

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK
GARCHING BEI MÜNCHEN

Stigmatisch fokussierende homogene
magnetische Sektorfelder

Stigmatic focusing homogeneous
magnetic sector fields

W.Eckstein und H.Verbeek

IPP 9/1

Januar 1972

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

Stigmatisch fokussierende homogene
magnetische Sektorfelder

Stigmatic focusing homogeneous
magnetic sector fields

W.Eckstein und H.Verbeek

Abstract

For homogeneous magnetic sector fields with deflection angles of 30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 70° , 80° , 90° , 100° and 110° with the condition of stigmatic focusing the possible combinations of the entrance and exit angles and the focusing lengths were calculated and plotted in the area of physical interest. In a separate bound appendix the magnifications, the dispersion and the resolving power are plotted.

Zusammenfassung

Für homogene magnetische Sektorfelder mit Ablenkungswinkeln von 30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 70° , 80° , 90° , 100° und 110° wurden unter der Bedingung stigmatischer Fokussierung die möglichen Kombinationen der Ein- und Ausfallwinkel und Fokussierungslängen berechnet und im physikalisch interessanten Bereich graphisch dargestellt. In einem gesonderten Heft werden auch die Vergrößerungen, die Dispersion und das Auflösungsvermögen in graphischer Darstellung angegeben.

Stigmatisch fokussierende homogene magnetische Sektorfelder

Im allgemeinen fokussiert ein homogenes, magnetisches Sektorfeld nur in einer, der radialen Richtung. Es wirkt also wie eine ionenoptische Zylinderlinse (1). Schießt man den Ionenstrahl schräg zu den Feldgrenzen in das Magnetfeld, kann man die Streufelder dazu ausnutzen, auch senkrecht dazu in axialer Richtung zu fokussieren. Durch geeignete Wahl der Parameter läßt sich erreichen, daß die axialen mit den radialen Fokussierungslängen zusammenfallen, also stigmatisch fokussiert wird.

In Abb. 1 sind die für die Betrachtung notwendigen Größen erklärt.

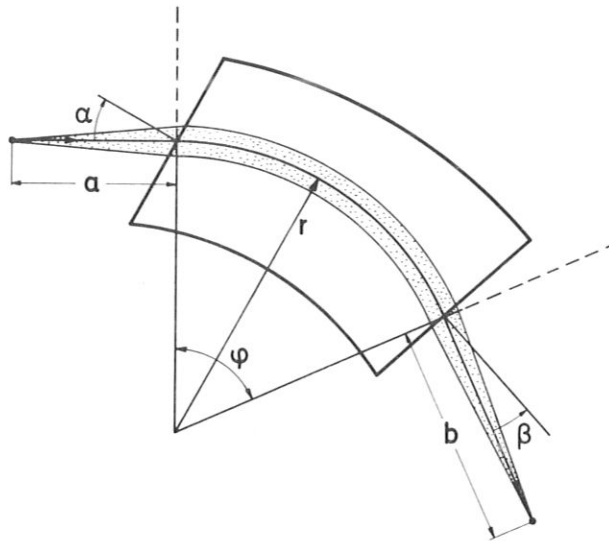


Abb. 1

Es bedeuten:

r der Radius der Ionenbahn (für eine bestimmte Masse und festes Magnetfeld),

φ der Ablenkwinkel,

a die Objektweite (Abstand des Objekts von der Feldgrenze),

b die Bildweite (Abstand des Bildes von der Feldgrenze),

$A = \frac{a}{r}$ und $B = \frac{b}{r}$ die auf den Radius normierten Größen,

α der Winkel zwischen einfallendem Strahl und dem Lot auf der Feldgrenze,

β der Winkel zwischen ausfallendem Strahl und dem Lot auf der Feldgrenze.

α und β sind positiv, wenn die Lote auf die Feldgrenzen außerhalb der Bahn (bezogen auf den Krümmungsmittelpunkt) sind.

Für den symmetrischen Fall, d.h. wenn $a = b$ und $\alpha = \beta$ sind, lassen sich einfache Formeln angeben. Es gilt nach Sturrock (2):

$$A = B = 2 \cdot \text{ctg} \frac{\varphi}{2} \quad (1)$$

und

$$\text{tg} \alpha = \text{tg} \beta = \frac{1}{2} \text{tg} \frac{\varphi}{2} \quad (1a)$$

In Abb.2 sind A und α als Funktionen von φ dargestellt.

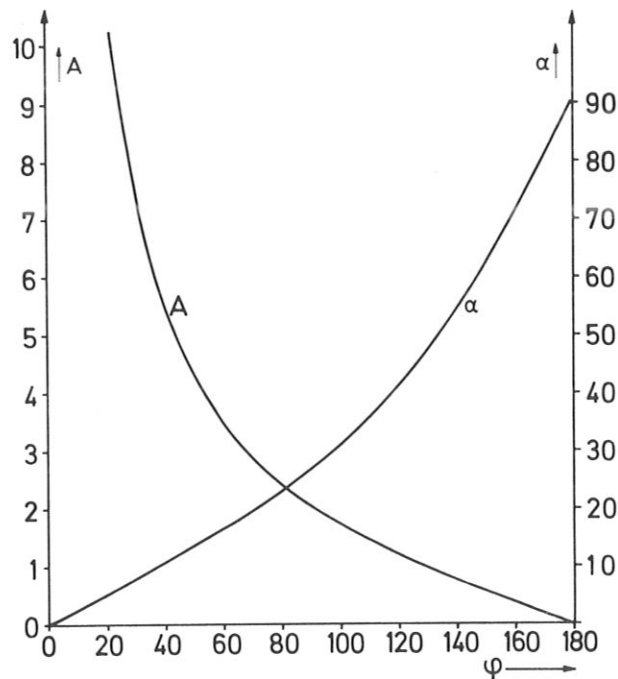


Abb. 2

In dem zusammenfassenden Artikel von Enge (3) wird der Fall mit $\varphi = 90^\circ$ auch für unsymmetrische Abbildung behandelt. Es gibt jedoch Fälle, wo man sich für unsymmetrische Abbildung auch bei anderen Ablenkwinkeln interessiert. Daher werden in diesem Bereich für eine Reihe von Ablenkwinkeln φ die Zusammenhänge zwischen den Winkeln α und β und den normierten Objekt- und Bildweiten A und B berechnet und graphisch dargestellt. Außerdem werden die Vergrößerungsfaktoren und das Auflösungsvermögen angegeben.

