

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK  
GARCHING BEI MÜNCHEN

Untersuchung der Relaxationseffekte hinter  
sekundären Stossfronten in stosswellenge-  
heizten und teilionisierten Argonplasmen

Investigation of Relaxation Effects behind  
Reflected Shock Fronts in Shock Heated,  
Partially Ionized Argon Plasmas

W. Zimmermann und H. Muntenbruch

IPP IV/49

Dezember 1972

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem  
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die  
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

IPP IV/49 W. Zimmermann  
H. Muntenbruch

Investigation of Relaxation  
Effects behind Reflected  
Shock Fronts in Shock Heated,  
Partially Ionized Argon Plasmas

December 1972 (in German)

### Abstract

The ionization relaxation behind reflected shock fronts generated by interaction of fast argon plasma flows with strong magnetic fields was studied theoretically and experimentally.

A model for the shock profiles was formulated, the shock being assumed to be one-dimensional and stationary. Relaxation lengths and times as well as the electron and mass densities in the reflected shock wave were calculated numerically for various values of the frozen shock Mach number and for the two cases equilibrium ionization and perfect gas without ionization ahead of the reflected shock. Furthermore, radiation cooling effects were discussed.

Measurements of the mass and electron density profiles were made by means of two-wavelengths Mach-Zehnder interferometry. Spectroscopic measurements resulted in electron density profiles in the neighbouring regions.

The measurements show satisfactory agreement with theory after the shock has become quasistationary at large distances upstream from the electrode region in the interaction chamber.

I.	EINFÜHRUNG UND PROBLEMSTELLUNG .....	1
II.	THEORETISCHE UNTERSUCHUNG DES RELAXATIONSVERHALTENS SEKUNDÄRER STOSSWELLEN IN STOSSWELLENERZEUGTEN ARGON- PLASMEN .....	6
1.	Voraussetzungen .....	6
1.1	Der Gaszustand im Vorland der reflektierten Stossfront .....	6
1.2	Abgrenzung der untersuchten Machzahlbereiche .....	8
2.	Physikalische Grundlagen der Relaxationsphänomene in ionisierenden Plasmastosswellen .....	12
2.1	Allgemeine Beschreibung der Vorgänge in einer ionisierenden Plasmastosswelle .....	12
2.2	Das Relaxationsverhalten bei der Einstellung der kinetischen Temperaturen .....	15
2.3	Das Relaxationsverhalten der Ionisation .....	20
2.4	Der Einfluss starker Magnetfelder auf das Verhalten ionisierender Plasmastosswellen .....	31
2.5	Zusammenfassung und Kritik .....	36
3.	Zusammenstellung der Gleichungen für die Berechnung der sekundären Stosswellen .....	39
3.1	Formulierung des Modells für die numerischen Rechnungen .....	39
3.2	Die Stossbeziehungen für Stossfronten in teil- ionisierten Plasmen .....	39
3.3	Die Gleichungen für das Relaxationsgebiet .....	43
3.3.1	Die Strömungsgleichungen .....	43
3.3.2	Die Elektronenproduktionsrate durch Stossprozesse .....	45
3.3.3	Der Energieumsatz des Elektronengases .....	47
3.3.4	Strahlungsverluste des Gesamtplasmas .....	51
4.	Numerische Durchführung der Rechnungen .....	53
5.	Resultate der numerischen Rechnungen .....	59
5.1	Allgemeine Übersicht über die Resultate .....	59
5.2	Typische Profile der Strömungsparameter und Pro- zessraten bei Vernachlässigung von Strahlungsver- lusten .....	61
5.2.1	Profile der Strömungsparameter hinter dem sekundären Stoss für verschiedene Vorland- bedingungen .....	61

5.2.2	Ionisationsverlauf und Ionisationsraten hinter dem sekundären Stoss für verschie- dene Vorlandzustände .....	66
5.2.3	Der Verlauf der Temperaturen und des Energie- austausches zwischen schweren Teilchen und Elektronen hinter sekundären Stößen für ver- schiedene Vorlandzustände .....	69
5.3	Typische Profile der Strömungsparameter und Pro- zessraten bei Berücksichtigung von Strahlungsver- lusten .....	74
5.4	Relaxationslängen und Relaxationszeiten als Funktionen der Stossmachzahlen .....	81
III.	EXPERIMENTELLE UNTERSUCHUNGEN .....	87
1.	Die Apparatur zur Erzeugung sekundärer Stosswellen ....	87
2.	Interferometrische Messungen .....	90
2.1	Grundlagen .....	90
2.2	Versuchsaufbau für interferometrische Messungen und Interferogrammauswertung .....	92
3.	Spektroskopische Messungen .....	95
3.1	Grundlagen .....	95
3.2	Spektroskopischer Versuchsaufbau und Durchführung der Messungen .....	97
4.	Versuchs- und Messergebnisse .....	100
4.1	Interferometrische Resultate .....	100
4.1.1	Ergebnisse der qualitativen Auswertung von Interferogrammen .....	100
4.1.2	Interferometrisch gemessene Massen- und Elektronendichteprofile über die re- flektierte Stosswelle .....	105
4.2	Spektroskopische Resultate .....	109
4.2.1	Vorbemerkungen .....	109
4.2.2	Elektronendichtemessungen im Hinterland der primären Stossfronten .....	110
4.2.3	Elektronendichtemessung im Hinterland der reflektierten Stossfronten .....	113
IV.	VERGLEICH ZWISCHEN THEORIE UND EXPERIMENT .....	116
1.	Diskussion des Vorlandzustandes .....	116
2.	Vergleich zwischen Theorie und Experiment im Hinter- land der reflektierten Stossfront .....	118

3. Diskussion der Abweichungen zwischen Theorie und Experiment .....	124
4. Schlussfolgerungen .....	126
ZUSAMMENFASSUNG .....	127
LITERATURVERZEICHNIS .....	129
SYMBOLVERZEICHNIS .....	135
DANKSAGUNGEN .....	145

---

## A N H Ä N G E

- Anhang A Abschätzung der einzelnen Terme in den Ratengleichungen der Stossionisationsprozesse
- Anhang B Abschätzung der Photoionisationseffekte
- Anhang C Diskussion der Energiezufuhr an das Elektronengas durch die bei der Atomstoss-Ionisation gebildeten freien Elektronen
- Anhang D Zusammenhang der Laborgeschwindigkeit  $V_R$  des reflektierten Stosses mit den Stossmachzahlen  $M_R$  und  $M_P$
- Anhang E Relaxationslängen und -zeiten in Abhängigkeit von den Daten der primären Stossquelle
- Anhang F1 Fehlerabschätzung bei der Interferometrie
- Anhang F2 Fehlerabschätzung bei der Spektroskopie

## I. EINFÜHRUNG UND PROBLEMSTELLUNG

Bei der Strömung eines Plasmas durch ein Magnetfeld können im Plasma elektrische Ströme induziert werden, deren Wechselwirkung mit dem Magnetfeld zu einer Abbremsung des Plasmas führt. Ist die Abbremsung sehr stark, kommt es zur Ausbildung von Stosswellen in der freien Strömung, die sich entgegengesetzt zu ihr bewegen oder als stationäre Verdichtungsstösse in ihr stehen. Wechselwirkungsprozesse dieser Art spielen nicht nur in der Plasmaphysik, sondern auch in Teilgebieten der Geophysik, der Raumfahrt- und der Energietechnik eine grosse Rolle (siehe/1, 2, 3, 4, 5, 6/). Zum Beispiel sind derartige Phänomene wichtig in der MHD-Technik bei der Entwicklung von MHD-Generatoren, die im Impulsbetrieb arbeiten und in denen Plasmaströmungen mit Überschallgeschwindigkeit benutzt werden. Die Betriebsbedingungen derartiger Generatoren können durch reflektierte Stosswellen wesentlich beeinträchtigt werden ("Choking"-Effekt, vg. z.B. /2, 6/). Da das Auftreten reflektierter Stösse unerwünscht ist, kann ihr Studium dazu beitragen, die Eigenschaften der Generatoren zu verstehen, so dass diese dann so ausgelegt bzw. betrieben werden können, dass der "Choking"-Effekt vermieden wird.

Zur Untersuchung der genannten Wechselwirkungsvorgänge im Laboratorium haben sich Stossrohre, insbesondere klassische Membranstossrohre als sehr nützlich erwiesen. Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen von Wechselwirkungsuntersuchungen durchgeführt, bei denen ein solches Membranstossrohr zur Erzeugung einer Plasmaströmung hoher Temperatur verwendet wurde. Das Plasma hinter der sogenannten primären Stossfront strömt durch eine als MHD-Generator vom Faraday-Typ ausgebildete Messkammer, in der senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit  $\vec{v}$  ein starkes Magnetfeld  $\vec{B}_0$  angelegt wird (Abb. 1). An der Ober- und Unterseite des MHD-Kanals sind Elektroden in die Wand eingelassen. Die jeweils einander gegenüberliegenden Elektroden sind durch Kurzschlussbügel miteinander verbunden. Die induzierte  $\vec{v} \times \vec{B}_0$ -EMK bewirkt, dass in den vom Plasma und den Kurzschlussbügeln gebildeten Kreisen Ströme fliessen. Die Ströme mit der Dichte  $\vec{j}$  im Plasma heizen dieses ohmisch weiter auf, wobei kinetische Energie des Plasmas in thermische Energie übergeführt wird. Vor allem wird jedoch durch die  $\vec{j} \times \vec{B}_0$ -Kräfte das Plasma abgebremst und aufgestaut und auf diese Weise kinetische Energie in thermische

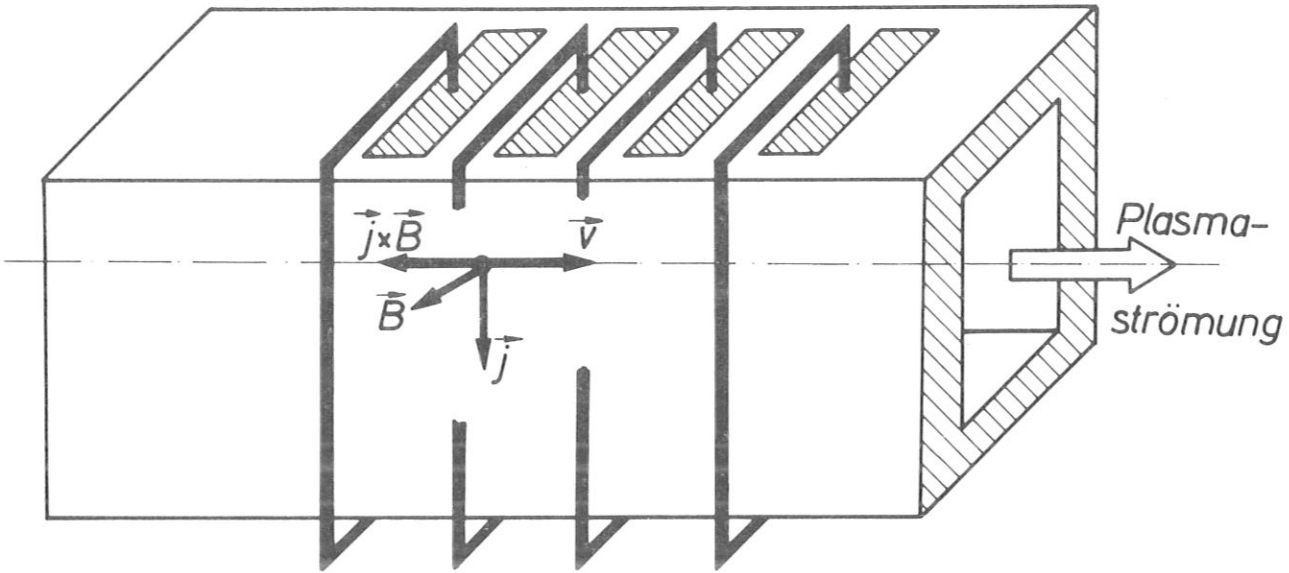


Abb. 1 Schematische Darstellung des Messkanals (vom Typ eines Faraday-MHD-Generators) zur Untersuchung der  $j \times B_0$ -Wechselwirkung.

Energie umgewandelt. Als Mass für die Stärke dieser Wechselwirkung dient der sogenannte Wechselwirkungsparameter  $W$ , der definiert ist als das Verhältnis des Produktes aus  $\vec{j} \times \vec{B}_0$ -Kraftdichte und der Länge des stromführenden Kanalabschnitts  $L_w$  (= Wechselwirkungslänge) zum Staudruck  $1/2 \epsilon_1 \vec{v}_1^2$  der Strömung hinter der primären Stossfront:

$$W \equiv \frac{|\vec{j} \times \vec{B}_0| L_w}{\frac{1}{2} \epsilon_1 v_1^2} \quad (I/1)$$

Nähert sich  $W$  durch entsprechende Wahl der Versuchsparameter dem Wert 1, so sind neben anderen Wechselwirkungsphänomenen reflektierte sekundäre Stossfronten zu erwarten. Abb. 2 zeigt eine Prinzipskizze des Reflexionsvorgangs, der eingehend in den Arbeiten von Johnson /7/, Rosciszewski /8/, Sardei und Willeke /9/ und Sardei /10/ behandelt worden ist. Man erkennt in dem  $x$ - $t$ -Diagramm die Entstehung der reflektierten Stossfront im Wechselwirkungsbe-  
reich (= Elektrodengebiet) nach dem Durchgang der primären Stossfront und ihre Ausbreitung im Plasma hinter dem primären Stoss. Darunter ist schematisch das Profil der reflektierten Stoss-  
welle, welche der primären Stoss-  
welle überlagert ist, dargestellt.

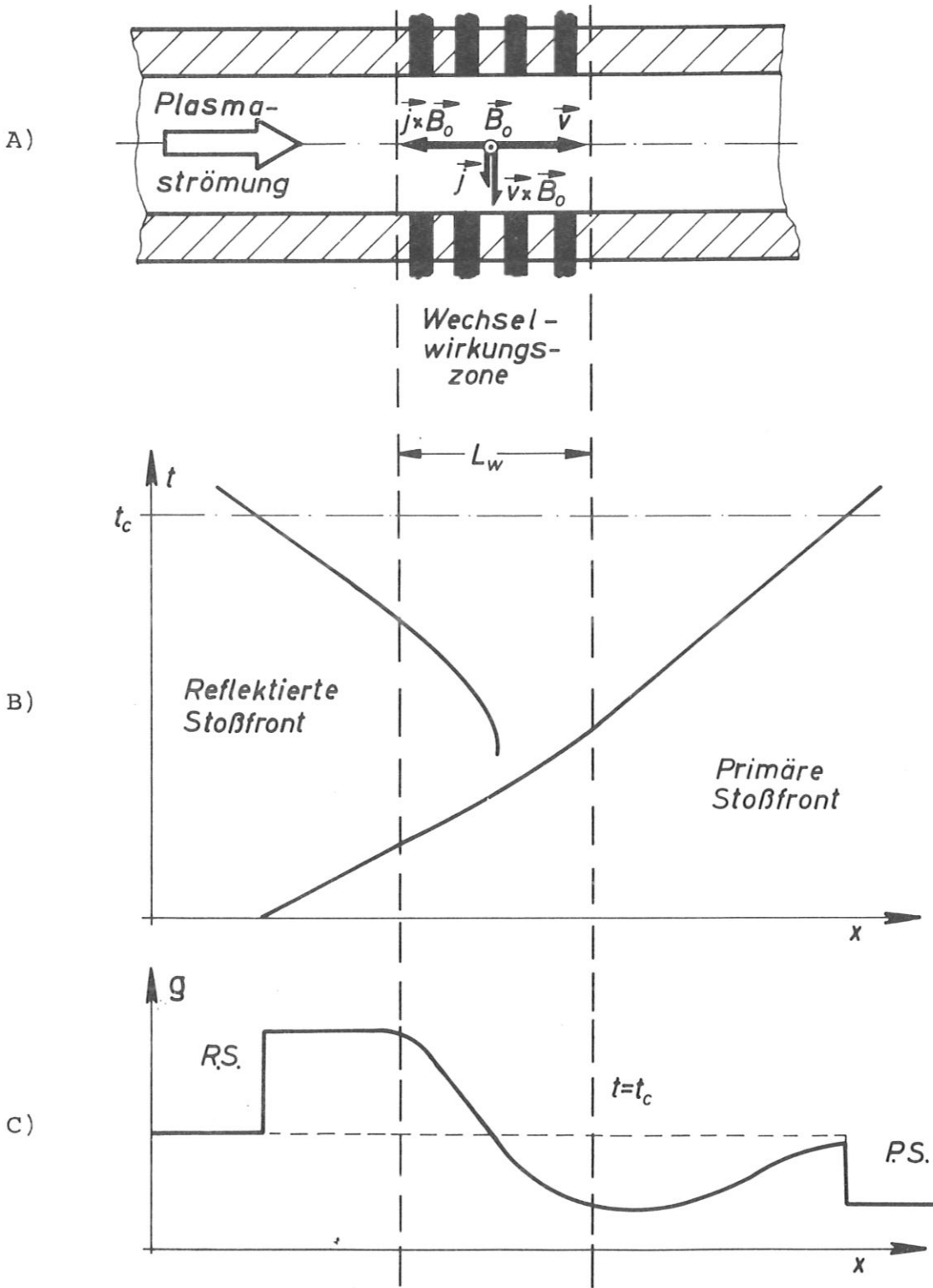


Abb. 2 Schematische Darstellung der Wechselwirkung zwischen Plasmaströmung und Magnetfeld

A) Wechselwirkungsbereich im Messkanal

$\vec{v}$  = lokale Strömungsgeschwindigkeit des Plasmas

$\vec{B}_0$  = Magnetische Induktion des angelegten Magnetfeldes

$\vec{j}$  = lokale Stromdichte des induzierten elektr. Stromes

$L_w$  = Länge des Wechselwirkungsbereichs

B) Weg-Zeit-Diagramm der primären Stoßfront und der reflektierten (sekundären) Stoßfront

C) Massendichteprofil der reflektierten Stosswelle (R.S., ausgezogen) und der ungestörten primären Stosswelle (P.S., gestrichelt)



Experimentelle Untersuchungen der Wechselwirkungsvorgänge mit Anordnungen, die der hier beschriebenen ähneln, wurden von de Leeuw /11/, Scheibe /12/, Atkinson, Holden und Fowler /13/, Pain und Smy /14/, Nagamatsu und Sheer /15/, Beckner /16/ und Zaitsev, Lazareva, Chebotareva und Chekalin /17/ durchgeführt. Zur Erzeugung der Plasmaströmung wurden dabei teilweise anstelle von Membranstossrohren elektromagnetische Stossrohre verwendet. Verschiedene Autoren wie Patrick und Brogan /18/, Dolder und Hide /19/, Barach /20/, de Leeuw /11/ und Pain und Smy /14/ untersuchten die Wechselwirkungsvorgänge auch bei einer anderen Geometrie von Magnetfeld und Stromverteilung, die mehr den Verhältnissen bei Thetapinch-Experimenten der Fusionsforschung entsprach: Das Magnetfeld wurde dabei z.B. durch eine zum Stossrohr koaxiale Spule erzeugt. Seine radiale Komponente induzierte azimutale Ströme, die  $\vec{j} \times \vec{B}$ -Kräfte mit axialer und radialer Komponente lieferten. In diesen Anordnungen wurden Elektrodenprobleme vermieden und es konnten Düseneffekte wie z.B. Machsche Linien beobachtet werden /14, 19/.

Die meisten der genannten Autoren stellten, soweit sie bei ihren Experimenten optische Untersuchungen durchführten, strömungsaufwärts laufende Leuchtfrenten fest und deuteten diese als reflektierte Stossfronten. Diese Interpretation von Leuchtfrenten als Stossfronten ist jedoch sicher nicht in allen Fällen richtig, wie z.B. Untersuchungen elektromagnetisch erzeugter Stosswellen von Brinkschulte und Muntenbruch /21/ gezeigt haben. Allgemein bekannt ist ferner, dass bei ionisierenden gasdynamischen Stosswellen in Argon, die mit klassischen Stossrohren erzeugt werden, das Leuchten erst nach einer gewissen Relaxationszeit hinter der Stossfront einsetzt. Derartige Relaxationseffekte beobachtete Kuiper /22/ sogar hinter Stossfronten in Argon, die an festen Wänden reflektiert wurden. Sie sind deshalb auch hinter magnetisch reflektierten Stossfronten zu erwarten. Daher vermutete Klingenberg /23a, 23b/, der bei Wechselwirkungsexperimenten in Argon ebenfalls reflektierte Leuchtfrenten sah, dass diese nicht unbedingt identisch mit den reflektierten Stossfronten sein müssten. Er nahm an, dass es sich um Ionisationsfronten handelte, die auf Grund von Ionisationsrelaxation hinter den reflektierten Stossfronten (d.h. den Dichtesprüngen) herliefen.

Da die magnetisch reflektierten Stossfronten im Hinterland primärer Stossfronten entstehen, ist zu erwarten, dass sie in ein teil-

weise ionisiertes Vorland hineinlaufen. Das Studium des Relaxationsverhaltens von Stosswellen, deren Vorland teilionisiert ist, ist eine interessante und nur unvollständig gelöste Aufgabe. Die bisher durchgeführten experimentellen Untersuchungen hinter Stossfronten, die an festen Wänden reflektiert werden, können durch Experimente mit magnetisch reflektierten Stosswellen wertvoll ergänzt werden, da hierbei keine störenden Einflüsse der Endwand zu erwarten sind. Ferner kann man Machzahl und Stossstärke der magnetisch reflektierten Stossfront durch das Magnetfeld innerhalb gewisser Grenzen frei, d.h. unabhängig von der Machzahl des primären Stosses, variieren.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es daher, die Natur der verschiedentlich beobachteten reflektierten Leuchtfronten zu klären und die Rolle der Ionisationsrelaxation hinter magnetisch reflektierten Stossfronten zu untersuchen. Im theoretischen Teil dieser Arbeit wurden die Relaxationseffekte hinter Stossfronten berechnet, die als (magnetisch reflektierte) sekundäre Stösse in ein teilionisiertes Plasma hineinlaufen, welches durch einen primären Stoss erzeugt wurde. Im experimentellen Teil der Arbeit wurden die Profile von magnetisch reflektierten Stosswellen bzw. Leuchtfronten interferometrisch und spektroskopisch untersucht. Kapitel II enthält die Beschreibung und die Ergebnisse der theoretischen Untersuchungen. In Kapitel III sind die interferometrischen und spektroskopischen Messungen beschrieben und ihre Resultate zusammengestellt. Schliesslich werden in Kapitel IV die quantitativen theoretischen und experimentellen Ergebnisse miteinander verglichen und Schlussfolgerungen gezogen. Der quantitative Vergleich wurde erst durch den experimentellen Nachweis der magnetisch reflektierten Stossfront als Dichtesprung ermöglicht, über den an anderer Stelle berichtet worden ist /24, 25/.

## II. THEORETISCHE UNTERSUCHUNG DES RELAXATIONSVERHALTENS SEKUNDÄRER STOSSWELLEN IN STOSSWELLENERZEUGTEN ARGONPLASMEN

### II.1 Voraussetzungen

Der Gegenstand dieser theoretischen Untersuchungen ist die Berechnung von Relaxationseffekten hinter sekundären Stossfronten, d.h. solchen, die in ein bereits stosswellengeheiztes Argonplasma hineinlaufen. Der Entstehungsmechanismus der sekundären Stosswelle - bei den Experimenten wird sie durch  $\vec{j} \times \vec{B}_0$ -Wechselwirkung der primären Stosswelle mit einem Magnetfeld erzeugt - steht hier nicht zur Diskussion.<sup>+)</sup>

Bei den Rechnungen wird Eindimensionalität vorausgesetzt. Wie Voruntersuchungen gezeigt haben, trifft dies im Experiment für die Umgebung der Stossrohrachse annähernd zu. Weiterhin wird angenommen, dass die reflektierte Stossfront mit konstanter Geschwindigkeit in ein homogenes Vorland läuft, und dass in einem mit dieser Front bewegten Koordinatensystem sämtliche Strömungsparameter zeitlich konstante räumliche Profile besitzen. Die Voraussetzung der Stationarität vereinfacht die mathematische Beschreibung der Relaxationseffekte hinter dem reflektierten Stoss wesentlich. Natürlich ist sie im Experiment nur unvollkommen erfüllt.

#### II.1.1 Der Gaszustand im Vorland der reflektierten Stossfront

Bereits im Vorland des reflektierten Stosses sind die Strömungsparameter nicht völlig konstant. Das Plasma des Vorlandes ist ja gleichzeitig das Hinterland der primären Stossfront. In ihm herrscht im allgemeinen kein Gleichgewicht, da es von dem "eingefrorenen perfekten Gaszustand" unmittelbar hinter der primären Stossfront schliesslich dem thermischen Gleichgewicht zustrebt. Es treten also schon im Vorland der reflektierten Stosswelle Relaxationseffekte auf. Das Verhalten der reflektierten Stosswelle wird somit zwischen zwei denkbaren Grenzfällen variieren, die durch die zwei Grenzzustände des Vorlandes

a) eingefrorener perfekter Gaszustand (EPG)

b) lokales thermisches Gleichgewicht (LTE)

bestimmt werden.

---

+) Er ist von verschiedenen Autoren z.B. von Sardei und Willeke /9, 10/ eingehend untersucht worden. Dabei wiederum wurden allerdings Relaxationseffekte in keinem Fall berücksichtigt.

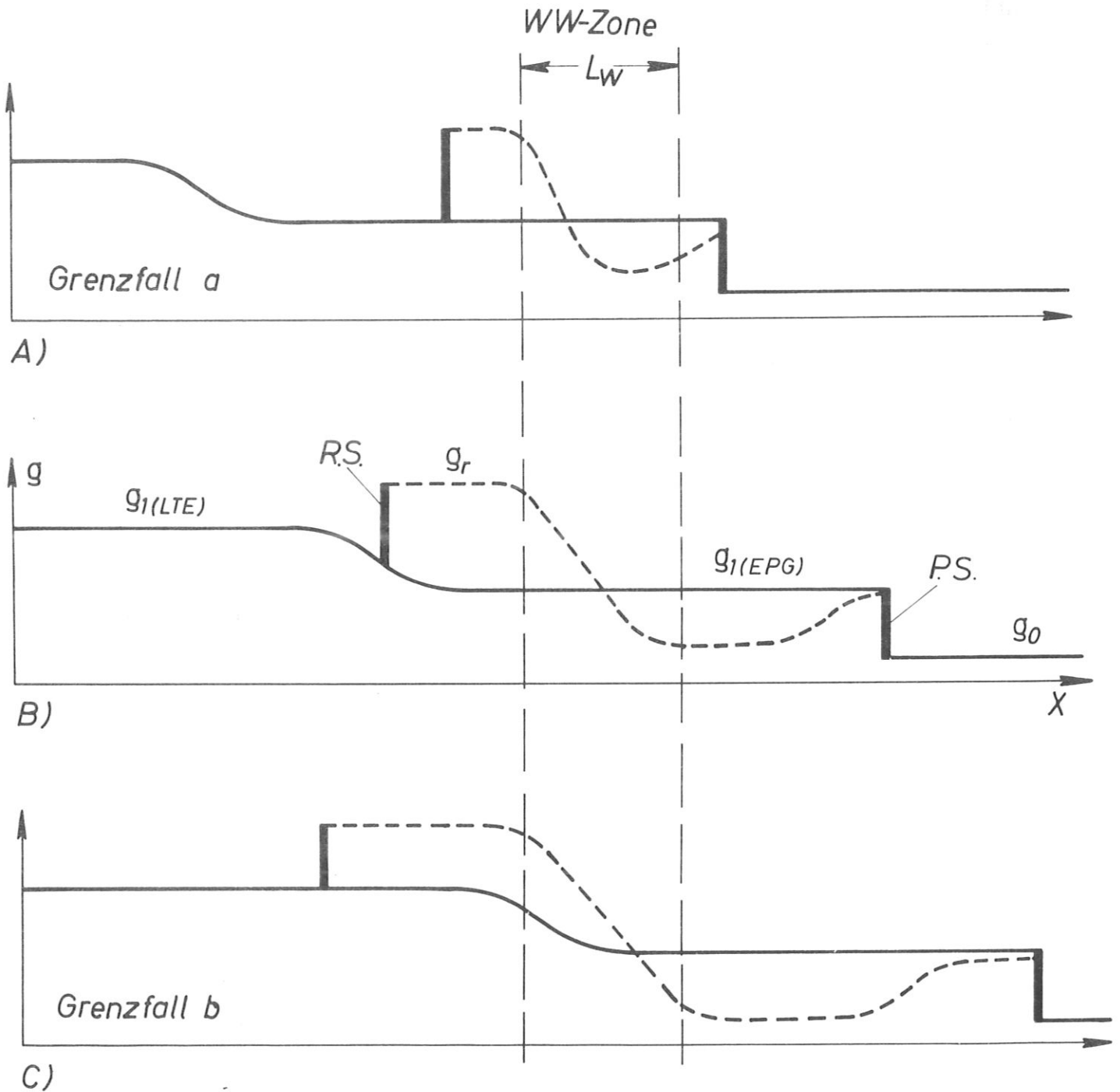


Abb. 3 Schematische Massendichteprofile der primären und der reflektierten Stosswelle für verschiedene experimentelle Situationen auf Grund der Ionisationsrelaxation hinter der primären Stosswelle. (Die Relaxation hinter dem reflektierten Stoss ist der Übersichtlichkeit halber nicht dargestellt.)

