

Das transiente Verhalten von Strömen
und Kräften im Spulensystem des
Stellarators W VII insbesondere bei
Betriebsstörungen.

H. Preis

IPP 4/109

März 1973

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK
GARCHING BEI MÜNCHEN

Das transiente Verhalten von Strömen
und Kräften im Spulensystem des
Stellarators W VII insbesondere bei
Betriebsstörungen.

H. Preis

IPP 4/109

März 1973

Für die Ausführung der Programmierung danke ich
Frau Ch. Ludescher

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

IPP 4/109

The transient behaviour of currents and forces in the coil system of the W VII Stellarator, particularly in the event of operating trouble.

H. Preis

March 1973

(in German)

Abstract

Toroidal magnetic field configurations for magnetic confinement of plasma now occupy a prominent place in plasma physics. The Garching W VII Stellarator, now being built, is an experiment of this type. This report deals with the energy supply to the coils system (40 toroidally arranged single coils) by means of a high-power pulse generator and also treats the problems entailed. What is actually involved is the determination of the transient coils currents during a pulse cycle. This calculation is done for trouble - free operation and for the case of sudden coil shorting. The currents calculated with allowance for all inductive coupling of the coil arrangement are used for determining the magnetic forces (Lorentz forces). The forces exerted on the coils in the event of operating trouble are determined as functions of both the time and short-circuit resistance.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

1. Einleitung
2. Die Stoßleistungsanlage und ihre Betriebsdaten
3. Beschreibung des Impulszyklus
4. Berechnung der transienten Ströme und Kräfte nach einem Spulenkurzschluß
 - 4.1. Reduktion und Analyse der Ersatzschaltung
 - 4.2. Auswertung der Netzwerkgleichungen
 - 4.3. Numerische Berechnung der magnetischen Kräfte

1. Einleitung

Das toroidale Spulensystem des Stellarators W VII zur Erzeugung des Hauptfeldes ist aus 40 gleichmäßig verteilten Einzelspulen aufgebaut. In ihm soll mit einem Stromimpuls von 40 kA eine mittlere magnetische Induktion von 40 kG über 10 sec Pulsdauer aufrecht erhalten werden. Bei dieser Größenordnung der vorausgesetzten Zahlenwerte sind die einzelnen Spulen erheblichen magnetischen Kräften ausgesetzt, die im Bereich von mehr als 100 Mp liegen. Eine besonders ungünstige Spulenbelastung entsteht, wenn während des Betriebes plötzlich eine Spule (oder mehrere Spulen) durch einen Kurzschluß überbrückt wird. Dann entstehen außer den auf die Einzelspulen wirkenden Zentripetalkräften des ungestörten Betriebes solche, die in Richtung der Achse der betreffenden Spule wirken.

Die genannten Kräfte wurden bereits früher unter der Annahme stationärer Bedingungen - d.h. alle ungestörten Spulen sind voll erregt, während die kurzgeschlossene stromlos ist, - berechnet [1]. Dazu ist jedoch zu bemerken, daß sich der soeben beschriebene Betriebszustand niemals als Folge eines plötzlich eintretenden Kurzschlusses einstellen kann.

In der vorliegenden Untersuchung sollen diese Kräfte im Fall des Kurzschlusses einer Spule exakt berechnet werden. Das erfordert, zunächst die Übergangsfunktionen der Spulenströme zu bestimmen, was hier unter Berücksichtigung aller induktiven Kopplungen geschehen soll. Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß ein Kurzschluß innerhalb jeder Impulsphase eintreten kann und somit unterschiedlichen Einfluß auf das transiente Verhalten der Ströme nimmt. Mit den berechneten Stromstärken werden dann die radialen wie die axialen Kräfte je Spule als Funktion der Zeit bestimmt. Außerdem sollen ihre Maximalwerte als Funktion der Kurzschlußresistenz, die von vornherein nicht festzulegen ist, ermittelt werden.

2. Stoßleistungsanlage und ihre Betriebsdaten

Im geplanten Anlagekonzept des Stellarators "WENDELSTEIN VII" (W VII) ist die Energieversorgung seines Spulensystems durch einen Stoßleistungsgenerator vorgesehen [1], [2]. Der Generator ist als Synchrongenerator mit zwei voneinander getrennten, dreiphasigen Wicklungssystemen ausgeführt. Die Energieeinspeisung in den W VII-Magneten erfolgt über zwei dreiphasige Lastgleichrichter (siehe Abb. 1).

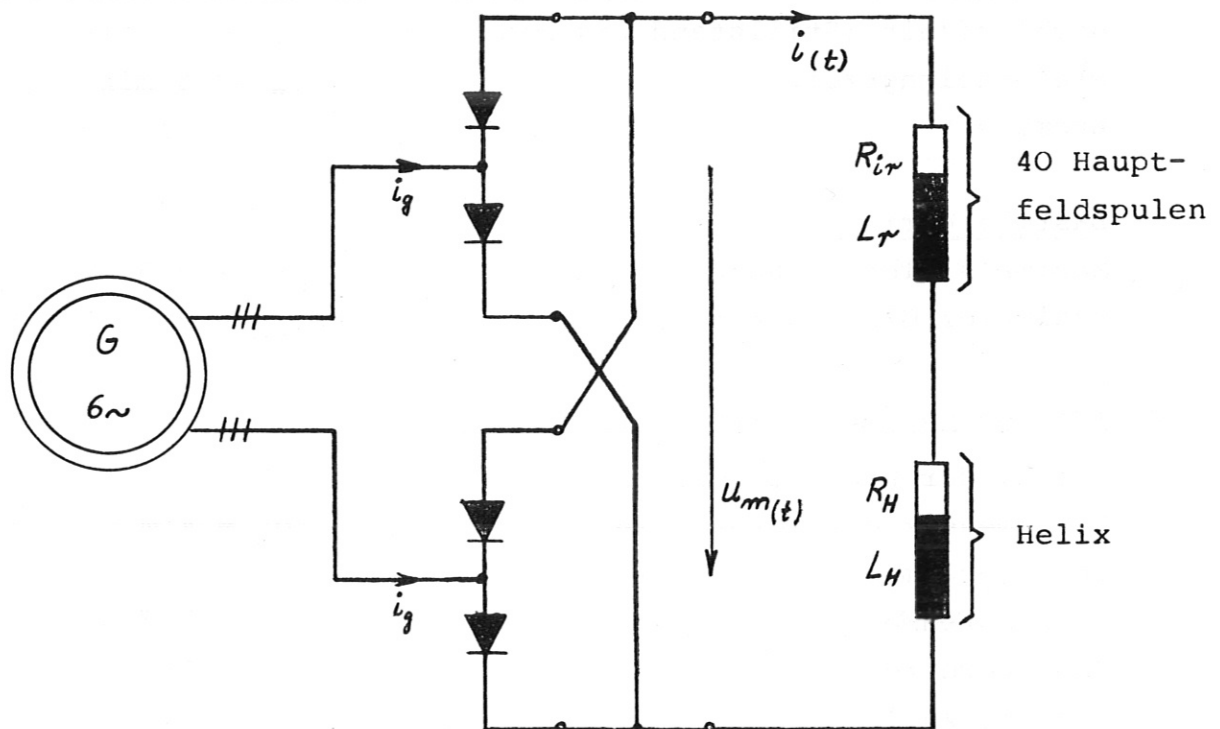


Abb. 1: Lastkreis des Stoßleistungsgenerators

In Abb. 1 ist nur der Lastkreis des Stoßgenerators gezeichnet, da ausschließlich dieser, für die hier durchzuführenden Berechnungen, von Interesse ist. Einen Überblick über die komplette Stoßleistungsanlage und ihre Wirkungsweise vermittelt [1]. Aus [1],[2] wurden ebenfalls die für diese Ausführungen notwendigen Daten übernommen. Diese sind:

a) Stoßleistungsgenerator

Nutzbare Energie	$E = 1,45 \text{ GJ}$
Maximale Spannung	$u_g = 2 \times 2,75 \text{ KV}$
Maximaler Strom	$i_g = 2 \times 17,5 \text{ KA}$
Scheinleistung	$N_S = 167 \text{ MVA}$
Wirkleistung	$N_W = 155 \text{ MW}$
Frequenz	$f = 100 \text{ Hz}$
Drehzahlbereich	$n = 1650 \div 1275 \text{ min}^{-1}$
Gesamtschwungmoment	$M = 925 \text{ Mpm}^2$
Zeiten:	
Entregungszeit (Spannung)	$t_e = 0,4 \text{ sec}$
Flat-top	$t_d = 10 \text{ sec}$
Hochlaufzeit (Stillstand bis max. Drehz.)	$t_h = 25 \text{ min}$
Wiederholungszeit	$t_w = 6 \text{ min}$
Bremszeit	$t_b = 15 \text{ min}$

b) Lastgleichrichter

Maximale Gleichspannung	$u_{m1} = 3,3 \text{ KV}$
Maximaler Gleichstrom	$i_{max} = 2 \times 22,4 \text{ KA}$

c) Toroidales Spulensystem (s.Abb. 5)

Anzahl der Hauptfeldspulen	$N = 40$
Durchmesser der Torusseele	$d_T = 4 \text{ m}$
Innendurchmesser der Spulen	$d_i = 1,1 \text{ m}$
Außendurchmesser der Spulen	$d_a = 1,9 \text{ m}$
Spulenbreite	$b = 18,3 \text{ cm}$
Windungszahl	$w = 25$
Innenwiderstand einer Spule bei 20° C	$R_{i20} = 0,97 \text{ m}\Omega$
Innenwiderstand einer Spule bei 40° C	$R_{i40} = 1,06 \text{ m}\Omega$
Für die Berechnung verwendeter Innenwiderstand	$R_i = 1 \text{ m}\Omega$
Selbstinduktivität einer Spule	$L_i = 1,1061 \text{ mH}$
Wechselinduktivitäten siehe Tabelle 1	

d) Helix (B)

Anzahl der helischen Windungen	$n_H = 4 \times 24 = 96$
Steigung	$h = d_T/2,5$
Resistanz	$R_H = 20 \text{ m}\Omega$
Induktivität	$L_H = 10 \text{ mH}$

e) Betriebsdaten

Magnetisches Feld auf der Torussele	B = 40 KG
Nennstrom (für 10 sec Flat-top)	I _N = 40 KA
Gesamtresistenz (R _G = R _H + 40 · R _i)	R _G = 60 mΩ
Gesamtinduktivität (L _G = L _H + $\sum_{l=1}^{40} \sum_{j=1}^{40} L_{ij}$)	L _G = 180 mH
Spannung am Magneten u _m (t) siehe Abb. 2	

3. Beschreibung des Impulszyklus

Zur Beschreibung des Magnetstromes i(t) kann unmittelbar die für Abb. 1 geltende Maschen-Dgl.

$$L_G i'(t) + R_G i(t) = u_m(t) \quad (1)$$

oder
$$\frac{di(t)}{dt} + \delta \cdot i(t) = \frac{u_m(t)}{L_G} \quad (2)$$

mit
$$\delta = \frac{R_G}{L_G} \quad (3)$$

angegeben werden. Ihre allgemeine Lösung lautet:

$$i(t) = e^{-\delta(t-t_0)} \left[i(t_0) + \frac{1}{L_G} \int_{t_0}^t u_m(x) e^{\delta(x-t_0)} dx \right] \quad (4)$$

Bevor diese Gleichung für die einzelnen Phasen des Impulszyklus spezialisiert wird, ist das zeitliche Verhalten der über dem Spulensystem liegenden, treibenden Spannung u_m(t) zu beschreiben. Gemeint ist also die Spannung die sich am Ausgang des dem Stoßgenerator nachgeschalteten Lastgleichrichters einstellt. Sie zeigt während eines Impulszyklus nachstehenden prinzipiellen Verlauf, der durch eine Spannungs- bzw. Stromregelung [3] im Erregerkreis des Stoßgenerators reproduzierbar ist.

