

**Untersuchung der Plasmabremstrahlung im nahen
Infrarot zur Bestimmung der effektiven Ionenladungs-
zahl und der Regelung der Elektronendichte
in Tokamaks**

Bernd Kurzan

Diplomarbeit
Betreuer: Dr. K.-H. Steuer
IPP III / 177

Oktober 1990



MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

8046 GARCHING BEI MÜNCHEN

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Investigation of the plasma bremsstrahlung in the near infrared for Z_{eff} determination and electron density feedback control

Abstract

In the ASDEX Thomson scattering system the scattered light of a Nd:YAG laser beam ($\lambda = 1064 \text{ nm}$) is measured to obtain electron density and temperature profiles every 16 ms. The same system is continuously used to measure bremsstrahlung in the near infrared, allowing determination of radial Z_{eff} profiles. The relation between the line density n and the central chord bremsstrahlung signal U_b was investigated for different heating scenarios in a wide density range.

Untersuchung der Plasmabremsstrahlung im nahen Infrarot zur Bestimmung der effektiven Ionenladungszahl und der Regelung der Elektronendichte in Tokamaks

Bernd Kurzan

Diplomarbeit
Betreuer: Dr. K.-H. Steuer
IPP III / 177

Oktober 1990

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Investigation of the plasma bremsstrahlung in the near infrared for Z_{eff} determination and electron density feedback control

Abstract

In the ASDEX Thomson scattering system the scattered light of a Nd:YAG laser beam ($\lambda = 1064 \text{ nm}$) is measured to obtain electron density and temperature profiles every 16 ms. The same system is continuously used to measure bremsstrahlung in the near infrared, allowing determination of radial Z_{eff} profiles. Furthermore, the diagnostic can also be used for real time control of the electron density. This applies in particular in cases where large sawteeth and pellet injection generate counting errors in the interferometer signal. The relation between the line density n and the central chord bremsstrahlung signal U_b was investigated for different heating scenarios in a wide density range.

Oktober 1990

Thema:

Untersuchung der Plasmabremsstrahlung
im nahen Infrarot zur Bestimmung
der effektiven Ionenladungszahl
und zur Regelung der Elektronendichte
in Tokamaks

Inhaltsverzeichnis:

	Seite
1. Einleitung.....	3
1.1. Kernfusion.....	3
1.2. Die effektive Ionenladungszahl Z_{eff}	4
1.3. Dichteregulierung.....	5
1.4. Zielsetzung der Arbeit.....	5
1.5. Gliederung der Arbeit.....	5
2. Das Plasmalicht.....	6
2.1. Bremsstrahlung von Elektronen.....	6
2.1.1. Bremsstrahlung.....	6
2.1.2. Klassisches Bild des Elementarprozesses.....	9
2.1.3. Quantenmechanisches Bild des Elementarprozesses.....	11
2.1.4. Bremsstrahlungsemission in das nahe Infrarot.....	14
2.1.5. Elementarprozeß der Bremsstrahlung in einem thermischen Plasmas.....	17
2.1.6. Bremsstrahlung eines thermischen Plasmas.....	17
2.1.7. Einfluß von Magnetfeldern auf die Bremsstrahlungsemission.....	21
2.2. Zyklotronstrahlung in einem Plasma.....	21
2.3. Linienstrahlung und Rekombinationskontinua im nahen Infrarot.....	21
3. Bremsstrahlungsmessung im nahen Infrarot mit der Thomsonstreuapparatur.....	23
3.1. Die Thomsonstreuung.....	23
3.2. Die Avalanche-Photodiode.....	24
3.3. Messung der Bremsstrahlung.....	26
3.4. Bestimmung von Z_{eff}	28
4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungssignal.....	31
4.1. Motivation.....	31
4.2. Zeitverhalten der Plasmabremsstrahlung.....	32
4.3. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungsintegral bei ohmscher Heizung.....	33
4.4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungsintegral für zusatzgeheizte Plasmen.....	36
4.4.1. Notwendigkeit der Zusatzheizung.....	36
4.4.2. Auswertung und Meßergebnisse.....	36
4.5. Zusammenfassung.....	39
5. Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung.....	40
5.1. Bremsstrahlung.....	40
5.2. Anhangung der Dichte.....	40
5.2.1. Kinematik.....	40
5.2.2. Kinematik.....	41
5.3. Beispiel.....	42
6. Zusammenfassung und Ausblick.....	44
Anhang A: Funktion des HCN - Laser - Interferometers.....	45
Anhang B: Einfluß von Runawayelektronen auf das Plasmalicht.....	46
B.1. Entstehung von Runawayelektronen.....	46
B.2. Zahl und Energie von Runawayelektronen.....	47
B.3. Bremsstrahlung von Runawayelektronen.....	48
B.4. Synchrotronstrahlung.....	51

Diplomarbeit

von:

Bernd Kurzan,

**Max-Planck-Institut für
Plasmaphysik,
Garching**

Oktober 1990

Thema:

**Untersuchung der Plasmabremsstrahlung
im nahen Infrarot zur Bestimmung
der effektiven Ionenladungszahl
und zur Regelung der Elektronendichte
in Tokamaks**

Inhaltsverzeichnis:

	Seite
1. Einleitung.....	3
1.1. Kernfusion.....	3
1.2. Die effektive Ionenladungszahl Z_{eff}	4
1.3. Dichteregulung.....	5
1.4. Zielsetzung der Arbeit.....	5
1.5. Gliederung der Arbeit.....	5
2. Das Plasmalicht.....	6
2.1. Bremsstrahlung von thermischen Elektronen.....	6
2.1.1. Bremsstrahlung in der Dipolnäherung.....	6
2.1.2. Klassisches Bild des Elementarprozesses.....	9
2.1.3. Quantenmechanisches Bild des Elementarprozesses.....	11
2.1.4. Bremsstrahlungsemission in das nahe Infrarot.....	14
2.1.5. Elementarprozeß der Bremsstrahlung in einem thermischen Plasmas.....	17
2.1.6. Bremsstrahlung eines thermischen Plasmas.....	17
2.1.7. Einfluß von Magnetfeldern auf die Bremsstrahlungsemission.....	21
2.2. Zyklotronstrahlung im nahen Infrarot.....	21
2.3. Linienstrahlung und Rekombinationskontinua im nahen Infrarot.....	21
3. Bremsstrahlungsmessung im nahen Infrarot mit der Thomsonstreuapparat.....	23
3.1. Die Thomsonstreuapparat.....	23
3.2. Die Avalanche-Photodiode.....	24
3.3. Messung der Bremsstrahlung.....	26
3.4. Bestimmung von Z_{eff} - Profilen.....	28
4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungssignal.....	31
4.1. Motivation.....	31
4.2. Zeitverhalten der Plasmabremsstrahlung.....	32
4.3. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungsintegral bei ohmscher Heizung.....	33
4.4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungsintegral für zusatzgeheizte Plasmen.....	36
4.4.1. Notwendigkeit der Zusatzheizung.....	36
4.4.2. Auswertung und Meßergebnisse.....	36
4.5. Zusammenfassung.....	39
5. Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung.....	40
5.1. Der Analogrechner.....	40
5.2. Annäherung der Kennlinien durch ein Polynom 4. Grades.....	40
5.2.1. Kennlinie für ohmsche Heizung.....	40
5.2.2. Kennlinie für alle Heizungsarten.....	41
5.3. Beispiel der Dichtesteuerung an ASDEX mit der Bremsstrahlung.....	42
6. Zusammenfassung und Ausblick.....	44
Anhang A: Funktion des HCN - Laser - Interferometers.....	45
Anhang B: Einfluß von Runawayelektronen auf das Plasmalicht.....	46
B.1. Entstehung von Runawayelektronen.....	46
B.2. Zahl und Energie von Runawayelektronen.....	47
B.3. Bremsstrahlung von Runawayelektronen.....	48
B.4. Synchrotronstrahlung.....	51

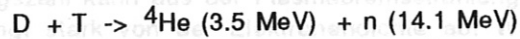
Inhaltsverzeichnis

Anhang C: Vergleich verschiedener Halbleiterdetektoren.....	54
C.1. Photodetektoren.....	54
C.1.1. Die Avalanchediode.....	54
C.1.2. Die PIN - Photodiode.....	54
C.1.3. Der Phototransistor.....	55
C.2. Verstärkerschaltungen.....	55
C.2.1. Typische Strahlungsleistung.....	56
C.2.2. PIN - Photodiodenschaltung.....	56
C.2.3. Phototransistorschaltung.....	57
C.2.4. Avalanchediodenschaltung.....	58
C.3. Meßergebnisse.....	59
Literaturverzeichnis.....	61
2.3. Linienstrahlung und Rekombinationskontinuum im nahen Infrarot.....	21
2.5. Zyklotronstrahlung im nahen Infrarot.....	21
2.1.7. Einfluß von Magnetfeldern auf die Bremsstrahlungsemission.....	21
2.1.8. Bremsstrahlung eines thermischen Plasmas.....	17
2.1.5. Elementarprozeß der Bremsstrahlung in einem thermischen Plasmas.....	17
2.1.4. Bremsstrahlungsemission in das nahe Infrarot.....	14
2.1.3. Quantenmechanisches Bild des Elementarprozesses.....	11
3.4. Bestimmung von Z_{eff} - Profilen.....	28
3.3. Messung der Bremsstrahlung.....	28
3.2. Die Avalanchediode.....	24
3.1. Die Thomsonstreuungsapparatur.....	23
3. Bremsstrahlungsmessung im nahen Infrarot mit der Thomsonstreuungsapparatur.....	23
4.5. Zusammenfassung.....	39
4.4.2. Auswertung und Meßergebnisse.....	38
4.4.1. Notwendigkeit der Zusatzheizung.....	38
4.4. Zusatzgeheizte Plasmen.....	38
4.4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungssignal für olmischer Heizung.....	33
4.3. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungssignal bei Zustehalten der Plasmapremstrahlung.....	32
4.1. Motivation.....	31
4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungssignal.....	31
5.3. Beispiel der Dichtesteuerung an ASDEX mit der Bremsstrahlung.....	42
5.2.2. Kennlinie für alle Heizungsarten.....	41
5.2.1. Kennlinie für ohmsche Heizung.....	40
5.2. Annäherung der Kennlinien durch ein Polynom 4. Grades.....	40
5.1. Der Analogrechner.....	40
5. Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung.....	40
6. Zusammenfassung und Ausblick.....	44
Anhang A: Funktion des HCN - Laser - Interferometers.....	45
Anhang B: Einfluß von Runwayelektronen auf das Plasmalicht.....	48
B.1. Entstehung von Runwayelektronen.....	48
B.2. Zahl und Energie von Runwayelektronen.....	47
B.3. Bremsstrahlung von Runwayelektronen.....	48
B.4. Synchronstrahlung.....	51

1. Einleitung

1.1. Kernfusion

Bei der kontrollierten Kernfusion soll aus der Verschmelzung von Deuterium (D) und Tritium (T) zu Helium (^4He) nach der Gleichung



Wärmeenergie freigesetzt werden, die dann konventionell in elektrische Energie umgewandelt wird. Da die Kernverschmelzung wegen der dazu notwendigen anziehenden Kernkräfte, die jedoch sehr kurzreichweitig sind, erst bei Atomkernabständen in Femtometerbereich erfolgt, müssen D und T auf diese Entfernung zusammengebracht werden, um zu verschmelzen. Dies wird jedoch durch die Coulombabstoßung der beiden positiv geladenen Kerne erschwert (Bild 1.1.).

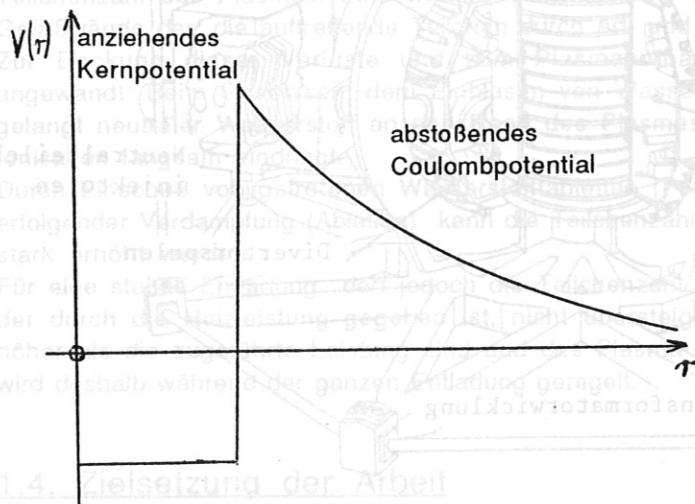


Bild 1.1.:
potentielle Energie $V(r)$ in
Abhängigkeit vom Abstand r
der beiden Atomkerne

Die Wahrscheinlichkeit für eine nach der Quantenmechanik mögliche Durchtunnelung des Potentialwalls nimmt exponentiell mit der Energie der Teilchen zu und ermöglicht dadurch die Fusion bei genügend hoher kinetischer Energie der Stoßpartner.

Für den stationären Betrieb eines zukünftigen Fusionsreaktors müssen nach dem Lawsonkriterium in einem Deuterium - Tritium - Plasma einer Temperatur von $kT = 25 \text{ keV}^1$, einer Teilchendichte von 10^{14} cm^{-3} die Teilchen im Mittel mindestens 1 s lang eingeschlossen sein /Rae/.

Das Plasma kann jedoch nicht durch ein materielles Gefäß eingeschlossen werden, da es wegen seiner hohen Temperatur die Gefäßwand nicht berühren darf. Andernfalls gelangen durch Zerstäuben von Wandmaterial Verunreinigungen ins Plasma, die durch erhöhte Strahlung den Energieinhalt des Plasmas erniedrigen, sowie das Brennstoffgas verdünnen.

Im Tokamak, wie z. B. dem Garching axialsymmetrischen Divertorexperiment (ASDEX, Bild 1.2.), wird das Plasma magnetisch eingeschlossen. Es sind dazu ein toroidales Magnetfeld, das von äußeren Spulen erzeugt wird (ca. 2 T für ASDEX), ein poloidales Feld, das von einem im Plasma fließenden Strom herrührt (ca. 350 kA für ASDEX), sowie Hilfsfelder, die von äußeren Spulen erzeugt werden, notwendig. Die geladenen Plasmateilchen werden durch Lorentzkräfte an den Feldlinien gehalten. Der für den Einschluß notwendige Plasmastrom heizt außerdem das Plasma auf Temperaturen von bis zu 1 keV auf (Ohmsche Heizung).

Das Ziel von ASDEX ist, mittels eines Divertors die für ein Fusionsplasma erforderliche Reinheit zu erreichen.

¹Im folgenden werden Temperaturen T immer als Energie E angegeben, wobei die Beziehung $E = k T$ mit k als Boltzmannkonstante zugrundegelegt wird: $1 \text{ eV} = 11604 \text{ K}$

Die Teilchen der Plasmarandschicht, die Kontakt mit der Gefäßwand hat, werden entlang einer speziellen Magnetfeldstruktur (Divertor) aus dem Hauptgefäß in Nebenkammern geleitet, wo sie auf Prallplatten treffen und neutralisiert werden. Das entstandene Neutralgas, das Verunreinigungen enthält, wird dort zum Teil abgesaugt. Das Hauptplasma ist dadurch sehr sauber. Ein Maß für die Reinheit des Plasmas ist die effektive Ionenladungszahl Z_{eff} .

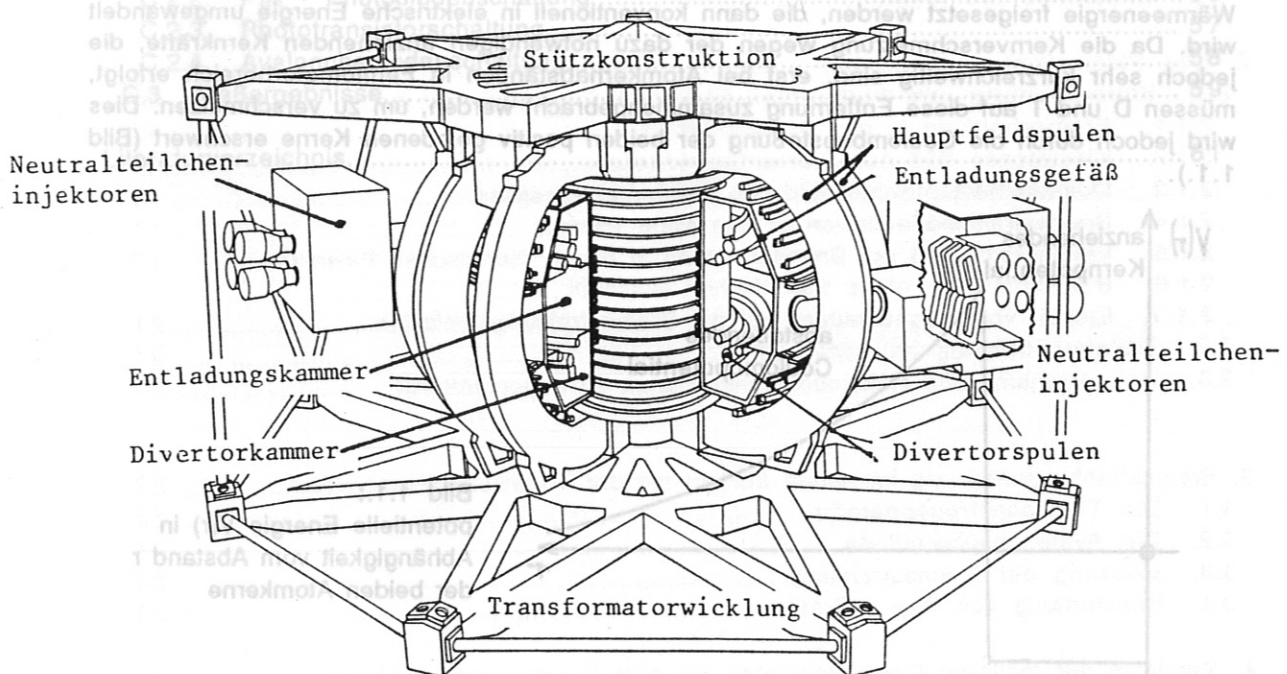


Bild 1.2.: die ASDEX - Maschine

1.2. Die effektive Ionenladungszahl Z_{eff}

In einem Plasma werden bei Elektron - Ion - Stößen die Elektronen von ihrer Bahn abgelenkt. Diese Stöße sind z. B. für den elektrischen Widerstand eines Plasmas entscheidend. Am häufigsten treten Kleinwinkelstöße auf. Die Streuung wird mit der Rutherfordschen Streuformel beschrieben. Berechnet man in einem Plasma, das aus Ionen der Ladungszahl Z mit der Dichte n_Z besteht, die effektive Stoßfrequenz ν für 90° - Stöße, die sich aus der Akkumulation von Kleinwinkelstößen ergibt, so folgt $\nu \sim n_Z Z^2 = n_e Z$, mit $n_e = Z n_Z$ (Quasineutralität) als Elektronendichte. Die quadratische Abhängigkeit der Stoßfrequenz von Z rührt von der Proportionalität des Rutherfordschen Streuquerschnitts mit Z^2 her. Befinden sich im Plasma verschiedene Ionensorten mit den Ladungszahlen Z_j und den Dichten n_j , so ist die effektive Stoßfrequenz proportional zu $n_e Z_{\text{eff}}$, wobei

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\sum_j n_j Z_j^2}{\sum_j n_j Z_j} = \frac{\sum_j n_j Z_j^2}{n_e}$$

die effektive Ionenladungszahl ist $\sum_i n_i Z_i$. Wegen der Quasineutralität im Plasma konnte

durch die Elektronendichte n_e ersetzt werden.

Z_{eff} hat für ein reines Wasserstoffplasma den Wert 1 und erhöht sich, falls Ionen höherer Ladungszahl im Plasma existieren. Z_{eff} ist deshalb ein Maß für die Verunreinigung eines Wasserstoffplasmas.

Die effektive Ionenladungszahl kann aus der Plasmabremsstrahlung bestimmt werden.

Die Bremsstrahlung hängt stark von der Elektronendichte ab. Wie in dieser Arbeit gezeigt werden wird, kann sie deshalb auch zur Regelung der Elektronendichte verwendet werden.

1.3. Dichteregulung

Durch den Teilchenverlust über die Randschicht in den Divertor verringert sich die Teilchenzahl des Plasmas. Eine weitere Teilchensenke während einer Entladung stellen die Gefäßwände dar, die auftreffende Teilchen durch Ad- und Absorption binden.

Zur Deckung dieser Verluste und zum Plasmaaufbau werden verschiedene Methoden angewandt: Beim Gasblasen, dem Einblasen von Wasserstoff aus Düsen in der Gefäßwand, gelangt neutraler Wasserstoff an den Rand des Plasmas, von dem aus er bei gleichzeitiger Ionisation langsam eindringt.

Durch Einschub von gefrorenen Wasserstofftablets (Pellets) in das Plasmaminnere und dort erfolgter Verdampfung (Ablation) kann die Teilchenzahl im Inneren des Plasmas schnell und stark erhöht werden.

Für eine stabile Entladung darf jedoch die Teilchenzahl des Plasmas einen maximalen Wert, der durch die Heizleistung gegeben ist, nicht übersteigen, da sonst die Strahlungsverluste höher als die zugeführte Leistung sind und das Plasma instabil wird /Wes/. Die Teilchenzahl wird deshalb während der ganzen Entladung geregelt.

1.4. Zielsetzung der Arbeit

Das Maximum der Plasmabremsstrahlungsemission liegt im weichen Röntgengebiet bei Photonenenergien von etwa 1 keV (siehe Bild 2.1.) und wurde dort auch untersucht /Hut/. Die Untersuchung der Bremsstrahlung im nahen Infrarot mit Photonenenergien von etwa 1 eV bietet jedoch einige Vorteile: Es soll gezeigt werden, daß mit dieser langwelligen Bremsstrahlung die effektive Ionenladungszahl relativ direkt bestimmt und wegen der starken Abhängigkeit der Emission von der Elektronendichte auch die Plasmadichte geregelt werden kann.

1.5. Gliederung der Arbeit

Im 2. Kapitel werden das Plasmalicht allgemein und die Bremsstrahlung im nahen Infrarot theoretisch behandelt. Es wird dabei detailliert auf den Elementarprozeß der Bremsstrahlungsemission eingegangen.

Die Messung der Plasmabremsstrahlung und die experimentelle Bestimmung von Z_{eff} - Profilen ist in Kapitel 3 dargestellt.

Das 4. Kapitel enthält den experimentell durchgeführten Vergleich zwischen der über den Plasmadurchmesser integrierten Bremsstrahlung und der mittleren Dichte.

Im 5. Kapitel wird dargestellt, wie mit der Bremsstrahlung die Dichte gesteuert wurde.

Das Interferometersystem, mit dem an ASDEX die mittlere Dichte standardmäßig gemessen wird, ist im Anhang A beschrieben.

Der Einfluß von Runawayelektronen auf das Plasmalicht wird in Anhang B abgeschätzt.

Anhang C enthält einen experimentell durchgeführten Vergleich zwischen verschiedenen zur Bremsstrahlungsmessung geeigneten Detektoren.

2. Das Plasmalicht

Für Bremsstrahlung sind magnetisch eingeschlossene Fusionsplasmen optisch dünn. Sie hat bei einer Plasmatemperatur von 1 keV im weichen Röntgengebiet bei Photonenenergien von etwa 1 keV ein Maximum (Bild 2.1.). Das in diesem Spektralbereich beobachtbare Plasmalicht besteht jedoch neben der thermischen Bremsstrahlung auch aus starker Linien - und Rekombinationsstrahlung von schweren nur teilweise ionisierten Elementen (Cu, Fe), die im Plasma in geringer Konzentration vorhanden sind. Mit zunehmender Wellenlänge nimmt die Intensität der Plasmabremsstrahlung ab (Bild 2.1.). Sie wird aber im Vergleich zu Linien - und Rekombinationsstrahlung dominierender.

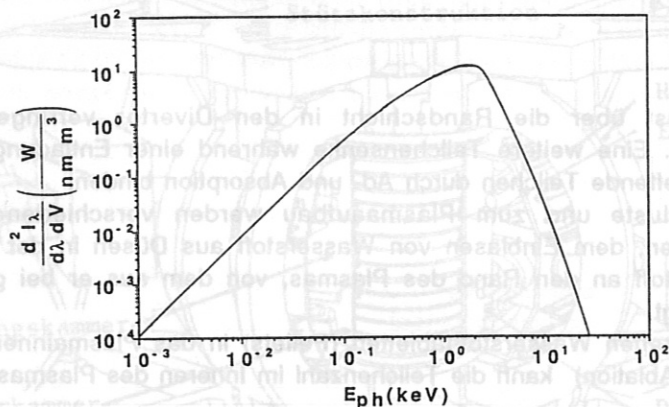


Bild 2.1.: Plasmabremsstrahlung eines Wasserstoffplasmas der Temperatur 1 keV in Abhängigkeit von der Photonenenergie E_{ph} (berechnet nach Formel (2) und (12) in 2.1.6.)

Es wird hier zunächst allgemein die thermische Bremsstrahlung behandelt und später der Einfluß der Linien - und Rekombinationsstrahlung auf das Plasmalicht im Spektralbereich von 800 nm bis 1100 nm (nahes Infrarot) diskutiert.

2.1. Bremsstrahlung von thermischen Elektronen

In einem Plasma bewegen sich freie Elektronen und Ionen, die über Stöße miteinander wechselwirken. Da sie dabei beschleunigt werden, senden sie Bremsstrahlung aus. In den folgenden Abschnitten wird der Elementarprozeß der Bremsstrahlungsemission bei einem Stoß sowohl im klassischen, als auch im quantenmechanischen Bild dargestellt. Die Ergebnisse der klassischen und quantenmechanischen Beschreibung werden dann miteinander verglichen.

2.1.1. Bremsstrahlung in der Dipolnäherung

Die Bremsstrahlung wird im Rahmen der maxwellschen Elektrodynamik behandelt, die sowohl klassisch, als auch quantenmechanisch gilt.

Die Strahlungsfelder im Plasma sind so klein, daß die Quantenfeldtheorie nicht benötigt wird. Zur Berechnung der Strahlungsintensität geht man nach $1/r$ vom retardierten Vektorpotential \vec{A} aus:

$$(1) \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}\left(t - \frac{R}{c}\right)}{R} dV$$

(μ_0 : magnetische Feldkonstante, R: Abstand zwischen Beobachter und Volumenelement dV , $\vec{j}\left(t - \frac{R}{c}\right)$: Stromdichte zur Zeit $t - R/c$, wenn zur Zeit t beobachtet wird, c : Lichtgeschwindigkeit)

In der Stromdichte $\vec{j}\left(t - \frac{R}{c}\right)$ sind die Bewegungen der einzelnen Plasmateilchen zusammengefaßt:

$$(2) \quad \vec{j}\left(\vec{r}, t - \frac{R}{c}\right) = \sum_i e_i \vec{v}_i\left(t - \frac{R}{c}\right) \delta\left(\vec{r} - \vec{r}_i\left(t - \frac{R}{c}\right)\right)$$

($e_i, \vec{v}_i, \vec{r}_i$: Ladung, Geschwindigkeit, Ortsvektor des i -ten Teilchens)

Da

$$(3) \quad \vec{D}\left(t - \frac{R}{c}\right) = \sum_i e_i \vec{r}_i\left(t - \frac{R}{c}\right)$$

das Dipolmoment des Systems ist, ist

$$(4) \quad \int \vec{j}\left(t - \frac{R}{c}\right) dV = \dot{\vec{D}}\left(t - \frac{R}{c}\right),$$

wobei $(\dots)' = d/d(t - R/c)$ (\dots) bedeutet.

In großen Entfernungen R_0 vom System gilt $R \approx R_0$. Aus (1) wird deshalb zusammen mit (4) (Dipolnäherung)

$$(5) \quad \vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi R_0} \dot{\vec{D}}\left(t - \frac{R_0}{c}\right)$$

In großen Entfernungen R_0 sind auch die zeitunabhängigen Anteile von \vec{A} gegenüber den zeitabhängigen zu vernachlässigen (Wellenzone). In einem kleinen Raumbereich ist dann die elektromagnetische Welle durch eine ebene Welle darstellbar. Diese transportiert in der Zeiteinheit die Energie

$$(6) \quad \frac{dE}{dt} = \mu_0 c H^2 R_0^2 d\Omega \quad (\vec{H}: \text{Magnetfeld})$$

in das Raumwinkelelement $d\Omega$ vom System weg.

Eine Welle hängt nur von der Phase $\omega t - \vec{k} \cdot \vec{R}$ (ω : Kreisfrequenz, \vec{k} : Wellenvektor,

\vec{R} : Ortsvektor), bzw. wenn man durch ω dividiert, von $t - \frac{\vec{R} \cdot \vec{k}_0}{c}$ ($\vec{k}_0 = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$) ab, was unabhängig von ω ist.

Für \vec{A} gilt deshalb in der Wellenzone:

$$(7) \quad \vec{A} = \vec{A}\left(t - \frac{\vec{R} \cdot \vec{k}_0}{c}\right)$$

Die Ortsdifferentiation für

$$(8) \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \text{rot } \vec{A}$$

beinhaltet deshalb über die Kettenregel eine Zeitdifferentiation und man erhält aus (5) und (7) nach Anwendung von (8)

$$(9) \quad \vec{H} = \frac{1}{4\pi c R_0} \dot{\vec{D}}$$

(mit $(\dots)' = d/d(t - R_0/c)$ (\dots)).

2. Das Plasmalicht

Setzt man (9) in (6) ein, so folgt:

$$(10) \quad \frac{dE}{dt} = \frac{\mu_0}{16\pi c} \frac{2}{D} \frac{d^2}{dt^2}$$

Da

$$(11) \quad \vec{D} = \sum_i e_j r_i \left(t - \frac{R_0}{c} \right)$$

von den Beschleunigungen r_i der Teilchen abhängt, heißt die ausgesandte Strahlung Bremsstrahlung.