- A) Die reflektierte Stosswelle (R.S.) läuft noch im Gebiet des eingefrorenen perfekten Gaszustandes (EPG) hinter der primären Stosswelle (P.S.)
- B) Die reflektierte Stosswelle läuft im Bereich starker Änderung der Ionisation hinter der primären Stosswelle
- C) Die reflektierte Stosswelle läuft schon im Gleichgewichtsgebiet (LTE) hinter der primären Stosswelle

In Abb. 3 sind diese beiden Grenzfälle zusammen mit dem (wahrscheinlicheren) Zwischenzustand schematisch veranschaulicht, wobei der Übersichtlichkeit halber nur die Relaxation hinter der primären Stossfront gezeigt ist: Entsteht die reflektierte Stosswelle sehr bald nach dem Durchgang der primären Stossfront durch den Wechselwirkungsbereich, dann läuft sie noch eine gewisse Zeit in dem Gebiet des eingefrorenen perfekten Gaszustandes (EPG) hinter der primären Stossfront, in dem die Ionisation praktisch Null ist und die übrigen Strömungsparameter konstant sind. Dieser Fall ist in der Figur A der Abb. 3 gezeigt. Im weiteren Verlauf seiner Bewegung dringt der reflektierte Stoss in ein Gebiet ein, in welchem sich die Parameter hinter der primären Stossfront infolge des Einsetzens rasch ablaufender Ionisationsprozesse schnell ändern und in dem der Übergang zum thermischen Gleichgewicht stattfindet. Diese Phase ist in der Figur B der Abb. 3 angedeutet. Nach dem Passieren des Übergangsbereiches zum thermischen Gleichgewicht hinter dem primären Stoss bewegt sich der reflektierte Stoss in einem Bereich, in dem die Strömungsparameter wieder konstante Werte haben und der Ionisationsgrad durch die Sahagleichung bestimmt ist. Dieser Grenzfall des LTE im Gebiet vor dem reflektierten Stoss ist in der Figur C der Abb. 3 gezeigt.

Die rechnerische Behandlung des Zwischenzustandes ist im Gegensatz zu der der beiden Grenzfälle ausserordentlich aufwendig. Deshalb wurden nur die letzteren bearbeitet. Wesentliche Voraussetzung für die relativ leichte Lösbarkeit des Problems der Grenzfälle ist die Stationarität. Sie impliziert die Nichtberücksichtigung von Strahlungsverlusten im Vorland der reflektierten Stossfront, die aber auf Grund von Untersuchungen z.B. von Petschek et al /26/ bei den Machzahlen  $M_p \leq 12$  der in dieser Arbeit benutzten primären Stosswellen noch vertretbar erscheint. Stationarität der reflektierten Stosswelle erfordert weiter, dass in ihrem Hinterland keine Störungen auftreten, die die Stossfront erreichen können. Als solche kämen z.B. durch elektrische Ströme verursachte Schwankungen der  $\vec{j} \times \vec{B}$ -Kraft in Frage.

### II.1.2 Abgrenzung der untersuchten Machzahlbereiche

Die Wahl des Machzahlbereiches der primären Stosswellen, für den Rechnungen durchgeführt wurden, erfolgte im Hinblick auf die Eigenschaften der Stossrohranlage, die für die Experimente zur Verfügung stand. Ausserdem wurden die Erfahrungen berücksichtigt, die Nett /38/ und

Klingenberg /23/ mit dieser Apparatur gesammelt hatten. Rechnungen wurden durchgeführt für

$M_p = 12.1$	entsprechend $p_o = 0.5$ Torr
11.4	1
10.8	2
10.0	5
9.3	10
8.4	20
7.2	50

Das benutzte Rechenverfahren ist für Plasmastosswellen beliebiger Stossmachzahlen  $M_R$  und für beliebige stationäre Vorlandzustände anwendbar.

Da in den Experimenten die sekundären Stosswellen durch Reflexion am Magnetfeld erzeugt wurden, kommen für die beiden bei den Rechnungen behandelten Grenzfälle EPG und LTE nur die Machzahlbereiche

$$\begin{aligned} 1 \leq M_R \leq M_{R, o. Gr.} (EPG) \\ 1 \leq M_R \leq M_{R, o. Gr.} (LTE) \end{aligned} \quad (II.1/1)$$

in Frage. Die oberen Grenzen sind in Abb. 4 als Funktion von  $p_o$  (und damit von  $M_p$ ) dargestellt.

Die obere Grenze ist dadurch festgelegt, dass die Laborgeschwindigkeit der Strömung am Ende des Relaxationsgebietes hinter der reflektierten Stossfront

$$v_{equil} \geq 0 \quad (II.1/2)$$

sein muss.  $v_{equil} < 0$  wäre nur möglich, wenn im Wechselwirkungsgebiet von aussen Energie (durch Anschliessen einer geeignet gepolten äusseren Stromquelle an die Elektroden) eingekoppelt würde. Da bei den durchgeführten Experimenten das WW-Gebiet mit kurzgeschlossenen Elektroden nur als "passiver" Reflektor wirkt, scheidet der Fall  $v_{equil} < 0$  aus diesen Betrachtungen aus. Auch der Grenzfall  $v_{equil} = 0$ , welcher der Reflexion an einer festen Wand entspricht, kann in der betrachteten Anordnung nur asymptotisch (bei sehr langen WW-Bereichen) erreicht werden, da dann ja  $\vec{v} \times \vec{B}_o$  ebenfalls verschwindet. Für eine stationäre reflektierte Stosswelle, hinter der sich Gleichgewicht eingestellt hat, ist die Bedingung

$$v_{equil} = 0 \quad (II.1/3)$$

äquivalent zu  $V_R = -u_{equil} \quad (II.1/4)$

Diese Bedingung wird in Anhang D ausführlicher diskutiert.

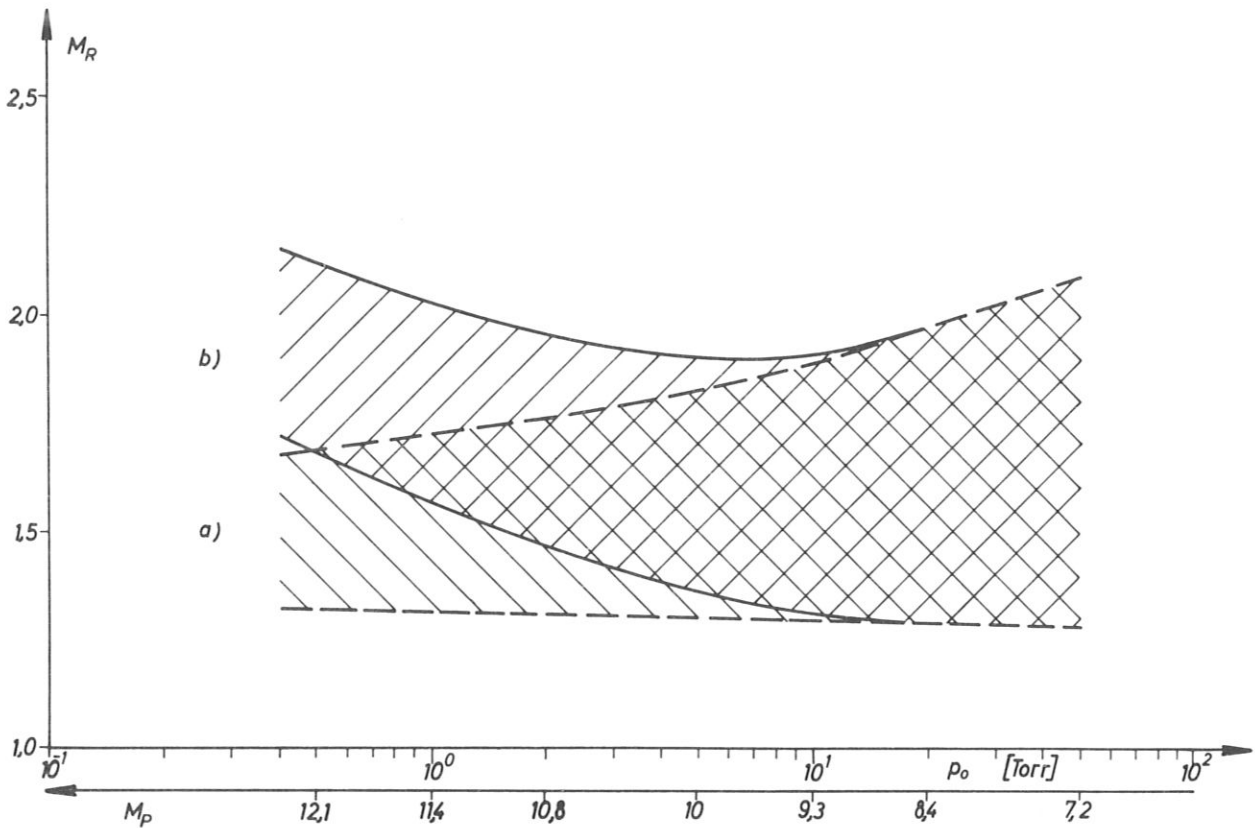


Abb. 4 Prinzipielle Begrenzung des Machzahlbereiches stationärer reflektierter Stosswellen mit thermischem Gleichgewicht hinter dem reflektierten Stoss für

a) EPG im Vorland, b) LTE im Vorland.

Schraffiert ist der Existenzbereich stationärer reflektierter Stösse.

$M_p, p_0$  = Machzahl bzw. Vorlanddruck des primären Stosses,  
 $M_R$  = Machzahl des reflektierten Stosses,  
 $T_0$  = Anfangstemperatur im Stossrohr = 296 °K.

Der durch die vorstehenden Ungleichungen festgelegte Machzahlbereich ist jedoch immer noch zu gross. Die effektiven unteren Grenzen des Machzahlbereichs von  $M_R$  liegen oberhalb

$$M_R = 1.20 \quad (\text{II.1/5})$$

Sie sind als Funktion von  $p_0$  (bzw.  $M_p$ ) in Abb. 4 ebenfalls dargestellt.

Diese unteren Grenzen ergeben sich auf Grund der Stationaritätsvoraussetzung auch für den reflektierten Stoss. Wie Sardei /10/ zeigt, sind strömungsabwärts "gespülte" reflektierte Stosswellen nie stationär. Damit ergibt sich als Kriterium für den Bereich, in dem die reflektierten Stösse stationär sein können

$$V_R \leq 0 \quad +) \quad (\text{II.1/6})$$

Die Grenzen des erlaubten Bereiches von  $M_R$  werden also durch bestimmte Werte der Laborgeschwindigkeit  $V_R$  des reflektierten Stosses charakterisiert.

Bei den als stationär vorausgesetzten Bedingungen im Hinterland des primären Stosses ist  $V_R$  mit der Machzahl des reflektierten Stosses durch die in  $M_R$  lineare Beziehung

$$V_R = v_1 - a_1 M_R \quad (\text{II.1/7})$$

verknüpft <sup>++)</sup>. Das Verhalten von  $V_R$  für die betrachteten theoretischen Situationen als Funktion von  $M_R$  bzw.  $p_0$  wird in Anhang D diskutiert. Dort ist auch die Ermittlung der unteren und oberen Grenzen von  $M_R$  detailliert beschrieben.

---

<sup>+)</sup>  Als positiv ist gemäss den Vorzeichenfestsetzungen dieser Arbeit die Richtung der Strömungsgeschwindigkeit hinter dem primären Stoss aufzufassen.

<sup>++)</sup>  Die Grössen  $v_1$  und  $a_1$  werden durch die Machzahl  $M_p$  des primären Stosses und über die Sprungbedingungen des primären Stosses durch die Grössen  $T_0$  und  $p_0$  bestimmt.



## II.2 Physikalische Grundlagen der Relaxationsphänomene in ionisierenden Plasmastosswellen

### II.2.1 Allgemeine Beschreibung der Vorgänge in einer ionisierenden Plasmastosswelle

Am Anfang der theoretischen Behandlung der Relaxationseffekte bei ionisierenden Plasmastosswellen in Argon sollen zunächst allgemein die physikalischen Phänomene hinter einer ionisierenden Stossfront, die in das teilionisierte Plasma eines einatomigen Gases läuft, betrachtet werden:

Eine Stossfront ist - makroskopisch gesehen - eine Diskontinuität in den Strömungsparametern wie Strömungsgeschwindigkeit, Massendichte, Temperatur usw. Bei einer Plasmastosswelle ändern sich über die Stossfront sprunghaft (proportional zur Massendichte) auch die Teilchendichten der einzelnen Komponenten, d.h. der Atome, der Ionen und der Elektronen. Die Temperaturänderung bedeutet, dass mit dem Verdichtungsstoss eine Umwandlung von kinetischer Energie des Plasmas in thermische Energie der Plasmakomponenten verbunden ist.

Mikroskopisch (im stossfrontfesten System) betrachtet verlieren die Partikel des Plasmas beim Durchqueren der Stossfront durch elastische Zusammenstösse mit den Teilchen des bereits komprimierten Plasmas Impuls und damit kinetische Energie der gerichteten Bewegung zugunsten der Energie ungerichteter Bewegung, d.h. thermischer Translationsenergie. Die Umwandlung gerichteter Bewegung der Teilchen in ungerichtete Bewegung zusammen mit der Verdichtung spielt sich im allgemeinen in einer Zone von wenigen freien Weglängen ab. Die Folge sind starke Gradienten der Geschwindigkeit, der Dichten und der Temperaturen in diesem Bereich. Diese Gradienten haben Transportvorgänge zur Folge, welche sich im Zusammenhang mit Viskosität, Diffusion und Wärmeleitung bemerkbar machen und die Thermalisierungszone verbreitern. Diese bleibt jedoch zumindest für die schweren Teilchen in der Grössenordnung von einigen freien Weglängen (vgl. z.B. /27/). Unter Druckbedingungen, wie sie in Stossrohren üblich sind, bleibt die Stossfront also makroskopisch gesehen eine Diskontinuität.

Ausser den Thermalisierungsprozessen setzen nach dem Eintritt eines Plasmavolumenelements in die Stossfront zusätzliche Anregungs- und Ionisationsprozesse ein. (Solche Prozesse spielen sich auch in geringerer Zahl schon im Vorlandplasma ab, wo sie ja Voraussetzung für

die Existenz des Plasmas sind.) Die Prozesse werden durch gegenläufige Vorgänge teilweise kompensiert und zwar umso stärker, je näher das Plasma dem Gleichgewichtszustand ist.

Nach der Beeinflussung, die das Plasma in der Stossfront erfährt, geht es - in welchem Zustand es vor der Stossfront auch gewesen sein mag - im Laufe der Zeit in einen Gleichgewichtszustand über. Die Verzögerung in der Einstellung des Gleichgewichts nach einer plötzlichen Zustandsänderung, wie sie in der Stossfront erfolgt, bezeichnet man allgemein als Relaxation. Einer derartigen Relaxation ist die Umverteilung der thermischen Energie auf die verschiedenen inneren Freiheitsgrade (der thermischen Translationsbewegung jeder einzelnen Komponente, der Anregung und der Ionisation) unterworfen. Für bestimmte Freiheitsgrade wird ein partielles Gleichgewicht in Zeiten erreicht, die vergleichbar sind mit der Zeit, in der ein Partikel die Stossfront passiert. Daher ist für diese Freiheitsgrade im ganzen Hinterland der Stossfront lokales partielles Gleichgewicht gegeben.

Für andere Freiheitsgrade kann die Einstellzeit für das Gleichgewicht erheblich länger sein als die Zeit für den Durchgang eines Teilchens durch die Stossfront. Der an die Stossfront anschliessende Bereich, der durch solche "langsamen" Prozesse bestimmt ist, in dem das Gleichgewicht also noch nicht wieder eingestellt ist, wird als das Relaxationsgebiet bezeichnet. Die Abweichung vom Gleichgewicht nimmt mit wachsendem Abstand von der Stossfront ab. Das Relaxationsgebiet ist also inhomogen. Deshalb weisen auch die anderen Strömungsparameter dort Gradienten auf. Diese sind jedoch um Grössenordnungen kleiner als die in der Stossfront, so dass ein wesentlicher Einfluss von Transportphänomenen auf das Plasmaverhalten im Relaxationsgebiet nicht zu erwarten ist.

Damit ergibt sich bei makroskopischer Betrachtungsweise eine Unterteilung der Stosswelle in die eigentliche Stossfront und ein Relaxationsgebiet, die beide durch charakteristische Längen

$$L_{SF} = \text{Stossfrontdicke}$$

$$L_{Rel} = \text{Relaxationslänge}$$

gekennzeichnet werden können.

Bei starken gasdynamischen Stößen, die in ein nichtionisiertes Gas hineinlaufen, sind als die langsameren Prozesse diejenigen erkannt worden, die zur Einstellung des Ionisationsgleichgewichts und zum Ausgleich der Elektronentemperatur mit der Temperatur der schweren Teilchen hinter der Stossfront führen. Ionisation und die Einstellung einer einheitlichen Temperatur zeigen also das ausgeprägteste Relaxationsverhalten.

Im folgenden sollen die Einstellzeiten der Gleichgewichte für die verschiedenen Prozesse betrachtet werden, die bei Plasmastosswellen in teilweise ionisiertem Argon eine Rolle spielen. Als Mass für die Relaxationseffekte werden den Einstellzeiten zugeordnete charakteristische Längen für die zum Gleichgewicht führenden Prozesse benutzt. Als charakteristische Längen für die Thermalisierungsprozesse dienen hierbei die Strecken  $L_{jk}^{(th)}$ , die ein Plasmavolumenelement hinter der Stossfront im Mittel zurücklegen muss, bis ein herausgegriffenes Teilchen  $j$  (Testpartikel) durch einen bestimmten Stossprozess die mittlere Energie der Stosspartner  $k$  (Feldpartikel) bis zu einem gewissen Grade angenommen hat. Bei den Ionisationsprozessen sind charakteristische Längen durch die Strecken  $L_a^{(i)}$  gegeben, die ein Plasmavolumenelement hinter der Stossfront mit der Strömung zurücklegt, bis es durch den jeweils betrachteten Prozess auf einen bestimmten Ionisationsgrad gebracht wird.

Ferner wird diskutiert, wie weit die Relaxationsphänomene von angelegten Magnetfeldern beeinflusst werden. In diese Diskussion gehen die charakteristischen Grössen  $L_{jk}^{(th)}$  und die mittleren freien Weglängen  $\bar{\ell}_{jk}$  ebenfalls ein. Die Abschätzungen in diesen Abschnitten stellen nur grobe Näherungswerte dar, da sie die Koppelung der einzelnen Prozesse und die z.T. starke Variation der Prozessraten mit den Strömungsparametern nicht (oder nur begrenzt) berücksichtigen und stattdessen von konstanten typischen Parameterwerten ausgehen. Sie vermitteln jedoch eine Vorstellung von den grössenordnungsmässigen Unterschieden im Zeitablauf der Stossprozesse, die zum thermischen Gleichgewicht führen, und bestimmen damit die Wahl des Stosswellenmodells, das für die Berechnung der Relaxationserscheinungen in Plasmastosswellen am besten geeignet ist.

### II.2.2 Das Relaxationsverhalten bei der Einstellung der kinetischen Temperaturen

Zuerst sollen die elastischen Stöße und ihr Einfluss auf die Einstellung einer einheitlichen Temperatur innerhalb der einzelnen Plasmakomponenten und den Temperatúrausgleich zwischen den Plasmakomponenten betrachtet werden:

Die Temperatur  $T_j$  einer Komponente ist durch die mittlere thermische Translationsenergie  $\bar{E}_j$  definiert:

$$\bar{E}_j = \frac{3}{2} n_{jk} T_j \quad (\text{II.2/1})$$

Bei den Stossprozessen, die zur Einstellung einer kinetischen Temperatur  $T_j$  führen, dominieren binäre Stöße, wenn die sogenannten Stossdurchmesser  $D_{jk}$  viel kleiner sind als die mittleren Abstände der Feldpartikel  $\bar{d}_k$ , wenn also

$$D_{jk} \ll \bar{d}_k \quad (\text{II.2/2})$$

gilt.

$D_{jk}$  ergibt sich aus dem Wirkungsquerschnitt  $Q_{jk}$  für den jeweils betrachteten Stossprozess aus der Beziehung

$$D_{jk} = 2 \sqrt{\frac{Q_{jk}}{\pi}} \quad (\text{II.2/3})$$

während  $\bar{d}_k$  aus der Dichte der Feldpartikel folgt:

$$\bar{d}_k = \left( \frac{1}{n_k} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{II.2/4})$$

Dass die binären Stöße unter typischen Bedingungen für die betrachteten Stosswellen stets dominieren, ist aus den Angaben in Tabelle 1 zu entnehmen. Alle weiteren Betrachtungen dieses Abschnitts werden daher nur für binäre Stöße durchgeführt.

Die charakteristische Strecke  $L_{jk}^{(th)}$ , nach der ein Testpartikel  $j$  durch elastische Stöße mit vielen Feldpartikeln  $k$  deren mittlere kinetische Energie  $\bar{E}_k$  angenommen hat, hängt ab von der mittleren freien Weglänge  $\bar{l}_{jk}$  zwischen zwei Stößen, der mittleren pro Stoss übertragenen Ener-

Stoss- prozess jk	a) eingefrorener perfekter Gaszustand (EPG)						b) thermisches Gleichgewicht im Vorland (TE)						B e m e r k u n g e n
	$d_k$ [cm]	$Q_{jk}$ [cm]	$D_{jk}$ [cm]	$\bar{c}_{jk}$ [cm]	$L_{jk}$ [cm]	$\frac{L_{jk}}{(th)}$ [cm]	$d_k$ [cm]	$Q_{jk}$ [cm]	$D_{jk}$ [cm]	$\bar{c}_{jk}$ [cm]	$L_{jk}$ [cm]	$\frac{L_{jk}}{(th)}$ [cm]	
Ar - Ar	$10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-15}$	$3,0 \cdot 10^{-8}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$10^{-6}$	$2,8 \cdot 10^{-15}$	$3,0 \cdot 10^{-8}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$5,0 \cdot 10^{-4}$	$Q_{aa}$ aus Landolt-Börnstein, I, 1, S.325 /28/
Ar <sup>+</sup> - Ar <sup>+</sup>	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-13}$	$8,4 \cdot 10^{-7}$	$1,3 \cdot 10^4$	$2,6 \cdot 10^4$		$4,6 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-13}$	$5,0 \cdot 10^{-7}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$	$7,6 \cdot 10^{-4}$		$Q_{jk}$ gleichgesetzt $Q_{ei}$
e - e	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-13}$	$8,4 \cdot 10^{-7}$	$1,3 \cdot 10^4$	96		$4,6 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-13}$	$5,0 \cdot 10^{-7}$	$3,8 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-6}$		
Ar <sup>+</sup> - Ar	$10^{-6}$	$6,0 \cdot 10^{-15}$	$8,8 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$		$10^{-6}$	$6,0 \cdot 10^{-15}$	$8,8 \cdot 10^{-8}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$2,4 \cdot 10^{-4}$		$Q_{ia}$ aus Landolt-Börnstein, I, 1, S.346 (extrapoliert auf 1 eV) berechnet nach Hoffert und Lien /29/
e - Ar	$10^{-6}$	$4,3 \cdot 10^{-17}$	$7,4 \cdot 10^{-9}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	3,1		$10^{-6}$	$4,3 \cdot 10^{-17}$	$7,4 \cdot 10^{-9}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	3,1		berechnet nach Hoffert und Lien /29/
e - Ar <sup>+</sup>	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-13}$	$8,4 \cdot 10^{-7}$	$1,8 \cdot 10^4$	$2,4 \cdot 10^6$		$4,6 \cdot 10^{-6}$	$1,9 \cdot 10^{-13}$	$5,0 \cdot 10^{-7}$	$5,3 \cdot 10^{-4}$	$7,2 \cdot 10^{-2}$		

Tabelle 1

Zugrundegelegte Plasmatdaten:

$$n_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3} \quad n_e = 10^8 \text{ (Fall a: EPG)} \quad T_e = 10^4 \text{ O}_K$$

$$n_e = 10^{16} \text{ (Fall b: TE)}$$

gie  $\overline{\Delta E}$  und dem Verhältnis der Strömungsgeschwindigkeit  $u$  eines Plasmavolumenelements zur mittleren thermischen Geschwindigkeit  $v_j^{(th)}$  der Testpartikel darin. Für die mittlere freie Weglänge gilt

$$\overline{l_{jk}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{m_j}{m_k} n_k Q_{jk}}} \quad (\text{II.2/5})$$

Die mittlere pro Stoss übertragene Energie ist

$$\overline{\Delta E} = - \frac{2m_j m_k}{(m_j + m_k)^2} (E_j - \overline{E}_k) \quad (\text{II.2/6})$$

Deshalb ist die Zahl der Stösse  $\overline{Z_{jk}}$ , die bis zum Energieausgleich erforderlich ist, in erster Näherung

$$\overline{Z_{jk}} = \frac{(m_j + m_k)^2}{2m_j m_k} \quad (\text{II.2/7})$$

Für Stösse zwischen Teilchen gleicher Masse ergibt diese Näherung

$\overline{Z_{jk}} = 2$ . Für Stösse zwischen Elektronen und Atomen und solche zwischen Elektronen und Ionen ist  $\overline{Z_{jk}} = \frac{1}{2} \frac{m_a}{m_e}$ . Diese Stösse führen die Teilchen auf einer unregelmässigen Zickzackbahn innerhalb eines mit der Strömung bewegten Volumenelements aus. Die charakteristischen Längen entlang der Bahn des Volumenelements sind dabei durch

$$\overline{L_{jk}^{(th)}} = \overline{Z_{jk}} \cdot \overline{l_{jk}} \cdot u / \overline{v_j^{(th)}} \quad (\text{II.2/8})$$

gegeben. Bei den betrachteten Stosswellen mit Strömungsmachzahlen in der Grössenordnung von 1 ist die Strömungsgeschwindigkeit ungefähr gleich der lokalen Schallgeschwindigkeit und daher vergleichbar mit der mittleren thermischen Geschwindigkeit der schweren Teilchen. Für die Zwecke einer Abschätzung genügt es deshalb,  $u = v_a^{(th)}$  zu setzen. Bei den Stössen zwischen Elektronen und schweren Teilchen ist dementsprechend  $u / \overline{v_e^{(th)}} = v_a^{(th)} / \overline{v_e^{(th)}} = \sqrt{\frac{m_e}{m_a}}$ . Somit folgt:

$$\begin{aligned} \overline{L_{aa}^{(th)}} &= 2 \overline{l_{aa}} ; & \overline{L_{ii}^{(th)}} &= 2 \overline{l_{ii}} ; & \overline{L_{ee}^{(th)}} &= 2 \overline{l_{ee}} \sqrt{\frac{m_e}{m_a}} \\ \overline{L_{ia}^{(th)}} &= 2 \overline{l_{ia}} ; & \overline{L_{ea}^{(th)}} &= \frac{1}{2} \overline{l_{ea}} \sqrt{\frac{m_a}{m_e}} ; & \overline{L_{ei}^{(th)}} &= \frac{1}{2} \overline{l_{ei}} \sqrt{\frac{m_a}{m_e}} \end{aligned} \quad (\text{II.2/9})$$

In der Tabelle 1 sind die charakteristischen Werte  $Q_{jk}$ ,  $\overline{l_{jk}}$  und  $\overline{L_{jk}^{(th)}}$  für alle elastischen Stossprozesse in einem nur einfach ionisierten Plasma zusammengestellt.

