechselwirkung mit dem Störfeld berücksichtigt, sodaß zwar die Anharmonizität der Signale, nicht aber das Mode Locking selbst reproduziert wird.

Mode Locking tritt allerdings nicht ein; dieser Effekt kann nur unter Hinzunahme der Wechselwirkung mit der Gefäßwand zufriedenstellend erklärt werden. Die Wechselwirkung mit dem Störfeld führt zu einer periodischen Modulation der Winkelgeschwindigkeit. Dieses Verhalten wird deutlich, wenn man die Bewegungsgleichung der Mode für die Wechselwirkung mit dem Störfeld betrachtet (Gl. (81) mit $\alpha = 0$). Diese Gleichung läßt sich analytisch aufintegrieren und man findet

$$\Omega^2 = \Omega_0^2 - 2\beta W \cos(\phi) \quad (84)$$

Ω_0 ist dabei die mittlere Signalfrequenz. Gl. (84) beschreibt den Effekt der zeitlichen Modulation der Winkelgeschwindigkeit. Gleichzeitig sieht man, daß Gl. (84) eine untere Schranke für die mittlere Signalfrequenz Ω_0 beinhaltet: Wird der Faktor $2\beta W$ grösser als Ω_0^2 , so besitzt Gl. (84) keine reelle Lösung mehr für Ω . Da β mit dem Störstrom I_{ext} zusammenhängt, kann aus der unteren Grenzfrequenz der Mirnovsignale (siehe auch Kapitel 5.1.1) somit der Störstrom bestimmt werden:

$$I_{ext} = \frac{64 \times 0.63 \pi R_0^4 r_{res} q^2 \rho}{W m^2 B_t q'} \left(\frac{a}{r_{res}} \right)^m \sqrt{1 + \left(\frac{q}{\epsilon} \right)^2} \Omega_0^2 \quad (85)$$

Man hat allerdings zu beachten, daß I_{ext} quadratisch von der Frequenz abhängt, so daß Fehler bei der Bestimmung der unteren Grenzfrequenz sich stark auf den Wert von I_{ext} auswirken können. In Kapitel 5.1.3 wird gezeigt werden, daß aus der Simulation der vollständigen toroidalen Impulsbilanz bei Neutralinjektion wesentlich genauere Aussagen gemacht werden können.

Zur Simulation des Mode Locking wird die Bewegungsgleichung (81) unter Berücksichtigung beider Kräfte numerisch integriert. Ein Beispiel zeigt Figur 33.

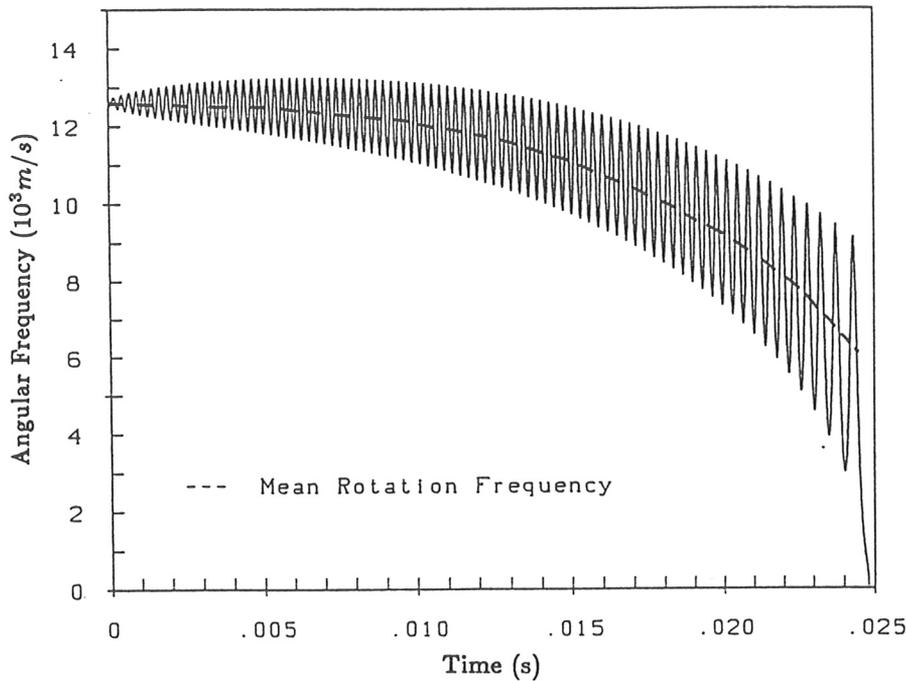


Abbildung 33: Simulation von Mode Locking: Verlauf der Winkelgeschwindigkeit und der mittleren Signalfrequenz

Dabei ist der Verlauf der mittleren Signalfrequenz eingezeichnet. Man erkennt deutlich das abrupte Abnehmen der Signalfrequenz vom unteren Grenzwert auf Null, sobald die Modulation der Winkelgeschwindigkeit durch die Wechselwirkung mit dem Störfeld die Größenordnung der mittleren Signalfrequenz erreicht. Die Mode ist dann im Potentialtopf des Störfeldes gefangen, da für $\Omega\tau \ll 1$ die Kraft durch die resistive Wand praktisch exponentielle Dämpfung bedeutet.

Mit dem hier dargelegten Verständnis der Physik des Mode Locking kann nun auch die Phasenlage der gelockten Mode bezüglich des Gefäßes erklärt werden. Zunächst bestimmt man die Lage des (2,1) Störfeldes, das durch I_{ext} erzeugt wird. Das geschieht, indem bei der Simulation der Mirnovsignale wie in Fig. 32 gezeigt, der Winkel zwischen Störfeld und Beobachtungsort variiert wird. In Gl. (81) entspricht das einer Variation des Nullpunktes der Winkelkoordinate ϕ . Dies geschieht so lange, bis alle Signalformen

der Mirnovspulen einer poloidalen Ebene reproduziert werden können und damit die Phasenlage des Störfelds bezüglich des poloidalen Sondenkranzes bestimmt ist. Da aber die Phasenvariation in toroidaler Richtung durch $n=1$ vorgegeben ist, kennt man somit die Phasenlage bezüglich des Gefäßes. In Kapitel 2.7 wurde bereits gezeigt, daß es in einem externen (2,1) Störfeld für eine $m=2$ Inselstruktur eine stabile und eine instabile Gleichgewichtslage gibt. Bezüglich der Störfeldstruktur bleibt die Mode in einer Phasenlage stehen, bei der nahezu die maximale Kraft entgegen der Bewegungsrichtung auftritt. An diesem Punkt bilanzieren sich rücktreibende und treibende Kraft. Als treibende Kraft wurde in der Simulation das von der unidirektionalen Neutralinjektion aufgebraachte externe Drehmoment verwendet (siehe auch nächster Abschnitt). Die Phase bezüglich der Störfeldstruktur beträgt $m\theta = 0.71\pi$, eine Phasenlage von $m\theta = \pi$ entspricht dem instabilen Punkt; ab hier würde die Mode im Störfeld wieder beschleunigt. Figur 34 illustriert den Sachverhalt: Die Bewegung in einem Kraftfeld $\propto \sin\phi$ entspricht der Bewegung in einem $\cos\phi$ förmigen Potential. Für zu große Modenamplituden ist die Mode im Potentialtopf gefangen.

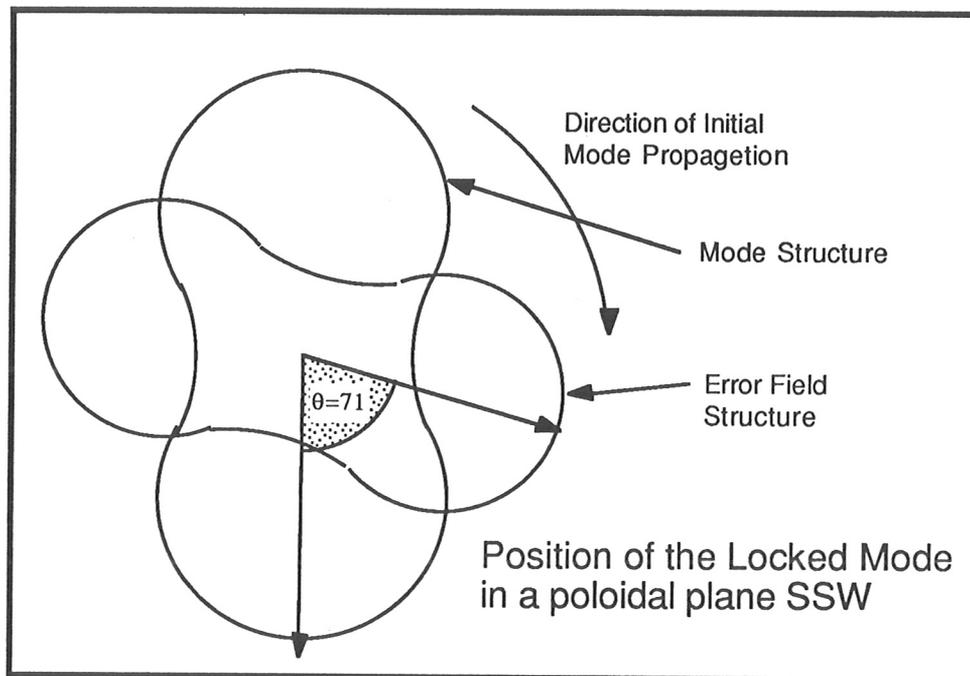


Abbildung 34: Phasenlage der Locked Mode bezüglich der Störfeldstruktur, die gezeichnete poloidale Ebene entspricht der Position SSW, d.h. $\phi = 192$ grad.

Im nächsten Kapitel wird das hier entwickelte Modell herangezogen, um die toroidale Drehimpulsbilanz in ASDEX-Schüssen mit starker MHD-Aktivität zu erklären.

5.1.3 Simulation von ASDEX Schüssen mit Locked Modes

Zur Analyse des Impulstransports in Tokamaks kann die toroidale Drehimpulsbilanz benutzt werden [19]. Dabei stößt man auf Schwierigkeiten, wenn starke MHD-Aktivität auftritt. Die gemessenen Rotationsprofile solcher Schüsse zeigen anomal hohen Impulsverlust, zum Teil kann trotz tangentialer Injektion von Neutralteilchen mit einer Gesamtleistung bis zu 1.8 MW keine nennenswerte Rotation festgestellt werden [20]. Eine Untersuchung der MHD-Aktivität solcher Schüsse mit der Mirnovdiagnostik ergab, daß es sich in ASDEX in allen beobachteten Fällen um Mode Locking einer (2,1) Mode handelt. Zur Analyse der Drehimpulsbilanz injektionsgeheizter Schüsse existiert am IPP der eindimensionale Transportcode VDIFF [19], der die zeitliche Entwicklung toroidaler Geschwindigkeitsprofile beschreibt. Dabei wird ein vereinfachtes Modell für die Deposition der eingeschossenen Neutralen angenommen, nämlich daß die Einkopplung von Impuls und Energie am Ort der Ionisation des Neutralteilchens geschieht. Wahlweise kann der Code zur Transportanalyse (Bestimmung von Profilen der Transportkoeffizienten aus gemessenen Geschwindigkeitsprofilen) oder, wie im Rahmen dieser Arbeit geschehen, zur Verfolgung der zeitlichen Entwicklung der Rotation (bei vorgegebenen Transportkoeffizienten) genutzt werden. Dazu wurde als zusätzlicher Term in der toroidalen Impulsbilanz die auf das Plasma durch elektromagnetische Wechselwirkung rotierender Moden wirkende Kraft eingefügt. Die Inselbreiten werden mit der Mirnovdiagnostik bestimmt. Die Kraft wird nur auf den Inselbereich ausgeübt. Da der VDIFF-Code eindimensional ist, d.h. keine poloidalen Abhängigkeiten berücksichtigt werden, wird eine poloidal gemittelte Inselbreite verwendet. Sie ergibt sich durch Integration der Gleichung der Separatrix der Insel (28) über die Inselstruktur im Vergleich zur Fläche eines Kreisringes mit der maximalen Inselbreite W

$$W_{eff} = \frac{mW}{2\pi} \int_{\theta=0}^{\frac{2\pi}{m}} \sqrt{\frac{1 - \cos(m\theta)}{2}} d\theta = 0.63W \quad (86)$$

Um den über die Inselregion erhöhten Transport zu beschreiben, wird dort der Transportkoeffizient auf das fünffache des normalen Wertes erhöht (d.h. $\chi_\phi = 10m^2/s$), was im Inselbereich die Gradienten nahezu verschwinden läßt. Wegen der geschlossenen Flußflächen entspricht dies einer starren toroidalen Rotation der Insel. Mit diesem modifizierten Code wurde auf der Basis der experimentellen Daten versucht, die zeitliche Entwicklung der gemessenen Rotationsprofile nachzuvollziehen. Figur 35 zeigt eine Simulation eines Schusses mit starker Neutralinjektion von 1.84 MW.

Bei $t=1.73$ s erkennt man auf dem Mirnovsignal eine Mode. Analyse mit der Mirnovdiagnostik zeigt, daß es sich um eine (2,1) Mode handelt. Mit der Soft-X-Ray Diagnostik läßt sich zum gleichen Zeitpunkt eine zentrale (1,1) Mode feststellen. Diese kann über den in Kap. 2.8 beschriebenen Mechanismus an die $m=2$ Mode koppeln und somit ebenfalls eine Abbremsung erfahren. Berechnet man nach Gl. (73) die von der $m=2$ Mode auf die $m=1$ Mode ausgeübte Kraft, so erhält man unter Verwendung der experimentell bestimmten $m=1$ Inselbreite von 0.09 m einen Wert von

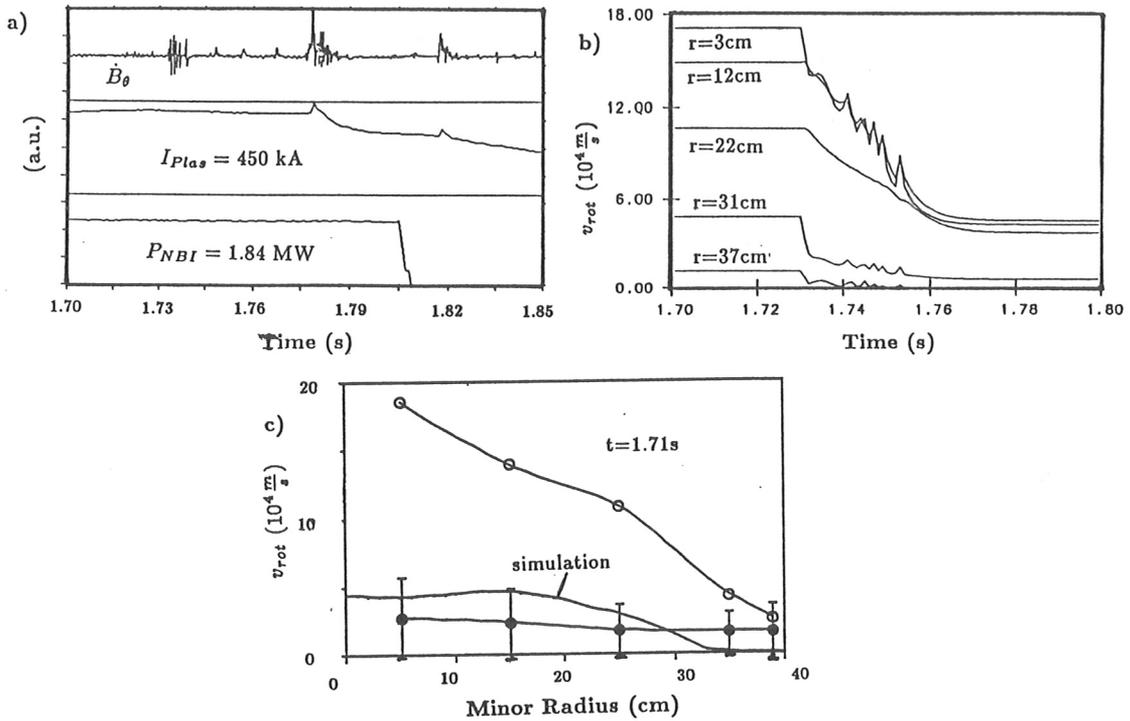


Abbildung 35: Zeitliche Entwicklung von ASDEX Schuß 28687: Bild a) zeigt das Mirnov Signal, den Plasmastrom sowie die Leistung der Neutralinjektion, Bild b) die Simulation der zeitlichen Entwicklung der Rotation an verschiedenen Radien und c) gemessene Rotationsprofile vor ($t=1.71$ s) und während ($t=1.75$ s) Mode Locking. Bild c) zeigt auch das simulierte Geschwindigkeitsprofil während des Mode Locking; dieses liegt innerhalb der experimentellen Fehlerschranken.

1 N. Die gesamte von der Neutralinjektion ausgeübte Kraft beträgt dagegen 1.9 N. Nach dem Depositionsprofil kann abgeschätzt werden, daß davon ca. 25% innerhalb der $q=1$ Fläche deponiert wird. Die durch Modenkopplung verursachte Kraft ist also im Rahmen der Genauigkeit dieser Abschätzung von der Größenordnung der treibenden Kraft. Der Vergleich der in den Inseln eingeschlossenen Plasmamasse nach Gl. (74) ergibt $V_m \approx 1$, d.h. die Massen in der $m=1$ bzw. den $m=2$ Inseln sind nahezu gleich. Im Programm wird Modenkopplung daher simuliert, indem die für die $m=2$ Mode berechnete Kraft zu gleichen Teilen auf beide Moden aufgespalten wird. Gleichzeitig ist aber die $m=2$ Mode an die externe Störfeldstruktur und damit an praktisch unendlich große Masse gekoppelt. Wenn die Kräfte auf die Moden groß genug sind, wird die Geschwindigkeit der $m=2$ daher auf Null sinken. Auf Fig. 35 ist zu erkennen, daß die Entwicklung der Rotation wiedergegeben werden kann: Der Außenbereich hört schnell auf zu rotieren, wie es auch von den Mirnovsonden detektiert wird (die $m=2$ Mode ist bei $r=0.37$ m, also nahe dem Plasmarand, lokalisiert), die zentrale Rotation nimmt stark ab. Die Form des Rotationsprofils kann zu $t=1.75$ s nicht mehr aus den

experimentell bestimmten Werten erschlossen werden; die Meßwerte liegen im Bereich der Auflösungsgrenze der Diagnostik. Versuche, den zeitlichen Verlauf der zentralen Rotation ohne die Ankopplung der $m=1$ Mode zu modellieren, schlugen fehl: die $m=2$ Mode am Rand ist nicht in der Lage, durch den Effekt viskoser Kopplung benachbarter Flußflächen die zentrale Rotation so stark zu beeinflussen, wie es die Messungen zeigen. Die Abnahme der zentralen Rotation beträgt ohne Modenkopplung nicht mehr als ca. 10%. Dieses Resultat deckt sich mit der Beobachtung, daß bei einer Reihe von Schüssen ohne $m=1$ Mode trotz Locking der $m=2$ Mode keine drastische Abnahme der zentralen Rotation festgestellt werden konnte.

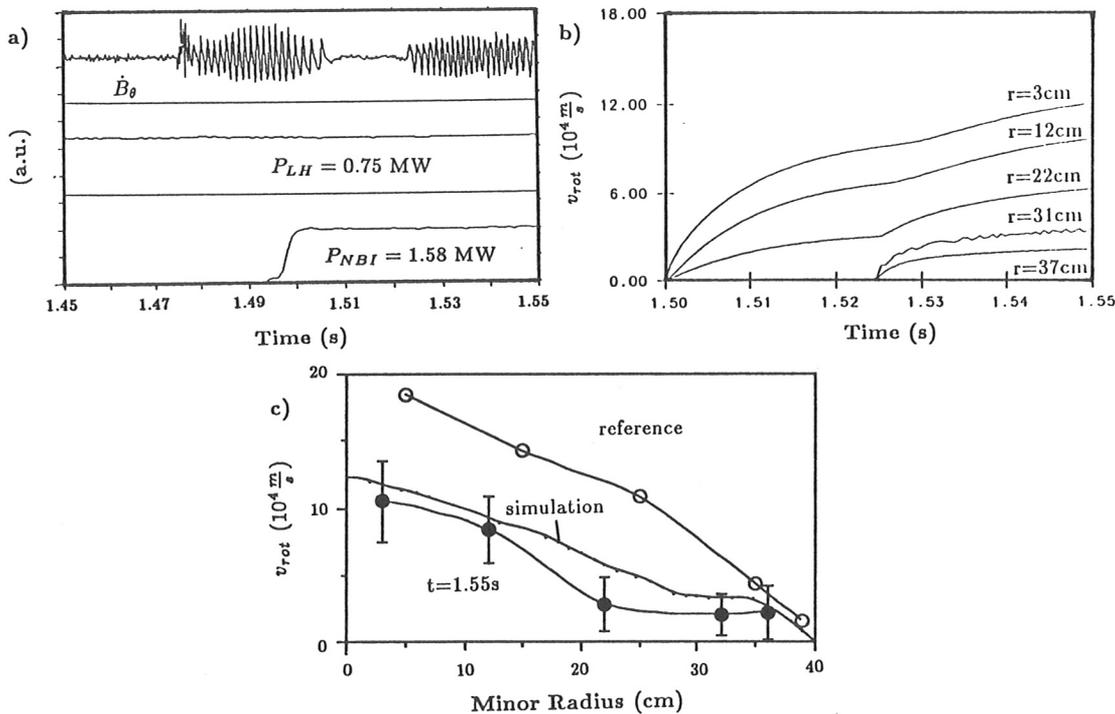


Abbildung 36: Zeitliche Entwicklung von ASDEX Schuß 28160: Bild a) zeigt das Mirnov Signal und die Zusatzheizungen, Bild b) die Simulation der zeitlichen Entwicklung der Rotation an verschiedenen Radien und c) das gemessene sowie das simulierte Geschwindigkeitsprofil nach Losreißen der Mode ($t=1.55$ s) sowie das erwartete Profil (Referenzschuß ohne Mode).

