

Messung der Iontemperatur mit Hilfe des thermischen Doppler-Effekts an einer Wasserstoff-Lichtbogenentladung

Measurement of the Ion Temperature in a Hydrogen Arc by Means of the Thermal Doppler Effect

D. Ludwig

IPP 3/88

März 1969

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Messung der Iontemperatur mit Hilfe des thermischen Doppler-Effekts an einer Wasserstoff-Lichtbogenentladung

Measurement of the Ion Temperature in a Hydrogen Arc by Means of the Thermal Doppler Effect

D. Ludwig

IPP 3/88

März 1969

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Abstract

The radial ion temperature distribution in a 2600 amp hydrogen arc in a 30 kG axial magnetic field was measured spectroscopically with a Fabry-Perot interferometer by evaluating the half width of Doppler broadened carbon lines.

As the admixture of methane had to be low, in order to prevent a strong reduction of the temperatures on the axis, the intensities of the C III and C IV lines were relatively weak. Consequently an interference filter with narrow transmission band width was used instead of a spectrograph in front of the F.-P. interferometer.

The broadening of the spectral lines, which were used for measurement, was caused mainly by the thermal Doppler effect. The rotation of the plasma and the macroscopical Doppler effect resulting therefrom did not disturb the measurements. The ion temperature, which was found to be 1.4×10^5 °K on the axis, was determined from the half width of the profiles of a C III spectral line.

Since the discharge was observed side-on, the measured integrated values were reduced to radial profiles by using appropriate inversion formulae.

1.	<u>Einleitung</u>	1
2.	<u>Beschreibung des Lichtbogens</u>	3
3.	<u>Grundlagen zur Messung der Iontemperatur aus der Doppler-Verbreiterung von Spektrallinien</u>	6
3.1	Kohlenstoff als geeignete Beimischung im Wasserstoffplasma	8
3.2	Abschätzung störender Einflüsse auf die Form doppler- verbreiteter C III- und C IV-Linien	9
3.2.1	Starkaufspaltung	9
3.2.2	Zeeman-Aufspaltung	10
3.2.3	Hyperfeinstruktur.	13
3.2.4	Starkverbreiterung	13
3.2.5	Zeeman-Verbreiterung	14
3.2.6	Doppler-Verbreiterung durch Rotation der Plasma- säule	17
4.	<u>Versuchsaufbau</u>	18
4.1	Spektrograf	18
4.2	Fabry-Perot-Interferometer	19
4.3	Schmalbandige Interferenzfilter	23
4.4	Fotomultiplier	25
4.5	Optische Anordnung	26
5.	<u>Messung und Auswertung</u>	30
5.1	Bestimmung des Apparateprofils des F. -P. -Interferometers	30
5.2	Untersuchung der Rotation des Bogens	32
5.3	Elektronisch registrierte Profile	34
5.4	Entzerrung der gemessenen Linienprofile	36
5.5	Entfaltung der gemessenen Profile	37
5.6	Abel-Inversion	43
5.7	Bestimmung der Temperatur aus der Halbwertsbreite der entabelten Profile	46

	Seite
6. <u>Ergebnisse und Diskussion</u>	47
6.1 Fehlerabschätzung	49
6.2 Diskussion des Temperaturprofils	51
7. <u>Zusammenfassung und Schluss</u>	53
<u>Literatur</u>	55

1. Einleitung

Treten in einer Lichtbogenentladung sehr grosse radial gerichtete Temperaturgradienten auf, so kann die Bestimmung der Temperatur aus dem Intensitätsverhältnis von Spektrallinien aufeinander folgender Ionisationsstufen eines Elementes dann zu grossen Schwierigkeiten führen, wenn man für das Ionisationsgleichgewicht eine "statische" Ionisationsformel zugrunde legt, wie es allgemein üblich ist. Dies haben K. Bergstedt (1) und K. Tichmann (2) an Lichtbogenentladungen demonstriert, denen ein starkes axiales Magnetfeld überlagert war. Durch das Magnetfeld werden die radialen Wärmeleitverluste reduziert, so dass bei relativ geringen elektrischen Leistungen Achsentemperaturen oberhalb 10^5 K im stationären Betrieb erreicht werden. Da der Durchmesser dieser Entladungen nur einige Zentimeter beträgt, bilden sich grosse radiale Temperaturgradienten aus, die zu hohen (ambipolaren) Diffusionsgeschwindigkeiten führen und damit zu Relaxationserscheinungen bei der lokalen Einstellung des Ionisationsgleichgewichtes beitragen.

Daher war es von grossem Interesse, an einer solchen Entladung die Temperatur mit einer anderen von der Einstellung des lokalen Ionisationsgleichgewichtes unabhängigen Methode zu bestimmen. Hier bot sich die Ausnutzung des thermischen Dopplereffektes an geeigneten Spektrallinien an. Diese Methode hat ausserdem den Vorteil, dass man unmittelbar die Temperatur der Ionen misst und durch Vergleich mit Messungen der Elektronentemperatur feststellen kann, ob sich ein lokales thermodynamisches Gleichgewicht hinsichtlich der mittleren kinetischen Energien zwischen leichten und schweren Teilchen eingestellt hat.

Voraussetzung zur Anwendung dieses Verfahrens ist die Emission von Spektrallinien, deren Verbreiterung ganz überwiegend vom thermischen Doppler-Effekt hervorgerufen wird oder bei denen man andere Verbreiterungsmechanismen eindeutig vom Doppler-Effekt trennen kann.

Das Arbeitsgas Wasserstoff des untersuchten Lichtbogens ist bei den zu erwartenden Temperaturen vollständig ionisiert und sendet daher aus dem interessierenden Gebiet in der Umgebung der Achse keine Linienstrahlung mehr aus, kommt also für Doppler-Messungen nicht in Frage. Man muss daher dem Wasserstoff ein Element zumischen, das im erwarteten Temperaturbereich von $\approx 10^5$ K noch Linien emittiert.

Da die Massenunterschiede zwischen den in Frage kommenden Zusatzelementen und den Protonen nicht sehr gross sind, relativ zum Massenverhältnis Proton : Elektron, kann man mit gutem Grund annehmen, dass alle Ionen die gleiche Temperatur besitzen.

2. Beschreibung des Lichtbogens

Wie bereits oben gesagt, wurden die Messungen an einem in Wasserstoff brennenden Lichtbogen durchgeführt, dem ein axiales Magnetfeld überlagert war. Die Wolfram-Kathode (ϕ 20 mm) stand vertikal über der ringförmigen Cu-Anode. Zwischen beiden Elektroden befand sich, wie es die Abb. 1 zeigt, eine ebenfalls aus Kupfer bestehende Ringdüse, die auf Anodenpotential lag und durch die der Bogen hindurchbrannte. Der Durchmesser dieser Düse bestimmte gleichzeitig den Bogendurchmesser.

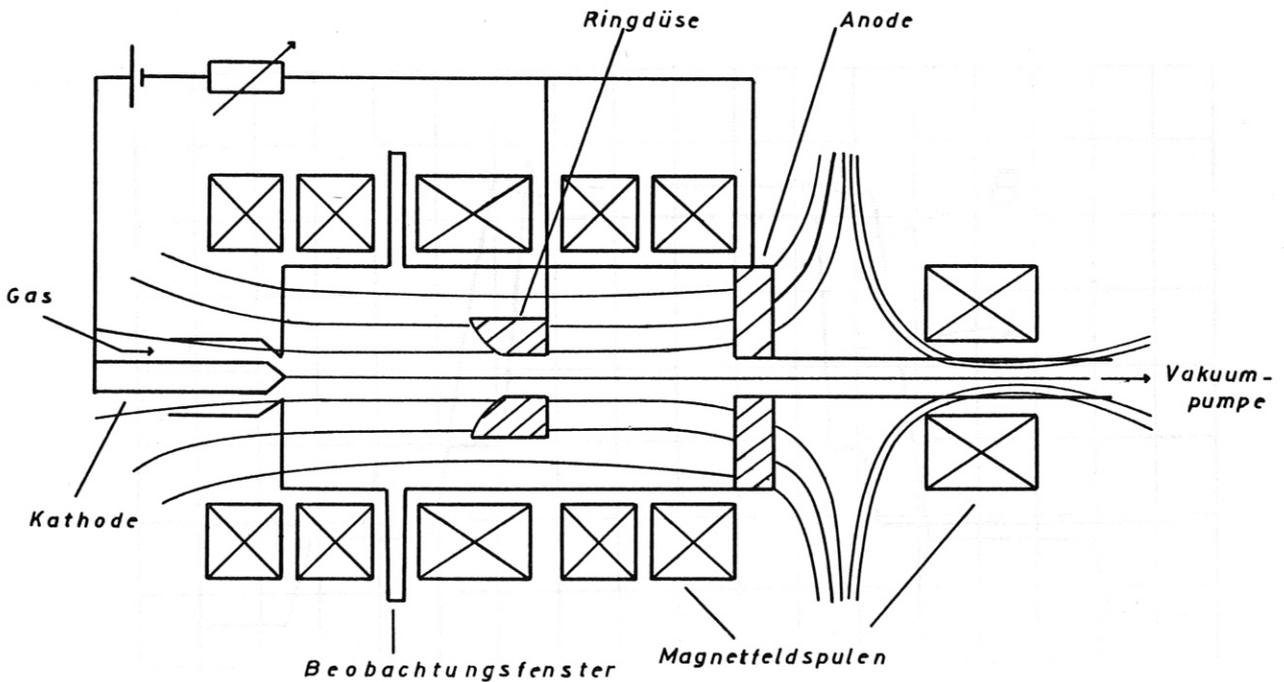


Abb.1 Experimentelle Anordnung

Die gesamte Elektrodenanordnung war in einem Vakuumkessel aus V2A-Stahl befestigt, der seinerseits wieder innerhalb der Magnetfeldspulen gehalten war. Vier jeweils um 90° versetzte Beobachtungsfenster konnten für die optischen Messungen ausgenutzt werden.

Die effektive Bogenlänge (Kathode-Ansatzpunkt des Bogens in der Anode) betrug 80 cm. Die Ringdüse war 15 cm von der Kathode entfernt, während der Abstand von der Kathode zur Mitte der Beobachtungsfenster 9 cm betrug. Gezündet wurde die Entladung durch Anlegen einer Gleichspannung von 1 kV zwischen Anode und Kathode bei einem Kesseldruck von etwa 0,5 Torr. Der Stromverlauf war so programmiert, dass nach Zündung für die Dauer von 0,4 sec ein Bogenstrom von 600 Ampère floss, der dann für die Dauer von 0,8 sec auf seinen Maximalwert von 2600 Ampère hochgeschaltet wurde.

Ein typisches Oszillogramm für den Bogenstrom und das Magnetfeld in Abhängigkeit von der Zeit ist in Abb. 2 wiedergegeben.



Abb. 2 Strom und Magnetfeld als Funktion der Zeit

Der Verlauf der magnetischen Feldlinien ist qualitativ in Abb. 1 dargestellt. Durch ein magnetisches Gegenfeld am unteren Ende des Kessels wurde ein reproduzierbarer Stromansatz an der Anode erreicht.

Ohne dieses Gegenfeld, das dem Entladungsstrom die Möglichkeit gibt, parallel zu \vec{B} die Anode zu erreichen, brannte die Entladung häufig auf den Anodenflansch oder die Ringdüse.

Der Wasserstoff ($8 \text{ n m}^3/\text{h}$) wurde an der Kathode zugeführt und hinter der Anode durch eine Wasserringpumpe abgesaugt. Alle Elektroden, Düsen und Magnetfeldspulen wurden mit Wasser gekühlt, dessen Austrittstemperatur mit Thermoelementen ständig kontrolliert wurde.

Da für die Doppler-Messungen sich Kohlenstoff-Linien am geeignetsten erwiesen, wurde dem Wasserstoff ein kleiner Prozentsatz Methan zugesetzt.

Um die verschiedenen Messungen miteinander vergleichen zu können, wurden folgende Betriebsdaten für alle Untersuchungen eingehalten:

Bogenstrom	2600 A
Magnetische Induktion	32 k Γ
Gaszusammensetzung	$\text{H}_2 + 3,9 \% \text{CH}_4$

Bei diesen Bedingungen stellte sich stationär ein Bogen mit einem optisch sichtbaren Durchmesser von 25 mm ein.

3. Grundlagen zur Messung der Ionentemperatur aus der Doppler- Verbreiterung von Spektrallinien

Wir machen die Voraussetzung, dass das Plasma vollständig ionisiert ist, sich in Ruhe befindet und die Ionen einer Maxwellverteilung gehorchen. Die thermische Bewegung eines Ions in einem Plasma führt wegen des Doppler-Effektes zu einer Verschiebung der von dem Ion emittierten Spektrallinie. Die Überlagerung aller verschobenen Linien führt zu einer Verbreiterung des gesamten Profils. Wir gehen von einem orthogonalen Koordinatensystem ξ, η, ζ aus. Bezeichnen wir die Geschwindigkeitskomponente eines Ions in der Sichtlinie mit v_ξ , so gibt die Maxwellverteilung der Geschwindigkeiten für den Bruchteil dN/N_0 der Ionen, deren ξ -Komponente der Geschwindigkeit zwischen v_ξ und $v_\xi + dv_\xi$ liegt:

$$\frac{dN}{N_0} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{v_\xi}{v_0}\right)^2} \cdot \frac{dv_\xi}{v_0} \quad (1)$$

(Das Integral auf der rechten Seite von (1) über alle v_ξ von $-\infty$ bis $+\infty$ ist gleich eins).

Der Mittelwert von v_ξ^2 folgt aus (1)

$$\overline{v_\xi^2} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} v_\xi^2 \cdot e^{-\left(\frac{v_\xi}{v_0}\right)^2} \cdot \frac{dv_\xi}{v_0} = \frac{1}{2} v_0^2,$$

wobei v_0 die wahrscheinlichste Geschwindigkeit ist, während die mittlere Geschwindigkeit \bar{v} durch die Beziehung $\bar{v} = (2/\sqrt{\pi}) v_0$ bestimmt ist.

Damit ist der Mittelwert des Quadrates der Gesamtgeschwindigkeit

$$\overline{v^2} = \overline{v_\xi^2} + \overline{v_\eta^2} + \overline{v_\zeta^2} = \frac{3}{2} v_0^2;$$

Da nach dem Gleichverteilungssatz die mittlere kinetische Energie der Translationsbewegung pro Teilchen $1/2 m \overline{v^2} = 3/2 kT$ ist (m = Masse des betreffenden Ions, k = Boltzmannkonstante), so wird

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 kT}{m}} = \sqrt{\frac{2 RT}{\mu}} \quad (\mu = \text{Atomgewicht}; R = \text{Gaskonstante}).$$

Die Geschwindigkeitskomponente v_{ξ} gibt eine Verschiebung $\Delta\lambda$ der Wellenlänge λ um

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_{\xi}}{c} \quad (\omega = 2\pi c/\lambda \quad ; \quad c = 2,997 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}).$$

Insbesondere gilt

$$\frac{\Delta\omega_D}{\omega} = \frac{\Delta\lambda_D}{\lambda} = \frac{v_0}{c} \quad (2)$$

Für die relative Intensitätsverteilung in der Spektrallinie folgt damit ($d\Delta\omega = d\omega$, $d\Delta\lambda = d\lambda$):

$$\frac{dI}{I} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\Delta\omega}{\Delta\omega_D}\right)^2} \cdot \frac{d\omega}{\Delta\omega_D} \quad \text{bzw.} \quad \frac{dI}{I} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_D}\right)^2} \cdot \frac{d\lambda}{\Delta\lambda_D}$$

dI/I ist auf die Hälfte abgesunken für $e^{-\left(\frac{\Delta\lambda}{\Delta\lambda_D}\right)^2} = 1/2$.

Wir erhalten für die ganze Halbwertsbreite der dopplerverbreiterten Linie mit Gl. (2)

$$2 \Delta'\lambda = \frac{\lambda}{c} 2 \sqrt{\ln 2} \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$$

Nach der Temperatur aufgelöst ergibt sich:

$$T_i = \frac{\mu}{2R} \left(\frac{2c \Delta'\lambda}{2\sqrt{\ln 2} \lambda} \right)^2 \quad (3)$$

Bei den erwarteten Temperaturen in der Größenordnung von 10^5 K und einer angenommenen Wellenlänge $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ ergibt sich nach Gl. (3) für Kohlenstoff die Halbwertsbreite $2 \Delta'\lambda = 0,33 \text{ \AA}$. Diese Zahl soll unserer weiteren Diskussion zugrunde gelegt werden.

Wir werden alle massgeblichen Verbreiterungsmechanismen, die in unserem Plasma eine Rolle spielen, gegen sie abschätzen.

3.1 Kohlenstoff als geeignete Beimischung im Wasserstoffplasma

Aus der Theorie der Starkverbreiterung durch Mikrofelder und aus vielen experimentellen Untersuchungen ergab sich, dass die Wasserstofflinien bei Dichten von einigen 10^{15} cm^{-3} breiter als 1 \AA sind, diese also nicht für Doppler-Messungen in Frage kommen. Ausserdem ist das neutrale Wasserstoffatom im Innern des Bogens bei den erwarteten Temperaturen bereits "ausgestorben", so dass die Bestimmung der Achsentemperatur nicht möglich wäre.

Um die Gastemperatur auch im Bogenzentrum messen zu können, muss man dem Wasserstoff ein Element beimischen, das bei den Temperaturen im Innern des Bogens noch Linien emittiert. Da die Doppler-Verbreiterung mit abnehmendem Atomgewicht zunimmt (proportional $1/\sqrt{\mu}$), liegt es nahe, dem Wasserstoff Helium beizumischen. Die Starkverbreiterung der He II - Linien (He I - Linien kommen für den achsennahen Bereich nicht in Betracht) liegt in der Grössenordnung von einigen Zehnteln Ångström bis zu einigen Ångström. Die Trennung der beiden Effekte sollte in wenigen günstigen Fällen möglich sein, da der Starkeffekt zu einem Lorentzprofil führt, der Doppler-Effekt dagegen zu einem Gaussprofil. Die erreichbare Genauigkeit dürfte in diesem Fall jedoch sicher nicht sehr gross sein. Deshalb muss man andere leichte Elemente suchen, die sich einfach dem Wasserstoff zumischen lassen und bei denen der Doppler-Effekt der dominierende Verbreiterungsprozess ist.