Die Grössenordnung der gaskinetischen Wirkungsquerschnitte für die Atom-Atom-Stösse und der Querschnitte für die Ion-Atom-Stösse wurde

bei dieser Abschätzung dem Tabellenwerk von Landolt-Börnstein /28/, Bd.I, 1, s. 325 ff. entnommen. Die Ramsauer-Querschnitte für die Elektron-Atom-Stösse und die Coulomb-Querschnitte für die Stösse zwischen den geladenen Teilchen wurden nach bekannten Beziehungen (vgl. z.B. Hoffert und Lien /29/) berechnet. Die Berechnung der Coulomb-Querschnitte und der mittleren freien Weglängen wurde für zwei Fälle durchgeführt, für schwache Ionisation über die Plasmastossfront und für mässige Ionisation. Die beiden Fälle werden durch die Werte  $\alpha = 10^{-10}$  bzw.  $\alpha = 10^{-2}$  des Ionisationsgrades repräsentiert. Die Elektronentemperatur ist in beiden Fällen mit  $T_e = 10\,000\text{ }^\circ\text{K}$ , die Neutralatomdichte mit  $n_a = 10^{18}\text{ cm}^{-3}$  angenommen. Diese Werte entsprechen typischen Plasmabedingungen in den magnetisch reflektierten Stosswellen, wobei der erste Fall (a) dem eingefrorenen perfekten Gaszustand (EPG) hinter dem primären Stoss nahekommt, während der zweite Fall (b) thermischem Gleichgewicht (LTE) hinter dem primären Stoss entspricht.

Wie man der Tabelle entnimmt, erfolgt die Einstellung des partiellen Gleichgewichts bei den Atomen über eine Strecke von etwa 1/100 Millimeter. Verglichen mit den charakteristischen Dimensionen des Testkanals von einigen Zentimetern erfolgt sie im Stossrohr also praktisch diskontinuierlich. Das gleiche gilt - unabhängig vom Ionisationsgrad - für den Temperaturengleich zwischen Ionen und Neutralatomen. (Die Einstellung des partiellen Gleichgewichts für die Ionen durch Stösse untereinander würde im Falle (a) wegen der niedrigen Feldpartikeldichte äusserst langsam, im Falle (b) wie bei den Neutralatomen sprunghaft erfolgen. Für die Einstellung der Ionentemperatur ist dies jedoch bedeutungslos, da die Ion-Atom-Stösse in beiden Fällen die wirksameren Stossprozesse sind.) Die schweren Teilchen nehmen also praktisch sprunghaft eine einheitliche Temperatur an, die als Gastemperatur bezeichnet wird:

$$T_i = T_a = T_g \quad (\text{II.2/10})$$

Diese einheitliche, jedoch mit der Entfernung von der Stossfront variierende, Temperatur behalten die schweren Teilchen auch im Hinterland der Stossfront bei (partielles Gleichgewicht).

Die Thermalisierung der Elektronen erfolgt bei der mässigen Anfangsionisation des Falles (b) (LTE) noch sprunghafter als die der schwe-

ren Teilchen. Dagegen würde die Einstellung einer Maxwell-Verteilung der Elektronen durch Stösse der Elektronen untereinander bei sehr kleinem Ionisationsgrad (wie im Fall a bei EPG hinter dem primären Stoss) sehr langsam erfolgen. Die Wirklichkeit entspricht jedoch nicht den sehr stark vereinfachenden Voraussetzungen dieser theoretischen Betrachtungen. Hier zeigen sich die Grenzen der Abschätzung des Relaxationsverhaltens unter Annahme konstanter Strömungsdaten und ohne Berücksichtigung der Kopplung zwischen den einzelnen Prozessen: Im Falle a wird nämlich durch Atomstossionisation die Elektronendichte schon nach einer sehr kurzen Strecke auf das  $10^4$ -fache erhöht, wodurch sich die Thermalisierungsstrecke  $L_{ee}^{(th)}$  auf den  $10^4$ -ten Teil des Wertes in Tabelle 1 erniedrigt. Man kann also auch im Fall a wie im Fall b nach Bruchteilen von Millimetern hinter der Stossfront wieder mit einer Maxwell-Verteilung der Elektronen rechnen. In beiden Fällen entspricht diese Maxwell-Verteilung zunächst einer Temperatur der Elektronen  $T_e$ , die sich von der der schweren Teilchen  $T_g$  unterscheidet.

Schliesslich muss noch der Ausgleich zwischen Elektronentemperatur  $T_e$  und Gastemperatur  $T_g$  betrachtet werden. Im Fall a erfolgt dieser Ausgleich zunächst nur durch Elektron-Atom-Stösse. Die charakteristische Länge dafür liegt im Zentimeterbereich. Im Fall b mit mässiger Anfangsionisation sollte nach Tab. I der Ausgleich durch Elektron-Ion-Stösse praktisch sprunghaft stattfinden. Die Angabe der oben definierten charakteristischen Längen liefert aber nur eine unvollständige Information, denn bei ihrer Formulierung wurde nicht berücksichtigt, dass der Energieaufnahme durch elastische Stösse eine Energieabgabe des Elektronengases durch unelastische Stösse (Stossionisation durch Elektronen) entgegenwirkt. Gerade für diejenigen Elektronen, die durch elastische Stösse am meisten Energie aufgenommen haben, ist die Wahrscheinlichkeit, sie durch unelastische Stösse zu verlieren, sehr gross. Erfolgt ein derartiger Stoss, so geht dem Elektronengas pro Stoss im Mittel ein Energiebetrag für Anregungs- bzw. Ionisationsenergie verloren, der etwa das Zehnfache der mittleren thermischen Energie pro Elektron des Elektronengases beträgt. Dadurch verzögert sich im Effekt die Einstellung des thermischen Gleichgewichts. Es wird erst dann erreicht, wenn die Rekombinationshäufigkeit gleich der Ionisationshäufigkeit ist und das Elektronengas im Mittel soviel Energie durch Dreierstossrekombination aufnimmt, als es durch Stossionisation verliert (detailliertes Gleichgewicht des Ionisationsprozesses).



Eine adäquate Beschreibung der Einstellung des thermischen Gleichgewichts ist daher nur mit Hilfe eines vollständigen Systems von gekoppelten Ratengleichungen möglich, das alle wichtigen Stossprozesse simultan berücksichtigt. (Die Durchführung und die Ergebnisse derartiger Berechnungen bilden den Inhalt der späteren Abschnitte.) Als Ergebnis der bisherigen Abschätzungen kann aber schon jetzt festgehalten werden, dass die Thermalisierung der schweren Teilchen, d.h. der Atome und Ionen über eine Zahl von freien Weglängen erfolgt, die der üblicherweise angenommenen Stossfrontdicke entspricht. Das heisst, es ist

$$\overline{L_{aa}^{(th)}} = \overline{L_{ai}^{(th)}} = L_{S.F.}$$

Auch die Thermalisierung der Elektronen erfolgt in einem sehr kurzen Bereich. Dagegen erfolgt der Ausgleich zwischen Ionen- und Elektronentemperatur über erheblich grössere Strecken und ist mit der Ionisation gekoppelt.

### II.2.3 Das Relaxationsverhalten der Ionisation

Die Behandlung des Ionisationsablaufs, also der Einstellzeiten von Gleichgewichten zwischen den einzelnen Teilchenzahlen, soll auf einatomige Gase und einfache Ionisation beschränkt werden.

Die Ionisationsreaktionen beruhen auf unelastischen Stössen oder auf Wechselwirkung von Atomen mit Photonen. Folgende Stossprozesse können sich in Argon, dem eine geringe Menge von Verunreinigungen beigemischt sein darf, abspielen:



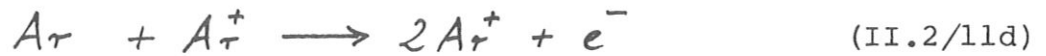
Atomstoss-Ionisation



Ionisation durch ein Fremdatom F



Elektronenstoss-Ionisation



### Ionenstoss-Ionisation

Die Prozesse (II.2/11a) und (II.2/11b) werden als Primärreaktionen bezeichnet, da durch sie die Elektronen bzw. Argonionen freigesetzt werden, mit denen erst die Ionisationsprozesse nach (II.2/11c), (II.2/11d) - die Sekundärreaktionen - möglich werden. Die obige Formulierung der einzelnen Prozesse



wobei P für die verschiedenen Reaktionspartner des Argons steht, schliesst auch Mehrstufenprozesse ein, z.B.:



Der erste Teilprozess (II.2/12a) ist die Anregung eines neutralen Atoms. Im zweiten (II.2/12b) wird das angeregte Atom ionisiert.

Verschiedene Autoren /30, 31/ weisen darüberhinaus auf folgende möglichen Ionisationsreaktionen in verunreinigtem Argon hin:

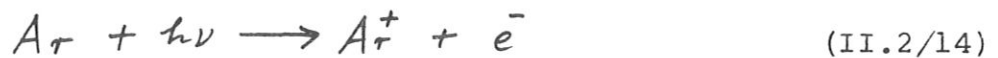


Der erste Teilprozess (II.2/13a) ist die Ionisierung eines Fremdatoms, welches eine erheblich niedrigere Ionisierungsarbeit haben möge, als das Argon. Der zweite Prozess (II.2/13b) ist ein Umladungsvorgang.

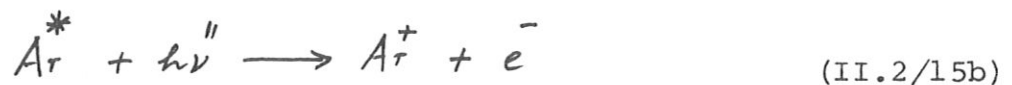
Die Erwähnung von Ionisationsprozessen, an denen Fremdatome beteiligt sind, erfolgt hier deshalb, weil bereits geringe Mengen leicht ionisierbarer Verunreinigungen (etwa 10 p.p.m. /31/) das Ionisationsverhalten von Argon in Stosswellen erheblich beeinträchtigen können. Mit Fremdatomanteilen von mindestens dieser Grösse muss man aber bei den

Bedingungen der in dieser Arbeit beschriebenen Experimente rechnen. Da über Art und Menge der Verunreinigungen jedoch keine verlässlichen Angaben möglich sind, muss auf eine explizite Betrachtung der einzelnen Prozesse gemäss den Gln. (II.2/11b), (II.2/13a) und (II.2/13b) verzichtet werden.

Da mit der Anregung und Ionisation in Stosswellen vor allem im Bereich des thermischen Gleichgewichts starke Lichtemission verbunden ist, sollten als weitere Primärreaktionen auch Photoionisationsprozesse in Betracht gezogen werden:



Diese können sich ebenfalls in mehreren Stufen vollziehen, z.B.:



Zu allen diesen Prozessen gibt es natürlich auch Rückreaktionen. Nicht alle der nach dem Ausscheiden der Prozesse mit Fremdatomen noch verbleibenden Reaktionen sind unter verschiedenen Versuchsbedingungen von gleicher Wichtigkeit. Um ihren Einfluss abzuschätzen, müssen die Ratengleichungen der einzelnen Prozesse betrachtet werden. Mit deren Hilfe können dann wieder charakteristische Längen für typische Bedingungen in den experimentell untersuchten Plasmastosswellen bestimmt werden.

Die Ionisations- und Anregungsprozesse durch Stösse können durch Ratengleichungen von der Form

$$(n_e^\circ)_p = \overset{\rightarrow}{k_{pa}} n_a n_p - \overset{\leftarrow}{k_{pa}} n_e^2 n_p \quad (\text{II.2/16})$$

bzw.

$$(n_a^{*\circ})_p = \overset{\rightarrow}{k'_{pa}} n_a n_p - \overset{\leftarrow}{k'_{pa}} n_a^* n_p \quad (\text{II.2/16'})$$

dargestellt werden die  $(n_e^\circ)_p$  bzw.  $(n_a^{*\circ})_p$  sind die Zahlen der Ionisation bzw. Anregungen pro Zeit- und Volumeneinheit durch Stösse von Teilchen der Sorte p gegen die Atome a. Wenn die inversen Vorgänge (Rekombi-

nationsprozesse bzw. Stösse 2. Art) vernachlässigt werden können, dann vereinfachen sich die Gln. (II.2/16), (II.2/16') zu

$$(n_e)_p = \vec{k}_{pa} n_a n_p \quad (\text{II.2/17})$$

$$(n_a^*)_p = \vec{k}'_{pa} n_a n_p \quad (\text{II.2/17'})$$

also zu Gleichungen zweiter Ordnung. Dies ist für die Situation unmittelbar hinter der Stossfront auch von praktischer Bedeutung. Die Berechnung der einzelnen Terme für typische Bedingungen ist in Anhang A durchgeführt.

Die Ratenkoeffizienten  $\vec{k}_{pa}$  sind Funktionen der Temperatur. Für ihre Temperaturabhängigkeit können exakte Ausdrücke durch Lösung der Stossintegrale gewonnen werden /32/. Sie sind damit im Prinzip bekannt (s. Kap. II.3 und Anhang A). Für eine Vor-Auswahl unter den Stossprozessen genügt eine näherungsweise Angabe dieser Abhängigkeit. Eine solche liefert die sogenannte Arrhenius-Beziehung

$$\ln |\vec{k}_{pa}| = -\frac{E_A}{kT_p} + \text{const.} \quad (\text{II.2/18})$$

Hierin bedeutet  $E_A$  die Aktivierungsenergie der Reaktion, für welche bei Ionisationsprozessen die Ionisierungsenergie  $I$ , bei Anregungen die Anregungsenergie  $E_m$  zu setzen ist. Der Ratenkoeffizient nimmt wegen (II.2/18) mit wachsender Temperatur  $T_p$  der Teilchensorte  $p$  sehr stark zu.

Die Beziehung (II.2/18) für  $\vec{k}_{pa}$  erlaubt auch Folgerungen bezüglich des Ablaufs von Mehrstufenprozessen bei der Ionisation. Wenn  $E_1$  bis  $E_m$  die Anregungsenergien des Argonatoms bedeuten, wobei die Indizierung nach steigenden Werten von  $E_m$  vorgenommen wird, so folgt aus

$$E_1 < E_2 \dots < E_m \dots < I$$

für die Ratenkoeffizienten die Beziehung

$$\begin{matrix} (0 \rightarrow 1) & (0 \rightarrow 2) & & (0 \rightarrow m) & & (0 \rightarrow +) \\ k_{pa} & > & k_{pa} & \dots & > & k_{pa} & \dots & > & k_{pa} \end{matrix}$$

Bei Argon entsprechen die untersten Anregungsenergien den  $3p^5 4s$ -Termen mit  $E_1$  bis  $E_4$  gleich 11,5 bis 11,9 eV, die nächsthöheren den

$3p^5 4p$ -Termen mit  $E_5$  bis  $E_{14} \approx 13$  eV bis 13,5 eV usw. Die Ionisierungsarbeit aus dem Grundzustand ist  $I = 15,755$  eV. Daher sind Übergänge in die Niveaus der 4s-Terme gemäss der Arrhenius-Beziehung sicher häufiger als die in die höheren Niveaus und die direkte Ionisation aus dem Grundzustand. Infolgedessen sollten Mehrstufenprozesse gem. Gl. (II.2/12a), (II.2/12b), bei denen die erste Stufe (II.2/12a) die Anregung eines der 4s-Niveaus ist, dominieren.

Für die Ionisation aus den angeregten Energieniveaus  $E_m$  gemäss Gl. (II.2/12b), welche durch einen zu (II.2/16) oder (II.2/17) analogen Satz von Ratengleichungen beschrieben wird, sind wegen

$$E_A = (I - E_m) < E_m \quad (\text{II.2/19})$$

die Ratenkoeffizienten der Hinreaktion gemäss der Arrhenius-Gleichung viel grösser als die für die Anregung aus dem Grundzustand in den Zustand  $m$ . Daher sind die ersten Teilprozesse (gemäss Gl. (II.2/12a) ratenbestimmend für die Gesamtprozesse. Tatsächlich fanden Harwell und Jahn /31/, Kelly /33/, sowie Petschek und Byron /30/ in Stosswellen mit ähnlichen Bedingungen wie in den Plasmastosswellen der vorliegenden Arbeit (vgl. Anhang A), dass der Ionisationsverlauf durch die Anregung in die Niveaus der 4s-Terme bestimmt wird.

Die obigen Betrachtungen haben schon jetzt ergeben, dass von den in Frage stehenden Stossprozessen nur die ersten Stufen der Zweistufenprozesse ratenbestimmend sein können. Darüberhinaus kann es sich dabei nur um die Anregung der untersten Niveaus handeln. Weiterhin zeigt die Zusammenstellung der einzelnen Terme in Tabelle A1 des Anhangs A, dass am Anfang des Relaxationsgebietes für eine Abschätzung der Raten auch die Rückreaktionen vernachlässigt werden können. (Nur bei den Elektronenstössen ist im Fall b (thermisches Gleichgewicht im Vorland) eine Korrektur anzubringen, die aber die Abschätzung auch nicht wesentlich ändert.) Schliesslich lässt die Tab. A 1 auch erkennen, dass die Ionenstossanregung vernachlässigbar ist.

Auch die Prozesse der Photoionisation und der Photoanregung müssen betrachtet werden. Die Nettorate dieser Prozesse ergibt sich als Differenz der Photoabsorptionen einerseits und der spontanen sowie der induzierten Emissionen andererseits. Es gilt:

$$(n_{a,m})_{nm} = B_{nm} n_{a,n} \rho_{Rad}(\nu_{nm}) - A_{mn} n_{a,m} - B_{mn} n_{a,m} \rho_{Rad}(\nu_{nm}) \quad (\text{II.2/2o})$$

n bezeichnet hierbei das tieferliegende Energieniveau, m das höhere, wobei m im Falle der Ionisation einen der kontinuierlichen Energiezustände oberhalb der Ionisierungsgrenze kennzeichnet. Die Grössen  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$ ,  $B_{nm}$  sind die Einsteinschen Übergangswahrscheinlichkeiten. Sie können aus gemessenen Oszillatorenstärken bestimmt werden, mit denen sie durch bekannte Beziehungen (siehe Anhang B, bzw. Unsöld /34/, S. 276 ff.) verknüpft sind. Unter Benutzung der genannten Relationen folgt:

$$(n_{a,m})_{nm} = \frac{\pi e^2}{m_e h \nu_{nm}} \cdot f_{nm} \cdot \left( \rho_{Rad} \cdot n_{a,n} - \frac{8\pi h \nu_{nm}^3}{c^3} \frac{g_n}{g_m} n_{a,m} - \rho_{Rad} n_{a,m} \right) \quad (\text{II.2/2oa})$$

$n_{a,n}$  und  $n_{a,m}$  sind die Dichten der Atome, die sich im Zustand n bzw. m befinden.  $\rho_{Rad} = \rho_{Rad}(\nu_{nm})$  ist die Energiedichte (pro Frequenzeinheit) der Strahlung, deren Frequenz  $\nu_{nm}$  der Energiedifferenz der Zustände n und m entspricht. Die Übergangsraten für vorgegebene Übergänge  $n \rightarrow m$  sind wesentlich durch die Energiedichte  $\rho_{Rad}$  der Strahlung mit der Frequenz  $\nu_{nm}$  und durch die Besetzungsdichten  $n_{a,n}$  bzw.  $n_{a,m}$  der einzelnen Niveaus bestimmt. Im vollständigen Gleichgewicht verschwindet der Klammerausdruck in (II.2/2oa) identisch. Im Nichtgleichgewicht ist  $\rho_{Rad}$  durch den Strahlungstransport im Plasma bestimmt.  $n_{a,n}$  und  $n_{a,m}$  hängen von sämtlichen Stoss- und Photoprozessen ab, durch welche die entsprechenden Niveaus be- und entvölkert werden.

Auch bei der Photoionisation ist zu vermuten, dass Mehrstufenprozesse über die direkte Ionisation aus dem Grundzustand dominieren, und dass unter den Anregungsprozessen aus dem Grundzustand die Übergänge in  $3p^5 4s$ -Niveaus effektiver sind als die in höhere. Dazu müssen die Raten der einzelnen Resonanzübergänge miteinander verglichen werden. Die Beziehungen (II.2/2o), (II.2/2oa) sind hierbei nur von begrenztem Wert, da im Nichtgleichgewicht  $\rho_{Rad}$  und  $n_{a,m}$  unbekannt sind, während das Einsetzen von Gleichgewichtswerten für  $\rho_{Rad}$  und  $n_{a,m}$ , wie schon erwähnt, zu einer völligen Kompensation der Absorptionsprozesse durch die Emissionsprozesse führt. Jedoch ergibt die Berechnung der Absorptionsglieder in Gl. (II.2/2o) unter der Annahme von Gleichgewicht, dass sie etwa ab dem Übergang  $3p^6 \rightarrow 3p^5 8s \left[ \frac{3}{2} \right]^0$  unter einen Wert von ca.  $10^{18} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  abfallen, und damit gegenüber den Raten der konkurrierenden Stossprozesse vernachlässigt werden können (s. Tab. B1). Dies gilt

somit erst recht für die Nettoraten. Anregungsprozesse in noch höhere als das  $8s\left[\frac{3}{2}\right]^0$ -Niveau und die direkte Ionisation aus dem Grundzustand können also aus der weiteren Betrachtung ausscheiden.

Es bleibt zu klären, ob sich unter den Übergängen in die niedrigeren Anregungsniveaus solche befinden, deren Nettoraten effektiver sind als die der Übergänge in die  $4s$ -Niveaus. Auch sie sind allerdings nur interessant, wenn ihre Nettoraten vergleichbar mit den konkurrierenden Stossraten bzw. höher als diese sind. Da die Nettoraten nach Gl. (II.2/20) nicht berechenbar sind, muss ihre Abschätzung auf andere Weise durchgeführt werden. Dies geschieht durch die Betrachtung des Strahlungstransports aus dem Gleichgewichtsbereich der Stossfront zur Stossfront für Übergänge bis hinauf zu dem  $8s\left[\frac{3}{2}\right]^0$ -Niveau (siehe hierzu auch Anhang B).

Die örtliche Änderung der Intensität jeder einzelnen Linie ist mit der Änderungsrate  $(\dot{n}_{a,m})_{\text{Phot}}$  der Besetzungsdichte des jeweiligen Anregungsniveaus durch die Energiebilanzgleichung

$$\frac{\partial \int J_\nu d\nu}{\partial x} = (\dot{n}_{a,m})_{nm} h\nu_{nm} \quad (\text{II.2/21})$$

verknüpft. Für den Zweck einer Abschätzung genügt es, anstelle des Ausdrucks  $\left(\frac{\partial}{\partial x} \int J_\nu d\nu\right)$  näherungsweise  $\Delta\nu \cdot \frac{\partial \widehat{J}_\nu}{\partial x}$  zu setzen.  $\frac{\partial \widehat{J}_\nu}{\partial x}$  bedeutet hierbei die Strahlungsdichteänderung in der Linienmitte, während  $\Delta\nu$  die Halbwertsbreite des durch lokale Verbreiterungseffekte bestimmten Absorptionsprofils ist. Es folgt:

$$(\dot{n}_{a,m})_{nm} = \frac{\Delta\nu}{h\nu_{nm}} \cdot \frac{\partial \widehat{J}_\nu}{\partial x} \quad (\text{II.2/22})$$

$\widehat{J}_\nu$  kann mit Hilfe der Strahlungstransportgleichung ermittelt werden, wenn die Absorptionseigenschaften - gekennzeichnet durch den Volumenabsorptionskoeffizienten  $\kappa_\nu$  oder die Absorptionslänge

$$l_\nu = \frac{1}{\kappa_\nu} \quad (\text{II.2/23})$$

(siehe Finkelburg und Maecker /35/, S. 366) - bekannt sind.  $l_\nu$  wird im Anhang B auf der Basis von Linienprofilen abgeschätzt, die bei den zugrunde gelegten Bedingungen im wesentlichen durch Doppler-Verbreiterung und Stark-Verbreiterung bestimmt sind. Die Linienbrei-

te  $\Delta\nu$  nimmt von etwa  $10^{11} \text{ s}^{-1}$  im Gleichgewichtsbereich auf Werte von etwa  $5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$  unmittelbar an der Stossfront ab. Im Gleichgewichtsbereich ( $n_{e, \text{equil}} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_g = T_e = 12000 \text{ }^\circ\text{K}$ ) dominiert die Starkeffektverbreiterung, im Gebiet unmittelbar hinter der Stossfront ( $n_e \tau < 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ,  $T_g = 15000 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $T_e = 10000 \text{ }^\circ\text{K}$ ) herrscht Dopplerverbreiterung vor. Für alle betrachteten Linien ergeben sich damit direkt hinter der Stossfront Absorptionslängen  $l_\nu < 10^{-3} \text{ cm}$ . Also ist das Plasma für jede der betrachteten Linien optisch dick, aber es herrscht noch nicht völliges (lokales) Strahlungsgleichgewicht.

Die Strahlungsdichte kann unter diesen Umständen durch den Planckschen Ausdruck

$$\hat{J}_\nu = \frac{2 h \nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT(x)}} - 1} \quad (\text{II.2/24})$$

wiedergegeben werden, worin  $T(x)$  aber von Ort zu Ort etwas verschieden ist. Zur Abschätzung von  $\frac{\partial \hat{J}_\nu}{\partial x}$  wird der Einfachheit halber ein linearer Verlauf der Strahlungstemperatur  $T(x)$  angenommen, wobei als die untere Temperaturgrenze die Gleichgewichtstemperatur des Vorlandes ( $T_1 = 10000 \text{ }^\circ\text{K}$ ) und als obere die Gleichgewichtstemperatur des Hinterlandes ( $T_{\text{equil}} = 12000 \text{ }^\circ\text{K}$ ) eingesetzt wird. Die Länge des Nichtgleichgewichtsgebiets wird (in Übereinstimmung mit den experimentellen Resultaten) mit  $5 \text{ cm}$  angenommen. Mit Hilfe des so definierten  $T(x)$  lassen sich nun die Nettoraten  $(n_{a,m}^\circ)_{nm}$  für die einzelnen Übergänge aus dem Grundzustand abschätzen.

Die Resultate dieser Abschätzung sind in Tab. B 1 zusammengestellt. Aus ihnen geht klar hervor, dass selbst die Nettoraten der stärksten Übergänge um viele Grössenordnungen unter denen der Stossübergänge liegen. (Die unter den Anregungsniveaus einer bestimmten Hauptquantenzahl ausgewählten Niveaus entsprechen den jeweils intensivsten Übergängen.) Ausserdem zeigt die Tabelle eine starke Abnahme der Anregungsraten  $(n_{a,m}^\circ)_{nm}$  mit zunehmender Energie  $E_m$  des Anregungszustandes. Wie aus ihr ersichtlich ist, sind die Übergangsraten in die 4s-Niveaus um eine Grössenordnung höher als die einzelnen Raten der Übergänge in noch höhere Anregungszustände. Allerdings können die Anregungsraten in die höheren Niveaus zusammengenommen ebenso wirksam sein wie die 4s-Übergänge.



Die bei der getrennten Diskussion der Stossprozesse und der Photo-  
prozesse in den vorangegangenen Teilen dieses Abschnitts und den An-  
hängen A und B erzielten Ergebnisse für den Bereich direkt hinter der  
Stossfront sollen noch einmal zusammengefasst werden:

Von den betrachteten Stossprozessen sind nur die ersten Teilpro-  
zesse von Zweistufenprozessen von Bedeutung. Darunter sind die Pro-  
zesse der Anregung in die niedrigsten Niveaus ratenbestimmend.

Gegenüber den Atom-Atom-Stössen und den Elektron-Atom-Stössen  
können die Ion-Atom-Stösse vernachlässigt werden.

Die Stossprozesse mit Fremdatomen lassen sich nicht rechnerisch  
erfassen, können nach aller Erfahrung aber durchaus von Bedeutung sein.

Im allgemeinen lassen sich bei den Stossprozessen die Rückpro-  
zesse gegenüber den Hinprozessen vernachlässigen.

Auch bei den Photoprozessen spielen nur die ersten Teilprozesse  
von Zweistufenprozessen eine Rolle. Dabei müssen allerdings alle An-  
regungsprozesse bis zum 8s-Niveau in die Betrachtung einbezogen wer-  
den.

Wegen der relativen Nähe zum Strahlungsgleichgewicht sind aber  
die Nettoraten aller Photoprozesse um viele Grössenordnungen niedri-  
ger als die der wirksamsten Stossprozesse. Deshalb kann auch die  
Summe aller Photoeffekte bei der Ratenbestimmung vernachlässigt wer-  
den.

Diese Ergebnisse sind für die geplanten numerischen Rechnungen von  
grosser Bedeutung. Die hier ausgeschiedenen Prozesse werden auch bei  
den numerischen Rechnungen nicht berücksichtigt. Eine Ausnahme bil-  
den nur die Rückprozesse zu den beiden ratenbestimmenden Stosspro-  
zessen. Sie gewinnen mit wachsendem Abstand von der Stossfront das  
gleiche Gewicht wie die Hinprozesse und werden deshalb selbstverständ-  
lich bei den Rechnungen berücksichtigt.