Figur 36 zeigt die Simulation eines weiteren Schusses mit starker Neutralinjektion (1.58 MW): Wie an anderer Stelle bereits erwähnt, führt die Anwendung von LHCD des öfteren zu starker MHD Aktivität, das erzeugte Stromprofil wird instabil gegen Tearing Moden. Schuß 28160 zeigt das Auftreten einer solchen Mode bei $t=1.47$ s. Bei vergleichbaren Schüssen ohne Neutralinjektion führt das Auftreten einer solchen $m=2$ Mode zu Mode Locking und einer darauffolgenden Disruption (siehe z.B. Fig. 27). Auch beim hier vorliegenden Schuß tritt eine Locked Mode auf ($t=1.507$ s),

bei $t=1.5$ s beginnt aber eine Phase kräftiger Neutralinjektion. Dieser zusätzliche Impulsübertrag kann die Locked Mode von der Wand losreißen. Ab $t=1.525$ s ist wieder Modenbewegung zu sehen. Dieses 'Unlocking' läßt sich mit der Simulation nachvollziehen (Fig. 36). Der zeitliche Verlauf des Schusses wird gut wiedergegeben: die zutreffende Modellierung der Physik der Vorgänge ist offensichtlich. Über Versuche zur Verhinderung von Disruptionen durch Mode Unlocking wird in Kap. 5.3 berichtet. Wie bereits erwähnt, ist die Bestimmung des Störstromes I_{ext} aus der unteren Grenze der Signalfrequenz nach Eintritt des Mode Locking möglich, die Fehler sind jedoch beträchtlich. So kann für den in Fig. 5.11 gezeigten Schuß der Störstrom nur auf ca. 300 A mit einer Ungenauigkeit von ca. ± 50 A bestimmt werden, weil die Unsicherheit bei der Bestimmung der unteren Grenzfrequenz beträchtlich ist, wenn die Abnahme der Frequenz auf einer Zeitskala geschieht, die der Periodendauer vergleichbar ist. Man muß daher über einige vorangehende Perioden mitteln. Wegen der Ω_0^2 Abhängigkeit in Gl. (85) kommt es dadurch zu großen Fehlern. Die Simulation des zeitlichen Verlaufs z.B. des in Fig. 36 gezeigten Schusses hängt dagegen empfindlich vom Wert für I_{ext} ab. Fig. 37 zeigt die Simulation von Schuß 28160 bei Variation von I_{ext} . Man erhält für I_{ext} einen Wert von 310 A mit Grenzen von ca. ± 10 A.

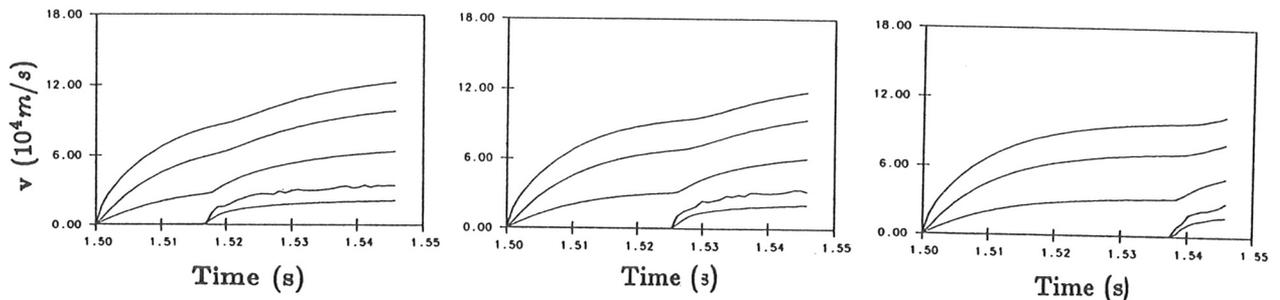


Abbildung 37: Simulation von Schuß 28160 unter Variation des Störstromes I_{ext} als Parameter, die Figur zeigt die zeitliche Entwicklung der toroidalen Rotation unterschiedlicher Radien für $I_{ext} = 290$ kA, 310 kA und 330 kA. Die Forderung, daß Mode Unlocking bei $t=1.525$ s eintreten soll, führt zu $I_{ext} = 310$ A. Bei einer Variation von ± 20 A sieht man bereits signifikante Änderungen.

Schuß 28160 zeigte zum Zeitpunkt $t=1.55$ s keine signifikante $m=1$ Aktivität, so daß die zentrale Rotation nicht so stark abfällt, wie das im vorherigen Fall zu sehen war. Die Rotationsmessungen weisen darauf hin, daß die Kraft direkt auf die Umgebung der $q=2$ Fläche ($r=31$ cm) ausgeübt wird; der Rest des Plasmas wird mittelbar über viskose Kopplung gebremst. Die eigentlich erwarteten Rotationsgeschwindigkeiten - Fig. 36 c zeigt einen Referenzschuß gleicher Injektionsleistung ohne MHD-Aktivität - werden nicht beobachtet.

Die Analyse von Schüssen, in denen eine Locked Mode in Rotation versetzt wird, gibt

auch Aufschluß über den Ursprung des externen Störfelds. Dieses könnte sowohl durch Asymmetrien in der Anordnung der Multipolspulen, welche die Divertorkonfiguration erzeugen, als auch durch die unvermeidlichen Fehler bei der Positionierung der Toroidalfeldspulen entstehen. Um zwischen diesen beiden Möglichkeiten unterscheiden zu können, wurden Experimente zum Mode-Unlocking bei verschiedenen Multipolströmen und konstantem Toroidalfeld durchgeführt. Es stellte sich heraus, daß, unabhängig vom Wert des Multipolstroms, bei konstantem Toroidalfeld die (2,1) Komponente des Störfelds konstant bleibt. Daher besteht Grund zur Annahme, daß dieses Störfeld hauptsächlich durch die Toroidalfeldspulen erzeugt wird.

Das hier vorgeschlagene Modell für Mode Locking bewährt sich also; es bietet sogar eine indirekte Möglichkeit zur Bestimmung der (2,1) Komponente des Störfeldes. Somit kann die toroidale Drehimpulsbilanz injektionsgeheizter Schüsse mit starker MHD-Aktivität quantitativ verstanden werden. Die genaue Form des Rotationsprofils während einer Locked Mode, welche an ASDEX nicht gemessen werden konnte, soll an ASDEX-Upgrade mit einer verbesserten Diagnostik bestimmt werden.

Es zeigt sich, daß eine gekoppelte Modenstruktur den Drehimpuls des Plasmas drastisch verringern kann, die Auswertung solcher Schüsse zur Transportanalyse kann nicht mit Standardmodellen durchgeführt werden.

5.2 Modenaktivität bei LHCD

An ASDEX wird unter anderem die Plasmaheizung mit Hochfrequenzwellen untersucht. Dazu können in das Plasma Wellen bei der Lower Hybrid Resonanzfrequenz (2.45 GHz) eingestrahlt werden. Neben der Lower Hybrid Heizung besteht auch die Möglichkeit des nichtinduktiven Stromtriebs durch Einstrahlung gerichteter Spektren (Lower Hybrid Current Drive = LHCD) [21]. Bei konstant gehaltenem Gesamtstrom ersetzt der Stromtrieb einen Teil des induktiven Stroms und macht sich in einer Absenkung der Umfangsspannung U_ℓ bemerkbar. Für $U_\ell = 0$ ist vollständig nichtinduktiver Stromtrieb erreicht. Dies ist vor allem im Hinblick auf die Möglichkeit stationärer Tokamakentladungen interessant.

5.2.1 Änderung des Modenverhaltens

Mit Übernahme des Stromtriebs durch LHCD wird das Stromprofil modifiziert (Fig. 38). Es kommt zu einer Veränderung der Gradienten, da das durch das radiale Depositionsprofil der LH vorgegebene Stromprofil im Allgemeinen nicht mit dem im ohmschen Fall durch die Plasmaleitfähigkeit vorgegebenen Profil übereinstimmt. Dadurch ändert sich auch das MHD Modenverhalten. Ein bekannter Effekt ist die Beeinflussung des Sägezahnverhaltens [22] und der $m=1$ Instabilität [23]. Es kann aber auch zu Veränderungen nahe der $q=2$ Fläche kommen. Man erkennt in Fig. 38, daß der Stromgradient in der Nähe der $q=2$ Fläche größer wird; nach dem in Kap. 2.1 Gesagten entspricht

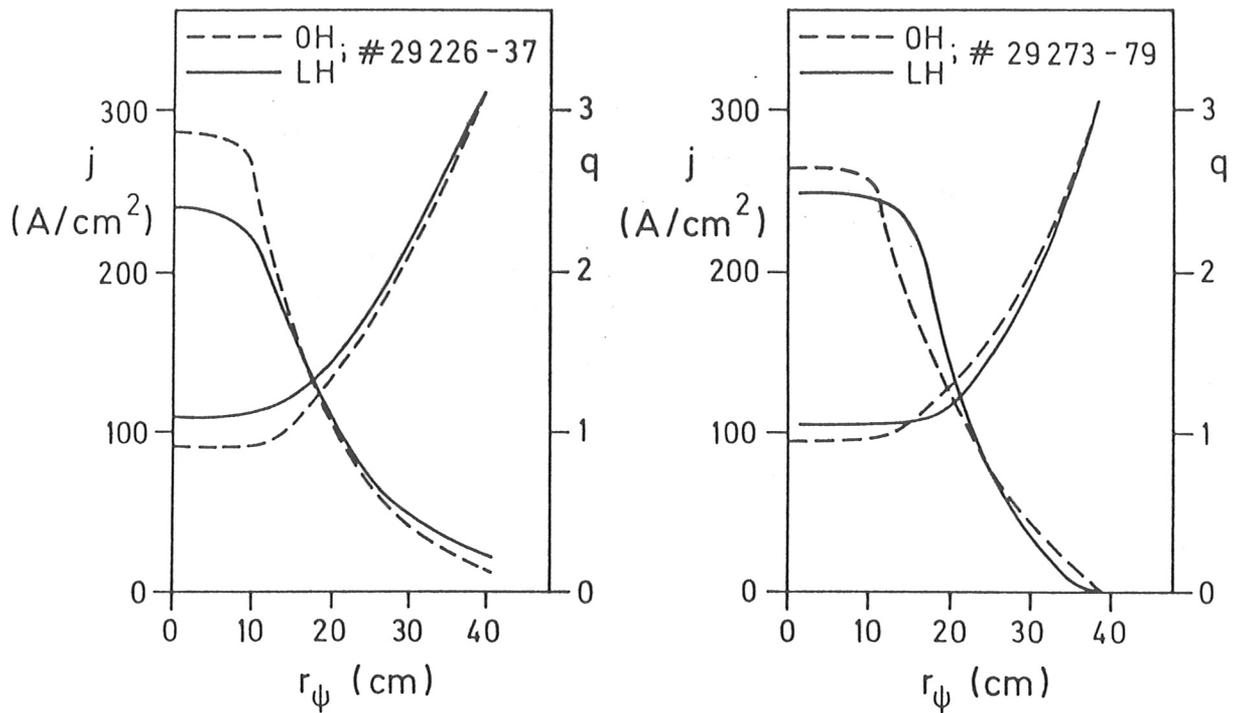


Abbildung 38: Veränderung des Stromprofils bei LH für ein kombiniertes Spektrum (a) und ein Stromtriebspektrum (b). Man beachte bei (b) die Aufsteilung des Gradienten an der $q=2$ Fläche ($r_\psi = 30$ cm).

dies einer Erhöhung des Instabilitätsparameters Δ' . Dadurch kann eine $m=2$ Mode destabilisiert werden. Diese wächst zunächst praktisch exponentiell an, in einer zweiten Phase steigt die Amplitude nur noch linear. In dieser Phase wird die Amplitude groß genug, daß Mode Locking eintreten kann. Darauf folgt in nahezu allen Fällen eine Disruption.

Fig. 39 zeigt, daß die Anwachsrate γ (d.h. Anwachsen der Amplitude mit $\exp(\gamma t)$) etwa $(23ms)^{-1}$ beträgt. Dieser Wert ist unerwartet hoch. Nach der linearen Theorie (siehe z.B. [5]) erhält man für das Inselwachstum resistiver Tearing Moden eine Anwachsrate von

$$\gamma = 0.55 \tau_R^{-3/5} \tau_A^{-2/5} (\Delta' a)^{4/5} \left(\frac{a}{R} n \frac{aq'}{q} \right)^{2/5} \quad (87)$$

wobei die Inselbreite W über Δ' dargestellt wird, n die toroidale Modenzahl ist und die Alfvénzeit

$$\tau_A = a \frac{\sqrt{\mu_0 \rho}}{B_t} \quad (88)$$

und die resistive Skinzeit

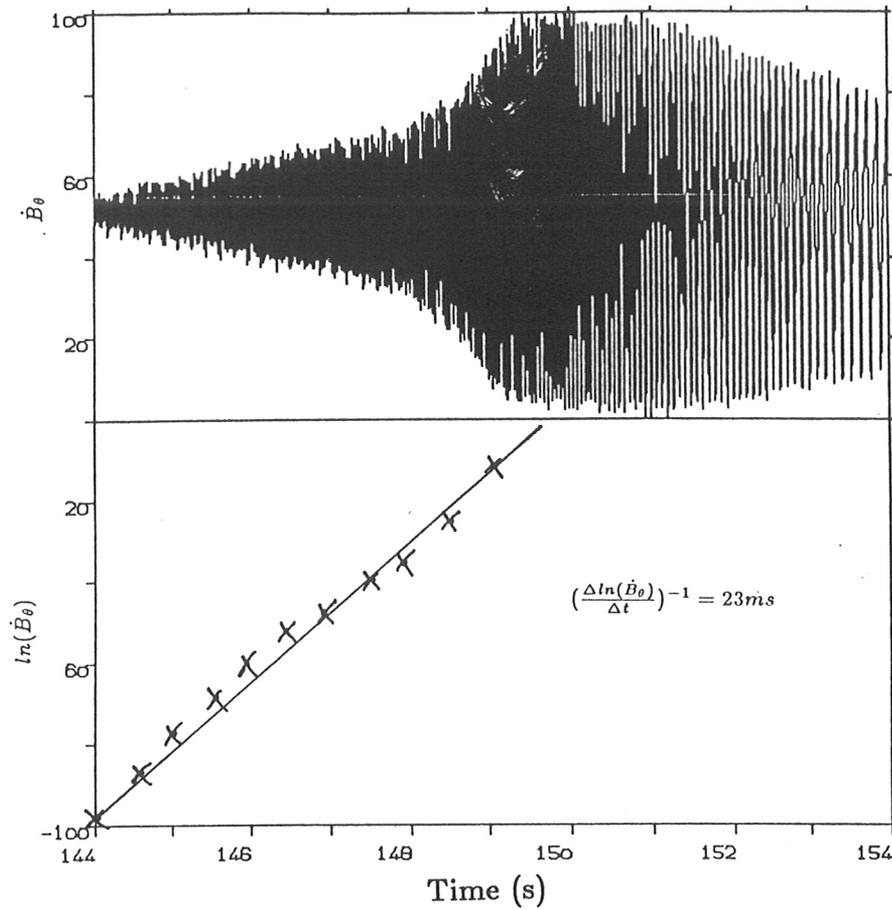


Abbildung 39: Modenaktivität bei LHCD: Destabilisierung einer $m=2$ Tearing Mode und Bestimmung der Anwachsrate γ durch Logarithmieren der Amplitude.

$$\tau_R = \mu_0 \sigma a^2 \quad (89)$$

bezüglich des kleinen Radius a und des Toroidalfelds B_t ausgedrückt sind. Einsetzen der Parameter für einen ohmschen Schuß ($T_e = 0.5keV$ an der $q=2$ Fläche) in Gl. (87) ergibt eine Anwachsrate von ca. $(1ms)^{-1}$; dies ist in guter Übereinstimmung mit der im ohmschen Fall gemessenen Rate. Die Rate liegt aber im Bereich der Modenfrequenz, sodaß die experimentelle Bestimmung schwierig durchzuführen ist. In ohmschen Schüssen beobachtet man praktisch immer nichtexponentielles Wachstum. Der oben erwähnte Wert von $(1ms)^{-1}$ wurde an einem Schuß mit extrem niedrigem q ($q_{cyl} = 1.9$) bestimmt. Hier gibt es Fälle, in denen die $m=2$ Instabilität als Locked Mode entsteht und anwächst. Nimmt man die Abhängigkeit der Spitzerleitfähigkeit von der Temperatur (18) an, $\sigma \propto T^{3/2}$, so erhält man eine Skalierung der Anwachsrate mit der Temperatur von $\gamma \propto T_e^{-9/10}$. Zwischen der Temperatur an der $q=2$ Fläche

im LHCD Szenario und der Temperatur an der $q=2$ Fläche im ohmschen Schuß liegt ein Faktor von 1.8, so daß die Anwachsrate bei ca. $(1.7ms)^{-1}$ liegen sollte. Die beobachtete Anwachsrate ist aber 18 mal kleiner. Eine mögliche Erklärung ergibt sich aus der Beobachtung der Änderung der Verteilungsfunktion der Elektronen durch die LH bei Stromtrieb. Aus der Messung der Emission harter Röntgenstrahlung während LHCD kann man eine Erhöhung der Population der schnellen Elektronen folgern. Die Beschleunigung geschieht dabei durch die gerichtete, unipolare Komponente des Lower Hybrid Spektrums. Ein Anteil von ca. 5% suprathemischen Elektronen mit Energien von ungefähr 70 keV, wie er im Experiment gemessen wird, reicht bereits aus, um fast den gesamten Strom zu tragen. Da es sich bei der Tearing Mode um eine stromgetriebene Instabilität handelt, hat man bei der Berechnung der Anwachsrate für die Leitfähigkeit nicht mehr die Elektronentemperatur des Plasmas zu berücksichtigen; vielmehr geht die Energie der suprathemischen Elektronen ein. Das Plasma verhält sich, als ob seine Temperatur deutlich höher sei und die resistive Zeitskala ist somit verlängert. Für die suprathemischen Elektronen kann aber die Leitfähigkeit nicht mehr mit der Spitzerformel berechnet werden, so daß eine quantitative Auswertung auf der Basis der oben dargestellten einfachen Theorie nicht möglich ist.

Mit dem Anwachsen der $m=2$ ist häufig auch eine Kopplung der $m=1$ Instabilität auf der $q=1$ Fläche an die $m=2$ Mode verbunden. Ein Beispiel zeigt Fig. 40. Zunächst sind beide Moden mit kleiner Amplitude und unterschiedlicher Frequenz vorhanden. Bei Anwachsen der $m=2$ Mode tritt Modenkopplung ein. Fig 40 zeigt deutlich, daß die $m=2$ Mode die dominante Störung ist: Ihre Frequenz bleibt praktisch unverändert, während die Frequenz der $m=1$ Mode auf den Wert der $m=2$ Mode absinkt. Eine Abschätzung der von der $m=2$ Mode auf die $m=1$ Mode ausgeübten Kraft mit Gl. (73) ergibt unter Verwendung der mit der Mirnov-Diagnostik bestimmten Störfeldamplitude der $m=2$ Mode ($30 \times 10^{-4}T$) und der mit der Soft-X-Ray Diagnostik erhaltenen $m=1$ Inselbreite (0.02m) einen Wert von ca. 0.6 N. Dies ist von der Größenordnung der treibenden Kraft: In injektionsgeheizten Schüssen liegt die gesamte auf das Plasma ausgeübte Kraft im Bereich von 1-2 N; im betrachteten Fall ohne Neutralinjektion sollte die treibende Kraft kleiner sein, da auch die beobachteten Modenfrequenzen um einen Faktor 2-3 kleiner sind. Mit Gl. (74) kann auch das Verhältnis der in den Inseln eingeschlossenen Plasmamasse abgeschätzt werden: man findet $V_m = 0.13$, d.h. die $m=2$ Insel ist erheblich schwerer als die $m=1$ Insel. Dies ist konsistent mit der Beobachtung, daß die $m=1$ Mode die Frequenz der $m=2$ Mode annimmt.

5.2.2 Begrenzung des LHCD durch $m=2$ Modenaktivität

Im vorhergehenden Kapitel wurde bereits gezeigt, wie LHCD das Modenverhalten beeinflussen kann. Das gezeigte Anwachsen der $m=2$ Instabilität führt im Experiment praktisch immer zu Mode Locking und dann zu einer Disruption. Die Beeinflussung des Stromprofils ist nicht leicht zu messen und die MHD-Stabilität hängt kritisch von kleinen, lokalen Profilveränderungen ab. Es ist daher nicht möglich, den Prozeß quan-

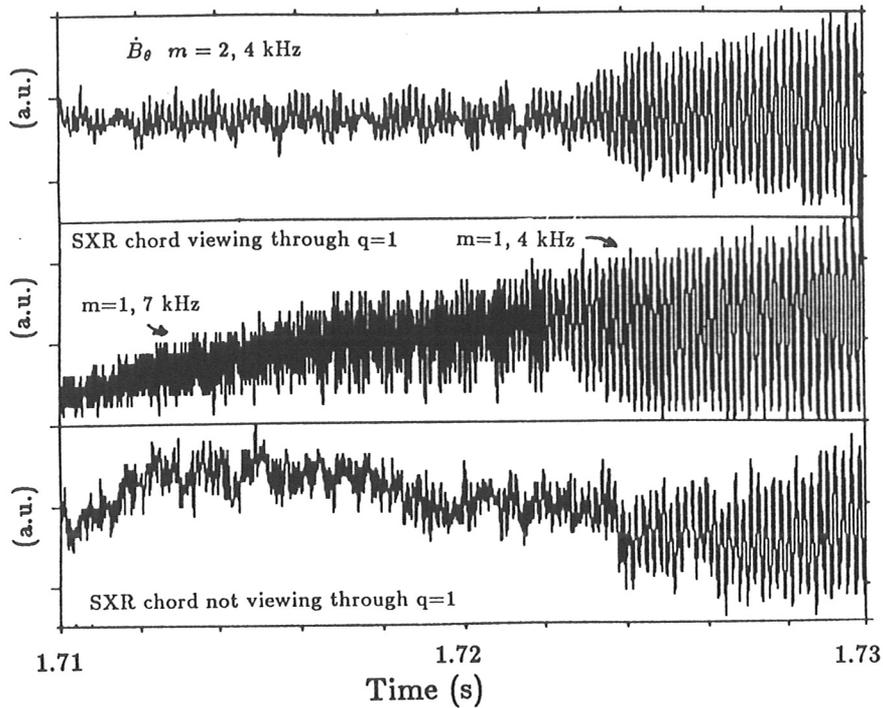


Abbildung 40: Modenkopplung der $m=1$ Mode an die wachsende $m=2$ Mode: Es sind die Modenfrequenzen zu verschiedenen Zeitpunkten angegeben. Die $m=2$ Mode ist dominant.

titativ auf der Basis der experimentell ermittelten Stromprofile nachzuvollziehen. Andererseits ist die genaue Kenntnis des erlaubten Operationsbereichs des Lower Hybrid Stromtriebs von entscheidender Bedeutung für die Anwendung in Tokamaks. Es wurde daher im Rahmen dieser Arbeit für ASDEX eine Datenbasis disruptiver LHCD Schüsse erstellt [24], um zu ermitteln, wie die in das Plasma einkoppelbare Leistung durch die Disruptionen begrenzt ist. Es zeigt sich, daß die einkoppelbare Maximalleistung mit dem Produkt aus Dichte und Strom steigt. Die Grenze ist nicht abrupt, es findet sich eine Streuung der maximal möglichen Leistungseinkopplung. Für einen sicheren Betrieb muß man jedoch unterhalb des durch häufige Disruptionen gekennzeichneten Leistungsbereichs bleiben. Fig. 41 zeigt für zwei verschiedene Stromtriebspektren die Auswertung der Datenbasis. Die Spektren sind charakterisiert durch den Phasenunterschied benachbarter Hohlleiter der LH-Antenne. Die Phasenlage $\Delta\Phi = 75^\circ$ entspricht einem Brechungsindex in Richtung des Magnetfelds von $N_{||} = 1.8$, $\Delta\Phi = 90^\circ$ entspricht $N_{||} = 2.2$.