Wegen der einfachen technischen Ausführung bietet sich dafür Kohlenstoff an, der sich z. B. als CH_4 dem H_2 hinzufügen lässt. Versuche ergaben nun, dass im Zentrum des Lichtbogens C III und C IV-Linien emittiert werden; C I- und C II-Linien kommen zur Messung nicht in Betracht, weil sie im Zentrum des Bogens bereits nicht mehr emittiert werden. (s. dazu Abb. 3).

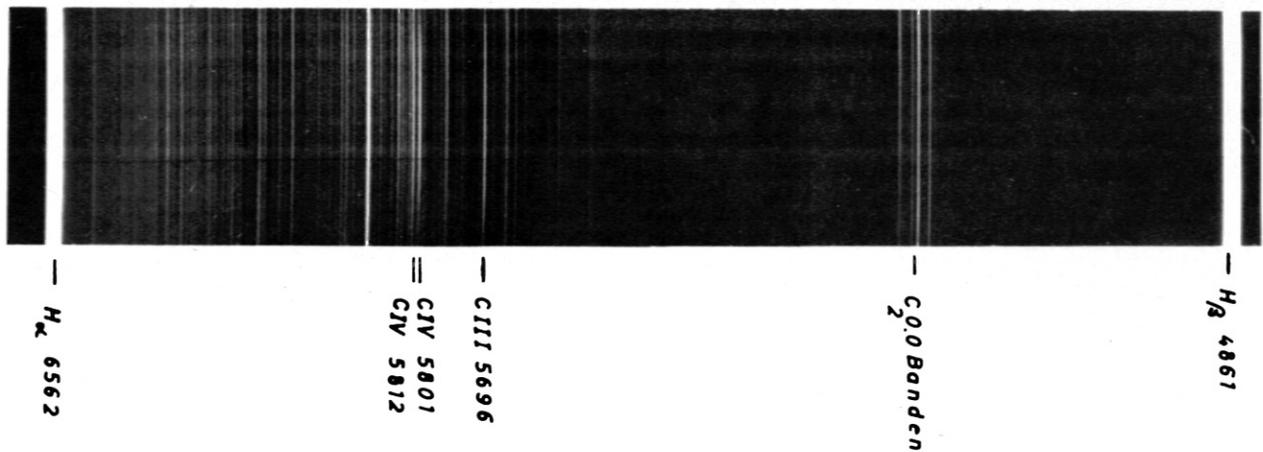


Abb. 3 Side-on Spektrum eines H_2 -Plasmas mit einem Zusatz von 3,9 % CH_4 .

Wir müssen nun untersuchen, ob sich in dem Spektrum geeignete C III- und C IV-Linien befinden, bei denen alle auftretenden Verbreiterungsmechanismen gegen die Doppler-Verbreiterung zu vernachlässigen sind oder zumindest klar von dieser getrennt werden können.

3.2 Abschätzung störender Einflüsse auf die Form dopplerverbreiteter C III- und C IV-Linien

Als Grundlage für unsere Abschätzung machen wir folgende Annahmen: Das Plasma ist vollionisiert, stationär und in axialer, d. h. z-Richtung homogen über den Bereich, aus dem wir spektroskopisch unsere Information gewinnen wollen.

Die Achsentemperaturen seien in der Grössenordnung von 10^{50} K. Die zweifach bzw. dreifach ionisierten Kohlenstoff-Ionen emittieren Licht aus optisch dünnen Schichten.

3.2.1 Starkaufspaltung

Die beobachteten elektrischen Felder betragen nach (3) axial etwa 3 Volt/cm und radial bis zu 400 Volt/cm.

Für wasserstoffähnliche Ionen, d. h. Ionen mit hoher Hauptquantenzahl n , gilt nach White (4) für die Termverschiebung in 1. Näherung (Rechnung mit parabolischen Koordinaten)

$$\Delta T = A \cdot E$$

[E = elektrische Feldstärke in Volt/cm;

$$A = \frac{3 h^2}{8 \pi^2 m \cdot e \cdot c} \frac{n(n_2 - n_1)}{Z} \quad ;$$

e = Elementarladung;

c = Lichtgeschwindigkeit;

Z = Kernladungszahl;

h = Planck. Wirkungsquantum;

$$n = n_1 + n_2 + |m| + 1$$

Hauptquantenzahl;

$$n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots, n - |m| - 1$$

"parabolische Quantenzahlen" ;

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (n - 1)$$

magnetische Quantenzahl.]

Der Ausdruck $n(n_2 - n_1)/Z$ ist für Kohlenstoff etwa 1, so dass die Terme aufspalten

$$\Delta T = 6,42 \cdot 10^{-5} \cdot E .$$

Daraus folgt eine mittlere Termverschiebung

$$\Delta T = 0,0002 \text{ \AA} \text{ für } E = 10 \text{ Volt cm}^{-1}$$

$$\Delta T = 0,008 \text{ \AA} \text{ für } E = 400 \text{ Volt cm}^{-1} .$$

Die resultierende Wellenlängenverschiebung ist dann ungefähr gleich dem doppelten Wert der Termverschiebung, in jedem Fall klein gegen den Doppler-Effekt.

3. 2. 2 Zeeman-Aufspaltung

Durch Einfluss eines äusseren Magnetfeldes spalten die Energieniveaus der Spektrallinien in Komponenten auf. Die Grössenordnung dieser sog.

Zeemanaufspaltung liefert uns bereits die klassische Theorie (s. z. B. White (4)).

Bezeichnen wir mit $\Delta \lambda_z$ die aus der Niveauverschiebung resultierende Wellenlängenänderung (in cm), so gilt:

$$\Delta \lambda_z = \frac{\lambda_0^2}{h c} \mu_0 B$$
$$\Delta \lambda_z = 4,67 \cdot 10^{-5} \cdot \lambda_0^2 B \quad (5)$$

(μ_0 = Bohrsches Magneton;
 λ_0 = Wellenlänge der unverschobenen Spektrallinie in cm;
B = Betrag der magnetischen Induktion in Gauss).

Nehmen wir eine mittlere Wellenlänge von $5 \cdot 10^3 \text{ \AA} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ und ein Magnetfeld von $30 \text{ k}\Gamma$, so finden wir mit (5) eine Wellenlängenverschiebung $\Delta \lambda_z = \pm 0,35 \text{ \AA}$.

Diese Aufspaltung ist mit der Doppler-Breite vergleichbar. Es ist daher erforderlich, die Zeeman-Aufspaltung der für die Doppler-Messungen in Betracht kommenden Spektrallinien genauer zu betrachten. Die Aufspaltung der Linien muss grösser sein als die Linienbreite, damit die HwB der Linien gemessen werden kann.

Eine semiklassische (Landé-Vektor-Modell) wie die quantenmechanische Behandlung des Zeeman-Effektes (z. B. (5)) führen übereinstimmend zu den auch experimentell bestätigten Formeln für die Termnaufspaltung. Dabei müssen jedoch folgende wichtige Voraussetzungen erfüllt sein:

- a) Die auftretenden Magnetfelder dürfen nicht so gross sein, dass das Produkt aus Bohrschem Magneton μ_0 und magnetischer Induktion B - d. h. die Energie der Aufspaltung - mit den Intervallen der Feinstruktur der Linien vergleichbar ist oder sie übertrifft. Bei starken Magnetfeldern, die diese Bedingung nicht erfüllen, spricht man vom Paschen-Back-Effekt, für den andere Formeln als für die Aufspaltung beim Zeeman-Effekt gelten.

b) Für die Ionenterme gilt die Russell-Saunders-Kopplung (R. -S. -K.).

Die Berechnung der Zeeman-Aufspaltung ist im allgemeinen Fall beliebiger (nicht R. -S. -)Kopplung unmöglich bzw. nur in grober Näherung möglich.

Für die Energie der Aufspaltung beim Zeeman-Effekt schreiben wir nach (5)

$$\Delta E = \mu_0 \cdot g \cdot M_j \cdot B$$

oder wenn wir wie in Gl. (5) die resultierende Wellenlängenverschiebung $\Delta \lambda_z$ direkt haben wollen:

$$\Delta \lambda_z = M_j \cdot g \cdot \mu_0 \cdot B \cdot \lambda_0^2 / h \cdot c \quad (6)$$

Es bedeuten in den beiden Formeln

$M_j = -J, -J+1, \dots, J$ Projektion des Gesamtdrehimpulses \vec{J} auf die Richtung der magn. Induktion \vec{B} in Einheiten von \hbar ;

$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$ Landé-Faktor;

L, S, J sind Quantenzahlen für Bahndrehimpuls, Spin und Gesamtdrehimpuls.

Für das Experiment wichtig ist auch die Polarisierung der Zeeman-Komponenten, die sich aus der folgenden Regel bestimmt:

Beobachtungsrichtung \perp zum Magnetfeldvektor \vec{H}

$M_j = \pm 1$ linear polarisiert \perp zu \vec{H} σ -Komponenten
 $M_j = 0$ linear polarisiert \parallel zu \vec{H} π -Komponenten

Beobachtungsrichtung \parallel zum Magnetfeldvektor \vec{H}

$M_j = \pm 1$ zirkular polarisiert σ -Komponenten
 $M_j = 0$ verboten.

An unserem Lichtbogen kommt aus technischen Gründen nur die Beobachtung side-on, d. h. senkrecht zum Vektor der magnetischen Feldstärke, in Frage.

Mit Hilfe eines Polarisationsfilters lassen sich jeweils σ - oder π -Komponenten herausfiltern. Welche Komponenten tatsächlich ausgewertet werden können, hängt ab von ihrer Wellenlängenverschiebung $\Delta \lambda_z$ und ihren Intensitäten.

Wir werden an anderer Stelle dieses Abschnitts auf den Zeeman-Effekt zurückkommen, wenn wir uns auf eine begrenzte Anzahl von Spektrallinien festgelegt haben, um die Aufspaltungsbilder zu diskutieren.

3.2.3 Hyperfeinstruktur (HFS)

Die HFS-Aufspaltung der Spektrallinien reicht bis in die Größenordnung der zu messenden Wellenlängendifferenzen. Sie kann besonders störend werden bei Lichtbogen mit überlagertem Magnetfeld, weil dort noch eine Zeeman-Aufspaltung der Komponenten der HFS hinzukommen kann.

Da wir uns jedoch auf Kohlenstoff als Beimischung zum Wasserstoff festgelegt haben, spielt die HFS aus folgendem Grunde keine Rolle:

Die vom Kernmoment durch Kopplung mit dem Bahndrehimpuls und Spin des Elektrons erzeugte Term-aufspaltung ist dem Kernspin i proportional. Bei C^{12} ist $i = 0$, d. h. die Terme spalten nicht auf. Ein weiterer Grund für eine Hyperfeinstruktur ist die Isotopenverschiebung der Energieterme eines Atoms oder Ions. Kohlenstoff besteht aus den stabilen Isotopen C^{12} und C^{13} , wobei letzteres einen Anteil von 1,1 % hat. Wegen dieser geringen Häufigkeit von C^{13} können wir auch diesen Effekt vernachlässigen.

3.2.4 Starkverbreiterung

Die Linienverbreiterung infolge der Wechselwirkung (W_w) des strahlenden Atoms oder Ions in einem Plasma mit freien Teilchen wird ausführlich von A. Unsöld (6) behandelt. Danach spricht man von van der Waals-Verbreiterung, wenn die W_w mit einem Atom anderer Art als das strahlende, von Resonanzverbreiterung, wenn die W_w mit einem Atom gleicher Art, und Starkverbreiterung, wenn die W_w mit Ionen und Elektronen stattfindet.

Der Starkeffekt wird im wesentlichen durch die elektrischen Mikrofelder der Ionen verursacht.

Allgemeingültige quantitative Aussagen über den Starkeffekt bei C III- und C IV-Linien lassen sich nicht machen. Man muss die Termverschiebungen und die daraus folgenden Verbreiterungen der jeweiligen Spektrallinien nach quantenmechanischen und klassischen Arbeiten, z. B. von Unsöld (6), Bockasten (7) und Murakawa und Yamamoto (8) gesondert ausrechnen. Bergstedt (1) hat unabhängig von uns eine Linienauswahl an C III- und C IV-Linien für Doppler-Messungen getroffen und hat übereinstimmend folgende Linien als geeignet befunden:

$$\text{C III } 5696 \text{ \AA} \text{ und C IV Dublett } 5801/5812 \text{ \AA}.$$

Nach Berechnungen von Bergstedt haben die drei aufgeführten Linien für ein ganz ähnliches Plasma eine Starkverbreiterung in der Grössenordnung von $0,001 \text{ \AA}$, d. h. dieser Effekt ist gegen die zu erwartende Doppler-Verbreiterung von $0,35 \text{ \AA}$ sicher zu vernachlässigen.

3. 2. 5 Zeeman-Verbreiterung

Zeeman-Verbreiterung tritt auf, wenn man ein Linienprofil beobachtet, das sich aus Linien zusammensetzt, die aus Gebieten mit verschiedener magnetischer Feldstärke emittiert werden.

Nach R. Wienecke (9), J. Raeder und S. Wirtz (10) erhält man in Lichtbogen, denen ein achsenparalleles Magnetfeld überlagert ist, einen Druckanstieg in der Bogensäule. Da die Druckdifferenz durch eine Magnetfeldänderung aufrecht erhalten wird, emittiert das Plasma aus einem Gebiet sich räumlich kontinuierlich ändernden Magnetfeldes.

Mit unseren experimentellen Werten: Aussendruck $p_a = 2 \text{ Torr}$, äusseres Magnetfeld $B_0 = 30 \text{ k}\Gamma$ finden wir nach (10) für das Bogenzentrum $p_{r=0} = 3,238 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2$ (= 243 Torr) und eine Magnetfeldänderung über den Bogenradius von 130Γ . Daraus folgt eine Zeeman-Verbreiterung

unter Anwendung von Gl. (5) von:

$$\delta \lambda_z \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}$$

Dieser Wert liegt nur eine Grössenordnung über der natürlichen Linienbreite und darf deshalb unberücksichtigt bleiben.

Wir wollen nun die Zeeman-Aufspaltung (s. 3.2.1) noch einmal aufgreifen und gemäss der Gl. (6) für die zur Messung ausgewählten C III- und C IV-Linien die Aufspaltungsbilder angeben:

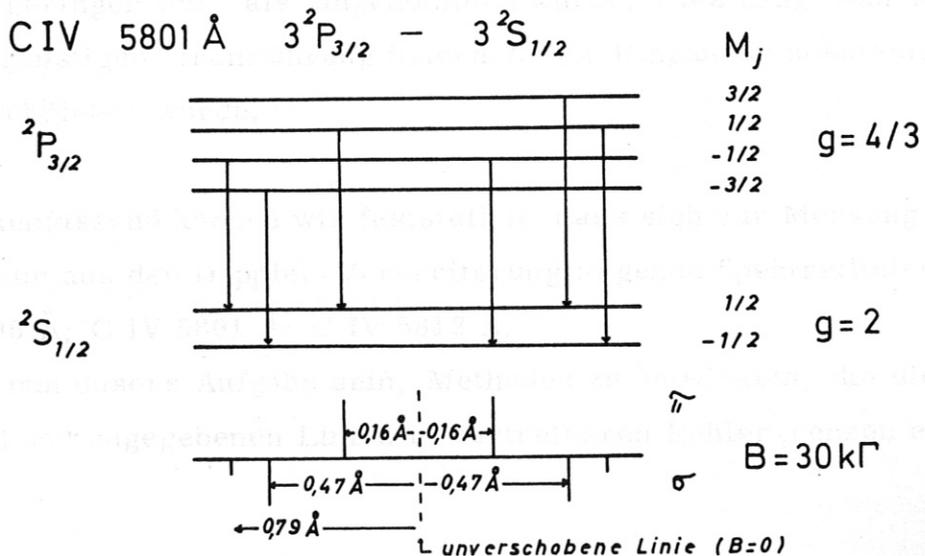
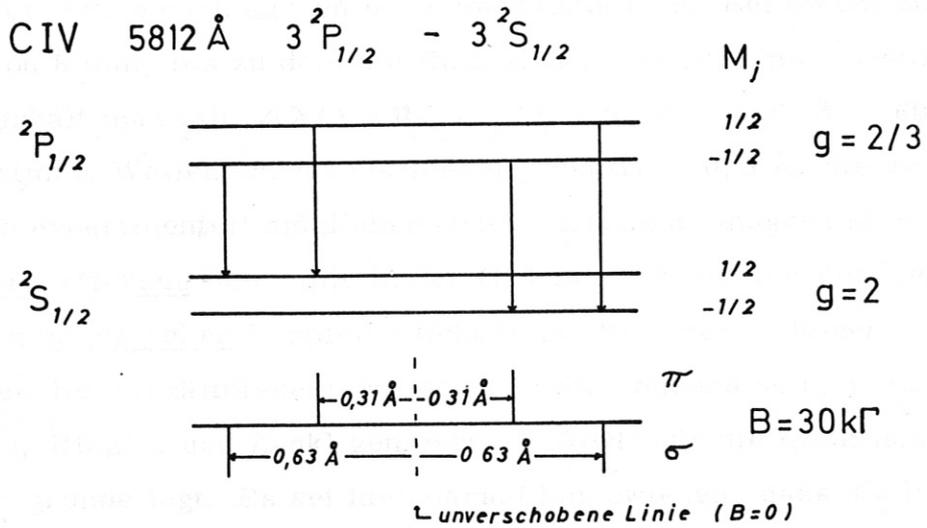
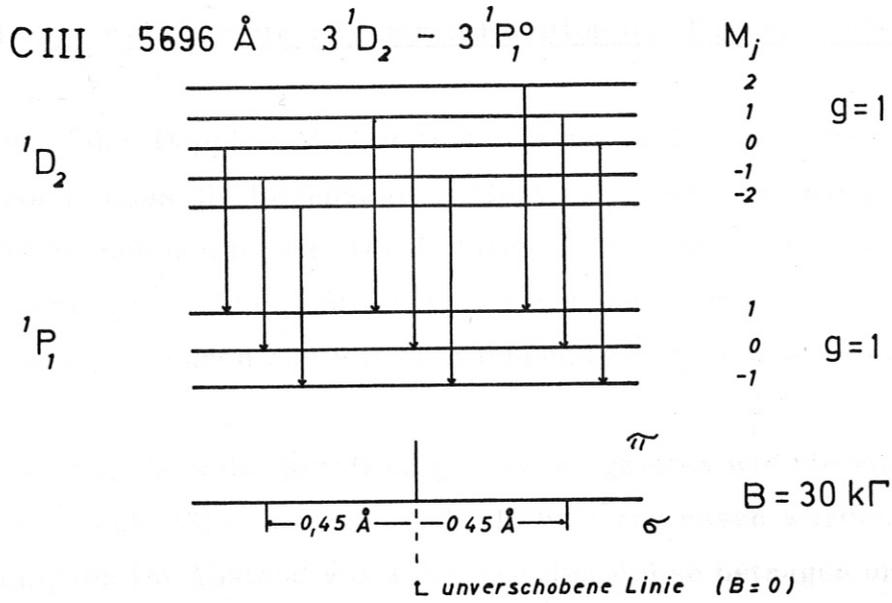


Abb. 4 Zeeman-Aufspaltung einiger Kohlenstofflinien bei einem Magnetfeld von 30 kΓ

3.2.6 Doppler-Verbreiterung durch Rotation der Plasmasäule

Die Messung der Doppler-Verbreiterung kann auch noch dadurch stark gestört werden, dass die Bogensäule rotiert, wie es Mahn, Ringler und Zankl (3) beschrieben haben. Die Rotation wird dadurch angefacht, dass bei homogenem B-Feld der Strom in der Ringanode quer zum B-Feld fließen muss, wodurch zur Rotation führende Lorentzkräfte auftreten.