Mit Hilfe der Ionisationsraten  $(n_a^*)_p$  der Gleichungen (II.2/16) lassen  
sich nun wieder charakteristische Zeiten  $\tau_a^{(i)}$  bzw. charakteristische  
Längen  $L_a^{(i)}$  formulieren. Nimmt man an, dass sich während des Anregungs-  
vorgangs die Zahl  $n_{a,0} \approx n_a$  der Neutralteilchen im Grundzustand nicht  
wesentlich ändert, und dass der Ratenkoeffizient konstant bleibt,  
dann ist der Quotient

$$\frac{\alpha_{\text{equil}} \cdot n_a}{(n_a^*)_p} \equiv \tau_a^{(i)} \quad (\text{II.2/25})$$

die Zeit, die der Anregungsprozess benötigt, um gerade so viel Teilchen anzuregen, dass sie bei sofortiger Ionisation den Gleichgewichtsionisationsgrad  $\alpha_{\text{equil}}$  liefern.

Dieser Zeit  $\overline{\tau}_a^{(i)}$  entspricht eine charakteristische Strecke  $\overline{L}_a^{(i)}$ , um die sich das betrachtete Volumenelement mit der Strömungsgeschwindigkeit  $u$  inzwischen bewegt:

$$\overline{L}_a^{(i)} = \frac{u \alpha_{\text{equil}} n_a}{(n_a^*)_n} \quad (\text{II.2/26})$$

In Tab. 2 sind die Raten der Hinprozesse und die daraus resultierenden charakteristischen Längen für die auf Grund der Vorausscheidungen noch übriggebliebenen Prozesse zusammengestellt.

Die charakteristischen Längen für die Atomstoss-Ionisation sind für beide Fälle der Vorlandionisation gleich. Für die Elektronenstoss-Ionisation ist  $\overline{L}_a^{(i)}$  im Fall a ungeheuer gross. Es nimmt aber wegen der Änderung von  $n_e$  und der starken Zunahme von  $k_{ae}$  mit wachsendem  $T_e$  sehr rasch hinter der Stossfront ab. Im Fall b ist  $\overline{L}_a^{(i)}$  für die Elektronenstösse bereits an der Stossfront kleiner als für die Atomstösse, aber noch in der gleichen Grössenordnung. Es werden also bei geringer Anfangsionisation (Fall a) die Atom-Atom-Stösse dominieren, aber die hierdurch gebildeten freien Elektronen führen rasch zu einem Anwachsen der Elektronenstoss-Ionisation. Bei mässiger Anfangsionisation (Fall b) dominieren die Elektron-Atom-Stösse von Anfang an.

Es muss auch hier darauf hingewiesen werden, dass die Grössen  $\overline{L}_a^{(i)}$  kein absolutes Mass für die Länge des Nichtgleichgewichtsgebiets sind. Sie berücksichtigen nicht die Koppelung der einzelnen Ratenprozesse und die Veränderlichkeit der Strömungsparameter. Die charakteristischen Längen  $\overline{L}_a^{(i)}$  sind keine in der Praxis messbaren Grössen. Bei Fehlen von Strahlungsverlusten würden die einzelnen Parameter selbst bei Berücksichtigung der Rückreaktionen nur asymptotisch den Gleichgewichtswerten zustreben. Und bei Berücksichtigung von Strahlungsverlusten würden Gleichgewichtswerte überhaupt nicht erreicht.

Man muss deshalb für die Praxis eine Relaxationslänge  $L_{\text{Rel}}$  in anderer Weise definieren, z.B. durch den Abstand des Punktes von der Stossfront, in dem der Ionisationsgrad den Wert  $\alpha_{\text{equil}}/\sqrt{2}$  annimmt /29/. Dieser Wert liegt erfahrungsgemäss in dem sehr engen Gebiet des maxi-

Tabelle 2

Ionisations- reaktion j - a	$(n_e)_p [cm^{-3} sec^{-1}]$		$\overline{L_a^{(i)}} [cm]$		Bemerkungen
	a) $\alpha_r = 10^{-10}$	b) $\alpha_r = 10^{-2}$	a	b	
Ar - Ar (2 a)	$4,2 \times 10^{19}$	$4,2 \times 10^{19}$	$2,4 \times 10^2$	$2,4 \times 10^2$	$T_g = 15000 \text{ } ^\circ K$ $n_{a0} \approx n_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
e - Ar (2 a)	$7,8 \times 10^{11}$	$7,8 \times 10^{19}$	$1,3 \times 10^{10}$	$1,3 \times 10^2$	$T_e = 10000 \text{ } ^\circ K$ $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$ Fall a $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ Fall b

Für beide Reaktionen gelten:  $T_{equil} = 12000 \text{ } ^\circ K$

$$n_{e, equil} = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$$

$$n_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$$

malen Elektronendichteanstiegs. Anschliessend daran führen die Rekombinationsvorgänge zu einem raschen Abfall der Elektronenproduktion. Etwa hier setzt auch die Rekombinationsstrahlung merklich ein. Der Punkt  $\alpha = \alpha_{\text{equil}}/\sqrt{2}$  ist daher auch vom experimentellen Standpunkt aus hervorgehoben, da er in guter Näherung durch eine Leuchtfront markiert ist. Für die Bedingungen der hier durchgeführten Abschätzungen ergeben die numerischen Rechnungen auch Relaxationslängen gemäss obiger Definition von einigen Zentimetern.

#### II.2.4 Der Einfluss starker Magnetfelder auf das Verhalten ionisierender Plasmastosswellen

Auf Grund des Erzeugungsmechanismus laufen die im Experiment untersuchten reflektierten Stosswellen in einem Magnetfeld, dessen Grösse bis zu 2 Tesla betragen kann. Deshalb müssen auch etwaige Einflüsse dieses Magnetfeldes auf das Profil der Stosswelle, welches das Relaxationsverhalten widerspiegelt, diskutiert werden.

Ein Kriterium für die Einflüsse des Magnetfeldes ist die magnetische Reynoldszahl  $Re_m$ . Ist sie immer erheblich kleiner als 1, dann bleiben magnetogasdynamische Effekte vernachlässigbar. Das heisst, dass das Magnetfeld die Strömungsparameter  $p, \rho, T, v$  nicht ändert und wenigstens nicht auf diese Weise das Relaxationsverhalten beeinflusst.

Zur Abschätzung von

$$Re_m \equiv \frac{\Delta B}{B_0} = \frac{\mu_0 j \Delta x}{B_0} \quad (\text{II.2/27})$$

muss  $\Delta B$  untersucht werden. Der grösste Wert dafür tritt im Kurzschlussfall ( $R_a = 0$ ) auf. Dann ist  $j = \sigma v B_0$  und

$$Re_m = \mu_0 \sigma v \Delta x \quad (\text{II.2/28})$$

Schon diese obere Schranke für denkbare  $Re_m$ -Werte erlaubt Aussagen über die Verhältnisse in der Stossfront selbst. Eine Abschätzung der einzelnen Faktoren ergibt:

Die grösste zu erwartende elektrische Leitfähigkeit ist

$$\sigma = 40 \text{ mho/cm}$$

Dieser Wert folgt aus der Spitzer-Formel /36/ und wurde für vergleichbare Argonplasmen von Pain und Smy /37/ auch gemessen. Die Geschwindigkeit im Laborsystem kann nicht grösser sein als die der primären Stossfront  $V_p$ . Also gilt

$$v < V_p = 3,8 \cdot 10^5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Die Permeabilität des Vakuums ist

$$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-8} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{cm}}$$

Mit der Stossfrontdicke (vgl. II.2.2)

$$L_{SF} = \Delta x < 10^{-3} \text{ cm}$$

ergibt sich ohne Berücksichtigung der direkten Beeinflussung der Stossprozesse durch das Magnetfeld damit für die Stossfront eine Reynoldszahl

$$\text{Re}_m < 10^{-4}$$

Kritischer sind die Verhältnisse für das wesentlich ausgedehntere Relaxationsgebiet. Hierfür ergaben sich die in den Tabellen 1 und 2 zusammengestellten charakteristischen Längen  $L_j^{(th)}$  und  $L_a^{(i)}$ . Diese liefern aber aus den in II.2.1 bis 3 angeführten Gründen Werte, die teilweise erheblich von den wirklichen Relaxationslängen abweichen. Die numerischen Rechnungen zeigen dies deutlich. Die Rechnungen, die allerdings Magnetfeldeinflüsse nicht berücksichtigen, ergaben Relaxationslängen von einigen Zentimetern. Legt man den Abschätzungen des Magnetfeldeinflusses eine Relaxationslänge

$$L_{Rel} \approx 5 \text{ cm}$$

zugrunde, so folgt damit eine magnetische Reynoldszahl

$$\text{Re}_m(L_{Rel}) \approx 0,8$$

Glücklicherweise haben die Experimente gezeigt, dass der Kurzschlussfall in der gegebenen Anordnung wegen der Grenzschichteinflüsse vor den Elektroden gar nicht realisierbar ist.

Im Kurzschlussfall könnte unter den experimentellen Bedingungen ( $\sigma = 40 \text{ mho/cm}$ ,  $v = 3,8 \times 10^5 \text{ cm/s}$ ,  $B_0 = 2 \text{ T}$ ) die Stromdichte Werte annehmen bis zu

$$j_{\max} = 3 \times 10^3 \text{ A/cm}^2$$

Dagegen ergaben die Messungen immer Stromdichten

$$j_{\max \text{ exp}} < 500 \text{ A/cm}^2$$

Dabei wurde von der Vorstellung ausgegangen, dass der Strom nur im engen Gebiet direkt zwischen den Elektroden fließt (s. Skizze A in Abb. 5), und dass sich keine Stromfäden im Plasma zu Ringströmen

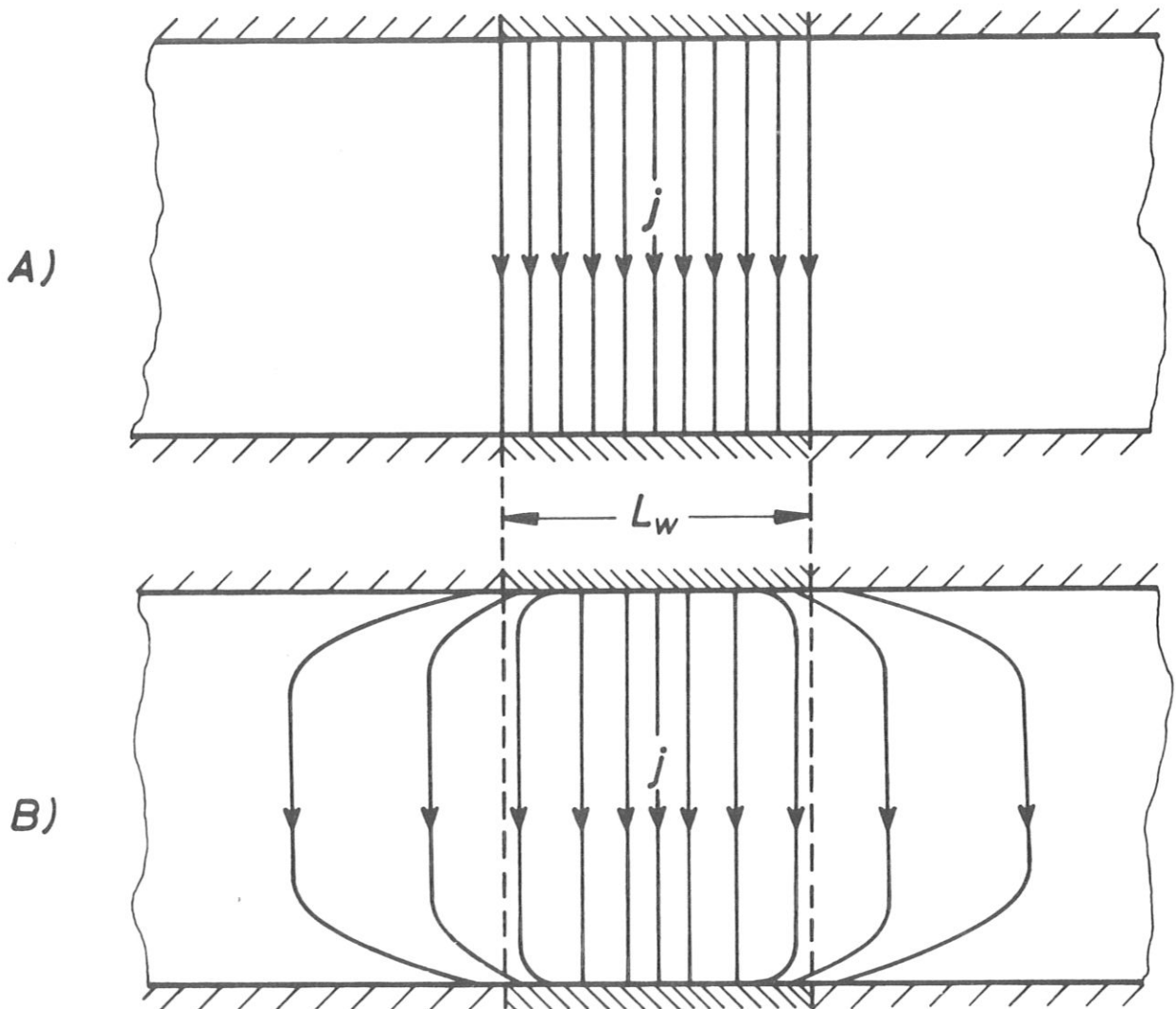


Abb.5 Verteilung der elektrischen Stromdichte im Messkanal  
A) idealisiert: Homogene Verteilung im Elektrodenbereich  
B) wahrscheinlichere Verteilung mit Strömen auch ausserhalb des Elektrodenbereichs.

schliessen. Diese letztere Annahme ist dadurch gerechtfertigt, dass im Leerlauf (  $R_a = \infty$  ) die volle Spannung

$$U = v \cdot B_0 \cdot d$$

gemessen wurde, dass dann also keine Leckströme die Raumladungen ab-saugen. Zufälligerweise haben das Elektrodengebiet  $L_w$  und die Re-laxationszone  $L_{Rel}$  praktisch die gleiche Grösse

$$L_{Rel} \approx L_w \approx 5 \text{ cm}$$

In diesem Falle ergibt das oben erwähnte Modell wegen

$$j_{exp}^{max} \approx \frac{1}{6} j_{max}$$

auch

$$Re_m (L_{Rel})_{exp} \approx \frac{1}{6} Re_m (L_{Rel})$$

$$Re_m (L_{Rel})_{exp} \approx 0,13$$

In Wirklichkeit verteilt sich der Strom im Plasma aber über einen weiteren Bereich (s. Skizze B in Abb. 5), wobei die Stromdichte strömungsaufwärts und strömungsabwärts vom Elektrodenbereich abnimmt. Abschätzungen lassen erwarten, dass bei vorgegebenem Gesamtstrom in diesem Fall die maximale Stromdichte in der Mitte des Bereichs auf etwa ein Drittel des Wertes abnimmt, der bei homogener Verteilung ausschliesslich im Elektrodenbereich vorliegt. Damit verringert sich auch die magnetische Reynoldszahl noch einmal um mindestens den Faktor 3. Es gilt deshalb

$$Re_m (L_{Rel}) \leq 0,05$$

Makroskopische Effekte des Magnetfeldes sind auch im ausgedehnten Relaxationsbereich also nicht zu erwarten.

Es muss nun noch untersucht werden, ob das Magnetfeld über die Stossprozesse die charakteristischen Längen selbst verändern kann.

Die charakteristischen Längen  $L_c$  werden einerseits durch Transportprozesse bestimmt, in denen sich der Magnetfeldeinfluss über die Grössen

$$\omega_j \overline{\tau_{jk}}$$

bemerkbar macht. ( $\omega_j$  = Gyrationfrequenz der stossenden Partikel,  $\overline{\tau_{jk}}$  = mittlere Zeit zwischen zwei Stössen eines Teilchens  $j$  mit einem Teilchen  $k$ .) Andererseits wirken auch die Stossprozesse selbst, die durch die Stossfrequenzen

$$\nu_{jk} = \frac{1}{\overline{\tau_{jk}}} \quad (\text{II.2/29})$$

gekennzeichnet sind, auf die charakteristischen Längen ein. Die  $\overline{\tau_{jk}}$  können ebenfalls vom Magnetfeld beeinflusst werden, wenn die mittleren Gyrationradien  $\overline{r_j}$  der stossenden Partikel kleiner werden als die mittleren Abstände  $\overline{d_k}$  der gestossenen Teilchen.

Wenn die  $\omega_j \overline{\tau_{jk}}$  mit wachsendem Magnetfeld Einfluss gewinnen, dann äussert sich dieser immer in einer Verringerung der Transportkoeffizienten. Diese kann, was die Stossfront betrifft, nur zu einer Verringerung ihrer Dicke führen. Im Magnetfeld ist damit die mathematische Behandlung der Stossfront als Diskontinuität erst recht zulässig.

Im Relaxationsgebiet sind die Transportprozesse bereits ohne Magnetfeld vernachlässigbar. Im Magnetfeld ist daher ein Einfluss der Transportvorgänge auf die Profile des Relaxationsgebiets erst recht nicht zu erwarten.

Der Einfluss des Magnetfeldes auf die Stosszeiten  $\overline{\tau_{jk}}$  besteht in einer drastischen Verlängerung der Stosszeiten, wenn

$$\overline{r_j} \ll \overline{d_k} \quad (\text{II.2/30})$$

ist.

Die Stossfrequenz  $\nu_{aa}$  der Atom-Atom-Stösse bleibt natürlich im Magnetfeld unverändert.



Für die Ion-Atom-Stösse, die Ion-Ion-Stösse und die Elektron-Atom-Stösse bleiben die Gyrationradien immer grösser als die mittleren Abstände der Stosspartner

$$\bar{r}_i \gg \bar{d}_a ; \quad \bar{r}_i \gg \bar{d}_i ; \quad \bar{r}_e \gg \bar{d}_a \quad (\text{II.2/31})$$

Damit bleiben also die

$$\bar{\tau}_{aa} , \quad \bar{\tau}_{ia} , \quad \bar{\tau}_{ii} , \quad \bar{\tau}_{ea}$$

unter den Bedingungen, die diesen Untersuchungen zugrunde liegen, auch im Magnetfeld unverändert.

Hingegen ist für die Elektron-Elektron- und Elektron-Ion-Stösse bei sehr geringer Anfangsionisation (Fall a in II.2.2) die Beziehung (II.2/30) erfüllt. Wegen der hohen Atomstoss-Ionisationsrate ( $(n_e^{\cdot})_{aa} \approx 10^{19} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ , s. II.2.3, Tab. 2) ändert sich aber die Elektronen- bzw. Ionendichte schon innerhalb eines Abstandes von  $10^{-4} \text{ mm}$  so stark, dass dann wieder

$$\bar{r}_e > \bar{d}_e = \bar{d}_i \quad (\text{II.2/32})$$

gilt. Nur in diesem sehr schmalen Bereich von  $10^{-4} \text{ mm}$  Dicke hinter der Stossfront hat das Magnetfeld einen Einfluss. Da aber diese schmale Zone praktisch in der Stossfront verschwindet, bleibt das Relaxationsgebiet unverändert. In den numerischen Rechnungen brauchen Magnetfeldeinflüsse also nicht berücksichtigt zu werden.

#### II.2.5 Zusammenfassung und Kritik

In den vorhergehenden Abschnitten wurde ein Überblick über die Stossprozesse im Argonplasma und ihre Auswirkung auf das Relaxationsverhalten von Argon-Plasmastosswellen gewonnen. Folgendes hat sich hierbei gezeigt:

1. In den beiden Grenzfällen ( a) geringe Anfangsionisation, b) mässige Anfangsionisation) und damit auch im Bereich dazwischen, stellen sich unmittelbar hinter der Stossfront einheitliche Temperaturen der schweren Teilchen,  $T_a = T_i = T_g$ , und der Elektronen,  $T_e$ , ein.

Die Einstellung der Gastemperatur  $T_g$  wird in beiden Fällen (a und b) durch die rasche Thermalisierung der schweren Teilchen über elastische Stösse der Atome untereinander und der Ionen mit den Atomen bewirkt. Massgebend für die nahezu momentane Thermalisierung sind die gleiche Masse der Stosspartner und die hohe Neutralteilchendichte.

Die schnelle Thermalisierung der Elektronen erfolgt durch elastische Stösse der Elektronen untereinander und zwar sogar im Falle b), also bei sehr geringer Ausgangsionisation. Durch Atomstoss-Ionisation werden nämlich sehr schnell so viele Elektronen produziert, dass Elektron-Elektron-Stösse auch im Fall b) genügend häufig ablaufen, um zu einer baldigen Thermalisierung zu führen.

2.  $T_e$  und  $T_g$  bleiben im Falle a infolge der starken Massenunterschiede der Stosspartner Elektron und Atom über weite Bereiche der Stossweite unterschiedlich.

3. Bei der Betrachtung des Ausgleichs von  $T_e$  und  $T_g$  darf nicht unberücksichtigt bleiben, dass bei höheren Ionisationsgraden durch Elektronenstoss-Ionisation dem Elektronengas erheblich Energie entzogen wird. Dies wirkt sich ebenfalls verzögernd aus. Über diesen Prozess ist also die Angleichung von  $T_e$  und  $T_g$  stark mit dem Ionisationsablauf gekoppelt.

4. Umgekehrt ergibt sich bei der Betrachtung der Ionisation, dass deren Relaxationsverhalten durch die unelastischen Stossprozesse bestimmt wird, welche über die Ratenkoeffizienten mit den Temperaturverläufen rückgekoppelt sind.

Diese Wechselbeziehung zwischen Temperaturverlauf und Ionisationsgrad, die gemäss Punkt 3 im Einfluss der Ionisation auf die Temperatur und gemäss Punkt 4 im Einfluss der Temperatur auf den Ionisationsgrad zum Ausdruck kommt, kann befriedigend nur durch ein System von gekoppelten Gleichungen beschrieben werden, das die Ratengleichung sämtlicher wesentlicher Prozesse umfasst. Die separate Betrachtung der Prozesse in den vorigen Abschnitten kann nur für Abschätzungen herangezogen werden. Sie erlaubt darüber hinaus aber auch die Auswahl der wesentlichen Prozesse, die in den numerischen Rechnungen berücksichtigt werden müssen. Als solche haben sich erwiesen:

- der Energieaustausch zwischen Atomen und Elektronen durch elastische Stöße,
- der Energieaustausch zwischen Ionen und Elektronen durch elastische Stöße,
- der Energieverlust der Elektronen durch unelastische Stöße mit Atomen (Elektronenstoss-Ionisation),
- die Ionisation durch unelastische Atom-Atom-Stöße,
- die Ionisation durch unelastische Elektron-Atom-Stöße.

Es ist noch anzumerken, dass die Abschätzungen vor allem für den Bereich direkt hinter der Stossfront gemacht wurden. Sie erfassen deshalb nur die Ionisations-, nicht aber die Rekombinationsprozesse. Bei Annäherung an das Gleichgewicht werden auch diese Rückprozesse wichtig. In den numerischen Rechnungen müssen sie deshalb mitgenommen werden.

Ferner soll hier noch darauf hingewiesen werden, dass in der Relaxationszone, vor allem nahe dem Gleichgewichtsbereich auch die Strahlungsverluste merklichen Einfluss haben können. Deshalb sollen auch sie in den Rechnungen berücksichtigt werden.

Die Abschätzung des Magnetfeldeinflusses auf den Ablauf der Stossprozesse hat ergeben, dass diese durch Magnetfelder praktisch nicht beeinträchtigt werden. Auch makroskopische Magnetfeldeinflüsse, also magnetogasdynamische Effekte, sind unter den betrachteten Bedingungen vernachlässigbar. In die numerischen Rechnungen geht daher das Magnetfeld nicht ein.

### II.3 Zusammenstellung der Gleichungen für die Berechnung der sekundären Stosswellen

#### II.3.1 Formulierung des Modells für die numerischen Rechnungen

Die Berechnung des Stosswellenprofils bis zum Gleichgewicht erfolgt auch für die sekundären Stosswellen in zwei Schritten:

Im ersten werden die Strömungsparameter direkt hinter der sehr schmalen Stossfront berechnet, die wie üblich als Diskontinuität behandelt wird (Abschnitt II.3.2). Die Sprungbedingungen werden dabei von modifizierten Rankine-Hugoniot-Stossbeziehungen geliefert. Die Modifikationen berücksichtigen die Vorland-Ionisation und das Nichtgleichgewicht im anschliessenden Relaxationsgebiet.

Im zweiten Schritt wird der Verlauf der Strömungsparameter in der an die Stossfront anschliessenden Relaxationszone als Funktion des Abstandes von der Stossfront berechnet. In der Relaxationszone spielen sich die "langsamen" Prozesse des Temperatenausgleichs zwischen Elektronen und schweren Teilchen und der (weiteren) Ionisation des Plasmas bis zum Erreichen des thermischen Gleichgewichts ab. In diesem Bereich wird der Verlauf der Strömungsparameter durch ein System von gekoppelten Strömungs- und Ratengleichungen in differentieller Form beschrieben (Abschnitt II.3.3).

#### II.3.2 Die Stossbeziehungen für Stossfronten in teilionisierten Plasmen

Die Beschreibung der relaxierenden sekundären Plasmastosswellen geschieht mit Hilfe der folgenden 7 Grössen, die für den gesamten Bereich der Plasmastosswelle berechnet werden müssen:

Dichte	$\rho$
Strömungsgeschwindigkeit	$u$
Druck	$p$
Enthalpie	$h$
Ionisationsgrad	$\alpha$
Gastemperatur	$T_g$
Elektronentemperatur	$T_e$

Die Anfangswerte dieser Grössen im Relaxationsgebiet unmittelbar hinter der Stossfront erhält man mit Hilfe der bereits erwähnten modifizierten Stossbeziehungen ausgehend von den als bekannt vorausgesetzten Vorlandwerten. Das Vorland soll hierbei im thermischen Gleichgewicht (LTE) sein. (Der eingefrorene perfekte Gaszustand des Vorlandes kann als Spezialfall  $\alpha = 0$  des LTE betrachtet werden.)

Die Herleitung der Stossbeziehungen für ebene, senkrechte und stationäre Plasmastossfronten geht hierbei, wie üblich, von den integralen und stationären Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls und Energie aus:

$$\rho_r u_r = \rho_1 u_1 \quad (\text{II.3/1})$$

$$p_r + \rho_r u_r^2 = p_1 + \rho_1 u_1^2 \quad (\text{II.3/2})$$

$$h_r + \frac{u_r^2}{2} = h_1 + \frac{u_1^2}{2} \quad (\text{II.3/3})$$

Der Index 1 bezeichnet den vorgegebenen Zustand des Vorlandes, der Index r den unbekanntem Zustand unmittelbar hinter der Stossfront, der als Referenzzustand für die Parameterverläufe im Relaxationsgebiet dient. Die Geschwindigkeiten  $u$  sind auf ein mit der Stossfront bewegtes Koordinatensystem bezogen.

In diesen 3 Gleichungen mit den 4 Unbekannten  $u_r$ ,  $\rho_r$ ,  $p_r$  und  $h_r$  kann die Enthalpie  $h_r$  mit Hilfe der kalorischen Zustandsgleichung durch den Ionisationsgrad ausgedrückt werden. Für ein teilionisiertes Plasma, wie es sowohl vor als auch hinter der Stossfront existiert, lautet diese Beziehung nämlich:

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{\alpha}{m_a} I \quad (\text{II.3/4})$$

Bei dieser Formulierung mit Hilfe des Isentropenexponenten für ein perfektes Gas ist  $\gamma$  vor und hinter der Stossfront gleich und hat für Argon den Wert  $5/3$ . Dabei ist die Anregungsenergie der gebundenen Elektronen vernachlässigt, was im Gegensatz zu Molekulgasen statthaft ist. Der erste Term der rechten Seite von Gl. (II.3/4) beschreibt die Translationsenergie, während der zweite die Ionisations-

energie enthält.  $I$  ist die bekannte Ionisierungsenergie,  $\alpha$  der Ionisationsgrad und  $m_a$  die Masse des Argonatoms. Die Vernachlässigung der Anregungsenergie pro Masseneinheit ist erlaubt, weil sie klein ist gegenüber der ebenfalls auf die Masseneinheit bezogenen Ionisierungsenergie.