In Fig. 41 b) ist die für eine Absenkung der Ringspannung auf $U_\ell = 0$ notwendige Leistung eingezeichnet. Diese wurde unter Annahme einer konstanten Stromtriebseffizienz

$$\eta = \frac{\bar{n}_e I_p R_0}{P_{LH}} \quad (90)$$

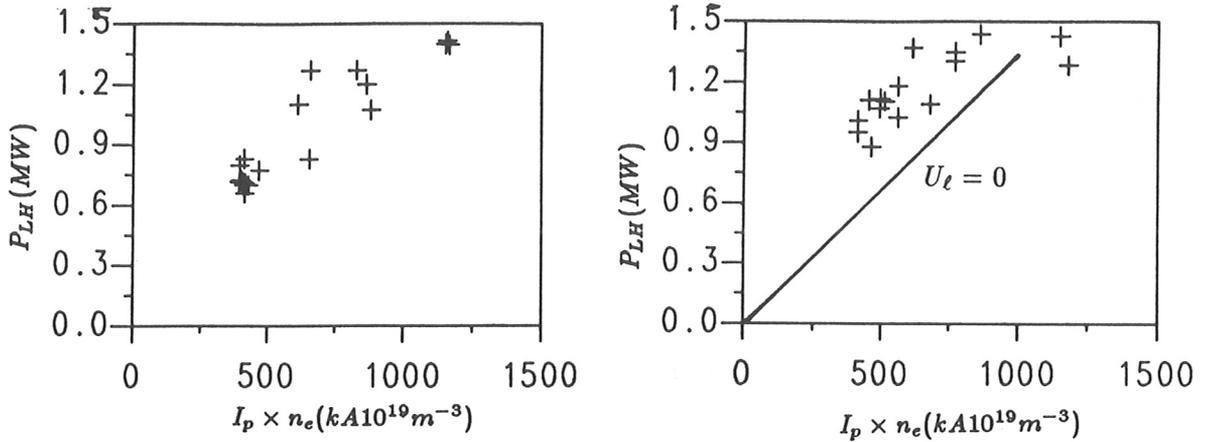


Abbildung 41: Statistik von $m=2$ Disruptionen während Lower Hybrid Stromtrieb für zwei verschiedene Stromtriebspektren. In allen Entladungen ist $q_a = 3.3$. Bei $\Delta\Phi = 90^\circ$ ist auch die Gerade für $U_\ell = 0$ (unter Verwendung der experimentell bestimmten Stromtriebseffizienz) eingezeichnet.

berechnet. Der verwendete Wert von $\eta = 1.2 \times 10^{19} \frac{A}{m^2 W}$ wurde an ASDEX experimentell bestimmt. Übersteigt $n_e \times I_p$ den Wert von $10^{25} A m^{-3}$, wird im Experiment die Ringspannung Null nicht mehr erreicht. Dies hängt damit zusammen, daß die Ankopplung der Welle durch die lokalen Werte der Dichte und des Magnetfelds und damit über q auch des Plasmastroms gegeben ist (die Resonanzfrequenz der LH hängt von der Plasmafrequenz und der Zyklotronfrequenz der Elektronen ab). Für zu hohe Dichten ist der Zentralbereich des Plasmas nicht mehr für die Wellen zugänglich. Daher ist im Falle hoher Dichte eine Beeinflussung des Stromprofils bei größeren Radien zu erwarten. Gleichzeitig sinkt die Stromtriebseffizienz η , da das System für optimalen Stromtrieb bei $r = 0$ ausgelegt ist. Man muß somit für Stromtrieb die Operationsparameter der LH auf die Plasmamparameter einstellen. Die gefundenen Operationslimits gelten daher nur im Bereich der optimalen Auslegung.

5.3 Unlocking und Verhinderung von Disruptionen

In Kap. 5.1 wurde erwähnt, daß Locked Modes meist zu Disruptionen führen. Es ist daher generell wünschenswert, ein Instrument zur Verhinderung von Mode Locking bereitzustellen. Am Tokamak DITE wurde die Feedbackkontrolle der $m=2$ durch dynamische Regelung mit externen $m=2$ Störfeldern durchgeführt [25]. Dabei gelang es, $m=2$ Moden an eine externe Störung vorgegebener Frequenz anzukoppeln. Allerdings werden in DITE nur sehr selten Locked Modes beobachtet. Ob mit dieser Methode Locked Modes verhindert werden können, wird in den nächsten Jahren mit der Feedbackregelung an JET untersucht werden. Um dagegen vorhandene Locked Modes zu beseitigen, kann, wie bereits angesprochen, mit unidirektionaler Neutralin-

jektion ausreichender Stärke eine stehende Mode wieder in Rotation versetzt werden. Gleichzeitig müssen dann Maßnahmen zur Stabilisierung der $m=2$ getroffen werden. Eine Disruption kann so verhindert werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Experimente hierzu durchgeführt. Dabei galt es zunächst, einen zuverlässigen und ausreichend schnellen Trigger für die Neutralinjektion bereitzustellen.

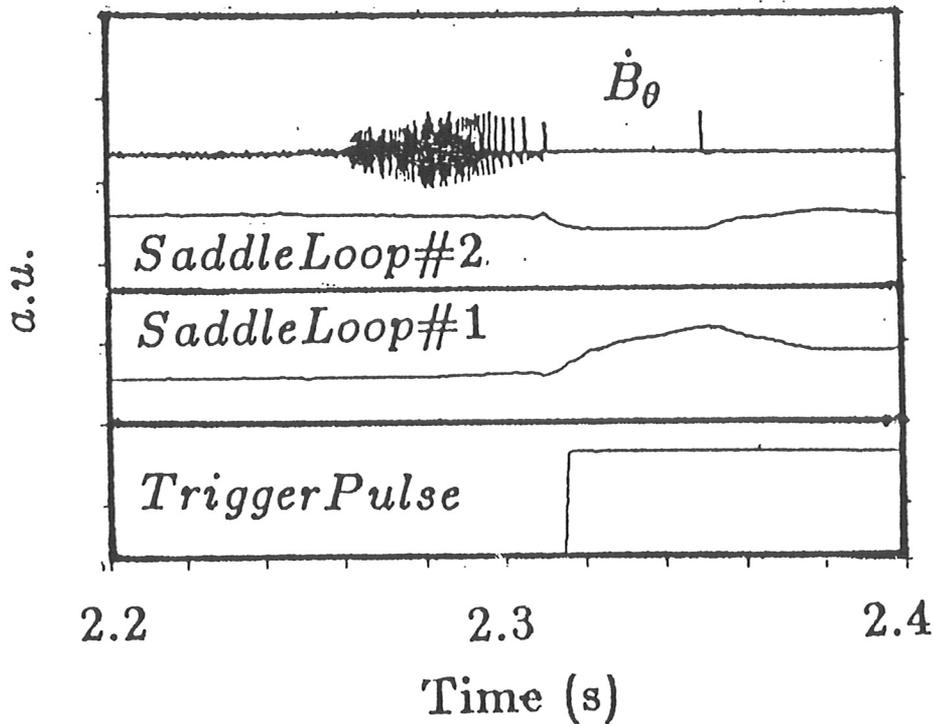


Abbildung 42: Beispiel für die online Erkennung von Locked Modes: Bei $t=2.31s$ verschwindet das Mirnovsignal, die Flüsse durch die Sattelspulen ändern sich gegensinnig ($n=1$). Diese Änderung erzeugt das Triggersignals für das Anschalten der Neutralinjektion

Dazu wurde an ASDEX die in Kap. 3 vorgestellte $n=1$ Sattelspulenkombination benutzt. Diese mißt das Radialfeld und damit auch die radiale Komponente der zur Lageregelung und Formgebung des Plasmas verwendeten Feldes. Dieses ist aber an beiden Spulen gleichphasig ($n=0$) und kann somit durch Subtraktion der Flüsse durch die Sattelspulen eliminiert werden. Das Signal der Sattelspulen wird aktiv integriert und dabei mit einer Zeitkonstanten von ca. 10 ms geglättet. Rotierende MHD-Moden sind daher wegen ihrer Frequenz von generell mehreren kHz nicht zu erkennen. Fig. 42 zeigt ein Mirnovsignal sowie den Fluß durch die Sattelspulen für einen Schuß, in dem bei $t=2.31s$ eine Locked Mode auftritt. Dies zeigt sich sofort im Anstieg der Flußdifferenz, da die Locked Mode relativ zu den Sattelspulen so liegt, daß die Signale gerade gegenphasig sind. An ASDEX wird die Flußdifferenz mit einem Komparator auf das Übersteigen eines kritischen Wertes abgefragt. Überschreiten des Schwellwertes liefert

einen Triggerimpuls für den Start der Neutralinjektion (siehe Fig. 42). Die Verzögerung zwischen Auftreten der Locked Mode und Ansprechen des Triggers liegt mit 1 ms zumindest für das LHCD Szenario deutlich unter der Zeit zwischen Mode Locking und der Disruption (bei LHCD typisch mehrere 10 ms, siehe auch Kap. 5.2).

Die Unterdrückung von Locked Modes durch getriggertes Einschalten der Neutralinjektion wurde an ASDEX erst in den letzten Tagen vor Ende des Experimentierbetriebs erfolgreich demonstriert, so daß die im Folgenden beschriebenen Experimente zur Verhinderung von Disruptionen durch Losreißen von Locked Modes während LHCD alle durch Starten der Neutralinjektion zu einem festen Zeitpunkt gewonnen wurden. Das ändert nichts an der Demonstration des Prinzips.

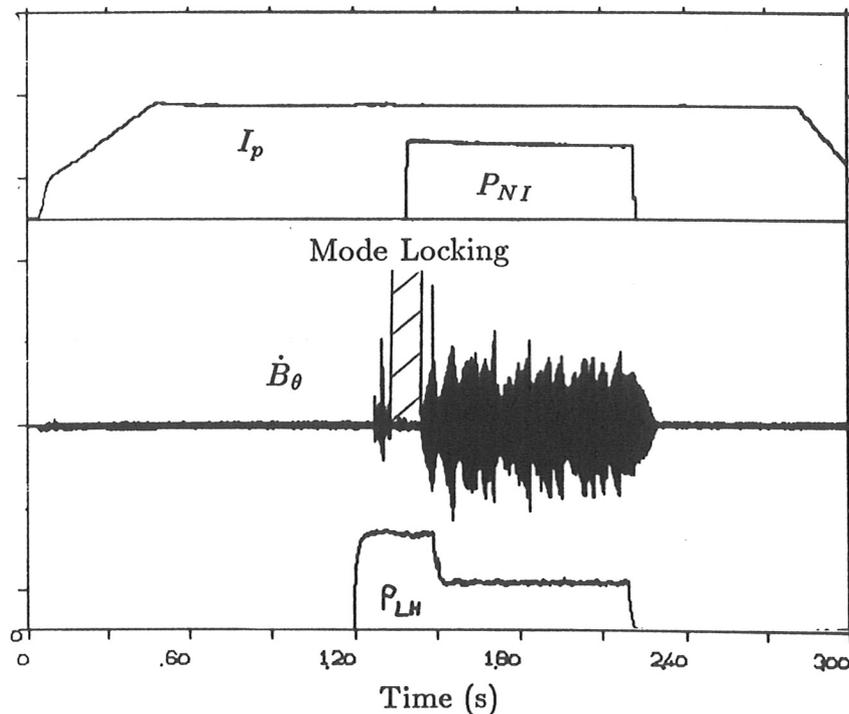


Abbildung 43: Losreißen einer während LHCD entstandenen Locked Mode. Die Figur zeigt Plasmastrom (420kA), Injektionsleistung (1.8MW), eine Mirnovspur ($m=2$) sowie die Lower Hybrid Leistung (1320/660kW).

Fig. 43 zeigt ein Beispiel eines solchen Experiments: Bei $t=1.2$ s wird von der Lower Hybrid Antenne ein Stromtriebspektrum eingestrahlt. Es entwickelt sich eine rotierende $m=2$ Mode, die bei $t=1.33$ s zur Ruhe kommt (Mode Locking). Darauf wird bei $t=1.4$ s die Neutralinjektion gestartet und bei $t=1.46$ s beginnt die Mode wieder zu rotieren. Es kommt nicht zu einer Disruption. Andererseits zeigt Fig. 43 auch, daß man im Falle von LHCD zwar die Disruption verhindert, die $m=2$ Instabilität aber nicht beseitigt hat. Selbst die Reduktion der Lower Hybrid Leistung reicht dazu nicht aus; erst das Abschalten der Lower Hybrid Leistung führt zum Verschwinden der Mode.

Es müssen also Möglichkeiten untersucht werden, die (2,1) Mode nach dem Losreisen zu stabilisieren. Dies könnte in Zukunft vielleicht durch gezielte Veränderungen des Stromprofils mittels lokaler Heizung durch Hochfrequenzwellen geschehen; Westerhof [26] hat vorgeschlagen, hierzu ECRH (Electron Cyclotron Resonance Heating) zu verwenden.

Neben den Untersuchungen zur Verhinderung von Disruptionen bei LHCD wurden auch Versuche zur Vermeidung der Disruptionen am Dichtelimit durchgeführt. Fig. 44 zeigt ein Beispiel hierfür.

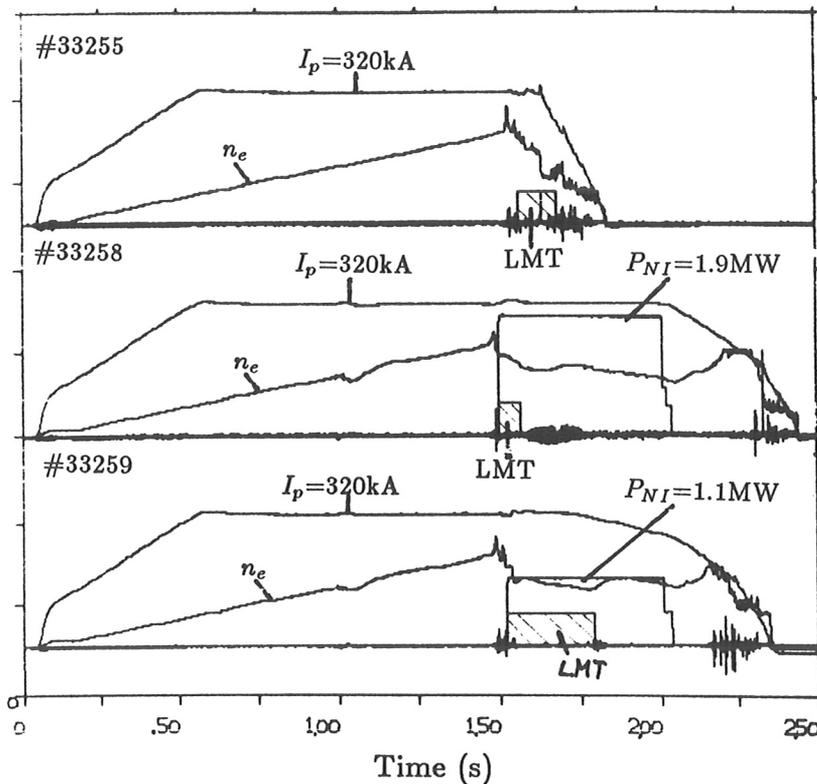


Abbildung 44: Dichtelimitdisruption an ASDEX: Standarddichtelimit (oben) und Schuß mit getriggertem Neutralinjektion unterschiedlicher Leistung (mitte und unten). Dargestellt ist jeweils der zeitliche Verlauf von Plasmastrom I_p , liniengemittelter Elektronendichte n_e , Neutralinjektionsleistung P_{NI} und Locked Mode Trigger (LMT).

Mit Erreichen des Dichtelimits tritt eine Minor Disruption ein, welche zu einem kräftigen Dichteverlust führt. Gleichzeitig bildet sich eine Locked Mode aus; diese führt zur endgültigen Disruption. Im gezeigten Beispiel wird die Locked Mode vom oben beschriebenen Triggersystem erkannt. Mit diesem Trigger wird die Neutralinjektion gestartet; die (2,1) Mode beginnt wieder zu rotieren und der Schuß bleibt stabil. Die Länge des Zeitintervalls zwischen Anschalten der Neutralinjektion und Losreisen der Mode variiert deutlich mit der Neutralinjektionsleistung: Während bei einer Leistung

von 1.9 MW das Losreißen nach 90 ms beobachtet wird, wird die Mode bei einer Leistung von 1.1 MW erst nach 270 ms wieder in Rotation versetzt. Die beobachtete Verlängerung des Intervalls mit abnehmender Injektionsleistung läßt sich mit der in Kap. 5.1 gegebenen Interpretation des Mode Locking verstehen: Der treibende Term (Drehmoment der Injektion) wird verkleinert, daher dauert es länger, bis das Plasma den zum Losreißen notwendigen Drehimpuls aufgenommen hat. Gleichzeitig verändern sich aber durch die Neutralinjektion die Plasmaparameter, sodaß eine einfache Skalierung der Dauer des Mode Locking mit der Injektionsleistung nicht möglich ist. Details des Losreissens zeigt Fig. 45.

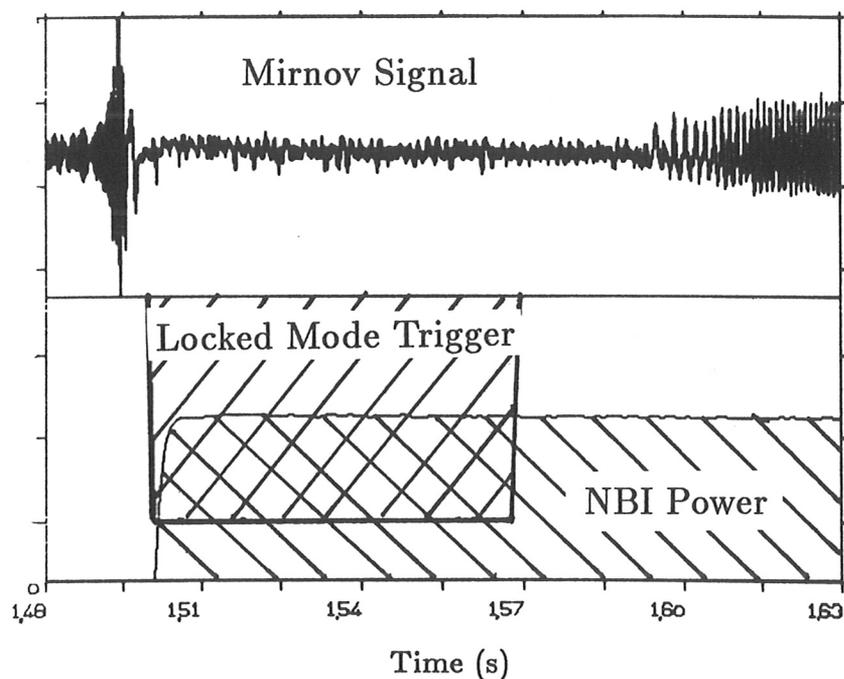


Abbildung 45: *Mirnovspur und getriggertem Einsatz der Neutralinjektion für das oben gezeigte Beispiel mit $P_{NI} = 1.9$ MW.*

Anders als bei LHCD geht bei den Dichtelimitexperimenten mit Einsetzen der Rotation die Amplitude der (2,1) Mode zurück. Dadurch kann der Schuß kontrolliert beendet werden.

5.4 Modenaktivität bei Verunreinigungsakkumulation

In Szenarien guten Einschlusses beobachtet man in ASDEX häufig eine Anhäufung der Verunreinigungen im Plasmazentrum. Dabei kommt es nicht auf die Form des Elektrodendichteprofiles an: während sich die H-Mode durch breite Dichteprofile auszeichnet,

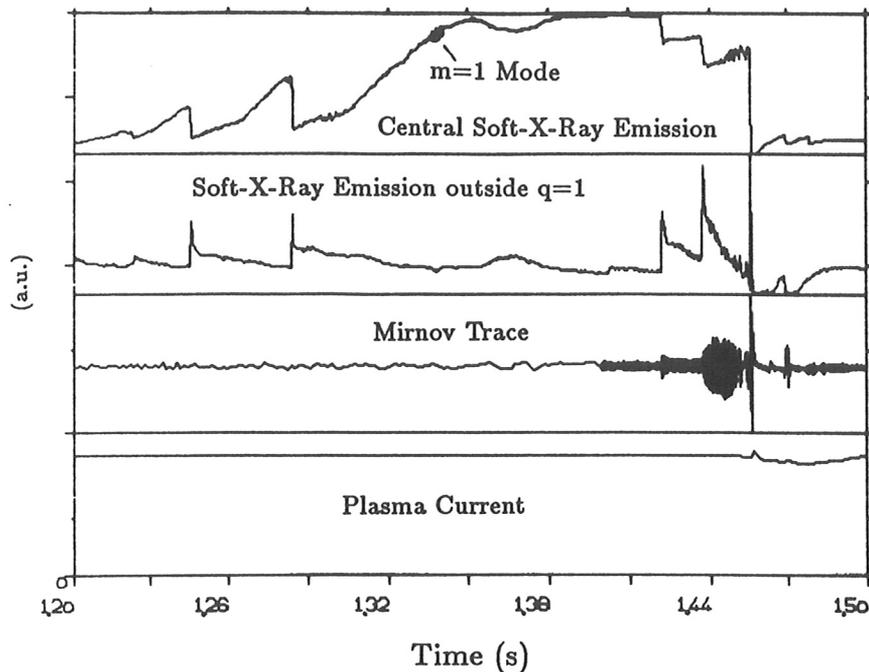


Abbildung 46: Modenaktivität bei Verunreinigungsakkumulation: Die weiche Röntgenstrahlung aus dem Zentrum ist ein Monitor für die zentrale Verunreinigungsdichte. Die Modenaktivität ist an Hand der weichen Röntgenstrahlung und eines Mirnovsignals dargestellt: Nach Unterdrückung der Sägezähne bei $t=1.29$ s und Stabilisierung der $m=1$ Mode bei $t=1.34$ s ist bei $t=1.42$ s und $t=1.44$ s auf dem Mirnov Signal das Anschwingen von MHD-Moden zu erkennen. Diese Aktivität führt bei $t=1.455$ s zu einer Minor Disruption.

sind die anderen Szenarien mit verbessertem Einschluß durch spitze Elektronendichteprofile gekennzeichnet [27]. Es sind dies die Szenarien der Counter-Injektion (Injektion der Neutralteilchen gegen die Stromrichtung), des Pelleteinschusses (Einschuß gefrorener Wasserstoffpellets) und des IOC (Improved Ohmic Confinement). Ein ähnlicher Typus ist die sogenannte 'sägezahnfreie Entladung'.