Um die spektrale Verteilung der Strahlung zu erhalten, geht man von der Fouriertransformierten $H(\omega)$ des Magnetfeldes $H(t)$ aus.

Mit der Vollständigkeitsrelation

$$(12) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} H(t)^2 dt = 4\pi \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega)^2 d\omega$$

folgt dann für die in den Raumwinkel 4π und in das Frequenzintervall $d\omega$ abgestrahlte Energie dE_ω

$$(13) \quad \frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{2}{3\epsilon_0 c} \frac{2}{3} D_\omega^2$$

mit D_ω als Fouriertransformierte von D . Aus der Theorie der Fouriertransformierten folgt:

$$(14) \quad D_\omega = -\omega^{-2} \vec{D}_\omega$$

also

$$(15) \quad \frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{2}{3\epsilon_0 c} \frac{\omega^4}{3} D_\omega^2$$

Die Beschleunigungen r_i der Teilchen rühren von Stößen her. Vernachlässigt man die Zahl der Stöße mit mehr als zwei Partnern gegenüber den Zwei-Teilchen-Kollisionen, so hängt r_i nur vom Abstand $r_i - r_j$ zum j -ten Teilchen ab, mit dem es gerade stößt. Von den übrigen Teilchen ist es unabhängig. Man kann deshalb zu einer bestimmten Zeit t D in die einzelnen Zwei-Teilchen-Stoßsysteme separieren. Die ausgestrahlte Intensität des Gesamtsystems erhält man durch Summation über die Untersysteme.

Für Zwei-Teilchen-Stöße gibt es in einem Plasma die Möglichkeiten, daß zwei gleichgeladene ($e^- e^-$, Ion Ion), oder unterschiedlich geladene Teilchen ($e^- \text{Ion}$, Ion1 Ion2) miteinander zusammenstoßen.

Das Dipolmoment von zwei Teilchen ist

$$(16) \quad \vec{D} = \mu \left(\frac{e_1}{m_1} - \frac{e_2}{m_2} \right) \vec{r}$$

(mit $1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$, $r = r_1 - r_2$ und e_j, m_j als Ladung, Masse der Teilchen).

Stoßen gleiche Teilchen miteinander, so ist wegen des gleichen e/m der Teilchen das Dipolmoment Null. Sie tragen deshalb nicht zur Dipolstrahlung bei. Es können also nur Partikel

mit unterschiedlichem e/m in der Dipolnäherung zu Bremsstrahlung führen¹, wie e^- Ion und Ion1 Ion2 Stöße. Da jedoch Ionen wegen ihrer hohen Masse eine sehr viel kleinere spezifische Ladung als Elektronen haben, sind Ion1 Ion2 Stöße gegenüber e^- Ion Stößen zu vernachlässigen. Es werden deshalb in der Folge nur noch e^- Ion Stöße betrachtet. Da die Ionen wegen ihrer hohen Masse kaum beschleunigt werden und ihre spezifische Ladung viel kleiner als die des Elektrons ist, reduziert sich das Dipolmoment zu

$$(17) \quad \vec{D} = e \vec{r}$$

(e: Elementarladung).

Die Herleitungen dieses Dipolmoments sowohl mit der klassischen Mechanik, als auch mit der Quantenmechanik werden im folgenden skizziert.

2.1.2. Klassisches Bild des Elementarprozesses

Im klassischen Bild durchläuft das Elektron beim Stoß im Coulombfeld des Ions eine Hyperbelbahn der Exzentrizität

$$(1) \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{b}{b_{90}}\right)^2}$$

mit b als Stoßparameter und

$$(2) \quad b_{90} = \frac{Z e^2}{8 \pi \varepsilon_0 E_{el}}$$

als Stoßparameter für eine 90° Ablenkung (Landaulänge) (Z: Ionenladungszahl, e: Elementarladung, ε_0 : Dielektrizitätskonstante, E_{el} : kinetische Energie des Elektrons in großer Entfernung vom Ion).

Die Berechnung /Lan/ von \vec{D} nach (17) von 2.1.1. und anschließender Fouriertransformation ergibt

$$(3) \quad \vec{D}_\omega = \frac{b_{90} e}{2 \omega} \left[H_{iv}^{(1)}(i v \varepsilon) \vec{e}_x - \frac{\sqrt{\varepsilon^2 - 1}}{\varepsilon} H_{iv}^{(1)}(i v \varepsilon) \vec{e}_y \right]$$

mit $v = \frac{\omega b_{90}}{v}$, v als Anfangsgeschwindigkeit, $H_{iv}^{(1)}(i v \varepsilon)$ als Hankelfunktion erster Art

vom Index i v und $H_{iv}^{(1)}(i v \varepsilon)$ als deren Ableitung (die Bewegung des Elektrons erfolgt in der x - y - Ebene, die von den Einheitsvektoren \vec{e}_x , \vec{e}_y aufgespannt wird).

Setzt man \vec{D}_ω in (15) von 2.1.1. ein, so folgt

$$(4) \quad \frac{dE_\omega}{d\omega} = \frac{\omega^2 e^2 b_{90}^2}{6 \varepsilon_0 c^3} \left(\left| H_{iv}^{(1)}(i v \varepsilon) \right|^2 + \frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2} \left| H_{iv}^{(1)}(i v \varepsilon) \right|^2 \right)$$

¹ Die beim Stoß zweier Elektronen ausgesandte Quadrupolstrahlung ist für kinetische Energien der Stoßpartner kleiner 10 keV gegenüber der e^- - Ion Bremsstrahlung zu vernachlässigen /Lan/.

Die im Mittel über alle Stoßparameter ausgestrahlte Energie $\left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}}$ bei einem e^- Ion Stoß erhält man durch Multiplikation von $dE_\omega/d\omega$ mit $2\pi b db$ und Integration über b von 0 bis ∞ :

$$(5) \quad \left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}} = \int_0^\infty \frac{dE_\omega}{d\omega} 2\pi b db =: \int_0^\infty \frac{d^2E_\omega}{d\omega db} db$$

$\left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}}$ heißt effektive Ausstrahlung /Lan1/.

Der Abstand r des e^- zum Ion ist auf seiner Hyperbelbahn in Abhängigkeit vom Winkel θ (Bild 2.2.) gegeben durch

$$(6) \quad r = \frac{b^2}{b g_0 (1 + \epsilon \cos \theta)}$$

Daraus ergibt sich für $r \rightarrow \infty$, also $1 + \epsilon \cos(\theta_\infty) = 0$ der Gesamtablenkwinkel $\alpha = \pi - 2\theta_\infty$ zu

$$(7) \quad \cot\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{b}{b g_0}$$

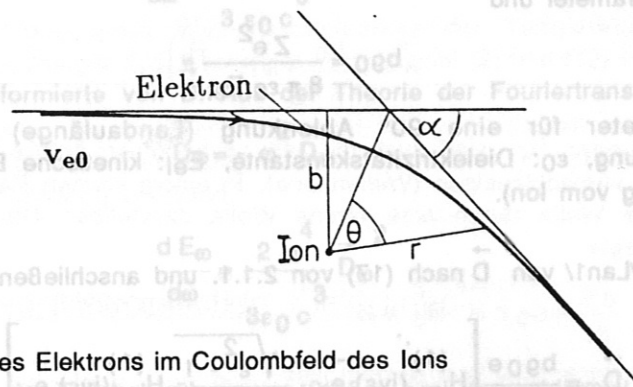


Bild 2.2.: Hyperbelbahn des Elektrons im Coulombfeld des Ions

Substituiert man in (5) b mit α nach (7), so erhält man

$$(8) \quad \left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}} = \int_0^\pi \frac{d^2E_\omega}{d\omega db} \frac{db}{d\alpha} d\alpha =: \int_0^\pi \frac{d^2E_\omega}{d\omega d\alpha} d\alpha$$

mit

$$(9) \quad \frac{d^2E_\omega}{d\omega d\alpha} = \frac{\omega^2 e^2 b g_0^2}{6 \epsilon_0 c^3} \left(\left| H_{i v}^{(1)}(i v \epsilon) \right|^2 + \frac{\epsilon^2 - 1}{\epsilon^2} \left| H_{i v}^{(1)}(i v \epsilon) \right|^2 \right) b g_0^2 \frac{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\sin^3\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

als differentielle effektive Abstrahlung in Abhängigkeit vom Ablenkwinkel α des Elektrons. Die effektive Abstrahlung ergibt sich zu

$$(10) \quad \left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}} = \frac{Z^2 e^6}{(4 \pi \epsilon_0)^3} \frac{16 \pi}{3 \sqrt{3}} \frac{1}{m_e^2 c^3 v} G(i v)$$

wobei der dimensionslose Faktor

$$G(i\nu) = \frac{\pi \sqrt{3}}{4} i \nu H_i^{(1)}(\nu) H_i^{(1)'}(\nu)$$

der klassische Gauntfaktor ist $\sim 1/\beta$. Die Aufteilung im Ausdruck (10) in den dimensionsbehafteten Vorfaktor und einen dimensionslosen Faktor G ist historisch bedingt und wurde von Gaunt eingeführt $\sim 1/\beta$, $\sim 1/\beta$.

Der Wert von G ist in Bild 2.3. in Abhängigkeit von $\nu = \omega b_{90}/v$ dargestellt $\sim 1/\beta$.

Man erkennt, daß obwohl ν über Größenordnungen variiert, G sich nur wenig ändert.

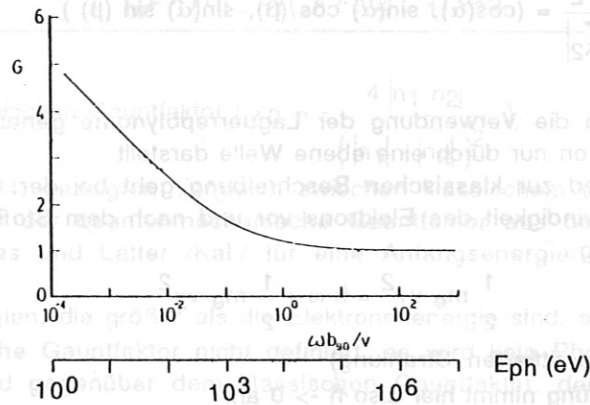


Bild 2.3.: klassischer Gauntfaktor in Abhängigkeit von $\nu = \omega b_{90}/v$, bzw. für eine Elektronenenergie von 1 keV in Abhängigkeit von der Photonenenergie E_{ph} .

2.1.3. Quantenmechanisches Bild des Elementarprozesses

In der klassischen Beschreibung des Elektron - Ion Stoßes wird der Energieverlust des Elektrons durch die Abstrahlung nicht berücksichtigt. In der quantenmechanischen Behandlung der Bremsstrahlungsemission nach Sommerfeld $\sim 1/\beta$ geht dieser Energieverlust explizit in die Rechnung ein. Sommerfeld ging dabei von Gleichung (15) in 2.1.1. aus und leitete den

Dipolmomentvektor \vec{D}_ω quantenmechanisch her. Dazu wird das Elektron vor und nach dem Stoß durch folgende Wellenfunktionen dargestellt:

$$\psi_1 = e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r})} L_{n_1}(i k_1 r - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \quad (\text{vor dem Stoß})$$

(1)

$$\psi_2 = e^{i(\vec{k}_2 \cdot \vec{r})} L_{n_2}(i k_2 r - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (\text{nach dem Stoß})$$

$$(L_{n_1}, L_{n_2}: \text{Laguerrepolynome mit den imaginären Indizes } n_j = \frac{Z}{i 137} \frac{v_j}{c} \quad (j = 1, 2),$$

Z : Kernladungszahl, v_j : Elektronengeschwindigkeit, c : Lichtgeschwindigkeit,

$\vec{k}_j = \frac{m_e v_j}{\hbar}$ ($j = 1, 2$): Wellenvektoren des Elektrons, mit m_e als Elektronenruhemasse und \hbar

als reduziertes Plancksches Wirkungsquantum).

Da sie den Schrödingergleichungen des Elektrons

$$(2) \quad \Delta \psi_j + k_j^2 \psi_j - \frac{2 m_e}{\hbar^2} U \psi_j = 0 \quad (j = 1, 2)$$

(U : Coulombpotential)

genügen, wird das Elektron durch die ψ_j exakt beschrieben.
Die Richtungen der Wellenvektoren werden so festgelegt, daß

$$(3) \quad \frac{\vec{k}_1}{|\vec{k}_1|} = (1, 0, 0)$$

und

$$(4) \quad \frac{\vec{k}_2}{|\vec{k}_2|} = (\cos(\alpha), \sin(\alpha) \cos(\beta), \sin(\alpha) \sin(\beta))$$

Dieser Ansatz ist durch die Verwendung der Laguerrepolynome genauer als die Bornsche Näherung, die das Elektron nur durch eine ebene Welle darstellt.

Als wichtiger Unterschied zur klassischen Beschreibung geht bei der Quantenmechanik die unterschiedliche Geschwindigkeit des Elektrons vor und nach dem Stoß ein. Dies ist für die Energieerhaltung wichtig:

$$(5) \quad \frac{1}{2} m_e v_1^2 = \hbar \omega + \frac{1}{2} m_e v_2^2$$

(ω : Kreisfrequenz der emittierten Strahlung)

Die klassische Beschreibung nimmt hier also $\hbar \rightarrow 0$ an.

Die Wahrscheinlichkeitsamplitude für den Übergang $\psi_1 \rightarrow \psi_2$ unter Aussendung eines Photons ist in der Dipolnäherung proportional zum Quadrat des Übergangsdipolmoments

$$(6) \quad \vec{M} = \int \psi_1^* \vec{r} \psi_2 dV$$

(es wurde hierbei auf die Elementarladung normiert).

Berechnet man \vec{M} , so ergibt sich für die Komponenten:

$$(7) \quad M_x = C \left[(n_2 - n_1 \cos(\alpha)) F + (1 - \cos(\alpha)) (1 - x) F' \right] (1 - x)^{-n_1 - n_2 - 1}$$

$$\begin{pmatrix} M_y \\ M_z \end{pmatrix} = -C \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \end{pmatrix} \sin(\alpha) \left[n_1 F + (1 - x) F' \right] (1 - x)^{-n_1 - n_2 - 1}$$

$$\text{mit } C = -16 \pi e^{-i \pi n_1} \frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2 (k_1 - k_2)^4} \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1 - k_2} \right)^{n_1 + n_2}$$

und

$$x = -\frac{4 k_1 k_2}{(k_1 - k_2)^2} \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$F = F(-n_1, -n_2, 1, x)$ ist die hypergeometrische Funktion und F' deren Ableitung nach x .

Die der klassischen Beschreibung entsprechende differentielle effektive Ausstrahlung ergibt sich aus dem Quadrat des Übergangsdipolmoments, den Normierungsfaktoren der Elektronenwellenfunktionen und einem Ausstrahlungsfaktor, wenn man über den Winkel β des gestreuten Elektrons und die Emissionsrichtungen des Photons integriert zu

$$(8) \quad \frac{d^2 E_\omega}{d\omega d\alpha} = \frac{2 Z^2 e^6}{(4 \pi \epsilon_0)^3 c^3} \frac{(k_1^2 - k_2^2)^4}{\hbar^2 k_1^2} \left| \vec{M} \right|^2 \sin(\alpha) \left(\frac{1}{1 - e^{-2 \pi |n_1|}} + \frac{1}{1 - e^{-2 \pi |n_2|}} \right)$$

Die effektive Ausstrahlung ist hier analog zur klassischen Beschreibung (Gleichung (10) von 2.1.2.) gegeben durch

$$(9) \quad \left(\frac{dE_\omega}{d\omega} \right)_{\text{eff}} = \frac{Z^2 e^6}{(4\pi\epsilon_0)^3} \frac{16\pi}{3\sqrt{3}} \frac{1}{m_e^2 c^3 v_1} G(n_1, n_2)$$

mit

$$G(n_1, n_2) = \frac{\pi \sqrt{3} x_0}{(e^{2\pi|n_1|} - 1)(e^{2\pi|n_2|} - 1)} \frac{d}{dx_0} \left\{ |F(n_1, n_2, 1, x_0)|^2 \right\}$$

als quantenmechanischen Gauntfaktor ($x_0 = -\frac{4|n_1 n_2|}{(|n_1| - |n_2|)^2}$).

Für den in Bild 2.4. gezeigten Vergleich zwischen klassischem und quantenmechanischem Gauntfaktor wurde der quantenmechanische Gauntfaktor aus den numerisch berechneten Werten von Karzas und Latter /KaL/ für eine Anfangsenergie des Elektrons von 1 keV bestimmt.

Für Photonenenergien, die größer als die Elektronenenergie sind, also für $E_{ph} > 1\text{keV}$, ist der quantenmechanische Gauntfaktor nicht definiert, es wird kein Photon emittiert. Dies ist ein großer Unterschied gegenüber dem klassischen Gauntfaktor, der für alle Werte von E_{ph} größer als 1 ist. Klassisch ist also auch das Abstrahlen eines Photons mit einer höheren Energie als der kinetischen Energie des Elektrons möglich. Dies widerspricht dem Energieerhaltungssatz.

Für den Bereich des nahen Infrarot, $E_{ph} \approx 1\text{eV}$, ist der quantenmechanische Gauntfaktor um etwa 10 % niedriger als der klassische. Für eine exakte Beschreibung der Bremsstrahlungsemission muß also auch im nahen Infrarot die Quantenmechanik verwendet werden.

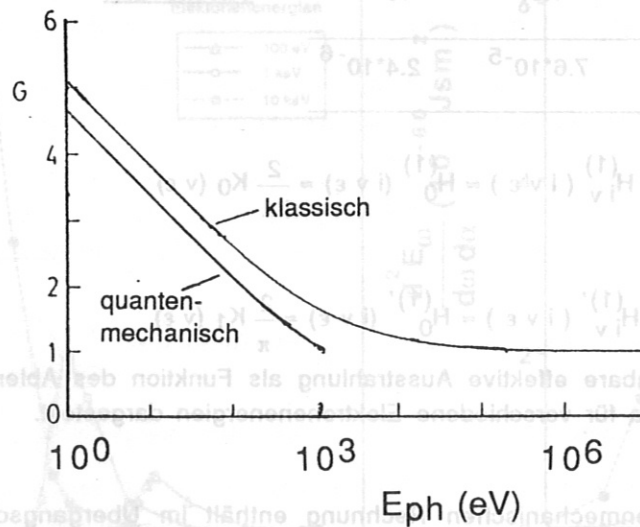


Bild 2.4.: Quantenmechanischer Gauntfaktor für eine Elektronenenergie von 1 keV im Vergleich mit dem klassischen Gauntfaktor in Abhängigkeit von der Photonenenergie E_{ph} . Quantenmechanisch ist die Emission eines Photons mit einer Energie größer als 1 keV nicht möglich, da der quantenmechanische Gauntfaktor im Gegensatz zum klassischen Gauntfaktor hier nicht definiert ist.

2.1.4. Bremsstrahlungsemission in das nahe Infrarot

In diesem Abschnitt wird gezeigt, daß die Bremsstrahlung im Wellenlängenbereich des nahen Infrarot zwischen 800 nm und 1100 nm hauptsächlich durch Kleinwinkelstöße der Elektronen entsteht. Da die dazugehörigen Stoßparameter groß im Vergleich zum Durchmesser eines Ions sind, werden die Elektronen im Coulombfeld der Ionenladung beschleunigt. Dies ist ein wichtiger Unterschied zur Bremsstrahlungsemission in den Röntgenbereich, bei der das Elektron in die Elektronenhülle des Ions eindringt: Das Elektron wird dann im Feld einer Ladung beschleunigt, die eventuell größer als die Ionenladung ist. Zur Berechnung des Ablenkungswinkels des Elektrons, das Bremsstrahlung ins nahe Infrarot

emittiert, wird die differentielle effektive Ausstrahlung $\frac{d^2 E_\omega}{d\omega d\alpha}$ nach der quantenmechanischen und klassischen Rechnung ausgewertet und miteinander verglichen.

$\frac{d^2 E_\omega}{d\omega d\alpha}$ enthält im klassischen Fall Hankelfunktionen mit imaginären Argument und Index. Dies erschwert die exakte Berechnung.

Da $v = \frac{\omega b_0}{v}$ für die hier interessierenden Elektronenenergien E_{el} , einer Photonenenergie von $E_{ph} = 1.3 \text{ eV}$ ($\lambda = 950 \text{ nm}$, nahes Infrarot) und $Z=1$ (Wasserstoff) sehr viel kleiner als 1 ist (Tabelle 2.1.), können die Hankelfunktionen gut durch modifizierte Besselfunktionen eines reellen Arguments angenähert werden /Bro/:

E_{el}/keV	0.1	1.0	10	Tabelle 2.1.
v	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$7.6 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{-6}$	

$$(1) \quad H_{i v}^{(1)}(i v \epsilon) \approx H_0^{(1)}(i v \epsilon) \approx \frac{2}{i \pi} K_0(v \epsilon)$$

$$(1) \quad H_{i v}^{(1)'}(i v \epsilon) \approx H_0^{(1)'}(i v \epsilon) \approx \frac{2}{\pi} K_1(v \epsilon)$$

Die nun leicht berechenbare effektive Ausstrahlung als Funktion des Ablenkungswinkels α des Elektrons ist in Bild 2.5.a für verschiedene Elektronenenergien dargestellt.

$\frac{d^2 E_\omega}{d\omega d\alpha}$ nach der quantenmechanischen Rechnung enthält im Übergangsdipolmoment die

hypergeometrische Funktion F und deren Ableitung $F' = \frac{dF}{dx}$. Deshalb ist auch hier eine exakte

Auswertung der Formel für $\frac{d^2 E_\omega}{d\omega d\alpha}$ schwierig.

Da jedoch für die untersuchten Elektronenenergien E_{el} $|n_j| = \frac{Z}{137 \frac{v_j}{c}}$ für $Z = 1$ und Emission eines 1.3 eV Quants viel kleiner als 1 ist (Tabelle 2.2),

E_{el}/keV	0.1	1.0	10	Tabelle 2.2.
$n_j (j = 1,2)$	$3.7 \cdot 10^{-1}$	$1.2 \cdot 10^{-2}$	$3.7 \cdot 10^{-2}$	

können die hypergeometrischen Funktionen wie folgt genähert werden /Bro/,/Som1/:

$$(2) \quad F(-n_1, -n_2, 1, x) \approx F(0, 0, 1, x) \approx 1$$

$$F'(-n_1, -n_2, 1, x) \approx n_1 n_2 F(1, 1, 2, x) \approx |n_1| |n_2| \frac{\ln(1-x)}{x}$$

Die mit diesen Näherungen erhaltene effektive Ausstrahlung in Abhängigkeit vom Ablenkwinkel α und der kinetischen Energie des Elektrons ist in Bild 2.5.b gezeigt.

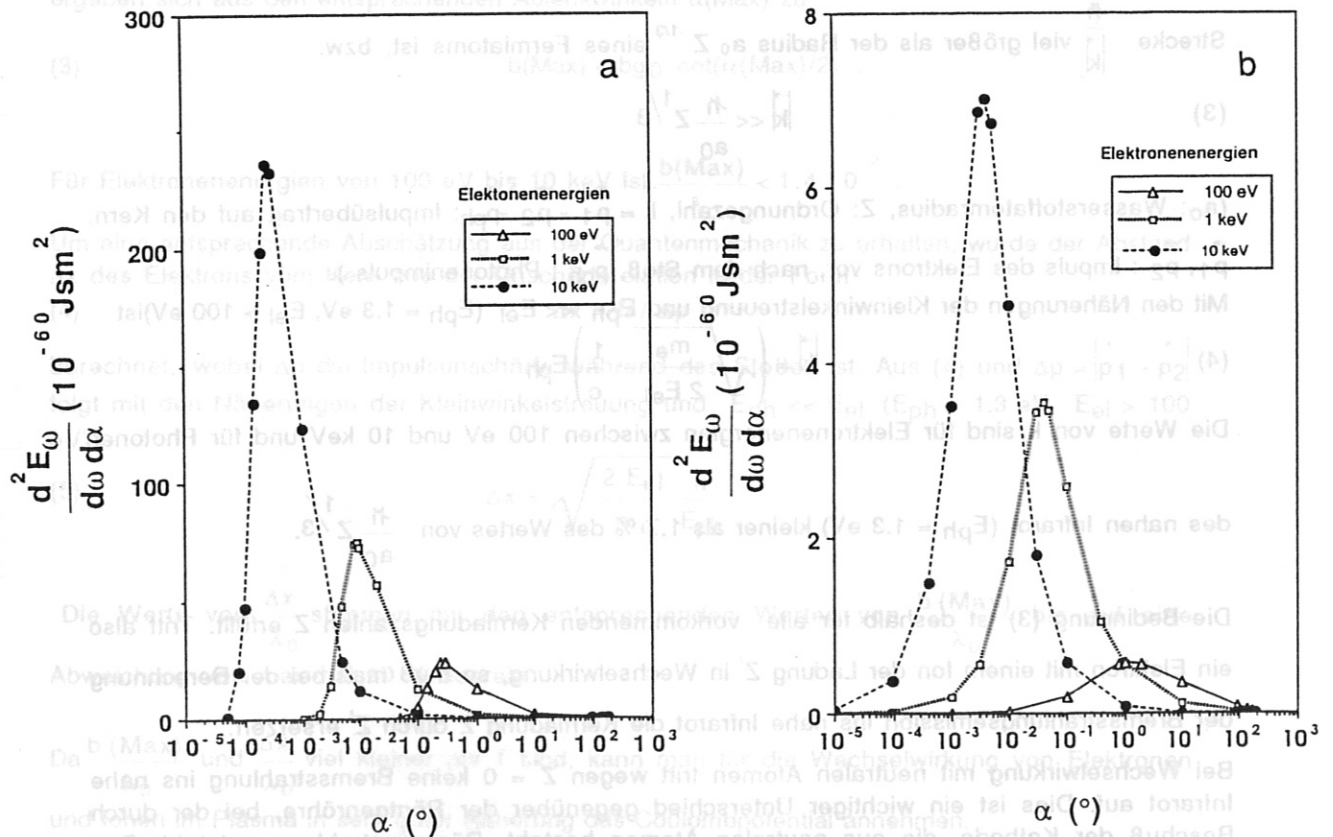


Bild 2.5.:

Klassische (a) und quantenmechanische (b) Verteilung des Ablenkwinkels eines Elektrons, das im Coulombfeld gestreut wird und ein 1.3 eV Quant emittiert. In beiden Fällen wird die meiste Bremsstrahlung bei Kleinwinkelstößen emittiert. Die klassischen Verteilungen besitzen zwar höhere Maxima bei etwas kleineren Ablenkwinkeln α als die quantenmechanischen. Die Integrale über α stimmen jedoch in beiden Beschreibungsarten bis auf eine Abweichung von etwa 10 % überein (siehe 2.1.3.).

2.1.4. Bremsstrahlungsemission in das nahe Infrarot

Vergleicht man die Winkelverteilungen des klassischen und quantenmechanischen Bildes, so fällt eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung auf: In beiden Fällen handelt es sich um Kleinwinkelstöße, und sowohl bei der klassischen, als auch bei der quantenmechanischen Beschreibung verschieben sich die Maxima der Winkelverteilungen mit steigender Elektronenenergie zu kleineren Ablenkwinkeln. Da in einem Plasma Kleinwinkelstöße viel häufiger als Großwinkelstöße sind, wird die Plasmabremsstrahlung des nahen Infrarots von einem Großteil der Plasmaelektronen und nicht von einer Minorität erzeugt.

Allerdings zeigt die Quantenmechanik eine breitere Winkelverteilung als die klassische Beschreibung. Dies ist besonders deutlich an der breiteren quantenmechanischen Verteilung für das 100 eV Elektron zu sehen.

Je höher die Elektronenenergien sind, desto besser stimmen klassische und quantenmechanische Beschreibung überein. Dies ist darauf zurückzuführen, daß zu höheren Elektronenenergien hin der Energieverlust durch die Photonemission im Vergleich zur Elektronenenergie immer kleiner wird. Die Voraussetzung $\hbar \rightarrow 0$ in der Energiebilanz (5) (Abschnitt 2.1.3.) für den Übergang zur klassischen Beschreibung ist bei hohen Elektronenenergien besser als bei kleinen erfüllt.

Stößt ein Elektron mit einem teilweise ionisierten oder mit einem neutralen Atom, so muß der Einfluß der die Kernladung abschirmenden Elektronen berücksichtigt werden.

Bethe und Heitler /BHe/ untersuchten die Auswirkung dieser Abschirmung: Sie ist voll wirksam, falls die nach der Unschärferelation zum Impulsübertrag auf den Kern (k), gehörige

Strecke $\frac{\hbar}{|k|}$ viel größer als der Radius $a_0 Z^{-1/3}$ eines Fermiatoms ist, bzw.

$$(3) \quad |k| \ll \frac{\hbar}{a_0} Z^{1/3}$$

(a_0 : Wasserstoffatomradius, Z : Ordnungszahl, $k = p_1 - p_2 - p_{ph}$: Impulsübertrag auf den Kern, p_1, p_2 : Impuls des Elektrons vor, nach dem Stoß, p_{ph} : Photonenimpuls).

Mit den Näherungen der Kleinwinkelstreuung und $E_{ph} \ll E_{el}$ ($E_{ph} = 1.3 \text{ eV}$, $E_{el} > 100 \text{ eV}$) ist

$$(4) \quad |k| = \left(\sqrt{\frac{m_e}{2 E_{el}}} - \frac{1}{c} \right) E_{ph}$$

Die Werte von k sind für Elektronenenergien zwischen 100 eV und 10 keV und für Photonen

des nahen Infrarot ($E_{ph} = 1.3 \text{ eV}$) kleiner als 1.7 % des Wertes von $\frac{\hbar}{a_0} Z^{1/3}$.