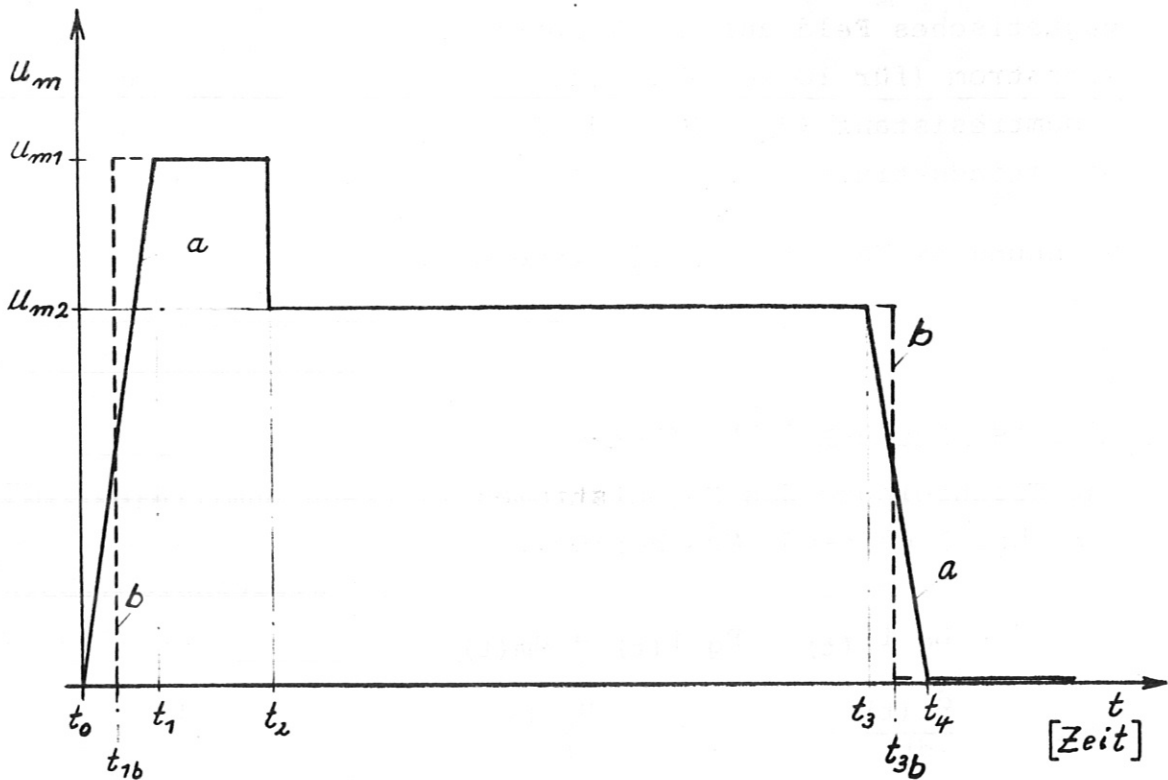


Abb. 2: Spannungsverlauf $u_m(t)$ am Magneten wobei Kurve a den realen und Kurve b den idealisierten Verlauf wiedergibt.

Die Beeinflussung der Magnetspannung $u_m(t)$ über den Erregerkreis kann natürlich nicht trägheitslos erfolgen, da im Erregerkreis keine unendlich schnellen Stromänderungen möglich sind. Das bedeutet aber, daß auch $u_m(t)$ während der Auferregung bzw. Entregung keine sprunghaften Änderungen ausführen kann. Den unter 2. zusammengestellten Betriebsdaten ist die auf die Spannung bezogene Entregungszeit (von $U_{m2} = 2,4$ KV auf $U_{m2} = 0$) von $t_e = t_4 - t_3 = 0,4$ sec zu entnehmen. Das entspricht möglichen Spannungsänderungen von

$$a = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{2,4 \text{ KV}}{0,4 \text{ sec}} = 6 \frac{\text{KV}}{\text{sec}} \quad (5)$$

Unter Berücksichtigung von (5) ergibt sich dann der in Abb. 2 gezeichnete Spannungsverlauf (Kurve a) zu

$$u_m(t) = \begin{cases} at & \text{für } t_0 \leq t \leq t_1, \text{ 1. Bereich} \\ u_{m1} & \text{für } t_1 \leq t \leq t_2, \text{ 2. Bereich} \\ u_{m2} & \text{für } t_2 \leq t \leq t_3, \text{ 3. Bereich} \\ u_{m2} - a(t-t_3) & \text{für } t_3 \leq t \leq t_4, \text{ 4. Bereich} \\ 0 & \text{für } t_4 \leq t \leq t_E, \text{ 5. Bereich} \end{cases} \quad (6)$$

mit dem Gl. (4) stückweise gelöst werden kann. Für die einzelnen Bereiche folgt:

1. Bereich (Auferregungs-Phase)

$$i(t) = e^{-\delta \cdot t} \left[i(0) + \frac{a}{L_g} \int_0^t x e^{\delta x} \cdot dx \right]$$

oder mit dem Anfangswert $i(0) = 0$

$$i(t) = \frac{a}{L_g \delta^2} \left[\delta \cdot t - 1 + e^{-\delta \cdot t} \right] \text{ für } 0 \leq t \leq t_1 \quad (7)$$

wobei

$$t_1 = \frac{u_{m1}}{a} = \frac{3,3 \text{ KV}}{6 \text{ KV}_{\text{sec}}^{-1}} = 0,55 \text{ sec} \quad (8)$$

beträgt. Außerdem ist

$$i(t_1) = 4,7472 \text{ KA} \quad (9)$$

der Anfangswert für den nächsten Bereich.

2. Bereich (Auferregungs-Phase)

$$i(t) = e^{-\delta(t-t_1)} \left[i(t_1) + \frac{u_{m1}}{L_g} \int_{t_1}^t e^{\delta(x-t_1)} dx \right]$$

oder

$$i(t) = \frac{u_{m1}}{R_g} + \left(i(t_1) - \frac{u_{m1}}{R_g} \right) e^{-\delta \cdot (t-t_1)} \quad \text{für } t_1 \leq t \leq t_2 \quad (10)$$

wobei aus Gl.(10) und der Bedingung

$$i(t_2) = I_N = 40 \text{ KA (Nennstrom)}$$

die Auferregungszeit

$$t_2 = t_1 - \frac{1}{\delta} \cdot \ln \frac{i(t_2) - \frac{u_{m1}}{R_g}}{i(t_1) - \frac{u_{m1}}{R_g}} = 4,18 \text{ sec} \quad (11)$$

zu berechnen ist.

3. Bereich (Flat-top-Phase)

$$i(t) = e^{-\delta \cdot (t-t_2)} \left[i(t_2) + \frac{u_{m2}}{L_g} \int_{t_2}^t e^{\delta(x-t_2)} dx \right]$$

oder

$$\ast) i(t) = \frac{u_{m2}}{R_g} + \left(i(t_2) - \frac{u_{m2}}{R_g} \right) e^{-\delta \cdot (t-t_2)} \quad \text{für } t_2 \leq t \leq t_3 \quad (12)$$

Voranstehende Gleichung läßt unmittelbar erkennen, daß

$$i(t) = \frac{u_{m2}}{R_g} = \text{const.} \quad (13)$$

ist, wenn zu Beginn dieses Bereiches eine Spannungsab-senkung auf

*) Hier wurde ein Spannungssprung von u_{m1} auf u_{m2} vorausgesetzt, weil die reale Entregungszeit kleiner als 0,1 sec ist.

$$u_{m2} = i(t_2) \cdot R_g = 40 \text{ KA} \cdot 60 \text{ m}\Omega = 2,4 \text{ KV} \quad (14)$$

vorgenommen wird. Diese Maßnahme führt zu einem schwingungsfreien Übergang in die Flat-top-Phase bei optimal schneller Auferregung.

Da ein Impulsdach von

$$t_i = 10 \text{ sec}$$

Voraussetzung ist, ergibt sich

$$t_3 = t_2 + t_i = 14,18 \text{ sec} \quad (15)$$

4. Bereich (Entregungs-Phase)

$$i(t) = e^{-\delta \cdot (t-t_3)} \left[i(t_3) + \frac{1}{L_g} \int_{t_3}^t (u_{m2} - ax) e^{\delta \cdot (x-t_3)} dx \right]$$

oder

$$i(t) = \frac{u_{m2}}{R_g} - \frac{a}{\delta^2 L_g} \left[e^{-\delta(t-t_3)} + \delta(t-t_3) + 1 \right] \text{ für } t_3 \leq t \leq t_4 \quad (16)$$

wobei

$$t_4 = t_3 + \frac{u_{m2}}{a} = 14,58 \text{ sec} \quad (17)$$

beträgt. Außerdem ist

$$i(t_4) = 37.448 \text{ KA} \quad (18)$$

der Anfangswert für den letzten Bereich.

5. Bereich (Entregungs-Phase)

$$i(t) = i(t_4) e^{-\delta(t-t_4)} \text{ für } t_4 \leq t \leq t_E \quad (19)$$

Mit dem Formelsatz (7) bis (19) ist also das transiente Verhalten des Magnetstromes $i(t)$ vollständig beschrieben. Er ist in der Kurvendarstellung Abb.3 aufgezeichnet.

Vergleichsweise dazu vermittelt Abb.4 den Verlauf $i(t)$, wenn $u_m(t)$ durch eine Sprungfunktion gemäß Kurve b von Abb. 2 approximiert wird. In diesem Fall gehorcht $i(t)$ nachstehender analytischer Darstellung

$$i_b(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq t \leq t_{1b} \\ \frac{u_{m1}}{R_g} (1 - e^{-\delta(t-t_{1b})}) & \text{für } t_{1b} \leq t \leq t_2 \\ \frac{u_{m2}}{R_g} & \text{für } t_2 \leq t \leq t_{3b} \\ i(t_{3b}) e^{-\delta(t-t_{3b})} & \text{für } t_{3b} \leq t \leq t_E \end{cases} \quad (20)$$

die in der neuen Intervallteilung mit

$$t_{1b} = \frac{t_1}{2}$$

$$t_{2b} = t_2$$

$$t_{3b} = t_3 + \frac{t_4 - t_3}{2}$$

gültig ist. Ein Vergleich der beiden Funktionen $i(t)$ und $i_b(t)$ brachte, abgesehen vom Impulsanfang, derart geringe Abweichungen, daß zur Vereinfachung des Rechenprozesses die Relationen (20) verwendet werden könnten.