Nimmt man an, dass die Rotationsgeschwindigkeiten wie sie von Mahn, Ringler und Zankl (3) und auch von F. Döbele* gemessen wurden, etwa $3 \cdot 10^6$ cm/sec im Abstand von 1 cm von der Achse betragen und die ganze Plasmasäule starr rotiert, so wächst die Doppler-Verschiebung vom Werte Null in der Achse nach aussen mit dem Radius r an. Bei einem mittleren Radius von 8 mm, bis zu dem die Emission von C III-Linien beobachtet wurde, erhält man mit $\Delta\lambda/\lambda = v_{\varphi}/c$; $v_{\varphi} = \omega \cdot r$ und $\lambda = 6000 \text{ \AA}$ eine maximale Wellenlängenverschiebung von $\Delta\lambda = 0,5 \text{ \AA}$, die wegen der endlichen experimentell möglichen Ortsauflösung Δx insgesamt zu einer Linienverbreiterung führt, die in der Grössenordnung der Verbreiterung durch den thermischen Doppler-Effekt liegt. Rotiert der Bogen nicht starr, so werden die Verhältnisse nicht grundsätzlich anders sein, wenn man die von Mahn, Ringler und Zankl gemessenen Werte für die Rotationsgeschwindigkeit zugrunde legt. Es sei hier darauf hingewiesen, dass die Rotationsgeschwindigkeit des von uns untersuchten Lichtbogens sicher um eine Grössenordnung geringer war, als angenommen wurde. Dies hängt wahrscheinlich mit der günstigen Stromführung innerhalb der Ringanode zusammen, wie sie oben beschrieben wurde.

Zusammenfassend können wir feststellen, dass sich zur Messung der Ionen-temperatur aus der Doppler-Verbreiterung folgende Spektrallinien eignen: C III 5696 \AA ; C IV 5801 \AA ; C IV 5812 \AA .

Es wird nun unsere Aufgabe sein, Methoden zu entwickeln, die die Messung der HWB der angegebenen Linien in vertretbaren Fehlergrenzen erlauben.

*
private Mitteilung

4. Versuchsaufbau

Aus dem Zeeman-Aufspaltungsschema der ausgewählten C III- und C IV-Linien geht hervor, dass die einzelnen Komponenten nur mit einem Apparat hohen Auflösungsvermögens getrennt werden können. Um die Halbwertsbreiten der Linien zu bestimmen, müssen wir die Profile bis in die Flügel hinein kennen. Der Abstand zweier Zeeman-Komponenten muss daher so gross sein, dass sich die Linien nicht überlappen.

4.1 Spektrograf

Ein 2 mm Plangitterspektrograf (Jenaoptik) schied aus Intensitätsgründen aus. Wir machten deshalb zunächst Aufnahmen mit einem Steinheil-Prismen-Glasspektrografen. Sein Auflösungsvermögen war nicht hoch genug, um damit die Zeeman-Komponenten der Kohlenstofflinien trennen zu können, aber er erwies sich als geeignet für die Aufnahme von Uebersichtsspektren und radialen Intensitätsverteilungen (s. Kapitel 5).

Nach einigen Vorversuchen entschieden wir uns schliesslich dazu, ein Fabry-Perot-Interferometer mit dem Spektrografen zu "kreuzen". Der Prismenspektrograf trifft eine Linienvorauswahl und das Interferometer löst in die einzelnen Komponenten auf. Die Abbildung wird so gewählt, dass eine Ortsauflösung möglich ist, d. h. jedem Interferenzring ein bestimmter Ort im Lichtbogen entspricht. Abb. 5 zeigt eine Uebersichtsaufnahme mit dem gekreuzten System.

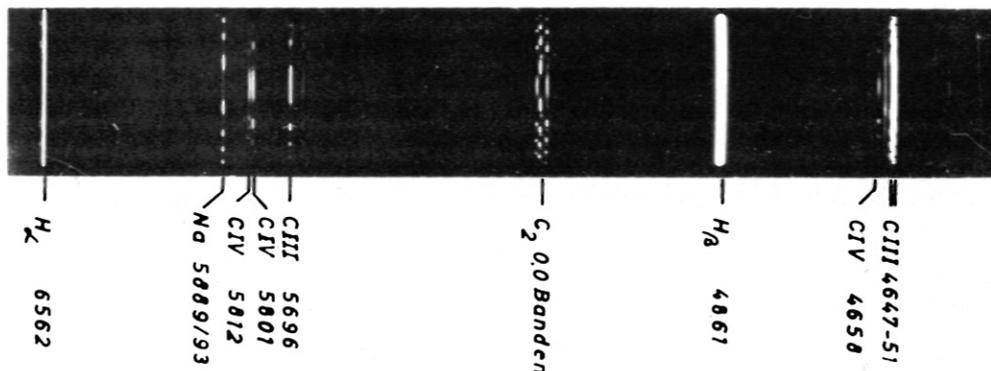


Abb. 5 Side-on Spektrum eines H₂-Plasmas mit einem Zusatz von 3,9 % CH₄. Aufnahme über Steinheil-Spektrografen und F. -P. -Interferometer (1 mm Plattenabstand).

4.2 Fabry-Perot-Interferometer

Das F.-P.-Interferometer mit feststehenden Platten hat grosse Vorteile gegenüber anderen Geräten mit hohem Auflösungsvermögen (A. V.). Es ist einfach im Prinzip, nicht kostspielig und das A. V. kann über einen weiten Bereich durch Wahl des Plattenabstandes und des Reflexionsvermögens der Platten geändert werden.

Die Lichtausbeute ist erheblich besser als bei Spektrografen mit vergleichbarem A. V., der grosse Nachteil des F.-P. ist jedoch der sehr kleine nutzbare Spektralbereich bei hohem A. V. . Mit anderen Worten: Ist die Wellenlängendifferenz von zwei Linien grösser als der nutzbare Spektralbereich, so überlappen sich die Ordnungen der Interferenz und die Linien sind nicht mehr unterscheidbar. (Bei einem A. V. von $0,03 \text{ \AA}$ ist der nutzbare Spektralbereich z. B. nur noch $0,2 \text{ \AA}$).

Der optische Teil des Etalons besteht aus zwei Glasplatten, deren eine Seite so plan wie möglich ausgeführt sein muss (hier etwa $\lambda/80$ plan) und deren andere prismatisch geschliffen ist, um Reflexionen im Gehäuse des Etalons zu vermeiden, die zu störenden Falschlicht-Interferenzmustern führen würden.

Die Oberflächen der geschliffenen Plattenseiten sind mit einem Metallfilm aus Silber bedampft. Die bedampften Seiten der Platten werden in einer konstanten, parallelen Position durch Ringe aus Invar gehalten. Zur genaueren Justierung liegen die Abstandsringe nur an drei sehr exakt geschliffenen Flächen auf den Platten auf. (Wir benutzten Abstandsringe von 1 mm bis 7,5 mm Dicke). Die Platten (50 mm ϕ) sind in einem offenen, zylindrischen Gehäuse aus V2A-Stahl unter Federspannung eingebracht.

Lässt man die Lichtverluste durch interne Reflexionen in den Glasplatten ausser acht, so kann man das F.-P.-Interferometer behandeln, als sei es eine planparallele Luftplatte, deren Oberflächen durch ein hohes Reflexionsvermögen charakterisiert ist. Eine genauere Darstellung der Eigenschaften des Fabry-Perot ist z. B. zu finden bei K. W. Meissner (11) oder R. F. de Vries (12).

Wir wollen hier lediglich einige zum Verständnis dieser Arbeit notwendige Eigenschaften des F. -P. -Etalons aufführen:

Trifft ein Bündel paralleler, monochromatischer Lichtstrahlen von einer ausgedehnten Lichtquelle auf die Platten eines F. -P. -Interferometers, so entsteht in der Brennebene eines abbildenden Systems ein Muster aus konzentrischen Kreisen. Die Radien dieser Interferenzringe hängen ab vom Neigungswinkel φ_i der einfallenden Teilbündel des Ausgangslichtes zur Normalen der Platten und von der Brennweite der Projektionslinse. Ein Ring wird aus Strahlen gleicher Neigung aber verschiedenen Azimuts gebildet.

Die Ordnung p der Interferenz ist gegeben durch:

$$p_i = (2 t / \lambda_o) \cos \varphi_i \quad (7)$$

(t = Abstand der Platten des Etalons und λ_o = Wellenlänge des einfallenden Lichts).

Nur für solche Richtungen, für welche p_i ganze Zahlen ergeben, beobachtet man helle Interferenzringe.

Sei f die Brennweite des Objektivs, R_i der Radius des i -ten Interferenzkreises der Ordnung p_i , so gilt

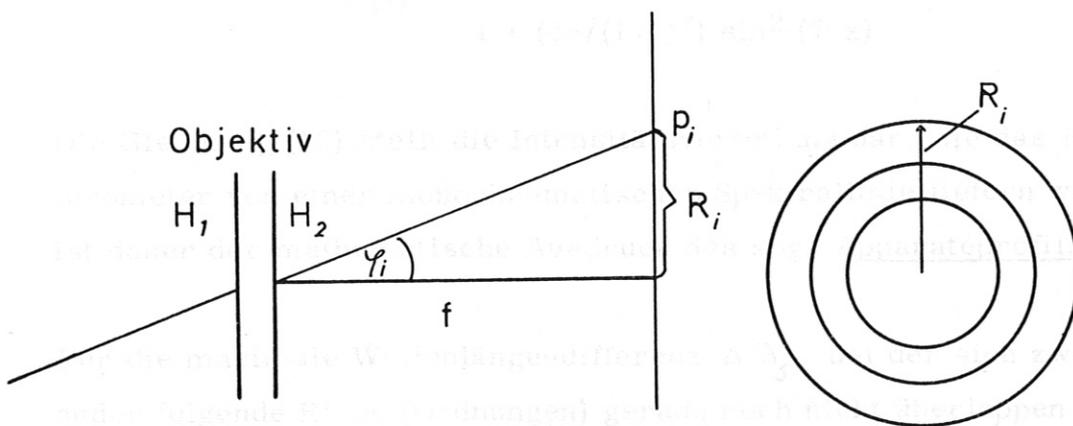


Abb. 6

$$\cos \varphi_i = f / (f^2 + R_i^2)^{1/2} \approx 1 - R_i^2 / 2f^2 \quad (\text{für } R \ll f).$$

Mit (7) ergibt sich:

$$p_i = (2t / \lambda_0) (1 - R_i^2 / 2f^2) \quad (8)$$

Unter Berücksichtigung des Reflexionsvermögens r und der Durchlässigkeit s errechnet man durch Ueberlagerung von unendlich vielen ebenen Partialwellen (der einfallenden Primärwelle) folgende Intensitätsverteilung in den Interferenzringen:

$$J(p) = \frac{s^2 / (1 - r)^2}{1 + (4r / (1 - r)^2) \sin^2 (\pi p)} \quad (9)$$

Ist m eine ganze Zahl, so folgt für:

$$\begin{aligned} p = m & \quad J_{\max} = s^2 / (1 - r)^2 \\ p = m + 1/2 & \quad J_{\min} = s^2 / (1 + r)^2 \end{aligned}$$

Wir schreiben diese als Airy-Profil bekannte Intensitätsverteilung in der auf 1 normierten Form ($J_{\max} = 1$) in Einheiten des Abstandes zweier aufeinanderfolgender Maxima $\Delta \lambda_s$ (in \AA) mit $x = (\Delta \lambda / \Delta \lambda_s)$.

$$J(x) = \frac{1}{1 + (4r / (1 - r)^2) \sin^2 (\pi x)} \quad (10)$$

Die Gleichung (10) stellt die Intensitätsverteilung dar, die das F.-P.-Interferometer von einer monochromatischen Spektrallinie liefern würde, und ist daher der mathematische Ausdruck des sog. Apparateprofils.

Für die maximale Wellenlängendifferenz $\Delta \lambda_s$, bei der sich zwei aufeinander folgende Ringe (Ordnungen) gerade noch nicht überlappen (Nutzbarer Spektralbereich), findet man

$$\Delta \lambda_s = \lambda_0^2 / 2t \quad (11)$$

Die Halbwertsbreite des Apparateprofils (10) hat in 1. Näherung folgende Gestalt:

$$A_{\lambda} = (\Delta \lambda_s / \pi) ((1 - r_{\text{eff}}) / \sqrt{r_{\text{eff}}}) \quad (12)$$

wobei r_{eff} das effektive Reflexionsvermögen ist, das sich nach (12) auf drei Arten bestimmen lässt:

- 1) Vergleich des experimentell bestimmten Instrumentenprofils mit theoretischen Airy-Kurven.
- 2) Bestimmung des inversen Kontrastfaktors

$$\frac{1}{c} = \frac{J_{\text{max}}(x)}{J_{\text{min}}(x)} = \left(\frac{1 - r_{\text{eff}}}{1 + r_{\text{eff}}} \right)^2 \quad (13)$$

- 3) Bestimmung der effektiven sog. Feinheit des Etalons

$$F_{\text{eff}} = \frac{\Delta \lambda_s}{A_{\lambda}} = \frac{\pi \sqrt{r_{\text{eff}}}}{1 - r_{\text{eff}}} \quad (14)$$

Mit c aus Gl. (11) und A_{λ} aus Gl. (12).

Als Auflösungsvermögen des F.-P.-Interferometers definiert Meissner (11): Zwei Komponenten monochromatischen Lichtes sind gerade dann aufgelöst, wenn das Hauptintensitätsmaximum der einen Komponente übereinstimmt mit dem ersten Intensitätsminimum der anderen. In der gesamten Verteilung verhält sich dann die Intensität in der Mitte zwischen den beiden Komponenten zu J_{max} wie 1 : 0,8. Danach ergibt sich aus (10) in 1. Näherung

$$R_p = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \approx 3 p \sqrt{r_{\text{eff}}} / (1 - r_{\text{eff}}) \quad (15)$$

Hierbei ist $p = 2 t / \lambda$ für $\varphi = 0$, d. h. $\cos \varphi = 1$ gesetzt.

Schliesslich geben wir noch einen Ausdruck für die lineare Dispersion des Etalons in Abhängigkeit vom Radius R der Interferenzringe an:

$$|D_t| = \frac{|\Delta R|}{|\Delta \lambda|} = \frac{f^2}{R \lambda_0} \quad (16)$$

(f = Brennweite des Objektivs).

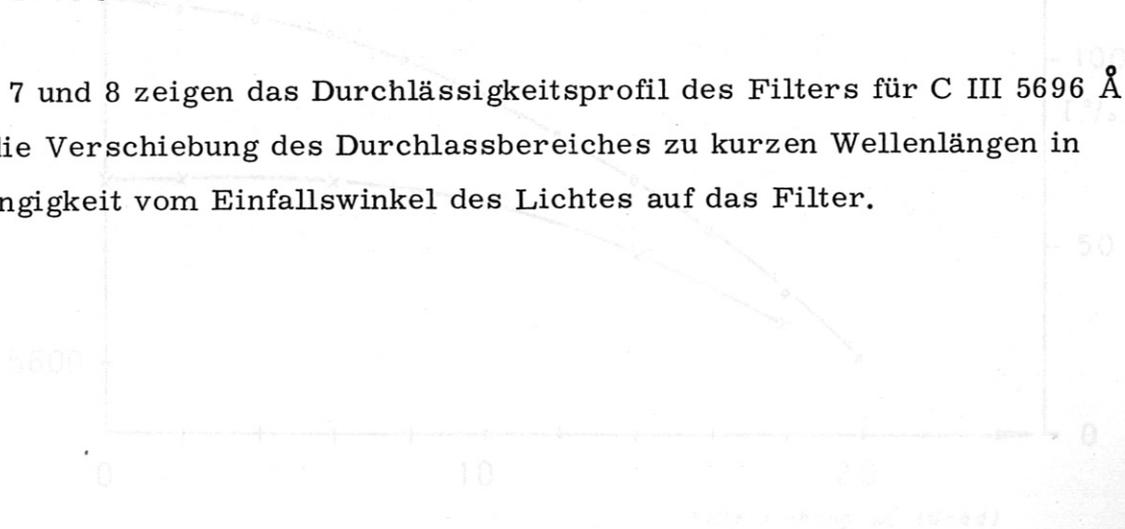
4.3 Schmalbandige Interferenzfilter

Auswertbare Spektren der C III- und C IV-Linien waren mit dem "gekreuzten" System aus Spektrograf und Fabry-Perot nur durch 40 - 50 nacheinander vorgenommenen Belichtungen, d. h. mit eben so vielen Entladungen zu erreichen.