Die Bedingung (3) ist deshalb für alle vorkommenden Kernladungszahlen Z erfüllt. Tritt also ein Elektron mit einem Ion der Ladung Z' in Wechselwirkung, so muß man bei der Berechnung der Bremsstrahlungsemission ins nahe Infrarot die Kernladung Z durch Z' ersetzen.

Bei Wechselwirkung mit neutralen Atomen tritt wegen $Z' = 0$ keine Bremsstrahlung ins nahe Infrarot auf. Dies ist ein wichtiger Unterschied gegenüber der Röntgenröhre, bei der durch Beschuß der Kathode, die aus neutralen Atomen besteht, Röntgenstrahlung entsteht. Das hochenergetische Elektron dringt hierbei in die Elektronenhülle des Atoms ein und wird von der durch innere Elektronen mehr oder weniger abgeschirmten Kernladung gestreut /Som1/.

2.1.5. Elementarprozeß der Bremsstrahlung in einem thermischen Plasma

Im Plasma hat das elektrische Potential eines Teilchens keine unendlich große Reichweite. Das Coulombpotential wird durch die benachbarten Teilchen abgeschirmt /Nic/. Nach Debye hat das Potential folgenden Verlauf:

$$(1) \quad V(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} \exp\left(-\frac{r}{\lambda_D}\right)$$

mit

$$(2) \quad \lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 T}{e n_e}}$$

als Debyelänge (ϵ_0 : Dielektrizitätskonstante, T : Plasmatemperatur in Energieeinheiten, n_e : Elektronendichte, e : Elementarladung).

Das in den vorangegangenen Abschnitten Gesagte gilt im Plasma nur für Stoßparameter, die sehr viel kleiner als die Debyelänge sind, da nur dann das Elektron in einem Coulombfeld gestreut wird. Es muß daher geprüft werden, ob die für die Bremsstrahlungsemission im nahen Infrarot erforderlichen Stoßparameter diese Bedingung erfüllen.

Für eine Dichte von $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ und einer Temperatur von $T = 1 \text{ keV}$, wie sie typisch ist für Tokamaks, ist $\lambda_D = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

Die klassischen Stoßparameter $b(\text{Max})$ für maximale Strahlungsemission ins nahe Infrarot ergeben sich aus den entsprechenden Ablenkwinkeln $\alpha(\text{Max})$ zu

$$(3) \quad b(\text{Max}) = b_{g0} \cot(\alpha(\text{Max})/2)$$

Für Elektronenenergien von 100 eV bis 10 keV ist $\frac{b(\text{Max})}{\lambda_D} < 1.4 \cdot 10^{-3}$.

Um eine entsprechende Abschätzung aus der Quantenmechanik zu erhalten, wurde der Abstand Δx des Elektrons vom Kern aus der Unschärferelation in der Form

$$(4) \quad \Delta x \approx \hbar / \Delta p$$

berechnet, wobei Δp die Impulsunschärfe während des Stoßes ist. Aus (4) und $\Delta p = |\vec{p}_1 - \vec{p}_2|$ folgt mit den Näherungen der Kleinwinkelstreuung und $E_{ph} \ll E_{el}$ ($E_{ph} = 1.3 \text{ eV}$, $E_{el} > 100 \text{ eV}$)

$$(5) \quad \Delta x = \sqrt{\frac{2 E_{el}}{m_e}} \frac{\hbar}{E_{ph}}$$

Die Werte von $\frac{\Delta x}{\lambda_D}$ stimmen mit den entsprechenden Werten von $\frac{b(\text{Max})}{\lambda_D}$ bis auf eine Abweichung von maximal 10 % überein.

Da $\frac{b(\text{Max})}{\lambda_D}$ und $\frac{\Delta x}{\lambda_D}$ viel kleiner als 1 sind, kann man für die Wechselwirkung von Elektronen und Ionen im Plasma in sehr guter Näherung das Coulombpotential annehmen.

2.1.6. Bremsstrahlung eines thermischen Plasmas

Im Folgenden soll nun die Herleitung /Hut/ der Formel für die Bremsstrahlung eines thermischen Plasmas dargestellt werden.

Um aus der effektiven Ausstrahlung $\left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}}$ im Elementarprozeß die Leistungsdichte der

spektralen Bremsstrahlungsemission $\frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV}$ eines thermischen Plasmas in den gesamten

Raumwinkel 4π zu erhalten, muß man $\left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}}$ mit der Teilchenstromdichte der Elektronen,

$n_e f(v_e) v_e dv_e$ (n_e : Elektronendichte, $f(v_e)$: Geschwindigkeitsverteilung, v_e : Elektronengeschwindigkeit) und der Ionendichte n_i multiplizieren und über alle Elektronengeschwindigkeiten integrieren. Die Geschwindigkeiten seien isotrop und sollen einer Maxwellverteilung genügen. Man erhält dann mit

$$(1) \quad f(v_e) = \left(\frac{m_e}{2\pi T}\right)^{3/2} 4\pi v_e^2 e^{-\frac{m_e v_e^2}{2T}}$$

$$(2) \quad \frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV} = n_e n_i \int_0^\infty \left(\frac{dE_\omega}{d\omega}\right)_{\text{eff}} f(v_e) v_e dv_e$$

$$(3) \quad =: \int_0^\infty \frac{d^3 P_\omega}{d\omega dV dE_{el}} dE_{el}$$

$$\frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV} = n_e n_i Z^2 \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^3 \frac{16\pi}{3\sqrt{3} m_e c} \sqrt{\frac{2m_e}{\pi T}} \exp\left(-\frac{h\omega}{T}\right) g$$

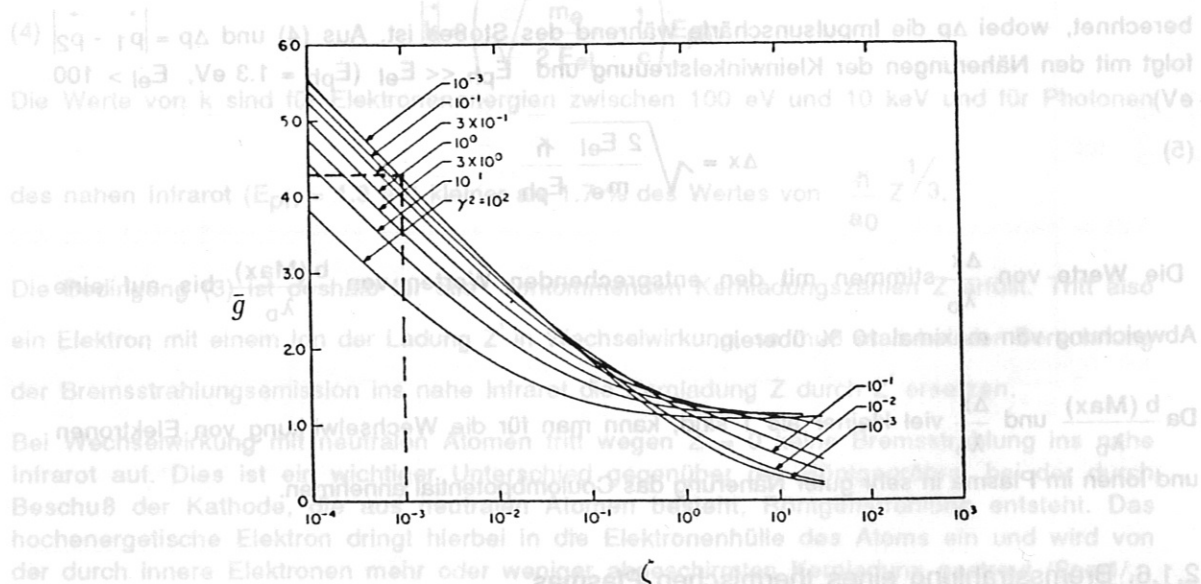


Bild 2.6.: Über die Maxwellverteilung gemittelter Gauntfaktor ($\zeta = h\nu/T$, $\gamma^2 = Z^2 R_y/T$, mit $R_y = 13.6$ eV als Rydbergenergie). Man erkennt (gestrichelt gezeichnet), daß im nahen Infrarot für $T = 1$ keV und $Z = 1$ ($\zeta = 10^{-3}$, $\gamma^2 = 10^{-2}$) \bar{g} den Wert 4.3 hat.

\bar{g} ist der über die Maxwellverteilung gemittelte Gauntfaktor

$$(3) \quad \bar{g} = \int_0^{\infty} G(\omega, E' + \hbar\omega) \exp\left(-\frac{E' + \hbar\omega}{T}\right) \frac{dE'}{T}$$

Karzas und Latter /KaL/ berechneten \bar{g} numerisch (Bild 2.6).

Es soll nun untersucht werden, welche Elektronen bei einer bestimmten Plasmatemperatur die meiste Bremsstrahlung im nahen Infrarot erzeugen. Es wird dazu $\frac{d^3 P_{\omega}}{d\omega dV dE_{el}}$ näherungsweise berechnet.

Für den quantenmechanischen Gauntfaktor erhält man für $|n_j| \ll 1$ ($j = 1, 2$), was nach 2.1.4. erfüllt ist, die Näherung /Hut/

$$(4) \quad G(v_1, v_2) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln\left(\frac{v_1 + v_2}{v_1 - v_2}\right)$$

Die mit dieser Näherung berechneten Werte für $\frac{d^3 P_{\omega}}{d\omega dV dE_{el}}$ sind in Bild 2.7. für $\hbar\omega = 1.3 \text{ eV}$ dargestellt.

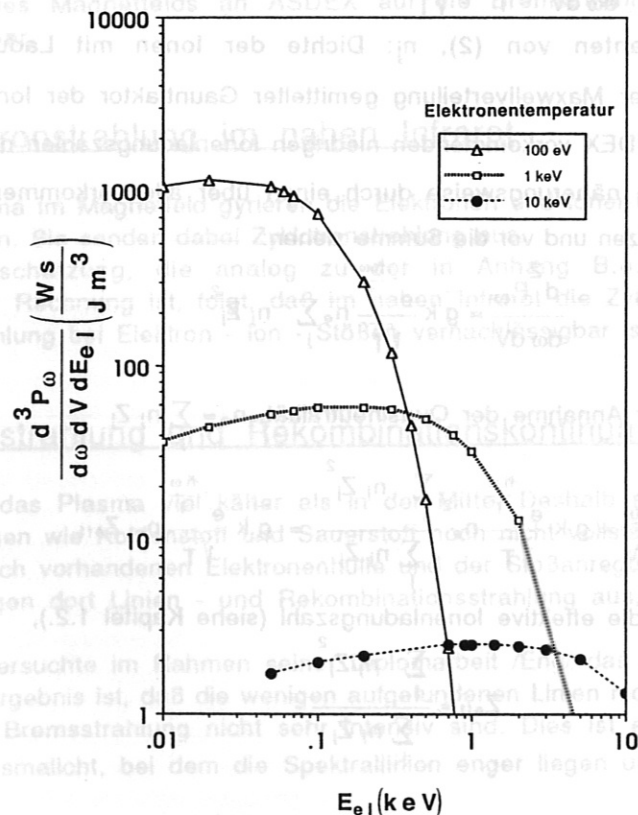


Bild 2.7: Beitrag der thermischen Elektronen zur Plasmabremsstrahlung des nahen Infrarot in Abhängigkeit von der Elektronenenergie E_{el} und der Elektronentemperatur

Die Maxima der Emission liegen für die einzelnen Temperaturen jeweils im Bereich der thermischen Energien, so daß die Plasmabremstrahlung von einer repräsentativen Elektronensorte stammt. Die möglicherweise durch Hochfrequenzheizung erzeugten Minoritäten, welche zu einer Abweichung der Elektronengeschwindigkeitsverteilung von der Maxwellverteilung führen können, führen deshalb zu keiner merklichen Störung der thermischen Bremsstrahlungsemission.

Extreme Minoritäten wie Runawayelektronen stören aufgrund relativistischer Effekte die Beobachtung der thermischen Bremsstrahlung nur, wenn man entgegen der Flugrichtung der Elektronen beobachtet (siehe Anhang B).

Da die Elektronengeschwindigkeiten im thermischen Plasma isotrop verteilt sind, wird auch die Bremsstrahlung isotrop emittiert.

Die in das Raumwinkelement $d\Omega$ abgestrahlte spektrale Leistungsdichte ist dann

$$(5) \quad \frac{d^3 P_\omega}{d\omega dV d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV}$$

Für typische Plasmaparameter wie $n_e = n_j = 10^{20} \text{ m}^{-3}$, $Z = 1$, $T = 1 \text{ keV}$ und $g \approx 4$ ist im nahen Infrarot

$$(6) \quad \frac{d^3 P_\omega}{d\omega dV d\Omega} = 2.53 \cdot 10^{-16} \frac{\text{W s}}{\text{m}^3 \text{ sterad}}$$

Sind mehrere Ionensorten der Ladung Z_j im Plasma mit den Dichten n_j vorhanden, so addieren sich die einzelnen Bremsstrahlungsbeiträge. Die Gesamtbremstrahlung ist dann /Hut/

$$(7) \quad \frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV} = \sum_j k \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{T}}}{\sqrt{T}} n_e n_j Z_j^2 \bar{g}_j$$

(k: mitgeführte Konstanten von (2), n_j : Dichte der Ionen mit Ladungszahl Z_j , n_e : Elektronendichte, \bar{g}_j : über Maxwellverteilung gemittelter Gauntfaktor der Ionensorte j)

Da die \bar{g}_j für die an ASDEX vorkommenden niedrigen Ionenladungszahlen nahezu gleich sind /KaL/, kann man die \bar{g}_j näherungsweise durch einen über alle vorkommenden Ionensorten gemittelten Wert \bar{g} ersetzen und vor die Summe ziehen:

$$(8) \quad \frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV} = \bar{g} k \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{T}}}{\sqrt{T}} n_e \sum_j n_j Z_j^2$$

Hieraus ergibt sich unter Annahme der Quasineutralität, $n_e = \sum_j n_j Z_j$

$$(9) \quad \frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV} = \bar{g} k \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{T}}}{\sqrt{T}} n_e^2 \frac{\sum_j n_j Z_j^2}{\sum_j n_j Z_j} = \bar{g} k \frac{e^{-\frac{\hbar\omega}{T}}}{\sqrt{T}} n_e^2 Z_{\text{eff}}$$

wobei die Definition für die effektive Ionenladungszahl (siehe Kapitel 1.2.),

$$(10) \quad Z_{\text{eff}} = \frac{\sum_j n_j Z_j^2}{\sum_j n_j Z_j}$$

verwendet wurde.

Bild 2.6.: Über die Maxwellverteilung gemittelter Gauntfaktor $\bar{g} = \int \frac{1}{1 - \beta^2} \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \frac{1}{v} dv = Z^2 R \sqrt{T}$.

Bei Plasmatemperaturen von 1 keV ist im nahen Infrarot ($\hbar\omega \approx 1.3 \text{ eV}$)

$\frac{\hbar\omega}{T} \approx 0$ also $e^{-\frac{\hbar\omega}{T}} \approx 1$. Aus (9) folgt deshalb

$$(11) \quad \frac{d^2 P_\omega}{d\omega dV} \sim \frac{Z_{\text{eff}} n_e^2}{\sqrt{T}}$$

Mit $\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}$ folgt für die Strahlungsleistungsdichte pro Wellenlängenintervall

$$(12) \quad \frac{d^2 I_\lambda}{d\lambda dV} \sim \frac{Z_{\text{eff}} n_e^2}{\sqrt{T}} \frac{1}{\lambda^2}$$

Man kann also bei bekannter Elektronendichte und -temperatur die effektive Ionenladungszahl aus der Plasmabremstrahlung des nahen Infrarot bestimmen (siehe Kapitel 3).

2.1.7. Einfluß von Magnetfeldern auf die Bremsstrahlungsemission

Nach /Art/ ist der Einfluß eines Magnetfelds auf einen Stoßprozeß vernachlässigbar, falls die für den Stoßprozeß wichtigen Stoßparameter viel kleiner als der Gyrationradius

$$(1) \quad r_G = \frac{\sqrt{2 m_e T}}{e B}$$

von thermischen Elektronen sind (m_e : Elektronenmasse, T : Temperatur, e : Elementarladung, B : Magnetfeld).

Die maximale Bremsstrahlung wird nach 2.1.5. bei den Stoßparametern $b(\text{Max})$ emittiert. Diese Stoßparameter sind für typische ASDEX Werte von $B = 2$ Tesla, $T = 1$ keV kleiner als 10^{-3} des Wertes von $r_G = 50 \mu\text{m}$.

Der Einfluß des Magnetfelds an ASDEX auf die Bremsstrahlungsemission ist deshalb vernachlässigbar.

2.2. Zyklotronstrahlung im nahen Infrarot

In einem Plasma im Magnetfeld gyrieren die Elektronen und Ionen auf Wendelbahnen um die Magnetfeldlinien. Sie senden dabei Zyklotronstrahlung aus.

Mit einer Abschätzung, die analog zu der in Anhang B.4. für Runawayelektronen durchgeführten Rechnung ist, folgt, daß im nahen Infrarot die Zyklotronstrahlung gegenüber der Bremsstrahlung bei Elektron - Ion - Stößen vernachlässigbar ist.

2.3. Linienstrahlung und Rekombinationskontinua im nahen Infrarot

Am Rand ist das Plasma viel kälter als in der Mitte. Deshalb sind dort die vorhandenen Verunreinigungen wie Kohlenstoff und Sauerstoff noch nicht vollständig ionisiert.

Wegen der noch vorhandenen Elektronenhülle und der Stoßanregung im Plasma, senden die Verunreinigungen dort Linien - und Rekombinationsstrahlung aus, und zwar auch ins nahe Infrarot.

Engelhard untersuchte im Rahmen seiner Diplomarbeit /Eng/ das Linienspektrum des nahen Infrarot. Das Ergebnis ist, daß die wenigen aufgefundenen Linien nicht sehr dicht liegen und im Vergleich zur Bremsstrahlung nicht sehr intensiv sind. Dies ist ein Vorteil gegenüber dem sichtbaren Plasmalicht, bei dem die Spektrallinien enger liegen und intensiver strahlen¹. Im Rauschanteil des Plasmalichts möglichst gering ist.

¹Die verringerte Linienintensität im nahen Infrarot im Vergleich zum sichtbaren Spektrum ist damit erklärbar, daß das langwelligere Licht hauptsächlich durch Elektronenübergänge zwischen Energieniveaus hoher Hauptquantenzahl (geringer Termabstand) und das Licht kürzerer Wellenlänge schon bei Übergängen mit niedriger Hauptquantenzahl (größerer

sichtbaren Spektralbereich kann man deshalb die Bremsstrahlung nur schmalbandig zwischen zwei Linien beobachten, was eine geringe zu messende Strahlungsleistung bedeutet. Im Gegensatz dazu kann im nahen Infrarot breitbandig beobachtet werden, wobei der Linienanteil als kleine Störung berücksichtigt werden kann /Eng/. Die Rekombinationsstrahlung ist im nahen Infrarot gegenüber der Plasmabremsstrahlung vernachlässigbar /Eng/. Moleküle können nur am relativ kühlen Plasmarand existieren. Die von ihnen emittierte Molekülstrahlung kann deshalb nur die aus dem Plasmalicht des nahen Infrarot bestimmten Z_{eff} Werte am Plasmarand in Frage stellen.

Man kann also bei bekannter Elektronendichte und -temperatur die effektive Ionenladungszahl Z_{eff} aus der Plasmabremsstrahlung des nahen Infrarot bestimmen (siehe Tabelle 1.2.1).

$$Z_{\text{eff}} = \frac{P_{\text{Brems}}}{P_{\text{Rek}}} \quad (1)$$

2.1.7. Einfluss von Magnetfeldern auf die Bremsstrahlungsemission

Nach [1] ist der Einfluss eines Magnetfelds auf einen Stoßprozess vernachlässigbar, falls die für den Stoßprozess wichtigen Stoßparameter viel kleiner als der Gyroradius r_g sind. Für typische Plasmaparameter wie $n_e = n_i = 10^{20} \text{ m}^{-3}$, $Z = 1$, $T = 4 \text{ eV}$ und $g = 1$ ist $r_g \approx 10^{-4} \text{ m}$.

$$r_g = \frac{m_e v_{\text{th}}}{e B} \approx 10^{-4} \text{ m} \quad (2)$$

Die maximale Bremsstrahlungswahlvermögen $\frac{dP}{d\Omega d\nu}$ wird nach [2] bei den Stoßparametern $\frac{v}{v_{\text{th}}} \approx 1$ und $\frac{v}{v_{\text{th}}} \approx 1$ erreicht. Diese Stoßparameter sind für typische ASDEX Werte von $B = 5 \text{ T}$, $T = 1 \text{ keV}$ kleiner als 10^{-3} des Wertes von $r_g = 50 \mu\text{m}$.

Der Einfluss des Magnetfelds an ASDEX auf die Bremsstrahlungsemission ist deshalb vernachlässigbar.

(k) mitgeführte Konstanten von (2), (1) und (3) sind $k = 1.5 \times 10^{-16} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1} \text{ Hz}^{-1} \text{ m}^{-3}$.

2.2. Zyklotronstrahlung im nahen Infrarot

In einem Plasma im Magnetfeld zirkulieren die Elektronen und Ionen um Wendebahnen um die Magnetleitlinien. Sie senden dabei Zyklotronstrahlung aus.

Mit einer Abschätzung, die analog zu der in Anhang B.4. für Funkenweiterelektronen durchgeführt ist, folgt, dass im nahen Infrarot die Zyklotronstrahlung gegenüber der Bremsstrahlung bei Elektron-Ion-Stößen vernachlässigbar ist.

$$\frac{P_{\text{Zyk}}}{P_{\text{Brems}}} \approx 10^{-4} \quad (4)$$

2.3. Linienstrahlung und Rekombinationskontinuum im nahen Infrarot

Am Rand ist das Plasma viel kälter als in der Mitte. Deshalb sind dort die vorhandenen Verunreinigungen wie Kohlenstoff eher neutral als ionisiert. Wegen der noch vorhandenen Elektronenionisation und der Stoßanregung im Plasma, senden die Verunreinigungen bei Linien- und Rekombinationsstrahlung aus, und zwar auch im nahen Infrarot.

Engelhard untersuchte im Rahmen seiner Doktorarbeit [3] das Linienspektrum des nahen Infrarot. Das Ergebnis ist, dass die wenigen aufgelösten Linien nicht sehr dicht liegen und im Vergleich zur Bremsstrahlung nicht sehr intensiv sind. Dies ist ein Vorteil gegenüber dem sichtbaren Plasmasicht, bei dem die Spektrallinien enger liegen und intensiver strahlen. Im Infrarot wird der Termabstand zwischen den Niveaus kleiner.

Die geringere Linienintensität im nahen Infrarot im Vergleich zum sichtbaren Spektralbereich erklärt, dass das Infrarotlicht hauptsächlich durch Rekombinationsstrahlung (Termabstand) emittiert wird. Die Besetzungszahlen in den oberen Niveaus und damit die Übergangsraten sind jedoch geringer als in den niedrigeren Niveaus.

3. Bremsstrahlungsmessung im nahen Infrarot mit der Thomsonstreuapparatur

3.1. Die Thomsonstreuapparatur

An ASDEX wird die Elektronendichte und -temperatur neben anderen Methoden auch mit der Thomsonstreuung von Laserlicht bestimmt [RSt1].

Der dazu verwendete Aufbau ist in Bild 3.1. dargestellt:

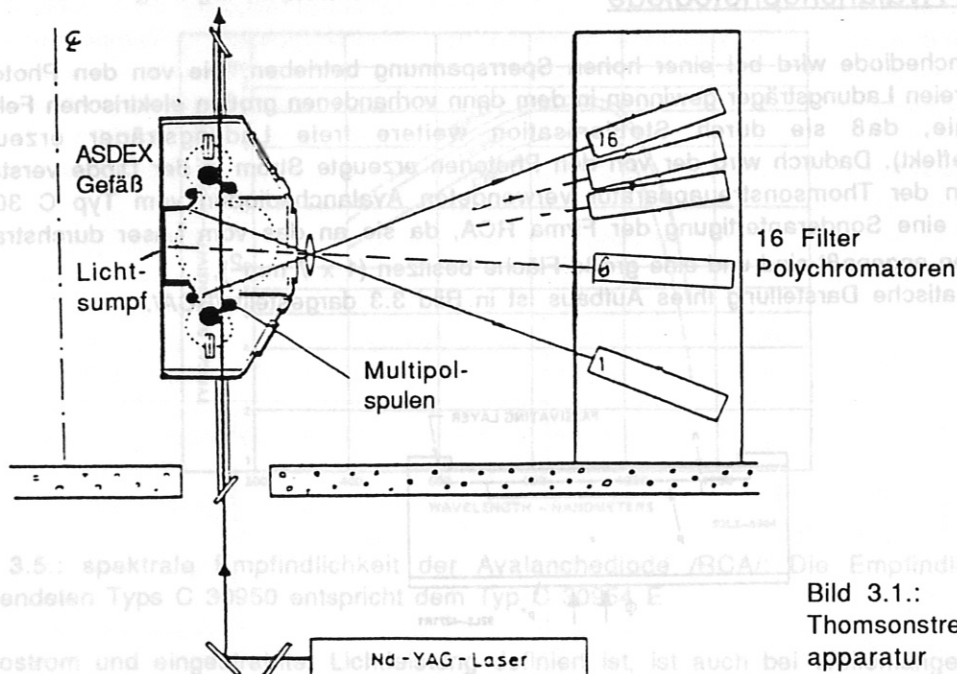


Bild 3.1.:
Thomsonstreu -
apparatur

Um die Elektronendichte - und Temperaturprofile in ihrer zeitlichen Entwicklung während einer Entladung messen zu können, wurde als Lichtquelle statt des bisher eingesetzten Rubinlasers ein mit 60 Hz periodisch betriebener leistungsstarker Nd: YAG - Laser der Wellenlänge $\lambda = 1064 \text{ nm}$ verwendet. Der Laserstrahl läuft vertikal durch das Plasma. Das von den bewegten Elektronen gestreute und dopplerverbreiterte Licht wird etwa unter 90° zum Laserstrahl beobachtet.

Zur Messung der Temperatur- und Dichteprofile wird das vom Laser durchstrahlte Streuvolumen durch ein Objektiv auf 16 Polychromatorkästen abgebildet. Die Analyse des dopplerverbreiterten Streulichts erfolgt mit Polychromatorkästen (Bild 3.2.), in denen das Licht in drei Spektralbereiche, die im Bereich von 800 nm bis 1040 nm liegen, zerlegt und die jeweilige Intensität gemessen wird.

Aus den Intensitätsverhältnissen der verschiedenen Spektralkanäle erhält man die Elektronentemperatur und aus der Gesamtintensität die Elektronendichte.

Zum Nachweis der Streuimpulse von ca. 30 ns Dauer werden Avalanchediode verwendet. Die Meßverstärker haben dafür einen über einen Hochpaß gekoppelten Ausgang, damit der Rauschanteil des Plasmalichts möglichst gering ist.

Dieselben Avalanchediode werden auch zur Plasmalichtmessung verwendet (Abschnitt 3.3.). Es kann dafür jedoch auch eine PIN - Photodiode verwendet werden, wie sich aus einem experimentell durchgeführten Vergleich verschiedener Halbleiterdetektoren ergab (Anhang C).

Im folgenden Abschnitt wird der Aufbau und die Funktion der Avalanchediode kurz beschrieben.

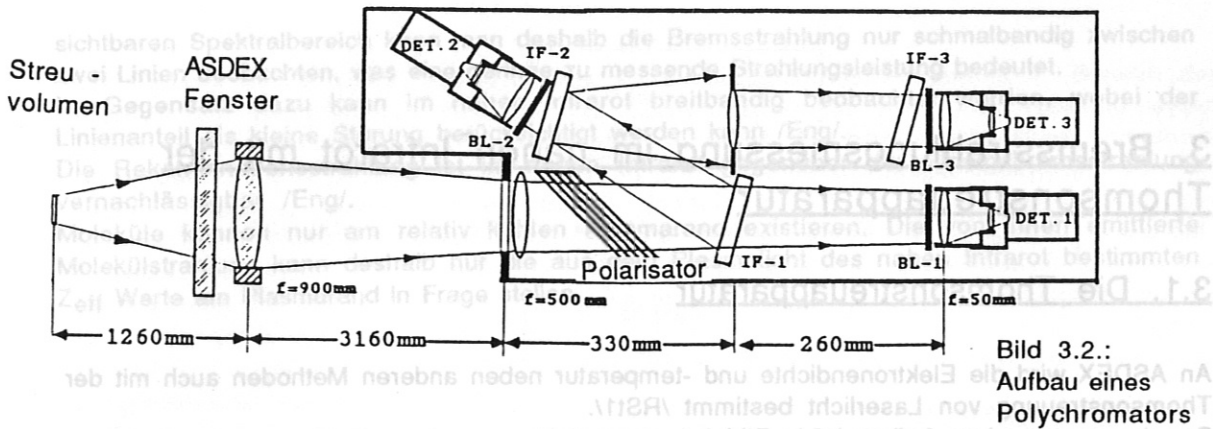


Bild 3.2.:
Aufbau eines
Polychromators

3.2. Die Avalanche photodiode

Eine Avalanche diode wird bei einer hohen Sperrspannung betrieben. Die von den Photonen erzeugten freien Ladungsträger gewinnen in dem dann vorhandenen großen elektrischen Feld so viel Energie, daß sie durch Stoßionisation weitere freie Ladungsträger erzeugen (Avalancheeffekt). Dadurch wird der von den Photonen erzeugte Strom in der Diode verstärkt.

Die in der Thomsonstreuapparatur verwendeten Avalanche dioden vom Typ C 30950 (RCA) sind eine Sonderanfertigung der Firma RCA, da sie an das vom Laser durchstrahlte Streuvolumen angepaßt sind und eine große Fläche besitzen ($1 \times 7 \text{ mm}^2$). Eine schematische Darstellung ihres Aufbaus ist in Bild 3.3 dargestellt /RCA/.