Abb.3: Impulszyklus der Spulenströme $i(t)$ und der Magnetspannung $u_m(t)$

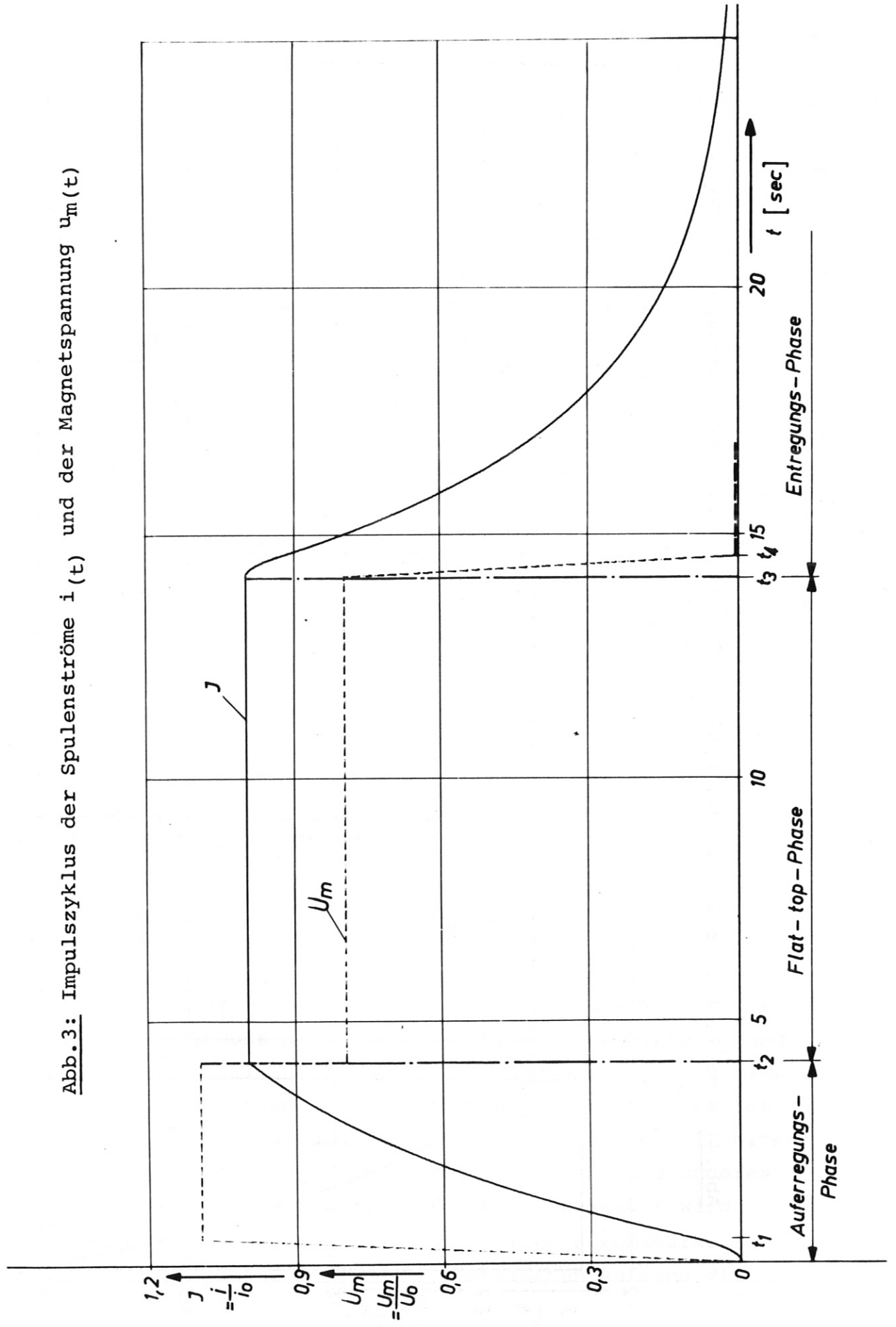
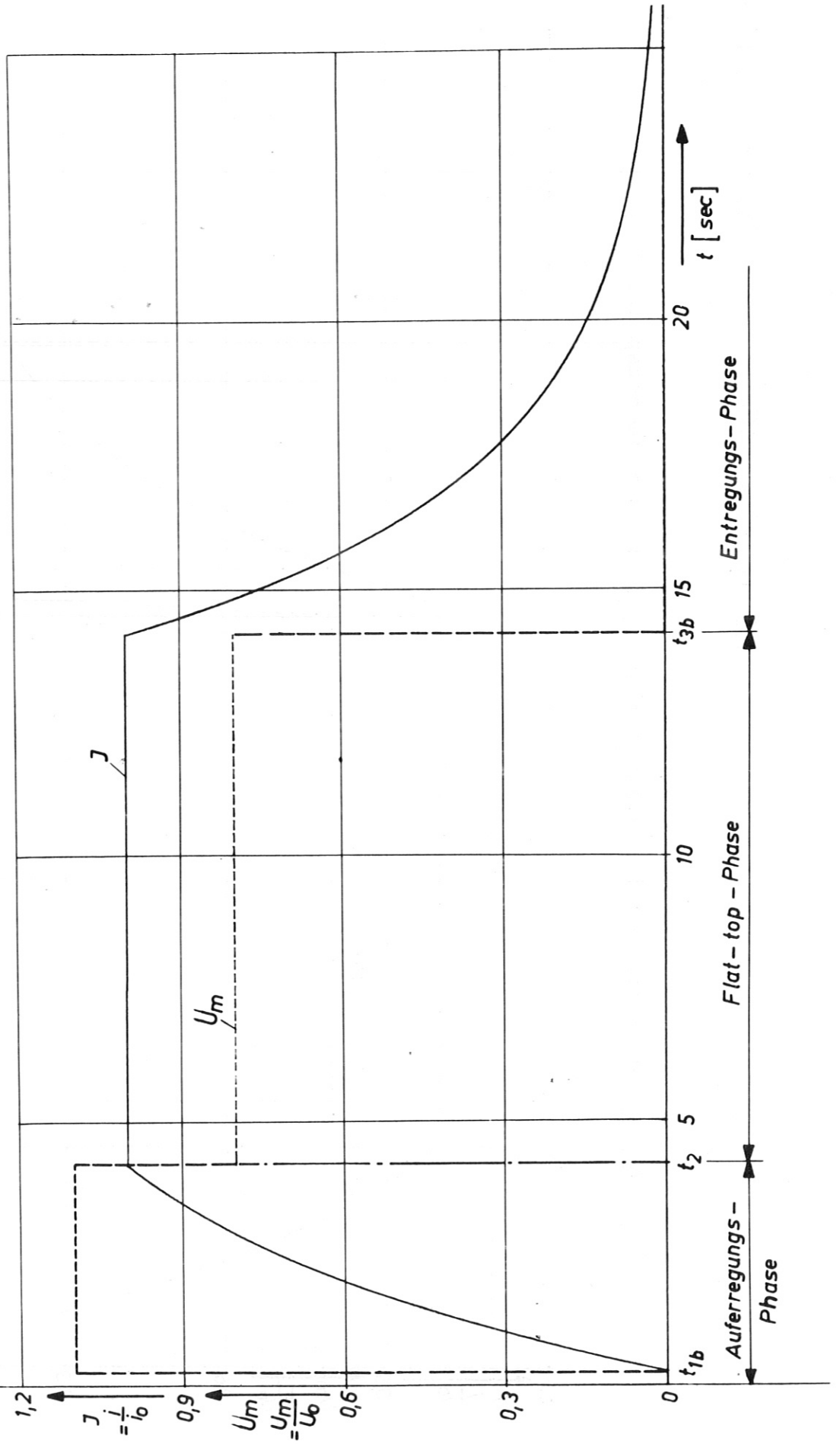


Abb. 4: Idealisierter Zyklus der Spulenströme $i_b(t)$ und der Magnetspannung $u_m(t)$



4. Berechnung der transienten Ströme und Kräfte nach einem Spulenkurzschluß.

Zur Erzeugung einer geschlossenen Magnetfeldkonfiguration wird der Stellarator W VII aus $N = 40$ toroidal angebrachten Einzelspulen aufgebaut (Abb. 5). Sie werden in Reihenschaltung betrieben und somit alle vom gleichen Strom in gleicher Richtung um das Torusrohr durchflossen. Dies wiederum führt zwangsläufig zu einem symmetrischen Magnetfeld im Toroiden, d. h. die magnetischen Feldlinien sind - abgesehen von geringfügigen Ausbeulungen in den Spulenlücken - geschlossene konzentrische Kreise um die Symmetrieachse des Torus. Dem soeben beschriebenen Feld überlagert sich ein weiteres, welches von dem Strom einer wendelförmig um das Torusrohr verlaufenden Wicklung herrührt. Der Einfluß dieser von den Hauptfeldspulen umschlossenen helischen Wicklung soll jedoch in der vorliegenden Arbeit unberücksichtigt bleiben. Es sei nur erwähnt, daß sie mit ersteren in Reihe geschaltet ist (Abb. 6).

Ausgehend von dem oben dargelegten Feldlinienverlauf des Hauptfeldes läßt sich unmittelbar eine Aussage über die im Spulensystem wirksam werdenden Lorentz-Kräfte

$$\vec{K} \sim \vec{G} \times \vec{B} \quad (21)$$

machen. Zweckmäßigerweise zerlegt man dazu den Vektor der magnetischen Induktion \vec{B} in eine radiale Komponente B_r und in eine tangential zur Torusseeele verlaufende Komponente B_t . Beide stehen in jedem radialen Wicklungsschnitt senkrecht auf dem Vektor der Stromdichte \vec{G} , so daß gemäß Gl(21) einerseits eine Kraft K_t tangential zur Torusseeele und andererseits eine Radialkraft K_r auf jede Spule ausgeübt wird. Im ungestörten Betriebsfall (d.h. gleiche Stromstärke in allen Spulen) ist B_r aber des symmetrischen Aufbaus der