Wir ersetzten daher den Steinheil-Spektrografen durch Interferenzfilter, die einen so schmalen Durchlassbereich aufwiesen, dass innerhalb der Bandbreite des Filters nur die zu messende Linie durchgelassen wurde.

Die Filter für die Linien C IV 5801 Å und 5812 Å hatten 40 mm ϕ und eine maximale Durchlässigkeit von 40 % bei einer Halbwertsbreite von 4 Å. Das Filter für die Linie C III 5696 Å mass 25 mm im Durchmesser; das Durchlässigkeitsprofil hatte sein Maximum bei 60 % bei einer HwB von 10 Å.

Abb. 7 und 8 zeigen das Durchlässigkeitsprofil des Filters für C III 5696 Å und die Verschiebung des Durchlassbereiches zu kurzen Wellenlängen in Abhängigkeit vom Einfallswinkel des Lichtes auf das Filter.



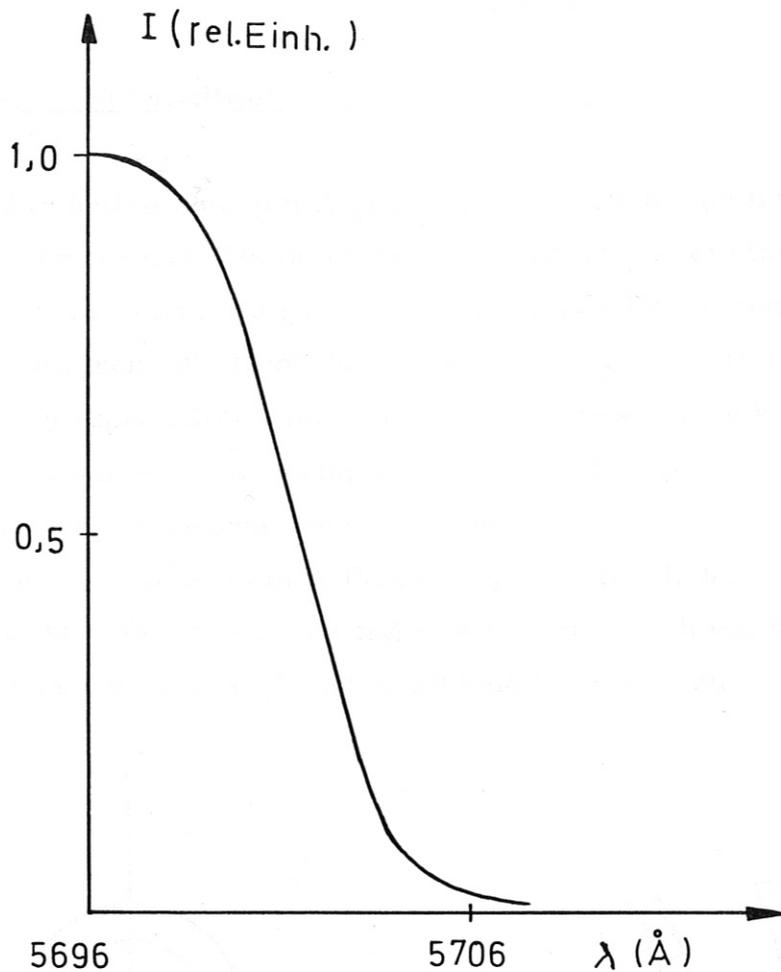


Abb. 7

Durchlässigkeitsprofil des Interferenzfilters für C III 5696 Å.

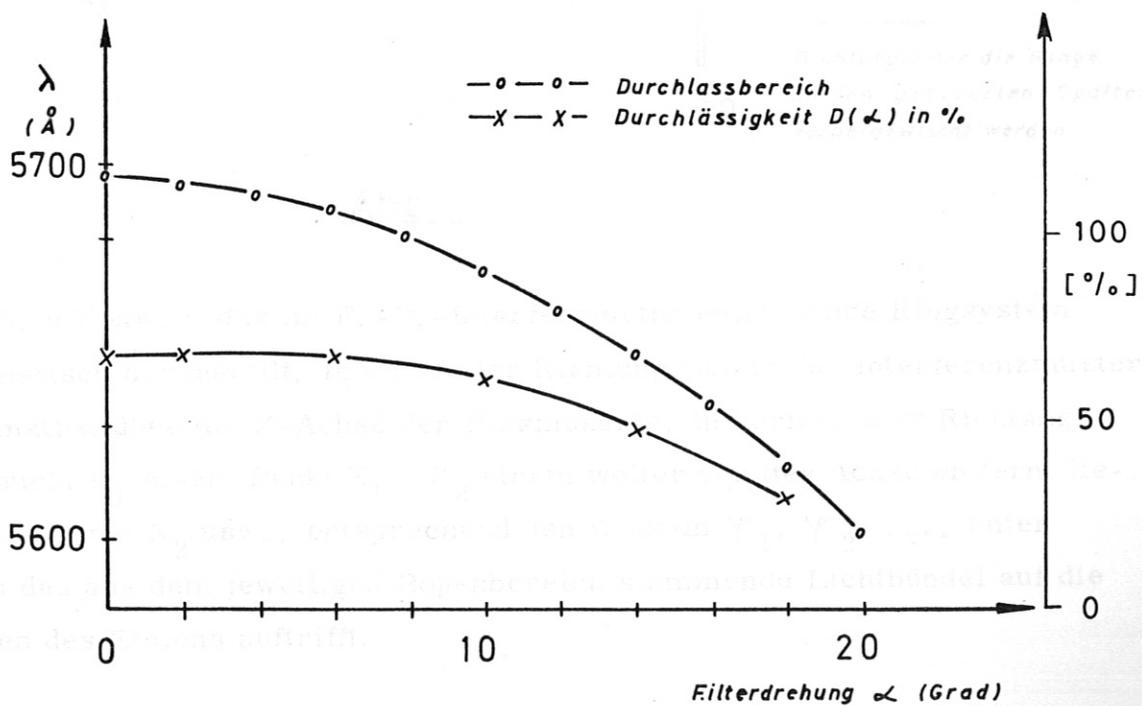


Abb. 8

Messdaten des Interferenzfilters für C III 5696 Å.

4.4 Fotomultiplier

Wir hatten uns zum Ziel gesetzt, mit Hilfe der Interferenzfilter das vom Fabry-Perot-Etalon gebildete Ringsystem bei einer einzigen Entladung aufzunehmen. Es gelang uns zwar, das Interferenzmuster direkt zu fotografieren, die Grobkörnigkeit des benutzten Filmmaterials (Kodak 2485 High-speed-Recording mit 42 DIN) liess jedoch keine ausreichende Genauigkeit der Profilmessung zu. (Bei den Rotationsmessungen werden wir auf dieses Verfahren zurückgreifen).

Die Anwendung eines Fotomultipliers (EMI, 9656 F Super S-11, 1300 - 1500 V Betriebsspannung) erschien uns nach einigen Vorversuchen erfolgversprechender als fotografische Methoden zu sein.

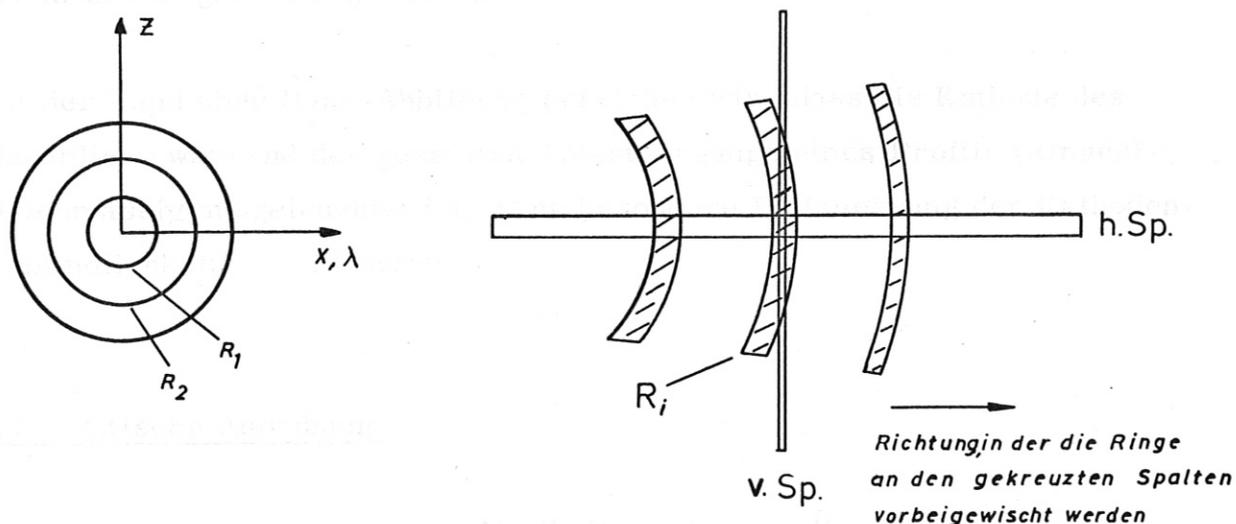


Abb.9

In Abb. 9 links ist das im F. -P. -Interferometer entstehende Ringsystem schematisch dargestellt. In vertikaler Richtung liefert das Interferenzmuster Information über die Z-Achse der Plasmasäule, in horizontaler Richtung entspricht R_1 einem Punkt X_1 , R_2 einem weiter von der Achse entfernten Punkt X_2 usw., entsprechend den Winkeln $\gamma_1, \gamma_2, \dots$, unter denen das aus dem jeweiligen Bogenbereich stammende Lichtbündel auf die Platten des Etalons auftrifft.

Wir kreuzen nun zwei ortsfeste Spalte (s. Abb. 9 rechts), die wir mit h. Sp. und v. Sp. bezeichnen, in der Brennebene der Abbildung. Der vertikale Spalt schneidet einen schmalen Streifen (die Breite des Schlitzes entspricht etwa der HwB des Instrumentenprofils) aus dem Ring mit dem Radius R_i in X, λ -Richtung aus; der horizontale Spalt begrenzt den Ringausschnitt, dessen Profil gemessen werden soll, in Z -Richtung und wird so schmal gehalten (etwa 1 mm breit), dass die Krümmung des Ringausschnittes vernachlässigbar ist.

Das ganze Ringsystem wird mit Hilfe eines Drehspiegels an den gekreuzten Spalten innerhalb der konstanten Phase einer Entladung "vorbeigewischt". Das von den Spalten ausgeblendete Licht wird in einer Hand über Hand-Abbildung (Abb. 10) gleichmässig auf die Kathode eines Foto-Multipliers (Typ EMI 9656 F mit Super S-11 Kathode) abgebildet und elektronisch mit einem Oszillografen registriert.

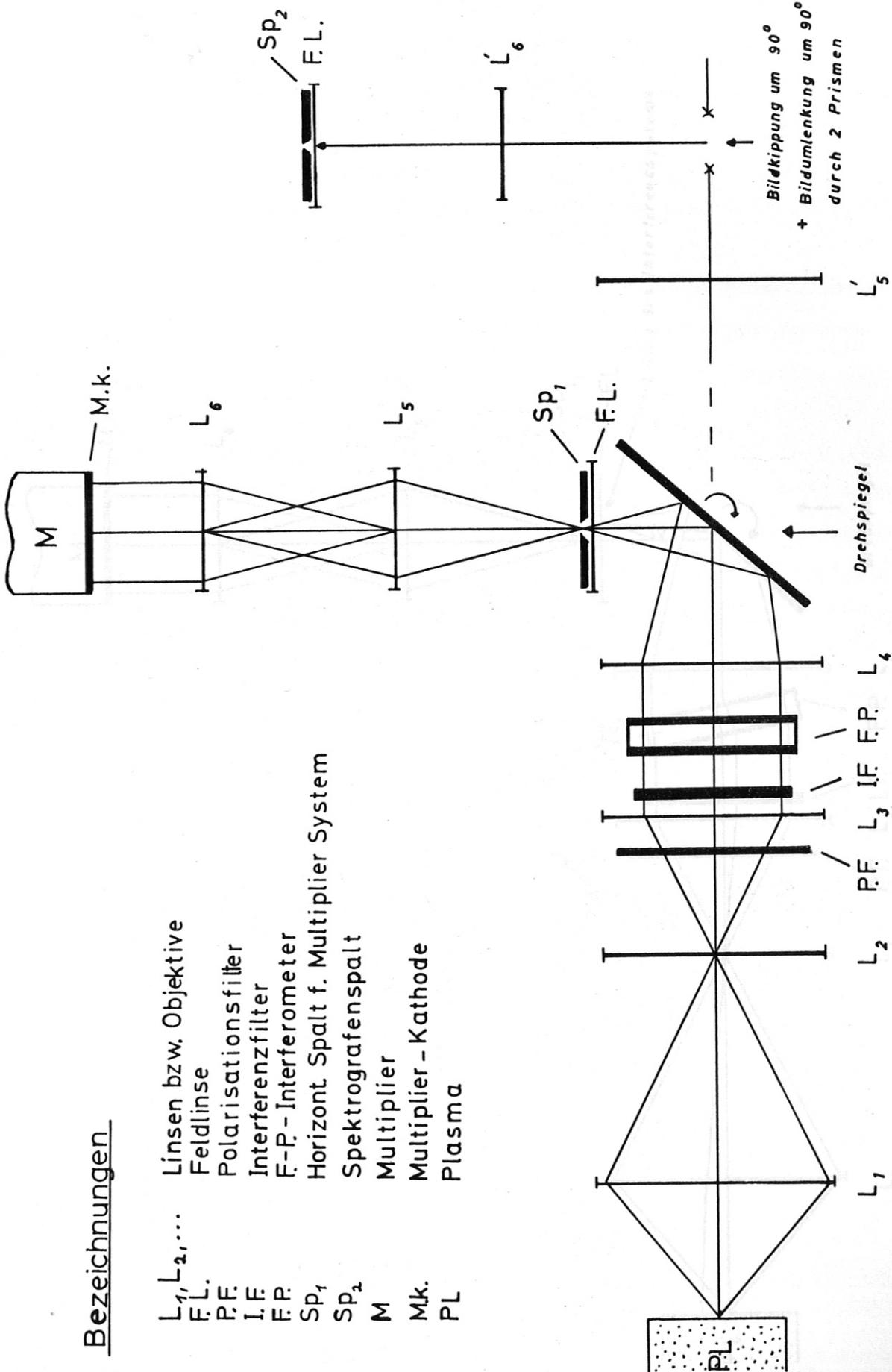
Mit der Hand über Hand-Abbildung erreichen wir, dass die Kathode des Multipliers während des gesamten Abtastvorgangs eines Profils (Ringes) gleichmässig ausgeleuchtet ist. Eine besondere Eichmessung der Kathodempfindlichkeit entfällt somit.

4.5 Optische Anordnung

Wir haben in vorangegangenen Abschnitten einzelne Komponenten der Versuchsanordnung bereits besprochen. Hier wollen wir den gesamten Aufbau an Hand von zwei schematischen Skizzen erläutern.

Die Entladung wurde "side-on" entweder auf den Spalt eines Steinheil-3-Prismen-Glasspektrografen oder auf zwei gekreuzte Spalte abgebildet, die zu dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Foto-Multiplier-System gehörten.

Der Strahlengang ist in Abb. 10 durch Angabe der Abbildung zweier wichtiger Punkte der Plasmasäule schematisch dargestellt. Das Fabry-Perot-Interferometer steht senkrecht zum Zentralstrahl des vom Lichtbogen kommenden Lichtbündels. (Das soll als Normalstellung des Etalons bezeichnet werden).