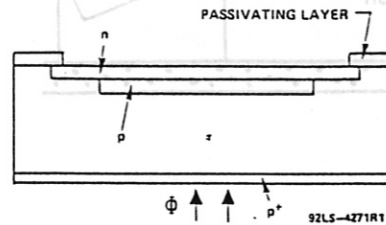


Bild 3.3.: schematischer Aufbau der Avalanche diode in der Thomsonstreuapparatur /RCA/

Die Avalanche diode ist aus Silizium und vom Aufbau her eine Durchgreifdiode mit der Zonenfolge $P^+ \pi P N$ (P^+ ist stärker und π ist schwächer dotiert als P). Das Licht tritt durch die dünne P^+ -Zone in das große π -Volumen ein. Durch den inneren Photoeffekt erzeugen die Photonen hier Elektron - Loch - Paare.

Liegt zwischen den elektrischen Anschlüssen der Avalanche diode eine Sperrspannung im Bereich von 400 V, so ergibt sich die in Bild 3.4. /RCA/ gezeigte Verteilung des elektrischen Feldes in der Diode.

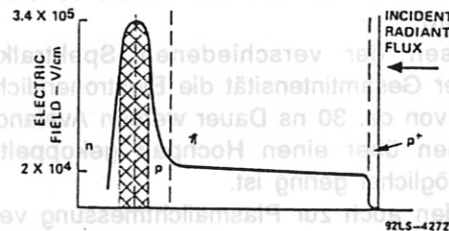


Bild 3.4.: Verteilung des elektrischen Feldes in der Avalanche diode /RCA/

Das im π - Volumen vorhandene elektrische Feld treibt die erzeugten frei beweglichen Elektronen in das P - N - Gebiet, in dem ein hohes elektrisches Feld herrscht. Die Elektronen werden dort so stark beschleunigt, daß sie durch Stoßionisation Elektron - Loch - Paare erzeugen. Da die erzeugten Sekundärelektronen im elektrischen Feld Energie gewinnen, können diese ebenfalls durch Stoßionisation Ladungsträger freisetzen. Die Anzahl der freien Ladungsträger erhöht sich deshalb lawinenartig (Avalancheeffekt) /Pau/. Hierdurch wird der von den Photonen erzeugte Strom verstärkt. Der Multiplikationsfaktor liegt je nach angelegter Sperrspannung zwischen 10 und 100.

Die erzeugten Löcher laufen über die π - Zone in die P⁺ - Zone und tragen so mit zum verstärkten Photostrom der Avalancheodiode bei.

Die in Bild 3.5. gezeigte Empfindlichkeit der Avalancheodiode, die als Quotient aus meßbarem

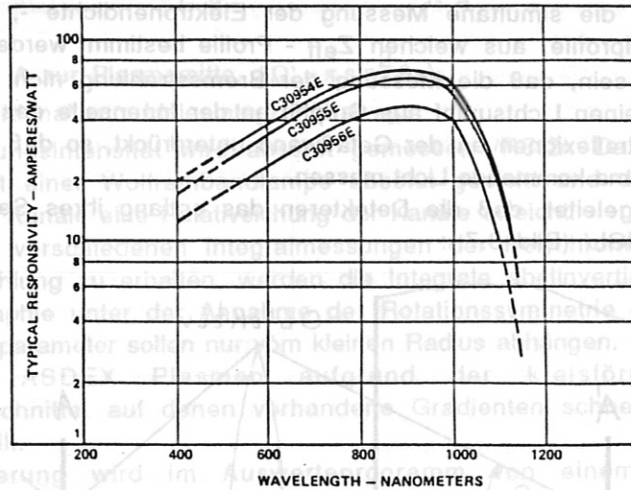


Bild 3.5.: spektrale Empfindlichkeit der Avalancheodiode /RCA/: Die Empfindlichkeit des verwendeten Typs C 30950 entspricht dem Typ C 30954 E

Photostrom und eingestrahelter Lichtleistung definiert ist, ist auch bei Wellenlängen um 1000 nm noch sehr hoch, obwohl hier die Empfindlichkeitsgrenze des Siliziummaterials liegt. Dies wurde durch eine spezielle Struktur der Oberfläche erreicht, durch die das Licht eintritt (siehe Bild 3.6.) /Web/.

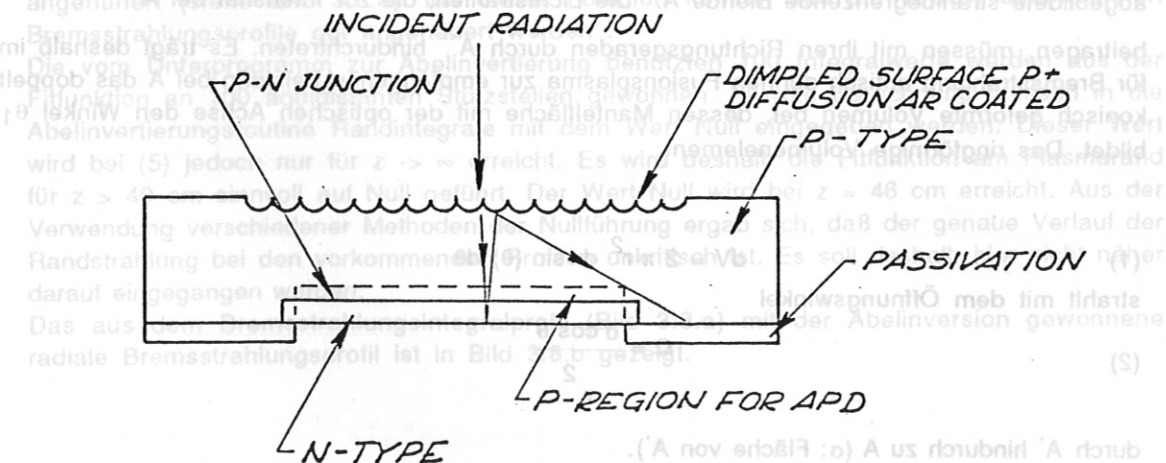


Bild 3.6.: Empfindlichkeitssteigernde Oberfläche der Avalancheodiode /Web/

Das an der Rückseite der Diode reflektierte Licht kehrt zur Eintrittsoberfläche zurück. Dort wird ein beträchtlicher Teil durch Totalreflexion an der speziell geformten Oberfläche wieder in das lichtempfindliche Volumen zurückgestreut. Die effektive Weglänge der Strahlung im lichtempfindlichen Volumen wird dadurch erhöht, wodurch die Lichtempfindlichkeit der Diode steigt.

3.3. Messung der Bremsstrahlung

Um mit den Avalanchediode der Thomsonstreuapparatur auch Plasmalicht messen zu können, wurden parallel zu den schnellen Verstärkern für die Streuimpulse (Abschnitt 3.1.) Gleichstromverstärker eingebaut. Die so modifizierte Apparatur erlaubte ohne wesentlichen Mehraufwand erstmals die simultane Messung der Elektronendichte -, Temperatur - und Bremsstrahlungsintegralprofile, aus welchen Z_{eff} - Profile bestimmt werden (siehe 3.4.).

Es muß sichergestellt sein, daß die Messung der Bremsstrahlung nicht durch Reflexionen verfälscht wird: Durch einen Lichtsumpf aus Graphit an der Innenseite des ASDEX - Gefäßes (Bild 3.1.) werden Lichtreflexionen an der Gefäßwand unterdrückt, so daß die Detektoren nur das direkt aus dem Plasma kommende Licht messen.

Im folgenden wird hergeleitet, daß die Detektoren das entlang ihres Sehstrahls integrierte Plasmalicht messen /MGL/ (Bild 3.7.):

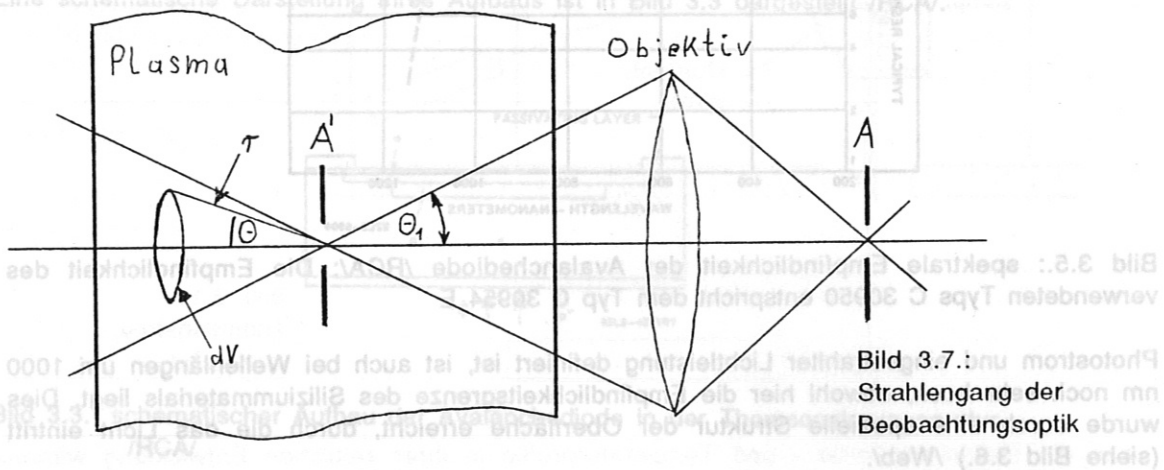


Bild 3.7.: Strahlengang der Beobachtungsoptik

Für das ASDEX- Plasma mit Radius a sei A' die in das Zentrum des Plasmas durch das Objektiv abgebildete strahlbegrenzende Blende A . Die Lichtstrahlen, die zur Intensität bei A

beitragen, müssen mit ihren Richtungsgeraden durch A' hindurchtreten. Es trägt deshalb im für Bremsstrahlung optisch dünnen Fusionsplasma zur empfangenen Leistung bei A das doppelt konisch geformte Volumen bei, dessen Mantelfläche mit der optischen Achse den Winkel θ_1 bildet. Das ringförmige Volumenelement

$$(1) \quad dV = 2 \pi r^2 dr \sin(\theta) d\theta$$

strahlt mit dem Öffnungswinkel

$$(2) \quad \Omega = \frac{\sigma \cos \theta}{r^2}$$

durch A' hindurch zu A (σ : Fläche von A').

Ist ϵ_{ω} die ausgestrahlte Leistungsdichte pro Raumwinkel, so liefert die Kugelsegmentfläche K mit Radius r bei A die Leistung

$$(3) \quad dP_{\omega}(r) = \epsilon_{\omega} \int_0^{\theta_1} \Omega dV = \epsilon_{\omega} \int_0^{\theta_1} \frac{\sigma \cos \theta}{r^2} 2 \pi r^2 \sin(\theta) dr d\theta = \epsilon_{\omega} \sigma \pi \sin^2(\theta_1) dr$$

was bis auf ϵ_{ω} unabhängig von r ist.

Die gesamte bei A ankommende Leistung ergibt sich nach Integration von $dP_{\omega}(r)$ über r zu

$$(4) \quad P_{\omega} = \int_{-a}^{+a} dP_{\omega}(r) = \sigma \Delta\Omega' \int_{-a}^{+a} \epsilon_{\omega}(r) dr$$

(Δx : Abstand von A zur Plasmamitte, $\Delta\Omega' = \pi \sin^2 \theta_1$).

P_{ω} ist also proportional zum Linienintegral über ϵ_{ω} .

Die Bremsstrahlungsintensität wird absolut gemessen /RSt2/. Dazu wurde ein einzelner Spektralkanal mit einer Wolframbandlampe absolut geeicht und durch eine gleichmäßige Beleuchtung aller Kanäle eine Relativeichung der Kanäle erreicht.

Um aus den 16 verschiedenen Integralmessungen der Polychromatoren Radialprofile der Plasmabremsstrahlung zu erhalten, werden die Integrale abelinvertiert: Die Abelinvertierung ist eine Tomographie unter der Annahme der Rotationssymmetrie des Plasmas, das heißt sämtliche Plasmamaparameter sollen nur vom kleinen Radius abhängen.

Dies ist für ASDEX Plasmen aufgrund der kreisförmigen magnetischen Flußflächenquerschnitte, auf denen vorhandene Gradienten schnell ausgeglichen werden können, gut erfüllt.

Die Abelinvertierung wird im Auswertprogramm von einem Unterprogramm des Rechenzentrums durchgeführt /Eng/. Diese Routine benutzt ein durch 100 Integrale beschriebenes glattes Meßprofil, um den Verlauf des Integranden über dem Radius zu berechnen.

Um in den gemessenen Profilen der Bremsstrahlungsintegrale die Streuung der Meßpunkte zu glätten, werden die gemessenen Integrale gegen den Abstand z ihres Sehstrahls vom Plasmazentrum aufgetragen (Bild 3.8.a) und durch die Fitfunktion

$$(5) \quad PI(z) = e^{a + bz^2 + cz^4 + dz^6 + ez^8}$$

angenähert (siehe Bild 3.8.a). Mit dieser Funktion können alle an ASDEX beobachteten Bremsstrahlungsprofile gut angenähert werden.

Die vom Unterprogramm zur Abelinvertierung benutzten 100 Integralwerte werden aus der Fitfunktion an 100 äquidistanten Stützstellen gewonnen. Für die Berechnung müssen in die Abelinvertierungsroutine Randintegrale mit dem Wert Null eingegeben werden. Dieser Wert wird bei (5) jedoch nur für $z \rightarrow \infty$ erreicht. Es wird deshalb die Fitfunktion am Plasmarand für $z > 40$ cm sinnvoll auf Null geführt. Der Wert Null wird bei $z = 46$ cm erreicht. Aus der Verwendung verschiedener Methoden der Nullführung ergab sich, daß der genaue Verlauf der Randstrahlung bei den vorkommenden Profilen unkritisch ist. Es soll deshalb hier nicht näher darauf eingegangen werden.

Das aus dem Bremsstrahlungsintegralprofil (Bild 3.8.a) mit der Abelinversion gewonnene radiale Bremsstrahlungsprofil ist in Bild 3.8.b gezeigt.



Bild 3.3: Zeitverläufe von Z_{eff} an den radialen Positionen $r = 0$ cm (a) und $r = 20$ cm (b). Die Streuung der Meßwerte ist auf den statistischen Fehler der Elektronendichtemessung zurückzuführen.

3.4. Bestimmung von Z_{eff} - Profilen

Zur Bestimmung von Z_{eff} - Profilen wird zunächst das Emissivitätsprofil eines reinen Wasserstoffplasmas aus den mit der Thomsonstreuung simultan gemessenen Elektronendichte - und - temperaturprofilen (Bild 3.8.c,d) berechnet. Die Quotienten aus gemessenen und berechneten Emissivitäten ergeben dann das radiale Profil der effektiven Ionenladungszahl $Z_{\text{eff}} / RSt2/$ (Bild 3.8.e).

Der Meßfehler von Z_{eff} ist nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz hauptsächlich auf die in die Berechnung von Z_{eff} quadratisch eingehende Elektronendichte zurückzuführen. Der relative Fehler von Z_{eff} beträgt demnach 10 %.

An ASDEX werden nach dem beschriebenen Verfahren zuverlässig Z_{eff} - Profile gemessen.

Da die Thomsonstreuung während der ganzen Entladung alle 17 ms wiederholt wird, läßt sich auch der Verlauf der Z_{eff} - Profile zeitlich verfolgen.

Zu Testzwecken wird hier die Messung von Z_{eff} - Profilen in der stationären Phase der Entladung, in der alle Entladungsparameter konstant sind, diskutiert. In den Abbildungen 3.9.a, b sind für diese Phase die Zeitverläufe von Z_{eff} an den radialen Positionen $r = 0$ cm und $r = 20$ cm gezeigt. Sie sind im zeitlichen Mittel konstant. Die Streuung der Z_{eff} - Werte um den Mittelwert ist auf den statistischen Fehler in der Bestimmung von Z_{eff} zurückzuführen.

Je nach Art der Entladung erhält man unterschiedliche Z_{eff} - Profile: Werden z. B. die Entladungsparameter so eingestellt, daß aufgrund neoklassischer Effekte /Wes/ Verunreinigungen stärker als Protonen in das Plasmazentrum gezogen werden, kommt es zu Verunreinigungsakkumulation im Plasmazentrum /St1/, /St2/. Das hierbei gemessene Z_{eff} - Profil ist deshalb stark zugespitzt (Bild 3.10.). Weitere Beispiele für gemessene Z_{eff} - Profile folgen im weiteren Fortgang der Arbeit.

In den folgenden Kapiteln wird eine weitere neue Anwendung der Bremsstrahlungsmessung, die Dichtesteuerung, dargestellt.

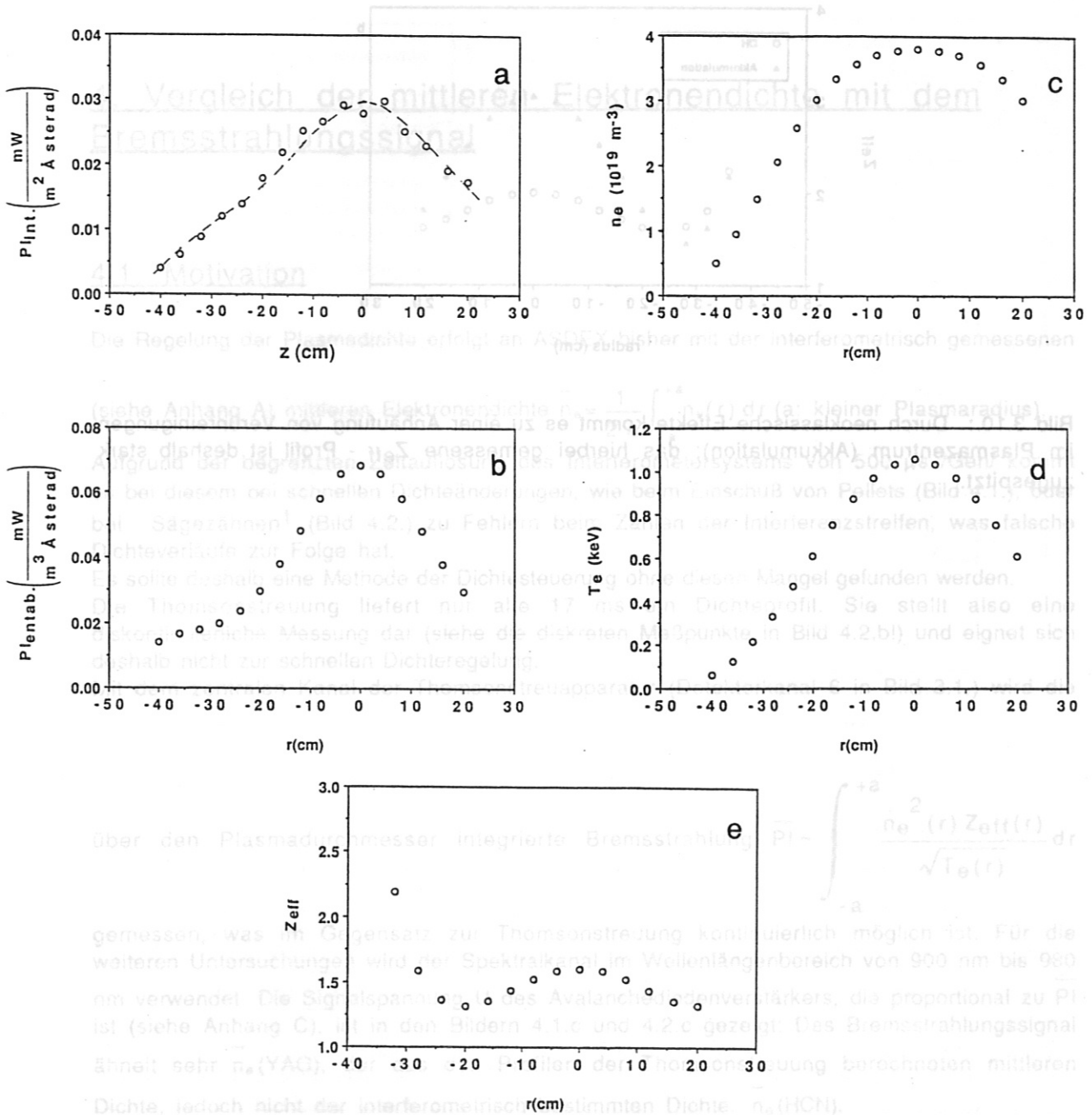


Bild 3.8.: Bestimmung von Z_{eff} - Profilen: Aus den Bremsstrahlungsintegralen (a) wird durch Abelinvertierung ein radiales Emissivitätsprofil (b) gewonnen. Aus den Elektronendichte - (c) und Elektronentemperaturprofilen (d) wird die Emissivität eines Wasserstoffplasmas berechnet. Die Quotienten aus gemessenen und berechneten Emissivitäten ergeben ein Z_{eff} - Profil (e).

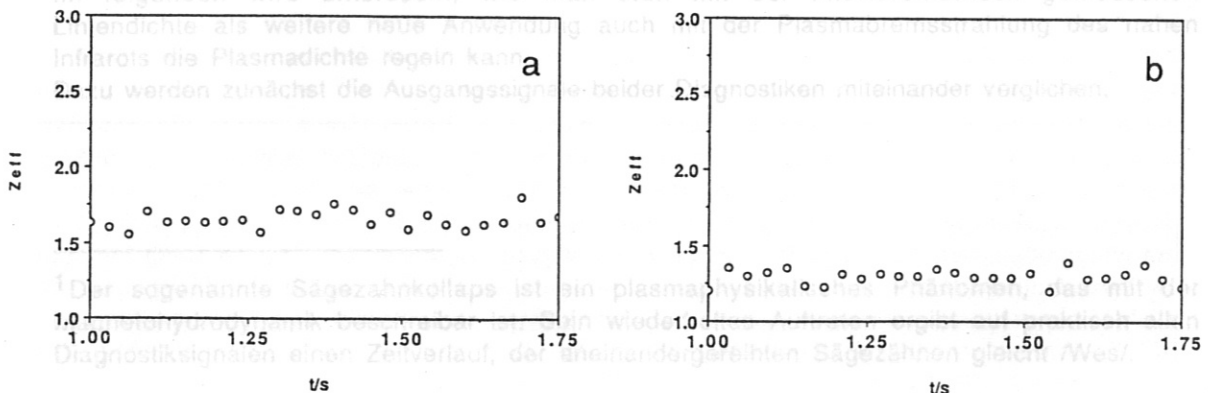


Bild 3.9.: Zeitverläufe von Z_{eff} an den radialen Positionen $r = 0$ cm (a) und $r = 20$ cm (b). Die Streuung der Meßwerte ist auf den statistischen Fehler der Elektronendichtemessung zurückzuführen.

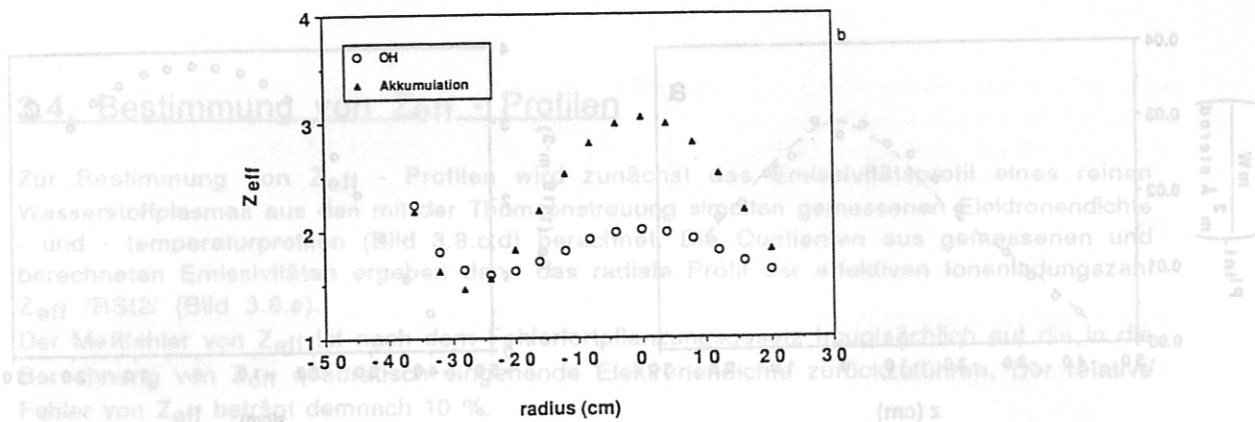


Bild 3.10.: Durch neoklassische Effekte kommt es zu einer Anhäufung von Verunreinigungen im Plasmazentrum (Akkumulation); das hierbei gemessene Z_{eff} - Profil ist deshalb stark zugespitzt.

In der Abbildung sind für diese Phase die Zeitverläufe von Z_{eff} an den radialen Positionen $r = 0$ cm und $r = 20$ cm gezeigt. Sie sind im zeitlichen Mittel konstant. Die Streuung der Z_{eff} - Werte um den Mittelwert ist auf den statistischen Fehler in der Bestimmung von Z_{eff} zurückzuführen.

Je nach Art der Entladung erhält man unterschiedliche Z_{eff} - Profile. Werden die Entladungsparameter so eingestellt, daß aufgrund neoklassischer Effekte Verunreinigungen stärker als Protonen im Plasmazentrum akkumuliert werden, kommt es zu Verunreinigungsakkumulation im Plasmazentrum (St1/, St2/). Das hierbei gemessene Z_{eff} - Profil ist deshalb stark zugespitzt (Bild 3.10). Weitere Beispiele für gemessene Z_{eff} - Profile folgen im weiteren Fortgang der Arbeit.

In den folgenden Kapiteln wird eine weitere neue Anwendung der Bremsstrahlungsmessung, die Dichtesteuerung, dargestellt.

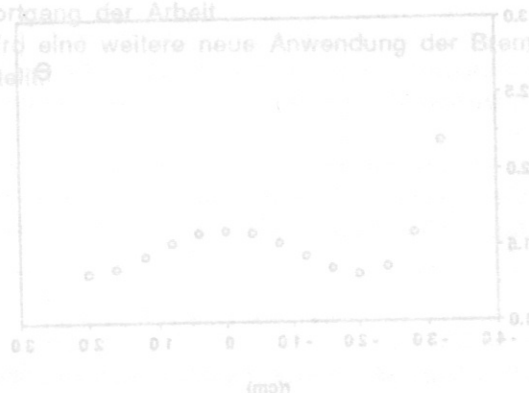


Bild 3.8.: Bestimmung von Z_{eff} - Profilen: Aus den BremsstrahlungsinTEGRALen (a) wird durch Abblenkerung ein radiales Emissivitätsprofil (b) gewonnen. Aus den Elektronendichte- und Elektronentemperaturprofilen (c) wird die Emissivität eines Wasserstoffplasmas berechnet. Die Quotienten aus gemessenen und berechneten Emissivitäten ergeben ein Z_{eff} - Profil (a).

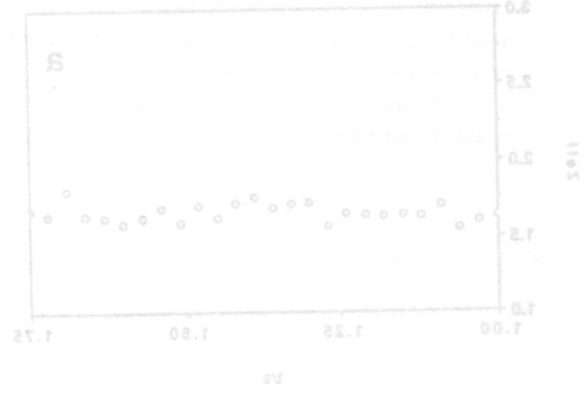


Bild 3.9.: Zeitverläufe von Z_{eff} an den radialen Positionen $r = 0$ cm (a) und $r = 20$ cm (b). Die Streuung der Maßwerte ist auf den statistischen Fehler der Elektronendichtemessung zurückzuführen.

4. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungssignal

4.1. Motivation

Die Regelung der Plasmadichte erfolgt an ASDEX bisher mit der interferometrisch gemessenen

(siehe Anhang A) mittleren Elektronendichte $\bar{n}_e = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} n_e(r) dr$ (a : kleiner Plasmaradius).

Aufgrund der begrenzten Zeitauflösung des Interferometersystems von $500 \mu s$ /Geh/ kommt es bei diesem bei schnellen Dichteänderungen, wie beim Einschub von Pellets (Bild 4.1.), oder bei Sägezähnen¹ (Bild 4.2.) zu Fehlern beim Zählen der Interferenzstreifen, was falsche Dichteverläufe zur Folge hat.

Es sollte deshalb eine Methode der Dichtesteuerung ohne diesen Mangel gefunden werden.

Die Thomsonstreuung liefert nur alle 17 ms ein Dichteprofil. Sie stellt also eine diskontinuierliche Messung dar (siehe die diskreten Meßpunkte in Bild 4.2.b!) und eignet sich deshalb nicht zur schnellen Dichteregelung.

Mit dem zentralen Kanal der Thomsonstreuapparatur (Detektorkanal 6 in Bild 3.1.) wird die

über den Plasmadurchmesser integrierte Bremsstrahlung $PI \sim \int_{-a}^{+a} \frac{n_e^2(r) Z_{eff}(r)}{\sqrt{T_e(r)}} dr$

gemessen, was im Gegensatz zur Thomsonstreuung kontinuierlich möglich ist. Für die weiteren Untersuchungen wird der Spektralkanal im Wellenlängenbereich von 900 nm bis 980 nm verwendet. Die Signalspannung U des Avalanchediodeverstärkers, die proportional zu PI ist (siehe Anhang C), ist in den Bildern 4.1.c und 4.2.c gezeigt: Das Bremsstrahlungssignal ähnelt sehr \bar{n}_e (YAG), der aus den Profilen der Thomsonstreuung berechneten mittleren Dichte, jedoch nicht der interferometrisch bestimmten Dichte \bar{n}_e (HCN).