Nach Enge (3) (table 1) ist die Transfermatrix Y_M des Magneten für die radiale Ebene:

$$Y_M = \begin{pmatrix} \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha} & \sin \varphi & 1 - \cos \varphi \\ -\frac{\sin(\varphi - \alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} & \frac{\cos(\varphi - \beta)}{\cos \beta} & \sin \varphi + \operatorname{tg} \beta (1 - \cos \varphi) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Dies gilt für kleinen Luftspalt, d.h. (Zur Behandlung ionenoptischer Probleme mit Matrizen sei auf Regenstreif (4) verwiesen). Die Matrix Y_M enthält neben den Abbildungs- auch die Dispersionseigenschaften des Magneten.

Für die axiale Richtung gilt folgende Transfermatrix:

$$Z_M = \begin{pmatrix} 1 - \varphi \operatorname{tg} \alpha & \varphi \\ -\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta + \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta & 1 - \varphi \operatorname{tg} \beta \end{pmatrix} \quad (3)$$

(In axialer Richtung erfolgt keine Dispersion, daher ist dies nur eine 2×2 -Matrix).

Um den zu einem bestimmten Objektpunkt zugehörigen Bildpunkt zu finden, müssen die beiden Matrizen noch mit den Matrizen für die Driftstrecken außerhalb des Magneten multipliziert werden, um die Gesamt-Abbildungsmatrizen Y und Z zu bekommen:

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & B_y & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot Y_M \cdot \begin{pmatrix} 1 & A & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha} - B_y \frac{\sin(\varphi - \alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} & A \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha} - A B_y \frac{\sin(\varphi - \alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} + \sin \varphi + B_y \frac{\cos(\varphi - \beta)}{\cos \beta} & 1 - \cos \varphi + B_y \sin \varphi + B_y (1 - \cos \varphi) \operatorname{tg} \beta \\ -\frac{\sin(\varphi - \alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} & -A \frac{\sin(\varphi - \alpha - \beta)}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos(\varphi - \beta)}{\cos \beta} & \sin \varphi + (1 - \cos \varphi) \operatorname{tg} \beta \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4a)$$

und

$$Z = \begin{pmatrix} 1 & B_z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot Z_M \cdot \begin{pmatrix} 1 & A \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$Z = \begin{pmatrix} 1 - \varphi \operatorname{tg} \alpha - \beta_z (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) & A - A \varphi \operatorname{tg} \alpha - A \beta_z (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) \\ & + \varphi + \beta_z (1 - \varphi \operatorname{tg} \beta) \\ - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta + \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta & - A (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) + 1 - \varphi \operatorname{tg} \beta \end{pmatrix} \quad (5a)$$

Die Bedingung für eine Punkt-zu-Punkt-Abbildung ist

$$Y_{12} = 0.$$

Daraus erhält man die radiale Bildweite B_y

$$B_y = \frac{A \cos \beta \cos (\varphi - \alpha) + \cos \alpha \cos \beta \sin \varphi}{A \sin (\varphi - \alpha - \beta) - \cos \alpha \cos (\varphi - \beta)} \quad (6)$$

$$= \frac{A + A \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi}{A \operatorname{tg} \varphi - A \operatorname{tg} \alpha - A \operatorname{tg} \beta - A \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta - 1 - \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \beta} \quad (6a)$$

Analog gilt die Bedingung

$$Z_{12} = 0,$$

was die axiale Bildweite B_z liefert

$$B_z = \frac{A(1 - \varphi \operatorname{tg} \alpha) + \varphi}{A(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) - 1 + \varphi \operatorname{tg} \beta} \quad (7)$$

Eine stigmatische Abbildung erhält man, wenn

$$B_y = B_z = B$$

ist. Bei Vorgabe des Ablenkungswinkels φ , des Objektabstandes A und des Eintrittswinkels α läßt sich der Austrittswinkel β bestimmen:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{A^2 \operatorname{tg} \varphi - A^2 \varphi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha - A^2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha + A^2 \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha - 2A^2 \operatorname{tg} \alpha + A \varphi \operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \varphi - \varphi}{2(A^2 + A^2 \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha - A^2 \varphi \operatorname{tg} \alpha - A^2 \varphi \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg}^2 \alpha + A \operatorname{tg} \varphi + A \varphi + \varphi \operatorname{tg} \varphi)} \quad (8)$$

Nicht für alle Kombinationen von φ , A und α gibt es Lösungen. Für $\varphi = 90^\circ$ erhält man z.B.:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{1 + \frac{\pi}{2}A + A^2 - \frac{\pi}{2}A^2 \operatorname{tg} \alpha - A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{\pi + 2A + 2A^2 \operatorname{tg} \alpha - \pi A^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} \quad (9)$$

Mit dem berechneten Wert von β können nun die Vergrößerungsfaktoren bestimmt werden. Unter der Vergrößerung M wird das Verhältnis zwischen den linearen Dimensionen des Bildes zu dem des Objektes verstanden. Dann ist die radiale Vergrößerung M_y gleich dem Matrixelement Y_{11} , wenn gleichzeitig $Y_{12} = 0$ ist:

$$M_y = \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha} - \beta \frac{\sin(\varphi - \alpha - \beta)}{\cos \alpha' \cos \beta} \quad (10)$$

$$= \cos \varphi \left\{ 1 + \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha - \beta [\operatorname{tg} \varphi (1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta) - \operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta] \right\} \quad (10a)$$

Für die Rechnungen müssen hier die berechneten $\operatorname{tg} \beta$ und β aus (8) und (7) bzw. (6a) eingesetzt werden.