Für den Ionisationsgrad  $\alpha$  gilt über die Stossfront hinweg wegen der Ionisationsrelaxation die Sprungbedingung

$$\frac{\alpha_r}{\alpha_1} = 1 \quad (\text{II.3/5})$$

Somit lassen sich auch die Grössen  $p_r$ ,  $\rho_r$  und  $u_r$  auf die bekannten Anfangswerte  $p_1$ ,  $\rho_1$  und  $u_1$  zurückführen.

Zur Auflösung des Gleichungssystems (II.3/1) bis (II.3/5) wird zunächst (II.3/4) in (II.3/3) eingesetzt. Wegen (II.3/5) fällt dann auf beiden Seiten der Energiegleichung der Ionisationsterm weg. Die Erhaltungsgleichungen haben dann trotz des endlichen Ionisationsgrades die gleiche Form wie für ein perfektes Gas. Aus ihnen lassen sich also auch wieder die als Rankine-Hugoniot-Beziehungen bekannten Sprungbedingungen herleiten:

$$\frac{u_r}{u_1} = \frac{2 + (\gamma - 1) M_R^2}{(\gamma + 1) M_R^2} \quad (\text{II.3/6})$$

$$\frac{\rho_r}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1) M_R^2}{2 + (\gamma - 1) M_R^2} \quad (\text{II.3/7})$$

$$\frac{p_r}{p_1} = \frac{2\gamma M_R^2 - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \quad (\text{II.3/8})$$

In ihnen bedeutet  $M_R$  wieder - wie bei perfekten Gasen - die Parameterkombination

$$M_R \equiv u_1 / \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_1}} \quad (\text{II.3/9})$$

$M_R$  wird deshalb als "eingefrorene perfekte Stossmachzahl" bezeichnet. Der Ausdruck

$$\sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_1}}$$

ist die sogenannte "eingefrorene Schallgeschwindigkeit" des Vorlandplasmas.

Für die Berechnung der Reaktionsraten hinter der Stossfront ist die Kenntnis der Gas- und der Elektronentemperatur,  $T_g$  bzw.  $T_e$ , unerlässlich. Zur Bestimmung der Referenzwerte  $T_{g,r}$  und  $T_{e,r}$  benötigt man daher zwei weitere Gleichungen. Eine davon ist die thermische Zustandsgleichung. Sie lautet für das Nichtgleichgewichtsplasma unmittelbar hinter der Stossfront unter Voraussetzung von Quasineutralität:

$$p_r = \frac{k}{m_a} \rho_r (T_{g,r} + \alpha_r T_{e,r}) \quad (\text{II.3/10})$$

Die Temperatur des im thermischen Gleichgewicht befindlichen Vorlandes ist durch die entsprechende Gleichung

$$p_1 = \frac{k}{m_a} \rho_1 T_1 (1 + \alpha_1) \quad (\text{II.3/11})$$

mit den anderen Vorlandparametern verknüpft.

Die zweite Bestimmungsgleichung folgt aus der bereits diskutierten Tatsache, dass die Energieaufnahme der Elektronen ein langsamer Prozess ist. Daher bleibt auch die thermische Energie der Elektronen über die Stossfront konstant, und es ergibt sich sofort die Sprungbedingung für die Elektronentemperatur

$$\frac{T_{e,r}}{T_1} = 1 \quad (\text{II.3/12})$$

Mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichungen (II.3/10), (II.3/11), der Gleichungen (II.3/7), (II.3/8) und Gleichung (II.3/12) erhält man auch eine modifizierte Rankine-Hugoniot-Beziehung als Sprungbedingung für die Gastemperatur:

$$\frac{T_{g,r}}{T_1} = \frac{[2\gamma M_R^2 - (\gamma - 1)][2 + (\gamma - 1)M_R^2](1 + \alpha_1)}{(\gamma + 1)^2 M_R^2} - \alpha_1 \quad (\text{II.3/13})$$

Damit können alle Plasmaparameter direkt hinter der Stossfront unter Berücksichtigung des Unterschiedes zwischen  $T_g$  und  $T_e$  berechnet werden.

### II.3.3 Die Gleichungen für das Relaxationsgebiet

#### II.3.3.1 Die Strömungsgleichungen

Im Hinterland der Stossfront streben die Strömungsparameter auf Grund der Relaxationseffekte kontinuierlich gewissen Gleichgewichtswerten zu. Um dies beschreiben zu können, werden sämtliche Erhaltungsgleichungen in ihrer differentiellen Form benutzt. Wegen der Voraussetzung von Stationarität und Eindimensionalität handelt es sich dabei um gewöhnliche Differentialgleichungen, in denen die Ortskoordinate  $x$  als unabhängige Variable auftritt.  $x$  ist der Abstand des jeweiligen Ortes von der Stossfront.

Die Kontinuitätsgleichung hat somit die Form

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.3/14}).$$

Die Impulsgleichung lautet

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{II.3/15}),$$

wobei viskose Effekte wegen der Kleinheit der Geschwindigkeitsgradienten vernachlässigt werden.

Die Energiegleichung lautet

$$u \frac{\partial}{\partial x} \left( h + \frac{u^2}{2} \right) = - \frac{q}{\rho} \quad (\text{II.3/16}).$$

Dissipative Terme, welche der Viskosität und der Wärmeleitung entsprechen, sind hier wegen der Kleinheit der Geschwindigkeits- und Temperaturgradienten ebenfalls vernachlässigt. Dagegen werden Strahlungsverluste zunächst pauschal durch den Term  $q/\rho$ , welcher die emittierte Strahlungsleistung pro Masseneinheit des Plasmas darstellt, berücksichtigt. Explizite Ausdrücke für  $q$  als Funktion der anderen Plasmaparameter wie Temperatur usw. werden in Abschnitt II.3.3.4 gegeben.

Die Enthalpie wird wieder durch die kalorische Zustandsgleichung ausgedrückt:

$$h = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{\alpha I}{m_a} \quad (\text{II.3/17})$$



Durch sie kommt der Ionisationsgrad ins Spiel. Weiterhin wird wieder die thermische Zustandsgleichung

$$\frac{p}{\rho} = \frac{k}{m_a} (T_g + \alpha T_e) \quad (\text{II.3/18})$$

zur Einführung der Temperaturen benutzt. Da mit den letzten beiden Gleichungen zusätzliche Unbekannte eingeführt wurden ( $\alpha$ ,  $T_g$ ,  $T_e$ ), sind noch weitere Gleichungen nötig, um das System zu vervollständigen. Wegen des Nichtgleichgewichts muss der Ionisationsgrad  $\alpha$  im Relaxationsgebiet mit Hilfe der Elektronenbilanzgleichung

$$u \frac{\partial(n_e/\rho)}{\partial x} = \frac{\dot{n}_e}{\rho} \quad (\text{II.3/19})$$

bestimmt werden. Der Quellterm  $\dot{n}_e/\rho$ , der auf die Masseneinheit des Plasmas bezogen ist, enthält die Raten aller wesentlichen Prozesse, durch welche freie Elektronen erzeugt werden. Wegen

$$n_e = \frac{\alpha \rho}{m_a} \quad (\text{II.3/20})$$

kann Gleichung (II.3/19) natürlich auch als

$$u \frac{\partial(\alpha/m_a)}{\partial x} = \frac{\dot{\alpha}}{m_a} \quad (\text{II.3/19a})$$

geschrieben werden. Die funktionelle Abhängigkeit der Größen

$$\dot{\alpha}/m_a \quad \text{bzw.} \quad \dot{n}_e/\rho$$

von den anderen Plasmaparametern wird in Abschnitt II.3.3.2 angegeben. Auch die Elektronentemperatur  $T_e$  muss mit Hilfe einer Bilanzgleichung für die Elektronenenergie ermittelt werden. Sie ergibt sich durch Anwendung des ersten Hauptsatzes auf das Elektronengas:

$$u \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{5}{2} \frac{n_e k T_e}{\rho} \right) - \frac{u}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} (n_e k T_e) = F_e^{(th)} \quad (\text{II.3/21})$$

Der Term  $F_e^{(th)}$  umfasst die Energie pro Zeit- und Masseneinheit, die bei Stossprozessen der Elektronen mit anderen Plasmakomponenten ausgetauscht wird, und auch die, die durch Strahlung aus optisch dünner Schicht an die Umgebung abgegeben wird.<sup>+) )</sup>

+) Das gesamte Gleichungssystem (II.3/14) bis (II.3/21) entspricht in seiner Form den von Oettinger u. Bershader /44/ benutzten Gleichungen. Bei den genannten Autoren fehlt aber in der Bilanzgleichung der Elektronenenergie der Term  $-(u/\rho) \frac{\partial}{\partial x} (n_e k T_e)$ . Die Vernachlässigung dieses Terms kann zu Fehlern in der Energiebilanz der Elektronen von rund 25 % führen.

Die Darstellung von  $F_e^{(th)}$  als Funktion der Plasmaparameter  $T_g$ ,  $T_e$  usw. erfolgt in Abschnitt II.3.3.2. Gleichung (II.3/21) lässt sich in die leichter interpretierbare Form

$$\frac{3}{2} \dot{n}_e k T_e + u \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T_e}{\partial x} = -p_e \frac{\partial u}{\partial x} + \varrho F_e^{(th)} \quad (II.3/22)$$

bringen. (Diese Form soll auch bei der Diskussion von Rechenergebnissen benützt werden.) Der erste Term links beschreibt den Energiezuwachs des Elektronengases (pro Zeit- und Volumeneinheit), der mit der Bildung freier Elektronen der mittleren thermischen Energie  $\frac{3}{2} k T_e$  infolge von Ionisationsprozessen verbunden ist. Der zweite Term entspricht der konvektiven Änderung der inneren Energie des Elektronengases, die sich als Temperaturänderung auswirkt. Der Term  $-p_e \frac{\partial u}{\partial x}$  auf der rechten Seite der Gleichung (II.3/22) stellt die am Elektronengas geleistete Volumenarbeit dar. Schliesslich berücksichtigt  $\varrho F_e^{(th)}$  die auf die Zeit- und Volumeneinheit bezogene Energie, die das Elektronengas mit anderen Plasmakomponenten austauscht oder nach aussen abgibt.

Die Gleichungen (II.3/14) bis (II.3/21) bilden ein vollständiges System von Bestimmungsgleichungen, das die Berechnung der Parameter  $u$ ,  $\varrho$ ,  $p$ ,  $h$ ,  $\alpha$ ,  $n_e$ ,  $T_g$ ,  $T_e$  im ganzen Relaxationsgebiet als Funktion von  $x$  ermöglicht, wenn die Anfangsbedingungen mit Hilfe der Stossbeziehungen in Abschnitt II.3.2 ermittelt sind.

### II.3.3.2 Die Elektronenproduktionsrate durch Stossprozesse

Die Produktionsrate  $\dot{n}_e/\varrho$  bzw.  $\dot{\alpha}/m_a$  in Gleichung (II.3/19) ist die auf die Masseneinheit des Plasmas bezogene Zahl der pro Zeiteinheit erzeugten freien Elektronen. Die Elektronendichte soll sich dabei nur durch Stösse ändern. Photoionisationsprozesse wurden ausser Acht gelassen. Der Stossionisationsvorgang kann sowohl durch Atom-Atom- wie auch durch Elektron-Atom-Stösse erfolgen. Man kann daher für die Nettoproduktionsrate zunächst schreiben:

$$\dot{n}_e = (\dot{n}_e)_a + (\dot{n}_e)_e \quad (II.3/23),$$

wobei der äussere Index e oder a den jeweiligen Stosspartner angeben soll, durch den die Ionisation oder ihre Umkehrung erfolgen soll. Die Einzelraten kann man durch folgende Beziehungen angeben (siehe Anhang A):

$$(n\dot{e})_a = (\overset{\rightarrow}{n\dot{e}})_a + (\overset{\leftarrow}{n\dot{e}})_a = \overset{\rightarrow}{k_{aa}} n_a^2 - \overset{\leftarrow}{k_{aa}} n_a n_e^2 \quad (\text{II.3/24})$$

$$(n\dot{e})_e = (\overset{\rightarrow}{n\dot{e}})_e + (\overset{\leftarrow}{n\dot{e}})_e = \overset{\rightarrow}{k_{ea}} n_a n_e - \overset{\leftarrow}{k_{ea}} n_e^3 \quad (\text{II.3/23})$$

Die  $\overset{\rightarrow}{k_{aa}}$  und  $\overset{\rightarrow}{k_{ea}}$  sind die Ratenkoeffizienten für die Hinreaktion, die  $\overset{\leftarrow}{k_{aa}}$  und  $\overset{\leftarrow}{k_{ea}}$  die Koeffizienten für die jeweils inverse Rückreaktion (Dreierstoss-Rekombination). Diese Koeffizienten können mit Hilfe der Reaktionskinetik ermittelt werden (siehe dazu Anhang A). Bei Hoffert und Lien /29/ wird gezeigt, dass die Ratenkoeffizienten von Hin- und Rückreaktion auf Grund des Prinzips vom detaillierten Gleichgewicht miteinander verknüpft sind. Diese Verknüpfung erfolgt über die Saha-Konstante  $K_{eq}(T_p)$  für die jeweilige Temperatur  $T_p$  der Plasmakomponente, der das ionisierende Teilchen angehört ( $p = a$  für Atome und  $p = e$  für Elektronen). Wegen  $T_a = T_g$  gilt

$$\overset{\rightarrow}{k_{aa}} = \overset{\leftarrow}{k_{aa}} K_{eq}(T_g) \quad (\text{II.3/26})$$

$$\overset{\rightarrow}{k_{ea}} = \overset{\leftarrow}{k_{ea}} K_{eq}(T_e) \quad (\text{II.3/27}).$$

Damit folgt aus Gleichung (II.3/24) und (II.3/25):

$$(n\dot{e})_a = \overset{\leftarrow}{k_{aa}} (K_{eq}(T_g) n_a^2 - n_a n_e^2) \quad (\text{II.3/28})$$

$$(n\dot{e})_e = \overset{\leftarrow}{k_{ea}} (K_{eq}(T_e) n_a n_e - n_e^3) \quad (\text{II.3/29})$$

wobei für  $\overset{\leftarrow}{k_{aa}}$  und  $\overset{\leftarrow}{k_{ea}}$  die nach (A9) und (A13) gegebenen Ausdrücke einzusetzen sind.

Die Elektronenproduktionsrate  $\dot{n}_e$  ist auf diese Weise als Funktion von  $n_a$ ,  $n_e$ ,  $T_g$  und  $T_e$  ausgedrückt, während sie bei den numerischen Rechnungen zweckmässiger als Funktion von  $\varphi$ ,  $\alpha$ ,  $T_g$  und  $T_e$  formuliert wird.

Mit Hilfe der Beziehung (II.3/20) und der entsprechenden Gleichung für  $n_a$

$$n_a = \frac{\rho}{m_a} (1-\alpha) \quad (\text{II.3/30})$$

ergeben sich aus (II.3/28) und (II.3/29)

$$\dot{\alpha}_a = \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 (1-\alpha) \overleftarrow{k}_{aa} \left[ \frac{m_a(1-\alpha)}{\rho} K_{eq}(T_g) - \alpha^2 \right] \quad (\text{II.3/31})$$

$$\dot{\alpha}_e = \left(\frac{\rho}{m_a}\right)^2 \alpha \overleftarrow{k}_{ea} \left[ \frac{m_e(1-\alpha)}{\rho} K_{eq}(T_e) - \alpha^2 \right] \quad (\text{II.3/32})^+$$

Wegen

$$\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_a + \dot{\alpha}_e$$

lässt sich im Quellterm der Elektronenbilanzgleichung

$$u \frac{\partial (\alpha/m_a)}{\partial x} = \frac{\dot{\alpha}}{m_a} \quad (\text{II.3/19a})$$

$\alpha$  durch die Summe von (II.3/31) und (II.3/32) ersetzen. Damit lässt sich Gleichung (II.3/19a) simultan mit den anderen Gleichungen numerisch verarbeiten.

### II.3.3.3 Der Energieumsatz des Elektronengases

Der Term  $F_e^{(th)}$  in Gleichung (II.3/21) bzw. Gleichung (II.3/22) gibt den Energiegewinn oder -verlust des Elektronengases pro Zeit- und Masseneinheit des Plasmas an. Massgebend hierfür sind die elastischen und inelastischen Stöße der Elektronen mit den schweren Teilchen und der Strahlungsverlust des Plasmas. Hinter der Stossfront ist zunächst die Temperatur der schweren Teilchen wegen ihrer grösseren Masse sehr viel grösser als die der Elektronen. Wenn man zunächst die elastischen Stöße betrachtet, kann man für die von den schweren Teilchen auf die Elektronen pro Zeit- und Masseneinheit abgegebene Energie  $F_{e,elast}^{(th)}$  wie folgt schreiben (vergl. auch /29/):

$$F_{e,elast}^{(th)} = \frac{n_e}{\rho} \nu_e \frac{3 m_e}{m_a} k (T_g - T_e) \quad (\text{II.3/33})$$

Dabei ist  $\nu_e$  die Stossfrequenz der Elektronen gegen alle übrigen (schweren) Teilchen der einheitlichen Temperatur  $T_g$ . Da sowohl Zusammenstöße der Elektronen mit Atomen wie mit Ionen stattfinden, kann man  $\nu_e$  aufspalten in

+) Die Ausdrücke in den eckigen Klammern der Gl. (II.3/31) u. (II.3/32) sind identisch mit den von Hoffert u. Lien /29/ benutzten, in die sie sich leicht umformen lassen.

$$\nu_e = \nu_{ea} + \nu_{ei} = \bar{\nu}_e^{(th)} \left( \frac{1}{l_{ea}} + \frac{1}{l_{ei}} \right) = \bar{\nu}_e^{(th)} (n_a Q_{ea} + n_i Q_{ei}) \quad (\text{II.3/34}).$$

Hierin sind  $Q_{ea}$  und  $Q_{ei}$  die Wirkungsquerschnitte für die entsprechenden Stösse und für die mittlere thermische Geschwindigkeit der Elektronen kann

$$\bar{\nu}_e^{(th)} = \left( \frac{8 k T_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.3/35})$$

eingesetzt werden.

Für die elastischen Elektron-Atom-Stösse ist der Wirkungsquerschnitt über einen grossen Energiebereich der Elektronen experimentell bestimmt worden. Die zum Teil beträchtlich voneinander abweichenden Resultate verschiedener Autoren sind bei Shkarofsky et al. /47/ zusammengestellt. Jaffrin /48/ hat unter Berücksichtigung neuerer Resultate die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts  $Q_{ea}$  von der Elektronentemperatur durch folgende Ausdrücke approximiert:

$$\left. \begin{aligned} Q_{ea} &= (0.39 - 0,551 \cdot 10^{-4} T_e + 0,595 \cdot T_e^2) \cdot 10^{-16} \text{ [cm}^2\text{]} \\ \text{für } T_e &\leq 10^4 \text{ }^\circ\text{K} \\ Q_{ea} &= (-0,35 + 0,775 \cdot 10^{-4} T_e) \cdot 10^{-16} \text{ [cm}^2\text{]} \\ \text{für } 10^4 \text{ }^\circ\text{K} &\leq T_e < 5 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K.} \end{aligned} \right\} (\text{II.3/36})$$

Die beiden verschiedenen Ausdrücke für  $Q_{ea}$  tragen dem Ramsauer-Effekt Rechnung, der ein Minimum des Stossquerschnitts unterhalb der Elektronenenergie 1 eV zur Folge hat.

Der Stossquerschnitt für elastische Elektron-Ion-Stösse ist durch die Coulomb-Wechselwirkung bestimmt. Nach Sutton und Sherman /6/, S.144, wird er durch den Ausdruck

$$Q_{ei} = \frac{2\pi e^4}{9(kT_e)^2} \ln \left( \frac{9 k^3 T_e^3}{4\pi e^6 n_e} \right) \text{ [cm}^2\text{]} \quad (\text{II.3/37})$$

wiedergegeben. Die Stossfrequenzen für die elastischen Stösse zwischen Elektronen und Atomen bzw. Ionen  $\nu_{ea}$  und  $\nu_{ei}$  sind somit bekannte Funktionen der Plasmaparameter.

Durch Einführung der Ausdrücke (II.3/34) bis (II.3/37) in Gleichung (II.3/33) kann die Rate der Energieübertragung zwischen schweren Teilchen und Elektronen durch elastische Stösse als Funktion der Plasmaparameter erfasst werden.

Eine wichtige Rolle spielen auch die unelastischen Stösse zwischen den Elektronen und Atomen. (Die unelastischen Stösse zwischen Elektronen und Ionen können wegen der geringeren Dichte der Ionen und ihren höheren Anregungs- und Ionisationspotentialen unter den Bedingungen der hier betrachteten Stosswellen vernachlässigt werden.)

Bei der Ionisation durch Elektronenstoss verliert das stossende Elektron die Energie

$$\Delta E = I + \overline{\varepsilon_{ea}} \quad (\text{II.3/38})^+$$

wobei  $\overline{\varepsilon_{ea}}$  die mittlere kinetische Energie des entstehenden freien Elektrons ist. Insgesamt verlieren damit die im Elektronengas bereits vorhandenen Elektronen durch Stossionisation die Energie

$$\frac{(n_e)_e}{\rho} (I + \overline{\varepsilon_{ea}})$$

pro Zeiteinheit und pro Masseneinheit des Plasmas. Andererseits wird dem Elektronengas durch die hierbei entstehenden freien Elektronen die Energie

$$\frac{(n_e)_e}{\rho} \cdot \overline{\varepsilon_{ea}}$$

wieder zugeführt, so dass die gesamte Verlustrate des Elektronengases durch Elektronenstoss-Ionisation

$$F_{e, \text{unelast}, ea}^{(th)} = - \frac{(n_e)_e \cdot I}{\rho} \quad (\text{II.3/39})$$

ist.

---

+ ) Strenggenommen verteilt sich dieser Energieverlust bei der Ionisation eines Atoms auf 2 Elektronen, da die Ionisation praktisch nur als 2-Stufenprozess abläuft /30/. Dies ändert jedoch nichts an der Gesamtenergiebilanz des Elektronengases. Ein eigener Anregungsterm tritt in der Energiebilanzgleichung des Elektronengases nicht auf, da praktisch jede Anregung zu einer anschliessenden Ionisation führt.

Auch durch unelastische Atom-Atom-Stösse und zwar durch die Atomstoss-Ionisation kann dem Elektronengas mit jedem hierbei gebildeten Elektron im Mittel ein Energiebetrag  $\overline{\epsilon_{aa}}$  zugeführt werden. Über dessen Grösse ist jedoch fast nichts bekannt. Deshalb wird er von anderen Autoren in der unterschiedlichsten Weise berücksichtigt. Eine Abwägung der verschiedenen Standpunkte gegeneinander (siehe Anhang C) führte dazu, hier für  $\overline{\epsilon_{aa}}$  den Wert

$$\overline{\epsilon_{aa}} = \frac{3}{2} \cdot k T_e \quad (\text{II.3/40})$$

einzusetzen. Dem entspricht ein Ratenanteil

$$F_{e, \text{unelast}, aa}^{(th)} = \frac{(n_e)_a}{S} \cdot \frac{3}{2} k T_e \quad (\text{II.3/41}).$$

Berücksichtigt man in der Energiegleichung des Gesamtplasmas Strahlungsverluste, so muss dies auch in der Energiegleichung des Elektronengases geschehen, denn Strahlungsverluste durch Brems- und Rekombinationsstrahlung wirken sich primär auf das Elektronengas aus. Bremsstrahlungsprozesse und Photorekombination sind im Prinzip ebenfalls unelastische Stossprozesse. Im Gegensatz zu den oben diskutierten Energieänderungen des Elektronengases, bei denen die Gesamtenergie des Plasmas konstant blieb, wirken sich Energieänderungen durch Kontinuumsstrahlung aus optisch dünnem Plasma (siehe hierzu Horn /49/) jedoch als Verlust an Gesamtenergie des Plasmas aus.

Die Emission von Frei-Frei-Strahlung ist verbunden mit dem Verlust von Translationsenergie der Elektronen. Dagegen ist die Emission von Frei-Gebunden-Strahlung nicht nur mit dem Verlust der Translationsenergie des Elektronengases sondern noch mit dem zusätzlichen Verlust der Ionisationsenergie durch das Atomgas verknüpft. Dieser letztere Anteil tritt aber in der Elektronenenergie-Bilanz-Gleichung nicht auf. Es konnte von Oettinger /44a/ gezeigt werden, dass der Anteil der fg-Strahlung gegenüber der ff-Strahlung unter Bedingungen, wie sie in den hier behandelten Stosswellen gegeben sind, vernachlässigbar ist.

Der Energieverlust durch Bremsstrahlung (pro Zeit- und Volumeneinheit) ist gegeben durch

$$q_{ff} = \frac{D \cdot Z_{eff}^2 n_e^2}{T_e^{1/2}} \left( \frac{k T_e}{h} \right) \quad (\text{II.3/42}).$$

D ist eine Konstante (vergl. Gl. (II.3/47)),  $Z_{eff}$  die mittlere effektive Ionenladung. Beide Grössen werden in II.3.3.4 und II.4 noch näher bestimmt.

Damit ist die gesuchte Teilrate  $F_{e, \text{Strahl}}^{(th)}$

$$F_{e, \text{Strahl}}^{(th)} = - \frac{q_{ff}}{\rho} \quad (\text{II.3/43}).$$

Die vollständige Elektronenenergie-Produktionsrate erhält man durch Aufsummieren aller Teilraten. Drückt man die einzelnen Terme statt in Teilchendichten in  $\rho$  und  $\alpha$  aus, so folgt für die Gesamtrate

$$F_e^{(th)} = \frac{3\alpha}{m_a} \cdot \frac{m_e}{m_a} (\nu_{ea} + \nu_{ei}) k (T_g - T_e) - \frac{\dot{\alpha}_e I}{m_a} + \frac{\dot{\alpha}_a}{m_a^2} 3 k T_e - \frac{D k Z_{eff}^2 (\alpha \rho)^2}{h (m_a)} \frac{T_e^{1/2}}{\rho} \quad (\text{II.3/44}).$$

Für die Grössen  $\nu_{ea}$ ,  $\nu_{ei}$ ,  $\dot{\alpha}_e$  und  $\dot{\alpha}_a$  sind die weiter vorne angegebenen Beziehungen (ausgedrückt in  $\rho$  und  $\alpha$ ) einzusetzen. Werden in der Energiegleichung des Gesamtplasmas die Strahlungsverluste nicht berücksichtigt, so entfällt in der Ratengleichung für die Elektronenenergieproduktion der letzte Term.

Mit Hilfe von Gl. (II.3/44) kann nun auch die Bilanzgleichung (II.3/21) numerisch verarbeitet werden.

#### II.3.3.4 Strahlungsverluste des Gesamtplasmas

Während im vorangehenden Abschnitt der Einfluss der Strahlung auf die Energiebilanz des Elektronengases betrachtet wurde, soll hier der Einfluss der Strahlung auf das Gesamtplasma näher untersucht werden. Experimentelle Anzeichen sprechen nämlich für merkliche Strahlungskühlung hinter der reflektierten Stossfront (vergl. Kap. III). Die Strahlung besteht aus Linienstrahlung (gg), Rekombinationsstrahlung (fg) und Bremsstrahlung (ff). Den Anteil der verschiedenen Strahlungsarten an den gesamten Verlusten durch Strahlung hat für ionisierende Stosswellen in Argon Horn /49/ eingehend untersucht. Für den bei weitem grössten Bereich dieser Strahlungsanteile ist das Plasma optisch dünn. Die Strahlung führt also zu einem Energieverlust, der in Gl. (II.3/16) durch den Term  $q/\rho$  berücksichtigt wird.



Die Linienstrahlung wird teilweise vom Plasma wieder absorbiert. Für die gesamten Verluste durch sie gibt Horn folgenden Ausdruck an:

$$q_{gg} = \frac{n_e^2 \cdot h^3 e^{\frac{I}{kT_e}}}{2 (2\pi m_e kT_e)^{3/2} Z_i^e(T_e)} \sum_m \sum_n M_{mn} e^{-\frac{E_n}{kT_e}} \quad (\text{II.3/45})$$

Die Grössen  $M_{mn}$  enthalten die charakteristischen Daten für die einzelnen gg-Übergänge wie Oszillatorenstärken usw.. Sie sind bei Horn l.c. angegeben.