Wegen der quadratischen Abhängigkeit der Bremsstrahlung von der Elektronendichte ist sie auch sensibler auf Dichteänderungen als \bar{n}_e (YAG), was sich an der größeren

Modulationsamplitude von U gegenüber \bar{n}_e (YAG) in Bild 4.1. zeigt. Die Bremsstrahlung ist deshalb gerade bei schnellen Dichteänderungen zur Regelung geeignet.

Im folgenden wird untersucht, wie man statt mit der interferometrisch gemessenen Liniendichte als weitere neue Anwendung auch mit der Plasmabremsstrahlung des nahen Infrarots die Plasmadichte regeln kann.

Dazu werden zunächst die Ausgangssignale beider Diagnostiken miteinander verglichen.

¹Der sogenannte Sägezahnkollaps ist ein plasmaphysikalisches Phänomen, das mit der Magnetohydrodynamik beschreibbar ist. Sein wiederholtes Auftreten ergibt auf praktisch allen Diagnostiksignalen einen Zeitverlauf, der aneinandergereihten Sägezähnen gleicht /Wes/.

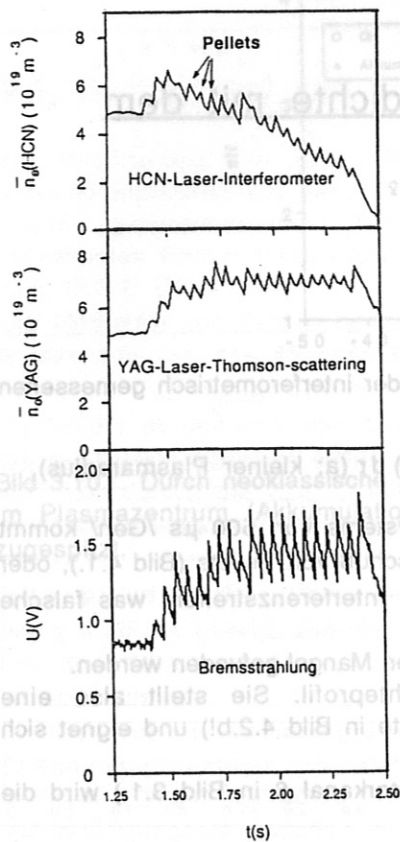


Bild 4.1.

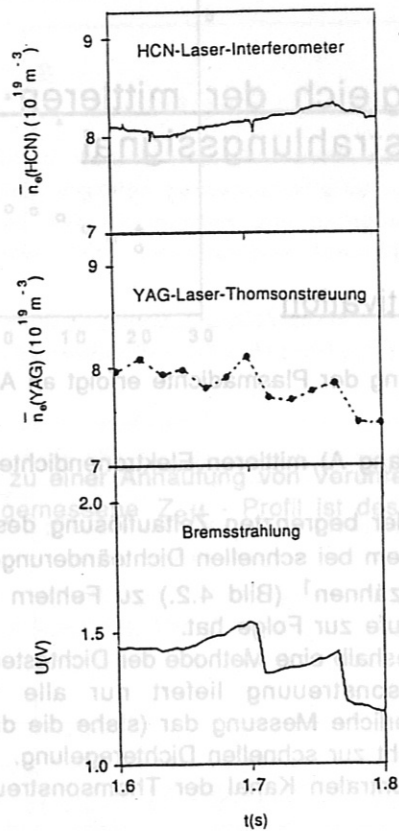


Bild 4.2.

zu den Bildern 4.1. / 4.2.:

Vergleicht man die in 4.1.a gezeigte interferometrisch gemessene Dichte $\bar{n}_e(\text{HCN})$ mit der aus den Profilen der Thomsonstreuung berechneten mittleren Dichte $\bar{n}_e(\text{YAG})$ (Bild 4.1.b), so fällt ein unterschiedliches Zeitverhalten auf: $\bar{n}_e(\text{HCN})$ zeigt abfallenden Trend, während $\bar{n}_e(\text{YAG})$ im Mittel konstant bleibt. Das Interferometer hat hier also die schnellen Dichteanstiege bei der Pelletablation nicht in der vollen Höhe erkannt. Bei großen Sägezähnen (Bild 4.2.) wird vom Interferometersystem der Abfall der Elektronendichte beim Sägezahnkollaps nicht in der vollen Höhe erkannt (Bild 4.2.a), wie man im Vergleich zu den erkennbaren Sägezähnen in $\bar{n}_e(\text{YAG})$ sieht (Bild 4.2.b). Die Bremsstrahlung zeigt jeweils das gleiche Zeitverhalten wie $\bar{n}_e(\text{YAG})$.

4.2. Zeitverhalten der Plasmapremstrahlung

Ein typischer Zeitverlauf einer Standardentladung (Deuteriumplasma, ohmsche Heizung, Plasmastrom: 320 kA, Magnetfeld 2.17 T, mittlere Dichte $2.8 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$) ist in Bild 4.3. zu sehen. Die integrierte Bremsstrahlung und die mittlere Elektronendichte zeigen während der Entladung praktisch den gleichen Zeitverlauf. Nur zu Beginn und am Schluß der Entladung weichen die Elektronendichte und das Plasmalicht voneinander ab. Da der Plasmastrom in diesem Zeitabschnitt sehr niedrig ist, ist der Plasmaeinschluß schlecht und es kommt zu Wandkontakten des Plasmas. Dadurch werden Verunreinigungen ins Plasma befördert, die vermehrt Linienstrahlung aussenden. Das starke Leuchten enthält deshalb sowohl Brems - als auch Linienstrahlung. Es wurde jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter untersucht. Die Schwankungen des Plasmalichtsignals in Bild 4.3. stammen vom Schrotrauschen des Photostroms in der Avalanchediode und vom Rauschen der nachgeschalteten Verstärker. Das Rauschen ist jedoch so gering, daß die Bremsstrahlung gut zur Dichteregulation verwendet werden kann.

Nach Bild 3.8.b ist das Bremsstrahlungsintegral hauptsächlich von der Strahlungsintensität im Bei der Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung würde das starke Leuchten als hohe Dichte interpretiert, wodurch die Gasventile geschlossen werden. Am Ende der Entladung ist dies wünschenswert. Beim Plasmaaufbau kann es zur Bildung von hochenergetischen Elektronen, sog. Runawayelektronen kommen, falls die Elektronendichte sehr niedrig ist (Anhang B.1.). Sie können das Vakuumgefäß beschädigen und sollten deshalb nicht erzeugt werden. Der Plasmaaufbau kann mit einem Interferometer geregelt werden (siehe Kapitel 5).

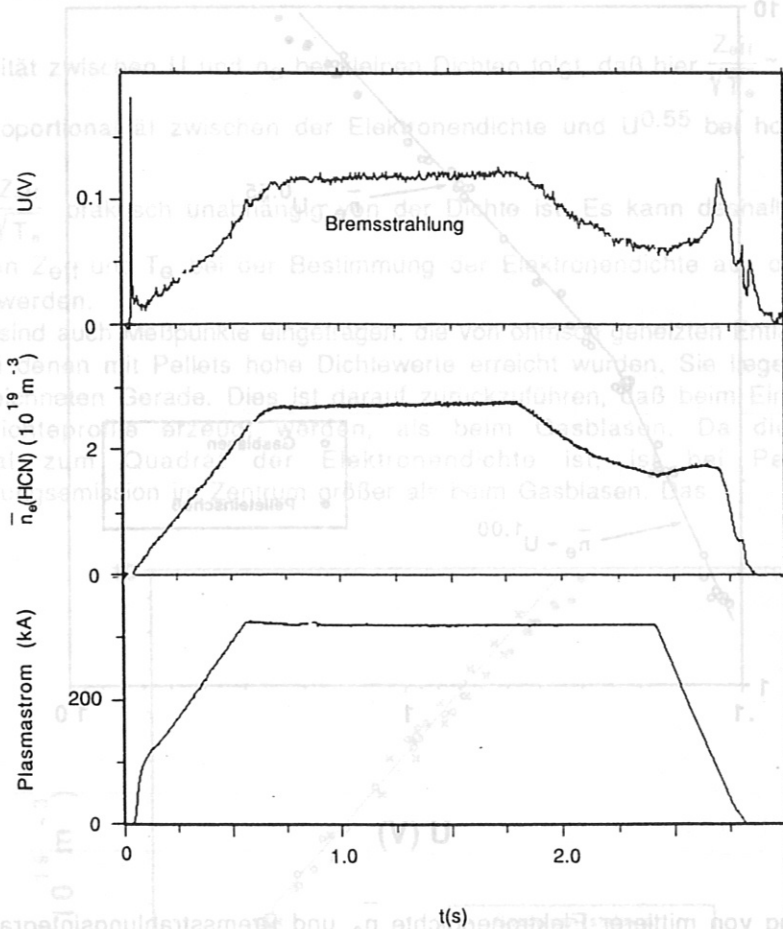


Bild 4.3: Das Bremsstrahlungsintegral ($\sim U$) und die mittlere Elektronendichte $\bar{n}_e(\text{HCN})$ haben während einer Standardentladung praktisch den gleichen Zeitverlauf. Nur zu Beginn und am Schluß der Entladung weichen beide Signale voneinander ab. Wegen des schlechten Plasmaeinschlusses (niedriger Plasmastrom) besteht das starke Leuchten sowohl aus Brems- als auch aus Linienstrahlung.

4.3. Vergleich der mittleren Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungsintegral bei ohmscher Heizung

Zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der Liniendichte und der Bremsstrahlung wurden deren Signale für verschiedene ohmsch geheizte Entladungen, bei denen die Dichte durch Gasblasen geregelt wurde, gegeneinander aufgetragen. Die Meßwerte wurden in der Phase der Entladung, in der alle Plasmamparameter konstant sind, über einen Zeitraum der

Länge 0.5 s bis 1.0 s gemittelt, um den Fehler durch das Rauschen zu reduzieren (Fehler von U : ± 3 mV, Fehler von \bar{n}_e : $\pm 2 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$).

Die Meßpunkte wurden bei Magnetfeldern zwischen 2 T und 2.8 T und Plasmaströmen zwischen 300 kA und 460 kA gewonnen. Das Meßergebnis ist in Bild 4.4. dargestellt.

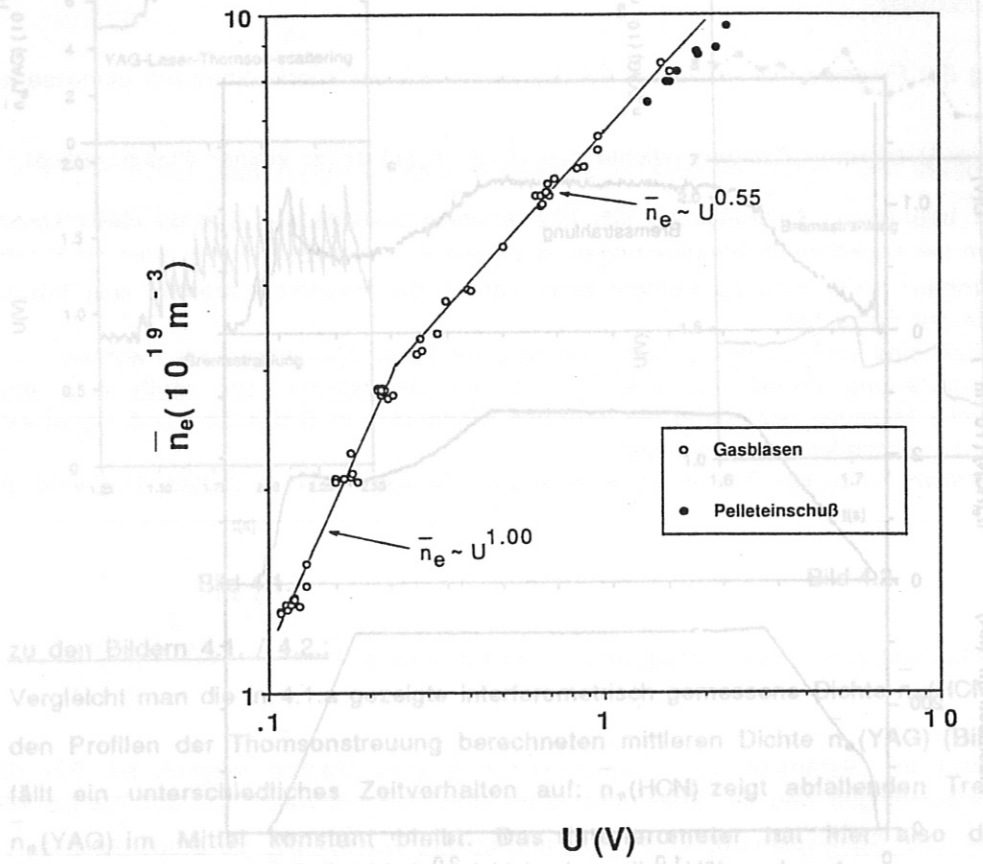


Bild 4.4.:

Der Zusammenhang von mittlerer Elektronendichte \bar{n}_e und Bremsstrahlungsintegral ($\sim U$) bei ohmscher Heizung läßt sich im logarithmischen Maßstab durch zwei Geraden mit den Steigungen 1 und 0.55 darstellen.

Bei Pelleteinschuß ergeben sich spitzere Dichteprofile als beim Gasblasen; die Bremsstrahlung ist deshalb bei gleicher mittlerer Dichte gegenüber den Werten beim Gasblasen erhöht.

Trotz der unterschiedlichen Magnetfelder und Plasmaströme streuen die Meßpunkte nur wenig und es zeigt sich eine starke Abhängigkeit des Bremsstrahlungsintegrals ($\sim U$) von der mittleren Dichte.

Der Zusammenhang zwischen der Dichte und der Bremsstrahlung läßt sich im logarithmischen Maßstab durch zwei Geraden darstellen. Für kleine Dichten hat sie die Steigung 1.00 und für hohe Dichten die Steigung 0.55. Es ist also bei kleinen Dichten die Elektronendichte proportional zu U und bei hohen Dichten proportional zu $U^{0.55}$ ($\approx \sqrt{U}$).

Der Knickpunkt der Kennlinie in Bild 4.4. bei der Dichte $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ hängt mit dem sich bei dieser Dichte ändernden Energieeinschluß des Plasmas /Lac/ zusammen. Dieser soll jedoch im Rahmen dieser Arbeit nicht näher behandelt werden.

Nach Bild 3.8.b ist das Bremsstrahlungsintegral hauptsächlich von der Strahlungsintensität im Plasmamitteln zwischen den Radien ± 20 cm bestimmt. Für die weitere Diskussion kann deshalb die Integration über den Plasmadurchmesser vernachlässigt werden. Es ist dann

$$(1) \quad U \sim \frac{Z_{\text{eff}}}{\sqrt{T_e}} n_e^2$$

wobei für Z_{eff} , T_e und n_e die Werte in der Plasmamitte einzusetzen sind. Aus der

Proportionalität zwischen U und n_e bei kleinen Dichten folgt, daß hier $\frac{Z_{\text{eff}}}{\sqrt{T_e}} \sim \frac{1}{n_e}$ ist.

Aus der Proportionalität zwischen der Elektronendichte und $U^{0.55}$ bei hohen Dichten folgt,

daß hier $\frac{Z_{\text{eff}}}{\sqrt{T_e}}$ praktisch unabhängig von der Dichte ist. Es kann deshalb auf eine genaue Kenntnis von Z_{eff} und T_e bei der Bestimmung der Elektronendichte aus der Bremsstrahlung verzichtet werden.

In Bild 4.4. sind auch Meßpunkte eingetragen, die von ohmsch geheizten Entladungen gewonnen wurden, bei denen mit Pellets hohe Dichtewerte erreicht wurden. Sie liegen etwas unterhalb der eingezeichneten Gerade. Dies ist darauf zurückzuführen, daß beim Einschub von Pellets spitzere Dichteprofile erzeugt werden, als beim Gasblasen. Da die Bremsstrahlung proportional zum Quadrat der Elektronendichte ist, ist bei Pelleteinschub die Bremsstrahlungsemission im Zentrum größer als beim Gasblasen. Das

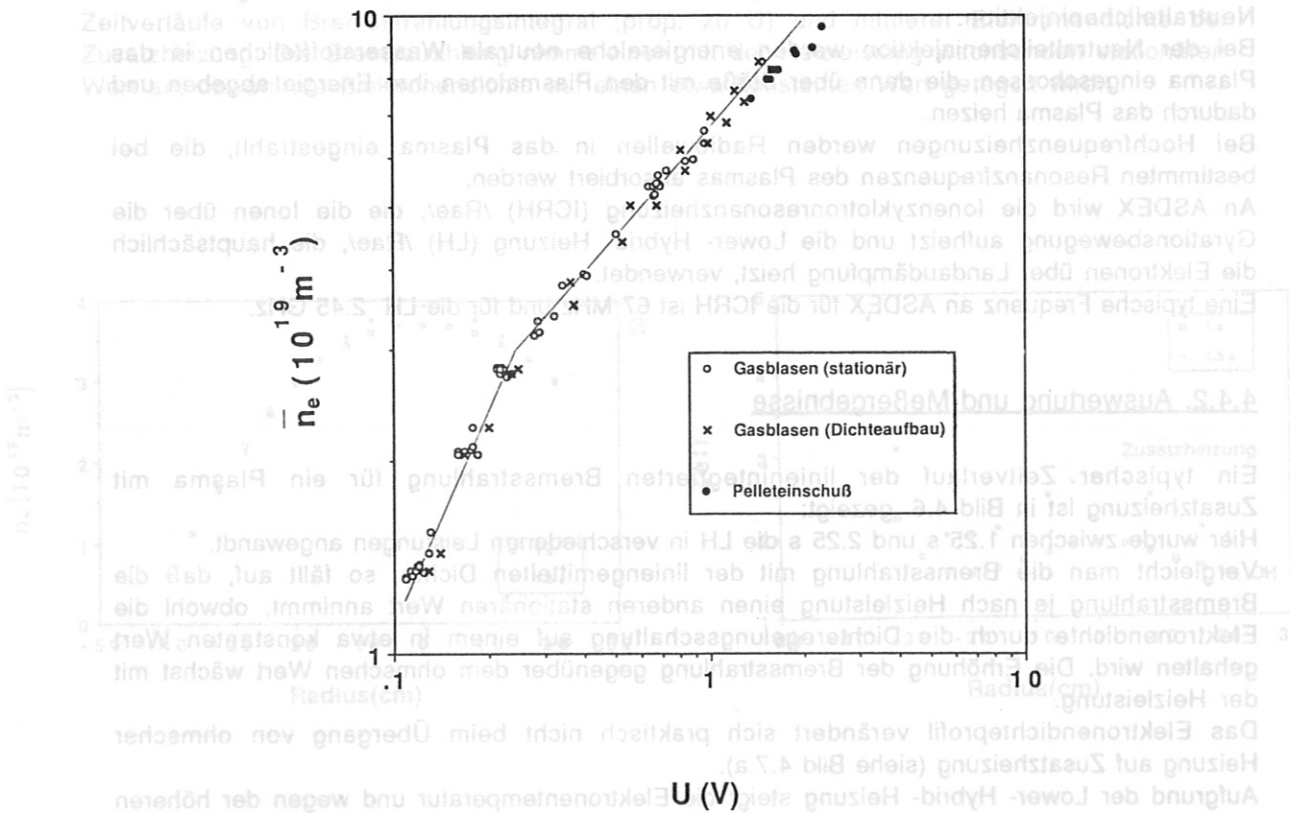


Bild 4.5.: Die aus den Dichteaufbauphasen der ohmsch geheizten Entladungen erhaltenen Meßpunkte ergeben praktisch die gleiche Kennlinie wie die aus den stationären Plateauphasen erhaltenen Punkte.

Bremsstrahlungsintegral ist deshalb bei gleicher mittlerer Dichte bei Pelleteinschuß größer als beim Gasblasen. Bei der Regelung mit der Bremsstrahlung kann darauf Rücksicht genommen werden.

Trägt man die Signale der Elektronendichte und der Bremsstrahlung aus den Dichteaufbau -phasen (z. B. die Phase zwischen 0 s und 0.6 s in Bild 4.3.) von Entladungen gegeneinander auf (Bild 4.5.), so ähnelt die erhaltene Kennlinie sehr der Kennlinie für die stationären Plateauphasen. Es kann also sowohl in der Dichteaufbauphase als auch in der stationären Phase dieselbe Kennlinie verwendet werden.

4.4. Vergleich der Elektronendichte mit dem Bremsstrahlungs - integral für zusatzgeheizte Plasmen

4.4.1. Notwendigkeit der Zusatzheizung

Mit wachsender Elektronentemperatur nimmt der elektrische Widerstand $R \sim T_e^{-3/2} / S \pi l$ ab. Dies bedeutet, je heißer das Plasma wird, desto uneffektiver wird die ohmsche Heizung, die im Plasma die Leistung $R I^2$, mit I als Plasmastrom, deponiert. Außerdem kann der Plasmastrom nicht beliebig erhöht werden, da dann das eingeschlossene Plasma nach der Magnetohydrodynamik instabil wird /Rae/. Das Plasma wird deshalb durch die ohmsche Heizung nur bis zu einer Temperatur von etwa 1 keV aufgeheizt.

Es müssen daher Zusatzheizungen eingesetzt werden, um fusionsrelevante Temperaturen bis zu 25 keV zu erreichen.

Die an ASDEX eingesetzten Zusatzheizungen sind verschiedene Hochfrequenzheizungen und die Neutralteilcheninjektion.

Bei der Neutralteilcheninjektion werden energiereiche neutrale Wasserstoffteilchen in das Plasma eingeschossen, die dann über Stöße mit den Plasmaionen ihre Energie abgeben und dadurch das Plasma heizen.

Bei Hochfrequenzheizungen werden Radiowellen in das Plasma eingestrahlt, die bei bestimmten Resonanzfrequenzen des Plasmas absorbiert werden.

An ASDEX wird die Ionenzylotronresonanzheizung (ICRH) /Rae/, die die Ionen über die Gyrationbewegung aufheizt und die Lower- Hybrid- Heizung (LH) /Rae/, die hauptsächlich die Elektronen über Landaudämpfung heizt, verwendet.

Eine typische Frequenz an ASDEX für die ICRH ist 67 MHz und für die LH 2.45 GHz.

4.4.2. Auswertung und Meßergebnisse

Ein typischer Zeitverlauf der linienintegrierten Bremsstrahlung für ein Plasma mit Zusatzheizung ist in Bild 4.6. gezeigt:

Hier wurde zwischen 1.25 s und 2.25 s die LH in verschiedenen Leistungen angewandt.

Vergleicht man die Bremsstrahlung mit der liniengemittelten Dichte, so fällt auf, daß die Bremsstrahlung je nach Heizleistung einen anderen stationären Wert annimmt, obwohl die Elektronendichte durch die Dichteregulierungsschaltung auf einem in etwa konstanten Wert gehalten wird. Die Erhöhung der Bremsstrahlung gegenüber dem ohmschen Wert wächst mit der Heizleistung.

Das Elektronendichteprofil verändert sich praktisch nicht beim Übergang von ohmscher Heizung auf Zusatzheizung (siehe Bild 4.7.a).

Aufgrund der Lower- Hybrid- Heizung steigt die Elektronentemperatur und wegen der höheren thermischen Wandbelastung auch Z_{eff} an (siehe Bild 4.7.b) /St3/. Die Erhöhung des Bremsstrahlungsintegrals ist deshalb auf eine Erhöhung von Z_{eff} zurückzuführen.

Der Einfluß der Heizleistung auf den Zusammenhang zwischen Bremsstrahlung und mittlerer Elektronendichte ist in Bild 4.8. dargestellt: Bei Kenntnis der Heizleistung läßt sich eine

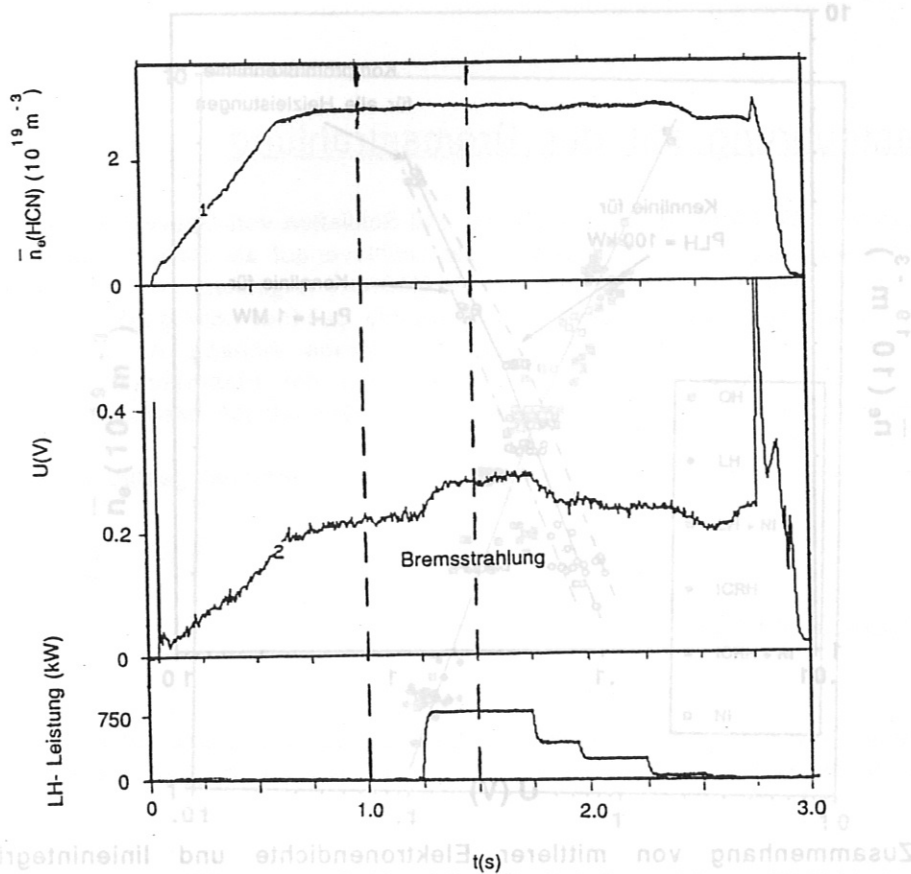


Bild 4.6.:

Zeitverläufe von Bremsstrahlungsintegral (prop. zu U) und mittlerer Elektronendichte bei Zusatzheizung: Die Bremsstrahlung nimmt einen mit der Heizleistung wachsenden stationären Wert an, obwohl die Elektronendichte auf einen etwa konstanten Wert geregelt wird.

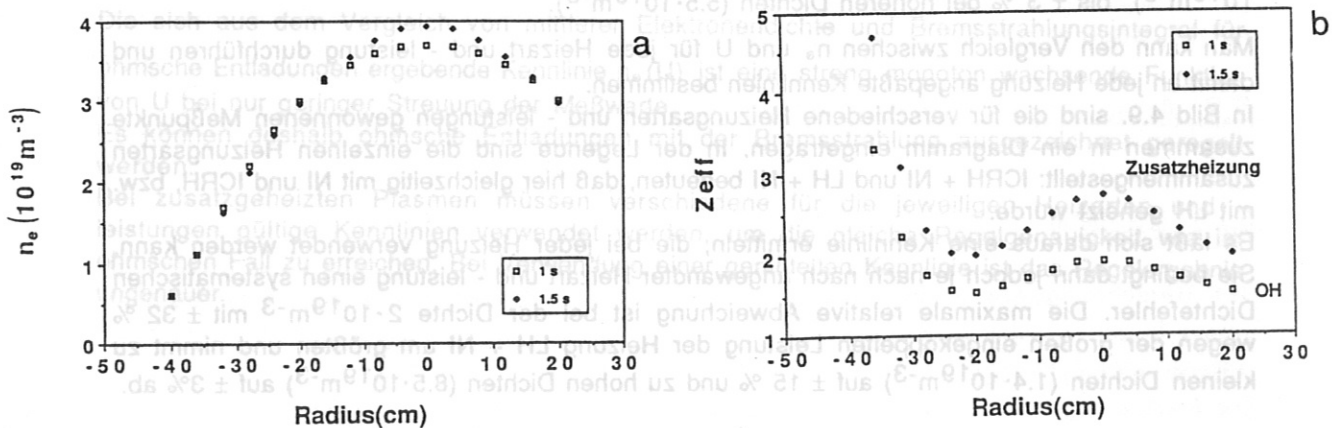


Bild 4.7.: Elektronendichte- und Z_{eff} - profile der in Bild 4.5. gezeigten Entladung bei ohmscher Heizung (1.0 s) und Zusatzheizung (1.5 s)

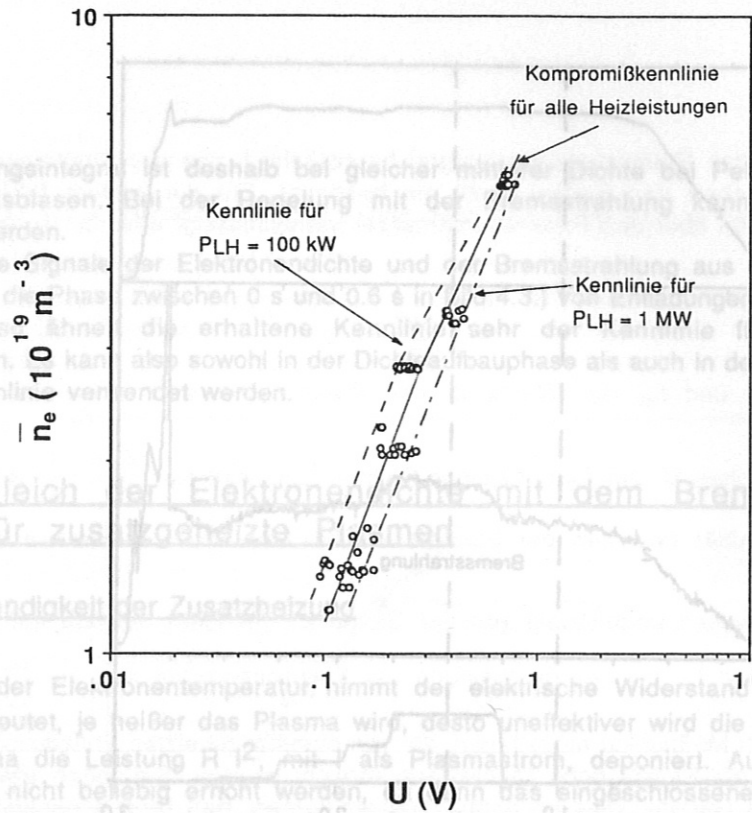


Bild 4.8.: Zusammenhang von mittlerer Elektronendichte und linienintegrierter Bremsstrahlung bei LH. Eingezeichnet sind die Kennlinien für $P_{LH} = 100 \text{ kW}$ und $P_{LH} = 1 \text{ MW}$. Die Meßpunkte zwischen diesen beiden Kennlinien gehören zu Heizleistungen, die zwischen den obigen Heizleistungen liegen.

spezielle Kennlinie angeben, mit der die Dichte mit gleicher Genauigkeit wie im ohmschen Fall gesteuert werden kann.