Ebenso ist die axiale Vergrößerung $M_z = Z_{11}$ an der Stelle, wo $Z_{12} = 0$ ist:

$$M_z = 1 - \varphi \operatorname{tg} \alpha - \beta (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \varphi \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta)$$

Die Dispersion D ist gegeben durch Y_{13}

$$D = 1 - \cos \varphi + B \sin \varphi + B(1 - \cos \varphi) \operatorname{tg} \beta$$

Das Auflösungsvermögen K (resolving power) sei mit Enge (3) definiert durch

$$K = \frac{r \cdot D}{M_y \cdot S} = \frac{r}{S} \cdot C,$$

wobei S die Eintrittsspaltbreite (im Abstand a von der Feldgrenze) ist. Die Größe $C = D/M_y$ ist durch die Form des Systems bestimmt und läßt sich nach dem Vorhergehenden berechnen.

Für die numerische Rechnung wurden φ und A vorgegeben und für schrittweise geändertes α die Größen β und B berechnet. Als Ablenkwinkel φ wurden gewählt: 30° , 40° , 45° , 50° , 60° , 70° , 80° , 90° , 100° und 110° .

Die Lösungen sind von der Gestalt, daß für festes A und φ sich die Kurven α und β als Funktion von B überschneiden und es im allgemeinen für ein festes B zwei Werte für α und β gibt (Abb.3). In Abb.3 bedeuten die ausgezogenen Linien α , die gestrichelten β . Die dicken bzw. die dünnen Linien geben die zusammengehörigen Werte von α und β an.

Es wurden für einen festen Ablenkwinkel φ jeweils zwei Blätter mit zusammengehörigen Kurvenscharen α und β gezeichnet, damit klargelegt ist, welches α zu welchem β gehört. Die Rechnungen wurden (bis auf die Werte für Abb.3) auf die physikalisch interessanten Wertebereiche beschränkt: $0 \leq B \leq 8$, $0,5 \leq A \leq \infty$, $-30^\circ \leq \alpha, \beta \leq 55^\circ$. In der gewählten Darstellung ist der Parameter an den Kurven die normierte Objektweite A. Die ausgezogene Kurve zeigt den Einfallswinkel α , die gestrichelte den zugehörigen Ausfallswinkel β .

Die entsprechenden Vergrößerungen M_y und M_z , sowie die Dispersion D und die Größe D/M_y sind auf den Abbildungen 24 bis 235 dargestellt und in einem separat gehefteten Anhang zusammengefaßt (IPP.9/1a), der bei Bedarf zugesandt werden kann. Dort sind die Kurven in der selben Reihenfolge wie im Hauptteil angeordnet. Kurven mit geraden (bzw. ungeraden) Abb.-Nrn. im Anhang gehören zu Kurven mit geraden (bzw. ungeraden) Abb.-Nrn. im Hauptteil.

Literatur

- | | |
|---------------------------------|---|
| (1) H. Ewald
H. Hintenberger | Methoden und Anwendungen der Massenspektroskopie,
Weinheim 1953 |
| (2) P.A. Sturrock | Static and Dynamic Electron Optics,
Cambridge 1955 |
| (3) H.A. Enge | in Focusing of Charged Particles, Ed. by A. Septier,
N.Y. 1967, Vol.II, 203 ff |
| (4) E. Regenstreif | in Focusing of Charged Particles, Ed. by A. Septier,
N.Y. 1967, Vol.I, 353 |

Frau Vera Welge sind wir für die Programmierung der numerischen Rechnungen zu Dank verpflichtet.