Im Gegensatz zur gg-Strahlung erfolgt die kontinuierliche Strahlung unter den von Horn betrachteten Verhältnissen aus optisch dünner Schicht. Die Strahlungsverluste von Argon durch die gesamte Kontinuumsstrahlung werden wie folgt angegeben:

$$q_k = q_{fg} + q_{ff} = D \cdot Z_{\text{eff}}^2 \frac{n_e^2}{T_e^{1/2}} \left( \nu_g + \frac{kT_e}{h} \right) \quad (\text{II.3/46})$$

mit

$$D = \frac{64 e^6 \pi^{3/2}}{3 \sqrt{6} m_e^{3/2} \cdot k^{1/2} \cdot c^3} \quad (\text{II.3/47}).$$

$Z_{\text{eff}}$  ist eine mittlere effektive Ionenladung, für die der von Bibermann und Norman /52/ angegebene Wert  $\sqrt{1.5}$  benützt wird.

In (II.3/46) tritt ausserdem die sogenannte "Grenz-Frequenz"  $\nu_g$  auf. Sie entspricht der Energiedifferenz zwischen der Ionisierungsarbeit  $I$  und dem Energieniveau, oberhalb dessen alle Niveaus so dicht liegen, dass man sie in guter Näherung als kontinuierlich verteilt ansehen kann (vergl. hierzu Finkelburg und Peters /50/). Für das Argonkontinuum wurde als Grenzfrequenz die Differenz zwischen dem untersten 4p-Niveau und der Ionisierungsgrenze gewählt. Sie entspricht einer Energie von 2.85 eV. Der Anteil der Rekombinationsstrahlung, der in das 4s-Niveau führt, an der gesamten Rekombinationsstrahlung ist nach Lagarkhov und Jakobov /51/ vernachlässigbar klein. Das gilt auch für die Rekombination in das Grundniveau.

Mit Hilfe der Ausdrücke (II.3/45) und (II.3/46) können die Energieverluste des Plasmas pro Zeit- und Volumeneinheit berechnet werden. Die Durchführung dieser Rechnungen für ionisierende gasdynamische

Stosswellen der Stossmachzahl 16.3 in Argon bei Fülldrucken von 3 und 5 Torr durch Horn l.c. erbrachten, dass in diesem Falle die Linienstrahlung etwa die Hälfte der Gesamtstrahlungsverluste ausmacht. Die Bedingungen in den reflektierten Stosswellen, die in der vorliegenden Arbeit untersucht werden, d.h. die Werte von  $n_e$ ,  $\xi$ ,  $T_e$  sind vergleichbar mit denen der von Horn untersuchten Stosswellen. Aus diesem Grunde wurde in der vorliegenden Arbeit auf eine Aufsummierung über die gg-Übergänge verzichtet und angenommen, dass die Gesamtstrahlungsverluste ebenfalls etwa das Doppelte der Kontinuumsstrahlung betragen. In den numerischen Rechnungen werden die Strahlungsverluste in der Gleichung (II.3/16) durch den Term

$$q = q_{gg} + q_{fg} + q_{ff} \approx 2 q_K \quad (\text{II.3/48})$$

berücksichtigt. Damit ist auch die letzte, in dem Gleichungssystem (II.3/14) bis (II.3/21) vorkommende, Rate als Funktion der Plasma-parameter ausgedrückt.

#### II.4 Numerische Durchführung der Rechnungen

Die Gleichungen, die das Strömungs- und Relaxationsverhalten hinter der reflektierten Stossfront beschreiben, sind im Abschnitt II.3.3.1 zusammengestellt (Gl. (II.3/14) bis (II.3/21)). Sie lassen sich in das folgende System gekoppelter Differentialgleichungen erster Ordnung umwandeln:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - C \quad (\text{II.4/1})$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = C \cdot \frac{\rho}{u} \quad (\text{II.4/2})$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = C \cdot \rho \cdot u \quad (\text{II.4/3})$$

$$\frac{\partial T_g}{\partial x} = C \left( \frac{m_a \cdot u}{k} - \frac{T_g + (5/3)\alpha T_e}{u} \right) - \frac{2}{3} \cdot \frac{m_a}{k} F_e^{(th)} \quad (\text{II.4/4})$$

$$\frac{\partial T_e}{\partial x} = C \cdot \frac{2}{3} \frac{T_e}{u} + \frac{m_a}{k} \left( \frac{2}{3} F_e^{(th)} - \frac{k}{m_a} T_e \cdot \dot{\alpha} \right) \frac{1}{u \alpha} \quad (\text{II.4/5})$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{\dot{\alpha}}{u} \quad (\text{II.4/6})$$

Darin ist

$$C = 2 \cdot \frac{q + I(\dot{\alpha}/m_a) \rho}{5p - 3 \rho u^2} .$$

Dieses System kann mit Hilfe gängiger Integrationsroutinen numerisch gelöst werden, wenn die Anfangsbedingungen gegeben sind, und wenn für die Grössen  $\dot{\alpha}$ ,  $F_e^{(th)}$  und  $q$  die folgenden Gleichungen eingesetzt werden, in denen  $\dot{\alpha}$ ,  $F_e^{(th)}$  und  $q$  als Funktionen von  $\rho$ ,  $\alpha$ ,  $T_g$  und  $T_e$  angegeben werden (vgl. auch Abschn. II.3.3.2 bis II.3.3.4):

$$\left. \begin{aligned} \text{mit} \quad \dot{\alpha} &= \dot{\alpha}_a + \dot{\alpha}_e \\ \dot{\alpha}_a &= \frac{5,80 \cdot 10^{-37}}{m_a^2} \left( \frac{E_1}{kT_g} + 2 \right) e^{\frac{I-E_1}{kT_g}} \left[ 2,9 \cdot 10^{16} \cdot m_a \cdot \frac{1-\alpha}{\rho} T_g^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{I}{kT_g} - \alpha} \right] \rho^2 (1-\alpha) \\ \dot{\alpha}_e &= \frac{1,29 \cdot 10^{-32}}{m_a^2} \left( \frac{E_1}{kT_e} + 2 \right) e^{\frac{I-E_1}{kT_e}} \left[ 2,9 \cdot 10^{16} \cdot m_a \cdot \frac{1-\alpha}{\rho} T_e^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{I}{kT_e} - \alpha} \right] \rho^2 \alpha \end{aligned} \right\} (\text{II.4/7})$$

Darin sind die Zahlenwerte  $5,80 \cdot 10^{-37}$  und  $1,29 \cdot 10^{-32}$  die in  $[\text{cm}^6 \text{s}^{-1}]$  ausgedrückten konstanten Faktoren von  $\overleftarrow{k}_{aa}$  bzw.  $\overleftarrow{k}_{ea}$ , während der Zahlenwert  $2,9 \cdot 10^{16}$  der konstante Faktor der "Saha-konstante"  $K_{eq}$  in  $[\text{cm}^{-3} \cdot \text{O}K^{-3/2}]$  ist (vergl. Anhang A).

$$\left. \begin{aligned} F_e^{(th)} &= \frac{3 k m_e}{m_a^3} \left( \frac{\delta k T_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} (T_g - T_e) \left[ (1-\alpha) Q_{ea} + \alpha Q_{ei} \right] \alpha \cdot \rho \\ &\quad - \dot{\alpha}_e \frac{I}{m_a} + \dot{\alpha}_a \frac{3}{2} \frac{k T_e}{m_a} - \frac{D k}{h m_a^2} Z_{eff}^2 (\alpha \rho)^2 \cdot \frac{T_e^{\frac{1}{2}}}{\rho} \end{aligned} \right\} (\text{II.4/8})$$

$$\text{mit} \quad Q_{ea} = \begin{cases} (0,39 - 0,551 \cdot 10^{-4} T_e + 0,595 T_e^2) \cdot 10^{-16} [\text{cm}^2] & \text{für } T_e < 10^4 \text{K} \\ (-0,35 + 0,775 \cdot 10^{-4} T_e) \cdot 10^{-16} [\text{cm}^2] & \text{für } T_e > 10^4 \text{K} \end{cases}$$

$$Q_{ei} = \frac{2 \pi e^4}{9 k^2} \cdot \frac{1}{T_e^2} \ln \left( \frac{9 m_a k^3 \cdot T_e^3}{4 \pi e^6 \alpha \rho} \right) [\text{cm}^2] .$$

$$q = \frac{2 D \cdot Z_{eff}^2 (\alpha \rho)^2}{m_a^2} \left( \nu_g + \frac{k T_e}{h} \right) \quad (\text{II.4/9})$$

Mit Bezug auf die Gleichungen (II.4/8) und (II.4/9) ist zu bemerken, dass das Gleichungssystem einmal unter Vernachlässigung von Strahlungsverlusten (durch Setzen von  $D = 0$  in beiden Gleichungen) gelöst wurde, zum anderen mit Strahlungsverlusten (durch Einsetzen des Wertes

$$D = \frac{64 e^6 \pi^{3/2}}{3\sqrt{6} m_e^{3/2} k^{1/2} c^3} = 6,8396 \cdot 10^{-38} \text{ [cgs-Einh.]} \quad (\text{II.3/47})$$

in beide Gleichungen).

Die erforderlichen Anfangsbedingungen zur Lösung des Differentialgleichungssystems ergeben sich als Lösungen der modifizierten Rankine-Hugoniot-Stossbeziehungen, Gleichungen (II.3/5) bis (II.3/8), (II.3/12) und (II.3/13), für den reflektierten Stoss. Diese Gleichungen haben schon die für numerische Rechnungen zweckmässige Form. Sie sind aber noch Funktionen der Machzahl des reflektierten Stosses und seiner Vorlandparameter. Diese Vorlandparameter des reflektierten Stosses sind selbst wieder Funktionen der Machzahl  $M_p$  und der Vorlandparameter  $p_o$ ,  $T_o$ ,  $\xi_o$  des primären Stosses. Sie werden ebenfalls durch Lösung der Rankine-Hugoniot-Beziehungen und zwar über den primären Stoss hinweg gewonnen.

Für die Parameter  $M_p$ ,  $p_o$ ,  $T_o$ ,  $\xi_o$  wurden bei den numerischen Rechnungen Werte eingesetzt, die dem experimentell überstrichenen Parameterbereich entsprechen. Dieser erstreckt sich von

$$M_p = 12.1 \text{ bei } p_o = 0.5 \text{ Torr und } T_o = 296 \text{ }^\circ\text{K bis}$$

$$M_p = 7.2 \text{ bei } p_o = 50 \text{ Torr und } T_o = 296 \text{ }^\circ\text{K.}$$

Mit Hilfe der Rankine-Hugoniot-Gleichungen ergaben sich daraus die Grössen für das Hinterland der primären Stossfront, die gleichzeitig Vorlandgrössen der sekundären Stossfront sind. Dem Relaxationsverhalten hinter der primären Stossfront wurde dadurch Rechnung getragen, dass die beiden Grenzfälle "eingefrorener perfekter Gaszustand" (EPG) und "thermisches Gleichgewicht" (LTE) alternativ bei den Rechnungen berücksichtigt wurden.

Für den Fall des LTE lauten die Stossbeziehungen für die primäre Stossfront:

$$\frac{p_1}{p_o} = \frac{1}{8} \left\{ 5M_p^2 + 3 + 5 \sqrt{(M_p^2 - 1)^2 + \frac{32 \alpha_1 I}{15 k T_o} M_p^2} \right\} \quad (\text{II.4/10})$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{w_0}{w_1} = \frac{4 P_1/P_0 + 1}{P_1/P_0 + 4 - 2\alpha_1 I / (kT_0)} \quad (\text{II.4/11})$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{1}{1 + \alpha_1} \frac{P_1/P_0}{\rho_1/\rho_0} \quad (\text{II.4/12})$$

$$\alpha_1 = \left[ \frac{P_1}{T_1^{5/2}} \cdot \frac{10^3}{3} \cdot e^{\frac{I}{kT_1}} + 1 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{II.4/13})$$

$P_1$  in [Torr]

Darin sind  $w_0$ ,  $w_1$  die Strömungsgeschwindigkeiten vor bzw. hinter dem primären Stoss im stossfrontfesten System mit

$$w_0 = M_p \sqrt{\frac{5}{3} \cdot \frac{P_0}{\rho_0}}$$

Der Zusammenhang mit  $v_1$ , der Strömungsgeschwindigkeit hinter dem primären Stoss im Laborsystem, wird durch  $v_1 = w_0 - w_1$  gegeben.

Für den Fall des EPG setzt man an Stelle von Gleichung (II.4/13)  $\alpha_1 = 0$ . Mit diesem Wert für  $\alpha_1$  nehmen die Gleichungen (II.4/10) bis (II.4/12) die bekannte Form für perfekte Gase an.

Die mit den obigen Beziehungen berechneten Vorlandwerte der reflektierten Stossfront sind für die verschiedenen betrachteten Fälle in Tabelle 3 zusammengefasst.<sup>+) (Die grosse Zahl der darin mitgenommenen Dezimalen soll die minimalen Abweichungen zwischen den Ergebnissen für EPG und LTE bei niedrigen  $M_p$ -Werten erkennen lassen.)</sup>

Bei der Durchführung der Relaxationsrechnungen hinter dem sekundären Stoss im Falle des eingefrorenen perfekten Gaszustandes hinter dem primären Stoss darf aus numerischen Gründen der Anfangswert  $\alpha_r (= \alpha_1)$  des Ionisationsgrades nicht gleich Null gesetzt werden. Statt dessen muss ein, zwar möglichst kleiner, jedoch endlicher Wert gewählt werden. Als brauchbarer Wert erwies sich  $\alpha_r = 10^{-10}$ . Dieser wurde auch in die entsprechende Spalte der Tabelle 1 für  $\alpha_1$  eingesetzt, obwohl dort eigentlich der Wert Null für  $\alpha_1$  stehen müsste.

<sup>+) Das Programm zur Berechnung der Vorlandparameter aus den Daten der primären Stossstelle wurde freundlicherweise von F. Sardei zur Verfügung gestellt.</sup>

$T_0$ °K	$P_0$ Torr	$M_p$	$v_1$ [ $cm\ s^{-1}$ ]		$\rho_1$ [ $g\ cm^{-3}$ ]		$P_1$ [Torr]		$T_1$ [°K]		$\alpha_1$	
			EPG	LTE	EPG	LTE	EPG	LTE	EPG	LTE	EPG	LTE
296	0,5	12,1	$2,88848 \cdot 10^5$	$3,20312 \cdot 10^5$	$4,24001 \cdot 10^6$	$6,21741 \cdot 10^6$	$9,13812 \cdot 10^1$	$1,01281 \cdot 10^2$	$1,38015 \cdot 10^4$	$9,90481 \cdot 10^3$	$10^{-10}$	$5,31976 \cdot 10^{-2}$
296	1	11,4	$2,71901 \cdot 10^5$	$2,94281 \cdot 10^5$	$8,45853 \cdot 10^6$	$1,11223 \cdot 10^5$	$1,62200 \cdot 10^2$	$1,75468 \cdot 10^2$	$1,22799 \cdot 10^4$	$9,76339 \cdot 10^3$		$3,47632 \cdot 10^{-2}$
296	2	10,8	$2,57362 \cdot 10^5$	$2,71909 \cdot 10^5$	$1,68763 \cdot 10^5$	$2,01814 \cdot 10^5$	$2,91100 \cdot 10^2$	$3,07441 \cdot 10^2$	$1,10477 \cdot 10^4$	$9,55598 \cdot 10^3$		$2,08787 \cdot 10^{-2}$
296	5	10,0	$2,37955 \cdot 10^5$	$2,43693 \cdot 10^5$	$4,20087 \cdot 10^5$	$4,51478 \cdot 10^5$	$6,23750 \cdot 10^2$	$6,38670 \cdot 10^2$	$9,50844 \cdot 10^3$	$8,99258 \cdot 10^3$		$7,38062 \cdot 10^{-3}$
296	10	9,3	$2,20949 \cdot 10^5$	$2,22420 \cdot 10^5$	$8,36368 \cdot 10^5$	$8,52639 \cdot 10^5$	$1,07863 \cdot 10^3$	$1,08574 \cdot 10^3$	$8,25868 \cdot 10^3$	$8,14047 \cdot 10^3$		$1,72717 \cdot 10^{-3}$
296	20	8,4	$1,99040 \cdot 10^5$	$1,99148 \cdot 10^5$	$1,66017 \cdot 10^4$	$1,66272 \cdot 10^4$	$1,75900 \cdot 10^3$	$1,75994 \cdot 10^3$	$6,78501 \cdot 10^3$	$6,77746 \cdot 10^3$		$1,13131 \cdot 10^{-4}$
296	50	7,2	$1,69720 \cdot 10^5$	$1,69721 \cdot 10^5$	$4,09019 \cdot 10^4$	$4,09024 \cdot 10^4$	$3,22750 \cdot 10^3$	$3,22751 \cdot 10^3$	$5,05313 \cdot 10^3$	$5,05309 \cdot 10^3$	$10^{-10}$	$5,84473 \cdot 10^{-7}$

Tabelle 3 Parameterwerte im Vorland der reflektierten Stossstelle (Hinterland der primären Stossstelle)

EPG hinter dem primären Stoss

LTE hinter dem primären Stoss

Ausser den Vorlanddaten  $v_1, \rho_1, p_1, T_1, \alpha_1$  vor dem reflektierten Stoss wird aber auch noch dessen Machzahl benötigt, um (mit Hilfe der modifizierten Rankine-Hugoniot-Beziehungen (II.3/5) bis (II.3/8), (II.3/12) und (II.3/13) die Anfangswerte für die Relaxationsrechnungen zu erhalten. Diese Machzahl ist bei Wechselwirkungsexperimenten zwischen Stosswellen und Magnetfeld, also bei der "Reflexion im Magnetfeld" theoretisch schwer zu ermitteln. Sardei /10/ berechnet sie zwar unter Benutzung recht einfacher Modellvorstellungen ohne Berücksichtigung von Relaxationseffekten, aber die Erzielung einer befriedigenden quantitativen Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment gelang auch ihm nur unter Berücksichtigung experimenteller Ergebnisse (Strommessungen) schon in der Theorie.

Deshalb wird bei den hier beschriebenen Rechnungen die (eingefrorene) Machzahl des reflektierten Stosses,  $M_R$ , als freier Parameter beibehalten, um sicherzustellen, dass die Rechnungen auch den Experimentierbereich voll überdecken. Dabei waren nur sekundäre Stösse mit  $M_R < 2.2$  interessant. Diese obere Grenze von  $M_R$  entspricht annähernd einem Stoss, der von einer festen Wand reflektiert wird. Nach unten wurde der gewählte Variationsbereich von  $M_R$  annähernd durch die Stossmachzahlen der jeweiligen stehenden Stösse begrenzt ( $M_R > 1.2$ ).

Im Experiment erfolgt die Bestimmung der Stossmachzahl  $M_R$  aus der Laborgeschwindigkeit  $V_R$  des reflektierten Stosses und den theoretischen Vorlandparametern, die in Tabelle 3 angegeben sind, gemäss der Beziehung

$$V_R = v_1 - M_R \sqrt{\gamma \frac{p_1}{\rho_1}} \quad (\text{II.4/14}).$$

Die Integration, die zu dem Profilverlauf hinter der reflektierten Stossfront führt, wird an Punkten  $x$  abgebrochen, an denen sich  $\alpha$ ) bei Fehlen von Strahlungsverlusten vollständiges thermisches Gleichgewicht praktisch (d.h. im Rahmen der Rechengenauigkeit) eingestellt hat, oder eine gewisse Strecke hinter solchen, an denen  $\beta$ ) bei Vorhandensein von Strahlungsverlusten das Ionisationsmaximum überschritten ist.

Sowohl die numerische Lösung der Stossbeziehungen als auch die Integration der Gleichungen (II.4/1) bis (II.4/6) erfolgte auf der IBM 360/91 des IPP. Die Integration wurde mit Hilfe der am IPP entwickelten Integrationsroutine IROUT /53/ durchgeführt.

Die Resultate der Rechnungen werden in den nächsten Abschnitten wiedergegeben und diskutiert.

## II.5 Resultate der numerischen Rechnungen

### II.5.1 Allgemeine Übersicht über die Resultate

Die Rechnungen lieferten die Strömungsparameter- und Ratenverläufe hinter dem reflektierten Stoss in Tabellenform. Jeder Tabelle entspricht eine bestimmte Kombination konstanter Parameter  $p_0$ ,  $T_0$ ,  $M_p$  für den primären Stoss mit einer bestimmten konstanten Stossmachzahl des reflektierten Stosses. Die verschiedenen Fälle der Vorlandionisation (EPG und LTE) vor dem reflektierten Stoss und des Strahlungsverhaltens hinter dem reflektierten Stoss (Strahlungsverluste gleich Null bzw. Strahlungsverluste ungleich Null) sind in 4 verschiedenen Tabellensätzen erfasst.

In den einzelnen Spalten der Tabellen sind

- a.) als unabhängige Variable folgende Grössen ausgedrückt:
  - a1.) Der Abstand  $x$  eines Punktes der Stosswelle von der Stossfront. Er wird in den Rechnungen als Integrationsvariable benutzt.
  - a2.) Die Laborzeit  $t_{\text{Lab}}$ . Sie ist die Zeit, die zwischen der Ankunft der reflektierten Stossfront ( $x = 0$ ) und der Ankunft eines Punktes  $x = X$  des stationären Stosswellenprofils an einem festen Punkt im Laborsystem verstreicht. Wegen der Stationarität ist  $t_{\text{Lab}} \sim x$ .
- b.) Als abhängige Variable sind in weiteren Spalten ausgedrückt:
  - b1.) die Strömungs- und Plasmaparameter  $u$ ,  $\rho$ ,  $p$ ,  $T_g$ ,  $T_e$ ,  $\alpha$ ,  $n_e$ ;
  - b2.) die Einzelterme der Ionisationsrate  $\alpha$ , nämlich  $\alpha_a$  und  $\alpha_e$ ;
  - b3.) die Einzelterme der Elektronenproduktionsrate  $F_e^{(\text{th})}$ , also



$$F_{e1}^{(th)} = \frac{3 k m_e}{m_a^3} \left( \frac{8 k T_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} (T_g - T_e) (1 - \alpha) \alpha \rho Q_{ea} \quad (\text{II.5/1}),$$

$$F_{e2}^{(th)} = \frac{3 k m_e}{m_a^3} \left( \frac{8 k T_e}{\pi m_e} \right)^{\frac{1}{2}} (T_g - T_e) \alpha^2 \rho Q_{ei} \quad (\text{II.5/2}),$$

$$F_{e3}^{(th)} = - \alpha_e \frac{I}{m_a} \quad (\text{II.5/3}),$$

$$F_{e4}^{(th)} = \alpha_a \cdot \frac{3}{2} \frac{k T_e}{m_a} \quad (\text{II.5/4}),$$

$$F_{e5}^{(th)} = - \frac{D k}{h m_a^2} \cdot Z_{\text{eff}}^2 (\alpha \rho)^2 \cdot \frac{T_e^{\frac{1}{2}}}{\rho} \quad (\text{II.5/5});$$

b4.) die Partikelzeit  $t_{\text{part}}$ . Das ist die Zeit, in der ein bestimmtes Plasmaelement nach dem Passieren der Stossfront an den Ort  $x = X$  des Stosswellenprofils gelangt:

$$t_{\text{part}} \equiv \int_0^X \frac{dx}{u} \quad (\text{II.5/6})$$

Das Ausdrücken der Werte erfolgte für den gesamten bei den Rechnungen jeweils überdeckten Bereich der unabhängigen Variable  $x$  in Schritten von  $\Delta x = 0.3 \text{ cm}$  und für alle in den Rechnungen berücksichtigten Parameterkombinationen. (Diese Ausdrücke sind im IPP verfügbar.)

Wichtig sind vor allem die Tabellenwerte von  $\alpha$ . Mit der üblichen Definition der Relaxationslänge (vergl. /29/)

$$L_{\text{rel}} \equiv x \left( \frac{\alpha_{\text{equil}}}{\sqrt{2}} \right) \quad (\text{II.5/7})$$

liefern sie sofort diese Längen und auch die entsprechenden Zeiten

$$\tau_{\text{rel,Lab}} \equiv \frac{L_{\text{rel}}}{V_R} \quad (\text{II.5/8})$$

$$\tau_{\text{rel,Part}} \equiv \int_0^{L_{\text{rel}}} \frac{dx}{u} \quad (\text{II.5/9})$$

Diese 3 Grössen werden in der Zusammenfassung der Rechenergebnisse als Funktion von  $M_R$  und  $M_P$  graphisch dargestellt und diskutiert.

Eine ganze Anzahl der abhängigen Variablen wurde als Funktion von  $x$  dargestellt. Ihre Wiedergabe erfolgt zusammen mit der Diskussion der Rechenergebnisse in den nächsten Abschnitten.

## II.5.2 Typische Profile der Strömungsparameter und Prozessraten bei Vernachlässigung von Strahlungsverlusten.

### II.5.2.1 Profile der Strömungsparameter hinter dem sekundären Stoss für verschiedene Vorlandbedingungen

Als typische Beispiele für die Rechenresultate zeigen die Abbildungen 6 bis 8 den räumlichen Verlauf der Strömungsparameter  $u$ ,  $\varrho$ ,  $p$ ,  $T_g$ ,  $T_e$  und  $\alpha$  hinter der reflektierten Stossfront. Deren Machzahl ist in diesen Beispielen konstant  $M_R = 1.60$ . (Dieser Wert liegt im Bereich der bei den Experimenten beobachteten Stossmachzahlen.) Die einzelnen Diagramme entsprechen verschiedenen Machzahlen  $M_P$  des primären Stosses. Für jeden Machzahlwert  $M_P$  wird der Fall des EPG (Abb. 6a, 7a, 8a) und des LTE (Abb. 6b, 7b, 8b) hinter der primären Stossfront betrachtet.

Abb. 6 bis 8 Berechnete Profile der Plasmaparameter hinter reflektierten Stossfronten der Machzahl  $M_R = 1.60$  als Funktionen des Abstandes  $x$  von der Stossfront für verschiedene Stärken des primären Stosses. Strahlungsverluste sind nicht berücksichtigt.