Bei unerwartetem Ausfall von Heizquellen kann auch geregelt werden: Die dann anzuwendende Kennlinie ist ein Kompromiß für alle Heizleistungen. Sie ist wegen der Variation der Bremsstrahlung mit der Heizleistung v. a. bei kleinen Dichten ungenauer: der relative Fehler der mit dieser Kennlinie geregelten Dichte variiert von $\pm 15 \%$ bei kleinen Dichten ($1.4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$) bis $\pm 3 \%$ bei höheren Dichten ($5.5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$).

Man kann den Vergleich zwischen \bar{n}_e und U für jede Heizart und -leistung durchführen und damit an jede Heizung angepaßte Kennlinien bestimmen.

In Bild 4.9. sind die für verschiedene Heizungsarten und -leistungen gewonnenen Meßpunkte zusammen in ein Diagramm eingetragen. In der Legende sind die einzelnen Heizungsarten zusammengestellt: ICRH + NI und LH + NI bedeuten, daß hier gleichzeitig mit NI und ICRH, bzw. mit LH geheizt wurde.

Es läßt sich daraus eine Kennlinie ermitteln, die bei jeder Heizung verwendet werden kann. Sie bedingt dann jedoch je nach nach angewandter Heizart und -leistung einen systematischen Dichtefehler. Die maximale relative Abweichung ist bei der Dichte $2 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ mit $\pm 32 \%$ wegen der großen eingekoppelten Leistung der Heizung LH + NI am größten und nimmt zu kleinen Dichten ($1.4 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$) auf $\pm 15 \%$ und zu hohen Dichten ($8.5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$) auf $\pm 3 \%$ ab.

Das Elektronendichteprofil verändert sich praktisch nicht beim Übergang von ohmscher Heizung auf Zusatzheizung (siehe Bild 4.7.a).

Aufgrund der Lower-Hybrid-Heizung steigt die Elektronentemperatur und wegen der höheren thermischen Wandbelastung auch Z_{eff} an (siehe Bild 4.7.b) /St3/. Die Erhöhung des Bremsstrahlungsintegrals ist deshalb auf eine Erhöhung von Z_{eff} zurückzuführen.

Der Einfluß der Heizleistung auf den Zusammenhang zwischen Bremsstrahlung und mittlerer Elektronendichte- und Z_{eff} -profile der in Bild 4.8. gezeigten Entladung der Elektronendichte ist in Bild 4.9. dargestellt. Bei geringer Heizleistung läßt sich eine

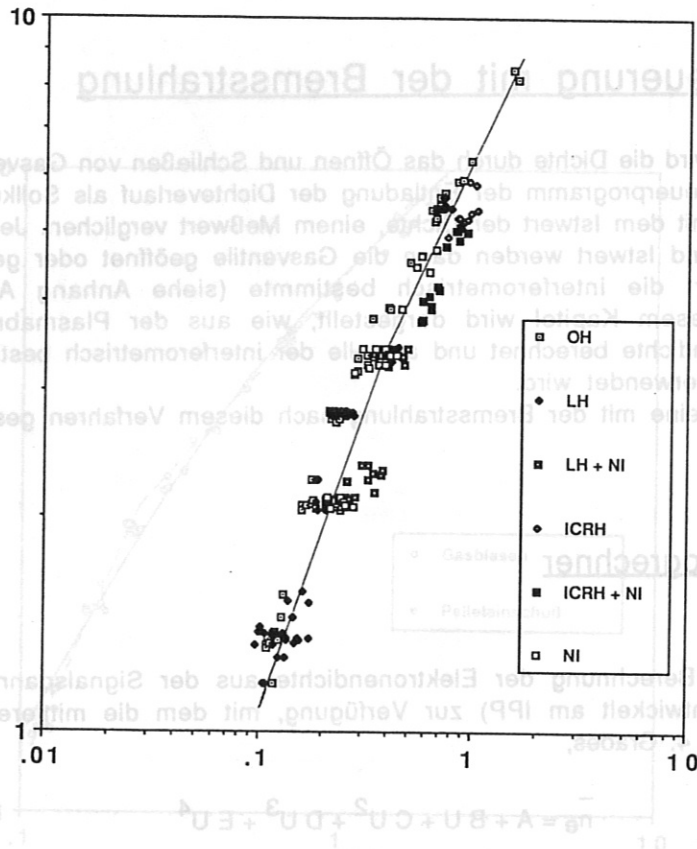


Bild 4.9.: Zusammenhang von mittlerer Elektronendichte und linienintegrierter Bremsstrahlung für verschiedene Heizungsarten; die eingezeichneten Kennliniengeraden können bei Unkenntnis der Heizart und -leistung zur Dichteregulation verwendet werden.

4.5. Zusammenfassung

Die sich aus dem Vergleich von mittlerer Elektronendichte und Bremsstrahlungsintegral für ohmsche Entladungen ergebende Kennlinie $n_e(U)$ ist eine streng monoton wachsende Funktion von U bei nur geringer Streuung der Meßwerte.

Es können deshalb ohmsche Entladungen mit der Bremsstrahlung ausgezeichnet geregelt werden.

Bei zusatzgeheizten Plasmen müssen verschiedene für die jeweiligen Heizarten und -leistungen gültige Kennlinien verwendet werden, um die gleiche Regelgenauigkeit wie im ohmschen Fall zu erreichen. Bei Verwendung einer gemittelten Kennlinie ist das Regelergebnis ungenauer.

5. Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung

Beim Gasblasen wird die Dichte durch das Öffnen und Schließen von Gasventilen geregelt. Es wird dazu vom Steuerprogramm der Entladung der Dichteverlauf als Sollkurve über der Zeit vorgegeben und mit dem Istwert der Dichte, einem Meßwert verglichen. Je nach Abweichung zwischen Soll - und Istwert werden dann die Gasventile geöffnet oder geschlossen. Bisher wurde als Istwert die interferometrisch bestimmte (siehe Anhang A) mittlere Dichte verwendet. In diesem Kapitel wird dargestellt, wie aus der Plasmabremsstrahlung die mittlere Elektronendichte berechnet und anstelle der interferometrisch bestimmten Dichte zur Dichtesteuerung verwendet wird.

Als Beispiel wird eine mit der Bremsstrahlung nach diesem Verfahren gesteuerte Entladung diskutiert.

5.1. Der Analogrechner

Für die schnelle Berechnung der Elektronendichte aus der Signalspannung U stand ein Analogrechner (entwickelt am IPP) zur Verfügung, mit dem die mittlere Elektronendichte durch ein Polynom 4. Grades,

$$(1) \quad \bar{n}_e = A + B U + C U^2 + D U^3 + E U^4$$

aus U berechnet werden kann. Die Koeffizienten A bis E sind zeitabhängig programmierbar. Die Kennlinien mußten deshalb durch ein Polynom 4. Grades angenähert werden.

Ein Analogrechner, der die Elektronendichte gemäß

$$(2) \quad \bar{n}_e = \sum_{i=2}^4 a_i \sqrt[i]{U}$$

berechnet, wäre günstiger gewesen, da Wurzelfunktionen dem Verlauf der Kennlinie besser entsprechen. Er konnte jedoch im Rahmen dieser Diplomarbeit nicht realisiert werden. Für die Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung an ASDEX Upgrade, dem Nachfolgeexperiment von ASDEX, sollte jedoch ein solcher Rechner verwendet werden.

5.2. Annäherung der Kennlinien durch ein Polynom 4. Grades

5.2.1. Kennlinie für ohmsche Heizung

Zur Berechnung der Koeffizienten des Polynoms 4. Grades wurde zusätzlich zu den Meßpunkten von 4.3. der Punkt $(\bar{n}_e, U) = (0, 0)$ verwendet, da ohne Plasma keine Bremsstrahlung emittiert wird.

Die Annäherung der Meßpunkte durch das Polynom war gut möglich (siehe Bild 5.1.).

Das Polynom verändert am Übergangspunkt der beiden Kennliniengeraden von 4.3. (Bild 5.1.) seine Steigung, so daß es beide Geraden in sich vereint.

Die relativen Abweichungen zwischen Polynom und Kennliniengeraden betragen bis zu 10 %. Wie sich bei den durchgeführten Dichtesteuerungen zeigte, reicht diese Genauigkeit aus.

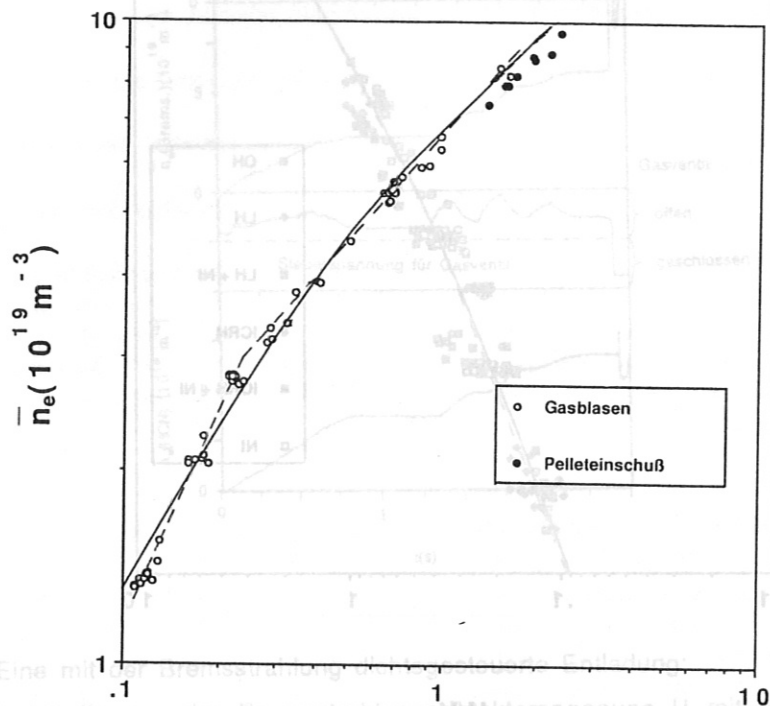


Bild 5.1.: Die durch ein Polynom 4. Grades angenäherte Kennlinie für ohmsche Heizung im Vergleich zu den Meßpunkten. Das Polynom vereint die beiden Kennliniengeraden von 4.3. (gestrichelt gezeichnet) in sich.

Da auf dem Bremsstrahlungssignal bei der Plasmazündung ein kurzes starkes Leuchten zu sehen ist (siehe 4.2.), würde dies bei der Regelung eine hohe Dichte vortäuschen, wodurch das Gasventil geschlossen und der Plasmaschutz...

5.2.2. Kennlinie für alle Heizungsarten

Es wurde beschließt in den ersten 0.1 s mit dem herkömmlichen Interferometer-signal geregelt. In die Meßpunkte für alle Heizungsarten wurde ebenfalls der Punkt $(\bar{n}_e, U) = (0, 0)$ eingeschlossen.

Ungeachtet der unterschiedlichen Häufung der Meßpunkte über dem Meßbereich wurde bei der Bestimmung des Polynoms der gesamte Meßbereich gleich gewichtet.

Das erhaltene Polynom ist in Bild 5.2. im Vergleich zu den Meßpunkten zu sehen.

Die relativen Abweichungen des erhaltenen Polynoms von den Kennliniengeraden aus 4.4. ist hier sehr gering. Für die Genauigkeit der Kennlinie ist deshalb der systematische Fehler wegen der Unkenntnis der Heizung (siehe 4.4.2.) bestimmend.

Zu Testzwecken wurde auch mit der Kennlinie für alle Heizungsarten gesteuert. Es ergibt sich dann ein qualitativ gleicher Verlauf von interferometrisch gemessener Dichte und Solldichte. Die relativen Abweichungen zwischen beiden liegen zwischen 10 % und 20 %.

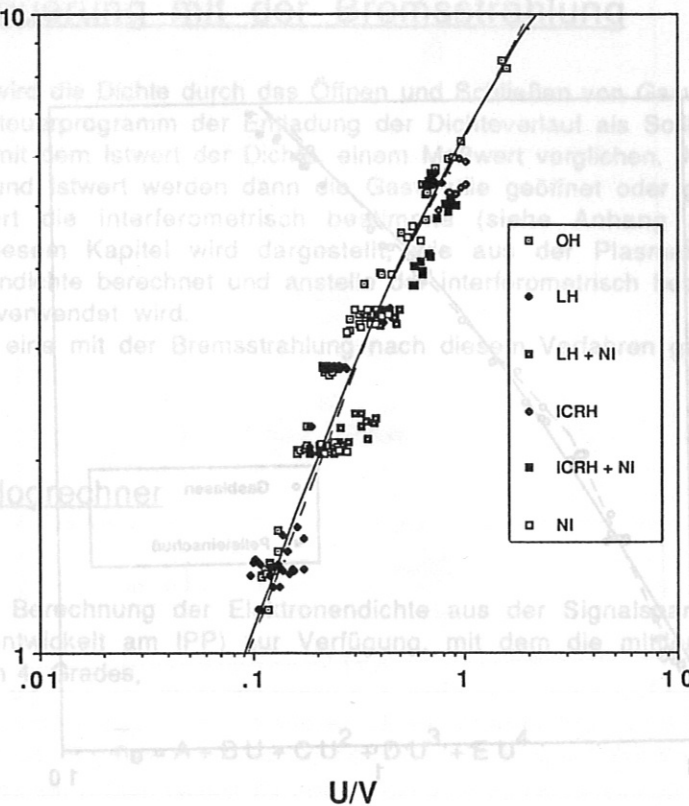
5. Dichtesteuerung mit der Bremsstrahlung

Beim Gasblasen wird die Dichte durch das Öffnen und Schließen von Gasventilen geregelt. Es wird dazu vom Steuerprogramm der Erladung der Dichteverlauf als Sollkurve über der Zeit vorgegeben und mit dem Istwert der Dichte einem Istwert verglichen. Je nach Abweichung zwischen Soll- und Istwert werden dann die Gasventile geöffnet oder geschlossen. Bisher wurde als Istwert die interferometrisch bestimmte mittlere Elektronendichte (\bar{n}_e) verwendet. In diesem Kapitel wird dargestellt, wie die mittlere Elektronendichte berechnet und anstelle des interferometrisch bestimmten Dichte zur Dichtesteuerung verwendet wird. Als Beispiel wird eine mit der Bremsstrahlung nach dieser Dichtesteuerung gesteuerte Entladung diskutiert.

5.1. Der Analogrechner

Für die schnelle Berechnung der Elektronendichte aus der Signalspannung U stand ein Analogrechner (entwickelt am IPP) zur Verfügung, mit dem die mittlere Elektronendichte durch ein Polynom 4. Grades,

(1)



aus U berechnet werden kann. Die Koeffizienten A bis E sind zeitabhängig programmierbar.

Die Kennlinien mußten deshalb durch ein Polynom 4. Grades angenähert werden.

Bild 5.2.: Die durch ein Polynom 4. Grades angenäherte Kennlinie für alle Heizungsarten im Vergleich zu den Meßpunkten. Die Kennliniengeraden aus 4.4. sind gestrichelt eingezeichnet.

(2)

5.3. Beispiel der Dichtesteuerung an ASDEX mit der Bremsstrahlung

Da auf dem Bremsstrahlungssignal bei der Plasmazündung ein kurzes starkes Leuchten zu sehen ist (siehe 4.2.), würde dies bei der Regelung eine hohe Dichte vortäuschen, wodurch das Gasventil geschlossen und der Plasmaaufbau in dieser ersten kritischen Phase gestört wird.

Es wurde deshalb in den ersten 0.1 s mit dem herkömmlichen Interferometersignal geregelt und dann zwischen 0.1 s und 0.2 s das Interferometersignal ab- und das Bremsstrahlungssignal aufgeblendet, so daß wech von dem einen auf das andere Signal umgeschaltet wurde.

Die Dichteregulation mit der Bremsstrahlung wurde an ASDEX erfolgreich eingesetzt. Eine Entladung ist in Bild 5.3. beispielhaft dargestellt.

Wird die Elektronendichte nach der ohmschen Kennlinie mit der Bremsstrahlung geregelt, so stimmen die tatsächliche mit dem Interferometer gemessene Elektronendichte des Plasmas und die Soll-dichte des Steuerprogramms sehr gut miteinander überein.

Zu Testzwecken wurde auch mit der Kennlinie für alle Heizungsarten gesteuert. Es ergibt sich dann ein qualitativ gleicher Verlauf von interferometrisch gemessener Dichte und Soll-dichte. Die relativen Abweichungen zwischen beiden liegen zwischen 10 % und 20 %.

Wie sich bei den durchgeführten Dichtesteuerungen zeigte, reicht diese Genauigkeit aus.

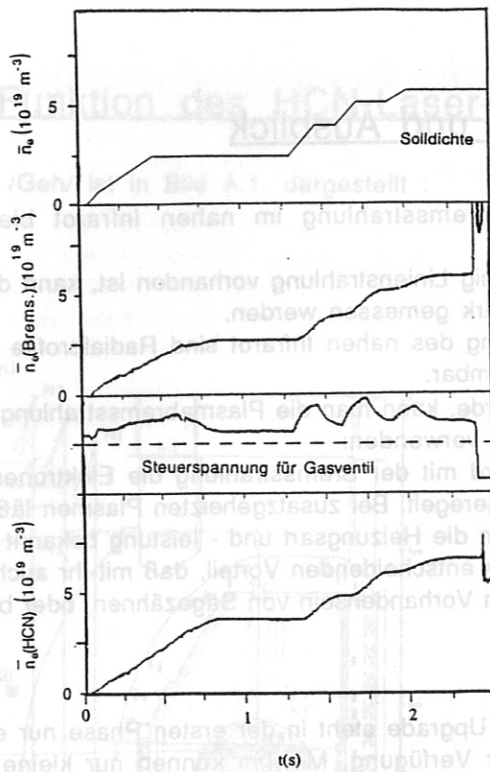


Bild 5.3.: Eine mit der Bremsstrahlung dichtegesteuerte Entladung:

\bar{n}_e (Brems.) ist die aus der Bremsstrahlungsdetektorspannung U mit einem Analogrechner berechnete mittlere Dichte; \bar{n}_e (HCN) ist die interferometrisch bestimmte mittlere Dichte. Am Ende der Entladung erreicht das Plasma das sogenannte Dichtelimit, bei dem mehr Energie abgestrahlt, als zugeführt wird. Da es dadurch instabil wird, zeigt das Plasma ein starkes Leuchten.

Durch die dadurch vorgetäuschte hohe Istdichte schließt das Gasventil, was am Ende der Entladung auch erwünscht ist.

Der Arm H1 des Interferometers läuft radial durch das Plasma. Zwischen H1 und Referenzstrahl Ref existiert deshalb die Phasenverschiebung

$$(1) \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_a^{+a} (\mu - 1) dr$$

Die Differenz des Brechungsindex μ des Plasmas zu 1 ist bei der Laserwellenlänge $\lambda = 337 \mu\text{m}$ proportional zur Elektronendichte n_e , so daß $\Delta\phi$ proportional zu

$$(2) \quad \bar{n}_e = \frac{1}{2a} \int_a^{+a} n_e(r) dr$$

ist

Der Primärstrahl wird mit 10 kHz phasenmoduliert, um die Phase $\Delta\phi$ des Meßarms H1, der durch das Plasma läuft, in Bezug auf den Referenzstrahl Ref elektronisch messen zu können. Durch die Addition des Primärstrahls zu Ref und H1, nachdem dieser das Plasma durchquert hat, erscheinen an den Ausgängen der Lichtdetektoren von H1 und Ref Signale, die mit der Modulationsfrequenz schwanken und zueinander den Phasenunterschied $\Delta\phi$ besitzen. Der Phasenunterschied $\Delta\phi$ wird elektronisch gemessen und in den dazugehörigen Dichtewert umgewandelt.

6. Zusammenfassung und Ausblick

Die Untersuchung der Plasmabremsstrahlung im nahen Infrarot bietet eine Reihe von Vorteilen:

- Da im nahen Infrarot nur wenig Linienstrahlung vorhanden ist, kann die Bremsstrahlung breitbandig und damit lichtstark gemessen werden.
- Aus der Plasmabremsstrahlung des nahen Infrarot sind Radialprofile der effektiven Ionenladungszahl Z_{eff} bestimmbar.
- Wie experimentell gezeigt wurde, kann man die Plasmabremsstrahlung des nahen Infrarot zur Dichtesteuerung verwenden:
 - Bei ohmschen Plasmen wird mit der Bremsstrahlung die Elektronendichte entsprechend der Solldichte sehr genau geregelt. Bei zusatzgeheizten Plasmen läßt sich die gleiche Genauigkeit erreichen, wenn die Heizungsart und -leistung bekannt sind.
 - Die Bremsstrahlung hat den entscheidenden Vorteil, daß mit ihr auch bei schnellen Dichteänderungen, wie beim Vorhandensein von Sägezähnen, oder bei Pelleteinschuß, zuverlässig geregelt wird.

Am Nachfolgeexperiment ASDEX Upgrade steht in der ersten Phase nur ein Interferometer mit einer Wellenlänge von 2 mm zur Verfügung. Mit ihm können nur kleine mittlere Dichten bis maximal $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ gemessen werden.

Aufgrund der Ergebnisse dieser Arbeit werden für diese Phase Bremsstrahlungsdetektoren installiert, mit deren Signalen Kennlinien zur Dichtesteuerung aufgenommen werden sollen. Die Bremsstrahlung soll dann in der zweiten Phase, in der auch noch kein Laser-Interferometer, das auch große Dichten messen kann, zur Verfügung steht, zur Dichteregulation auch für Dichten, die größer als $3 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$ sind, verwendet werden. Steht das Laser-Interferometer zur Dichteregulation zur Verfügung, so soll die Bremsstrahlung auch zur Regelung bei schnellen Dichteänderungen, wie bei Pelleteinschuß, oder bei Sägezähnen verwendet werden.

5.3. Beispiel der Dichtesteuerung an ASDEX mit der Bremsstrahlung

Da auf dem Bremsstrahlungssignal bei der Plasmazündung ein kurzes starkes Leuchten zu sehen ist (siehe 4.2), würde dies bei der Regelung eine hohe Dichte vortäuschen, wodurch das Gasventil geschlossen und der Plasmaaufbau in dieser ersten kritischen Phase gestört wird.

Es wurde deshalb in den ersten 0,1 s mit dem herkömmlichen Interferometersignal geregelt und dann zwischen 0,1 s und 0,2 s das Interferometersignal ab- und das Bremsstrahlungssignal aufgebündelt, so daß weich von dem einen auf das andere Signal umgeschaltet wurde.

Die Dichteregulation mit der Bremsstrahlung wurde an ASDEX erfolgreich eingesetzt. Eine Entladung ist in Bild 5.3. beispielhaft dargestellt.

Wird die Elektronendichte nach der ohmschen Kennlinie mit der Bremsstrahlung geregelt, so stimmen die tatsächliche mit dem Interferometer gemessene Elektronendichte des Plasmas und die Solldichte des Steuerprogramms sehr gut miteinander überein.

Zu Testzwecken wurde auch mit der Kennlinie für alle Heizungsarten gesteuert. Es ergibt sich dann ein qualitativ gleicher Verlauf von interferometrisch gemessener Dichte und Solldichte. Die relativen Abweichungen zwischen beiden liegen zwischen 10 % und 20 %.

Anhang A: Funktion des HCN-Laser-Interferometers

Das Interferometer /Geh/ ist in Bild A.1. dargestellt :

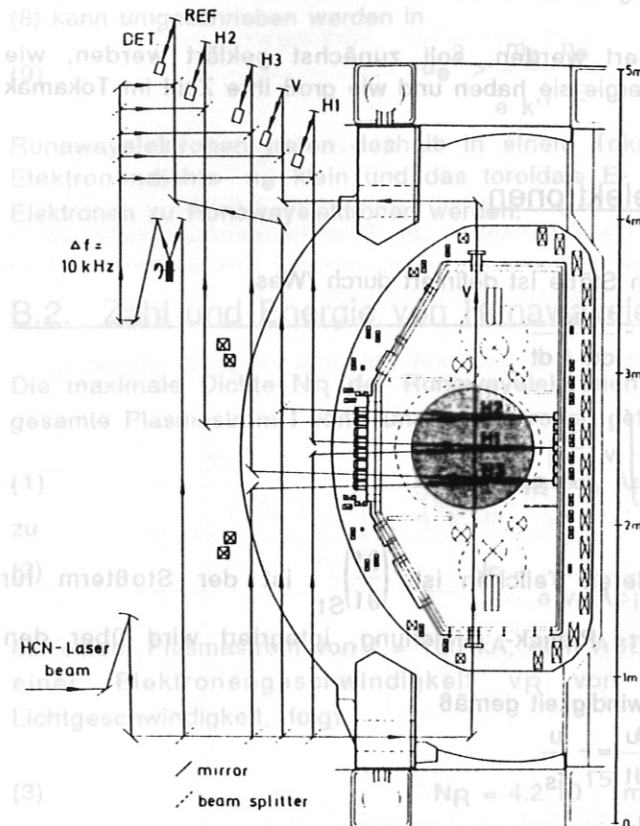


Bild A.1.:
das HCN - Laser -
Interferometer /Geh/

Der Arm H1 des Interferometers läuft radial durch das Plasma. Zwischen H1 und Referenzstrahl Ref existiert deshalb die Phasenverschiebung

$$(1) \quad \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int_{-a}^{+a} (\mu - 1) dr$$

Die Differenz des Brechungsindex μ des Plasmas zu 1 ist bei der Laserwellenlänge $\lambda = 337 \mu\text{m}$ proportional zur Elektronendichte n_e , so daß $\Delta\phi$ proportional zu

$$(2) \quad \Delta\phi \propto \int_{-a}^{+a} n_e(r) dr$$

ist.

Der Primärstrahl wird mit 10 kHz phasenmoduliert, um die Phase $\Delta\phi$ des Meßarms H1, der durch das Plasma läuft, in Bezug auf den Referenzstrahl Ref elektronisch messen zu können. Durch die Addition des Primärstrahls zu Ref und H1, nachdem dieser das Plasma durchquert hat, erscheinen an den Ausgängen der Lichtdetektoren von H1 und Ref Signale, die mit der Modulationsfrequenz schwanken und zueinander den Phasenunterschied $\Delta\phi$ besitzen. Der Phasenunterschied $\Delta\phi$ wird elektronisch gemessen und in den dazugehörigen Dichtewert umgewandelt.

Anhang B: Einfluß von Runawayelektronen auf das Plasmalicht

Bei niedriger Dichte und angewandter Hochfrequenzheizung ergeben sich aus dem Plasmalicht des nahen Infrarot hohe Z_{eff} - Werte. Die gemessene Strahlung könnte durch die zusätzliche Strahlung von Runawayelektronen, die bei diesen Entladungen bevorzugt entstehen, über die Intensität der thermischen Bremsstrahlung erhöht sein. Dies würde dann fälschlicherweise als Z_{eff} Erhöhung interpretiert.

Bevor diese Strahlungsbeiträge diskutiert werden, soll zunächst geklärt werden, wie Runawayelektronen entstehen, welche Energie sie haben und wie groß ihre Zahl im Tokamak ist.

B.1. Entstehung von Runawayelektronen

Die Abbremszeit τ_s eines Teilchens durch Stöße ist definiert durch /Wes/

$$(1) \quad \tau_s = - \frac{u}{du / dt},$$

wobei u die Teilchengeschwindigkeit und

$$(2) \quad \frac{du}{dt} = \int v \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{St}} d^3v$$

die Abbremsung durch Stöße mit anderen Teilchen ist. $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{St}}$ ist der Stoßterm für Coulombwechselwirkung in der Fokker-Planck-Gleichung, integriert wird über den Geschwindigkeitsraum v .

Aus (1) folgt, daß sich die Teilchengeschwindigkeit gemäß

$$(3) \quad \frac{du}{dt} = - \frac{u}{\tau_s}$$

ändert, falls keine äußeren Kräfte wirken.

Ist die Geschwindigkeit u_e eines Elektrons viel kleiner als $\sqrt{2} v_{th}$, wobei v_{th} die thermische Elektronengeschwindigkeit ist, so erhält man für die Abbremszeit des Elektrons aus (2) und (1)

$$(4) \quad \tau_{Se} = \frac{k'}{n_e},$$

wobei k' eine Konstante und n_e die Elektronendichte ist.

Ist die durch ein äußeres elektrisches Feld E auf ein Elektron ausgeübte Beschleunigung eE/m_e kleiner als du/dt , so stellt sich das Elektron auf eine Driftgeschwindigkeit v_d ein, für die

$$(5) \quad \frac{eE}{m_e} = \frac{v_d}{\tau_s}$$

gilt (ohmsches Gesetz).

Falls

$$(6) \quad u_e \gg \sqrt{2} v_{th}$$

folgt aus (2) und (1)

$$(7) \quad \tau_{Se} = k'' \frac{u_e^3}{n_e},$$

wobei k'' eine Konstante ist.