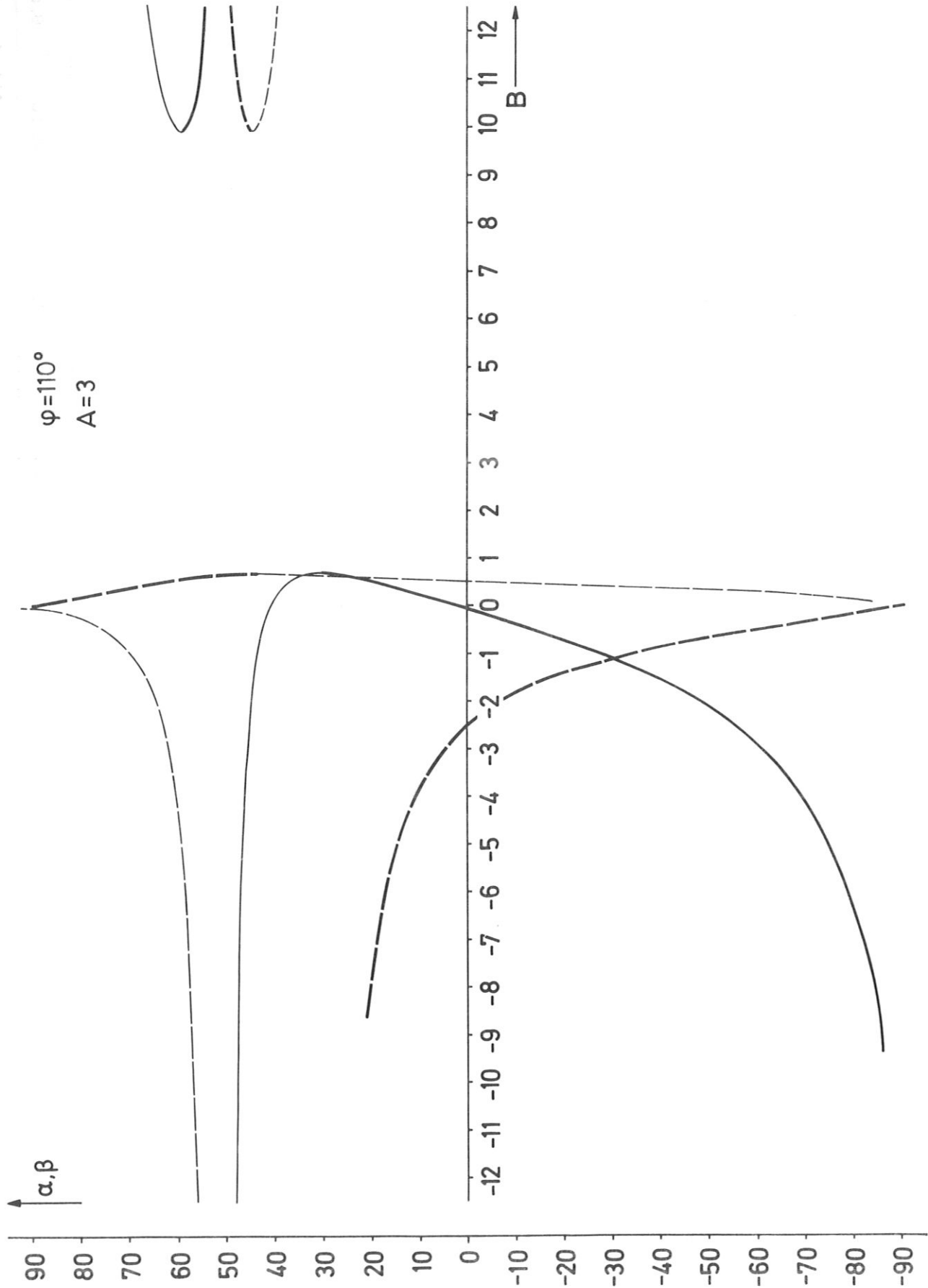


Abb. 3

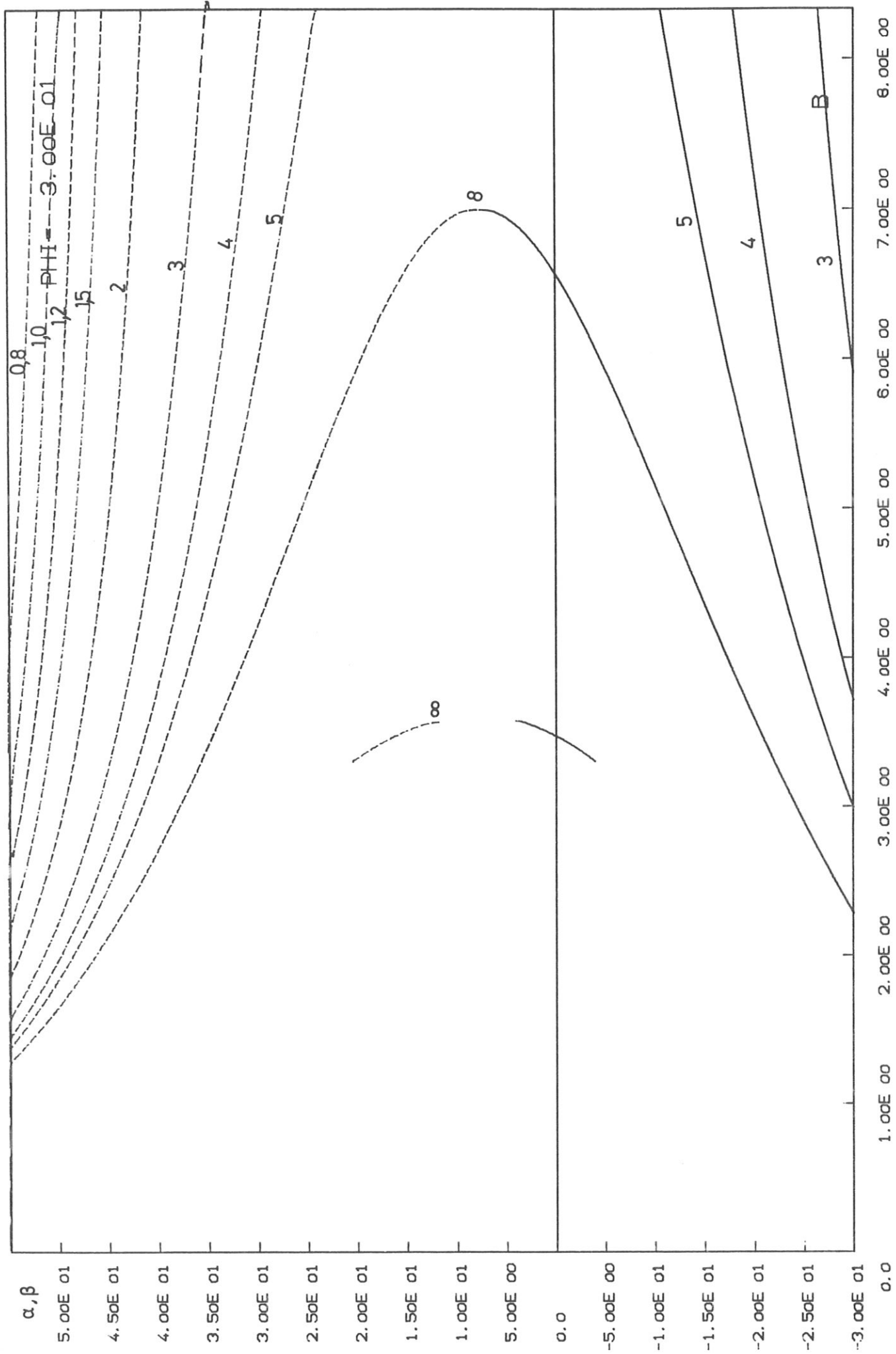