Bezeichnungen

- L_1, L_2, \dots Linsen bzw. Objektive
- F.L. Feldlinse
- P.F. Polarisationsfilter
- I.F. Interferenzfilter
- F.P. F-P-Interferometer
- SP_1 Horizont. Spalt f. Multiplier System
- SP_2 Spektrografenspalt
- M Multiplier
- Mk. Multiplier - Kathode
- PL Plasma

Abb.10 Optische Anordnung (Normalstellung des F.-P.-Interferometers)

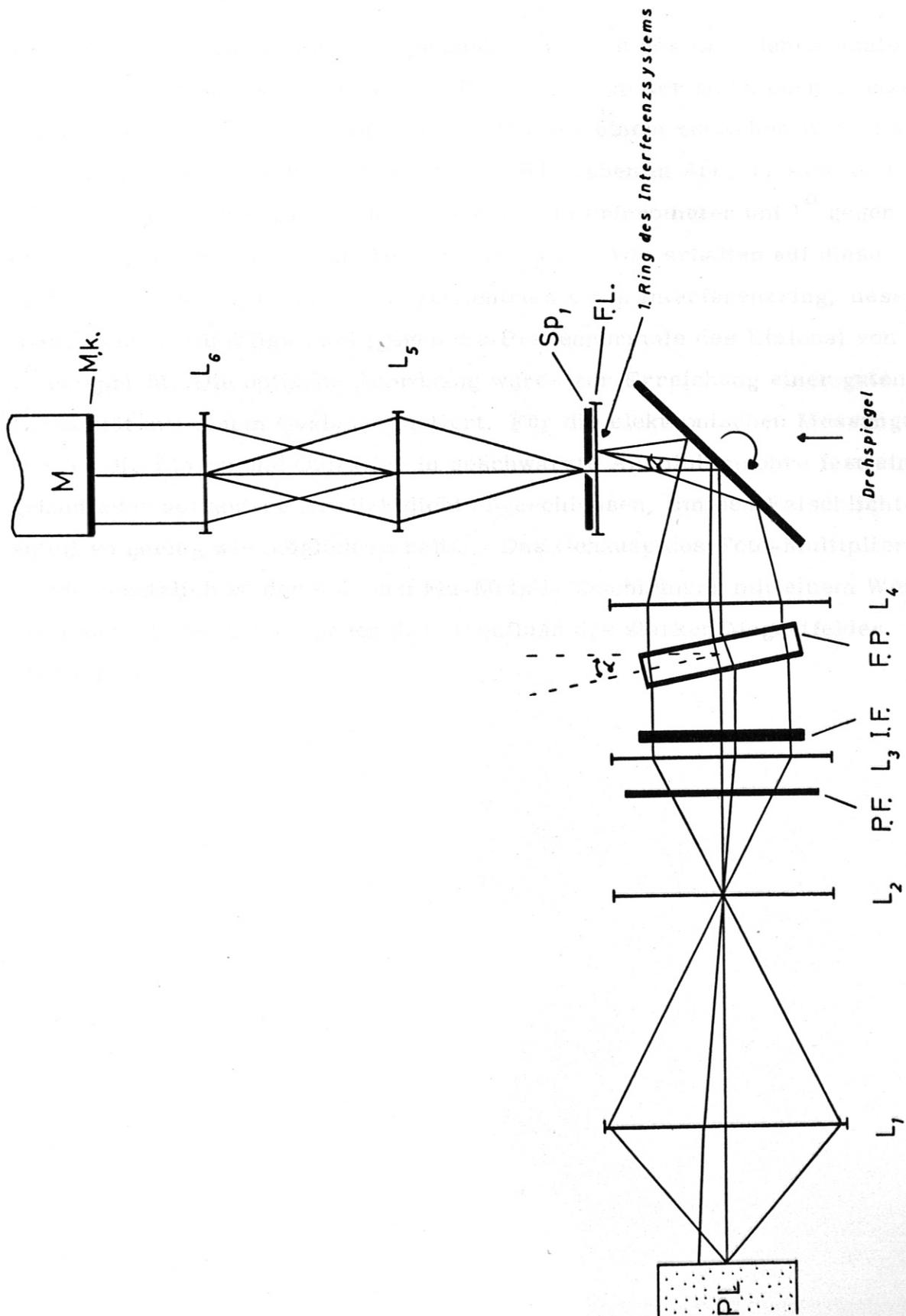


Abb.11 Optische Anordnung („Gekippte Stellung“ des F-P-Interferometers)

Das Zentrum des Bogens ($r \approx 0$) erscheint im Zentrum des Ringsystems; es kann jedoch wegen der dort vorliegenden unendlichen linearen Dispersion (s. Gl. 16) kein auswertbares Intensitätsprofil aufgenommen werden.

Wenn wir die Temperatur im achsennahen Bereich des Entladungskanals messen wollen, müssen wir das F.-P.-Interferometer so "kippen", dass das Lichtbündel aus dem Gebiet um $r = 0$ unter einem endlichen Winkel zur Normalen auf die Etalonplatten auftrifft. Wir haben in Abb. 11 skizziert, wie sich der Strahlengang ändert, wenn das Interferometer um 1° gegen die Normalstellung der Abb. 10 "gekippt" wird. Wir erhalten auf diese Weise von dem Licht aus dem Bogenzentrum einen Interferenzring, dessen Radius einem Einfallswinkel (gegen die Plattennormale des Etalons) von 1° entspricht. Die optische Anordnung wurde zur Erreichung einer guten "Linearität" mit einem Gaslaser justiert. Für die elektronischen Messungen wurden die Linsen und Objektive in geschwärzte Aluminiumrohre fest eingebaut oder auf andere Art lichtdicht abgeschlossen, um den Falschlichtanteil so gering wie möglich zu halten. Das Gehäuse des Foto-Multipliers wurde zusätzlich zu der üblichen Mu-Metall-Abschirmung mit einem Weicheisenmantel zum Schutz gegen den Streufluss des starken Magnetfeldes ($30 \text{ k}\Gamma$) umgeben.

5. Messung und Auswertung

5.1 Bestimmung des Apparateprofils des F.-P.-Interferometers

Nach Abschnitt 4. 2 ist die Apparatefunktion vollständig bestimmt, wenn das Licht einer streng monochromatischen Linie durch das Etalon geschickt wird und die Profile der Interferenz-Kreise aufgezeichnet werden. Wir mussten daher möglichst schmale Linien zur Messung hernehmen. Als geeignet erwiesen sich die Linie

Cd 6438 Å (Int. Wellenlängenstandard), die wir in einer Hg-Cd Niederdrucklampe anregten, und die Laserlinie 6328 Å eines kont. He-Ne-Lasers (Siemens).

Die Cadmium-Linie nahmen wir mit dem Steinheil-Spektrografen auf Platten auf. (Etalon-Plattenabstand 3,02 mm). Wir setzen zu diesem Zweck die Hg-Cd-Lampe an den Ort des Lichtbogens, um den gesamten optischen Lichtweg wie bei den späteren Doppler-Messungen benutzen zu können. Das Profil der Laserlinie registrierten wir elektronisch mit einer Anordnung, wie sie Abb. 10 zeigt. (1 mm Etalon-Abstandsring).

Nach Abschnitt 4. 2 ermittelten wir aus diesen Messungen das effektive Reflexionsvermögen: (Wir führen hier nur die Berechnungen auf, die die Messung mit dem Etalon bei 1 mm Plattenabstand betreffen).

1.) Wir rechneten numerisch auf einer IBM 7090 Rechenmaschine nach Gl. (10) mit $\Delta\lambda_s = 1,6 \text{ Å}$ Airy-Profilen bei verschiedenen Reflexionsvermögen r aus. Wie Abb. 13 zeigt, ist die Übereinstimmung des gemessenen Profils mit dem Airy-Profil für $r = 0,7$ am besten.

2.) Der inverse Kontrastfaktor ($J_{\max} : J_{\min}$) betrug $1/C = 1/26$, damit ergibt sich mit Gl. (13)

$$r_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{C} - 1}{\sqrt{C} + 1} = 0,67$$

3.) Nach Gl. (14) finden wir für die effektive Feinheit des Etalons

$$F_{\text{eff}} = \frac{\Delta \lambda_S}{A_\lambda} = \frac{\sqrt{r_{\text{eff}}}}{1-r_{\text{eff}}} = 7,3 \quad \curvearrowright \quad r_{\text{eff}} = 0,67$$

Das Mittel aus 1.), 2.), 3.) beträgt $r_{\text{eff}} = 0,68$.

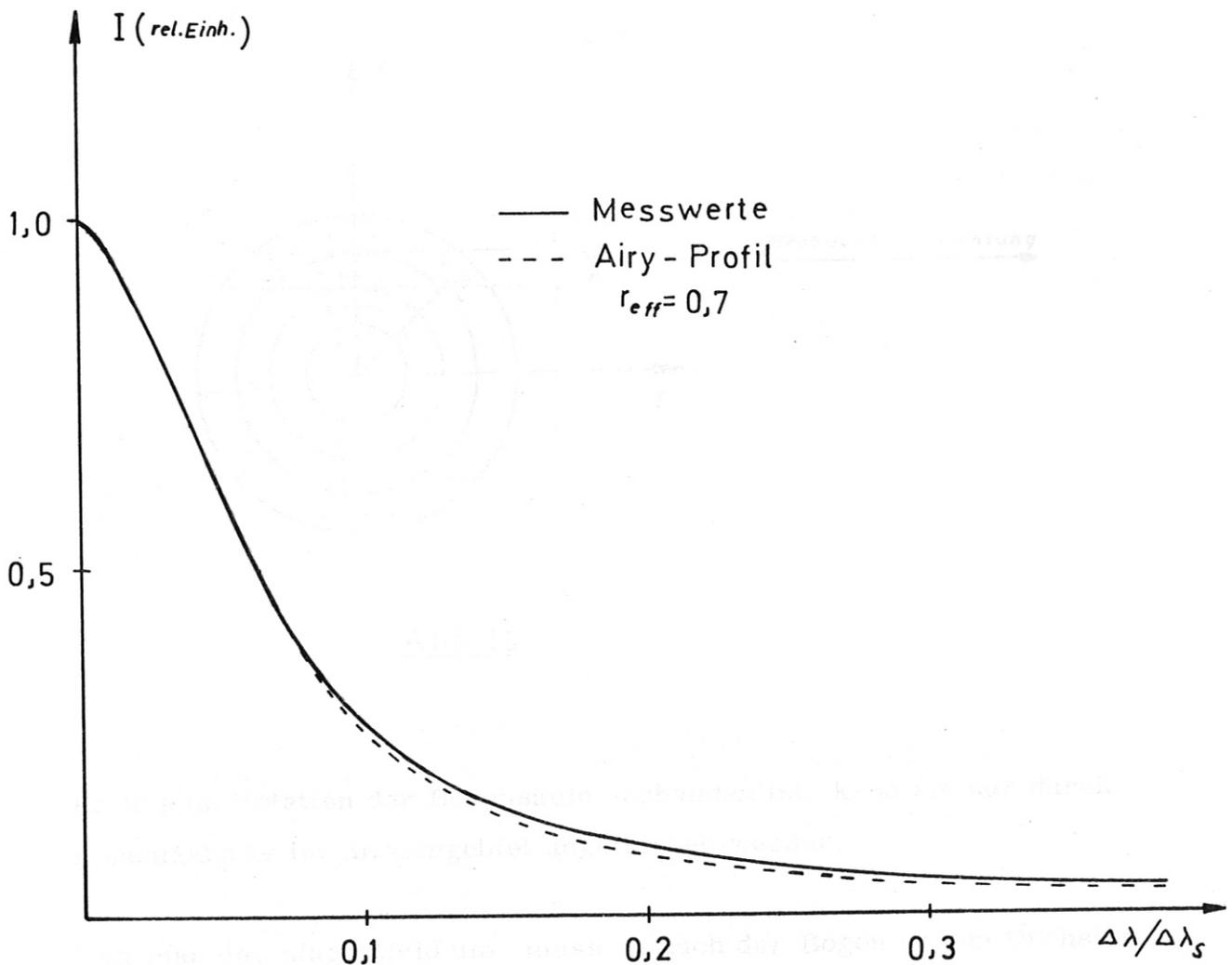


Abb. 12

Apparateprofil des F. - P. - Interferometers

(Plattenabstand $t = 1 \text{ mm}$; $\lambda_{\text{Laser}} = 6328 \text{ \AA}$; $\Delta\lambda_S = 2 \text{ \AA}$)

Bevor wir über die Messung der dopplerverbreiterten Profile berichten, weisen wir noch nach, dass die Rotationsgeschwindigkeit der Plasmasäule (sofern der Bogen überhaupt rotiert) so klein ist, dass die dadurch verursachte Linienverbreiterung klein gegen die Dopplerbreite ist.

5.2 Untersuchung der Rotation des Bogens

In einem Bogenausschnitt zwischen x und $x + \Delta x$ (s. Abb. 13) kommen bei side-on Betrachtung einer rotierenden Plasmasäule alle Geschwindigkeitskomponenten v_y in der Sichtlinie vor, die dem Betrag nach zwischen Null und einem Maximalbetrag v_{my} liegen. Da jene Komponenten alle die gleiche Richtung haben, erfährt eine Spektrallinie eine unsymmetrische Verbreiterung (In Abb. 13 zu langen Wellenlängen hin).

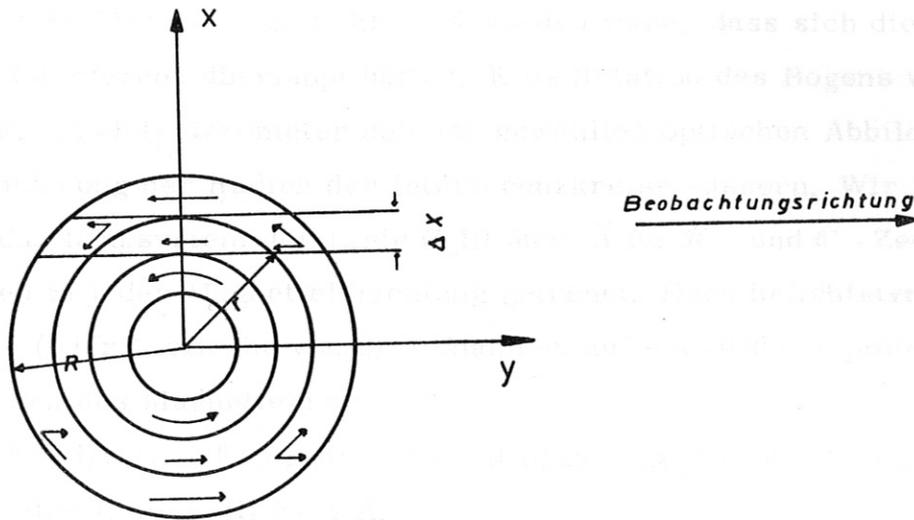


Abb. 13

Falls eine Rotation der Bogensäule vorhanden ist, kann sie nur durch Lorentzkräfte im Anodengebiet angetrieben werden.

Wandelt man das Magnetfeld um, muss so auch der Bogen seinen Drehsinn ändern. Die Spektrallinie erscheint dann unsymmetrisch verbreitert zu kurzen Wellenlängen hin, da sich das Plasma in unserem Modell zum Beobachter hin bewegt.

Wir können demnach den zweifachen Doppler-Effekt messen, wenn wir zwei Aufnahmen auf einem Film registrieren und das Magnetfeld nach der ersten Aufnahme umpolen.

Wegen der geringen Intensität der nach Abschnitt 3 ausgewählten Kohlenstofflinien verwendeten wir zur Messung ein Fabry-Perot-Interferometer in Verbindung mit einem schmalbandigen Interferenzfilter für die betreffende Linie. Wir interessierten uns besonders für mögliche Rotationsgeschwindigkeiten in den inneren Zonen der Plasmasäule. ($r < 8$ mm). Da dort die thermische Doppler-Verbreiterung jedoch einige Zehntel Ångström beträgt, konnten wir das Auflösungsvermögen des Fabry-Perot nicht über $0,07 \text{ \AA}$ hinaus steigern (Plattenabstand des Etalons $3,02$ mm, nutzbarer Spektralbereich $0,53 \text{ \AA}$, C III 5696 \AA), weil bei noch kleinerem Auflösungsvermögen der nutzbare Spektralbereich so klein geworden wäre, dass sich die Ordnungen der Interferenz überlappt hätten. Eine Rotation des Bogens würde sich beim F.-P.-Interferometer und der gewählten optischen Abbildung in einer Änderung der Radien der Interferenzkreise äussern. Wir fotografierten das Ringsystem der Linie C III 5696 \AA für π - und σ -Zeeman-Komponenten in jeder Magnetfeldrichtung getrennt. Dann belichteten wir jeweils zwei (oder Vielfache von 2) Aufnahmen auf ein Bild und polten zwischen den Aufnahmen das Magnetfeld um.

Abbildung 14 zeigt zwei Fotografien vom Ringsystem der π -Zeeman Komponente der Linie C III 5696 \AA .

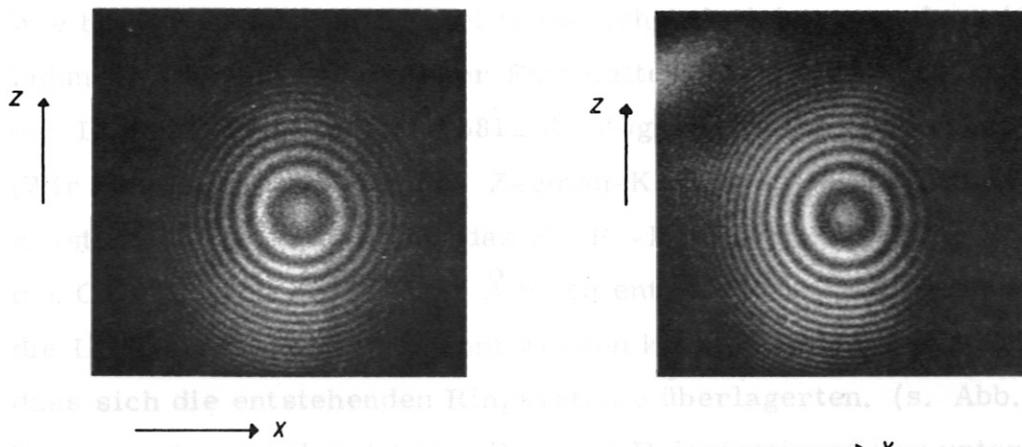


Abb. 14
Fotografien des Ringsystems der π -Zeeman-Komponente der Linie C III 5696 \AA

Die fotometrische Bestimmung der Radien der Interferenzringe bei den Einzelaufnahmen und die Registrierung der Profile bei den übereinanderbelichteten Aufnahmen ergab übereinstimmend, dass innerhalb der Messgenauigkeit von etwa 5 % keine Verschiebung der Interferenzkreise bei Umpolung des Magnetfeldes beobachtet werden konnte.

Wir schliessen daraus, dass innerhalb der Messgenauigkeit von etwa 5 % keine Verschiebung der Interferenzkreise bei Umpolung des Magnetfeldes beobachtet werden konnte.

Wir schliessen daraus, dass Doppler-Verschiebungen infolge Rotation des Bogens grösser als $0,03 \text{ \AA}$ nicht vorkommen, d. h. dass die Rotationsgeschwindigkeit an unserem Bogen höchstens $1,6 \cdot 10^5 \text{ cm/sec}$ bei einem mittleren Radius von 6 mm sein konnte. Diesen möglichen Doppler-Effekt infolge makroskopischer Bewegung in Beobachtungsrichtung werden wir bei der Fehlerabschätzung der Ionentemperaturmessungen als scheinbare Temperaturerhöhung berücksichtigen.