Die neoklassische Theorie sagt die Akkumulation von Verunreinigungen voraus; in Szenarien verbessertem Einschusses lassen sich die experimentellen Daten mit der Theorie interpretieren [28]. Entladungen mit Verunreinigungsakkumulation enden meist disruptiv. Dies ist auf den Effekt der Veränderung des Leitfähigkeitsprofils und damit auch des Stromprofils zurückzuführen: Die Anhäufung von Verunreinigungen im Plasmazentrum führt dort zu einer Zunahme der effektiven Ladungszahl Z_{eff} des Plasmas und damit nach Gl. (18) zu einer Absenkung der Leitfähigkeit. Dadurch verbreitern sich die Stromprofile, was wiederum zu einer Zunahme des Stromdichtegradienten im Randbereich und damit zu einer Erhöhung des Instabilitätsparameters Δ' führt.

Während dieser Effekt qualitativ bereits 1979 von Engelhardt [29] beschrieben wurde, konnten quantitative Untersuchungen erst im Laufe der vorliegenden Arbeit durchgeführt werden. Dabei wurden zur Untersuchung der Modenaktivität durch PCA berechnete Eigenvektoren verwendet und so Informationen über das Zeitverhalten der Moden gewonnen. Quantitative Auswertung der Veränderung des Stromprofils und der dadurch bedingten Modenaktivität wurden mit dem Stromdiffusionscode und der Δ' -Analyse durchgeführt.

Die Modenaktivität bei Verunreinigungsakkumulation ist Fig. 46 beispielhaft für einen Counter-NI Schuß dargestellt. Mit Beginn der Akkumulation sieht man eine Zunahme der Sägezahn-Amplitude. Bei $t=1.29$ s wird die Sägezahninstabilität unterdrückt und man erkennt eine (1,1) Mode. Bei weiterer Akkumulation wird auch diese unterdrückt, bis schließlich erneut ein Sägezahn auftritt. Gleichzeitig erkennt man die Destabilisierung einer MHD-Mode. Es handelt sich hierbei meist um eine (2,1) Mode; mit Ctr-Injektion wird bei niedrigem q ($q_a = 2.3 - 2.7$) auch eine (3,2) Mode beobachtet. Dies illustriert die PCA-Analyse der Mirnov Daten von Schuß 30356: Zwei signifikante Anteile treten bei 12 kHz und 5 kHz hervor (Fig. 47).

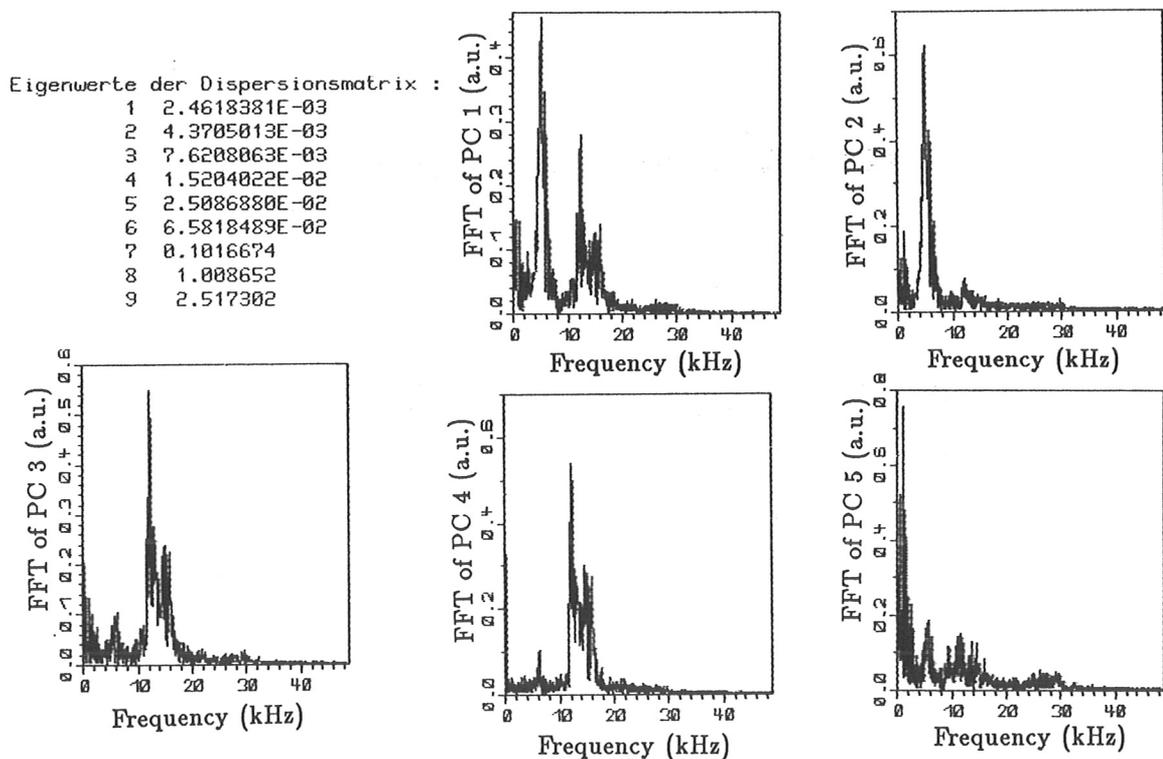


Abbildung 47: ASDEX Schuß 30356: Ergebnis der Hauptkomponentenanalyse: a) Eigenwerte der Kovarianzmatrix b) Fourierspektren der Hauptkomponenten

Zur Präparation der beiden Komponenten eignen sich die Eigenvektoren 2 (5 kHz) und 4 (12 kHz) der PCA. Überprüfung der Signifikanz, wie in Kap. 4.4 beschrieben, ergibt unter Annahme eines Meßfehlers von 1% als Signifikanzgrenze für den zu Eigenvektor

4 gehörigen Eigenvektor $0.045 V^2$, das liegt unter dem tatsächlichen Wert von $0.065 V^2$.

Fig. 48 zeigt die Projektion auf die beiden Eigenvektoren. Bei $t=1.422$ s erkennt man das Anschwingen einer MHD Mode, bei $t=1.44$ s tritt eine Änderung des Modenverhaltens ein. Die modellgestützte Analyse mit der Mirnov Diagnostik zeigt, daß es sich zuerst um eine (3,2) Mode der Frequenz 12 kHz handelt, später wird dann auch eine (2,1) mit der Frequenz 5 kHz destabilisiert. Sowohl die (3,2) als auch die (2,1) Komponente wurden durch Projektion des Rohsignals auf den jeweiligen (mit PCA bestimmten) Eigenvektor gewonnen. Diese Eigenvektoren sind für das ganze in Fig. 48 gezeigte Zeitfenster konstant. Während des Anschwingens der (3,2) Mode ist die (2,1) Mode noch nicht destabilisiert; die Signalamplitude der (2,1) Komponente wird also durch den entsprechenden Anteil inkohärenter Fluktuationen bestimmt. Man sieht deutlich, daß dieser mit Anschwingen der (3,2) Mode kleiner wird; offensichtlich dämpft die kohärente MHD-Mode die Fluktuationen. Eine Interpretation wäre, daß die anwachsende (3,2) Mode die für die Fluktuationen zur Verfügung stehende freie Energie verringert. Dieser Effekt kann mit der modellgestützten Auswertung nicht erkannt werden; er wird durch die PCA herauspräpariert.

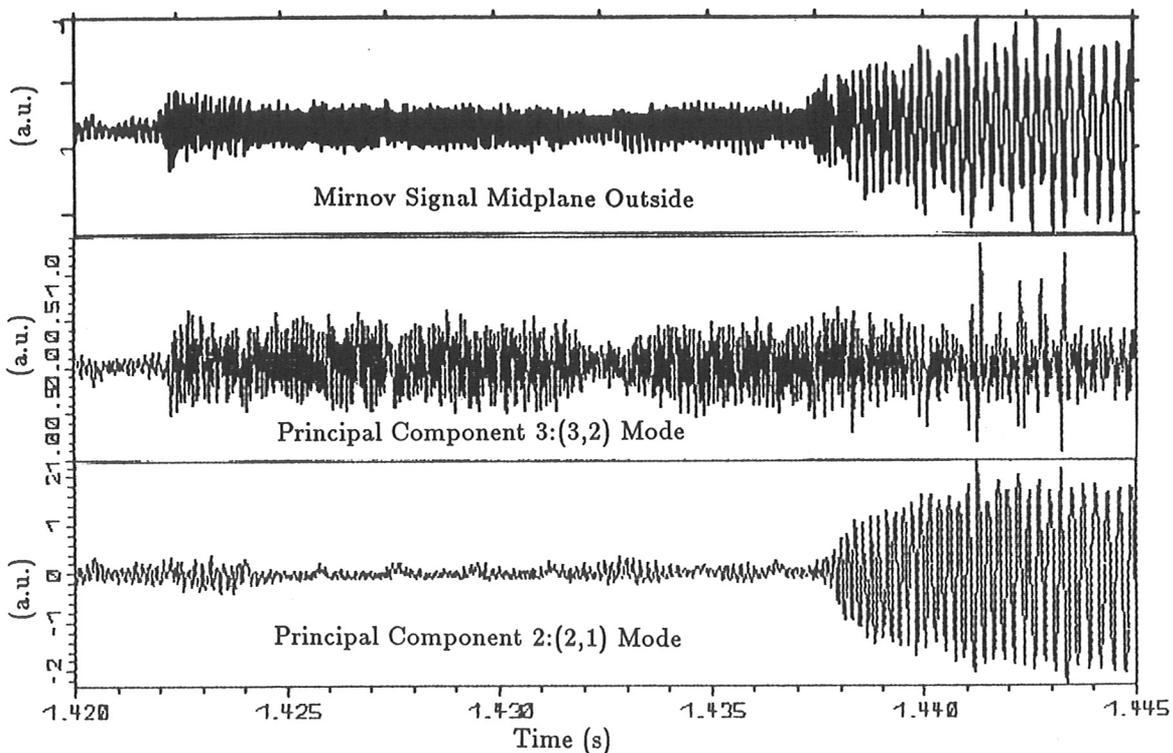


Abbildung 48: ASDEX Schuß 30356: Anschwingen von (3,2) und (2,1) Moden. a) MHD Signal aus der Mittelebene außen; b) Projektion auf (3,2) Eigenvektor; c) Projektion auf (2,1) Eigenvektor

Die bereits angesprochene (2,1) Mode führt dann zu Mode Locking und zu einer Minor

Disruption bei $t=1.455$ s. Darauf tritt eine Reorganisation des Stromprofils ein; die MHD Moden verschwinden (Fig. 46).

Man kann nun versuchen, dieses Modenverhalten nachzuvollziehen. Dazu wird mit dem Stromdiffusionscode (siehe Kap. 2.2) unter Verwendung der zeit- und ortsaufgelösten Z_{eff} Messung die Entwicklung des Stromprofils modelliert. Fig. 49 zeigt die zeitliche Entwicklung des Stromprofils sowie die sich daraus ergebende Entwicklung des Sicherheitsfaktors q für fünf typische Zeitpunkte: Vor Beginn der Akkumulation ($t=1.2$ s), nach Ausbleiben der Sägezähne mit $m=1$ Aktivität ($t=1.3$ s), bei voll entwickelter Akkumulation ($t=1.4$ s), nach dem Einsetzen der MHD-Aktivität ($t=1.44$ s) und schließlich nach der Minor Disruption ($t=1.46$ s).

Mit Einsetzen der Akkumulation verbreitert sich das Stromprofil durch das Ansteigen des zentralen Z_{eff} Wertes und das damit verbundene Absinken der zentralen Plasmaleitfähigkeit. Im q -Profil bedeutet dies ein Ansteigen des Wertes des Sicherheitsfaktors auf der Plasmaachse, q_0 . Fig. 50 zeigt die zeitliche Entwicklung von q_0 . Man beachte, daß q_0 vor Einsetzen der Akkumulation deutlich unter 1 liegt (ca. 0.6), und daß die Unterdrückung der Sägezahninstabilität zwar durch Anheben des zentralen q -Wertes erreicht wird, diese Schwelle aber noch deutlich unter dem Erreichen von $q_0 = 1$ liegt. Dieses Resultat ist konsistent mit neueren Messungen des zentralen Sicherheitsfaktors an anderen Tokamaks [30] und widerspricht der einfachen Interpretation des Kruskal-Shafranov Limits, nach der $q_0 < 1$ nur transient möglich ist. Eine Möglichkeit der Interpretation der betrachteten Stabilität bei $q_0 < 1$ könnte die Wechselwirkung heißer 'Trapped Particles' mit umlaufenden Teilchen [31] bieten. Als Trapped Particles bezeichnet man im Tokamak die im magnetischen Spiegel zwischen Außen- und Innenseite des Torus gefangenen Teilchen; diese können nicht frei umlaufen sondern werden im Feldgradienten reflektiert.

Zur Analyse des Modenverhaltens wurden die Stromprofile einer Δ' Analyse unterworfen. Da im Experiment die (3,2) Mode sowie die (2,1) Mode auftraten, wurde der zeitliche Verlauf des Instabilitätsparameters Δ' für diese beiden Moden bestimmt. Fig. 51 zeigt das Ergebnis der Analyse.

Für beide Moden führt die durch die Verunreinigungsakkumulation bedingte Änderung des Stromprofils zu einem Ansteigen des Instabilitätsparameters. Mit Einsetzen der Moden wird der Instabilitätsparameter reduziert; dies läßt die Interpretation zu, daß die Ausbildung der Mode der ungünstigen Profilform entgegenwirkt. Dieser nicht-lineare Effekt führt zur Sättigung des Anwachsens. Die Minor Disruption bei $t=1.455$ s läßt beide Moden verschwinden.

Eine quantitative Auswertung ist jedoch problematisch: Nach der Δ' Theorie sollte eine Mode für $\Delta' > 0$ instabil sein und sofort anschwingen; außerdem steigt die Anwachsrate mit Δ' . Während für die (3,2) Mode dieses Verhalten grob wiedergegeben wird; ist die (2,1) Mode theoretisch nahezu im ganzen betrachteten Zeitintervall instabil (allerdings zunächst mit nahezu verschwindender Inselbreite). Außerdem erreicht Δ' für die (2,1) Mode größere Werte als für die (3,2) Mode, während im Experiment

die Anwachsrate der (3,2) Mode größer als die der (2,1) Mode ist (siehe Fig. 48). Man stößt hier an die Grenzen der zylindrischen Näherung: Während sich das Hauptplasma durch die verwendete einfache Δ' Analyse offenbar gut beschreiben läßt, kommt es im Randbereich (die $m=2$ Mode ist bei ca. 0.35 m lokalisiert) zu Diskrepanzen. Gerade in der Randregion treten bei ASDEX durch die Separatrixkonfiguration deutliche Abweichungen vom im Code angenommenen Verlauf des Magnetfeldes auf; insbesondere befindet sich nahe der Separatrix eine Zone hoher Verscherung der magnetischen Feldlinien (siehe Anhang A bzw. Fig. 55), die im Code nicht berücksichtigt werden kann. Die Zunahme des Instabilitätsparameters für die (2,1) Mode kann daher nur qualitativ beurteilt werden. Die hohe Verscherung im Randbereich wirkt stabilisierend, so daß eine Δ' Analyse unter Berücksichtigung des zusätzlichen Feldes der Multipolspulen für die (2,1) Mode ein reduziertes Δ' ergeben sollte. Solch eine Analyse war mit dem in Kap. 2.2 vorgestellten Δ' Code nicht möglich.

Im gezeigten Beispiel führt die Minor Disruption zur Reorganisation des Stromprofils; im Allgemeinen wird aber eine Phase starker Verunreinigungsakkumulation durch eine Major Disruption beendet. Während man im Falle der spitzen Dichteprofile bis jetzt keine Möglichkeit zur Verhinderung der Akkumulation gefunden hat, ist diese im Falle der H-Mode durch Edge Localized Modes (ELMs) gegeben. Dieses Regime mit verbessertem Einschluß erscheint daher für stationäre Entladungen [32] aussichtsreicher als die Klasse der spitzen Dichteprofile.

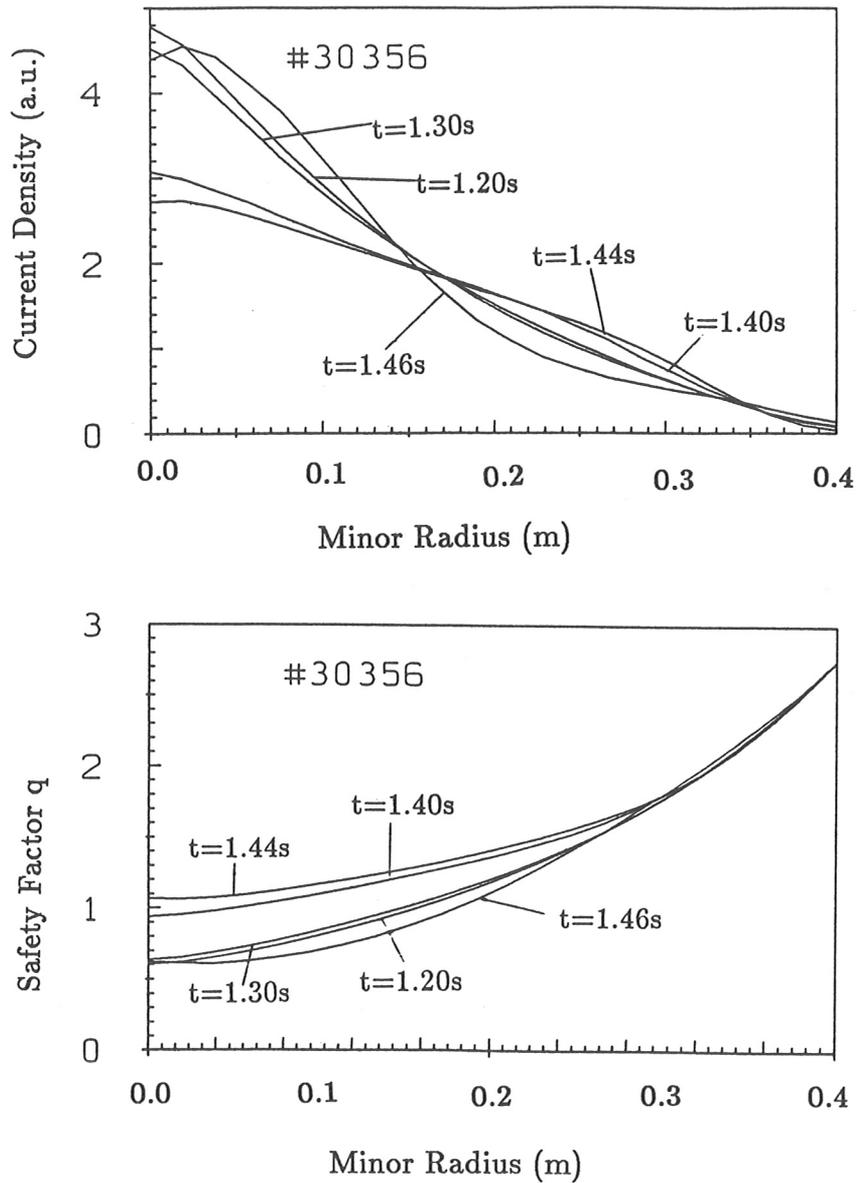


Abbildung 49: Profile der Stromdichte und des Sicherheitsfaktors q für ASDEX Schuß 30356: Die Verbreiterung des Stromprofils durch Verunreinigungsakkumulation führt zum Ansteigen des zentralen Wertes des Sicherheitsfaktors.

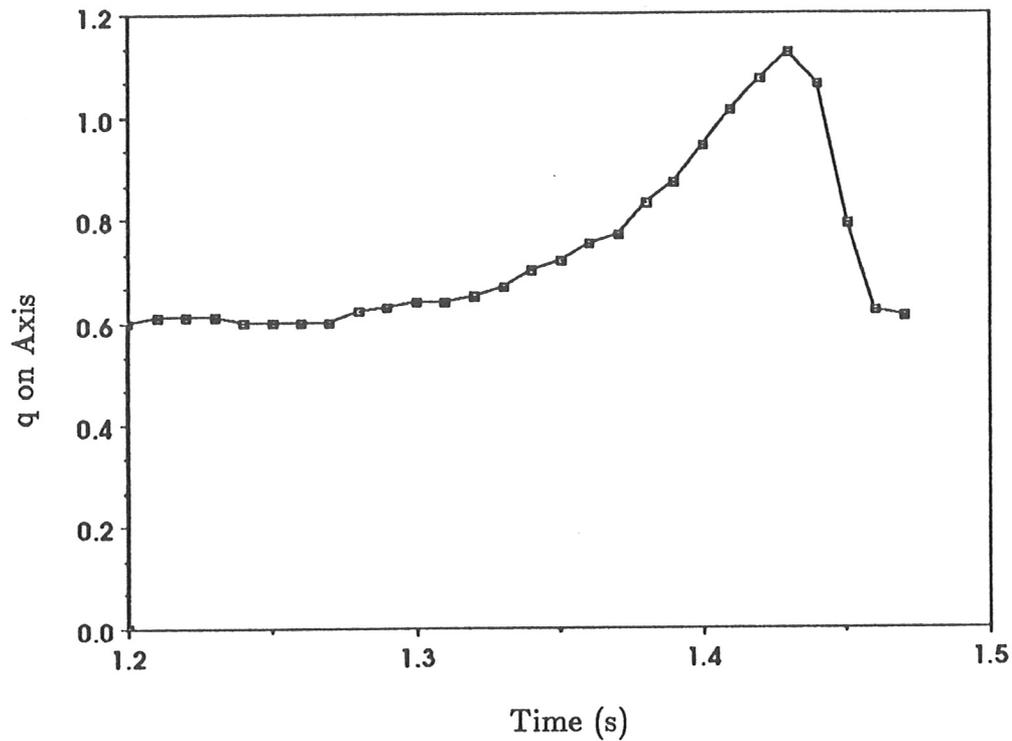


Abbildung 50: Zeitlicher Verlauf des Sicherheitsfaktors auf der Plasmaachse q_0 für ASDEX Schuß 30356 wie er mit dem Stromdiffusionscode gewonnen wird. Durch die Akkumulation von Verunreinigungen steigt q_0 auf über 1; die Minor Disruption bei $t=1.455$ s führt zur Reorganisation des Stromprofils; q_0 sinkt zurück auf den Wert zu Beginn der Akkumulationsphase.