Abb. 4

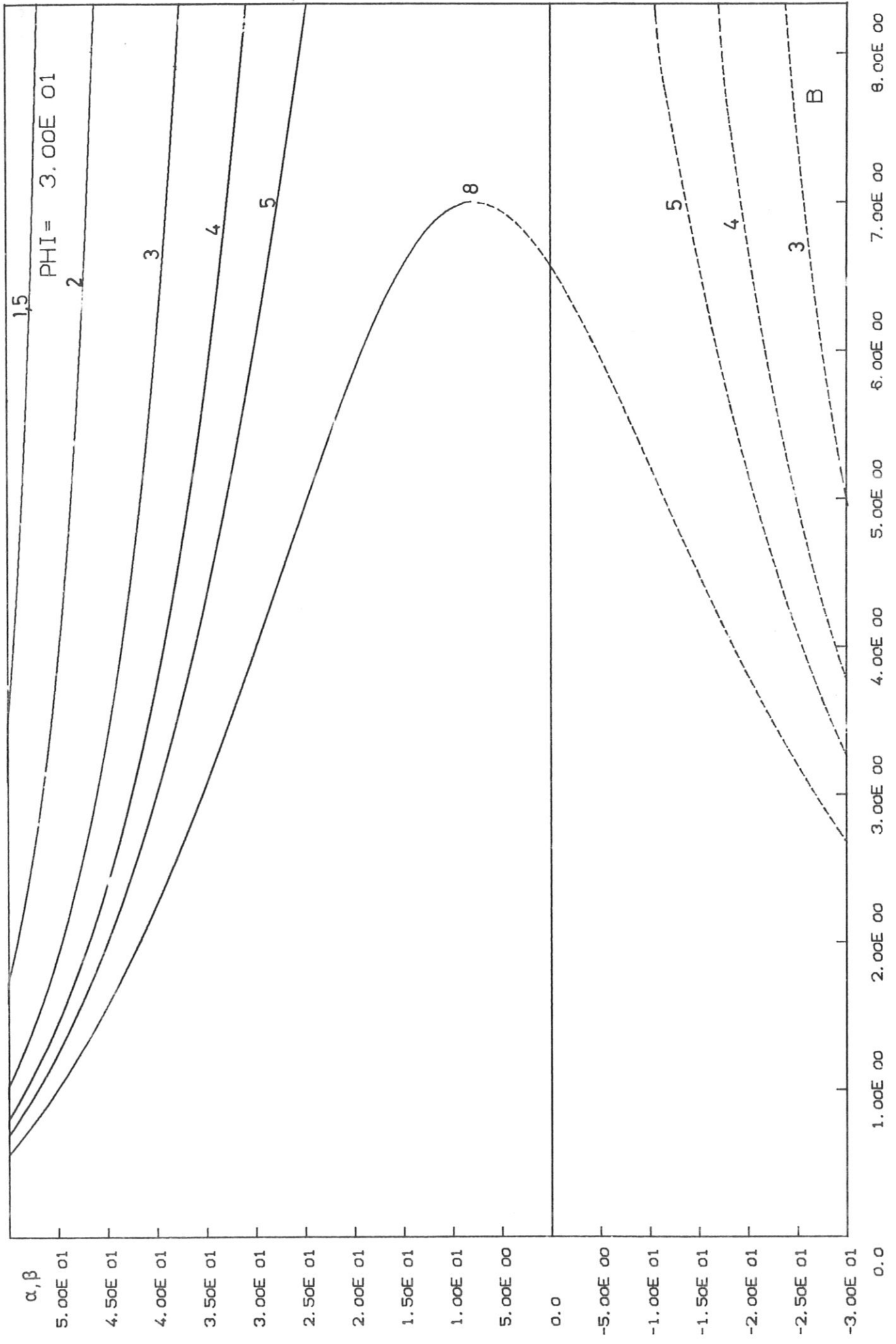


Abb. 5