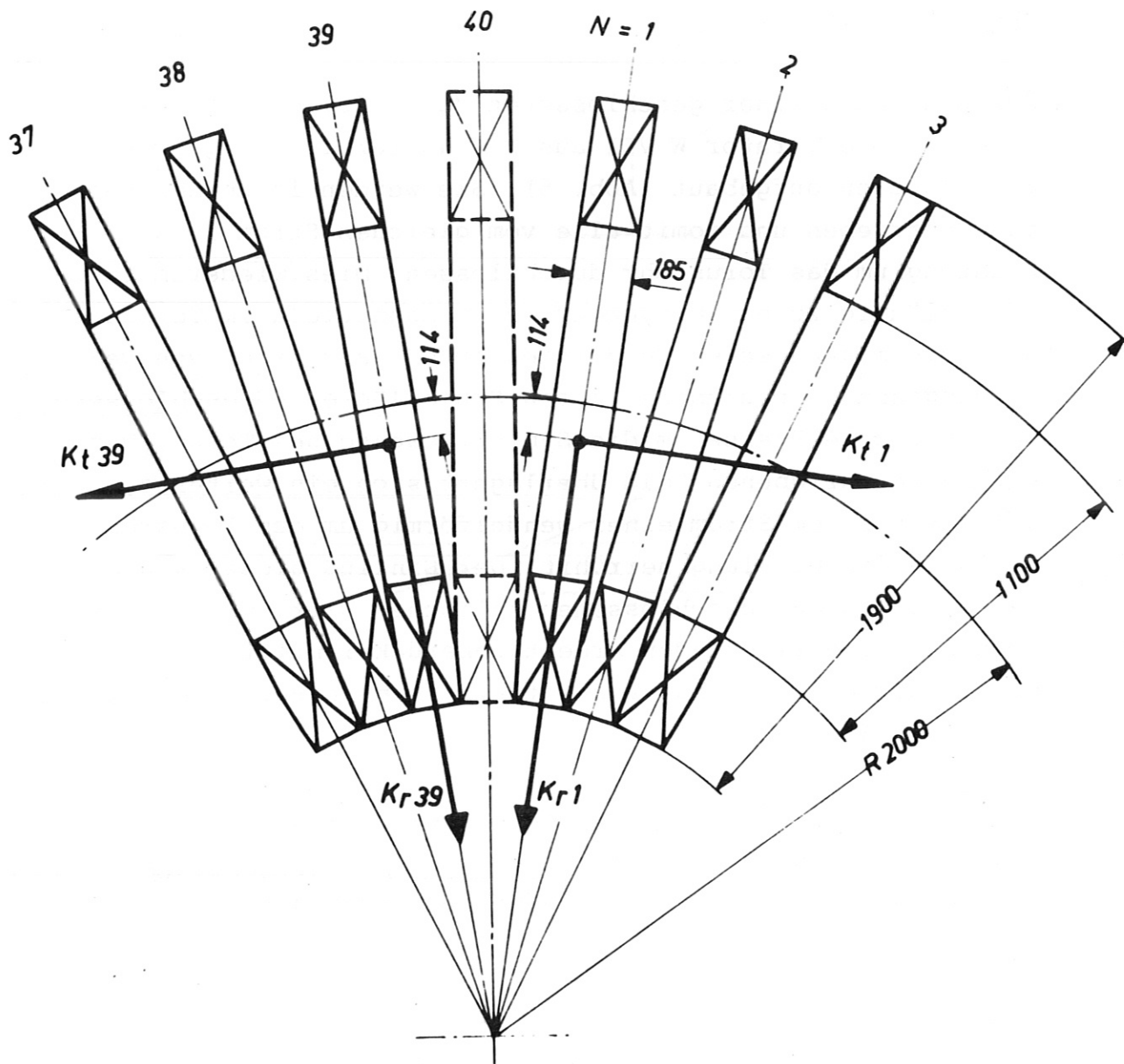


Abb. 5: Ausschnitt aus der toroidalen Spulenanordnung mit resultierenden Kräften auf die Spulen 1 und 39 nachdem Spule 40 kurzgeschlossen ist.

Anordnung wegen über die halbe Spulenbreite nach innen über die andere Hälfte nach außen gerichtet und außerdem an äquivalenten Stellen vom gleichen Betrage; womit nach (21) und Summation aller infinitesimalen Querschnittskräfte die resultierende Tangentialkraft K_t verschwindet. Dem entgegen sind alle Spulen einer gleichgroßen, resultierenden Radialkraft K_r ausgesetzt. Genauer gesagt, handelt es sich um Zentripetalkräfte, da bei örtlich konstanter Stromdichte \vec{G} über den Querschnitt der Spulen die magnetische Induktion B_t mit wachsendem Abstand aus dem Zentrum des Systems abnimmt. Also sind die auf die Spulenelemente am äußeren Torusrand radial nach außen gerichteten, resultierenden Kräfte kleiner als die auf die Spulenelemente am Torusinnenrand nach innen gerichteten.

Bei einer plötzlich eintretenden Betriebsstörung - hervorgerufen durch einen Spulenkurzschluß oder dergleichen - beginnt die kurzgeschlossene Spule sich vorzeitig über die Kurzschlußresistenz zu entladen. Dadurch entstehen verschiedene Stromstärken in den einzelnen Spulen, die ihrerseits ein asymmetrisches Magnetfeld insbesondere hinsichtlich B_r erzeugen. Ein asymmetrisch über die Spulenbreite verlaufendes B_r ergibt aber nach (21) eine resultierende Kraft K_t , die nun neben der bereits oben diskutierten Radialkraft K_r auf jede Spule wirksam wird. Einzige Ausnahme ist die kurzgeschlossene Spule, weil in ihr B_r vor wie nach symmetrisch verläuft, was weiterhin $K_t = 0$ bedeutet. Andererseits wird die größte Tangentialkraft K_t auf die der gestörten Spule benachbarten Spulen ausgeübt; während sie sich auf die verbleibenden mit größer werdender Entfernung von der Störstelle rasch vermindert.

Die folgende Untersuchung beschränkt sich auf den Fall einer kurzgeschlossenen Spule.

Für die Berechnung der transienten Kräfte während einer vorzeitigen Entladung einer Spule kommt dem Übergangsverhalten der Spulenströme $i_N(t)$ ($N = 1$ bis 40) fundamentale Bedeutung zu. Sie sind also hier unter Beachtung aller induktiven Kopplungen zu berechnen. Die dazu erforderlichen Kopplungskoeffizienten (Selbst- und Wechselinduktivitäten) des Systems wurden in [1] bereits früher angegeben. Ihre Berechnung fußt auf der Grundlage von [4]. Somit kann ein Ersatzschaltbild gemäß Abb. 6 zugrunde gelegt werden, indem angenommen wurde, daß sich zum Zeitpunkt $t = t_k$ über der Spule $N = 40$ ein Kurzschluß einstellt. Diese Annahme bedeutet keine Einschränkung der Allgemeinheit, da es sich hier um eine symmetrische Spulen-anordnung handelt. (Abb. 5).

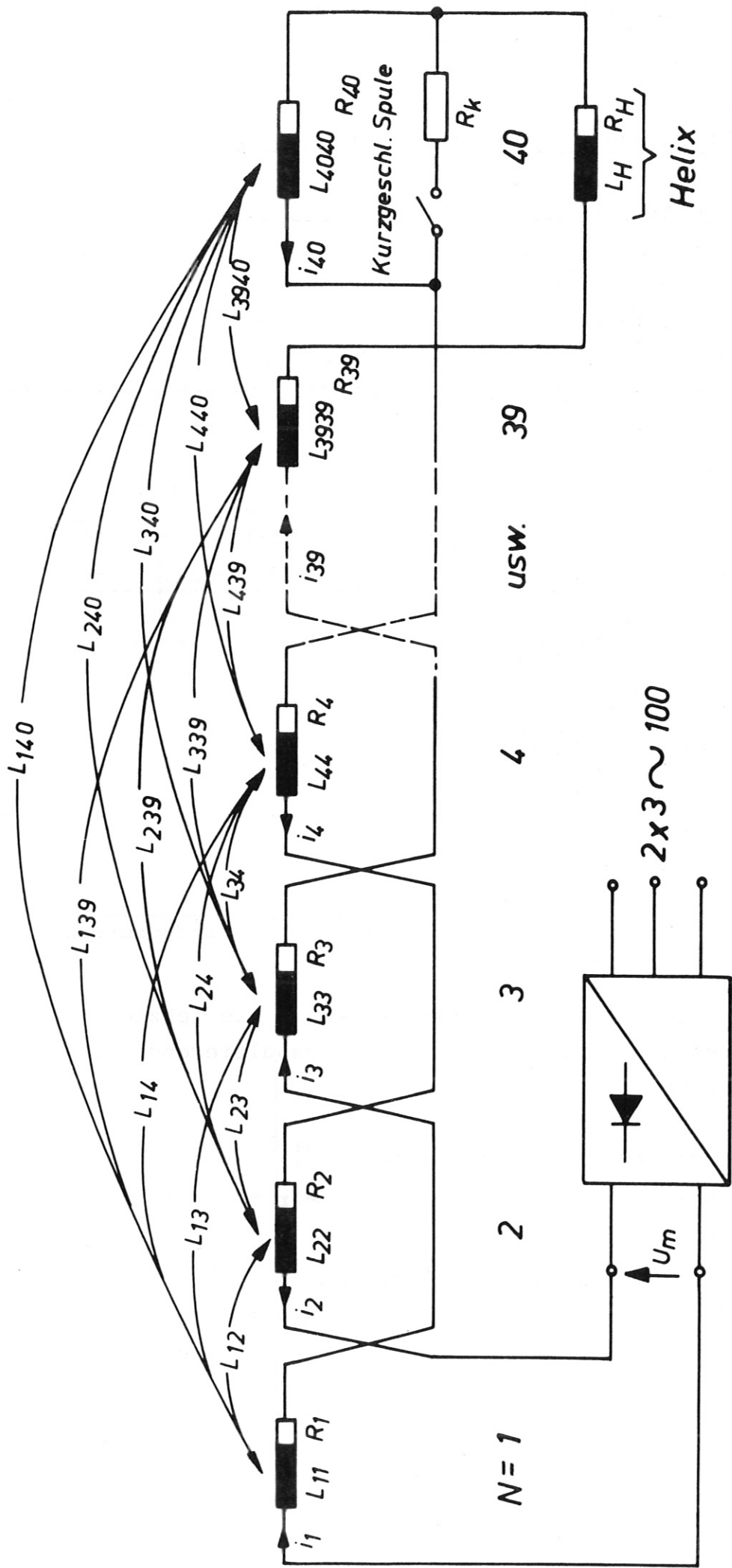


Abb. 6: Ersatzschaltbild des W VII-Magneten

4.1 Reduktion und Analyse der Ersatzschaltung

Für die Analyse der in Abb. 6 dargestellten Ersatzschaltung empfiehlt sich zunächst eine ins Auge springende Vereinfachung vorzunehmen. Denn es sind alle in Reihe geschalteten Kreiselemente zusammenzufassen, ohne daß dadurch die Wirkung der allseitigen induktiven Kopplungen verloren geht. Es verbleibt dann ein Schaltkreis entsprechend Abb.7.

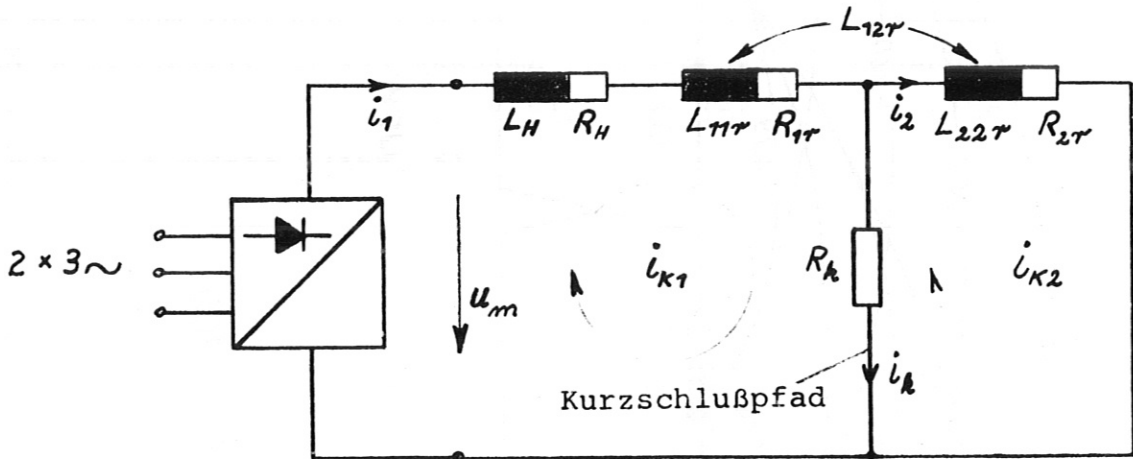


Abb. 7: Reduzierter Ersatzkreis des W VII-Magneten.