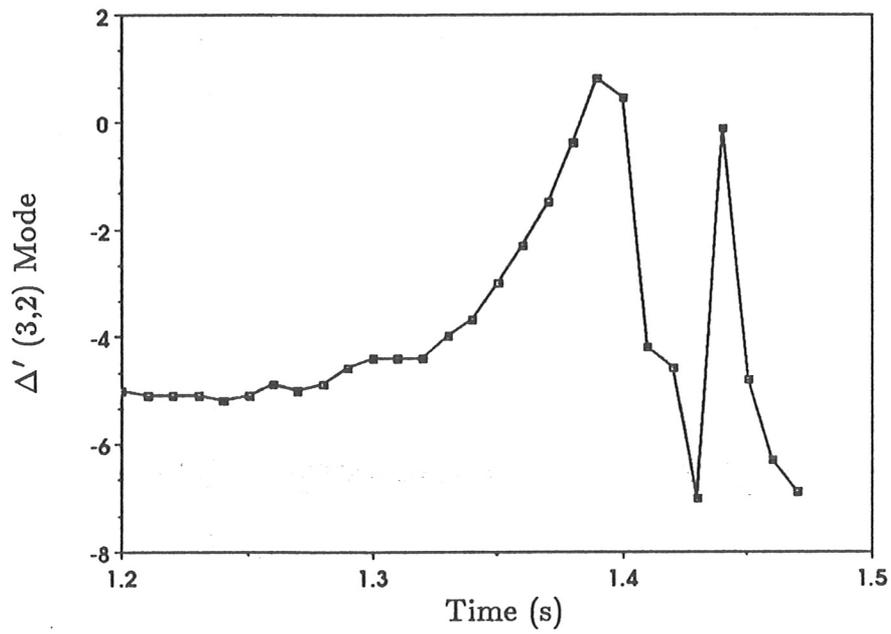
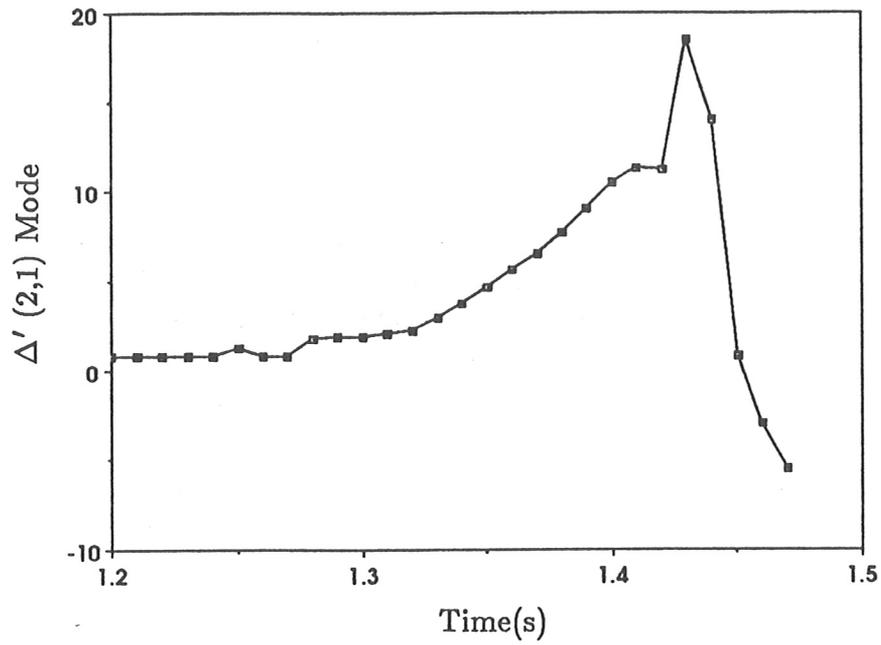


Abbildung 51: Zeitlicher Verlauf des Instabilitätsparameters Δ' für ASDEX Schuß 30356 an den resonanten Flächen $q=2$ (oben) und $q=3/2$ (unten). Die zunehmende Tendenz zur Instabilität gegenüber den zugehörigen Moden ist klar erkennbar.

5.5 Modenaktivität während des Stromaufbaus

Vor dem Beginn einer Tokamakentladung wird das Toroidalfeld B_t auf den für die Entladung vorgesehenen Wert eingestellt. Darauf wird die Plasmaentladung gezündet und der Strom kontinuierlich bis zum Sollwert erhöht (Startup). Dies bedeutet, daß der nach Gl. (3) gegebene Sicherheitsfaktor q von ∞ auf den Sollwert absinkt. Dabei durchläuft q_a , der Sicherheitsfaktor am Plasmarand, eine Sequenz rationaler Zahlen. Eine Analyse der Stabilität eines Plasmas gegen ideale Kink-Moden ergibt das Stabilitätskriterium $q_a > m/n$ [33]. Zusätzlich muß die Stromdichte am Rand verschwinden. Beide Kriterien sind beim Startup transient verletzt, sobald q_a einen rationalen Wert annimmt. Man erwartet daher das Anschwingen idealer Kink-Moden der Modenzahl $m/n = q_a$. Mit weiterem Absenken von q sollte die Mode dann wieder verschwinden, bis schließlich bei Durchlaufen des nächsten rationalen q_a Wertes eine neue Kink Mode destabilisiert wird. (Für eine stationäre Entladung verschwindet die Stromdichte am Rand. Daher sind solche Entladungen stabiler gegen Kink Moden, auch wenn q_a in der Nähe einer ganzen Zahl liegt.)

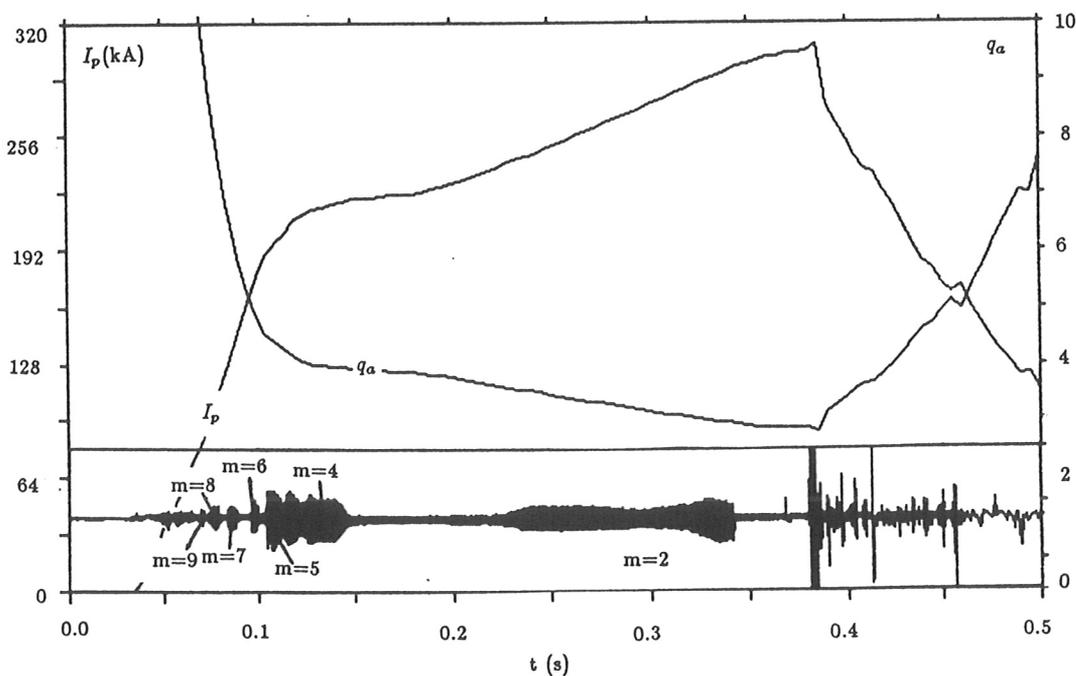
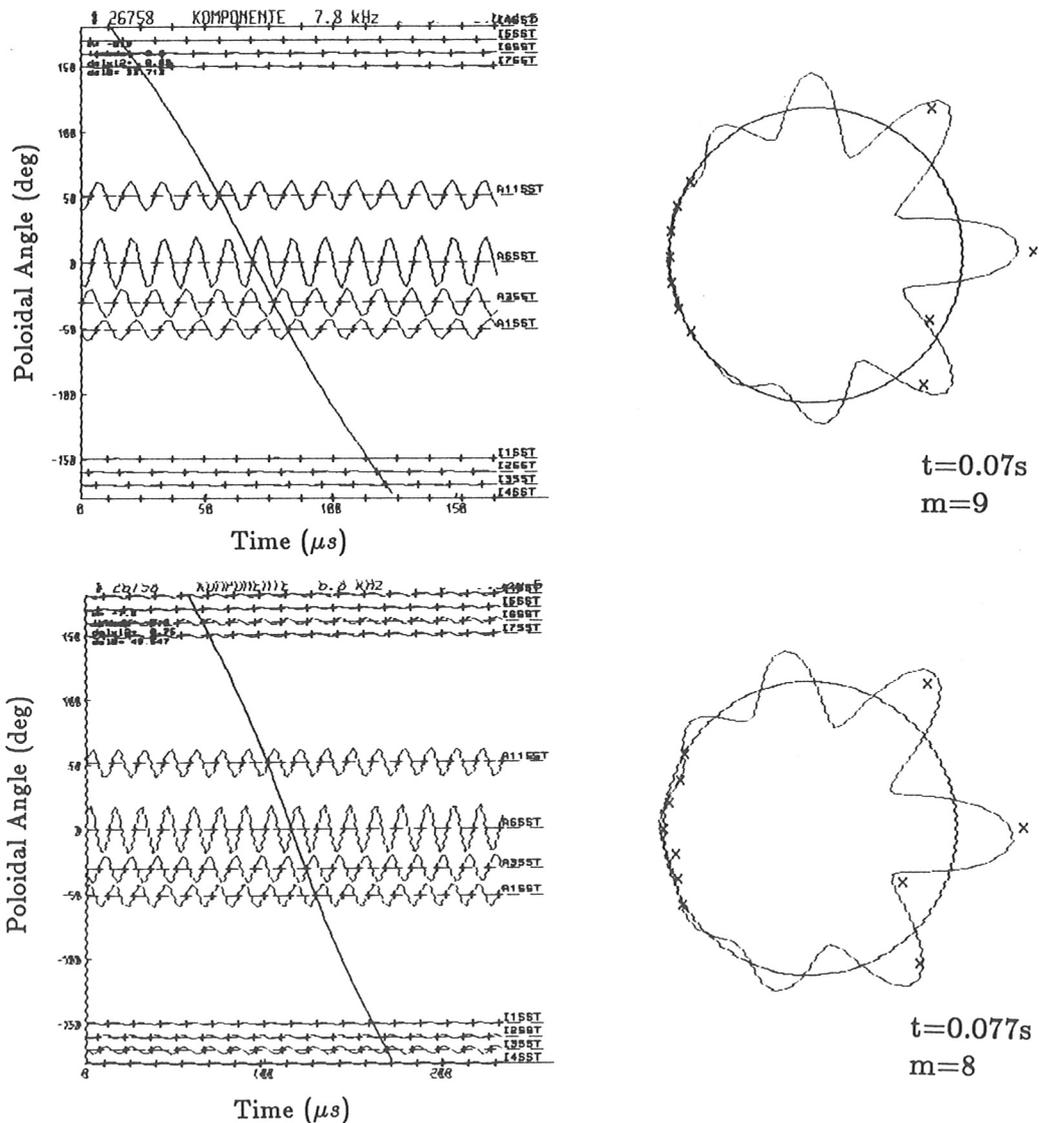


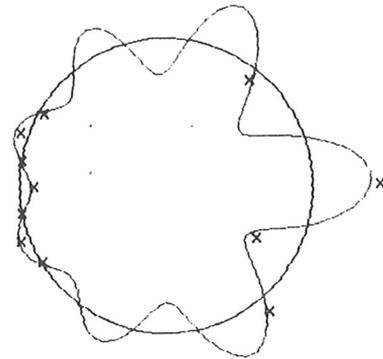
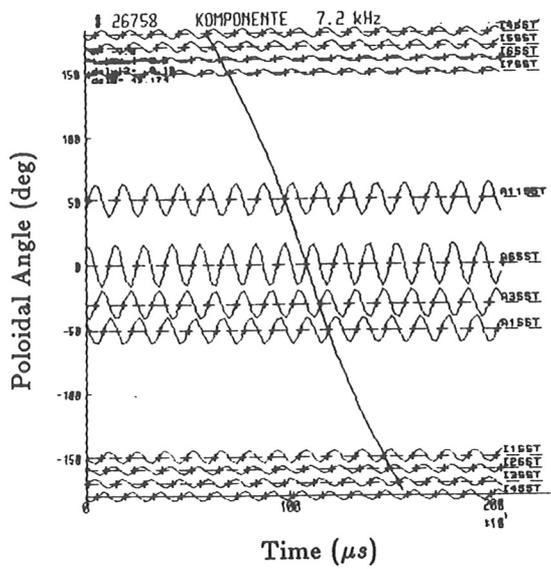
Abbildung 52: Startupmodensequenz: Das Hochfahren des Stroms bei konstantem Toroidalfeld läßt den q -Wert am Rand sinken. Wenn q_a einen ganzzahligen Wert annimmt, wird die zugehörige Kink-Mode destabilisiert. Der Schuß endet disruptiv.

Dieser Effekt wird in Limitertokamaks häufig beobachtet und ist gut diagnostiziert [4]. In ASDEX hingegen tritt er selten auf. Dies kann daran liegen, daß ein Divertorto-

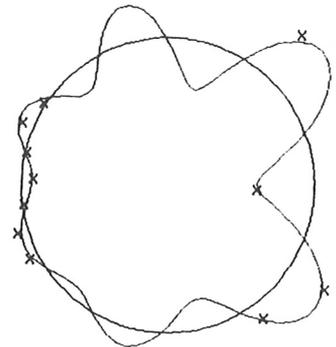
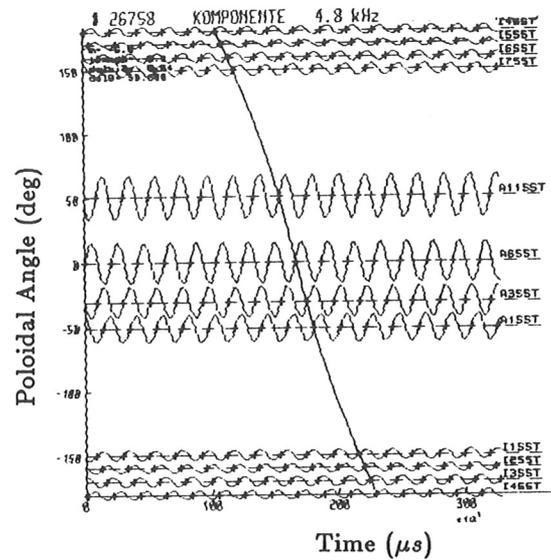
kamak in der Nähe der Separatrix eine Zone hoher magnetischer Verscherung besitzt (siehe auch Fig. 55). Dieser Shear wirkt stabilisierend [33]. Nur in einzelnen Fällen mit hohen Stromanstiegsraten wird eine Startupmodensequenz beobachtet. Ein Beispiel zeigt Fig. 52. Die Erniedrigung der Stromanstiegsrate bei $t=0.15$ s führt zunächst zum Verschwinden der Instabilitäten; bei $t=0.22$ s wird jedoch eine (2,1) Mode destabilisiert. Diese befindet sich allerdings nicht am Rand, denn zum betrachteten Zeitpunkt ist $q_a = 3.5$. Bei $t=0.34$ s tritt Mode Locking ein; der Schuß endet disruptiv bei $t=0.4$ s.

Eine Auswertung der Mirnov-Signale dieses Schusses liefert die Sequenz mit absteigender poloidaler Modenzahl (die toroidale Modenzahl n ist hier generell 1). Fig 53 zeigt Polarplots der mit der Mirnov-Diagnostik erhaltenen Modenstruktur. Bei der Auswertung muß beachtet werden, daß nur eine Analyse mit Berücksichtigung der toroidalen Krümmung die korrekten Modenzahlen liefert (siehe auch Kap. 4.3.2).

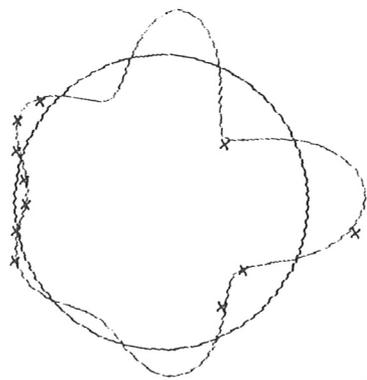
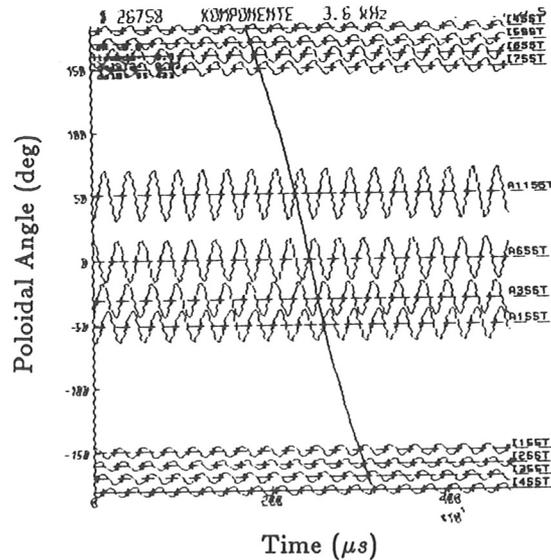




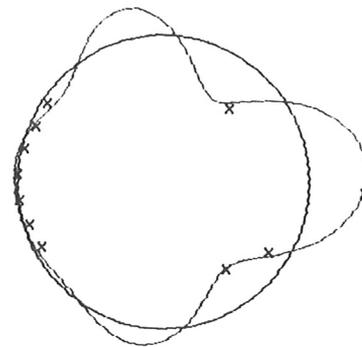
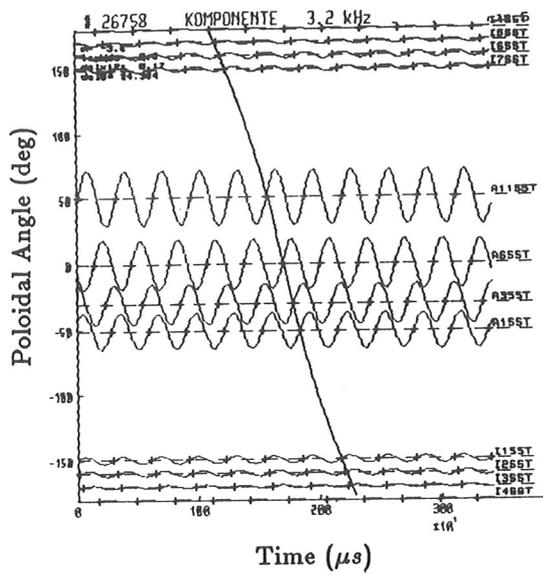
$t=0.087s$
 $m=7$



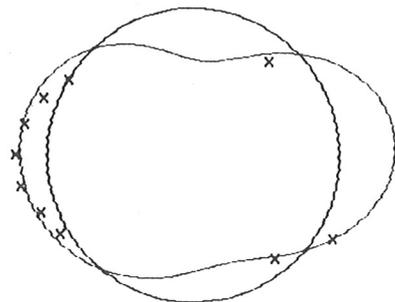
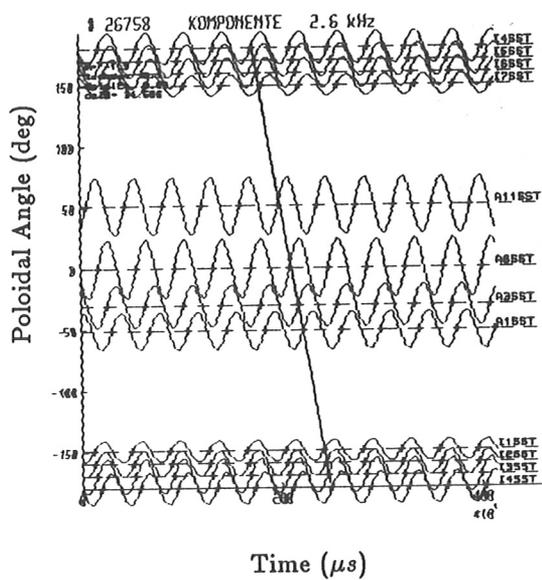
$t=0.097s$
 $m=6$



$t=0.107s$
 $m=5$



$t=0.132s$
 $m=4$



$t=0.255s$
 $m=2$

Abbildung 53: Polarplots der mit der Mirnov Diagnostik analysierten magnetischen Daten der Startupmodensequenz.

5.6 Modenaktivität in der Randschicht

Häufig tritt in ASDEX eine zentrale $m=1, n=1$ Mode auf. Diese kann auf Grund ihrer Topologie normalerweise nicht mit der Mirnov Diagnostik detektiert werden; sie wird mit der Soft-X-Ray Diagnostik beobachtet [34]. In Plasmen mit starker Neutralinjektionsheizung ($P_{NI} > 1\text{MW}$) wird jedoch auf der Mirnov Diagnostik eine Mode gleicher Frequenz beobachtet. Diese Mode tritt bei $m=1$ Aktivität in Schüssen mit anderer Zusatzheizung (LH, ICRH) gleicher Leistung nicht auf. Die Modenfrequenz stimmt recht gut mit der gemessenen toroidalen Rotationsgeschwindigkeit der $q=1$ Fläche überein, so daß auf vorwiegend toroidale Modenbewegung geschlossen werden kann. Fig. 54 zeigt magnetische sowie Soft-X-Ray Signale einer typischen Entladung.