5.3 Elektronisch registrierte Profile

Ursprünglich beabsichtigten wir, die Aufnahmen ausschliesslich über das "gekreuzte" System aus Spektrograf und F. - P. - Interferometer zu gewinnen. Wie bereits beschrieben, stellte es sich jedoch heraus, dass 40 - 50 Entladungen (je nach verwendeter Fotoplatte) notwendig waren, um die Profile der Linien C III 5695 \AA und 5812 \AA fotografisch aufzeichnen zu können. (Wir benutzten dabei die π - Zeeman-Komponenten der Linien wegen ihrer günstigeren Aufspaltung für das F. - P. - Interferometer. Die σ - Komponenten des C IV-Dubletts $5801/5812 \text{ \AA}$ lagen entweder so dicht beieinander, dass die Linien nicht völlig getrennt werden konnten, oder so weit auseinander, dass sich die entstehenden Ringsysteme überlagerten. (s. Abb. 4). Diese Komponenten wurden daher mit einem Polarisationsfilter unterdrückt.

Um eine Mittelung über eine so grosse Anzahl von Entladungen zu vermeiden, versuchten wir, die Linienprofile elektronisch zu registrieren. Die Versuchs-

anordnung wurde in Abschnitt 4. 5 beschrieben und in Abb. 10 und 11 skizziert.

Nachzutragen wäre hier, dass bei den Aufnahmen über den Spektrografen die Belichtungszeit von 0, 5 sec während der konstanten Phase (0, 8 sec) von Magnetfeld und Bogenstrom mit einem Magnetverschluss eingehalten wurde. Für die elektronischen Messungen wählten wir folgendes Triggersystem:

Unter dem mit einem Synchronmotor angetriebenen Drehspiegel war eine Messingscheibe angebracht. Durch ein Loch in dieser Scheibe traf bei bestimmter Stellung des Spiegels das Licht einer Miniaturlampe auf eine Fotodiode, mit der über ein Zeitrelais das Zündsystem und der Oszillograf gesteuert wurden.

Durch passende Wahl der Spiegel-Umdrehungsgeschwindigkeit erreichten wir, dass das Ringsystem in 0, 5 sec (während der gesamten stationären Phase der Entladung von 0, 8 sec) elektronisch registriert wurde.

Mit dem zweiten Strahl eines Zweistrahl-Oszillografen zeichneten wir gleichzeitig den zeitlichen Verlauf der Gesamtlichtemission über den vollen Zeitraum einer Entladung auf. Wir konnten auf diese Weise bei jeder Entladung prüfen, ob das Triggersystem den richtigen Zeitpunkt der Auslösung für das Zündsystem des Bogens und den Oszillografen gegeben hatte.

Wegen der relativ langsamen Abtastung des Ringsystems durften wir die Frequenz-Bandbreite auf 100 Hz beschränken, ohne die Profile in ihrer Form zu verfälschen. Da die Rauschspannung eines Multipliers proportional mit der Quadratwurzel aus der Bandbreite zunimmt, hatte unsere Massnahme den Erfolg, dass das Signal/Rausch-Verhältnis ein Optimum bei gegebener Lichtintensität und längstmöglicher Entladungsdauer wurde.

Die elektronische Aufzeichnung der Profile gelang uns allerdings nur mit der C III-Linie $\lambda = 5696 \text{ \AA}$, da sich das Filter für die C IV-Linien als fehlerhaft erwies. Die Messung der radialen Intensitätsverteilung (elektronische Messungen für C III und Aufnahmen auf Fotoplatten aller von uns

ausgewählten Linien) zeigte uns, nach Ausführen der Abelinversion, dass sowohl die C IV- als auch die C III-Linien im Zentrum der Plasmasäule noch strahlten. Aus diesem Grund war die notwendig gewordene Beschränkung auf die C III-Linie nicht von Schaden.

In Abb. 15 ist eine typische Polaroidaufnahme von den Profilmessungen der Linie C III 5696 Å (π -Komponente) wiedergegeben.

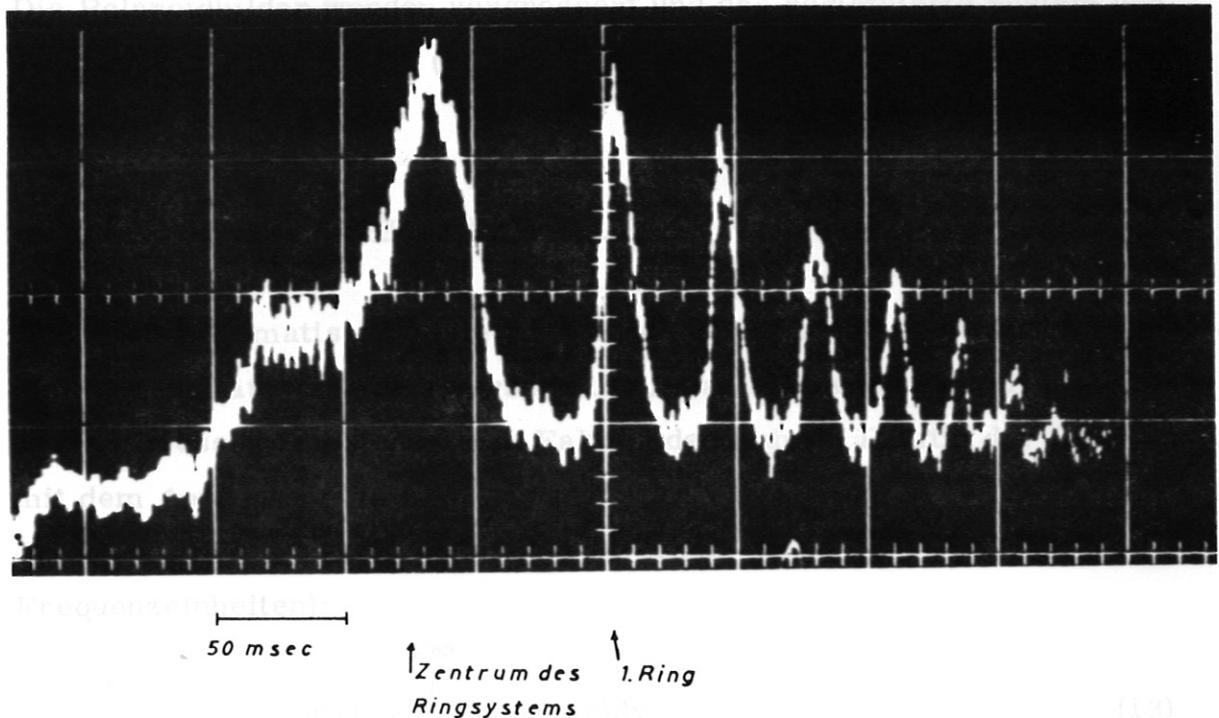


Abb. 15 Elektronische Registrierung des Ringsystems von C III 5696 Å (Etalon 1° "gekippt").

5.4 Entzerrung der gemessenen Linienprofile

Für ein Ringsystem mit den Radien R_1, R_2, \dots, R_i und der linearen Dispersion D_1 gilt

$$d\lambda = dR \cdot \frac{1}{D_1}$$

Daraus folgt mit D_1 nach Gl. (16)

$$\Delta \lambda = \int_{R_0}^{R_0 + \Delta R} \frac{1}{D_e} dR = \frac{\lambda_0}{2f^2} [2 R_0 \Delta R + (\Delta R)^2] \quad (17)$$

(R_0 - Anfangspunkt des Entzerrungsvorgangs; $\lambda = 5696 \text{ \AA}$; $f = 200 \text{ mm}$).

Als Anfangspunkt R_0 wählten wir das erste Intensitätsminimum des Ringes mit der höchsten Interferenzordnung. Die Radien der Interferenzkreise wurden fotometrisch aus Fotografien des Ringsystems bestimmt.

Die Polaroidbilder wurden vergrößert und das registrierte System von Profilen mit Hilfe von Gl. (17) auf Wellenlängeneinheiten umgerechnet.

5.5 Entfaltung der gemessenen Profile

Eine monochromatische Linie wird durch die Apparatfunktion $k(x)$ zu einer Intensitätsverteilung verschmiert. Das scheinbare Profil $g(x)$, das wir messen, entsteht durch Faltung des wahren Profils der Linie $f(x)$ mit dem Apparatprofil $k(x)$. Mathematisch lässt sich dieser Sachverhalt durch folgende Integralgleichung ausdrücken (x und y in Wellenlängen- oder Frequenzeinheiten):

$$g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)k(x-y)dy \quad (18)$$

Gl. (18) ist eine singuläre Fredholm'sche Integralgleichung erster Art. Sie heisst singulär, weil die Integrationsgrenzen unendlich sind. Gl. (18) ist vom Faltungstyp, da der Kern nur von der Differenz $(x-y)$ der Quell- und Aufpunktskoordinaten abhängt. Eine analytische Lösung dieser Integralgleichung ist in unserem Problem nicht möglich, da $g(x)$ nur durch fehlerbehaftete Messungen bekannt ist.

Bei der numerischen Integration sind die Integrationsgrenzen in Gl. (18) endlich. Im allgemeinen existieren keine eindeutigen Lösungen dieser nunmehr nicht-singulären Fredholm'schen Integralgleichung erster Art.

(s. z. B. 13).

Wir wollen die Schwierigkeiten an einigen Beispielen erläutern:

(Die Normierung ist so gewählt, dass die Integration von 0 bis 1 läuft).

Es liegt uns die Gleichung

$$\int_0^1 k(x, y) f(y) dy = g(x) \quad (19)$$

vor.

a) Wenn $k(x, y)$ eine lineare Differentialgleichung der Form

$$\left\{ \frac{\partial^n}{\partial x^n} + p_1(x) \frac{\partial^{n-1}}{\partial x^{n-1}} + \dots + p_n(x) \right\} k(x, y) = 0$$

erfüllt, so zeigt man durch fortlaufende Differentiation von Gl. (19) nach x , dass Lösungen von Gl. (19) nur dann existieren, falls $g(x)$ dieselbe DGL erfüllt.

Daher gibt es für Kerne dieser Art keine glatten Lösungen für willkürliche, glatte Funktionen $k(x, y)$ und $g(x)$. Dies gilt nach (13) für alle regulären Kerne.

b) Für einen Kern der Form $k(x, y) = \sum_{r=1}^n a_r(x) b_r(y)$ ist es klar, dass nur dann eine Lösung existiert, wenn $g(x)$ die Form

$$g(x) = \sum_{r=1}^n c_r a_r(x) \text{ hat.}$$

Dann ist jede Lösung möglich, für welche gilt

$$\int_0^1 b_r(y) f(y) dy = c_r \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad .$$

Um zu beweisen, dass unendlich viele Lösungen existieren, brauchen wir für $f(y)$ nur eine Form zu wählen, die mehr als n willkürliche Konstanten enthält.

c) Ersetzen wir den Kern und $g(x)$ durch Stufenfunktionen

$$k(x, y) = k_{r, s} \left(\frac{r-1}{n} < x < \frac{r}{n}, \frac{s-1}{n} < y < \frac{s}{n} \right); r, s = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

$$g(x) = g_r \left(\frac{r-1}{n} < x < \frac{r}{n} \right); r = 1, 2, \dots, n \quad (21)$$

dann erhalten wir aus Gl. (19)

$$g_r = \sum_{s=1}^n k_{r, s} \int_{(s-1)/n}^{s/n} f(y) dy \quad \text{für} \left(\frac{r-1}{n} < x < \frac{r}{n} \right) \quad (22)$$

Führen wir die neue Variable $z_s = n \int_{(s-1)/n}^{s/n} f(y) dy$ ein, so erhalten wir mit Gl. (22) für die z_s das Gleichungssystem

$$\sum_{s=1}^n k_{r, s} z_s = g_r n \quad (23)$$

Gl. (23) hat eine eindeutige Lösung, wenn die Determinante der $k_{r, s} \neq 0$ ist.

Dann besitzt aber das Gleichungssystem (22) unendlich viele Lösungen, da nur die z_s , also die Mittelwerte von $f(y)$ in den einzelnen Intervallen, eindeutig bestimmt werden können (14).

d) Verwendet man eine numerische Integrationsformel zur Lösung der Integralgleichung (19) und variiert die Schrittweite der Integrationsintervalle, so treten bei der Lösung oft Oszillationen mit grosser Amplitude und kurzer Periode auf, wenn die Schrittweiten klein sind. L. Fox und E. T. Goodwin haben diese Frage geprüft und haben gefunden, dass $f(y)$ oszillieren könnte, ohne dass dadurch in $g(x)$ wesentliche Änderungen hervorgerufen würden. Aus diesem Verhalten der Integralgleichung folgt dann, dass wir bei einer etwa auftretenden glatten Lösung nicht in der Lage sind, die Abweichungen von der wahren Funktion $f(y)$ anzugeben.

Wir konnten die gemessene Apparatfunktion hinreichend gut durch ein theoretisches Airy-Profil annähern (s. Abb. 12). Daraus folgte dann der reguläre symmetrische Kern:

$$k(x, y) = k(y-x) = \frac{1}{1 + R \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} (y-x) \right]} + \frac{1}{1 + R \sin^2 \left[\frac{\pi}{2} (y+x) \right]}$$

($R = 4 r_{\text{eff}} / (1 - r_{\text{eff}})^2$; r_{eff} = effekt. Reflexionsvermögen d. F.-Perot).

Mit diesem $k(x, y)$ und dem gemessenen, scheinbaren Profil $g(x)$ versuchten wir, die Integralgleichung (19) numerisch zu lösen, indem wir $g(x)$ und $k(y, x)$ durch die Stufenfunktionen Gl. (20) und Gl. (21) ersetzten und das Gleichungssystem (23) nach der Methode von Cholesky auflösten.

Es traten jedoch bereits bei unvertretbar grossen Schrittweiten Oszillationen im Lösungsvektor auf, die sich bei abnehmender Schrittweite der Integrationsintervalle rasch verstärkten. Die Gründe für dieses Verhalten sind in den allgemeinen Schwierigkeiten zu suchen, die bei der Lösung der Gleichung (19) auftreten und wie sie in den Absätzen a) bis c) aufgezählt wurden.

Wir beschritten daher einen anderen Weg, um das wahre Profil $f(x)$ aus dem gemessenen, scheinbaren Profil $g(x)$ zu erhalten:

Die Linien, die wir messen, sind durch den thermischen Doppler-Effekt verbreitert. Sie haben daher nach Abschnitt 3 an ihrem Entstehungsort Gaussprofile. Wir führten jedoch unsere Messungen am Lichtbogen side-on aus, d. h. wir massen an einem Ort x (s. Abb. 13) ein Linienprofil, das aus einer Ueberlagerung verschiedener Gaussprofile in Abhängigkeit von r entsteht.

Wir nehmen im ersten Schritt an, dass das scheinbare Profil $g(x)$ das Ergebnis der Faltung eines Gaussprofils $f^*(x)$ mit der gemessenen Apparatfunktion $k(x)$ ist. Eine solche Funktion $f^*(x)$ wählen wir auf folgende Weise: Minkowski und Bruck (15) haben das Ergebnis der Faltung von Doppler- und Airy-Profilen (unser $f^*(x)$ und $k(x)$) in Abhängigkeit des Verhältnisses ihrer

Halbwertsbreiten grafisch dargestellt. Wenn man das Verhältnis der Halbwertsbreiten der gemessenen Funktionen $g(x)$ und $k(x)$ kennt, kann man dort die Halbwertsbreite der zugrunde liegenden Funktion $f^*(x)$ ablesen.

Wir ersetzen $f^*(x)$ und $k(x, y)$ aus Gl. (24) durch Treppenfunktionen analog zu Gl. (20) und Gl. (21) und erhielten für die Integralgleichung (19) das Gleichungssystem

$$n \cdot g_r^* = \sum_{s=1}^n k_{r,s} f_s^* ; \quad r = 1, 2, \dots, n \quad (25)$$

$$k_{r,s} = \frac{1}{1+R \sin^2 \left[\frac{\pi}{2n} (r-s) \right]} + \frac{1}{1+R \sin^2 \left[\frac{\pi}{2n} (r+s-1) \right]}$$

$$f_s^* = e^{-(s-1/2)^2 / (b \cdot n)^2} \quad r, s = 1, 2, \dots, n$$

Die Uebereinstimmung der mit $n = 25$ berechneten g_r^* mit den gemessenen g_r war nur in wenigen Fällen befriedigend. Eine deutliche Verbesserung der Approximation erreichten wir, indem wir $f^*(x)$ durch eine Summe von Gaussprofilen ersetzen

$$f^*(x) \rightarrow f^{**}(x) = \sum_{i=1}^n a_i e^{-x^2 / b_i^2} \quad (26)$$

Bei den meisten mit dieser Methode angenäherten scheinbaren Profilen genügten wenige Glieder der Summe (26), um eine Uebereinstimmung von besser als 3 % zu erhalten.