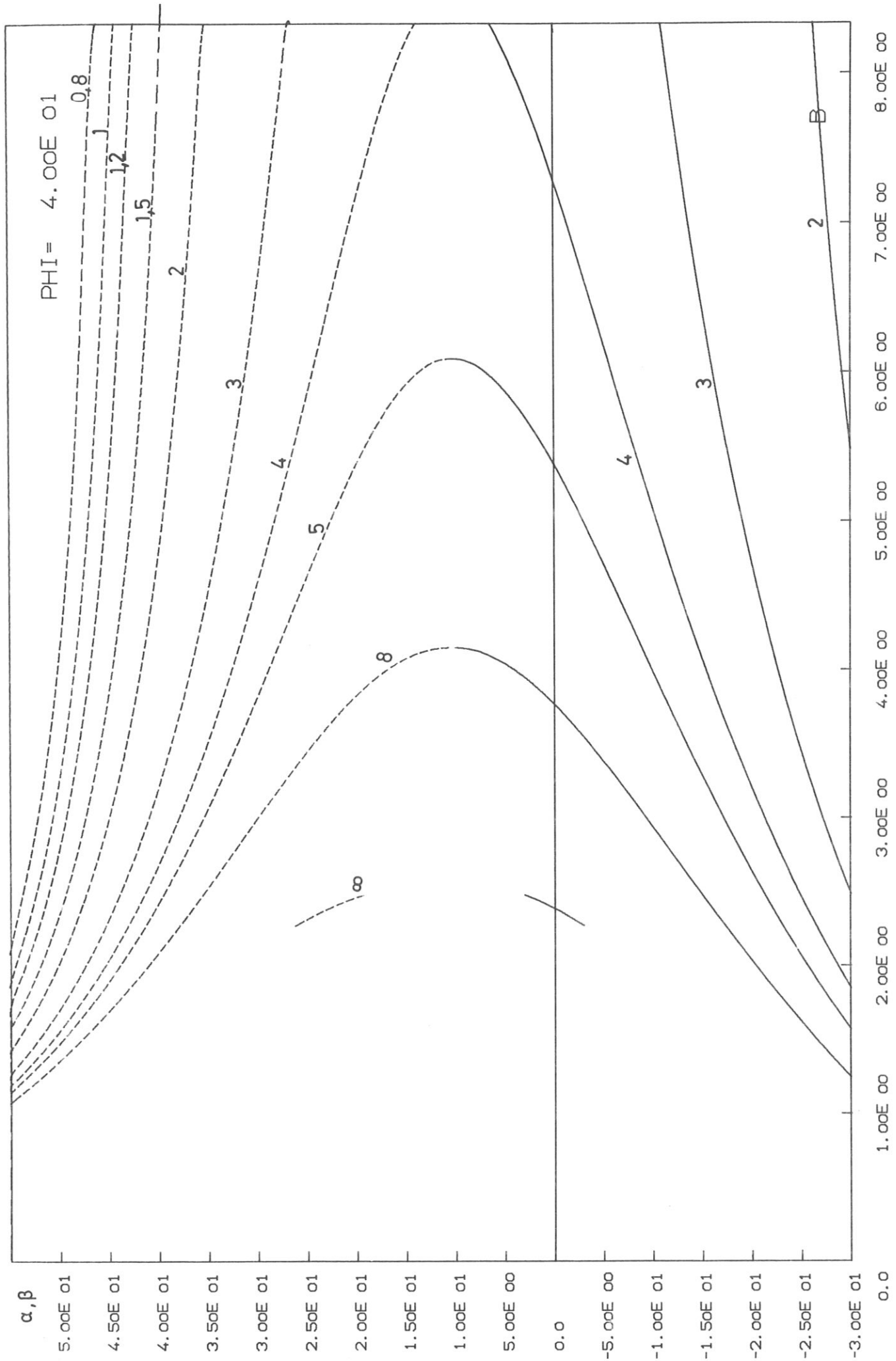


Abb. 6

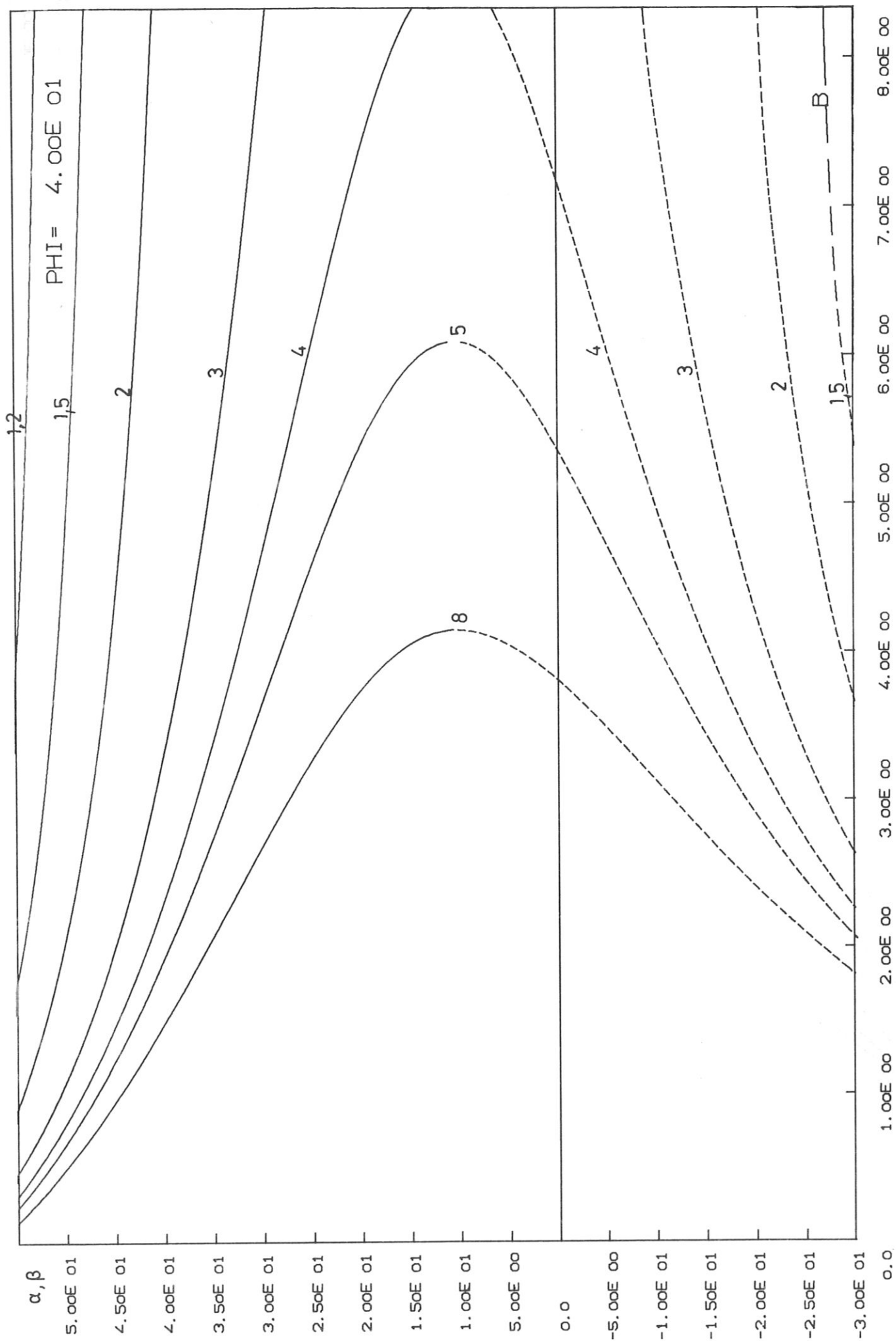