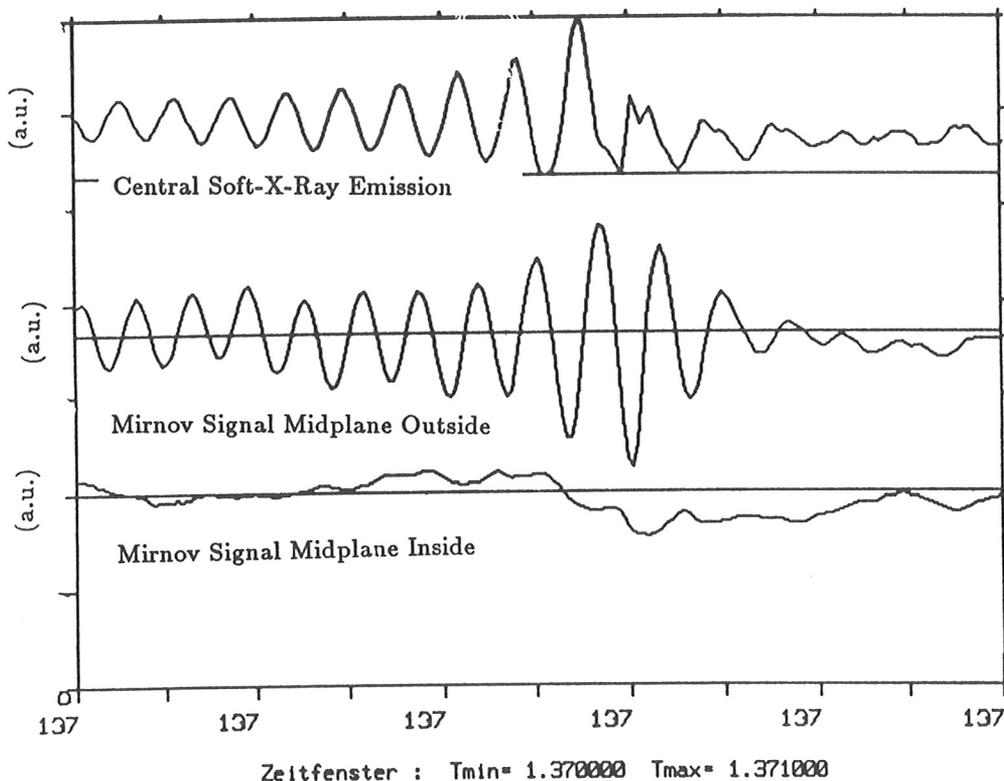


Abbildung 54: Zentrales Soft-X-Ray Signal (obere Spur) und korrelierte Mirnov Signale aus der Mittelebene außen (mittlere Spur) und innen (untere Spur) in einem Schuß hoher Injektionsleistung (1.8 MW) in der L-Phase. Die mit der Soft-X-Ray beobachtete (1,1) Mode und die mit der Mirnovdiagnostik beobachtete Mode sind gekoppelt; es besteht ein starker Innen / Außenkontrast zwischen den magnetischen Signalen.

Man erkennt, daß der Amplitudenkontrast zwischen Aussen- und Innenseite des Torus stark ausgeprägt ist. Typischerweise sind die Amplituden auf der Aussenseite um einen Faktor 5-10 grösser als auf der Innenseite. In diesem Beispiel werden für die

Mode die Modenzahlen (4,1) bestimmt. Der toroidal korrigierte q -Wert am Rand beträgt für diese Entladung $q_a = 3.3$. Man erhält also das überraschende Ergebnis, daß die zugehörige resonante Fläche ($q=4$ Fläche) nicht innerhalb der Separatrix, wie sie normalerweise berechnet wird, liegt. Generell ist die toroidale Modenzahl dieser Mode $n=1$. Die poloidale Modenzahl liegt in allen beobachteten Fällen (q -Variation zwischen $q_a = 2.3$ und $q_a = 4.4$) bei der nächstgrösseren ganzen Zahl über q_a .

Zur Interpretation des Phänomens muß auf die Magnetfeldtopologie in der Randschicht von ASDEX eingegangen werden. Auf Grund der Divertorkonstruktion mit einer magnetischen Separatrix gibt es in der idealen Magnetfeldtopologie von ASDEX zwei Staupunkte (X-Punkte), an denen das Poloidalfeld verschwindet. Streng genommen strebt der Sicherheitsfaktor q hier gegen ∞ . In der Praxis sorgen aber Nichtidealitäten im Spulensystem dafür, daß q endlich bleibt; der Sicherheitsfaktor nimmt jedoch in der Umgebung der Separatrix hohe Werte an; hier befindet sich eine Zone großen Shears (Fig. 55).

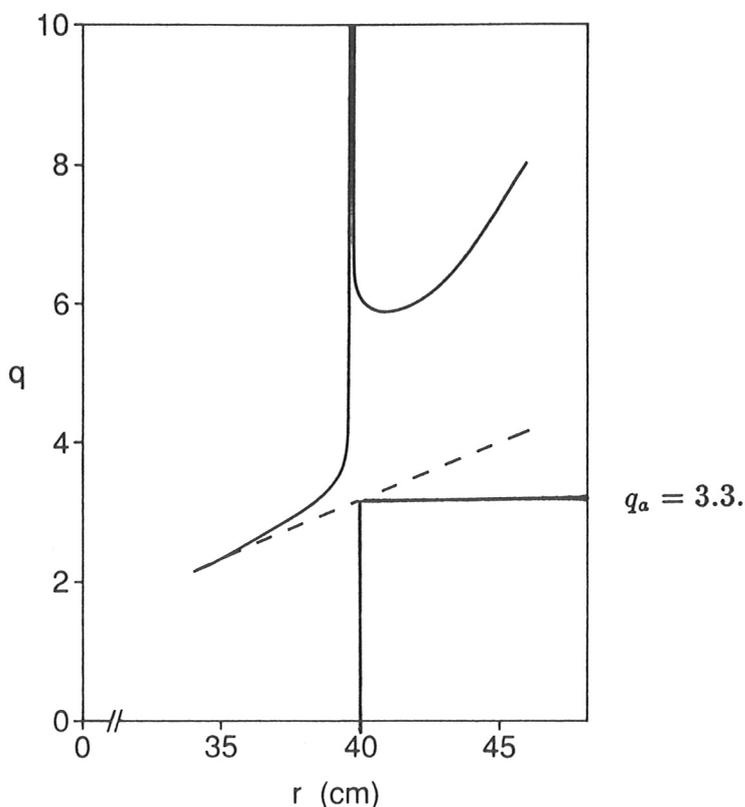


Abbildung 55: Radialer Verlauf des Sicherheitsfaktors q in der Randschicht von ASDEX. Die gestrichelte Linie deutet den Verlauf in einem Limitertokamak gleicher Parameter an; hier wäre $q_a=3.3$.

In der Nähe der Mittelebene wird aber die lokale Feldliniensteigung nicht verändert. Da die Mirnov Diagnostik nicht im Divertorbereich, sondern nur um die Mittelebene

herum mißt, verhalten sich die Feldlinien für die Modenanalyse so, als stiege q wie in einem Limitertokamak kontinuierlich an (gestrichelter Verlauf in Fig. 55. Die Beobachtung einer Mode mit einer poloidalen Modenzahl, die über dem Wert von q_a liegt, gibt Anlaß zur Vermutung, daß sich die Mode auf einer magnetischen Fläche außerhalb der Separatrix befindet. Zum Test dieser Annahme wurde in ASDEX das fluktuierende Poloidalfeld im Divertor gemessen (siehe auch Kap. 3.1). Dabei trat bei einigen Schüssen zusätzliche Modenaktivität auf: Für den im folgenden beispielhaft gezeigten Schuß 27671 konnten mit der Mirnov Diagnostik drei verschiedene Moden separiert werden: Die mit der (1,1) gekoppelte Mode (im folgenden auch als 'Satellit' der (1,1) bezeichnet) mit der Modenzahl von (5,1) und einer Frequenz von 15.6 kHz in ionendiamagnetischer Driftrichtung (der Impulsrichtung der Neutralinjektion entsprechend), sowie zwei ungekoppelte Moden mit den Modenzahlen (3,1) und (4,1), welche mit den Frequenzen 2.0 kHz bzw. 6.0 kHz in elektronendiamagnetischer Driftrichtung rotieren. Fig. 56 illustriert den Sachverhalt.

Der Sicherheitsfaktor der Entladung am Rand beträgt in diesem Schuß $q_a = 4.4$. Die beiden ungekoppelten Moden sind an ASDEX phänomenologisch als Toi-Mode im Hauptraum bekannt [35]. Aus dem q -Profil (Fig. 55) folgt, daß alle drei Moden in der Mittelebene radial sehr dicht beisammen liegen sollten. Daher sollten ihre Störungen auch ähnlich stark im Divertor zu sehen sein; die Moden niedrigerer Modenzahl sollten wegen des kleineren Abfallindex ihres Magnetfelds sogar eher deutlicher ausgeprägt sein. Fig. 57 zeigt zwei verschiedene Phasen von Schuß 27671. In der ersten Phase ($t=1.33$ s) sind nur die Toi-Moden vorhanden; Fig. 57 zeigt die Fourierspektren zweier Sonden aus der Mittelebene (Aussen/Innen) sowie der Divertorsonde. Es besteht praktisch keine Korrelation zwischen Hauptraum und Divertor. Daraus folgt, daß die Toi-Moden, wie auf Grund ihre Modenzahl erwartet, innerhalb der Separatrix im Plasma lokalisiert sind. In einer Phase, in der sowohl die Toi-Moden als auch der Satellit der $m=1$ Mode vorhanden sind ($t=1.37$ s), erkennt man dagegen eine klare Korrelation zwischen Hauptraum und Divertor für den $m=1$ Satelliten.

Man steht also vor der Tatsache, daß das Signal des $m=1$ Satelliten, obwohl es aus geometrischen Gründen im Divertor am schwächsten zu sehen sein sollte, dort am stärksten auftritt. Dies ließe sich allerdings tatsächlich unter der oben ausgesprochenen Annahme, daß die resonanten Feldlinien außerhalb der Separatrix liegen und somit bis in den Divertor laufen, zwanglos erklären. Man muß dann allerdings nach Eigenfunktionen einer $m=1$ suchen, die in der Randschicht ein lokales Maximum aufweisen. Eventuell könnten diese auch den beobachteten Innen / Außenkontrast erklären. Es wurden Versuche gemacht, den Innen / Aussenkontrast durch die vertikale Lage des Plasmas zu erklären (im Single-Nullbetrieb sind Innen- und Aussenseite verbunden, im Double-Nullbetrieb nicht); es konnte jedoch bei einem Scan der Vertikalposition des Plasmas keine deutliche Abhängigkeit festgestellt werden. Eine endgültige Erklärung des Phänomens steht also noch aus.

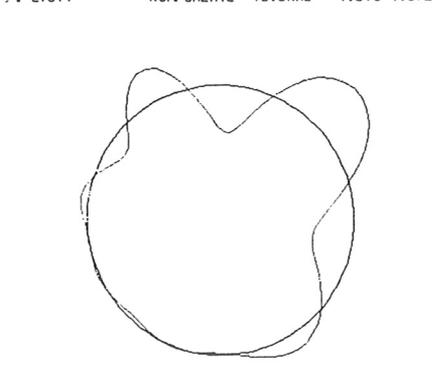
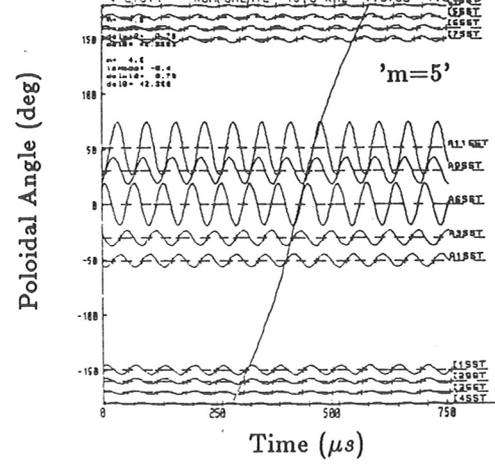
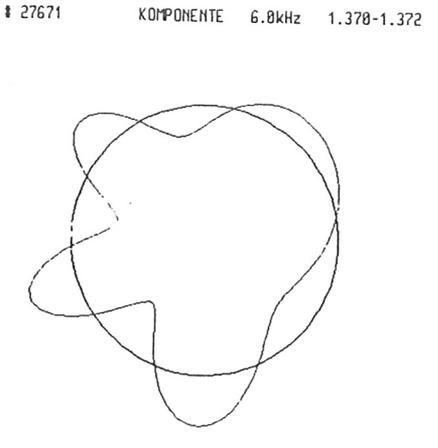
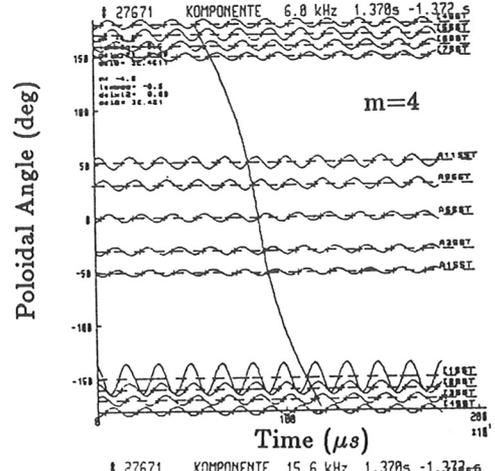
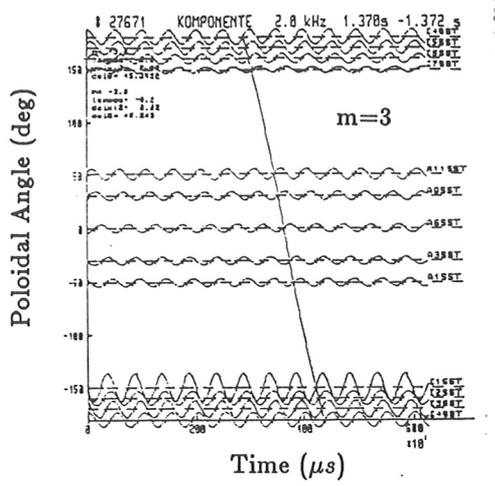


Abbildung 56: Modenaktivität in ASDEX Schuß 27671: Ergebnisse der Modenanalyse zu $t=1.37$ s.

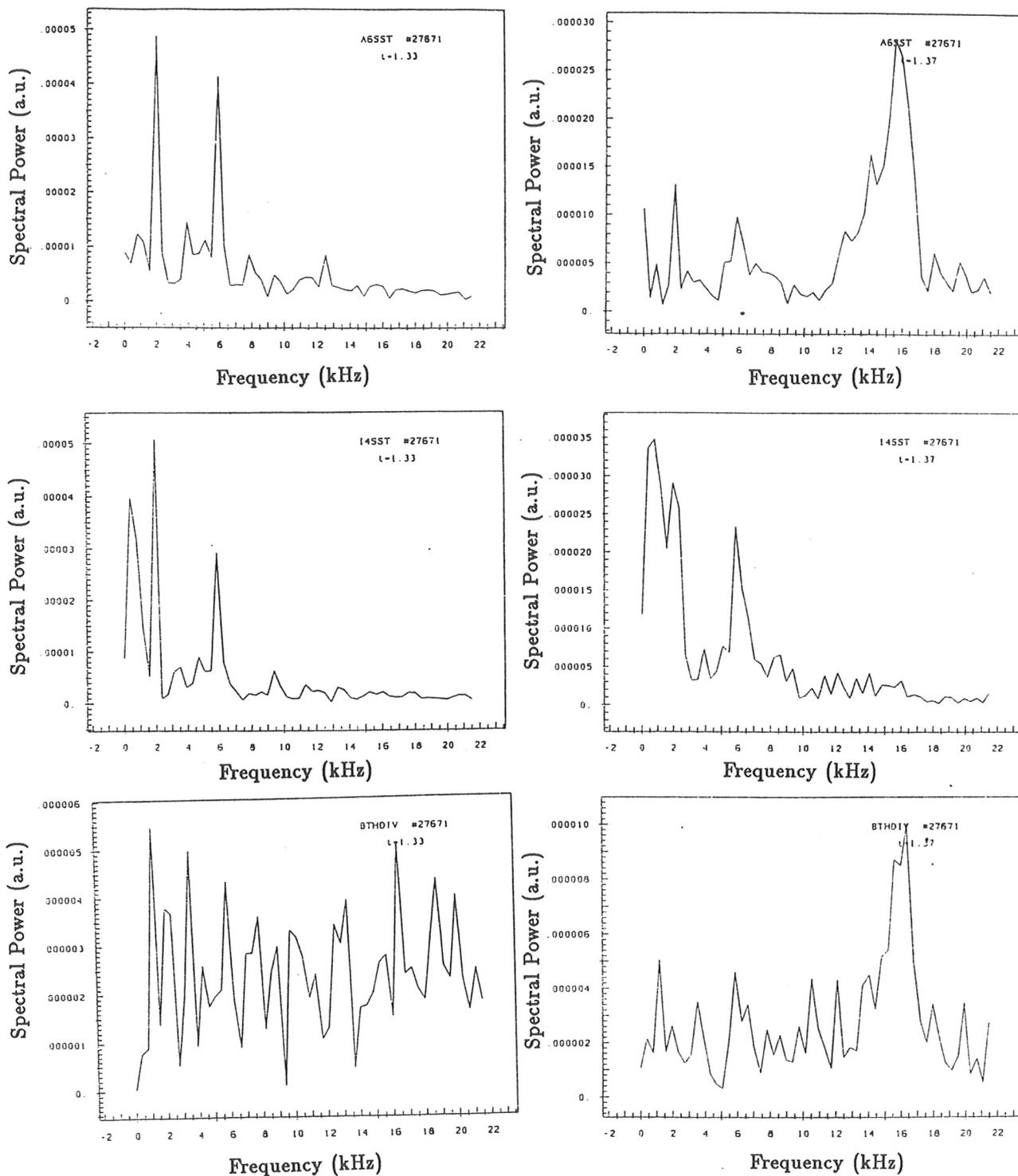


Abbildung 57: Fourierspektren für Schuß 27671 bei $t=1.33$ s (linke Spalte) und $t=1.37$ s (rechte Spalte): A6SST und I4SST sind Sonden im Hauptraum, Mittelebene aussen bzw. innen; BTHDIV ist das Poloidalfeld im Divertor. Während die Moden bei 2 kHz und 6 kHz nicht mit dem Divertorsignal korrelieren, besteht für den Satelliten der (1,1) Mode (15.6 kHz), der bei $t=1.37$ s zu sehen ist, eine starke Korrelation zwischen Divertor- und Hauptraumsignal.

A Das Garchinger Tokamakexperiment ASDEX

Die in der vorliegenden Arbeit beschriebenen Messungen wurden am Tokamakexperiment ASDEX des IPP Garching durchgeführt. Die Abkürzung ASDEX steht für Axial Symmetrisches Divertor Experiment und weist bereits auf die Besonderheit des Experiments hin: An ASDEX wurde zum ersten Mal das Prinzip des poloidalen Divertors erfolgreich demonstriert. Dieses soll im folgenden erläutert werden:

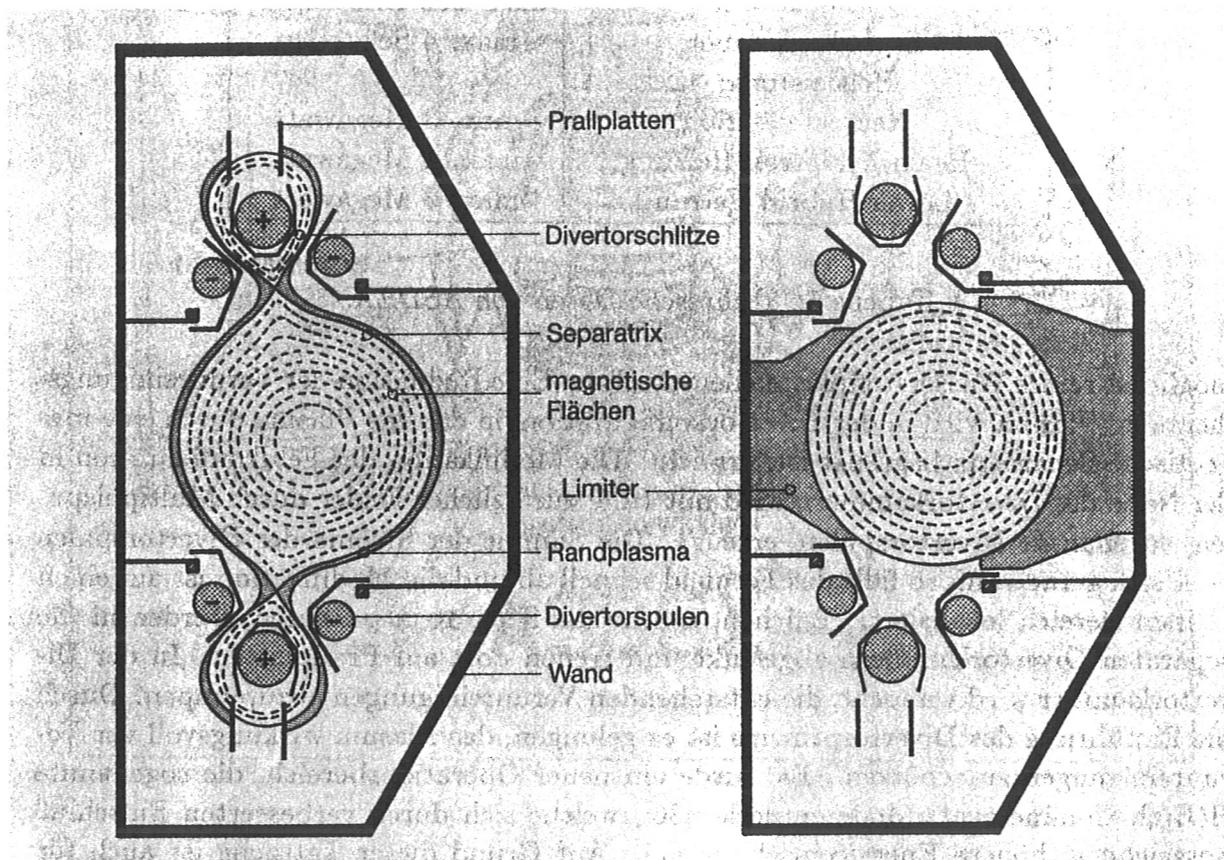


Abbildung 58: Vergleich der Divertor- und der Limiterkonfiguration von ASDEX.