Sind also von den insgesamt n -Spulen die letzten $n-m$ kurzgeschlossen, so gilt für die resultierenden Ersatzelemente:

Resistanz aller unbeschädigten
Spulen

$$R_{1r} = \sum_{i=1}^m R_i \quad (22)$$

Resistanz aller kurzgeschlossenen
Spulen

$$R_{2r} = \sum_{i=m+1}^n R_i \quad (23)$$

Selbstinduktivität aller unbeschädigten
Spulen

$$L_{11r} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m L_{ij} \quad (24)$$

Selbstinduktivität aller kurzgeschlos-
senen Spulen

$$L_{22r} = \sum_{i=m+1}^n \sum_{j=m+1}^n L_{ij} \quad (25)$$

Wechselinduktivität zwischen den
kurzgeschlossenen und unbeschädigten
Spulen

$$L_{12r} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^n L_{ij} \quad (26)$$

Spezialisiert man die erhaltenen Gleichungen noch auf den zu betrachtenden Fall, nämlich $n = 40$ und $m = 39$, so folgen mit den in [1],[2] gegebenen Zahlenwerten für die

Resistanzen $R_i = 1 \text{ m}\Omega$ für $i = 1$ bis 40
Selbstinduktivitäten $L_{ij} = 1,1061 \text{ mH}$ für $i = 1$ bis 40
Wechselinduktivitäten

j	$L_{i,i+j}$ [mHenry]
1	0,64602
2	0,31332
3	0,17843
4	0,11198
5	0,07682
6	0,05548
7	0,04114
8	0,03112
9	0,02392
10	0,01861
11	0,01464
12	0,01162
13	0,00930
14	0,00751
15	0,00612
16	0,00505
17	0,00425
18	0,00369
19	0,00335
20	0,00324

nachstehende Ergebnisse

$$R_{1r} = \sum_1^{39} R_i = 39 \text{ m}\Omega$$

$$R_{2r} = \sum_{40}^{40} R_i = 1 \text{ m}\Omega$$

$$L_{11r} = \sum_1^{39} \sum_1^{39} L_{ij} = 162,002 \text{ mH}$$

$$L_{22r} = \sum_{40}^{40} \sum_{40}^{40} L_{ij} = 1,1061 \text{ mH}$$

$$L_{12r} = \sum_{40}^{40} \sum_1^{39} L_{ij} = 3,1280 \text{ mH}$$

Nach der Bereitstellung der Schaltelemente kann nunmehr die Maschenanalyse [5, 6] der reduzierten Schaltung ausgeführt werden. Ihr zufolge sind die Zweigströme

$$(i) = (H) (i_k) \quad (27)$$

über die Strukturmatrix (H) mit den frei wählbaren Kreisströmen (i_k) miteinander verknüpft. *) Mit Hilfe der transponierten Strukturmatrix $(H)^T$ lassen sich außerdem in der vorliegenden Schaltung (Abb.7) zwei unabhängige Spannungsumläufe

$$0 = (H)^T (u) \quad (28)$$

bilden, wobei die Zweigspannungen

$$(u) = (u_R) + (u_L) + (u_O) \quad (29)$$

sich aus den einzelnen Spannungsabfällen

*) Buchstaben in Klammern stehen symbolisch für Matrizen bzw. Vektoren

$$(u_R) = (R_d) (i) \quad (30)$$

$$(u_L) = \frac{d}{dt} \left[(L_d) \cdot (i) \right] = (L_d) (i') \quad (31)$$

und den Quellspannungen (u_0) zusammensetzen. Einsetzen der Gl.(27) bis (31) ineinander führt dann zu einem Dgl.-System 1. Ordnung

$$\underline{(i_k')} = - (L)^{-1} (R) (i_k) - (L)^{-1} (H)^T (u_0) \quad (32)$$

mit

$$(L) = (H)^T (L_d) (H) \quad (33)$$

$$(R) = (H)^T (R_d) (H) \quad (34)$$

$$(H) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad (H)^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$(L_d) = \begin{bmatrix} L_{11r} & L_{12r} & 0 \\ L_{21r} & L_{22r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad L_{12r} = L_{21r} \quad (36)$$

$$(R_d) = \begin{bmatrix} R_{1r} & 0 & 0 \\ 0 & R_{2r} & 0 \\ 0 & 0 & R_k \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$(u_0) = \begin{bmatrix} u_m \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Zur eindeutigen Lösung des Dgl.-Systems (32) sind noch die Anfangsbedingungen

$$(i_k(t_k)) = \begin{bmatrix} i_{k1}(t_k) \\ i_{k2}(t_k) \end{bmatrix} \quad (39)$$

festzulegen. Das sind aber gerade die Stromstärken der Kreisströme zum Zeitpunkt t_k , dem Beginn des Kurzschlusses. Diese lassen sich leicht aus den Gleichungen des ungestörten Betriebsfalls (siehe Abschnitt 3.) berechnen.

Als numerisches Lösungsverfahren von Gl.(32) wird die von Hamming [7] angegebene Predictor-Corrector-Methode verwendet, die als FORTRAN-Routine der Bezeichnung "NETZWERKE 2" ausgeführt ist. Einzelheiten dazu können [6] entnommen werden.

4.2. Auswertung der Netzwerkgleichungen

Es soll nun dazu übergegangen werden, die abgeleiteten Netzwerkgleichungen auszuwerten. Dies hat natürlich stückweise in den einzelnen aneinandergrenzenden Gültigkeitsbereichen zu erfolgen, d.h. für $t \leq t_k$ gelten die Gleichungen des ungestörten Betriebes, während für $t \geq t_k$ (Gl.32) Gültigkeit hat. Dabei ist t_k derjenige Zeitpunkt, in dem ein möglicher Kurzschluß eintritt. Selbstverständlich kann dieser Zeitpunkt innerhalb jeder Impulsphase liegen. Wegen der sicher unterschiedlich verlaufenden Entladevorgänge ist also zu unterscheiden zwischen einem Kurzschluß in der Auferregungs- und einem in der Flat-top-Phase. Beide Fälle sind also zu analysieren, wobei offengehalten werden soll, ob unmittelbar nach einem Kurzschluß die Entregung des Stoßgenerators und damit die Entregung des Gesamtsystems (die Magnetspannung u_m wird auf Null abgesenkt) vorzunehmen ist oder nicht. Eine Frage, die sicher noch einer eingehenden Diskussion bedarf. Würde man sich für eine vorzeitige Entregung mit dem wesentlichsten Argument einer geringeren und kürzeren Beanspruchung der Spulen durch die Tangentialkräfte K_t entscheiden, so wäre an jeder Spule eine Überwachungseinrichtung

erforderlich, die den Störfall signalisiert und die sofortige Entregung einleitet. - Vermutlich wird solch eine Einrichtung wegen den möglichen andersartigen Betriebsstörungen (z.B. plötzliche Stromkreisunterbrechung) ohnehin notwendig. - Demnach ist bei der Auswertung zwischen folgenden Fällen zu unterscheiden:

a) Spulenkurzschluß in der Auferregungs-Phase mit unmittelbar danach beginnender Generatorentregung.

Entsprechend Abb. 3 erstreckt sich der Auferregungsbereich von $t_0 = 0$ sec bis $t_2 = 4,18$ sec. Innerhalb dieser Grenzen, d.h. bei $t_k = 4$ sec (kurz vor Erreichen des Nennstromes I_N) soll nun ein Kurzschluß simuliert werden.

An der Stelle t_k gilt

$$\begin{aligned} i(t) &< I_N = 40 \text{ KA} \\ i'(t) &\neq 0 \\ u_m(t) &= \begin{cases} \text{entsprechend Gl. (6)} & \text{für } t \leq t_k \\ u_{m1} - a(t-t_k) & \text{für } t_k \leq t \leq t_{k1} \\ 0 & \text{für } t_{k1} \leq t \leq t_E \end{cases} \\ R_k &= 1 \text{ m}\Omega \end{aligned}$$

Dabei ist R_k die Resistanz des Kurzschlußpfades, ihr Einfluß wird später noch genauer studiert, zunächst soll jedoch obenstehender Wert angenommen werden. Die unter diesen Nebenbedingungen sich einstellenden Übergangsfunktionen $i(t)$ sind der Kurvendarstellung Abb.8 zu entnehmen. Dazu analoge Kurven sind in Abb. 9 für einen idealen Kurzschluß ($R_k=0$) gegeben.

b) Spulenkurzschluß in der Flat-top-Phase mit unmittelbar danach beginnender Generatorentregung.

Nach Abb. 3 verläuft die Flat-top-Phase von $t_2 = 4,18$ sec bis $t_3 = 14,18$ sec. Der Kurzschlußzeitpunkt wird also bei $t_k = 5$ sec. festgesetzt.

Weiterhin gilt dort

$$i(t) = 40 \text{ KA} = I_N = \text{const.}$$

$$i'(t) = 0$$

$$u_m(t) = \begin{cases} \text{entsprechend Gl. (6)} & \text{für } t \leq t_k \\ u_{m2} - a(t - t_k) & \text{für } t_k \leq t \leq t_{k1} \\ 0 & \text{für } t_{k1} \leq t \leq t_E \end{cases}$$

$$R_k = 1 \text{ m}\Omega$$

Die damit errechneten transienten Ströme $i(t)$ sind aus der Abb. 10 zu ersehen.

c) Spulenkurzschluß in der Flat-top-Phase ohne Generator-entregung

In diesem Fall gelten die Voraussetzungen von b), nur soll jetzt keine vorzeitige Entregung des Generators vorgenommen werden, d. h. der Pulszyklus des ungestörten Betriebes wird beibehalten. Die Magnetspannung $u_m(t)$ folgt daher dem in Gl. (6) festgelegten Verlauf, der gemeinsam mit den errechneten transienten Strömen in Abb. 11 wiedergegeben wird.