Abb. 7

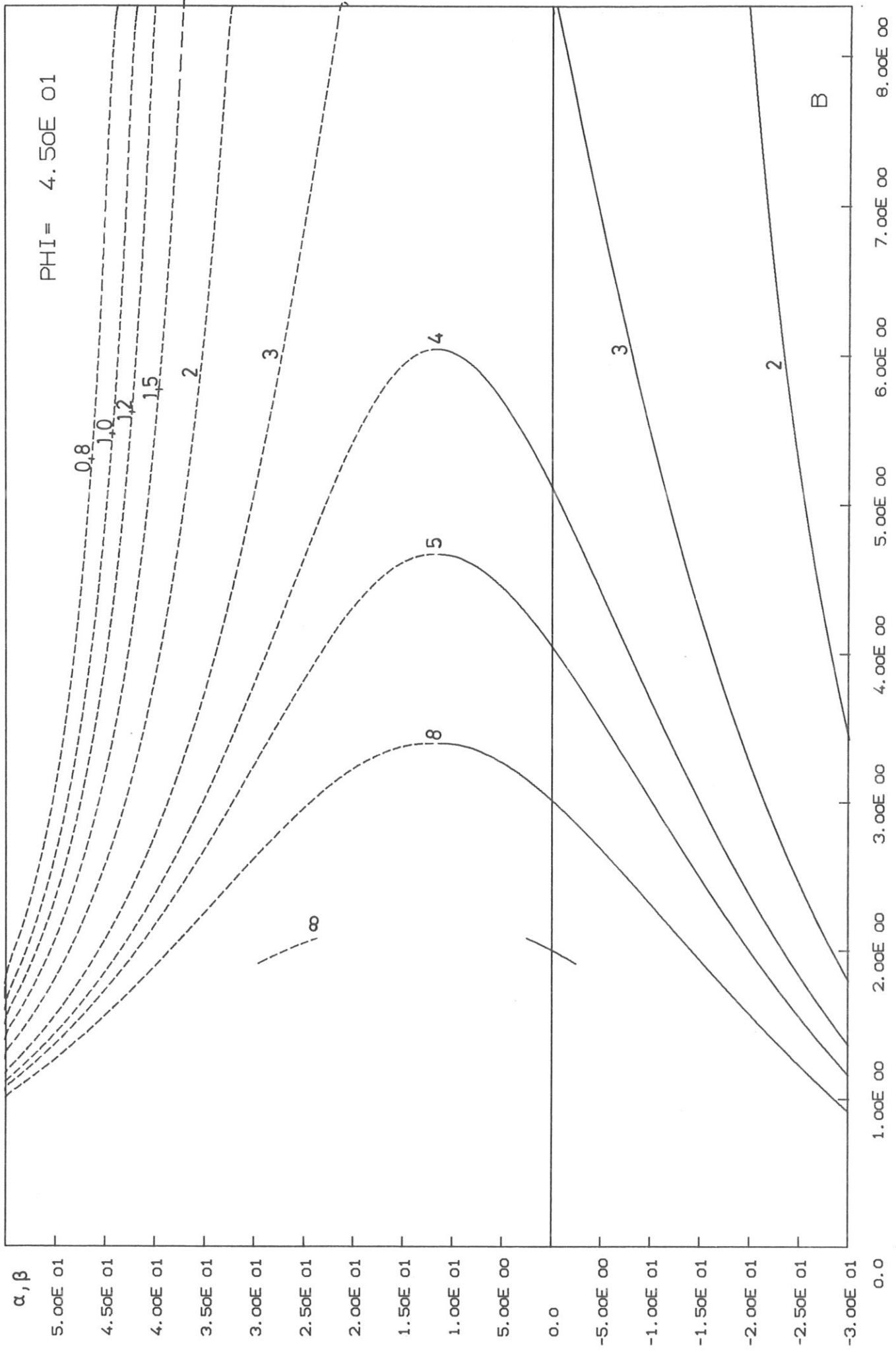


Abb. 8

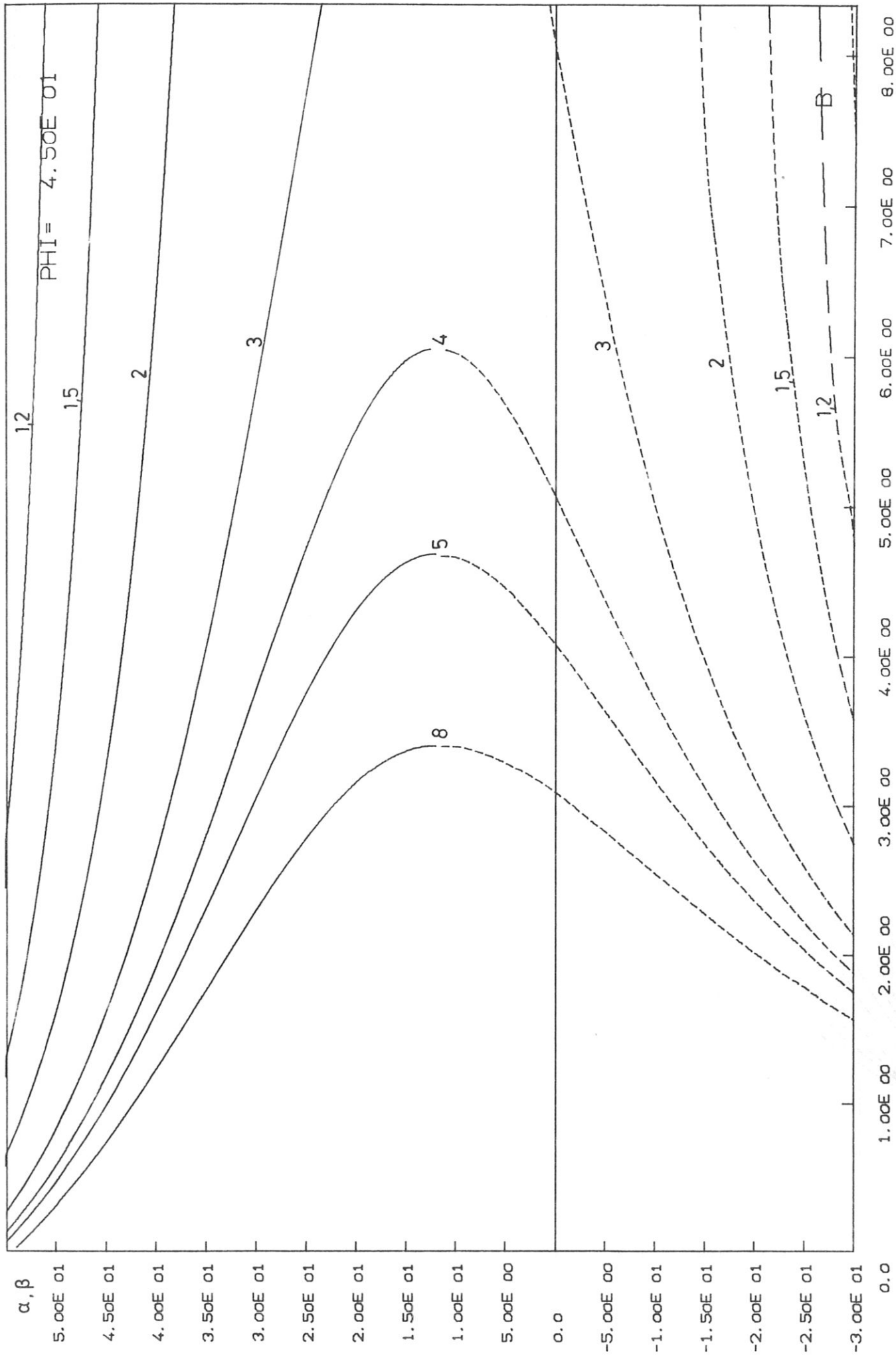