Fig. 58 zeigt einen poloidalen Schnitt durch die Vakuummehre von ASDEX; die rechte Figur zeigt die Limiter-, die linke Figur die Divertorkonfiguration. Die Begrenzung des Plasmas ist in der Limiterkonfiguration durch den Kontakt mit der Wand gegeben; die letzte noch zum eingeschlossenen Plasma gehörige Flußfläche berührt die Wand an einer speziell dafür vorgesehenen Stelle, dem sogenannten Limiter. Dieser Berührungspunkt bildet wegen der hohen thermischen Belastung eine bevorzugte Quelle für die Produktion von Verunreinigungen. Andererseits ist man bestrebt, ein

Gesamtradius	3.5 Meter
Höhe	5 Meter
Gewicht	250 Tonnen
Großer Plasmaradius	1.65 Meter
Kleiner Plasmaradius	0.4 Meter
Magnetfeld auf der Plasmaachse	2.8 Tesla
Anzahl der Toroidalfeldspulen	16
Spulenstrom	max. 45 Kiloampere
Plasmastrom	max. 500 Kiloampere
Entladungsdauer	max. 4 Sekunden
Heizleistung:	
- Neutralinjektion	max. 3 Megawatt
- Ionen Zyklotron Heizung	max. 4 Megawatt
- Lower Hybrid Heizung	max. 3 Megawatt

Tabelle 1: Technische Daten von ASDEX.

möglichst reines Wasserstoffplasma herzustellen. Eine Reduktion der Verunreinigungsdichte im Plasma wird in der Divertorkonfiguration, in der das Plasma durch eine magnetische Separatrix begrenzt ist, erreicht. Die Modifikation der Feldkonfiguration in der Nähe der Divertorkammern wird mit Hilfe zusätzlicher Felder durch Multipolspulen, sogenannte Divertorspulen, erzeugt. Die Summe der Ströme der Divertorspulen hebt sich gerade auf; so fällt das Fernfeld schnell ab und die Modifikation ist auf einen kleinen Bereich lokalisiert. Teilchen, welche die Separatrix passieren, werden in die separaten Divertorkammern abgelenkt und treffen dort auf Prallplatten. In der Divertorkammer wird versucht, die entstehenden Verunreinigungen abzupumpen. Durch die Einführung des Divertorprinzips ist es gelungen, das Plasma wirkungsvoll vor Verunreinigungen zu schützen. Es wurde ein neuer Operationsbereich, die sogenannte H(High Confinement)-Mode entdeckt [36], welche sich durch verbesserten Einschluss auszeichnet (höhere Energieeinschlußzeit). Auf Grund dieser Tatsache ist auch für das nächste große Tokamakexperiment (NET / ITER) die Verwendung eines Divertors geplant.

An ASDEX werden verschiedene Plasmaheizmethoden untersucht: Die Hochfrequenzheizung mit Einstrahlung von Wellen bei der Ionenzyklotronfrequenz (Ion Cyclotron Resonance Heating=ICRH) oder bei der unteren Hybrid Frequenz (Lower Hybrid=LH) sowie die Injektion schneller Neutralteilchen (Neutral Beam Injection=NBI). Fig. 59 zeigt ein Schema des Experiments und Tabelle 1 informiert über die technischen Daten des Experiments sowie der Heizmethoden.

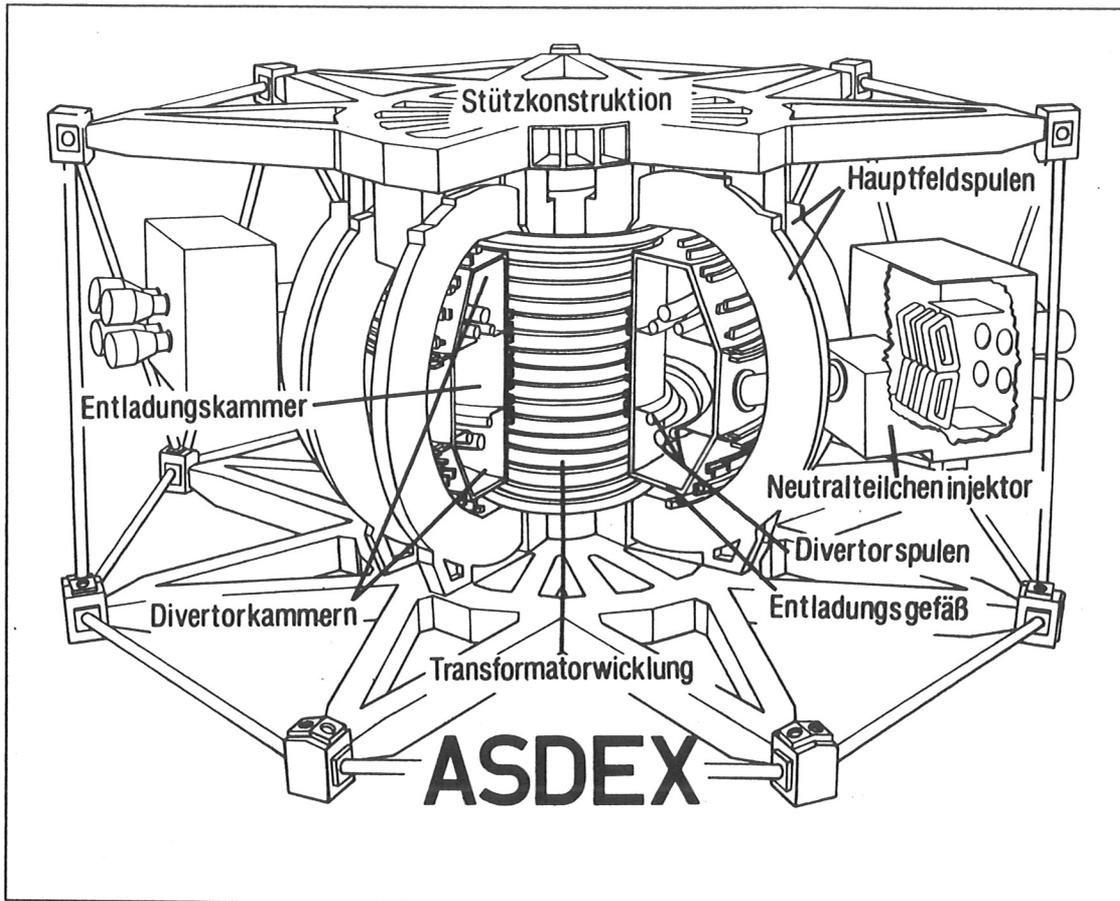


Abbildung 59: Schema von ASDEX

B Die Hauptkomponentenanalyse (PCA)

Ziel der Hauptkomponentenanalyse (Principal Components Analysis = PCA) ist, in einem Datensatz Korrelationen aufzufinden und eine Transformation der Daten in ein orthogonales, maximal unkorreliertes Koordinatensystem durchzuführen. Die Methode wurde in der Physik zum ersten Mal von H. Wind am CERN angewendet [37]. Die Definition der Hauptkomponenten lautet (siehe z.B. [38]):

Gegeben N Stück p -dimensionale Vektoren \vec{x}_i , $i = 1, N$. Man bestimme einen p -dimensionalen Vektor \vec{y}_1 , so daß die Variation der \vec{x}_i längs \vec{y}_1 maximal ist, d.h. man maximiere die Varianz der auf y_1 projizierten Stichprobe

$$s_{y_1}^2 = \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p y_{1i} y_{1j} s_{ij} \quad (91)$$

wobei s_{ij} die Kovarianzmatrix

$$s_{ij} = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (x_{ik} - \langle x_i \rangle)(x_{jk} - \langle x_j \rangle) \quad (92)$$

ist und $\langle x_i \rangle$ das arithmetische Mittel des i -ten Vektors bedeutet. Als *erste Hauptkomponente* der \vec{x}_i bezeichnet man dann die Projektion der \vec{x}_i auf den gefundenen Vektor \vec{y}_1 . Es ist üblich, den Vektor \vec{y}_1 zu normieren.

Die weiteren Hauptkomponenten findet man nach dem gleichen Verfahren: Die r -te Hauptkomponente ist die Projektion auf den Vektor \vec{y}_r , welcher die Varianz der Stichprobe (91) maximiert und außerdem senkrecht auf den Vektoren \vec{y}_k , $k = 1, r-1$ steht. Mit diesem Verfahren schafft man sich ein Orthonormalsystem mit der Eigenschaft, daß die Varianz der Projektion auf diese Vektoren maximal ist. Es läßt sich leicht zeigen (siehe z.B. [38]), daß die so erhaltenen Vektoren \vec{y}_i gerade die Eigenvektoren der Kovarianzmatrix S (Gl. (92)) sind. Dabei ist die Projektion auf den zum größten Eigenwert λ von S gehörenden Eigenvektor gerade die erste Hauptkomponente; die Projektion auf den zum nächstkleineren Eigenwert gehörenden Eigenvektor liefert die zweite Hauptkomponente etc. Man findet somit in der Praxis die zu den Hauptkomponenten gehörigen Eigenvektoren durch Diagonalisieren der Kovarianzmatrix der \vec{x}_i und Ordnen der Eigenvektoren nach absteigender Grösse der Eigenwerte. Die Interpretation der Eigenwerte λ_i ergibt sich aus der Definition der Kovarianzmatrix: λ_i ist die Varianz der i -ten Hauptkomponente.

Die Hauptkomponentenanalyse definiert also ein Orthonormalsystem \vec{y}_i . Dieses läßt sich als Transformationsmatrix einer linearen Transformation in einen Raum maximaler Variation, d.h. minimaler Korrelation auffassen. Die Hoffnung ist, daß sich ein korrelierter Datensatz \vec{x}_i durch wenige Hauptkomponenten darstellen läßt. Die Schwierigkeit besteht darin, ein Kriterium für die Signifikanz einer Hauptkomponente zu finden. Ein Anhaltspunkt ist durch die Grösse der zugehörigen Eigenwerte der Kova-

rianzmatrix gegeben. Wie bereits erwähnt, entsprechen sie der Varianz der Hauptkomponente. Die gesamte Varianz der Hauptkomponenten ist die Summe der Eigenwerte, d.h. die Spur der Kovarianzmatrix. Die Signifikanz läßt sich damit über das Verhältnis des Eigenwertes zur Spur der Kovarianzmatrix abschätzen. Mit dieser Methode kann die Reduktion auf wenige Hauptkomponenten motiviert werden. Im Gegensatz zu dieser Anwendung steht aber die Anwendung der PCA zu Filterung und Präparation bestimmter Anteile des Datensatzes. Es kann durchaus sein, daß man aus physikalischen Gründen daran interessiert ist, einen dominanten Anteil auszufiltern (z.B. ein dominantes Störsignal); man wird dann gerade auf eine oder einige der ersten Hauptkomponenten verzichten. In Fällen, in denen nichts über die hinter den Daten stehende Physik bekannt ist, kann es sein, daß man alle Hauptkomponenten betrachtet, da diese die Daten in maximal unkorrelierten Koordinaten darstellen. Die Auswahlkriterien der Hauptkomponenten hängen also stark von der Anwendung ab.

Geht man davon aus, daß der Datensatz der \vec{x}_i einen physikalischen Sachverhalt ausreichend beschreibt und somit eindeutige Korrelationen zwischen den Komponenten eines Vektors \vec{x}_i vorliegen, so hat man zwei Fehlerquellen zu betrachten: Die Diskretisierung der i. A. kontinuierlichen Meßgröße und die experimentell bedingten Meßfehler. An Hand eines einfachen Beispiels sollen hier beide Fehlerquellen veranschaulicht und abgeschätzt werden. Man betrachte als Beispiel die Messung einer kohärenten MHD Mode mit zwei Spulen, d.h. $p = 2$. Die Spulen messen dann im Idealfall ein zeitlich sinusförmig variierendes Signal; zwischen den Meßsignalen liegt eine feste Phasendifferenz. Die Meßsignale sind dann durch

$$\vec{x}_i = (B_1 \sin(\omega t_i), B_2 \sin(\omega t_i + \phi)) \quad (93)$$

gegeben. Dabei ist ϕ der Phasenwinkel zwischen den Spulen, B_1 und B_2 sind die Amplituden der Signale und die $t_i, i = 1, N$ bezeichnen die Zeitpunkte, an denen gemessen wird. Im allgemeinen Fall definieren die Signale eine Ellipse in der x_1, x_2 Ebene (Lissajous Figur). Das Problem der korrekten Interpretation der Signale liegt also darin, die Halbachsen der Ellipse zu bestimmen. Die PCA dreht dann das Koordinatensystem in die Hauptachsen der Ellipse (Hauptachsentransformation). Die Eigenwerte der Kovarianzmatrix der durch Gl. (93) gegebenen Signale sind bis auf einen Faktor 2 (da $\langle \sin^2(x) \rangle = 1/2$) gleich den Quadraten der Halbachsen der Ellipse. Fig. 60 verdeutlicht die Geometrie.

Die Bestimmung der Halbachsen läuft daher auf die Bestimmung der Eigenwerte der Kovarianzmatrix hinaus; im neuen Koordinatensystem sind die Meßwerte maximal unkorreliert (nämlich *sin*- bzw. *cos*-Komponente). Der Fehler durch die diskrete zeitliche Abtastung der Meßwerte kann simuliert werden: Es wurde ein Programm erstellt, das diskrete Meßwerte nach (93) simuliert. Darauf werden die Halbachsen mit PCA bestimmt und mit den vorgegebenen Werten verglichen. Der relative Fehler verschwindet mit der Anzahl der Meßwerte wie $1/N$. Dabei wurde die Simulation so durchgeführt, daß die Abtastrate ungefähr $10 \times \omega$ entsprach; dies entspricht der bei

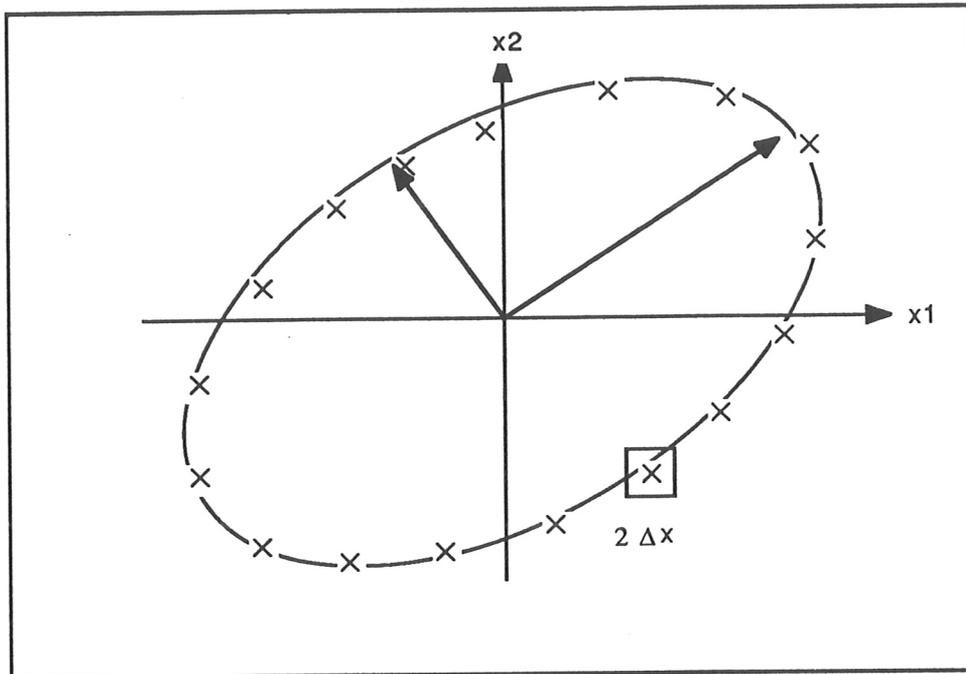


Abbildung 60: Fehlerquellen bei der PCA: Das Fehlerkästchen zeigt die Unsicherheit auf Grund der Meßfehler. Die Diskretisierung ist durch die eingezeichneten Meßpunkte angedeutet.

der Mirnov Diagnostik vorliegenden experimentellen Situation (z.B. Modenfrequenz 10 kHz und Abtastfrequenz 100 kHz). In Fig. 61 ist der Verlauf des relativen Fehlers über der Anzahl der Meßvektoren aufgetragen. Man erkennt, daß bereits bei $N = 100$ befriedigende Übereinstimmung vorliegt.

Eine zweite Fehlerquelle ist die Meßungenauigkeit. Hier addieren sich systematische wie statistische Fehler zu einer Ungenauigkeit Δx_1 bzw. Δx_2 . Nimmt man an, daß die Fehler in beiden Richtungen gleich groß sind, so erhält man als Unsicherheit gerade das in Fig. 60 eingezeichnete Fehlerquadrat der Kantenlänge $2\Delta x$. Um eine Aussage über die Halbachsen zu machen, muß die Ausdehnung des Fehlerquadrates klein gegen die betrachtete Halbachse sein. Da man nichts über die Orientierung der Koordinatenachsen x_1 und x_2 zu den Halbachsen der Ellipse weiß, muß man den ungünstigsten Fall annehmen: Die maximale Ausdehnung des Fehlerquadrates befindet sich längs seiner Diagonalen; der Fehler beträgt daher $\sqrt{2}\Delta x$. In Verallgemeinerung auf p Dimensionen lautet das Signifikanzkriterium also

$$\Delta x \sqrt{p} < \sqrt{2\lambda_i} \quad (94)$$

da die Länge der Raumdiagonalen eines p -dimensionalen Würfels der Kantenlänge Δx

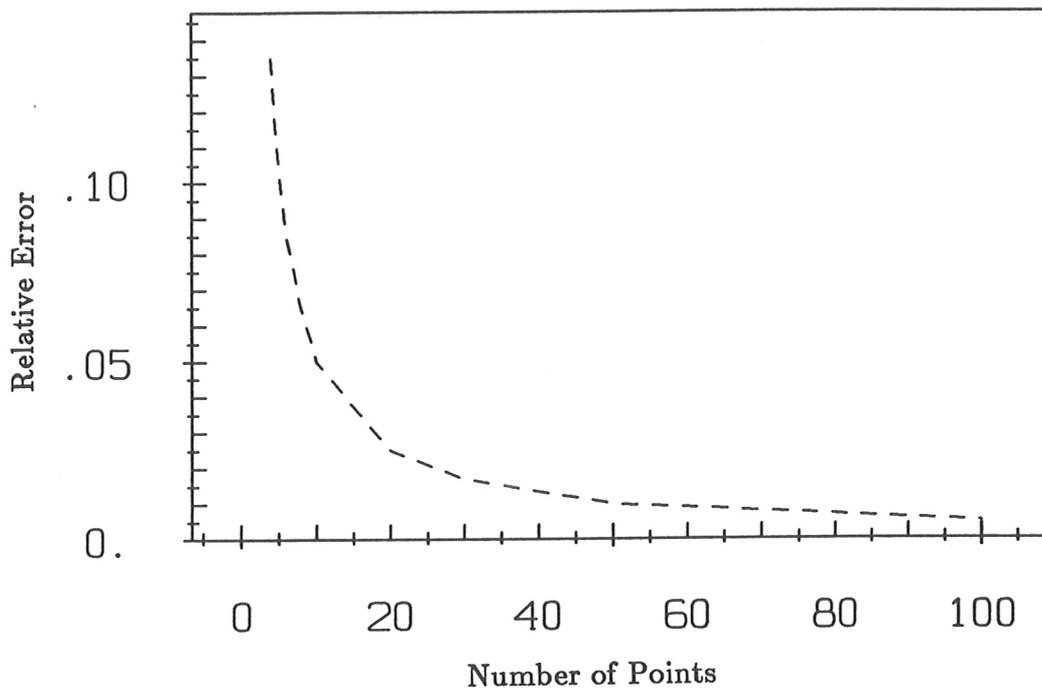


Abbildung 61: *Simulation des Diskretisierungsfehlers für das im Text vorgestellte Beispiel. Der Fehler verschwindet wie $\frac{1}{N}$.*

gerade $\sqrt{p}\Delta x$ beträgt. Hauptkomponenten, deren zugehöriger Eigenwert der Kovarianzmatrix die Ungleichung (94) nicht erfüllt, können nicht als signifikant betrachtet werden.

C Die Mirnov Diagnostik für ASDEX-Upgrade

Im Sommer 1990 wurde der Experimentierbetrieb an ASDEX beendet. Im Herbst 1990 ist dann die Inbetriebnahme des Nachfolgeexperimentes ASDEX-Upgrade geplant. Ein Schema von ASDEX-Upgrade zeigt Fig. 62.