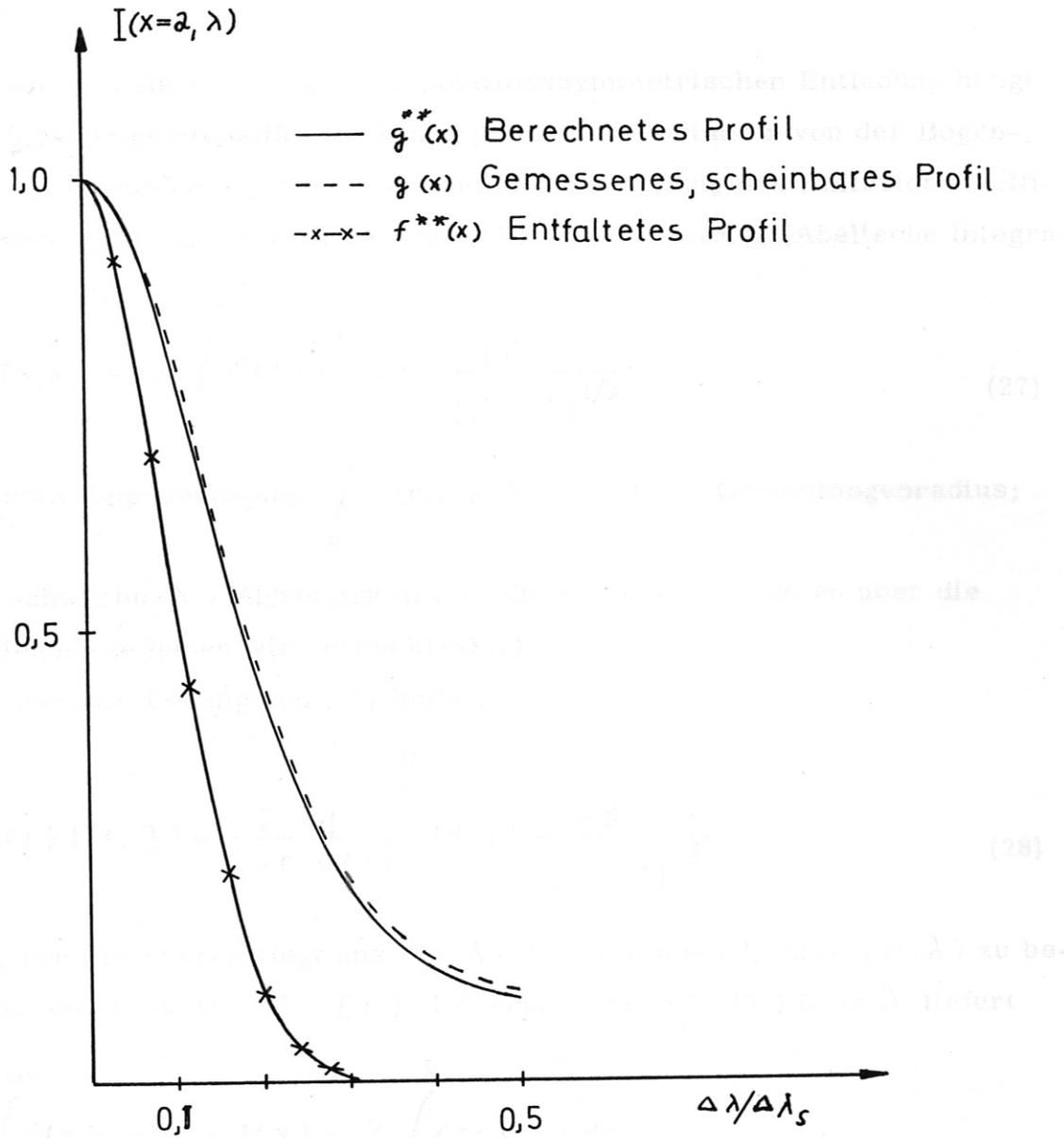


Abb. 16

Entfaltung eines gemessenen Profils $g(x)$

In Abb. 16 haben wir drei Profile aufgetragen, die repräsentativ für die gesamte Messreihe sind: $f^{**}(x)$ ist das gesuchte wahre Profil, das mit $k(x, y)$ nach Gl. (24) die Funktion $g^{**}(x)$ ergibt; $g(x)$ schliesslich ist das gemessene, scheinbare Profil.

5.6 Abel Inversion

Bei side-on Beobachtung einer rotationssymmetrischen Entladung hängt die Strahlungsintensität der Linienprofile im Abstand x von der Bogenachse folgendermassen mit der radialen Verteilung des Emissionskoeffizienten $\xi(r)$ und dem Linienprofil $L(r, \lambda)$ zusammen (Abel'sche Integralgleichung):

$$I(x, \lambda) = 2 \int_x^R \xi(r) L(r, \lambda) \frac{r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}} \quad (27)$$

(Normierungsbedingung $\int_0^\infty L(r, \lambda) d\lambda = 1$; $R =$ Gesamtbogenradius;

die schwache λ - Abhängigkeit des Emissionskoeffizienten über die Linienbreite haben wir vernachlässigt).

Die formale Lösung von (27) lautet:

$$\xi(r) L(r, \lambda) = -\frac{2}{\pi r} \frac{d}{dr} \int_r^R I(x, \lambda) \frac{x dx}{(x^2 - r^2)^{1/2}} \quad (28)$$

Aus den Messungen liegt uns $I(x, \lambda)$ vor. Um aus Gl. (27) $L(r, \lambda)$ zu bestimmen, brauchen wir $\xi(r)$. Integration von Gl. (27) über λ liefert

$$\int_0^\infty I(x, \lambda) d\lambda = I(x) = 2 \int_x^R \xi(r) \frac{r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}} \quad (29)$$

($I(x)$ ist die Fläche unter einer Kurve der Abb. 17 an der Stelle x ($x = x_1, x_2, \dots, x_p$)).

Die Abelinversion von Gl. (29), die wir mit einem Rechenprogramm von (2) auf einer IBM 7090 ausführten, liefert $\xi(r)$.

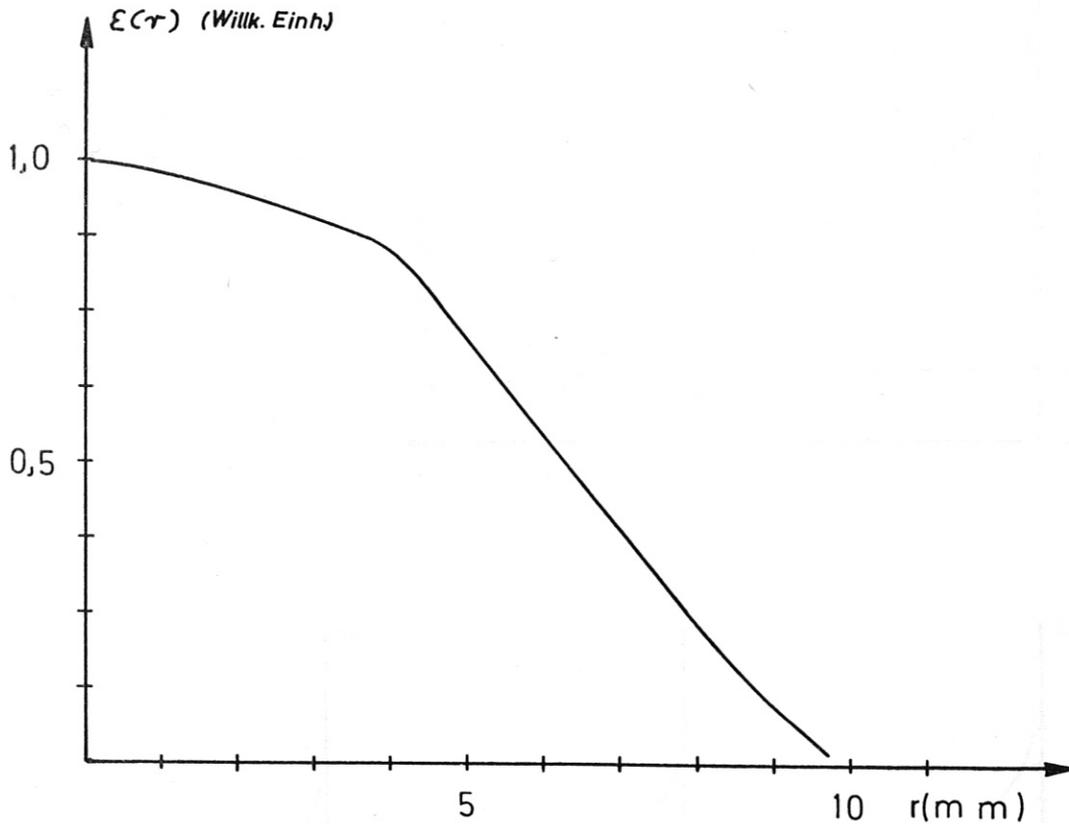


Abb. 17

Emissionskoeffizient $\varepsilon(r)$ für C III 5696 Å (π - Komponente)

Die Abelinversion von Gl. (27) führen wir in mehreren Schritten aus. Dazu zerlegen wir die gemessenen $I(x, \lambda)$ für jedes x ($x = x_1, x_2, \dots$) in n -Streifen der Breite $(1/2n) \Delta \lambda_s$ ($\Delta \lambda_s = 1,6 \text{ \AA}$ für C III $\lambda = 5696 \text{ \AA}$). Zur Erläuterung dieses Sachverhalts dient Abb. 18.

Wir schreiben für Gl. (27)

$$I_{li} := I(x_1, \lambda_{i_m}) = \sum_{q=1}^p \int_{x_{q-1}}^{x_q} \varepsilon(r) L(r, \lambda_{i_m}) \frac{r dr}{(r^2 - x^2)^{1/2}} \quad (30)$$

$$(\lambda_{i_m} = (\lambda_{i+1} - \lambda_i)/2, \quad i = 1, 2, \dots, n).$$

Daraus folgt unter Verwendung des 2. Mittelwertsatzes der Integralrechnung

$$I_{li} = \sum_{\nu=1}^p a_{e\nu} \varepsilon(\beta_\nu) L(\beta_\nu, \lambda_{i_m}), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (31)$$

$$(x_{\nu-1} \leq \beta_\nu \leq x_\nu)$$

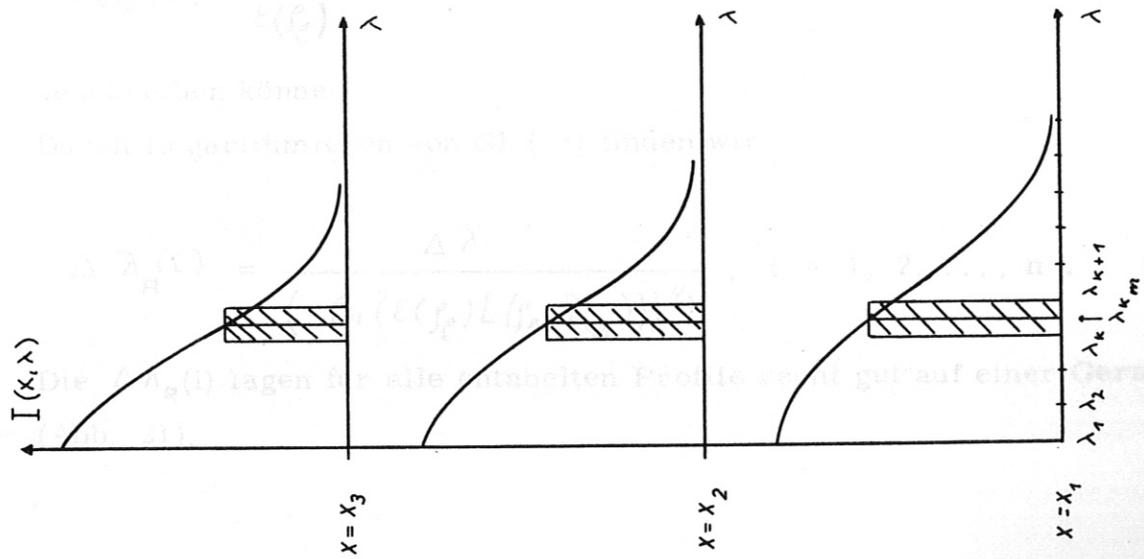


Abb.18 Abel inversion
(λ -Schnitte)

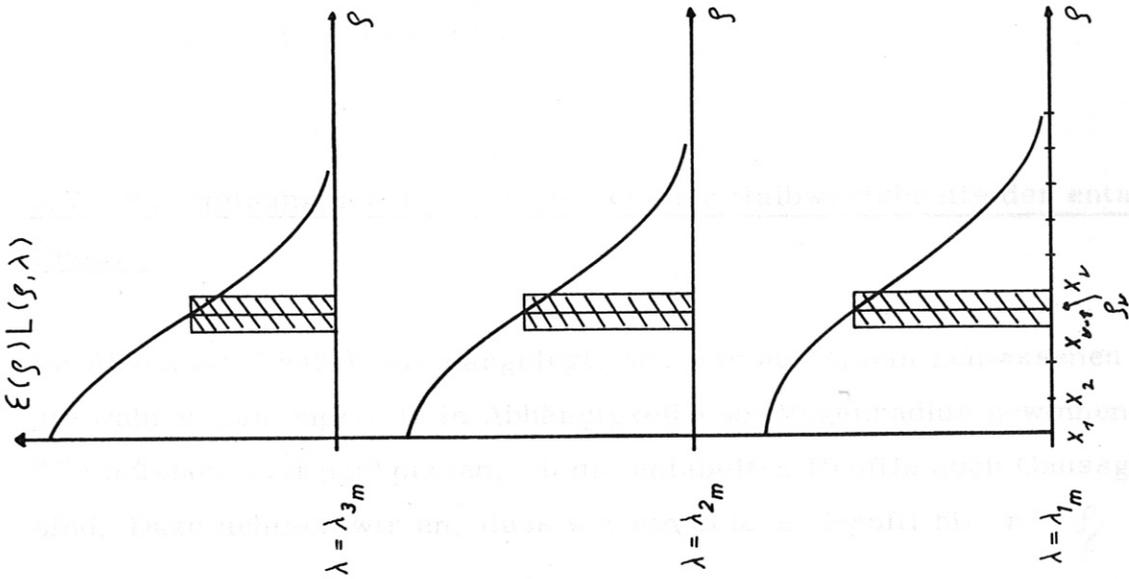


Abb.19 Abel inversion
(ξ -Schnitte)

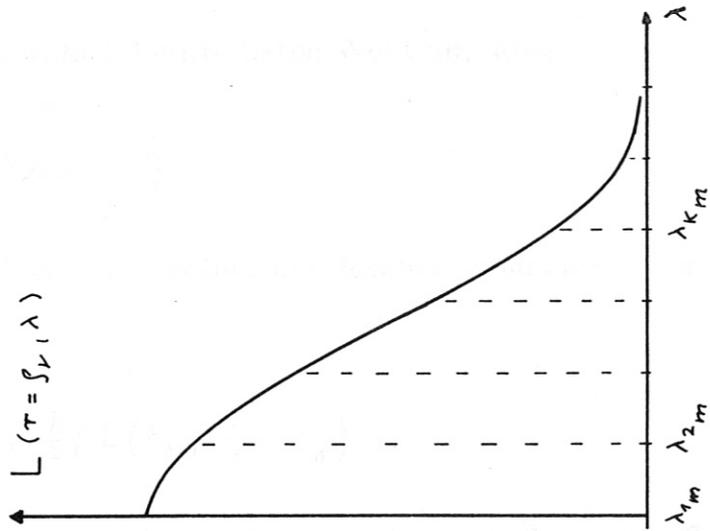


Abb.20 Abel inversion
(Entabeltes Profil für $r = \xi_v$)

Wir nehmen für β_ν den wahrscheinlichsten Wert an, also

$$\beta_\nu = x_{\nu-1} + \frac{h}{2}$$

und erhalten nach n-maligem Durchlauf des Rechenprogramms von (2) die gesuchten Werte

$$\mathcal{E}(x_{\nu-1} + \frac{h}{2}) L(x_{\nu-1} + \frac{h}{2}, \lambda_{i_m}) .$$

Wir setzen daraus unsere endgültigen Profile für $r = \beta_1, r = \beta_2, \dots, r = \beta_p$

(p = Anzahl der gemessenen Profile während einer Entladung) zusammen. Siehe dazu die Abb. 19 und 20.

5.7 Bestimmung der Temperatur aus der Halbwertsbreite der entabelten Profile

Im Abschnitt 5 haben wir dargelegt, wie wir aus einem gemessenen Profil die wahren Linienprofile in Abhängigkeit vom Bogenradius gewinnen konnten. Wir müssen jetzt nachprüfen, ob die entabelten Profile auch Gaussglocken sind. Dazu nehmen wir an, dass wir ein solches Profil für $r = \beta_e$ durch

$$L(\beta_e, \lambda) = \frac{1}{\mathcal{E}(\beta_e)} e^{-\left(\frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_H}\right)^2} \quad (33)$$

beschreiben können.

Durch Logarithmieren von Gl. (33) finden wir

$$\Delta \lambda_H^{(i)} = \frac{\Delta \lambda}{\left(-\ln(\mathcal{E}(\beta_e) L(\beta_e, \lambda_{i_m}))\right)^{1/2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (34)$$

Die $\Delta \lambda_H^{(i)}$ lagen für alle entabelten Profile recht gut auf einer Geraden. (Abb. 21).

Unsere endgültigen Profile sind also gaussartig und die ganze Halbwertsbreite eines solchen Profils ist gegeben durch

$$2 \Delta' \lambda = 2 \sqrt{\ln 2} \overline{\Delta \lambda}_R \quad (35)$$

$$\left(\overline{\Delta \lambda}_R = 1/n \sum_{i=1}^n \Delta \lambda_R(i) \right)$$

Bei nunmehr bekannten Halbwertsbreiten der dopplerverbreiterten Profile können wir nach Gl. (3) die radiale Ionentemperaturverteilung angeben.

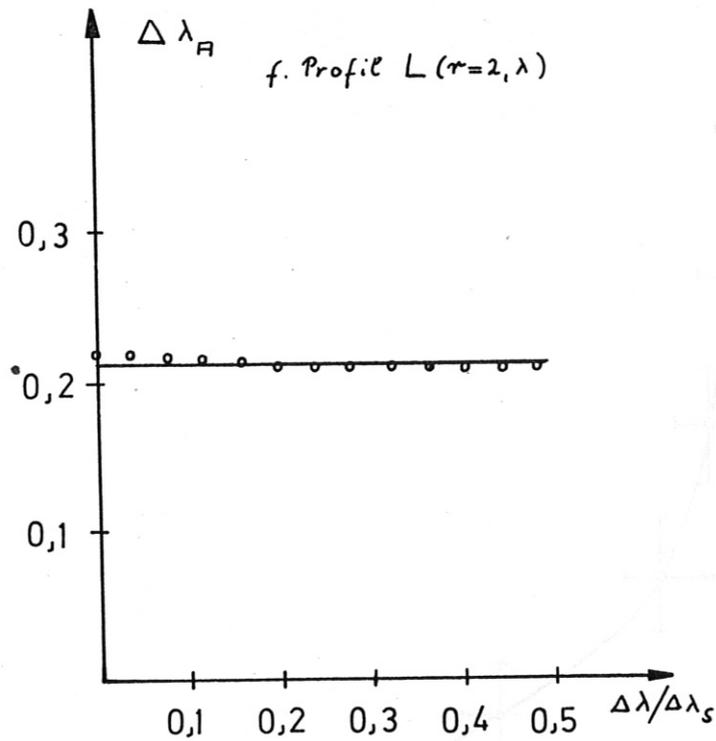


Abb. 21

Bestimmung der Halbwertsbreite der entabelten Profile.