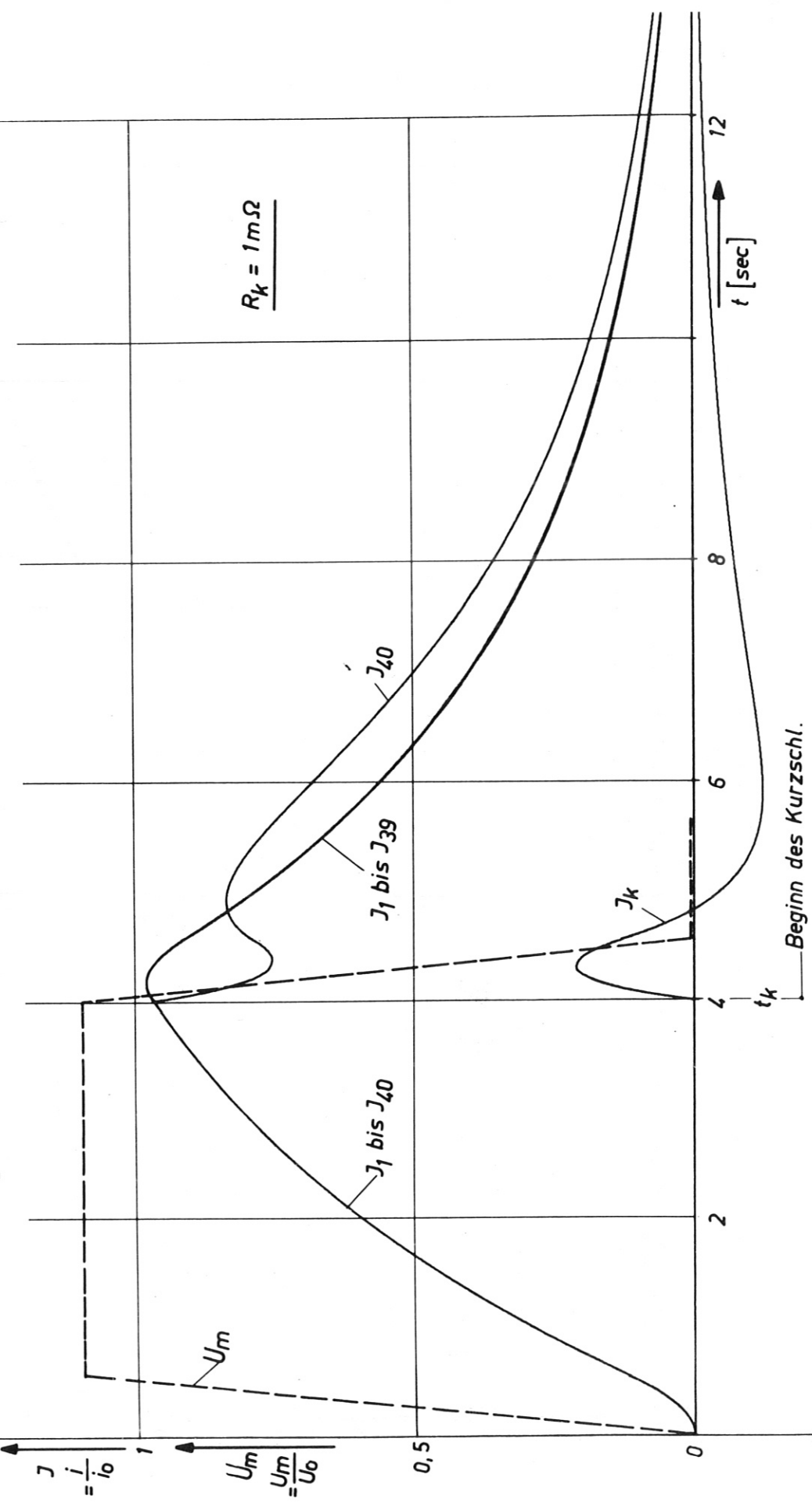
Die Kurven von Abb. 8 bis Abb. 11 sind in genormter Darstellung mit den Normen

$$i_0 = I_N = 40 \text{ KA}$$

$$u_0 = 3 \text{ KV}$$

gegeben. Ihre Bezeichnung und Orientierung sind entsprechend Abb. 6 vorgenommen worden.

Abb. 8: Spulenströme $i(t)$ und Magnetspannung $u_m(t)$ bei einem Spulenkurzschluß in der Aufregungs-Phase mit unmitttelbarer Generatorentregung.



Beginn des Kurzschl.

Abb. 9: Spulenströme $i(t)$ und Magnetspannung $u_m(t)$ bei einem idealen Spulenkurzschluß in der Aufregungsphase mit unmittelbarer Generatorentregung.

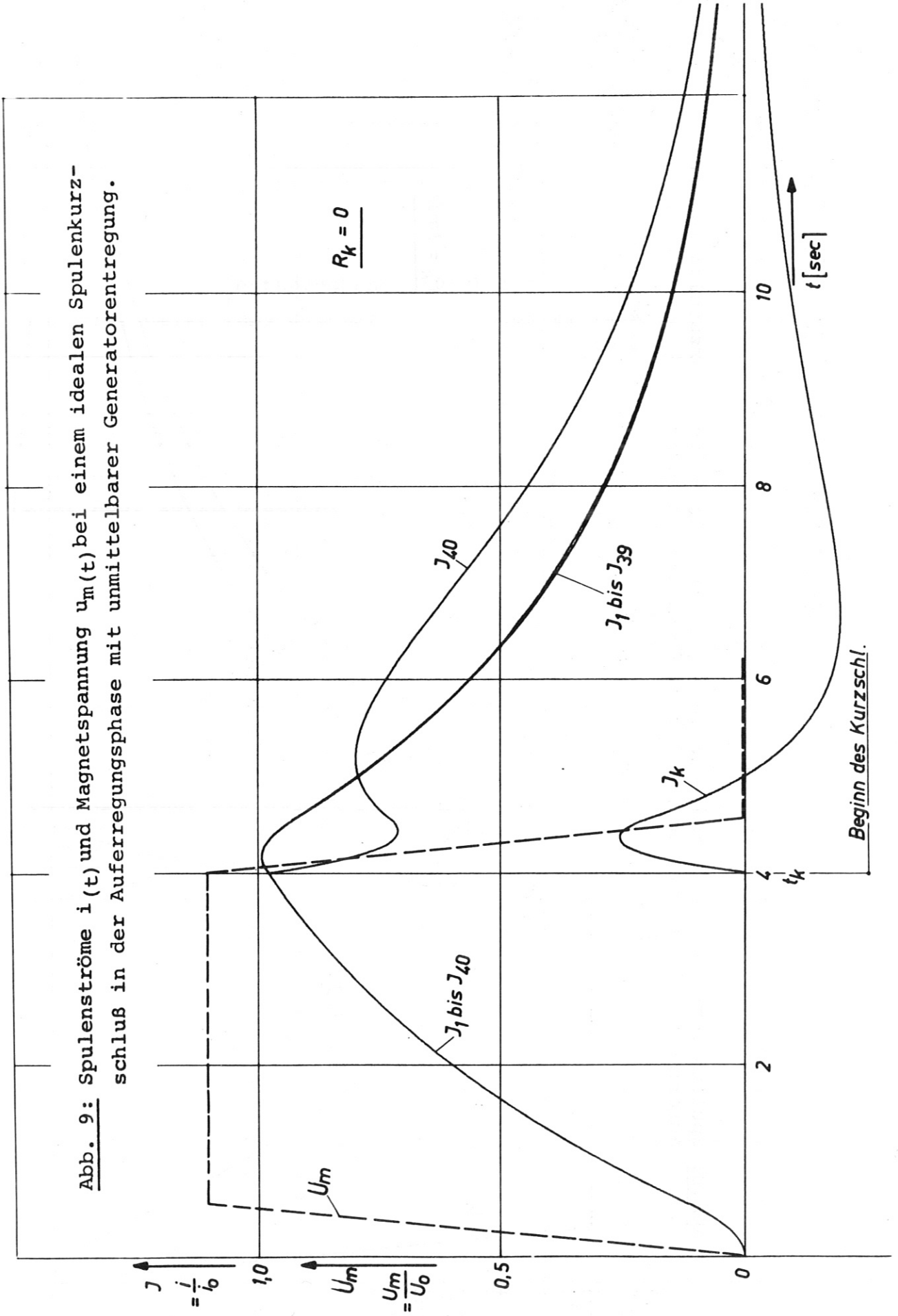


Abb. 10: Spulenströme $i(t)$ und Magnetspannung $u_m(t)$ bei einem Spulenkurzschluß in der Flat-top-Phase mit unmittelbarer Generatorentregung.

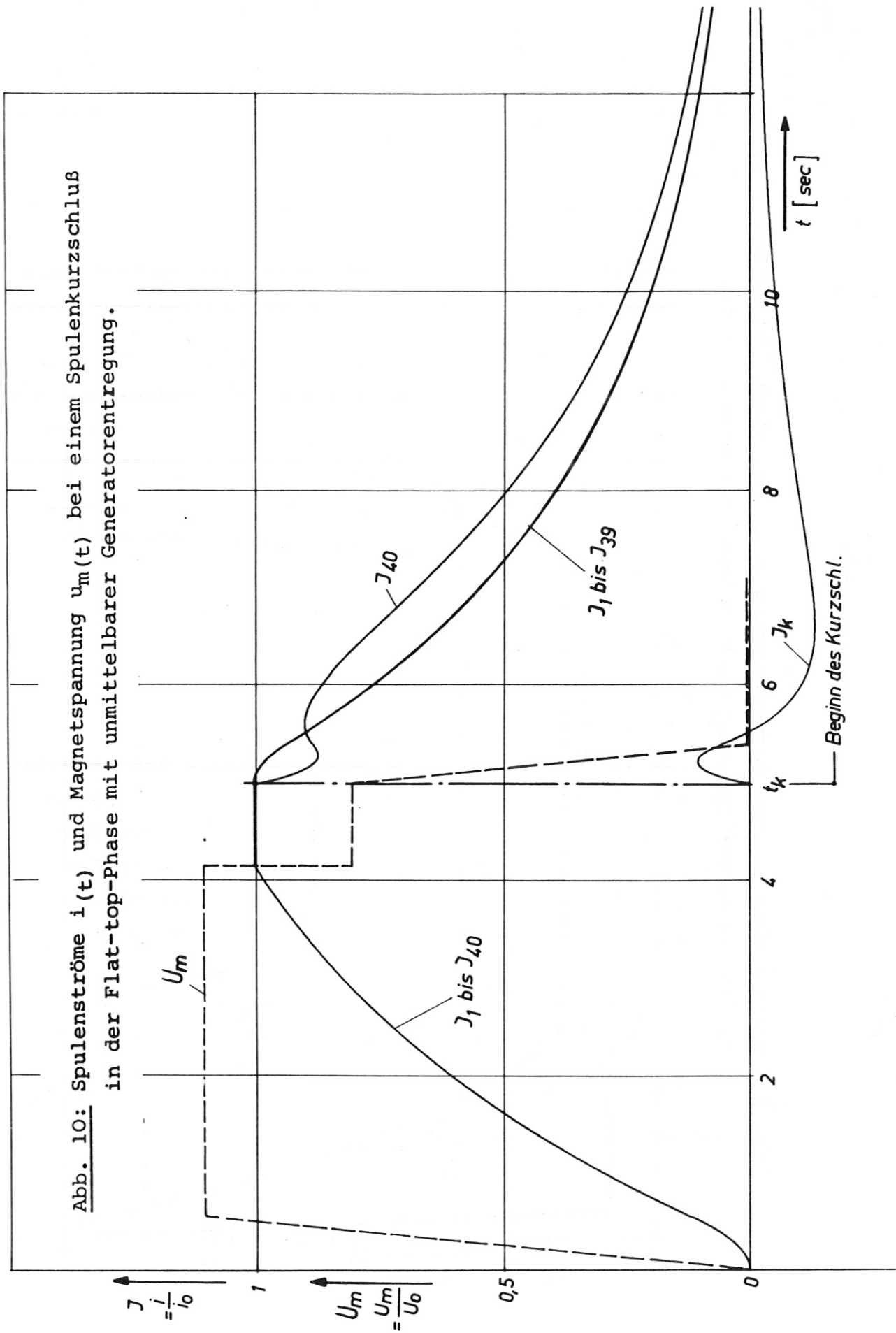
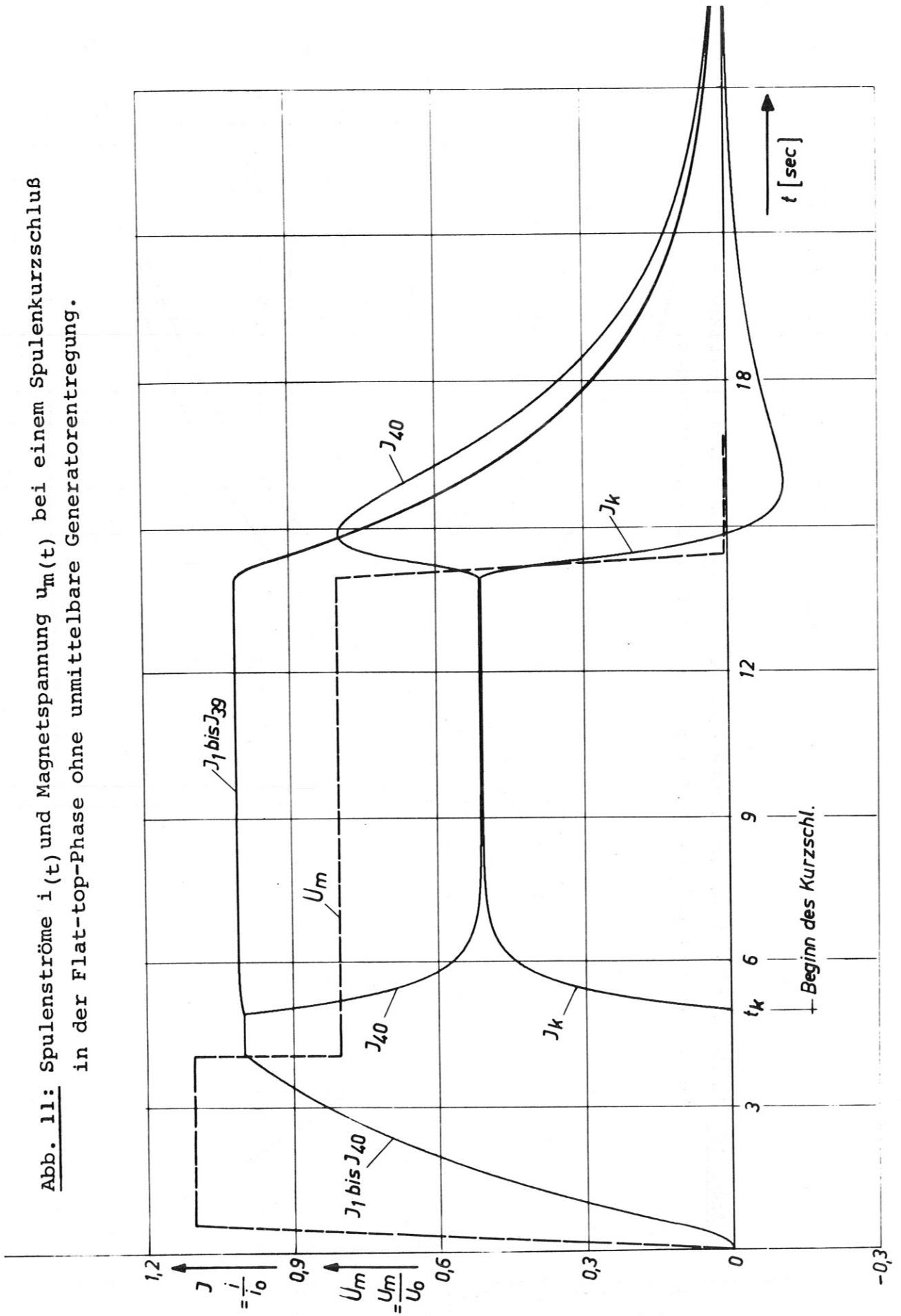