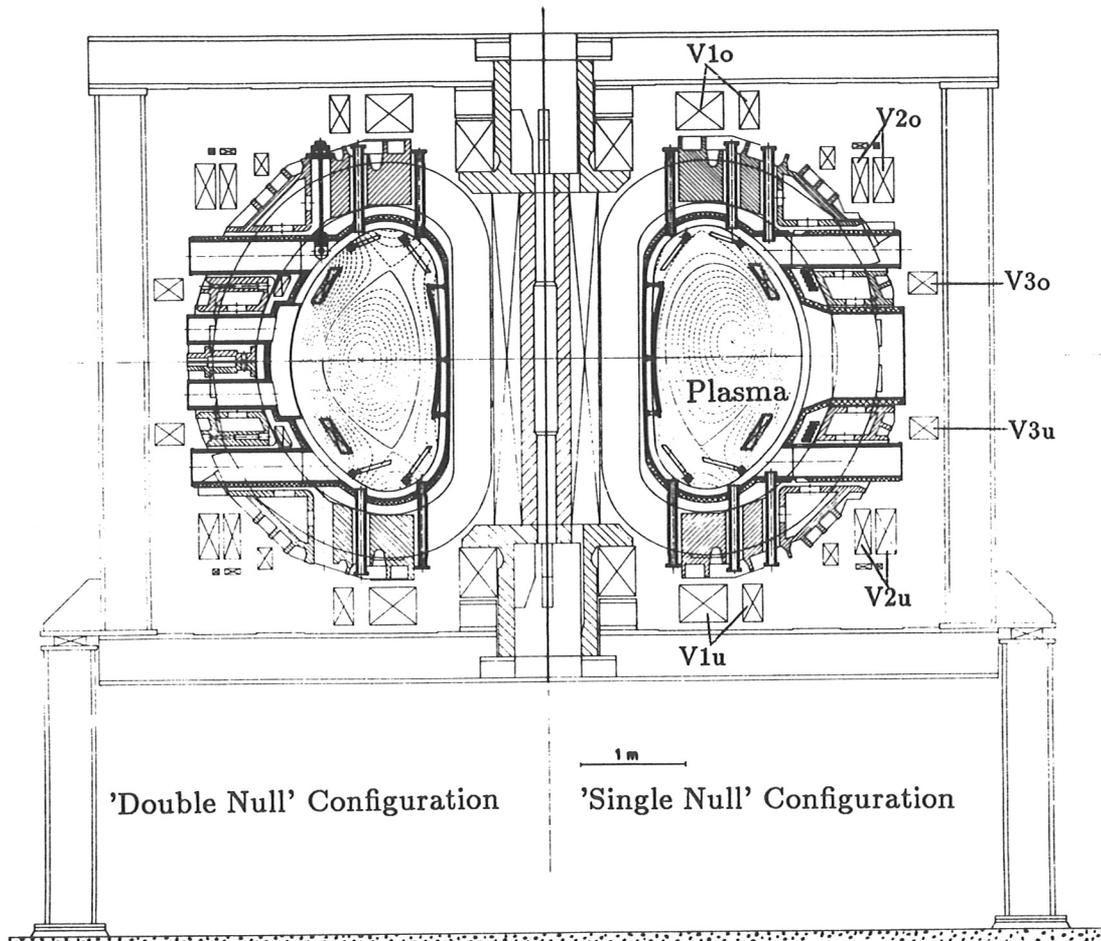


Abbildung 62: Schema von ASDEX-Upgrade. Die Poloidal­feldspulen V1 - V3 liegen außerhalb der Toroidal­feldspulen.

Ziel des Experimentes ist, eine reaktorrelevante Divertorkonfiguration zu untersuchen, den sogenannten 'offenen' Divertor, bei dem sich die Prallplatten nicht mehr in separaten Divertorkammern, sondern im Hauptraum befinden. Dabei liegt das Hauptaugenmerk auf der Belastung der Prallplatten durch reaktorrelevante Leistungs- und

Teilchenflüsse.

Während die zur Formgebung und Lageregelung des Plasmas dienenden Poloidal­feldspulen in ASDEX innerhalb der Toroidal­feldspulen liegen, sind sie in ASDEX-Upgrade außerhalb angeordnet und damit deutlich weiter vom Plasma entfernt (Spulen V1 - V3 in Fig. 62). Diese Konfiguration entspricht den Erfordernissen eines zukünftigen Fusionsreaktors, in dem nach heutigen Konzepten (NET/ITER) innerhalb der Toroidal­feldspulen kein Platz für weitere Spulen sein wird. Der größere Abstand vom Plasma führt dazu, daß der Einfluß der von diesen Spulen erzeugten Magnetfelder im ganzen Plasmabereich signifikant ist: Während das Multipoltriplett zur Erzeugung der Divertorkonfiguration in ASDEX so nah beieinander liegt, daß sich das Hauptplasma bereits im Fernfeld des Multipols befindet, sind in ASDEX-Upgrade die Abstände zwischen den Spulen von der Größenordnung des kleinen Plasmaradius. Zusätzlich wird ASDEX-Upgrade auch mit elongierten Plasmen arbeiten, so daß auch die in ASDEX gültige Näherung kreisförmiger Flußflächen nicht mehr anwendbar ist. Wegen der Elongation variiert auch das poloidale Magnetfeld auf einer Flußfläche, d.h. die Variation der Feldliniensteigung ist größer als im kreisförmigen Fall.

Man hat daher bei der Untersuchung der MHD-Aktivität folgende Punkte zu beachten:

- Die Charakterisierung der räumlichen Modenstruktur kann in elongierten Plasmen nicht mehr mit den an ASDEX verwendeten modellgestützten Verfahren bestimmt werden; es existiert keine einfache Transformation, die den poloidalen Winkel in eine Eigenkoordinate überführt. Die Eigenfunktionen sollen daher mit PCA bestimmt werden. An anderen Tokamakexperimenten mit elongierten Plasmen (DIII-D, PBX-M) werden die Moden zur Zeit nur durch die toroidale Modenzahl n charakterisiert. Die PCA kann somit an ASDEX-Upgrade zur besseren Klassifizierung der Moden beitragen.

- Bei der Interpretation der Modenaktivität mit der Stabilitätsanalyse müssen die von den Poloidal­feldspulen erzeugten Magnetfelder berücksichtigt werden. Es zeigte sich bereits an ASDEX, daß das Modenverhalten in der Randzone, d.h. dort, wo lokale Abweichungen von der Zylindersymmetrie auftreten, nicht mit eindimensionalen Modellen beschrieben werden kann. Für ASDEX-Upgrade müssen daher zweidimensionale Stabilitätsanalysen (z.B. Δ') durchgeführt werden, um den Einfluß der außenliegenden Spulen zu berücksichtigen. Ein interessanter Punkt ist die Untersuchung des Moden­verhaltens in der Randschicht; es bleibt abzuwarten, ob die an ASDEX gefundenen Ergebnisse (Kap. 5.6) reproduzierbar sind. Da bei ASDEX-Upgrade der gesamte poloidale Winkelumfang mit Spulen bestückt werden kann, könnten neue Erkenntnisse über die an die $m=1$ Mode gekoppelte Moden in der Randschicht gewonnen werden. Sollte sich diese außerhalb der Separatrix befinden, so ließe sich das mit der verbesserten Auflösung im Divertorbereich klären.

Die zu erwartenden Signalfrequenzen werden dagegen von der Größenordnung der an ASDEX beobachteten Werte sein: Die Maximalleistung der an ASDEX-Upgrade verwendeten Neutralinjektion ist zwar größer als an ASDEX, andererseits ist der Ein-

schußwinkel anders: Während die Injektion an ASDEX nahezu tangential einschießt, erfolgt sie an ASDEX-Upgrade unter einem Winkel von ca. 70° zur toroidalen Richtung. Eine Abschätzung ergibt, daß das maximale in toroidale Richtung ausübbares Drehmoment für beide Experimente nahezu gleich ist. Unter Einbeziehung der zu erwartenden Dichte und Impulseinschlußzeit führt das zu einer maximalen toroidalen Rotationsgeschwindigkeit von ca. 10^5 m/s (ASDEX: 2×10^5 m/s) bei gleichem großen Radius. Auch die diamagnetische Drift wird zu Frequenzen führen, die den an ASDEX gemessenen vergleichbar sind ($V_{dia,\phi} \propto \beta_p I / na^2$); diese Voraussagen werden auch durch die Ergebnisse anderer Tokamaks (JET, DIII-D) gestützt.

Auf Grund dieser Vorüberlegungen und der an ASDEX gewonnenen Erfahrung kann ein Konzept für die Mirnov-Diagnostik an ASDEX-Upgrade entworfen werden. Die Anzahl der benötigten Mirnov-Spulen ergibt sich aus der Forderung einer Auflösung von

-poloidaler Modenzahl $> 10 \implies$ mindestens 20 Sonden

-toroidaler Modenzahl $> 5 \implies$ mindestens 10 Sonden

Daher werden minimal 30 Spulen für die Mirnov-Diagnostik benötigt. An ASDEX-Upgrade werden insgesamt ca. 120 verschiedene Spulen und Flußschleifen zur Verfügung stehen. Die Auflösung einer maximalen Signalfrequenz von

-kohärenten MHD Moden: maximal 50 kHz

-aperiodischen Vorgänge: $\tau_a \propto \mu s$

ergibt die Notwendigkeit einer maximalen Abtastrate von 500 kHz - 1 Mhz. Daraus folgt bereits, daß in jedem Schuß nur kurze Zeitintervalle aufgenommen werden können. Man ist daher auf intelligente Triggermöglichkeiten zur Auswahl dieser Intervalle angewiesen.

Für die Mirnov-Diagnostik an ASDEX-Upgrade ist daher vorgesehen, ein Transputer-system mit der Möglichkeit paralleler Datenaufnahme und -verarbeitung zu verwenden. Man wird damit neben einer schnellen Bearbeitung der modellgestützten Auswertung, wie sie in Kap. 4.3 beschrieben ist, auch eine Entwicklung der Meßvektoren nach vorberechneten Eigenvektoren der PCA anstreben. Dabei könnten z.B. 32 Kanäle Daten mit 100 - 500 kHz aufnehmen, es soll dann online mit möglichst hoher Frequenz das Skalarprodukt eines solchen 32 dimensionalen Meßvektors mit einem oder mehreren Eigenvektoren der PCA berechnet werden. Dadurch könnte die Modenaktivität als Standarddiagnostik für einige Eigenvektoren ausgegeben werden; dieses Verfahren führt zu einer signifikanten Datenreduktion (z.B. Reduktion von 32 Kanälen auf 3 Hauptkomponenten der (2,1), (3,1) und (3,2) Mode). Bei einer Samplingfrequenz von 50 kHz (ausreichend für einen ohmschen Schuß) könnte so der ganze Schuß abgespeichert werden (1 MByte für eine Schußdauer von 3 s).

Es ist denkbar, die mit PCA online berechneten Daten auch zur Triggerung der Diagnostik zu verwenden. Dazu können auch andere Signale auf den Datenerfassungsrechner gegeben werden. In dieser Betriebsweise erfolgt die Datenaufnahme in den temporären

Arbeitsspeicher (Memory) kontinuierlich, es wird aber online entschieden, welche Daten auf einem externen Speicher (Festplatte) abgespeichert werden sollen.

Neben dem Einsatz der PCA soll aber auch die modellgestützte Analyse, die sich an ASDEX bewährt hat, zumindest für kreisförmige Plasmen beibehalten werden.

Literatur

- [1] J. P. Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamics*, Plenum Press, New York and London, 1987.
- [2] S. Mirnov and I. V. Semenov, Investigation of the Instabilities of the Plasma String in the Tokamak-3 System by Means of a Correlation Method, *Plasma Physics and Controlled Fusion Research* 2, 22–29 (1971).
- [3] L. Giannone, Experimental Observations of Broadband Fluctuations in ASDEX, IPP Report III/138 (1989).
- [4] T. Harley, D. Buchenauer, J. Coonrod, and K. Mc Guire, TFTR Mirnov Coil Analysis with Toroidal Effects at Plasma Startup, *Nucl. Fusion* 29, 771–785 (1989).
- [5] G. Bateman, *MHD Instabilities*, The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1978.
- [6] A. H. Glasser, H. P. Furth, and P. H. Rosenbluth, Stabilization of Resistive Kink Modes in the Tokamak, *Phys. Rev. Lett.* 38, 234–237 (1977).
- [7] L. J. Spitzer, *Physics of Fully Ionized Gases*, Interscience Publishers, New York, 1956.
- [8] S. P. Hirshman, R. J. Hawryluk, and B. Birge, Neoclassical Conductivity of a Tokamak Plasma, *Nucl. Fusion* 17(3), 611–614 (1977).
- [9] O. Klüber, H. Zohm, H. Bruhns, J. Gernhardt, A. Kallenbach, and H. P. Zehrfeld, MHD Mode Structure and Propagation in the ASDEX Device, IPP Report III/140, submitted to *Nuclear Fusion* (1989).
- [10] V. G. Merezkin, Structure of the Magnetic Field Perturbation in the Disruptive Instability in the T-6 Tokamak, *Sov. J. Plasma Phys.* 4, 152–164 (1978).
- [11] D. Rej, D. Larrabee, and H. Fleischmann, Resistive Wall Interaction of Axially Moving Field-reversed E Layers or Plasma Rings, *J. Appl. Phys.* 51(10), 5285–5291 (1980).
- [12] M. Bussac, D. Edery, R. Pellat, and J. Soule, Internal ($m=1, n=1$) and ($m=2, n=1$) Resistive Modes in the Toroidal Tokamak with Circular Cross Section, *Plasma Physics and Contr. Nucl. Fusion Research (Proc. 6th Int. Conf. Berchtesgaden 1976)* 1, 607–613 (1976).
- [13] J. Gernhardt, R. Allgeyer, D. E. Groenig, H. Hohenöcker, F. Karger, and S. Sesnic, Design of Magnetic Probes for MHD Measurements in ASDEX Tokamak, IPP Report III/59 (1980).

- [14] J. Wesson et al., Disruptions in JET, *Nucl. Fusion* **29**(4), 641–666 (1989).
- [15] M. Persson and A. Bondeson, Wall Locking and Density Limit Disruptions, *Nucl. Fusion* **29**, 989–998 (1989).
- [16] D. Salzmann, Private Mitteilung.
- [17] M. E. Manso, A. Silva, F. Serra, J. Matias, J. Mendonca, H. Zohm, O. Klüber, and F. X. Söldner, Changes in the Density Profile Due to the $m=2$ Tearing Mode in ASDEX, *Controlled Fusion and Plasma Physics, Proceedings of the XVII Conference, Amsterdam* (1990).
- [18] T. H. Stix, Decay of poloidal rotation in a tokamak plasma, *Phys. Fluids* **16** (1973).
- [19] A. Kallenbach, H. M. Mayer, G. Fussmann, R. Büchse, O. Gruber, O. Klüber, V. Mertens, O. Vollmer, and H. Zohm, Improvement of Angular Momentum Confinement with Density Peaking on ASDEX, *Nucl. Fusion* **30**, 645–656 (1990).
- [20] H. Zohm, A. Kallenbach, H. Bruhns, G. Fussmann, and O. Klüber, Plasma Angular Momentum Loss By MHD Mode Locking, *Europhys. Lett.* **11**, 745–750 (1990).
- [21] F. Leuterer, R. Bartiromo, S. Bernabei, and F. Söldner, Lower Hybrid Current Drive Efficiency at 2.45 GHz in ASDEX, *Controlled Fusion and Plasma Physics, Proceedings of the XVII Conference, Amsterdam* (1990).
- [22] F. X. Söldner et al., Suppression of Sawtooth Oscillations by Lower-Hybrid Current Drive in the ASDEX Tokamak, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 1137–1140 (1986).
- [23] F. X. Söldner, R. Bartiromo, S. Bernabei, R. Harvey, F. Leuterer, K. Mc Cormick, and H. Murmann, Profile Control with Lower Hybrid Waves on ASDEX, *Controlled Fusion and Plasma Physics, Proceedings of the XVII Conference, Amsterdam* (1990).
- [24] H. Zohm, H. Bruhns, F. Leuterer, O. Klüber, and F. X. Söldner, $M=2$ Mode Limit on Lower Hybrid Current Drive in ASDEX, *Controlled Fusion and Plasma Physics, Proceedings of the XVII Conference, Amsterdam* (1990).
- [25] A. W. Morris, T. C. Hender, J. Hugill, P. S. Haynes, P. S. Johnson, B. Lloyd, D. C. Robinson, C. Silvester, S. Arshad, and G. M. Fishpool, Feedback Stabilization of Disruption Precursors in a Tokamak, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1254–1257 (1990).
- [26] E. Westerhof, Tearing mode stabilization by local current density perturbations, *Nucl. Fusion* **30**(6) (1990).

- [27] V. Mertens et al., Physics of Enhanced Confinement with Peaked and Broad Density Profiles, Invited Paper at the XVII Conference on Controlled Fusion and Plasma Physics Amsterdam, to be published in Plasma Physics and Controlled Fusion (1990).
- [28] G. Fußmann, A. Kallenbach, K. Krieger, and K.-H. Steuer, Multi-Species Impurity Accumulation Phenomena in ASDEX, Controlled Fusion and Plasma Physics, Proceedings of the XVII Conference, Amsterdam (1990).
- [29] W. Engelhardt, O. Klüber, K. Lackner, and S. Sesnic, Disruptive Instability Caused by Impurity Accumulation, Proc. of the IAEA symposium on current disruption in toroidal devices, IPP Report 3/51 (1979).
- [30] H. Soltwisch, Messung der internen Magnetfeldstruktur von Tokamak Plasmen, Laborbericht KFA Jülich, Jül 2339 (1990).
- [31] B. Coppi, S. Migliuolo, F. Pegoraro, and F. Porcelli, Quiescent Windows for Global Plasma Modes, Phys. Rev. Lett. **63**, 2733-2736 (1988).
- [32] O. Vollmer, R. Aratari, F. Ryter, K. Steuer, and F. Wagner, Long-Pulse Heating in ASDEX L- and H-Mode Discharges, Controlled Fusion and Plasma Physics, Proceedings of the XVII Conference, Amsterdam (1990).
- [33] J. A. Wesson, Hydromagnetic Stability of Tokamaks, Nucl. Fusion **18**, 87-131 (1978).
- [34] R. Büchse, Tomografie der weichen Röntgenstrahlung von Sägezähnen und $m=1$ Moden in Tokamakplasmen, Dissertation, TU München (1990).
- [35] K. Toi, J. Gernhardt, O. Klüber, and M. Kornherr, Observation of Precursor Magnetic Oscillations to the H-Mode Transition of ASDEX, Phys. Rev. Lett. **62**, 430-434 (1989).
- [36] F. Wagner et al., Regime of Improved Confinement and High Beta in Neutral-Beam-Heated Divertor Discharges of the ASDEX Tokamak, Phys. Rev. Lett. **49**, 1408-1412 (1982).
- [37] H. Wind, CERN Computing and Data Processing School, Proc. 1972 school (1972).
- [38] D. F. Morrison, *Multivariate Statistical Methods*, Mc Graw Hill, 1984.

Liste der Symbole

a	Kleiner Plasmaradius (m)
\vec{B}	Magnetfeld (Vs/m^2)
b	Wandradius (m)
c	Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ($2.997925 \times 10^8 m/s$)
d	Wanddicke des Vakuumgefäßes (m)
\vec{E}	Elektrisches Feld (V/m)
e	Elementarladung ($1.60219 \cdot 10^{-19} As$)
\vec{F}	Kraft (N)
I_p	Plasmastrom (A)
$J_m(z)$	Besselfunktion der Ordnung m mit Argument z
\vec{j}	Stromdichte (A/m^2)
k	Boltzmannkonstante ($1.3807 \times 10^{-23} J/K$)
L	Induktivität des Plasmas (H)
ℓ	Interne Induktivität des Plasmas
$\ln(\Lambda)$	Coulomblogarithmus
m_e	Elektronenruhemasse ($9.1095 \times 10^{-31} kg$)
m	Poloidale Modenzahl
n	Toroidale Modenzahl
n_e	Elektronendichte (m^{-3})
P	Leistung (W)
p	Druck (N/m^2)
q	Sicherheitsfaktor
r	Kleiner Plasmaradius (m)
R	Großer Plasmaradius (m)
T	Trägheitsmoment (kgm^2)
T_e	Elektronentemperatur (eV , $1eV \propto 11604K$)
θ	Poloidale Winkelkoordinate
U_ℓ	Umfangsspannung (V)
\vec{v}	Geschwindigkeit (m/s)

V_m	Massenverhältnis zweier MHD-Moden
W	Inselbreite (m)
Z	Ladungszahl
Z_{eff}	Effektive Ladungszahl
β	Einschlußparameter (Plasmadruck / Magnetfelddruck)
γ	Anwachsrate ($(ms)^{-1}$)
Δ'	Instabilitätsparameter
δ_0	Phasenlage einer MHD-Mode
∂_t	Partielle zeitliche Ableitung ($1/s$)
ϵ	Inverses Aspektverhältnis
ϵ_0	Elektrische Feldkonstante ($8.85419 \times 10^{-12} As/Vm$)
λ	Merezkin Korrekturparameter
μ_0	Magnetische Feldkonstante ($4\pi 10^{-7} Vs/Am$)
Φ	Toroidaler Fluß (Vs) oder Phase einer MHD-Mode
ϕ	Toroidale Winkelkoordinate
Ψ	Magnetischer Fluß (Vs)
ρ	Massendichte (kg/m^3)
σ	Elektrische Leitfähigkeit ($(\Omega m)^{-1}$)
τ	Skinzeit des Vakuumgefäßes (ms)
τ_R	Resistive Zeitkonstante (ms)
τ_A	Alfvénzeit
θ	Poloidale Winkelkoordinate
χ^2	Güteparameter eines Fits ($\chi^2 Test$)
Ω	Winkelgeschwindigkeit des Plasmas (rad/s)
ω	Winkelgeschwindigkeit einer Mode (rad/s)
ν	Signalfrequenz einer Mode (Hz)

Danksagung

Ich danke Herrn Prof. Dr. H. Bruhns für die aufmerksame Betreuung der Arbeit. Er gewährte großen Spielraum bei der Durchführung und hat mir durch viele Diskussionen und Anregungen geholfen.

Mein Dank gilt auch dem gesamten ASDEX-Team für die Unterstützung bei der experimentellen Arbeit. Vor allem Herr Dr. F. Wagner und Herr Dr. F.X. Söldner setzten sich für die Durchführung der für diese Arbeit notwendigen Experimente ein.

Zum Gelingen der Arbeit trugen Dr. G. Fußmann, Dr. A. Kallenbach, Dr. V. Mertens und Dr. J. Neuhauser durch ihre Diskussionsbereitschaft bei.

Besonderer Dank gilt Herrn Dr. O. Klüber[†], dem ich auf Grund seiner Erfahrung und seines Rates menschlich wie fachlich viel verdanke.

Lebenslauf

Name	Hartmut Zohm
Adresse	Fliederstr. 1, 8050 Freising
Geburtsdatum	2. November 1962
Staatsangehörigkeit	Deutsch
Familienstand	Ledig
Eltern	Dr. Helmut Zohm und Hildegard Zohm, geb. Mühlmeier
1969-73	Besuch der Leopoldt Grundschule in Karlsruhe
1973-82	Besuch des Helmholtzgymnasiums in Karlsruhe
18.04.1982	Abitur
1982-83	Grundwehrdienst
1983-88	Studium der Physik an der Universität Karlsruhe
16.10.1985	Vordiplom
1985-88	Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Thermische Strömungsmaschinen der Universität Karlsruhe bei Prof. S. Wittig
16.08.1988	Hauptdiplom
1987-88	Diplomarbeit am Institut für Theorie der kondensierten Materie bei Prof. R. von Baltz: 'Linearer Response eines Metallkügelchens und Verlustfunktion für Elektronenenergieverlustspektroskopie'
1988-90	Doktorarbeit am Institut für angewandte Physik II der Universität Heidelberg und Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, Garching b. München bei Prof. H. Bruhns

Garching, im September 1990