$u$  = Strömungsgeschwindigkeit im Koordinatensystem der reflektierten Stossfront  
 $\varrho$  = Massendichte  
 $p$  = Druck  
 $T_g, T_e$  = Gas- bzw. Elektronentemperatur  
 $\alpha$  = Ionisationsgrad

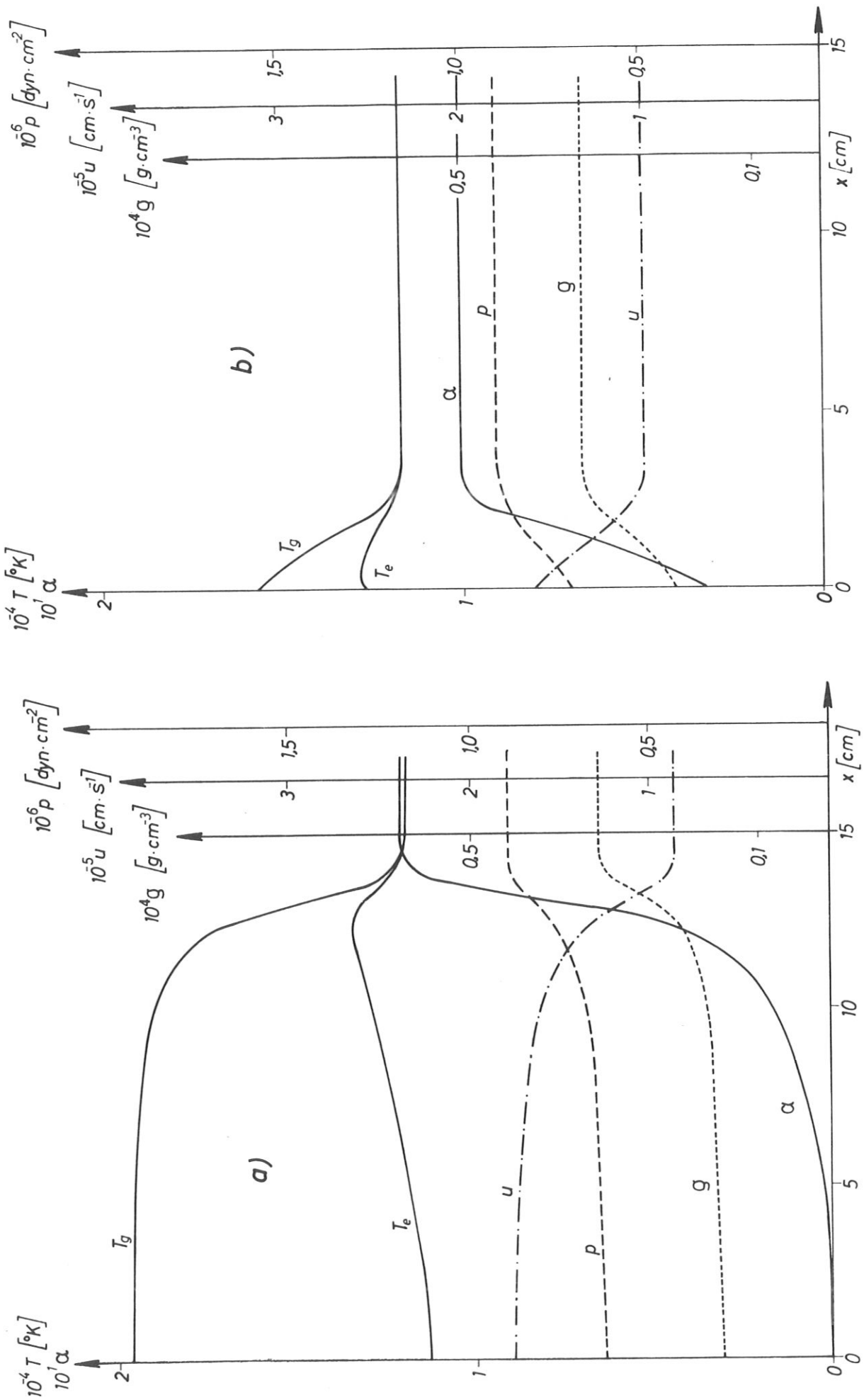


Abb. 6 Profile der Plasmaparameter (vgl. Unterschrift zu Abb. 6 bis 8).  
 Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296$  OK,  $p_0 = 1$  Torr,  $M_p = 11,4$

a) EPG      b) LTE

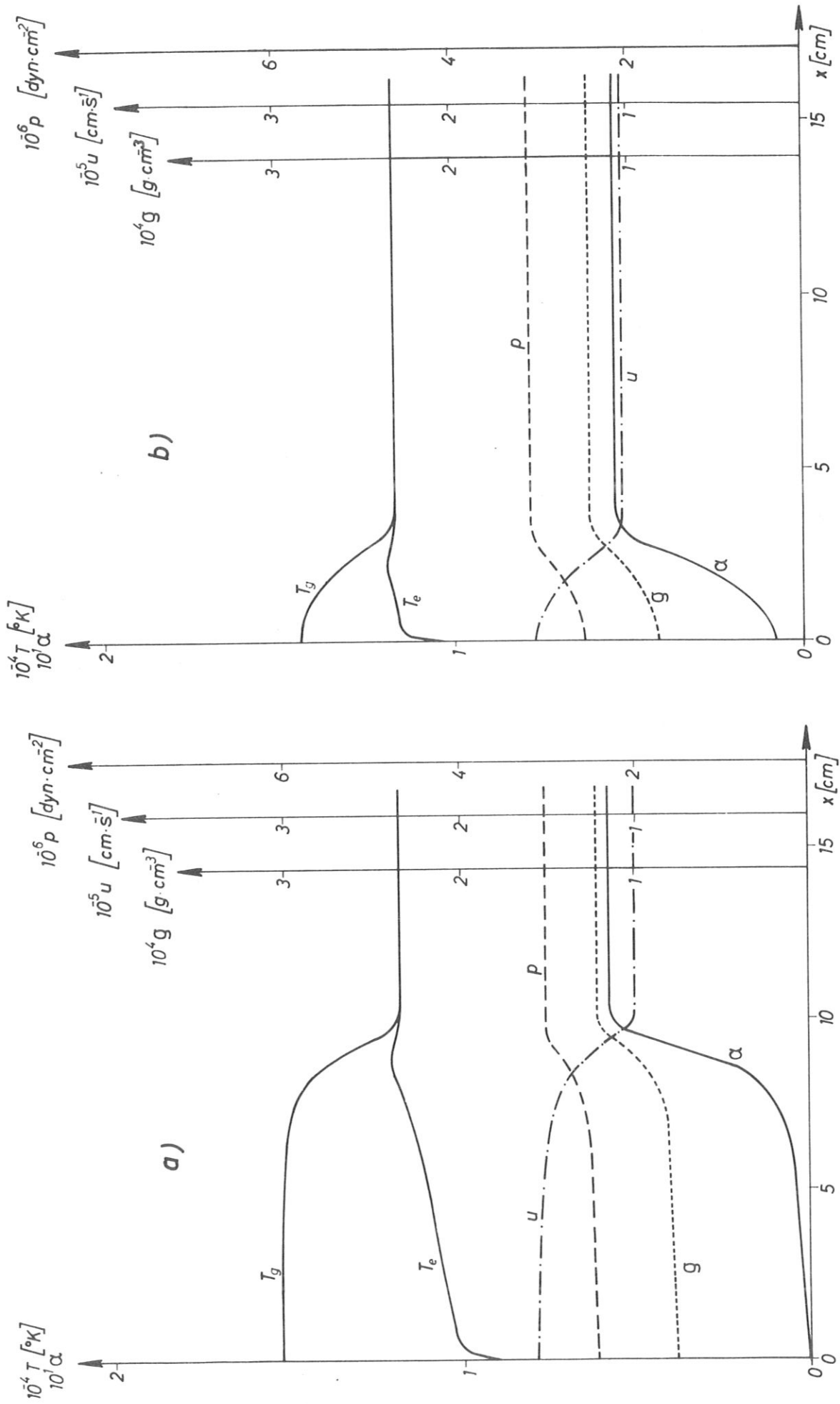


Abb. 7 Profile der Plasmaparameter (vgl. Unterschrift zu Abb. 6 bis 8)  
 Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296$  OK,  $P_0 = 5$  Torr,  $M_p = 10,0$

a) EPG      b) LTE

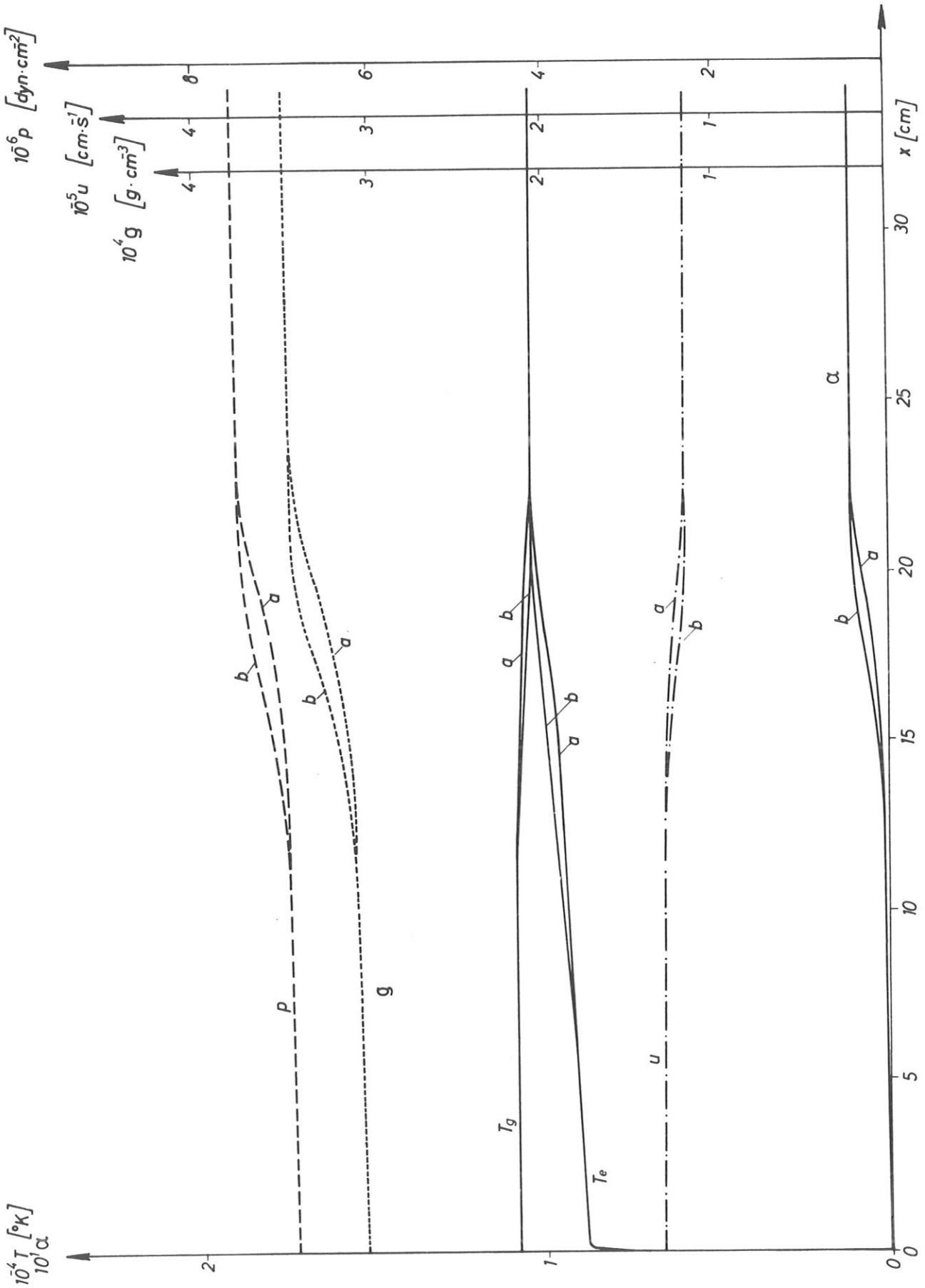


Abb. 8 Profile der Plasmaparameter (vgl. Unterschrift zu Abb. 6 bis 8)  
 Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296$  OK,  $p_0 = 20$  Torr,  $M_p = 8,4$  a) EPG b) LTE

Wie aus diesen Abbildungen hervorgeht, erfahren die einzelnen Strömungsparameter  $u$ ,  $\varrho$ ,  $p$  und  $T_g$  im Relaxationsgebiet hinter der reflektierten Stossfront Änderungen, die in die Größenordnung der Parameterwerte selbst kommen können. Der Verlauf von  $\varrho$  und  $p$  entspricht dabei qualitativ dem Verlauf des Ionisationsgrades  $\alpha$ .  $\alpha$ ,  $\varrho$  und  $p$  streben von ihren Werten unmittelbar hinter dem sekundären Stoss bei  $x = 0$  zu konstanten höheren Gleichgewichtswerten. Dagegen fallen  $u$  und  $T_g$  von ihren Anfangswerten hinter der Stossfront auf konstante Gleichgewichtswerte ab. Wie zu erwarten war, ist die Länge des Nichtgleichgewichtsgebietes hinter dem sekundären Stoss im Falle des LTE hinter dem primären Stoss kürzer als im Falle des EPG. (Besonders deutlich ist dies bei hohem  $M_p$ .) Die einander entsprechenden Kurven der beiden Fälle gehen in erster Näherung durch Parallelverschiebung in  $x$ -Richtung ineinander über. Während die Parameter  $u$ ,  $\varrho$ ,  $p$ ,  $T_g$ ,  $\alpha$  kurz vor dem Erreichen des Gleichgewichts eine lawinenartige Änderung erfahren, verhält sich die Elektronentemperatur  $T_e$  qualitativ ganz anders. Sie wächst im allgemeinen über den grössten Teil des Relaxationsbereichs mit nahezu konstanter Steigung auf einen Wert an, der - besonders deutlich bei hohen Machzahlen des primären Stosses - den Gleichgewichtswert übertrifft. Hinter dem Maximum fällt  $T_g$  rasch ab und mündet zusammen mit  $T_e$  in die Horizontale der Gleichgewichtstemperatur.

Den Verlauf von  $T_g$ ,  $\varrho$ ,  $u$  und  $p$  kann man in groben Zügen folgendermassen interpretieren: Durch die Zunahme des Ionisationsgrades im Relaxationsgebiet infolge der Ionisationsprozesse nimmt die Gastemperatur  $T_g$  ab, da ein grosser Teil der thermischen Energie des Plasmas zur Ionisation verbraucht wird. Der Abkühlung entspricht gemäss der thermischen Zustandsgleichung - betrachtet man den Druck zunächst als konstant - eine Dichtezunahme, die gemäss der Kontinuitätsgleichung mit einer Verringerung der Strömungsgeschwindigkeit verbunden ist. Die Abbremsung der Strömung entsprechend der Kontinuitätsgleichung ist gemäss der Impulsgleichung mit einer Druckzunahme (entsprechend der Geschwindigkeitsabnahme) verbunden. Die Druckzunahme wirkt über die thermische Zustandsgleichung auf die Dichte im Sinne einer verstärkten Dichtezunahme zurück.

Die Profilverläufe der Strömungsparameter sind also primär durch das Ionisations- und Temperaturverhalten des Stosswellenplasmas infolge von Stossprozessen bestimmt.  $\alpha$ ,  $T_g$  und  $T_e$  sind miteinander eng durch die Raten der Stossprozesse verknüpft. Der Einfluss der einzelnen Stossprozesse auf die Änderung von  $\alpha$ ,  $T_g$  und  $T_e$  ist in den beiden Vorlandgrenzfällen EPG und LTE sehr verschieden. Im folgenden werden zunächst die Unterschiede im Ionisationsverhalten der sekundären Stosswelle für die beiden Vorlandzustände betrachtet.

#### II.5.2.2 Ionisationsverlauf und Ionisationsraten hinter dem sekundären Stoss für verschiedene Vorlandzustände

In Abb. 9 sind die Profile von  $\alpha$  für  $M_R = 1.60$  und  $M_p = 10.0$  zusammen mit den Ionisationsraten  $\dot{\alpha}_a$  und  $\dot{\alpha}_e$  sowohl für EPG (Abb.9a) als auch für LTE (Abb.9b) hinter dem primären Stoss aufgetragen. Zunächst sei der Fall des EPG diskutiert:

Der Ionisationsgrad wächst von  $\alpha = 0$  bei  $x = 0$  zunächst sehr langsam an. Bei etwa  $x = 4$  cm geht der anfangs flache Verlauf in einen immer steiler werdenden Anstieg über, um dann kurz nach dem Punkt grösster Steilheit in den horizontalen Verlauf umzuschwenken.

Die Ionisationsraten  $\dot{\alpha}_a$  und  $\dot{\alpha}_e$  zeigen charakteristische Unterschiede:  $\dot{\alpha}_a$  springt in der Stossfront auf einen relativ grossen Wert, bleibt über eine lange Strecke nahezu konstant und fällt dann immer steiler gegen Null ab.  $\dot{\alpha}_e$  dagegen wächst praktisch vom Wert Null hinter der Stossfront sehr rasch an, übersteigt  $\dot{\alpha}_a$  bei  $x = 4$  cm und wächst um etwa zwei Zehnerpotenzen weiter. Nach Erreichen eines scharfen Maximums fällt es dann ebenfalls steil gegen Null ab.

Zur Interpretation dieser Kurven sei hier zunächst das Verhalten von  $\dot{\alpha}_a$  betrachtet: Die zuerst langsame Änderung von  $\dot{\alpha}_a$  hängt damit zusammen, dass anfangs, d.h. solange die Rekombination vernachlässigt werden kann,

$$\dot{\alpha}_a \approx \overset{\rightarrow}{k_{aa}}(T_g) \frac{\rho}{m_a} (1-\alpha)^2$$

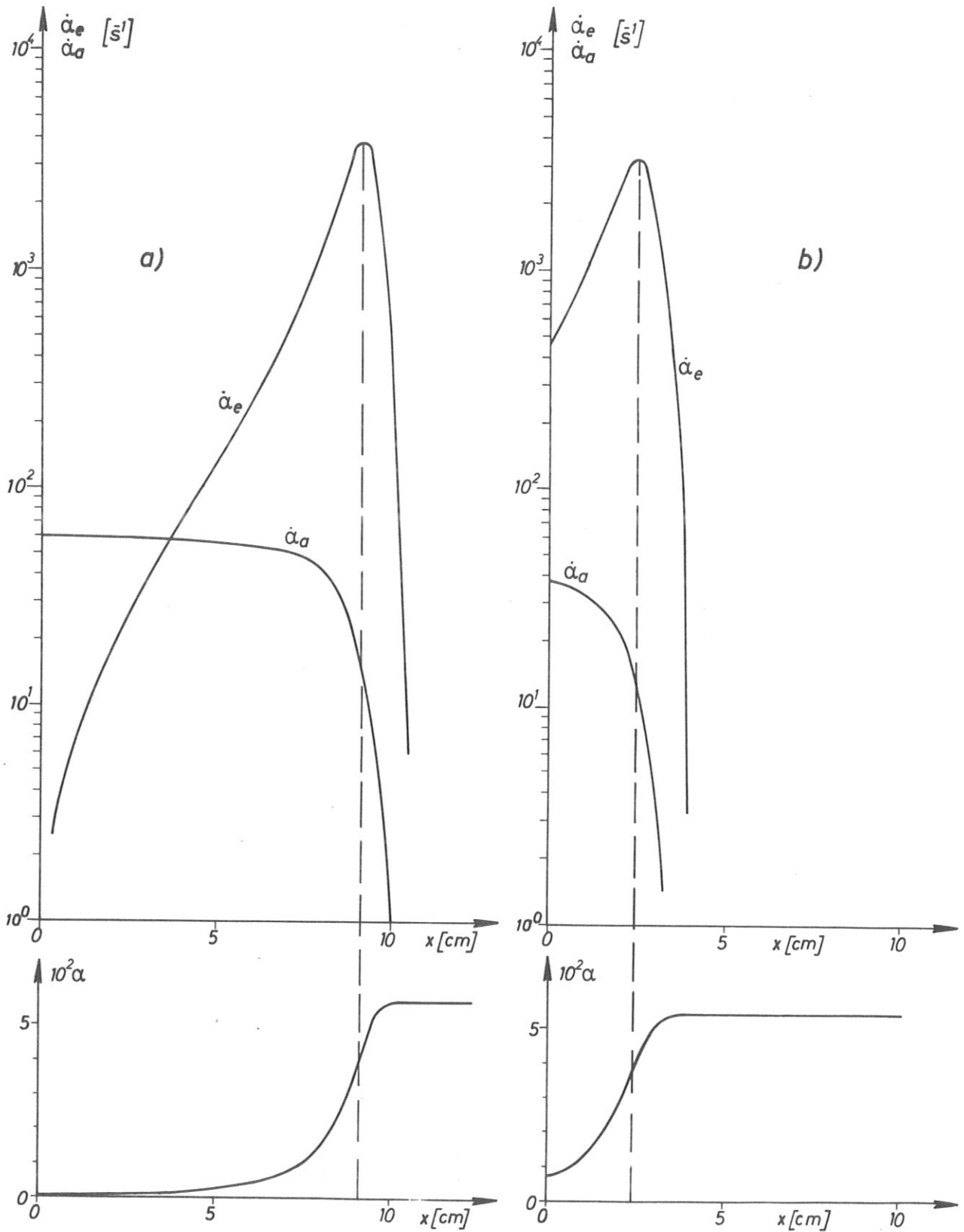


Abb.9 Ionisationsraten und Ionisationsgrad hinter der reflektierten Stossfront (hier mit  $M_R = 1,60$ ) als Funktionen des Abstandes  $x$  von der Stossfront für EPG (a) und LTE (b) im Vorland. Strahlungsverluste sind nicht berücksichtigt.  
 $\dot{\alpha}_a, \dot{\alpha}_e$  = Ionisationsraten durch Atomstoss- bzw. Elektronenstossionisation,  
 $\alpha$  = Ionisationsgrad  
 Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296$  °K,  $p_0 = 5$  Torr,  $M_p = 10,0$



ist (vergl. II.3.3.2).  $\alpha$  ist am Anfang sehr klein;  $\xi$  und  $T_g$  ändern sich nur langsam (s. Abb. 7a). Infolgedessen ist  $\dot{\alpha}_a$  anfangs nahezu konstant und  $\alpha$  steigt linear aber nur langsam an. Der schliessliche Abfall von  $\dot{\alpha}_a$  ist durch die mit wachsender Ionisation abnehmende Neutralteilchendichte und Gastemperatur, und die einsetzende Rekombination bedingt.  $\dot{\alpha}_a$  regiert also den Anfangsbereich der Ionisation.

Bevor  $\dot{\alpha}_a$  seinen Einfluss verliert, sind jedoch schon die Elektronenstösse für den Ionisationsverlauf massgebend:  $\dot{\alpha}_e$  steigt am Anfang des Relaxationsgebietes, wo die Rekombination noch vernachlässigbar ist, gemäss

$$\dot{\alpha}_e \approx k_{ea}(T_e) \frac{\xi}{m_a} \alpha (1-\alpha)$$

sehr rasch an (vergl. II.3.3.2). Dies führt dazu, dass die Rate  $\dot{\alpha}_e$  von einem bestimmten Punkt  $x = X_E$ , dem sogenannten "Einsatzpunkt" an (vergl. Bond /58/) die Rate  $\dot{\alpha}_a$  übertrifft. Ungefähr in  $x = X_E$  setzt ein lawinenartiges Anwachsen des bis dahin annähernd linear ansteigenden Ionisationsgrades ein.  $\dot{\alpha}$  wird dann praktisch von  $\dot{\alpha}_e$  bestimmt. Das Einsetzen der Rekombination hat schliesslich das scharfe Maximum von  $\dot{\alpha}_e$  mit dem anschliessenden steilen Abfall, d.h. den Übergang zum detaillierten Gleichgewicht zur Folge. Das Maximum von  $\dot{\alpha}_e$  entspricht etwa dem Wendepunkt der  $\alpha$ -Kurve.

Im Falle des LTE hinter dem primären Stoss nimmt der Ionisationsgrad hinter dem sekundären Stoss direkt vom Gleichgewichtswert hinter dem primären Stoss aus lawinenartig zu. Ein Einsatzpunkt tritt hier nicht in Erscheinung. Die Raten  $\dot{\alpha}_a$  und  $\dot{\alpha}_e$  springen in der Front beide von Null auf endliche Werte. Aber  $\dot{\alpha}_e$  liegt bereits über  $\dot{\alpha}_a$  und bestimmt  $\dot{\alpha}$ . Im weiteren Verlauf verhält sich  $\dot{\alpha}$  analog zum Fall des EPG.

Bei genauem Vergleich der Abb. 9a mit 9b stellt man fest, dass der Gleichgewichtsionisationsgrad hinter dem sekundären Stoss unter dem des Falles für EPG hinter dem primären Stoss liegt. Dies liegt im wesentlichen daran, dass die Vorlandtemperatur im Falle des LTE wegen des Energieverbrauchs der Ionisation

bei gleichen primären Stossmachzahlen niedriger ist als im Falle des EPG. Bei den sekundären Stößen gleicher Stossmachzahlen  $M_R$  bleiben auf Grund der Rankine-Hugoniot-Beziehungen die Sprungtemperatur und im weiteren Verlauf auch die Gleichgewichtstemperatur im Falle des LTE (im Vorland) niedriger als im Falle des EPG. Infolgedessen ist  $\alpha_{\text{equil}}$  gemäss der Sahagleichung hinter dem sekundären Stoss für den Fall des LTE im Vorland niedriger als für den Fall des EPG. Diese Tendenz wird mit wachsendem  $M_p$  immer deutlicher (vergl. Abb. 6a bis 8a mit 6b bis 8b).

### II.5.2.3 Der Verlauf der Temperaturen und des Energieaustausches zwischen schweren Teilchen und Elektronen hinter sekundären Stößen für verschiedene Vorlandzustände

Die Ratenkoeffizienten von  $\alpha_a$  und  $\alpha_e$  hängen stark von der Gastemperatur  $T_g$  bzw. der Elektronentemperatur  $T_e$  ab.  $T_g$  und  $T_e$  werden durch die Raten des Energieaustausches zwischen schweren Teilchen und Elektronen bestimmt und sind im Relaxationsgebiet über weite Strecken stark voneinander verschieden. Die Verläufe der einzelnen Stossprozess-Raten, die für den Energieaustausch des Elektronengases mit den schweren Teilchen von Bedeutung sind, sollen im folgenden zusammen mit den Temperaturverläufen betrachtet werden.

In Abb. 10 sind für die gleiche Parameterkombination wie in Abb. 9 die berechneten Ratenverläufe der Energieübertragung durch die einzelnen Stossprozesse im Relaxationsgebiet über  $x$  aufgetragen (Parameterkombination:  $p_0 = 5$  Torr,  $M_p = 10$ ,  $M_R = 1.60$ , EPG):

Zuerst seien die beiden Raten  $F_{e1}^{(th)}$  und  $F_{e2}^{(th)}$  der elastischen Stossprozesse betrachtet. Sie verlaufen prinzipiell gleich und unterscheiden sich nur durch die Werte der Produkte

$$n_k Q_{ek}$$

( $k = a$  für Atome,  $k = i$  für die Ionen).

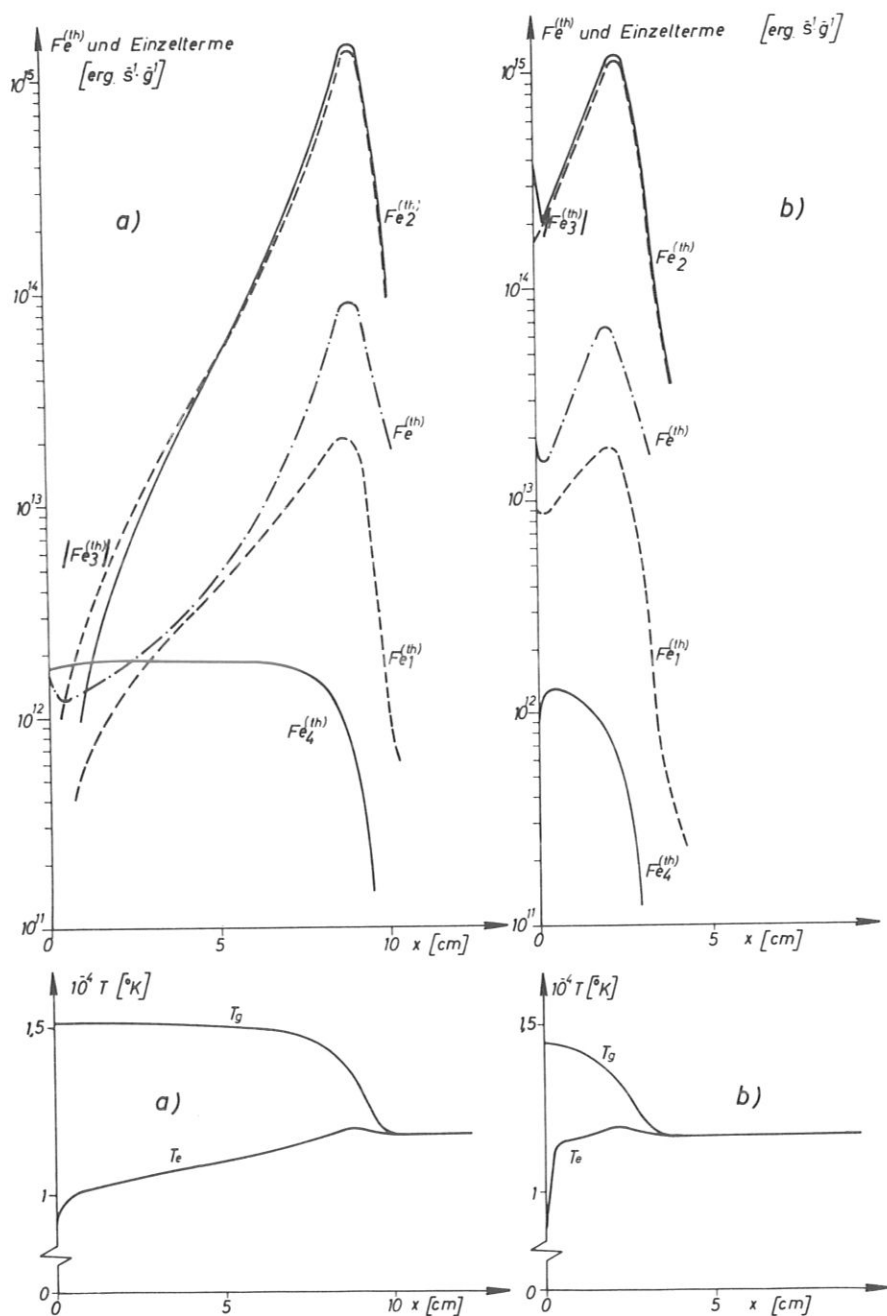


Abb.10 Raten der Energieaufnahme der Elektronen bei Stößen mit schweren Teilchen und die Verläufe der Elektronen- und der Gasttemperaturen hinter der reflektierten Stossfront (hier mit  $M_R = 1,60$ ) als Funktionen des Abstandes  $x$  von der Stossfront für EPG (a) und LTE (b) im Vorland des reflektierten Stosses. Strahlungsverluste sind nicht berücksichtigt.