Abb. 11: Spulenströme $i(t)$ und Magnetspannung $u_m(t)$ bei einem Spulenkurzschluß in der Flat-top-Phase ohne unmittelbare Generatorentregung.



4.3. Numerische Berechnung der magnetischen Kräfte

Nachdem die Stromstärken in den einzelnen Spulen von Beginn eines Kurzschlusses bis zur völligen Entladung des Magneten bekannt sind (Abb. 8 bis 11), können nun die im Spulensystem herrschenden magnetischen Kräfte als Funktion der Zeit berechnet werden. Die Berechnung erfolgt punktweise über den ganzen, in $t = t_k$ beginnenden Zeitbereich einer Betriebsstörung mit Hilfe der FORTRAN-Routine "KRAEFTE". Diese Routine basiert auf dem magnetischen Kraftgesetz (21) und ist in [8] genauer beschrieben worden.

Aus den Kurvendarstellungen Abb. 12 und 13 geht der jeweils errechnete Verlauf der transienten azimuthalen wie radialen Kräfte hervor, wobei nachstehende Zugehörigkeit zu beachten ist:

Fall 4.2.a), zu Abb. 8 gehört Abb. 12

Fall 4.2.c), zu Abb. 11 gehört Abb. 13

In beiden Diagrammen werden nur die Funktionen $K_{t1}(t) = K_{t39}(t)$ und $K_{r1}(t) = K_{r39}(t)$ angegeben, da im Fall einer kurzgeschlossenen Spule $N = 40$ auf die ihr benachbarten Spulen $N = 1$ und $N = 39$ die größten Kräfte wirksam werden. Bemerkenswert ist noch die Richtungsänderung der Kräfte $K_t(t)$ (in Abb. 5 sind sie in ihrer positiven Richtung eingezeichnet) die dadurch entsteht, daß im Laufe der Entladung zunächst $i_{40} < i_m$ und später $i_{40} > i_m$ ($m=1$ bis 39) gilt. Des weiteren erkennt man die Änderung der azimuthalen Kräfte $K_t(t)$ mit der Differenz der Ströme $\Delta i = i_N - i_{40}$, ($i_N = i(t)$ für $N = 1$ bis 39), d.h. wenn $\Delta i = 0$ ist sind auch alle $K_t(t) = 0$ und wenn $\Delta i = (\Delta i)_{\max}$ ist sind alle $K_t(t) = K_t(t)_{\max}$. Diese Gesetzmäßigkeit ist grundsätzlich gegeben, so daß auf die Berechnung der Kräfte $K_t(t)$ nach einem Kurzschluß in der Flat-top-Phase (Abb. 10) verzichtet werden kann, weil dort die besagte Stromdifferenz Δi über den ganzen Zeitbereich kleiner ist, als diejenige nach einem Kurzschluß in der Auferregungs-Phase (Abb.8).

Außerdem fallen die Funktionen $K_r(t)$ der radialen Kräfte nach Eintritt einer Betriebsstörung monoton gegen Null und nehmen daher im ungestörten Betrieb ihren Maximalwert an.

Ohne unmittelbare Generatorentregung, also wenn trotz eines Kurzschlusses der vorgesehene Pulszyklus beibehalten wird, streben die Ströme $i(t)$ vorübergehend einen neuen stationären Zustand an (Abb.11). Über den stationären Bereich bleibt $\Delta i = \text{const.}$, womit die Funktionen $K_r(t)$ und $K_t(t)$ ebenfalls einen ausgeprägten Dachbereich auf dem Niveau von $K_{r\text{stat}} \approx 160 \text{ Mp}$ bzw. $K_{t\text{stat}} \approx 120 \text{ Mp}$ über die Dauer von ca. 8 sec durchlaufen (Abb. 13). Die daran anschließende Entregungs-Phase zeigt wieder die Merkmale des Falles 4.2.a).

In Abb. 14 ist der Einfluß der Kurzschlußresistenz R_k auf die Spulenkräfte dargestellt. Die absolute Größe der Resistanz R_k eines Kurzschlusses ist wegen der Vielfalt seiner Entstehungsmöglichkeit (Verbindung durch mehr oder weniger gute metallische Leiter, Überschlag eines Lichtbogens usw.) kaum festzulegen. Bei den angedeuteten Möglichkeiten könne sich leicht um Größenordnungen verschiedene Beträge von R_k ergeben. Deshalb ist es sicher zweckmäßig die Maximalkräfte $K_{t\text{max}}$ in Abhängigkeit von R_k zu bestimmen. Dies wird im Kurzschlußfall 4.2a), der sich als ungünstigster herausgestellt hat, ausgeführt. Der ermittelte Kurvenverlauf (Abb.14) läßt erkennen, daß selbst unter Annahme eines idealen Kurzschlusses ($R_k=0$) die maximalen azimuthalen Kräfte $K_{t\text{max}} = 60 \text{ Mp}$ nicht annähernd den in [1] angegebenen Wert von 291 Mp erreichen. Somit dürften die hier dargelegten Ergebnisse einen positiven Einfluß auf die Konstruktion von Spulen und Gerüst des Stellarators hinterlassen.

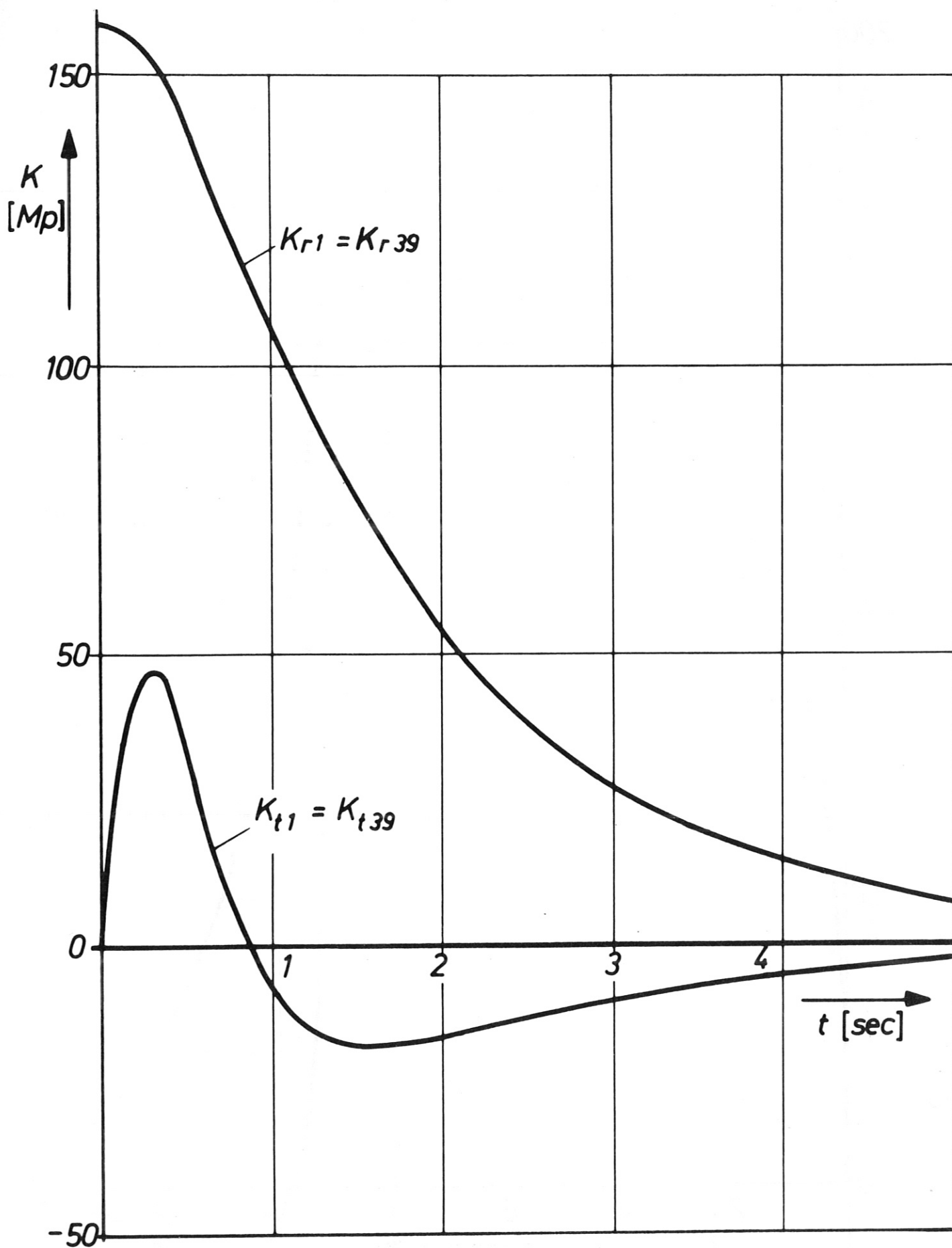


Abb.12: Azimutale und radiale Kräfte auf die der kurzgeschlossenen Spule $N=40$ benachbarten Spulen $N=1$ und $N=39$ nach einem Kurzschluß in der Aufferregungsphase.