Für genügend große externe elektrische Felder läßt sich dann die Ungleichung

$$(8) \quad \frac{eE}{m_e} > \frac{du}{dt} = \frac{u_e}{k'' u_e^3 / n_e} = \frac{n_e}{k'' u_e^2}$$

erfüllen. Das dieser Ungleichung genügende Elektron wird dann von den Plasmateilchen nicht mehr stark genug abgebremst, so daß es durch das E- Feld immer weiter beschleunigt wird. Diese Elektronen heißen deshalb Runaway (Weglauf)- Elektronen.

(8) kann umgeschrieben werden in

$$(9) \quad u_e^2 > \frac{m_e n_e}{e k'' E}$$

Runawayelektronen treten deshalb in einem Tokamak besonders zahlreich auf, falls die Elektronendichte n_e klein und das toroidale E- Feld groß ist, da nun auch langsamere Elektronen zu Runawayelektronen werden.

B.2. Zahl und Energie von Runawayelektronen

Die maximale Dichte N_R der Runawayelektronen ergibt sich aus der Annahme, daß der gesamte Plasmastrom I von Runawayelektronen getragen wird,

$$(1) \quad I = N_R e v_r A_{PI}$$

zu

$$(2) \quad N_R = \frac{I}{e v_r A_{PI}}$$

Mit einem Plasmastrom von $I = 100$ kA, dem ASDEX- Plasmaquerschnitt $A_{PI} = 0.5$ m² und einer Elektronengeschwindigkeit v_R von relativistischen Elektronen, also der Lichtgeschwindigkeit, folgt

$$(3) \quad N_R = 4.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

Die maximale Energie der Runawayelektronen ergibt sich aus der folgenden Überlegung: Die Umlauffrequenz in toroidaler Richtung ist

$$(4) \quad \omega_0 = \frac{v_R}{R}$$

wobei $R = 1.65$ m der mittlere Gefäßradius ist.

Der Einfachheit halber wird wieder die Elektronengeschwindigkeit v_R als Lichtgeschwindigkeit angenommen. Man erhält dann

$$(5) \quad \omega_0 = 1.8 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$$

Ein Elektron hat nach $\omega_0 t$ Umläufen ohne Strahlungsverluste in der Zeit t die Energie

$$(6) \quad E_{el} = e U \omega_0 t$$

erreicht, wobei U die Umfangsspannung im Plasma und e die Elementarladung ist.

Nach $t = 1$ s hat das Elektron bei $U \approx 1$ V die Energie $E_{el} = 100$ MeV erreicht. Da diese Zeit die Größenordnung einer Entladungsdauer ist, und das Elektron bei dieser Energie schon stark strahlt (siehe B.4), erhöht sich die Energie über diesen Wert nicht. Die 100 MeV sind deshalb als obere Grenze für die Runawayelektronenenergie anzusehen.

B.3. Bremsstrahlung von Runawayelektronen

Runawayelektronen haben keine isotrope Geschwindigkeitsverteilung, sondern laufen entlang der toroidalen Magnetfeldlinien im Torus auf Kreisbahnen mit Radien in der Größe des Gefäßradius um.

Wegen ihrer hohen kinetischen Energie ($> 1 \text{ MeV}$) kann die von ihnen emittierte Bremsstrahlung nicht mehr klassisch berechnet werden, sondern muß relativistisch erfolgen:

Gluckstern und Hull /GHB/ berechneten die differentiellen Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma_{\parallel}}{k \rightarrow 0}$

für die Emission eines Quants der Energie $c \cdot k$, die im Vergleich zur Energie der Elektronen, die mit einem Kern der Ladung Z stoßen, vernachlässigbar klein ist. Der Index \parallel , bzw. \perp bedeutet, daß im ersten Fall die Polarisation der Bremsstrahlung parallel zu der Ebene ist, die von der Impulsrichtung des Runawayelektrons und der Emissionsrichtung der Strahlung aufgespannt wird und im zweiten Fall senkrecht dazu ist.

Die Stoßquerschnitte lauten in der vollständigen Formel (in der Originalarbeit wurde $h = c = 1$ gesetzt), wobei über die Emissionsrichtung des Sekundärelektrons integriert wurde:

(7)

$$\frac{d\sigma_{\parallel}}{k \rightarrow 0} = \frac{Z^2}{2\pi} \alpha r_e^2 \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_0 \left[\frac{p E_0^2 \Delta_0^2 (m_e c^2)^2}{p_0^3 c^2 \Delta_0^4} \ln \left(\frac{p_0^2 c^2}{\delta^2 + \alpha^{*2}} \right) + O(1) \right]$$

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{k \rightarrow 0} = \frac{Z^2}{2\pi} \alpha r_e^2 \frac{d\omega}{\omega} d\Omega_0 \left[\frac{p E_0^2 (m_e c^2)^2}{p_0^3 c^2 \Delta_0^4} \ln \left(\frac{p_0^2 c^2}{\delta^2 + \alpha^{*2}} \right) + O(1) \right]$$

$$(\Delta_0 = E_0 - p_0 c \cos \theta_0, \bar{\Delta}_0 = E_0 \cos(\theta_0) - p_0 c, \alpha^* = \frac{Z^{1/3}}{108} m_e c^2, \delta = \frac{k \Delta_0}{p_0}).$$

(Z : Kernladungszahl, m_e : Elektronenruhemasse, c : Lichtgeschwindigkeit, p_0 , p : Elektronenimpuls vor, bzw. nach dem Stoß, k : Photonenimpuls, θ_0 : Winkel zwischen Strahlungsemissionsrichtung und Elektronenimpulsrichtung vor dem Stoß, $\alpha = 1/137$, ω : Kreisfrequenz des emittierten Lichts, $d\Omega_0$: Raumwinkel, aus dem das Elektron kommend, stößt (bei fester Emissionsrichtung), auch interpretierbar als Raumwinkel, in den die Strahlung emittiert wird, falls die Richtung von p_0 fest ist)

An ASDEX wird die Bremsstrahlung in radialer Richtung, also unter $\theta_0 = 90^\circ$ und versuchsweise in Hinsicht auf ASDEX Upgrade auch tangential zum Plasma, also unter $\theta_0 = 0^\circ$ beobachtet.

Es soll deshalb die Emissivität $\frac{d^3 I}{d\omega dV d\Omega}$ der relativistischen Bremsstrahlung pro Frequenzintervall $d\omega$, pro Volumen dV und Raumwinkel $d\Omega$, in den die Strahlung emittiert wird, für die beiden Beobachtungsrichtungen berechnet werden. Es ist

$$(8) \quad \frac{d^3 I}{d\omega dV d\Omega} = h \omega N_R N_{I0n} v_R \frac{d\sigma}{d\omega}$$

wobei k eine Konstante ist.

($\hbar\omega$: Quantenenergie der beobachteten Strahlung, N_R : Runawayelektronendichte, N_{Ion} : Ionendichte, v_R : Runawayelektronengeschwindigkeit)

Mit $N_R = 4.2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$, $N_{Ion} = 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $\hbar\omega = 1.3 \text{ eV}$ ergeben sich die in Bild B.1.

dargestellten Werte für $\frac{d^3 I}{d\omega dV d\Omega}$ in Abhängigkeit von der Elektronenenergie E_{el} , der Polarisation (\parallel, \perp) und dem Beobachtungswinkel Θ_0 .

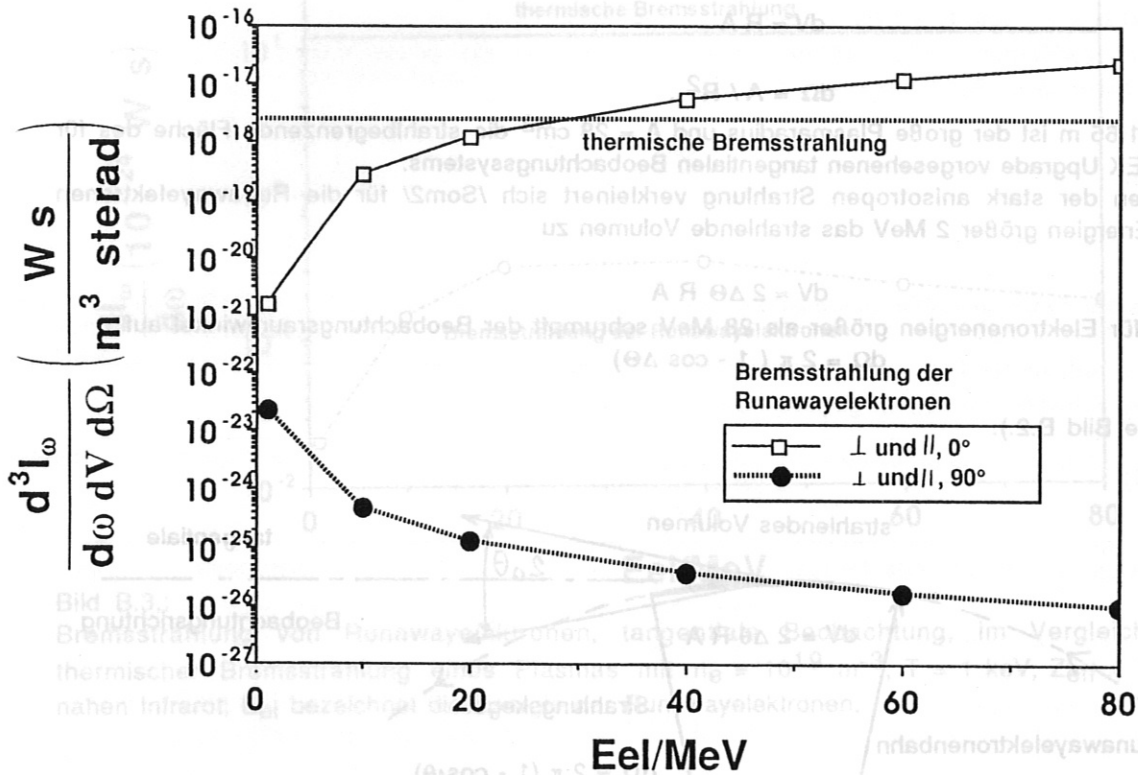


Bild B.1.: Bremsstrahlungsemissivitäten von Runawayelektronen und thermische Bremsstrahlung für $n_e = 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $T = 1 \text{ keV}$, $Z_{eff} = 1$ im nahen Infrarot; die Legende besagt, daß bei 0° gegen die Laufrichtung der Elektronen und bei 90° senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen beobachtet wird. \parallel und \perp geben die Polarisation des Photons in Bezug auf die Ebene an die von der Elektronenbewegungsrichtung und der Beobachtungsrichtung aufgespannt wird. E_{el} bezeichnet die Energie der Runawayelektronen.

Man erkennt, daß mit wachsender Elektronenenergie die unter einem Winkel von $\Theta_0 = 90^\circ$ abgestrahlte Intensität sinkt und die in Laufrichtung der Elektronen ($\Theta_0 = 0^\circ$) abgestrahlte Energie zunimmt. Aus der speziellen Relativitätstheorie folgt, daß bei relativistischen Energien die Strahlung stark in die Bewegungsrichtung gebündelt ausgestrahlt wird. Der Winkelbereich, in den der Hauptteil der Strahlung emittiert wird, ist dabei auf $\Delta\Theta \text{ (rad)} = 1/\gamma$ begrenzt (γ ist der relativistische γ -Faktor des Elektrons) [Lan2].

(r_0 : klassischer Elektronenradius W_0 : Leistung des Elektrons, E : Gesamtenergie des Elektrons, c : Lichtgeschwindigkeit, R : Krümmungsradius (Bahn)).

Im Vergleich zur Bremsstrahlung der thermischen Elektronen, die für Elektronen- und

Protonendichten von 10^{19} m^{-3} die typische Emissivität $2.5 \cdot 10^{-18} \frac{\text{W s}}{\text{m}^3 \text{ sterad}}$ besitzt (mit

Abschnitt 2.1.4.), ist deshalb bei Beobachtung unter $\Theta_0 = 90^\circ$ die relativistische Bremsstrahlung zu vernachlässigen. Für die Beobachtung unter $\Theta_0 = 0^\circ$ muß nach 3.1. die mit dem strahlenden Volumen dV und dem durch die Beobachtungsoptik begrenzten Raumwinkel $d\Omega$ gewichtete Emissivität verglichen werden.

Für die isotrope thermische Bremsstrahlung ist

(9) $dV \approx R A$

und

(10) $d\Omega = A / R^2$

$R = 1.65 \text{ m}$ ist der große Plasmaradius und $A = 28 \text{ cm}^2$ die strahlbegrenzende Fläche des für ASDEX Upgrade vorgesehenen tangentialen Beobachtungssystems.

Wegen der stark anisotropen Strahlung verkleinert sich $d\Omega$ für die Runawayelektronen mit Energien größer 2 MeV das strahlende Volumen zu

(11) $dV \approx 2 \Delta\theta R A$

und für Elektronenergien größer als 28 MeV schrumpft der Beobachtungsraumwinkel auf

(12) $d\Omega = 2 \pi (1 - \cos \Delta\theta)$

(siehe Bild B.2.).

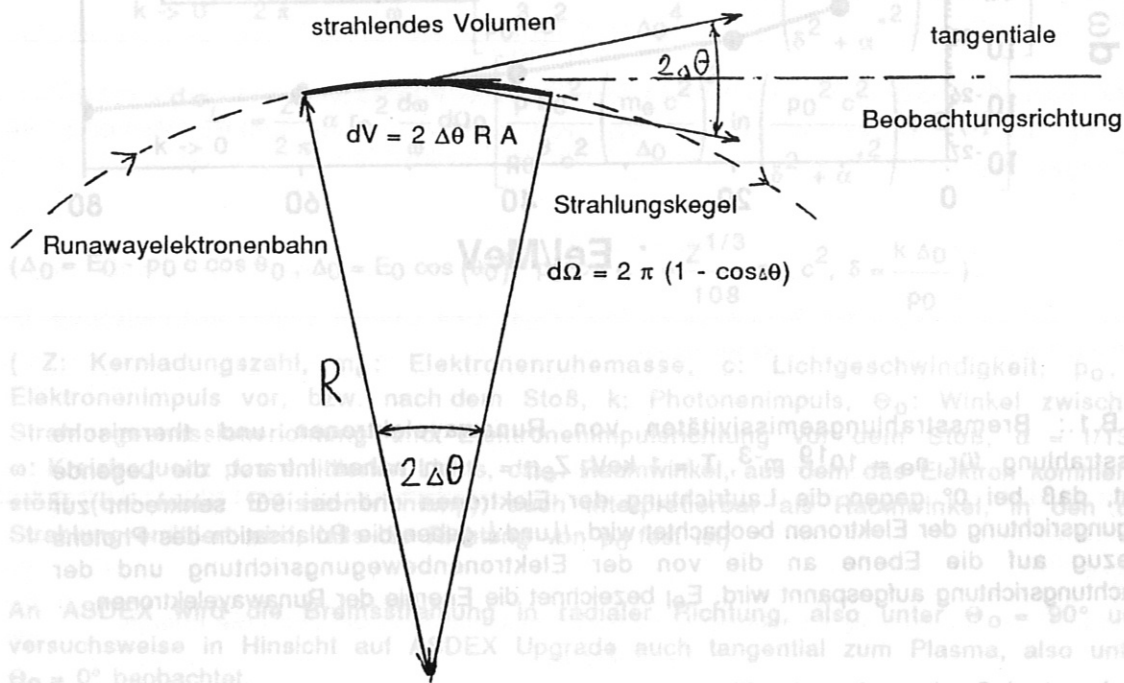


Bild B.2.: Strahlendes Volumen und Beobachtungsraumwinkel bei relativistischen Teilchen

Die thermische Bremsstrahlung ergibt sich mit den obigen Werten von R und A und einer Elektronendichte von 10^{19} m^{-3} zu

(13) $\left(\frac{dI}{d\omega}\right)_{\text{thermisch}} = 1.2 \cdot 10^{-23} \text{ W s}$

Die relativistische Bremsstrahlung $\left(\frac{dI}{d\omega}\right)_{rel.}$ ist in Bild B.3. über der Elektronenenergie aufgetragen. Man erkennt, daß sie mindestens eine Größenordnung kleiner als die thermische Bremsstrahlung ist und deshalb trotz ihrer starken Bündelung noch vernachlässigt werden kann.

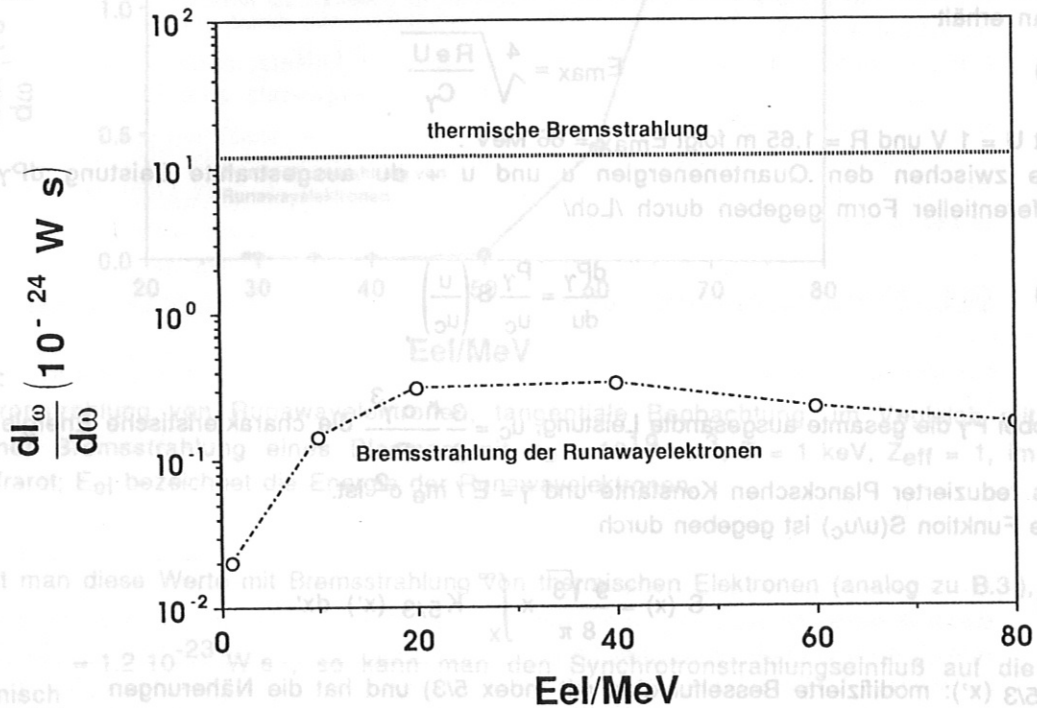


Bild B.3.: Bremsstrahlung von Runawayelektronen, tangentielle Beobachtung, im Vergleich zu thermischer Bremsstrahlung eines Plasmas mit $n_e = 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $T = 1 \text{ keV}$, $Z_{eff} = 1$, im nahen Infrarot; E_{el} bezeichnet die Energie der Runawayelektronen.

B.4. Synchrotronstrahlung

Es soll nun der Beitrag der von den Runawayelektronen ausgesandten Synchrotronstrahlung zum Plasmalicht abgeschätzt werden.

Die relativistischen Elektronen gyrieren um die Magnetfeldlinien und werden dadurch in toroidaler Richtung durch das Gefäß getragen. Da der größte Teil ihrer kinetischen Energie in der Bewegung parallel zum Magnetfeld liegt (das elektrische Feld durch die Umfangsspannung liegt ja in dieser Richtung), führen die Runawayelektronen effektiv Kreisbahnen mit Radien, die dem Gefäßradius entsprechen, aus.

Die totale als Synchrotronstrahlung ausgesandte Leistung P_γ eines Runawayelektrons ist

$$(1) \quad P_\gamma = \frac{c}{2\pi} C_\gamma \frac{E^4}{R^2} \quad (8)$$

mit

$$C_\gamma = \frac{4\pi}{3} \frac{r_e}{(m_e c^2)^3}$$

(r_e : klassischer Elektronenradius, m_e : Ruhemasse des Elektrons, E : Gesamtenergie des Elektrons, c : Lichtgeschwindigkeit, R : Krümmungsradius der Kreisbahn).

Aus dieser Beziehung läßt sich eine obere Grenze E_{\max} für die Elektronenenergie abschätzen, wenn man den Energieverlust P_{γ} dem Energiegewinn

$$(2) \quad \frac{dE}{dt} = e U \frac{c}{2 \pi R}$$

beim Durchlaufen der Ringspannung U gleichsetzt.

Man erhält

$$(3) \quad E_{\max} = \sqrt[4]{\frac{R e U}{C_{\gamma}}}$$

Mit $U = 1 \text{ V}$ und $R = 1.65 \text{ m}$ folgt $E_{\max} = 66 \text{ MeV}$.

Die zwischen den Quantenenergien u und $u + du$ ausgestrahlte Leistung dP_{γ} ist in differentieller Form gegeben durch /Loh/

$$(4) \quad \frac{dP_{\gamma}}{du} = \frac{P_{\gamma}}{u_c} S\left(\frac{u}{u_c}\right),$$

wobei P_{γ} die gesamte ausgesandte Leistung, $u_c = \frac{3 \hbar c \gamma^3}{2 R}$ die charakteristische Energie mit \hbar

als reduzierter Planckscher Konstante und $\gamma = E / m_e c^2$ ist.

Die Funktion $S(u/u_c)$ ist gegeben durch

$$(5) \quad S(x) = \frac{9 \sqrt{3}}{8 \pi} x \int_x^{\infty} K_{5/3}(x') dx'$$

($K_{5/3}(x')$: modifizierte Besselfunktion mit Index 5/3) und hat die Näherungen

$$(6) \quad S(x) = \frac{1}{3} x^{1/3} \quad (x < 1)$$

$$S(x) = 0.78 \sqrt{x} e^{-x} \quad (x > 1).$$

Die größte charakteristische Energie ergibt sich für $E = 66 \text{ MeV}$ zu

$$(7) \quad u_{c \max} = 0.39 \text{ eV}$$

Dies ist kleiner als die hier interessierende Quantenenergie von 1.3 eV . Es wird deshalb für $S(x)$ die Näherung für $x > 1$ verwendet.

Wie schon bei der relativistischen Bremsstrahlung erwähnt, wird praktisch die gesamte Strahlung in einen Kegel mit dem Öffnungswinkel $\Delta\theta$ (rad) = $1 / \gamma$ in die Laufrichtung des Elektrons emittiert. Es wird deshalb hier zunächst der Einfluß der Synchrotronstrahlung auf die tangentielle Beobachtung der Bremsstrahlung bestimmt.

Die pro Kreisfrequenzintervall emittierte Strahlung ist gegeben durch

$$(8) \quad \frac{dI}{d\omega} = \hbar \frac{dP_{\gamma}}{du} N_R \Delta V$$

wobei N_R die Runawayelektronendichte und $\Delta V \approx 2 \Delta\theta R A$ das effektive Volumen ist, aus dem der Beobachter die Strahlung empfängt (analog zu B.3.).

Man erhält dann die im Bild B.4. zusammengefaßten Werte für $\frac{dI}{d\omega}$ in Abhängigkeit von der Elektronenenergie.

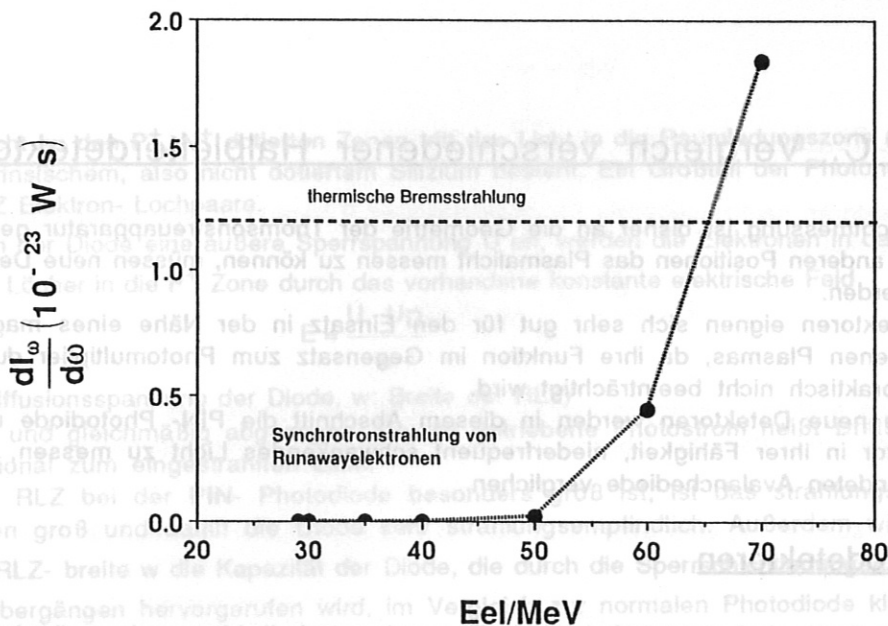


Bild B.4.:

Synchrotronstrahlung von Runawayelektronen, tangentielle Beobachtung, im Vergleich mit thermischer Bremsstrahlung eines Plasmas mit $n_e = 10^{19} \text{ m}^{-3}$, $T = 1 \text{ keV}$, $Z_{\text{eff}} = 1$, im nahen Infrarot; E_{ei} bezeichnet die Energie der Runawayelektronen.

Vergleicht man diese Werte mit Bremsstrahlung von thermischen Elektronen (analog zu B.3.),

$$\left(\frac{dI}{d\omega}\right)_{\text{thermisch}} = 1.2 \cdot 10^{-23} \text{ W s}, \text{ so kann man den Synchrotronstrahlungseinflu\ss auf die}$$

Bremsstrahlungsmessung bis zu Energien von 60 MeV vernachl\ssigen.

Bei 70 MeV Elektronen h\atte die Synchrotronstrahlung die gleiche Gr\o\ss enordnung wie die Bremsstrahlung.

Bei tangentialer Beobachtung mu\ss also bei langdauernden Entladungen und niedrigen Dichten mit einer St\orung gerechnet werden, falls man gegen die Laufrichtung der Elektronen sieht.

Die von der Gyrationbewegung der Elektronen herr\uhrende Strahlung wird auf folgende Art abgesch\atzt.

Es wird angenommen, da\ss die relativistische Energie wegen der geringen Zahl der St\o\ss e (siehe Abschnitt B.1.) auf die toroidale Bewegung beschr\ankt ist. Die kinetische Energie der Elektronen in der Gyrationbewegung habe den Wert der Plasmatemperatur von 1 keV.

Der Gyrationradius der Bahnen ist f\ur Elektronen

$$(9) \quad r_e = \frac{\sqrt{2 m_e E_{\text{kin}}}}{e B},$$

woraus f\ur $E_{\text{kin}} = 1 \text{ keV}$ $r_e = 50 \mu\text{m}$ folgt.

Mit den obigen Werten folgt, da\ss die bei der Gyration nach (4) in das nahe Infrarot

abgestrahlte Leistung $\frac{dP_{\gamma}}{du}$ (512 keV, r_e) (die Gesamtenergie des gyrierenden Elektrons ist

511 keV + 1 keV) um den Faktor 10^{370} kleiner als die Intensit\at der thermischen Bremsstrahlung im nahen Infrarot ist.

Die Zyklotronstrahlung ist also im Bereich des nahen Infrarot gegen\uber der thermischen Bremsstrahlung vernachl\ssigbar.

Anhang C: Vergleich verschiedener Halbleiterdetektoren

Die Plasmalichtmessung ist bisher an die Geometrie der Thomsonstreuapparatur gebunden. Um auch an anderen Positionen das Plasmalicht messen zu können, müssen neue Detektoren aufgebaut werden.

Halbleiterdetektoren eignen sich sehr gut für den Einsatz in der Nähe eines magnetisch eingeschlossenen Plasmas, da ihre Funktion im Gegensatz zum Photomultiplier durch ein Magnetfeld praktisch nicht beeinträchtigt wird.

Als mögliche neue Detektoren werden in diesem Abschnitt die PIN- Photodiode und der Phototransistor in ihrer Fähigkeit, niederfrequent schwankendes Licht zu messen, mit der bisher verwendeten Avalancheodiode verglichen.

C.1. Photodetektoren

Die Avalancheodiode wurde in 3.2. behandelt. Es werden deshalb hier nur kurz die Avalanche Photodiode und ausführlicher die PIN - Photodiode und der Phototransistor beschrieben.

C.1.1. Die Avalancheodiode

Die untersuchte Avalancheodiode C 30950 (RCA) ist eine Durchgreifdiode (siehe 3.2.), bei der durch Anlegen einer hohen Sperrspannung ein hohes elektrisches Feld in der Diode erzeugt wird. Die durch Licht erzeugten Ladungsträger gewinnen in diesem Feld so viel Energie, daß sie weitere Ladungsträger durch Stöße freisetzen können (Avalanche-Effekt) und damit den Photostrom um einen Faktor 10 bis 100 erhöhen. Die Avalancheodiode liefert also intern eine Verstärkung des Photostroms, die für kleine Beleuchtungsstärken wünschenswert ist /Pau/,/RCA/.

Da durch die hohe Sperrspannung die Kapazität der Diode sehr gering und das E- Feld im lichtempfindlichen Volumen sehr hoch ist, ist diese Diode analog zur PIN- Photodiode (siehe C.1.2) sehr schnell.

Der Photostrom ist im Sperrbetrieb proportional zur eingestrahelten Lichtleistung.

C.1.2. Die PIN- Photodiode

In Bild C.1. ist eine PIN- Photodiode /Sie/ schematisch dargestellt:

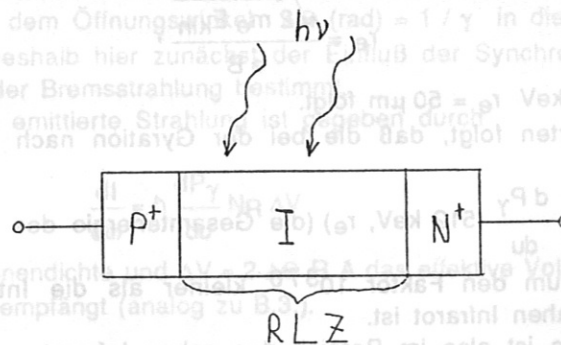


Bild C.1.: Aufbau einer PIN- Photodiode

Senkrecht zu den P⁺, N⁺ dotierten Zonen tritt das Licht in die Raumladungszone (RLZ) ein, die aus intrinsischem, also nicht dotiertem Silizium besteht. Ein Großteil der Photonen erzeugt in der RLZ Elektron- Lochpaare.