$F_{e_1}^{(th)}$  = Rate für elastische Elektron-Atom-Stöße  
 $F_{e_2}^{(th)}$  = Rate für elastische Elektron-Ion-Stöße  
 $F_{e_3}^{(th)}$  = Rate der Energieübertragung bei Elektronenstoss-Ionisation  
 $F_{e_4}^{(th)}$  = Rate der Energieübertragung bei Atomstoss-Ionisation  
 $F_e^{(th)}$  = Gesamtrate der Energieaufnahme der Elektronen  
 Bei negativen Werten der Raten sind die entsprechenden Beträge (als solche gekennzeichnet) angegeben.  
 Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296 \text{ °K}$ ,  $p_0 = 5 \text{ Torr}$ ,  $M_p = 10,0$

Die Energiezufuhr durch beide Stossprozesse wächst schon kurz hinter der Stossfront steil an, wobei die Elektron-Ion-Stösse bald die Elektron-Atom-Stösse überflügeln. Beide Raten erreichen erst kurz vor dem Gleichgewicht ihre Maxima. Das von  $F_{e2}^{(th)}$  übertrifft das von  $F_{e1}^{(th)}$  um etwa zwei Zehnerpotenzen.

Die weitaus grösseren Werte von  $F_{e2}^{(th)}$  beruhen darauf, dass der Coulomb-Querschnitt  $Q_{ei}$  der Ionen viel grösser ist, als der Stossquerschnitt  $Q_{ea}$  der Atome. Der steilere Anstieg von  $F_{e2}^{(th)}$  direkt hinter der Stossfront beruht dagegen darauf, dass  $n_i$  vor allem am Anfang um viele Zehnerpotenzen wächst, während  $n_a$  sogar leicht abnimmt.

Erst kurz vor dem Gleichgewichtsbereich fallen beide Raten sehr steil wieder ab.

Von den Raten der unelastischen Stösse sei zunächst der Energieverlust des Elektronengases durch Elektronenstossionisation beschrieben. Dieser Verlust ist direkt proportional zum Anteil  $\alpha_e$  der Ionisationsrate. Der Betrag dieser Verlustrate folgt eng dem Verlauf von  $F_{e2}^{(th)}$ . Am Anfang liegt er etwas über  $F_{e2}^{(th)}$ , später fällt er etwas unter diese Rate ab. Obwohl die Differenz  $(F_{e2}^{(th)} - |F_{e3}^{(th)}|)$  klein ist gegenüber den Beträgen der Einzelraten, darf sie keinesfalls vernachlässigt werden, da sie immer noch von der gleichen Grössenordnung ist wie  $F_{e1}^{(th)}$  und auch  $F_{e4}^{(th)}$ . Umgekehrt dürfen natürlich bei dieser Sachlage auch  $F_{e1}^{(th)}$  und  $F_{e4}^{(th)}$  nicht vernachlässigt werden.

Die Energiezufuhr an das Elektronengas durch die bei der Atomstoss-Ionisation freigesetzten Elektronen gemäss dem Term

$$F_{e4}^{(th)} = \alpha_a \frac{3}{2} \frac{kT_e}{m_a}$$

ähnelt wegen der geringen Veränderlichkeit der Elektronentemperatur der Ionisationsrate  $\alpha_a$  durch Atom-Atom-Stösse. Sie übertrifft am Anfang des Relaxationsgebietes alle anderen Raten und fällt nach nahezu konstantem Verlauf erst am Ende des Relaxationsgebietes steil ab. Vor allem wegen des Verlaufs von  $F_{e4}^{(th)}$  am Anfang des Relaxationsgebietes darf auch diese Rate keinesfalls vernachlässigt werden.

Auch die Summe der Raten  $F_{e1}^{(th)}$  bis  $F_{e4}^{(th)}$  ist in Abb.10 dargestellt. Dabei wird deutlich, dass die Gesamtrate anfänglich im wesentlichen von  $F_{e4}^{(th)}$  bestimmt wird, während sie am Ende des Relaxationsbereiches von allen drei restlichen Teilraten bestimmt wird.

Zum Vergleich sind unter den Raten auch die beiden Temperaturverläufe  $T_g$  und  $T_e$  im Relaxationsgebiet noch einmal dargestellt. Der Abfall der Temperatur der schweren Teilchen wird ersichtlich durch die elastischen Ion-Elektron-Stösse verursacht. Bei niedrigen Werten der Rate  $F_{e2}^{(th)}$  bleibt deswegen  $T_g$  noch nahezu konstant, während es auf Grund der hohen  $F_{e2}^{(th)}$ -Werte am Ende der Relaxationszone stark abnimmt. Der steilste Abfall von  $T_g$  entspricht etwa dem Maximum von  $F_{e2}^{(th)}$ .

Der gleichmässig langsame Temperaturanstieg des Elektronengases im Relaxationsbereich ist durch den relativ niedrigen Wert der Gesamtrate  $F_e^{(th)}$  bestimmt. Der Zusammenhang zwischen  $F_e^{(th)}$  und  $T_e$  ist aber nicht so einfach zu sehen wie der zwischen  $F_{e2}^{(th)}$  und  $T_g$ . Erstaunlich ist vor allem ein "Überschiessen" der Elektronentemperatur über die Gleichgewichtstemperatur, das man kurz vor dem Erreichen des Gleichgewichts beobachtet. Dies führt zu einem Elektronentemperatur-Maximum, dessen Lage nur wenig von der des  $F_e^{(th)}$ -Maximums differiert. Dass trotz positiv bleibendem  $F_e^{(th)}$  die Elektronentemperatur zum Gleichgewichtsbereich hin abnimmt, ist nicht ohne weiteres verständlich. Dieses Verhalten von  $T_e$  ist auch in den Resultaten anderer Autoren für ionisierende gasdynamische Stösse festzustellen, siehe z.B./29, 44, 45, 55, 59, 70/, wurde jedoch von keinem der Autoren interpretiert. Offensichtlich kann es durch die bisher besprochenen Stossprozesse allein nicht erklärt werden.

Eine Deutung ist jedoch mit Hilfe der vollständigen Energiegleichung für die Elektronen

$$n_e u \frac{3k}{2} \frac{\partial T_e}{\partial x} + (n_e) \frac{3k}{2} T_e = \rho F_e^{(th)} - p_e \frac{\partial u}{\partial x} \quad (\text{II.3/22})$$

möglich:

Die Änderung der inneren Energie des Elektronengases besteht in einer konvektiven Temperaturänderung der vorhandenen Elektronen (1. Term links) und in der Thermalisierung neugebildeter Elektronen (2. Term links). Diese Änderung wird bewirkt durch die bereits betrachteten Stossprozesse (1. Term rechts) und die am Elektronengas geleistete Volumenarbeit (2. Term rechts). Beide liefern positive Beiträge zur Elektronenenergie. Das Maximum

$$\frac{\partial T_e}{\partial x} = 0$$

bedeutet folglich, dass dort die durch Stösse und Volumenarbeit zugeführte Energie vollständig zur Bildung freier Elektronen der mittleren thermischen Energie

$$\frac{3}{2} k T_e$$

verbraucht wird. Im anschliessenden Bereich mit

$$\frac{\partial T_e}{\partial x} < 0$$

erfolgt diese Bildung teilweise sogar noch auf Kosten der Energie der bereits vorhandenen freien Elektronen.

Für den Fall des LTE (hinter dem primären Stoss) sind die Verläufe der Temperaturen und der Stossraten für den Energieaustausch zwischen schweren Teilchen und Elektronen in Abb. 10b gezeigt. Qualitativ entsprechen sie den Kurven für den Fall des EPG, wenn man diese zum Punkt  $x = 0$  hin verschiebt. Die Rate für die Produktion von Elektronenenergie durch die Atomstoss-Ionisation  $F_{e4}^{(th)}$  kommt deshalb am Anfang des Relaxationsgebietes gar nicht erst zum Tragen. Sie tritt gegenüber den anderen Termen in  $F_e^{(th)}$  zurück.

Wieder wird der Verlauf von  $T_g$  wesentlich durch die Teilrate  $F_{e2}^{(th)}$  bestimmt, während  $T_e$  durch die Gesamtrate  $F_e^{(th)}$  beeinflusst wird. Auch in diesem Falle muss zur Erklärung des  $T_e$ -Verlaufs die vollständige Energiegleichung für das Elektronengas (Gl. (II.3/22)) herangezogen werden.

### II.5.3 Typische Profile der Strömungsparameter und Prozessraten bei Berücksichtigung von Strahlungsverlusten

Auch für typische Fälle aus den restlichen beiden Tabellensätzen, also für EPG und LTE im Vorland, aber mit Berücksichtigung von Strahlungsverlusten im Hinterland des sekundären Stosses sollen hier die Verläufe der wichtigsten Parameter und Raten diskutiert werden.

In Abb. 11 sind die räumlichen Verläufe der Strömungsparameter  $u$ ,  $\xi$ ,  $p$ ,  $T_g$ ,  $T_e$  und  $\alpha$  im Relaxationsgebiet für die Parameterkombination  $M_p = 10.0$ ,  $p_0 = 5$  Torr aufgetragen. Abb. 11a entspricht EPG, Abb. 11b LTE im Vorland des reflektierten Stosses. Die Machzahl des reflektierten Stosses ist in diesen Beispielen wie in den Fällen ohne Strahlung (Abb. 6 bis 8) festgehalten,  $M_R = 1.60$ .

Ein Vergleich der Abbildungen 11a und 11b mit den entsprechenden für den Fall vernachlässigter Strahlungsverluste lässt erkennen, dass sich die einzelnen Parameter im weitaus grössten Teil des Relaxationsgebietes praktisch quantitativ wie die Parameter im Falle vernachlässigter Strahlungsverluste verhalten. Dies gilt auch für alle anderen Parameterkombinationen der Tabellensätze. Deshalb kann auf die Wiedergabe der Kurvenverläufe von  $u$ ,  $\xi$ ,  $p$ ,  $T_g$ ,  $T_e$  und  $\alpha$  für weitere Parameterkombinationen verzichtet werden.

Erst mit Annäherung an das Gleichgewicht treten Abweichungen auf. Der charakteristische Unterschied zwischen den Fällen ohne und mit Strahlungsverlusten besteht darin, dass im letzteren Fall keine der Grössen einen konstanten Wert annimmt. Obwohl der Bereich hinter dem Relaxationsgebiet nicht Hauptgegenstand der vorliegenden Untersuchungen ist, soll im folgenden kurz auf ihn eingegangen werden.

Der Ionisationsgrad  $\alpha$  durchläuft am Ende des Relaxationsgebietes ein Maximum, hinter dem ein - gegenüber dem Anstieg vor dem Maximum - im allgemeinen langsamer Abfall erfolgt. Die  $\xi$ - und  $p$ -Kurven schwenken nach dem steilen Anstieg am Ende des Relaxationsgebietes anstatt in die Horizontale in einen

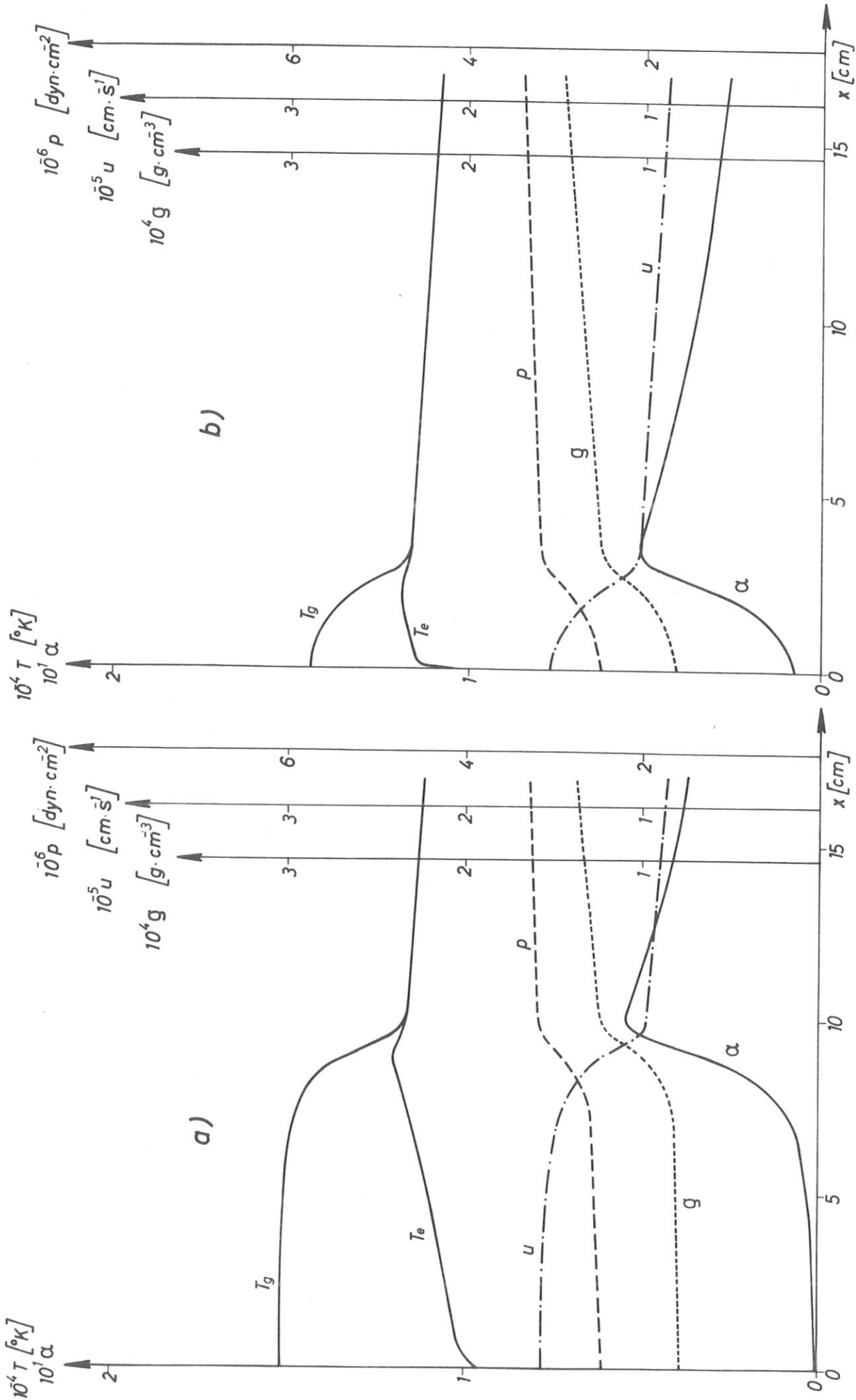


Abb.11 Berechnete Profile der Plasmaparameter hinter der reflektierten Stoßfront (hier mit  $M_R = 1,60$ ) bei Berücksichtigung von Strahlungsverlusten  
Daten des primären Stoßes:  $T_0 = 296 \text{ }^{\circ}K$ ,  $p_0 = 5 \text{ Torr}$ ,  $M_p = 10,0$  a) EPG b) LTE



stark verlangsamten Anstieg um. Dem entspricht auch das Verhalten der Geschwindigkeit  $u$ , die nach dem Ende des Relaxationsgebietes noch langsam weiter abfällt. Das Gleiche gilt auch für die  $T_g$ -Kurve nach ihrer Vereinigung mit der  $T_e$ -Kurve zu einem einheitlichen T-Verlauf. Anstelle eines Bereiches mit vollständigem thermischen Gleichgewicht schliesst sich an das Relaxationsgebiet ein Gebiet mit einheitlicher, jedoch lokal veränderlicher Temperatur an. Der Ionisationsgrad  $\alpha(T, p)$  folgt annähernd der Saha-Gleichung für die lokal veränderlichen Werte von T und p.

Das Verhalten der einzelnen Grössen in diesem Bereich des lokalen Gleichgewichtes lässt sich auf Grund ihrer Kopplung durch die Strömungs- und Zustandsgleichungen analog dem im Relaxationsgebiet darstellen:

Infolge der Strahlungsverluste fällt T ab, und damit nach der Saha-Gleichung bei zunächst fest angenommenem p auch der Ionisationsgrad  $\alpha$ . Dies hat (bei zunächst wiederum konstant angenommenem p) eine Erhöhung von  $\varrho$  zur Folge. Diese ist gemäss der Kontinuitätsgleichung mit einer Verringerung von u verbunden. Die Abbremsung muss durch einen Gradienten von p in Richtung der Geschwindigkeitsabnahme bewirkt werden. Das bedeutet eine Zunahme von p in Strömungsrichtung. Diese ist aber gemäss der thermischen Zustandsgleichung wieder mit einer verstärkten Dichtezunahme gekoppelt, usw.

Der gleiche Verlauf der Kurven für  $u, \varrho, p, T_g, T_e, \alpha$  im Relaxationsgebiet in den Fällen mit und ohne Strahlungsverluste ist natürlich die Folge gleicher Verläufe der Raten für Ionisation und Elektronenenergie-Produktion. Die Abbildungen 12 und 13 geben diese Ratenverläufe über x bei Berücksichtigung von Strahlungsverlusten wieder.

Am Ende des Relaxationsbereiches und ausserhalb davon unterscheiden sich die Ratenverläufe deutlich von denen, die sich bei Vernachlässigung der Strahlungsverluste zeigten. Während sie dort einfach gegen Null gingen, nehmen sie nun anschliessend Werte umgekehrten Vorzeichens an.  $\dot{\alpha}_a$  und  $\dot{\alpha}_e$  werden negativ, ebenso  $F_{e1}^{(th)}, F_{e2}^{(th)}, F_{e4}^{(th)}$ . Dagegen wird  $F_{e3}^{(th)}$  positiv. Ausser-

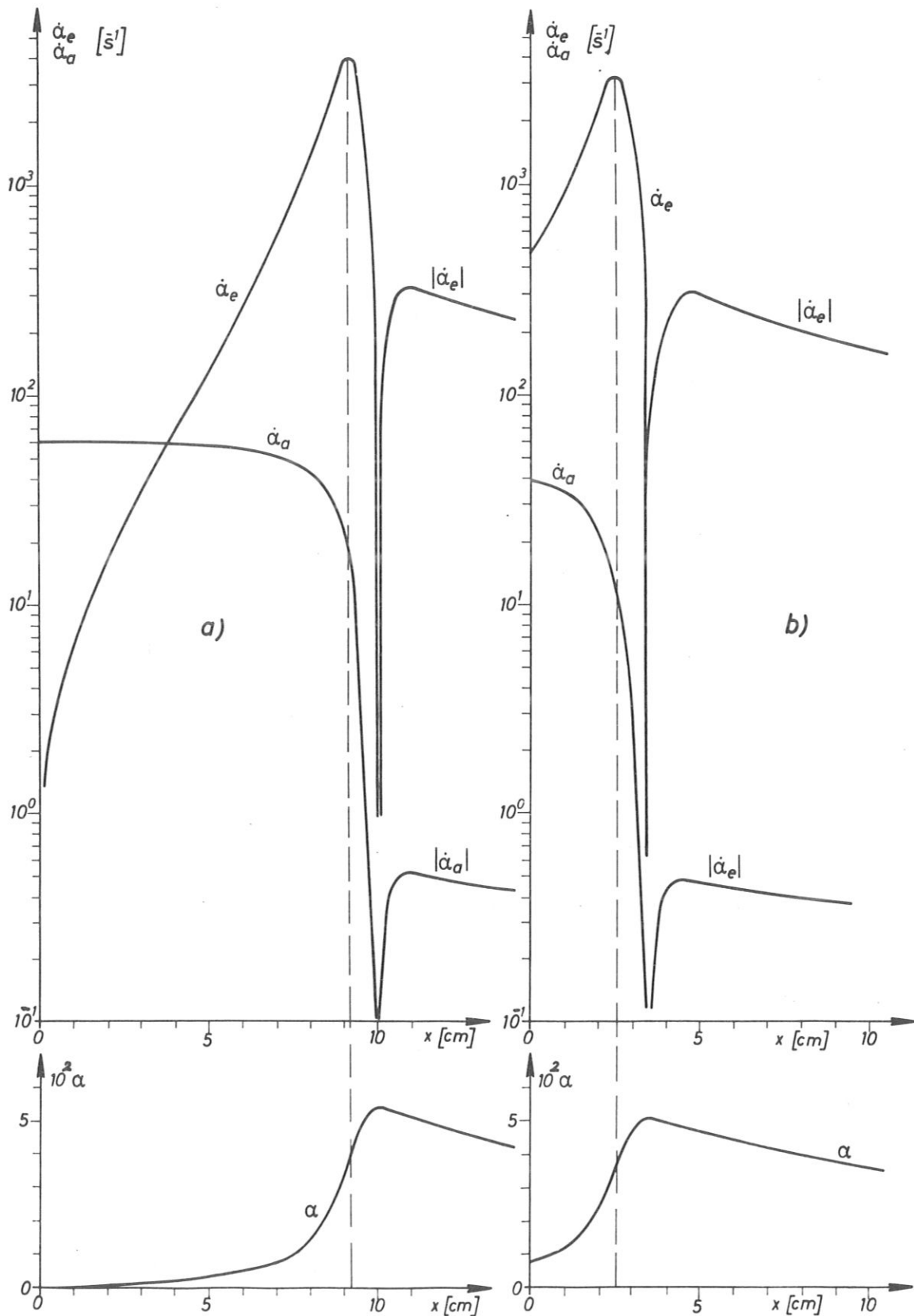


Abb.12 Ionisationsraten und Ionisationsgrad hinter der reflektierten Stossfront (hier mit  $M_R = 1,60$ ) als Funktionen des Abstandes  $x$  von der Stossfront bei Berücksichtigung von Strahlungsverlusten. Bei negativen Werten der Raten sind die entsprechenden Beträge (als solche gekennzeichnet) angegeben. Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $p_0 = 5 \text{ Torr}$ ,  $M_p = 10,0$   
 a) EPG      b) LTE

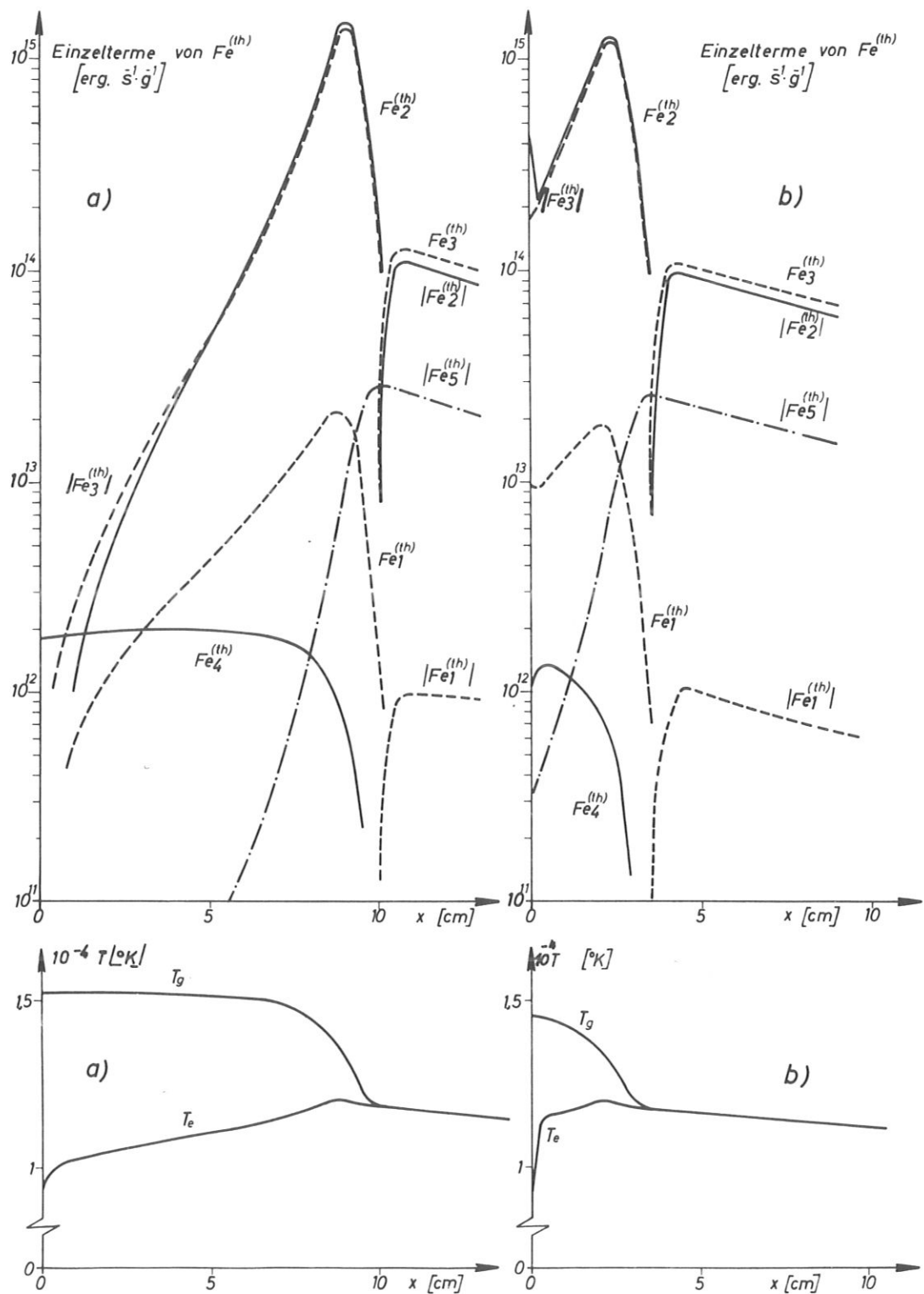


Abb. 13 Raten der Energieaufnahme der Elektronen und die Verläufe der Elektronen- und der Gastemperaturen hinter der reflektierten Stossfront (hier mit  $M_R = 1,60$ ) als Funktionen des Abstandes  $x$  von der Stossfront bei Berücksichtigung von Strahlungsverlusten. Die einzelnen Grössen haben die gleiche Bedeutung wie in Abb. 10. Zusätzlich ist  $Fe_5^{(th)}$  = Energieverlustrate des Elektronengases durch Bremsstrahlung angegeben. Bei negativen Werten der Raten sind die entsprechenden Beträge (als solche gekennzeichnet) angegeben. Daten des primären Stosses:  $T_0 = 296 \text{ } ^\circ K$ ,  $p_0 = 5 \text{ Torr}$ ,  $M_p = 10,0$   
 a) EPG      b) LTE

dem tritt noch eine weitere negative Teilrate  $F_{e5}^{(th)}$  auf, die die Strahlungsverluste des Elektronengases regiert.

Es wurde bereits festgestellt, dass sich die Strahlungsverluste auf den Profilverlauf im Relaxationsgebiet erst kurz vor dessen Ende bemerkbar machen. Die quantitativen Auswirkungen der Strahlung in diesem Übergangsbereich sollen für die  $\alpha$ -Profile hier noch kurz diskutiert werden. Diese Profile entsprechen weitgehend den  $n_e$ -Profilen, die auch noch über das Übergangsbereich hinaus gemessen wurden. Ausserdem reagieren sie am empfindlichsten auf die Strahlungsverluste (siehe Abb. 11a und 11b).

In Abb. 14A und 14B sind für primäre Stossmachzahlen  $M_p = 12.1$  bzw. 8.4 die  $\alpha$ -Profile für verschiedene Machzahlen des reflektierten Stosses aufgetragen und in Vergleich gesetzt zu den entsprechenden Profilen ohne Strahlungsverluste.

Die  $\alpha$ -Maxima sind umso ausgeprägter, je grösser  $M_R$  ist. Die Unterschiede zwischen den Maximalwerten von  $\alpha$  und den entsprechenden Gleichgewichtswerten ohne Strahlung sind aber prozentual sehr klein und lassen keine starke Abhängigkeit von  $M_R$  erkennen. Dies gilt, wie Abb. 14A und 14B demonstrieren, praktisch für den gesamten behandelten  $M_p$ -Bereich. Auch die Lage der Maxima von  $\alpha$  (bzw. der entsprechenden "Knicke" in den Kurven der übrigen Parameter) weicht nur unwesentlich von den Punkten ab, in denen ohne Strahlung Gleichgewichtswerte erreicht werden. Dennoch wird sich bei den experimentellen Untersuchungen der beobachteten Leuchtfronten zeigen, dass das Vorhandensein von Strahlungskühlung, bzw. die dafür typischen Parameterverläufe ein wichtiges Kriterium dafür sind, in wie weit es sich bei den Leuchtfronten um stossinduzierte Ionisationsfronten handelt und in wie weit andere Heizmechanismen eine Rolle spielen.