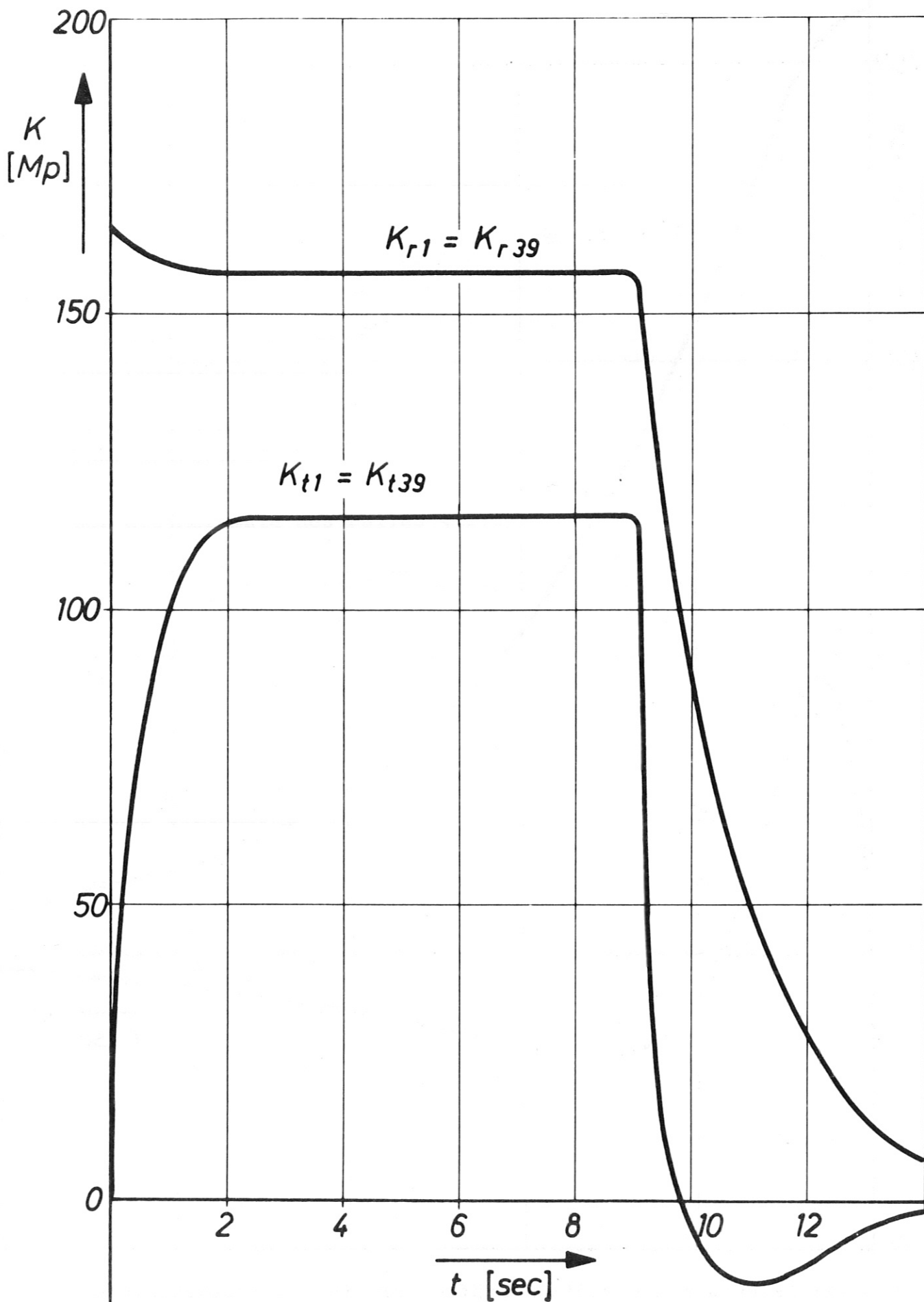


Abb.13: Azimutale und radiale Kräfte auf die der kurzgeschlossenen Spule $N=40$ benachbarten Spulen $N=1$ und $N=39$ nach einem Kurzschluß in der Flat-top-Phase ohne unmittelbare Generatorentregung.

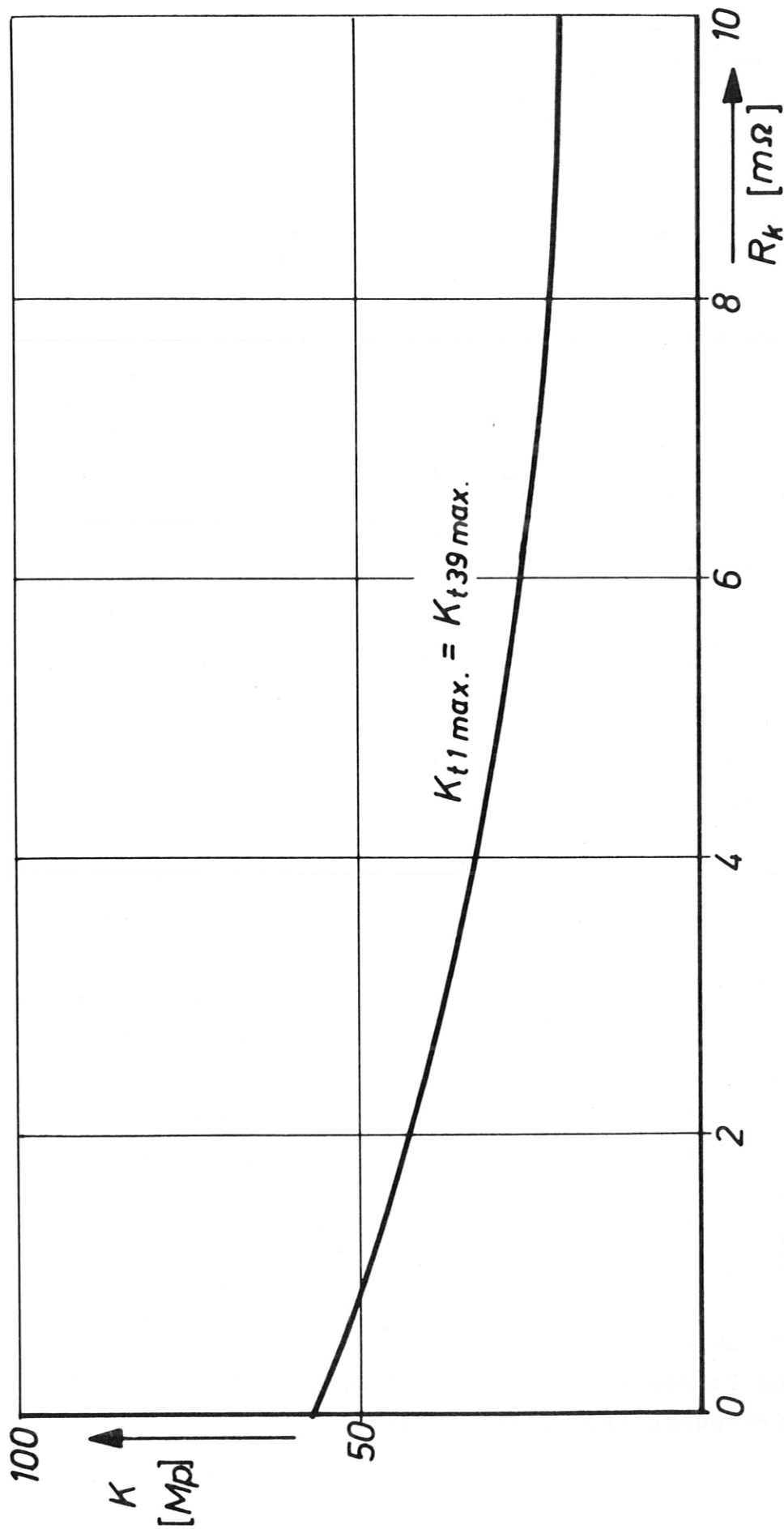


Abb. 14: Die maximalen azimutalen Kräfte auf die der kurzgeschlossenen Spule $N=40$ benachbarten Spulen $N=1$ und $N=39$ als Funktion der Kurzschlußresistenz.

Literaturverzeichnis

- [1] Projekt WENDELSTEIN W VII. IPP-Report 2/204, Juni 72
- [2] Zusammenstellung von Planungsunterlagen und bisherigen Ergebnissen zum Projekt WENDELSTEIN W VII (Ringbuch)
- [3] Ausrüstungen für die Hochenergyphysik: CERN in Genf
Siemens-Zeitschrift (Zusammenfassung von Aufsätzen aus den Siemens-Zeitschriften 2/71, 5/71, 6/71, 7/71 und 8/71)
- [4] Pöhlchen, R., Calculation of Self-Inductances of Thick Air-Core Coils, Mutual Inductances and Axial Forces between such Coils in Co-axial Systems by Means of a digital Computer. Proc. Int. Conference on Magnet Technology, Hamburg 1970, S. 142-151.
- [5] von Weiß, A.: Einführung in die Matrizenrechnung zur Anwendung in der Elektrotechnik. R. Oldenbourg-Verlag, München, 1971.
- [6] Preis, H.: Die Analyse transients Vorgänge in linearen, elektrischen Netzwerken. IPP-Report 4/87, Juli 71.
- [7] Ralston, A., Wilf, H.S.: Mathematische Methoden für Digitalrechner, Band I, Oldenbourg Verlag 1967.
- [8] Pöhlchen, R., Ludescher, Ch.: Calculation of Net Forces and Mechanical Stress in the Toroidal Field Coil System of the Wendelstein VII, Pulsator and Wega, Proceedings of the VIIth Symposium on Fusion Technology, Grenoble, October 1972.
- [9] Pöhlchen, R., Preis, H.: Calculation of Transient Currents and Forces in Toroidal Coil Systems for Fusion Machines. IPP-Report 4/107, Januar 1973