6. Ergebnisse und Diskussion

Das gemittelte Ergebnis aus 5 Einzelmessungen ist in Abb. 22 aufgetragen.

Abb. 22 Radiales Profil der Ionentemperatur

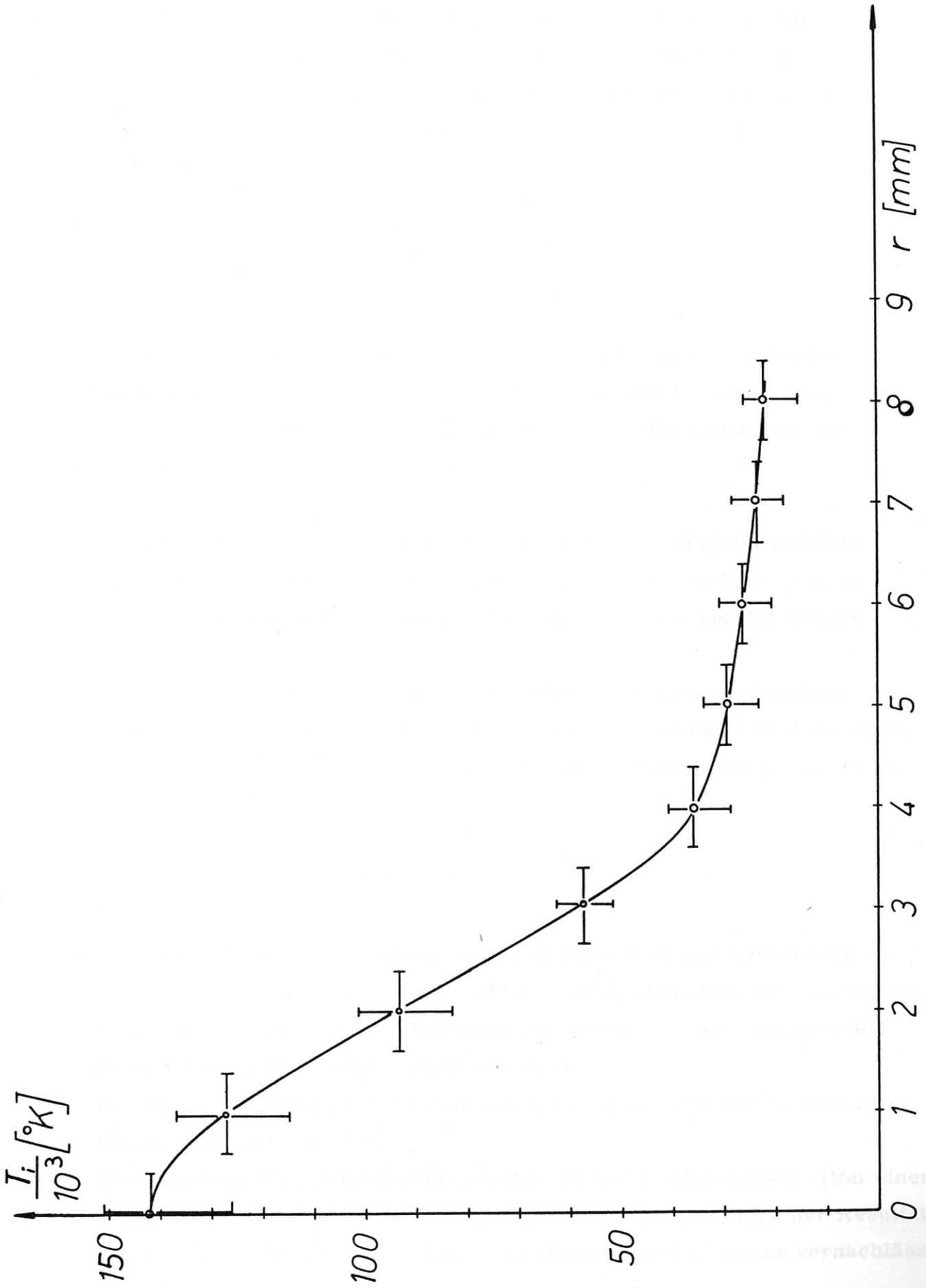


Abb. 22 Radiales Profil der Ionentemperatur

Die in Abb. 22 angegebenen Werte für den Bereich von $r = 0$ bis $r = 4$ mm stammen aus elektronischen Messungen. Die Werte für $r > 4$ mm wurden aus Plattenaufnahmen (bei 50 Entladungen pro Aufnahme) über das System aus Steinheilspektrografen und F.-P.-Interferometer aufgenommen.

6.1 Fehlerabschätzung

K. Tichmann (2) hat den Einfluss von systematischen und statistischen Fehlern, die sich auf Messwerte $I(x_1)$ auswirken, auf die Lösung der Abel'schen Integralgleichung eingehend untersucht. Wir können daraus entnehmen:

- a) Systematische Fehler, die sich auf alle Messwerte $I(x_1)$ im gleichen Verhältnis auswirken, können sich unter Umständen herausheben, da bei der Berechnung der Temperatur nur Relativwerte benutzt werden.
- b) Die Unsicherheit des numerischen Verfahrens liegt in der Annahme Gl. (32). Die aus der Lösung des Gleichungssystems Gl. (31) gewonnenen Werte $\varepsilon(\rho_e) L(\rho_e, \lambda_{i_m})$ sind nur richtig für einen nicht genauer festgelegten Radius ρ_ν mit

$$x_{\nu-1} \leq \rho_\nu \leq x_\nu$$

- c) Die Genauigkeit des Verfahrens nimmt mit der Zahl der Messpunkte zu. Es ist jedoch nicht sinnvoll, die Zahl der Messpunkte beliebig zu steigern, weil sich dann zwar der Verfahrensfehler verringert, der Einfluss der statistischen Fehler jedoch stark anwächst. Die günstigste Anzahl der Messpunkte kann nur aus der numerischen Erfahrung gewonnen werden. Wir benutzten für die Rechnung zwischen 10 und 20 Messpunkte. (Bei einem angenommenen statistischen Fehler von 2 % waren die Fehler der Resultatswerte $\varepsilon(\rho_e) L(\rho_e, \lambda_{i_m})$ in den Aussenbereichen des Bogens vernachlässigbar klein).

Die bei (2) in das Rechenprogramm eingebaute Fehlerrechnung basiert auf der Annahme, dass der statistische Fehler der Gesamtintensität für bestimmte Abstände x von der Bogenachse angegeben werden kann.

Da wir Linienprofile in Abhängigkeit von x gemessen haben, liegen die Verhältnisse sehr viel komplizierter.

Die Linienprofile mussten entzerrt und entfaltet werden, bevor sie in λ - Schnitten (s. Gl. (3) bis (32)) "entabelt" werden konnten. Eine mathematisch exakte Fehlerrechnung liesse sich in diesem Fall daher nur mit grossem Aufwand durchführen.

Wir beschränken uns deshalb darauf, Grösstfehler anzugeben:

Wir entnahmen den elektronischen Aufnahmen Mittelwerte, Minimal- und Maximalwerte $\varepsilon(\chi_e) L(\chi_e, \lambda; m)$. Bei dem gemessenen Signal-Rausch-Verhältnis von 5 bis 15 (Frequenz-Bandbreite $\Delta f = 100 \text{ sec}^{-1}$) entsprach die Unsicherheit etwa der Dicke der Spur auf dem Schirm des Oszillografen.

Beim Entzerrungsvorgang (Abschnitt 5.4) berücksichtigten wir einen weiteren Fehler, der durch die Festlegung des Anfangspunktes R_0 und die Umrechnung der Strahllaufzeit in Dispersion des Ringsystems möglich war.

Bei der Entfaltung der Profile lag die grösste Unsicherheit in der Anpassung der Linienflügel. Der Einfluss der Flügel auf die für uns entscheidende Halbwertsbreite der Linien ist jedoch gering.

Für die nun vorliegenden Mittelwerte, oberen und unteren Grenzwerte der entfalteten Profile führten wir die Inversion nach Abschnitt 5.6 getrennt durch (die Genauigkeit des Verfahrens hängt wegen der Annahme Gl. (32) stark von der Funktion $\varepsilon(\tau) L(\tau, \lambda)$ ab.) Die Fehler nach oben oder nach unten liegen daher meistens nicht symmetrisch zu dem "verarbeiteten" Mittelwert.

Die mögliche, mit unseren Mitteln aber nicht erkennbare Rotationsgeschwindigkeit von $1,6 \cdot 10^5 \text{ cm/sec}$ rechneten wir als scheinbare Temperaturerhöhung (infolge einer scheinbaren Verbreiterung der gesamten Spektrallinie um maximal $0,03 \text{ \AA}$) von 2 - 10 % - je nach dem zugrunde liegenden Profil - bei der Grösstfehlerangabe ein.

Es ergaben sich insgesamt Grösstfehler für die Halbwertsbreite der Linien zwischen 10 % und 15 %. Daraus folgen für die Iontemperatur (wegen $T \sim \sqrt{\text{Halbwertsbreite}}$) Fehler zwischen 20 % und 30 %.

Die Zuordnung der Temperatur zu einem bestimmten Bogenradius r ist nur mit einer Unsicherheit möglich, die gegeben ist durch:

i) einen Fehler bei der numerischen Lösung von Gl. (27) mit $f_r = x_{\nu-1} + \frac{h}{2}$
(Hier folgt ein maximaler Fehler von $f_r = \pm 0,2$ mm).

ii) die endliche Güte der Linearität der optischen Abbildung und die Umrechnung der gemessenen Radien der Interferenzringe in Abstände von der Bogenachse.

Insgesamt erscheint ein Grösstfehler in r von $f_r = \pm 0,4$ mm angemessen.

6.2 Diskussion des Temperaturprofils

Das gemessene radiale Profil der Iontemperatur zeigt nicht den bei Wasserstoffplasmen üblichen Uebergang von Zonen mit steilen Temperaturgradienten zu einer flachen Schulter, die im Bereich der teilweisen Ionisation im wesentlichen durch die Reaktionswärmeleitfähigkeit (16) verursacht wird.

Für Abstände von der Bogenachse grösser als 4 mm wurde der Anschluss an die elektronischen Messungen mit Hilfe von Plattenaufnahmen (bei 50 Entladungen/Aufnahme) hergestellt. Örtliche und zeitliche Schwankungen im Plasma während der grossen Anzahl von Entladungen können wahrscheinlich für die Abweichung von dem gewohnten Verlauf des Temperaturprofils in den Aussenbereichen des Bogens verantwortlich gemacht werden.

Wenn wir die bei unseren Parametern (elektrische Feldstärke einige Volt/cm, Druck etwa 240 Torr) vernünftige Annahme machen, dass zumindest näherungsweise lokales thermodynamisches Gleichgewicht zwischen Elektronen und Ionen herrscht, so können wir unsere Messungen mit den von (3) vergleichen.

In unserem Fall waren das Magnetfeld etwa um den Faktor 3, der Bogenstrom um den Faktor 1,5 und die Bogenlänge um den Faktor 5 grösser als bei (3).

Die Erhöhung des Stromes führt zu einer stärkeren Heizung des Plasmas, während die Vergrößerung von Magnetfeld und Bogenlänge die Verluste vermindert.

Insgesamt gesehen, erscheint daher die bei uns gemessene Achsentemperatur von $1,4 \cdot 10^5$ K gegenüber der Temperatur von $1 \cdot 10^5$ K bei (3) plausibel.

Die Begründung für den unerwartet glatten Verlauf der Abel-Inversion für die achsennahen Zonen liegt wohl im Verlauf der Funktion $\xi(r)$, denn sie erreicht für die C III-Linie bei $\lambda = 5696 \text{ \AA}$ ihr Maximum auf der Bogenachse.

Zwar ist bei unserer Achsentemperatur das Strahlungsmaximum für diese Linie bereits überschritten, doch wahrscheinlich sind Relaxationserscheinungen (s. dazu (1) und (2)) für diese räumliche Verschleppung verantwortlich.

7. Zusammenfassung und Schluss

An einem Wasserstoff-Lichtbogen, der in einem überlagerten axialen Magnetfeld einer Induktion von $32 \text{ k}\Gamma$ mit einem Bogenstrom von 2600 Ampère gebrannt wurde, konnte die Iontemperatur mit Hilfe des thermischen Doppler-Effektes an Kohlenstoff-Linien gemessen werden. Dazu wurde dem Wasserstoff ein kleiner Betrag an Methan zugesetzt. Da der Zusatz nur klein sein durfte, um die erreichbaren Achsentemperaturen nicht zu stark herabzudrücken, war die Intensität der zur Messung benutzten C III- und C IV-Linien relativ schwach. Es wurde sichergestellt, dass die Verbreiterung der benutzten Spektrallinien ganz überwiegend durch den thermischen Doppler-Effekt hervorgerufen wurde und dass eine mögliche Rotation der Bogensäule und der damit verbundene "gerichtete" Doppler-Effekt die Messungen nicht störte.

Die Iontemperatur bestimmten wir aus der Halbwertsbreite der Profile einer C III-Linie. Es ergab sich eine Achsentemperatur von $1,4 \cdot 10^5 \text{ K}$. Wegen der geringen Intensität der Linie benutzten wir für die Einzelmessungen ein Fabry-Perot-Interferometer in Verbindung mit einem schmalbandigen Interferenzfilter für die C III-Linie. Das entstehende Interferenzsystem (konzentrische Kreise) "wischten" wir über ortsfeste, gekreuzte Spalte und registrierten die Linienprofile mit einem Fotomultiplier.

Plattenaufnahmen mit 50 Entladungen pro Aufnahme ergänzten unsere elektronischen Messungen in den Aussenbereichen des Bogens. Folgende Schlüsse lassen sich aus der Anwendung der beschriebenen Messmethode ziehen:

- 1) Die Bestimmung der Iontemperatur aus der Halbwertsbreite doppler-verbreiterter Spektrallinien (bei side-on Beobachtung) ist in vernünftigen Fehlergrenzen an einer Plasmasäule möglich, deren Rotationsgeschwindigkeit so klein ist, dass die daraus folgende Doppler-Verbreiterung gegen den thermischen Doppler-Effekt vernachlässigbar ist. Wenn die Rotationsgeschwindigkeit gross ist, muss die radiale Geschwindigkeitsverteilung vorliegen, damit man den makroskopischen vom thermischen Doppler-Effekt eindeutig trennen kann.

- 2) Bei side-on Beobachtung eines Bogens hängt das Ergebnis der Abel-inversion für den achsennahen Bereich entscheidend vom Verlauf des radialen Emissionskoeffizienten $\xi(r)$ der Spektrallinie ab, die zur Messung verwendet wird. Die Fehler bei der Inversion werden klein, wenn $\xi(r)$ sein Maximum auf der Bogenachse annimmt.

Wegen der angegebenen Schwierigkeiten bei side-on Beobachtung sollte jede technische Möglichkeit genutzt werden, um end-on Messungen auszuführen.

Literaturverzeichnis

- (1) BERGSTEDT, K. , erscheint in Z. Naturf.
- (2) TICHMANN, K. , Interner Inst. Bericht (IPP, Garching)
wird veröffentlicht
- (3) MAHN, C. , RINGLER, H. , ZANKL, G. , Z. Naturf. 23a, 867 (1968)
- (4) WHITE, H. E. , Introduction to Atomic Spectra, McGraw-Hill,
New York (1934)
- (5) LANDAU, L. D. , LIFSCHITZ, E. M. , Quantenmechanik,
Academie-Verlag, Berlin (1965)
- (6) UNSÖLD, A. , Astronomische Mitteilung, 214, Kiel (1943)
- (7) BOCKASTEN, K. , Arkiv för Fysik, Band 10 nr. 40, 568 (1956)
- (8) MURAKAWA, K. , YAMAMOTO, M. , J. Phys. Soc. Jap. , 20, 1057 (1965)
- (9) WIENECKE, R. , Z. Naturf. 18a, 1151 (1963)
- (10) RAEDER, J. , WIRTZ, S. , Z. Naturf. 23a, 1695 (1968)
- (11) MEISSNER, K. W. , J. Opt. Soc. Am. 31, 405 (1941),
J. Opt. Soc. Am. 32, 185 (1942)
- (12) MEWE, R. , DE VRIES, R. F. , Rijnhuizen Report 64 - 17 (1964)
- (13) FOX, L. , GOODWIN, E. T. , Phil. Trans. A 245, 501-534 (1953)
- (14) TRICOMI, F. G. , Integral Equations, Interscience Publishers,
New York/London (1957)
- (15) MINKOWSKI, R. , BRUCK, H. , Zeits. f. Physik 95, 274 (1935)
- (16) WIENECKE, R. , Z. Naturf. 19a, 676 (1964)

Für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für dauerndes Interesse bei ihrer Durchführung möchte ich Herrn Prof. Dr. R. Wienecke sehr danken.

Für viele anregende Diskussionen und wertvolle Ratschläge bin ich besonders den Herren Dr. J. Raeder, Dr. H. Ringler und Dipl.Phys. F. Döbele dankbar.

Herr Dipl.Phys. K. Tichmann hat mir freundlicherweise ein Maschinenprogramm für die Abel-Inversion zur Verfügung gestellt. Frä. H. Müller war mir bei der Anfertigung von Rechenprogrammen sehr behilflich.

Für ihre Hilfe bei der Durchführung der Experimente danke ich den Herren A. Eschlwech und P. Voigt.

Für die sorgfältige Niederschrift der Arbeit bin ich meiner Frau Ruth zu Dank verpflichtet.