Liegt an der Diode eine äußere Sperrspannung U an, werden die Elektronen in das N⁺ Gebiet und die Löcher in die P⁺ Zone durch das vorhandene konstante elektrische Feld

$$(1) \quad E = \frac{U - U_D}{w}$$

(U_D: Diffusionsspannung der Diode, w: Breite der RLZ) schnell und gleichmäßig abgezogen. Der so getriebene Photostrom heißt Driftstrom und ist proportional zum eingestrahlt Licht.

Da die RLZ bei der PIN- Photodiode besonders groß ist, ist das strahlungsempfindliche Volumen groß und damit die Diode sehr strahlungsempfindlich. Außerdem wird durch die große RLZ- breite w die Kapazität der Diode, die durch die Sperrschichtladungen an den P⁺-I, N⁺-I Übergängen hervorgerufen wird, im Vergleich zur normalen Photodiode kleiner, da wie beim Plattenkondensator die Kapazität C ~ 1/w ist. Dies hat bei einer elektronischen Schaltung in Verbindung mit einem Lastwiderstand R eine kleinere Zeitkonstante und damit eine größere Schnelligkeit der Diode zur Folge.

C.1.3. Der Phototransistor

Das Ersatzschaltbild eines Phototransistors /Sie/ ist in Bild C.2. gezeigt: Die Kollektor-Basis- Diode ist hier als Photodiode ausgebildet. Wird durch einfallendes Licht ein Photostrom in der Diode erzeugt, so fließt dieser auch durch die Basis des Transistors und hat bei Anlegen einer Kollektor- Emitterspannung einen um den Faktor 100 bis 600 größeren Kollektor- Emittterstrom zur Folge.

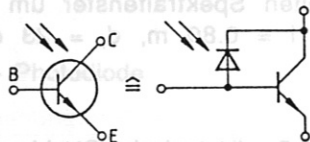


Bild C.2.: Ersatzschaltbild eines Phototransistors /Sie/

Der Phototransistor ist also eine Photodiode mit einem integrierten Verstärker. Da die Stromverstärkung vom fließendem Strom abhängt, sind hier Photostrom des Transistors und eingetrahlte Lichtleistung nicht mehr streng zueinander proportional. Die Dynamik des Phototransistors ist in erster Linie von den Eigenschaften des Transistors bestimmt.

C.2. Verstärkerschaltungen

Zur Dimensionierung der Meßverstärkerschaltungen muß bekannt sein, welche Strahlungsleistung nachgewiesen werden soll.

C.2.1. Typische Strahlungsleistung

Die von den Detektoren nachzuweisende Strahlungsleistung P berechnet sich näherungsweise zu (siehe 3.3., Formel (4))

$$(1) \quad P = \frac{d^3 P_\omega}{d\omega d\Omega dV} \Delta\omega \Delta V \Delta\Omega$$

($\Delta\omega$: beobachtetes spektrales Frequenzintervall, ΔV : effektives strahlendes Plasmavolumen, $\Delta\Omega$: Öffnungswinkel, unter dem das Objektiv von der Mitte des Volumens gesehen wird)

ΔV berechnet sich aus der mit dem Objektiv in das Plasma abgebildeten Detektorfläche A' und der Länge l zu

$$(2) \quad \Delta V = A' \cdot l$$

Zur Berechnung von A' wurde das Abbildungssystem des Polychromators aus 3.1. und als Detektor eine Avalanchodiode mit einer lichtempfindlichen Fläche von 7 mm^2 verwendet.

Es ergibt sich $A' = 1.1 \text{ cm}^2$.

Der Öffnungswinkel ist nach Gleichung (4), Kapitel 3

$$(3) \quad \Delta\Omega = \pi \sin^2(\theta)$$

mit
$$\sin \theta = \frac{g}{\sqrt{g^2 + d_l^2 / 4}}$$

(d_l : Linsendurchmesser, g : Abstand von A' zur Linse).

Beobachtet man in einem 100 nm breiten Spektralfenster um die mittlere Wellenlänge 950 nm , so erhält man für die Werte $l = 0.80 \text{ m}$, $d_l = 23 \text{ cm}$ und der Emissivität

$$\frac{d^3 P_\omega}{d\omega dV d\Omega} = 2.5 \cdot 10^{-16} \frac{\text{W s}}{\text{m}^3 \text{ sterad}} \text{ aus 2.1.5. die typische Strahlungsleistung } P = 2.4 \mu\text{W}.$$

C.2.2. PIN - Photodiodenschaltung

Laut Datenblatt /Opt/ hat die verwendete PIN - Photodiode BPW 34 im nahen Infrarot eine Photoempfindlichkeit von $\eta = 0.60 \text{ A/W}$ und eine lichtempfindliche Fläche von 7.6 mm^2 . Sie kann also die gesamte in C.2.1. für eine Detektorfläche von 7 mm^2 abgeschätzte Strahlung aufnehmen. Es fließt deshalb ein Photostrom von

$$(1) \quad I_{ph} = \eta P = 1.4 \mu\text{A} .$$

Verwendet man die einfache Schaltung nach Bild C.3., so fällt an dem Widerstand R die Spannung $I_{ph} R$ ab. Soll diese Spannung bei $I_{ph} = 1.4 \mu\text{A}$ ungefähr 1 V betragen, so muß $R = 1 \text{ M}\Omega$ gewählt werden. In Verbindung mit der Kapazität der Photodiode ergibt sich jedoch eine große Zeitkonstante, wodurch mit dieser Schaltung nur noch langsame Signalschwankungen gemessen werden können.

Zum Nachweis des kleinen Stroms wurde deshalb die Verstärkerschaltung nach Bild C.4. verwendet .

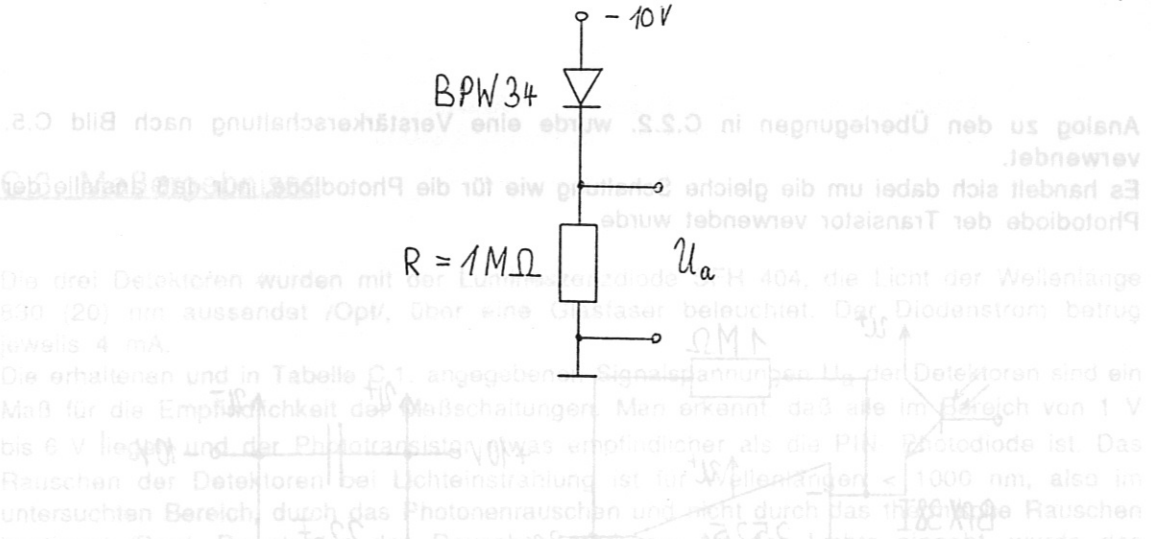


Bild C.3.: einfache Meßschaltung für die PIN- Photodiode

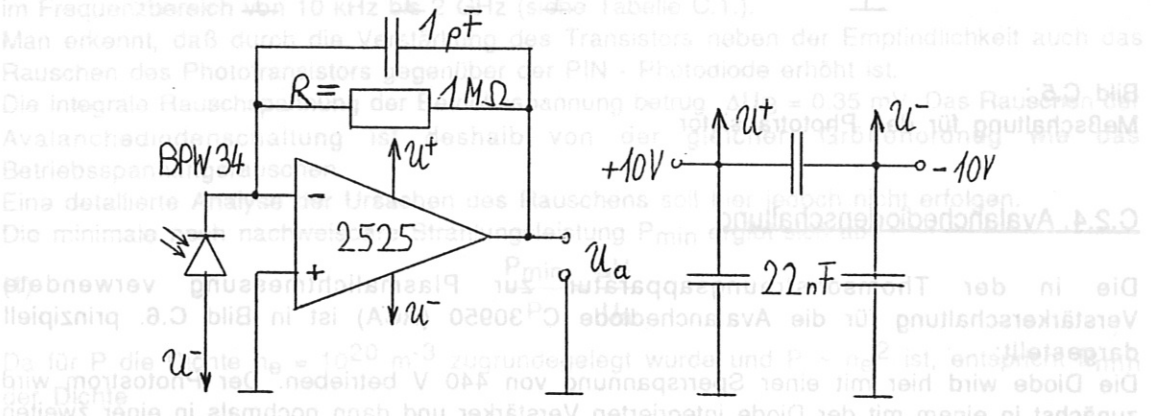


Bild C.4.: Meßschaltung für die PIN - Photodiode

Es handelt sich dabei um einen Strom- Spannungswandler, der den Photostrom in die Spannung $U_a = I_{ph} R$ umwandelt. Da die Diode hier im Kurzschlußbetrieb arbeitet, ist der Arbeitswiderstand der Diode sehr klein. In Verbindung mit der Diodenkapazität resultiert daraus eine kleine Zeitkonstante. Deshalb lassen sich mit dieser Schaltung auch schnelle Signalschwankungen messen.

An die Diode wurde eine Sperrspannung von 10 V gelegt. Die eingezeichneten Kondensatoren waren zur Stabilisierung der Schaltung gegen Schwingungen notwendig.

C.2.3. Phototransistorschaltung

Durch Einführung eines Widerstands $R_{BE} < R_E$ zwischen Basis und Emitter des Transistors

Die Detektorfläche des verwendeten schon großflächigen Typs BPX 38 I /Opt/ ist nur 0.65 mm² groß. Er empfängt deshalb mit der Optik nach C.2.1. nur noch 0.22 μW. Die Photoempfindlichkeit des Transistors beträgt wegen seiner internen Stromverstärkung von ca. 100 im nahen Infrarot $\eta = 36 \text{ A/W}$. Dies hat einen Photostrom von

(1) $I_{ph} = \eta P = 7.6 \mu\text{A}$

zur Folge. Er ist also nur 5 mal größer als der vergleichbare Photostrom der großflächigeren Photodiode.

Analog zu den Überlegungen in C.2.2. wurde eine Verstärkerschaltung nach Bild C.5. verwendet.
 Es handelt sich dabei um die gleiche Schaltung wie für die Photodiode, nur daß anstelle der Photodiode der Transistor verwendet wurde.

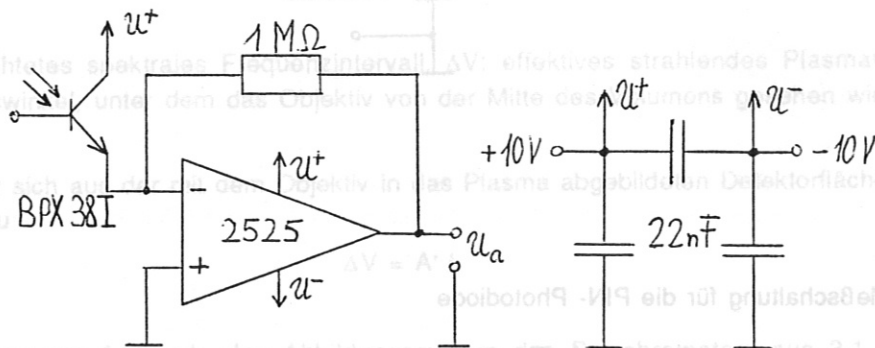


Bild C.5.:
 Meßschaltung für den Phototransistor

C.2.4. Avalanchediodenschaltung

Die in der Thomsonstreuungsapparatur zur Plasmalichtmessung verwendete Verstärkerschaltung für die Avalanchediode C 30950 (RCA) ist in Bild C.6. prinzipiell dargestellt:

Die Diode wird hier mit einer Sperrspannung von 440 V betrieben. Der Photostrom wird zunächst in einem mit der Diode integrierten Verstärker und dann nochmals in einer zweiten Stufe verstärkt. Die Signalspannung ist proportional zum eingestrahlenen Licht.

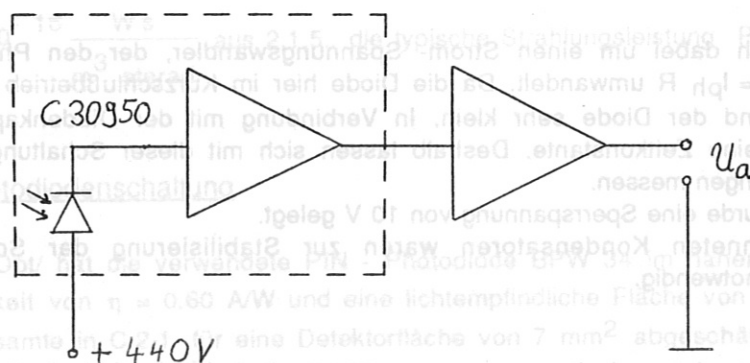


Bild C.6.:
 prinzipieller Aufbau des Meßverstärkers für die Avalanchediode

C.3. Meßergebnisse

Die drei Detektoren wurden mit der Lumineszenzdiode SFH 404, die Licht der Wellenlänge 830 (20) nm aussendet /Opt/, über eine Glasfaser beleuchtet. Der Diodenstrom betrug jeweils 4 mA.

Die erhaltenen und in Tabelle C.1. angegebenen Signalspannungen U_a der Detektoren sind ein Maß für die Empfindlichkeit der Meßschaltungen. Man erkennt, daß alle im Bereich von 1 V bis 6 V liegen und der Phototransistor etwas empfindlicher als die PIN- Photodiode ist. Das Rauschen der Detektoren bei Lichteinstrahlung ist für Wellenlängen < 1000 nm, also im untersuchten Bereich, durch das Photonenrauschen und nicht durch das thermische Rauschen bestimmt /Pau/. Da also in das Rauschen stark die Art des Lichts eingeht, wurde das Rauschen ΔU der Detektoren ohne Lichteinstrahlung bestimmt (siehe Tabelle C.1.): Das dazu verwendete Meßgerät URV 3 von Rohde und Schwarz mißt die integrale Rauschspannung ΔU im Frequenzbereich von 10 kHz bis 2 GHz (siehe Tabelle C.1.).

Man erkennt, daß durch die Verstärkung des Transistors neben der Empfindlichkeit auch das Rauschen des Phototransistors gegenüber der PIN - Photodiode erhöht ist.

Die integrale Rauschspannung der Betriebsspannung betrug $\Delta U_B = 0.35$ mV. Das Rauschen der Avalanchediodenschaltung ist deshalb von der gleichen Größenordnung wie das Betriebsspannungsrauschen.

Eine detaillierte Analyse der Ursachen des Rauschens soll hier jedoch nicht erfolgen.

Die minimale noch nachweisbare Strahlungsleistung P_{\min} ergibt sich aus

$$(1) \quad \frac{P_{\min}}{P} = \frac{\Delta U}{U_a}$$

Da für P die Dichte $n_e = 10^{20} \text{ m}^{-3}$ zugrundegelegt wurde und $P \sim n_e^2$ ist, entspricht P_{\min} der Dichte

$$(2) \quad n_{e\min} = \sqrt{\frac{P_{\min}}{P}} 10^{20} \text{ m}^{-3} = \sqrt{\frac{\Delta U}{U_a}} 10^{20} \text{ m}^{-3}$$

Die in Tabelle C.1. zusammengestellten Werte für $n_{e\min}$ sind für die PIN- Diode und den Phototransistor im Vergleich zur Avalanchediode noch klein genug, um die Avalanchediode z. B. bei der Anwendung als Dichtemonitor zu ersetzen.

Zur Messung des dynamischen Verhaltens der Detektoren wurde die Lichtquelle mit einem Rechteckstrom der Amplitude 4 mA angesteuert. Die gemessenen Anstiegszeiten t_R der Ausgangssignale U_a , die die Zeitdauer vom Beginn der Lichtemission bis zum Erreichen von 90 % der Endspannung angeben, finden sich in Tabelle C.1. .

PIN- und Avalanchediode sind demnach mit 2 μs gleich schnell, nur der Phototransistor ist mit 80 μs viel langsamer. Dies liegt daran, daß durch die offene Basis der Eingangswiderstand R_E des Transistorverstärkers sehr hoch ist und mit der Photodiodenkapazität C_D eine große Zeitkonstante $\tau = R_E C_D$ liefert, die diesen Detektor verlangsamt.

Durch Einführung eines Widerstands $R_{BE} < R_E$ zwischen Basis und Emitter des Transistors ließe sich der Eingangswiderstand verkleinern. Dadurch wird die Zeitkonstante τ kleiner, wodurch der Phototransistor schneller wird. Da aber auch ein beträchtlicher Teil des Diodenphotostroms über R_{BE} abfließt, fällt die Empfindlichkeit des Detektors, was eigentlich sein einziger Vorteil gegenüber der PIN- Diode ist.

Für niederfrequente Lichtmessungen ist also nur die PIN- mit der Avalanchediode gleichwertig. Der Vorteil der PIN- Diode ist allerdings ihr geringer Preis (siehe Tabelle C.1.).

Analog zu den oben genannten Bauelementen sind die Avalanche-Dioden nach Bild C.5.1 dargestellt.

	Phototransistor BPX 38 I	PIN-Diode BPW 34	Avalanche-Diode C 30950
U_a/V	3.6	1.3	6.0
$\Delta U/mV$	2.6	1.1	0.40
n_{emin}/m^{-3}	$2.7 \cdot 10^{18}$	$2.9 \cdot 10^{18}$	$8.2 \cdot 10^{17}$
$\tau_R/\mu s$	80	2	2
Preis/DM	3.25	2.10	~4000

Tabelle C.1.:

Die Avalanche-Diode ist ein Halbleiterbauelement, das durch eine hohe elektrische Feldstärke in der Sperrschicht zur Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren durch Beschleunigung der Ladungsträger durch das elektrische Feld entsteht. Die Avalanche-Diode ist im Vergleich zu den anderen Bauelementen durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Licht auszeichnet. Die Avalanche-Diode ist im Vergleich zu den anderen Bauelementen durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Licht auszeichnet. Die Avalanche-Diode ist im Vergleich zu den anderen Bauelementen durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Licht auszeichnet.

Die Avalanche-Diode ist im Vergleich zu den anderen Bauelementen durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Licht auszeichnet. Die Avalanche-Diode ist im Vergleich zu den anderen Bauelementen durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Licht auszeichnet. Die Avalanche-Diode ist im Vergleich zu den anderen Bauelementen durch ihre hohe Empfindlichkeit gegenüber Licht auszeichnet.

$$n_{emin} = \sqrt{\frac{P_{min}}{q \cdot U_a}} \quad (2)$$

Die in Tabelle C.1. zusammengestellten Werte für n_{emin} sind für die PIN-Diode und den Phototransistor im Vergleich zur Avalanche-Diode noch klein genug, um die Avalanche-Diode z. B. bei der Anwendung als Dichtemonitor zu ersetzen. Zur Messung des dynamischen Verhaltens der Detektoren wurde die Lichtquelle mit einem Rechteckstrom der Amplitude I_{max} angetrieben. Die gemessenen Anstiegszeiten t_r der Ausgangssignale U_a , die die Zeitdauer vom Beginn der Lichtmission bis zum Erreichen von 90% der Endspannung angeben, finden sich in Tabelle C.1.1. PIN- und Avalanche-Dioden sind demnach mit 2 μs gleich schnell, nur der Phototransistor ist mit 80 μs viel langsamer. Dies liegt daran, dass durch die offene Basis der Eingangswiderstand R_E des Transistorverstärkers sehr hoch ist und mit der Photodienkapazität C_D eine große Zeitkonstante $\tau = R_E C_D$ liefert, die diesen Detektor verlangsamt. Durch Einführung eines Widerstands $R_{BE} < R_E$ zwischen Basis und Emittor des Transistors ließe sich der Eingangswiderstand verkleinern. Dadurch wird die Zeitkonstante τ kleiner, wodurch der Phototransistor schneller wird. Da aber auch ein beträchtlicher Teil des Diodenstromes über R_{BE} abfließt, fällt die Empfindlichkeit des Detektors, was eigentlich sein einziger Vorteil gegenüber der PIN-Diode ist. Für niedrige Lichtmessungen ist also nur die PIN- mit der Avalanche-Diode gleichwertig. Der Vorteil der PIN-Diode ist allerdings ihr geringerer Preis (siehe Tabelle C.1.).

Literaturverzeichnis

- /Art/ Artsimowitsch, Sagdejew: "Plasmaphysik für Physiker", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1983
- /Bek/ George Bekefi: "Radiation Processes in Plasmas", John Wiley and Sons, Inc., 1966
- /BHe/ H. Bethe, W. Heitler: "On the Stopping of Fast Particles and on the Creation of Positive Electrons", Proc. Roy. Soc. 1934, A 146, S. 83 ff
- /Bro/ Bronstein, Semendjajew: "Taschenbuch der Mathematik", Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt (Main), 1985
- /Dat/ Datenblatt zum Operationsverstärker HA 2520/22/25, Firma Harris
- /Eng/ Maxmilian Engelhard: "Bestimmung der effektiven Ionenladungszahl eines Plasmas aus der Bremsstrahlung des nahen Infrarots", Diplomarbeit (TU München), 1989
- /Gau/ J. A. Gaunt: "Continuous Absorption", Phil. Trans. Roy. Soc. 1930, A 229, S. 163 ff
- /Geh/ O. Gehre: "The HCN - Laser Interferometer of the Divertor Tokamak ASDEX", Int. Journal of Infrared and Millimeter Waves 1984, Vol. 5, S. 369f
- /GHB/ R. L. Gluckstern, M. H. Hull, Jr. and G. Breit: "Polarization of Bremsstrahlung Radiation", Physical Review 1953, Volume 90, Number 6, S. 1026 ff
- /HaH/ Hammer, Hammer: "Physikalische Formeln und Tabellen", J. Lindauer Verlag, Stuttgart, 1984
- /Hut/ Hutchinson: "Principles of Plasma Diagnostics", University Press, Cambridge, 1987
- /KaL/ W. J. Karzas and R. Latter: "Electron Radiative Transitions in a Coulombfield", Astrophysical Journal Suppl. Series, Vol. 6, S. 167 f, 1961/62
- /KoM/ H. W. Koch, J. W. Motz: "Bremsstrahlung Cross - Section Formulas and Related Data", Reviews of Modern Physics 1959, Volume 31, Number 4, S. 920 ff
- /Lac/ Lackner et al.: "Confinement Regime Transitions in ASDEX", Plasma Physics and Controlled Fusion, Vol. 31, No. 10, S. 1629 - 1648, 1989
- /Lan1/ Landau, Lifschitz: "Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. 2: Feldtheorie", Akademie- Verlag, Berlin, 1963

- /Lan2/ Landau, Lifschitz: "Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. 4a: Relativistische Quantenmechanik", Akademie- Verlag, Berlin, 1971
- /Loc/ R. Loch et al.: "Online Density Feedback on ASDEX for Pellet - Refuelled Discharges", 17 th EPS Conference on Controlled Fusion and Plasma Heating, Amsterdam 25 - 29 June 1990
- /Loh/ E. Lohrmann: "Hochenergiephysik", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1986
- /May/ T. Mayer - Kuckuk: "Kernphysik", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1984
- /MGL/ Marton, Griem, Lovberg: " Methods of Experimental Physics, Volume 9 - Part A: Plasma Physics", Academic Press, 1970
- /Nic/ Dwight R. Nicholson: "Introduction to Plasma Theory", John Wiley and Sons, Inc., 1983
- /Opt/ "Opto - Halbleiter - Datenbuch 1981/82", Siemens
- /Pau/ R. Paul: "Optoelektronische Halbleiterbauelemente", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1985
- /Rae/ J. Raeder et al.: "Kontrollierte Kernfusion", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1981
- /RCA/ "RCA Solid - State Detectors", RCA Solid State Division, 1981
- /RSt1/ H. Röhr, K.- H. Steuer, H. Murmann, D. Meisel: "Periodische Vielkanal - Thomsonstreuung", IPP - Bericht III / 121, Juni 1987
- /RSt2/ H. Röhr, K.- H. Steuer and the ASDEX - Team: "Measurement of Z_{eff} - profiles from profiles from bremsstrahlung emission in the near infrared", Rev. Sci. Instr. 59 (8), August 1988
- /Sie/ "Optohalbleiter und Sensoren, Lieferprogramm 1988", Siemens Aktiengesellschaft
- /Som1/ Arnold Sommerfeld: "Atombau und Spektrallinien (Bd. 2)", Verlag Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1960
- /Som2/ Arnold Sommerfeld: "Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. 3: Elektrodynamik", Akademische Verlagsanstalt Geest & Portig K. - G., Leipzig, 1961
- /Spi/ L. Spitzer: "Physics of Fully Ionized Gases", Interscience Publishers, London, 1962
- /St1/ K.- H. Steuer, H. Röhr, D. E. Roberts, et al.: " Z_{eff} - Profiles in Different Confinement and Heating Regimes of ASDEX", 15 th EPS Conference, Dubrovnik, 16 - 20 May, 1988

- /St2/ K.- H. Steuer, H. Röhr et al.: "Impurity Accumulation and Z_{eff} - Profiles in ASDEX High Confinement Regimes", 16 th EPS Conference, Venice, 13 - 17 March 1989
- /St3/ K. - H. Steuer, H. Röhr, W. Engelhardt, G. Fussmann, A. Kallenbach, B. Kurzan, H. D. Murmann et al.: "Demixing of Impurities and Hydrogen as Deduced from Z_{eff} - Profiles in the Boronized ASDEX", Proc. 17 th EPS Conference, Amsterdam, 1990, Band 14 B, 1, S. 62 f
- /Tho/ H. Tholl: "Bauelemente der Halbleiterelektronik, Teil 2", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1978
- /Tie/ Tietze, Schenk: "Halbleiterschaltungstechnik", Springerverlag, 1986
- /Ver/ "Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft", 1990, Physikverlag
- /Wes/ John Wesson: "Tokamaks", Clarendon Press, Oxford, 1987
- /Zie/ Aldert van der Ziel: "Noise", Prentice Hall, 1954

Danksagung

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr. J. Trümper für die interessante Themenstellung und bei Herrn Prof. Dr. K. Pinkau, der es mir ermöglichte, diese Arbeit am Max - Planck - Institut für Plasmaphysik durchzuführen.

Für die Möglichkeit, diese Arbeit an dem Tokamak ASDEX auszuführen, danke ich Herrn Dr. F. Wagner.

Ich danke Herrn Dr. K. - H. Steuer für die fachliche Betreuung der Arbeit.

Für viele Diskussionen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, danke ich Herrn Dr. K. - H. Steuer und Herrn Dr. H. Röhr, sowie Herrn Dr. W. Engelhardt.

Für bereitwillig erteilte Auskünfte danke ich Herrn Dr. O. Gehre, Herrn Dr. F. Leuterer, Herrn Dr. F. Ryter sowie dem ASDEX - Team.

Für die Unterstützung bei elektronischen Problemen danke ich Herrn Dr. F. Schneider, Herrn H. Czich und der Elektronikwerkstatt der Abteilung E3.

- /Ver/ "Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft", 1990, Physikverlag
- /West/ John Wesson: "Tokamaks", Clarendon Press, Oxford, 1987
- /Ziel/ A. Ziel: "Noise", Bence Hall, 1984
- /Ziel/ R. Paul: "Optoelektronische Halbleitertechnik", O. Teubner Verlag, Stuttgart, 1981
- /Ziel/ J. Flaeder et al.: "Kontrollierte Kernfusion", B. G. Teubner Verlag, Stuttgart, 1981
- /RCA/ "RCA Solid - State Defectors", RCA Solid State Division, 1981
- /RS(1)/ H. Röhr, K. - H. Steuer, H. Murmann, D. Meiser: "Periodische Vielkanal - Thomsonstreuung", PP - Bericht III / 121, Juni 1987
- /RS(2)/ H. Röhr, K. - H. Steuer and the ASDEX - Team: "Measurement of Z_{eff} - profiles from profiles from bremsstrahlung emission in the near infrared", Rev. Sci. Instr. 59 (8), August 1988
- /Sie/ "Optohalbleiter und Sensoren, Lieferprogramm - 1988", Siemens Aktiengesellschaft
- /Som1/ Arnold Sommerfeld: "Atombau und Spektrallinien (Bd. 2)", Verlag Friedrich Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1960
- /Som2/ Arnold Sommerfeld: "Vorlesungen über theoretische Physik, Bd. 3: Elektrodynamik", Akademische Verlagsanstalt Geest & Portig K. - G., Leipzig, 1961
- /Spi/ L. Spitzer: "Physics of Fully Ionized Gases", Interscience Publishers, London, 1962
- /SI(1)/ K. - H. Steuer, H. Röhr, D. E. Roberts, et al.: " Z_{eff} - Profiles in Different Confinement and Heating Regimes of ASDEX", 15 in EPS Conference, Dubrovnik, 16 - 20 May, 1988