Abb. 9

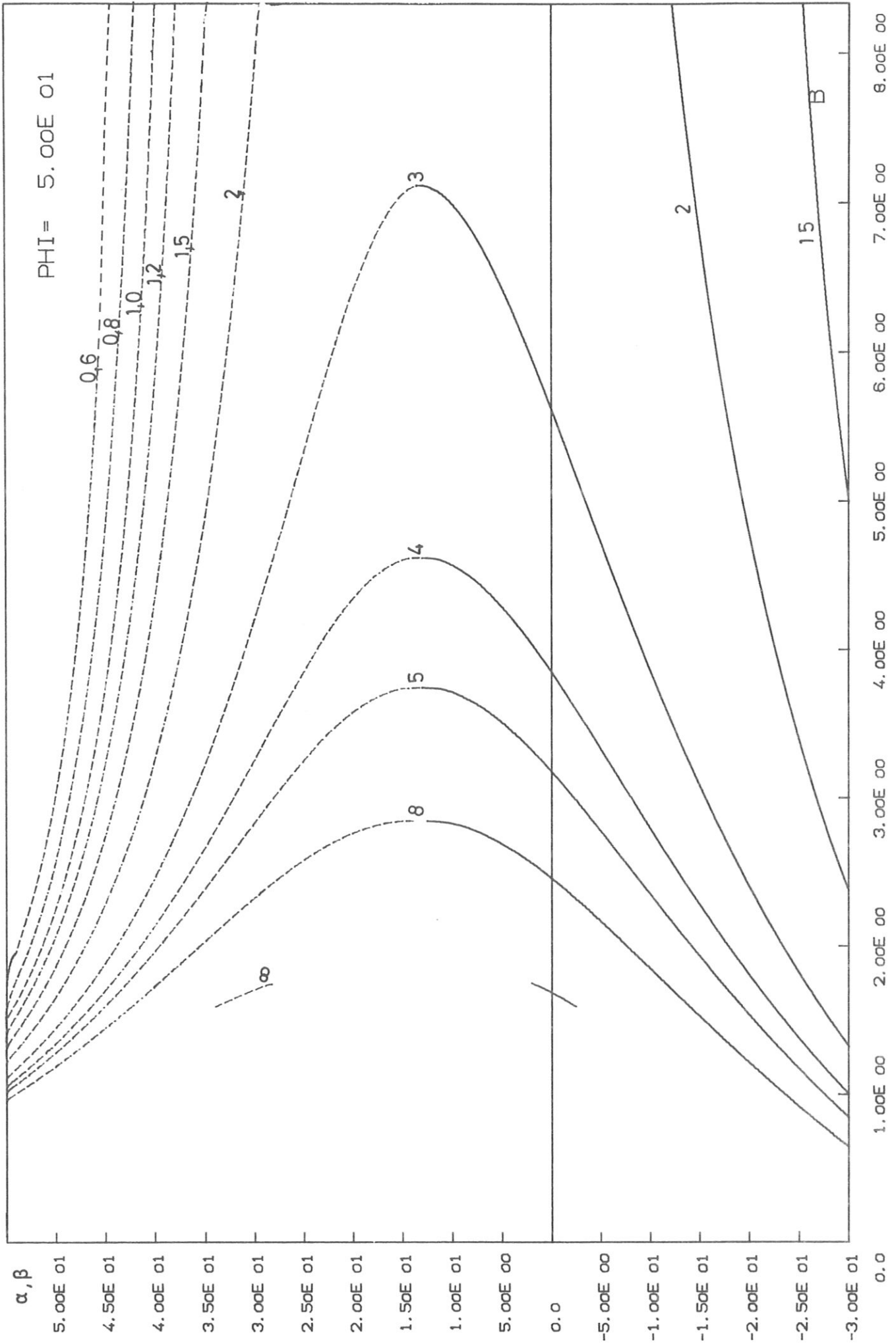


Abb. 10

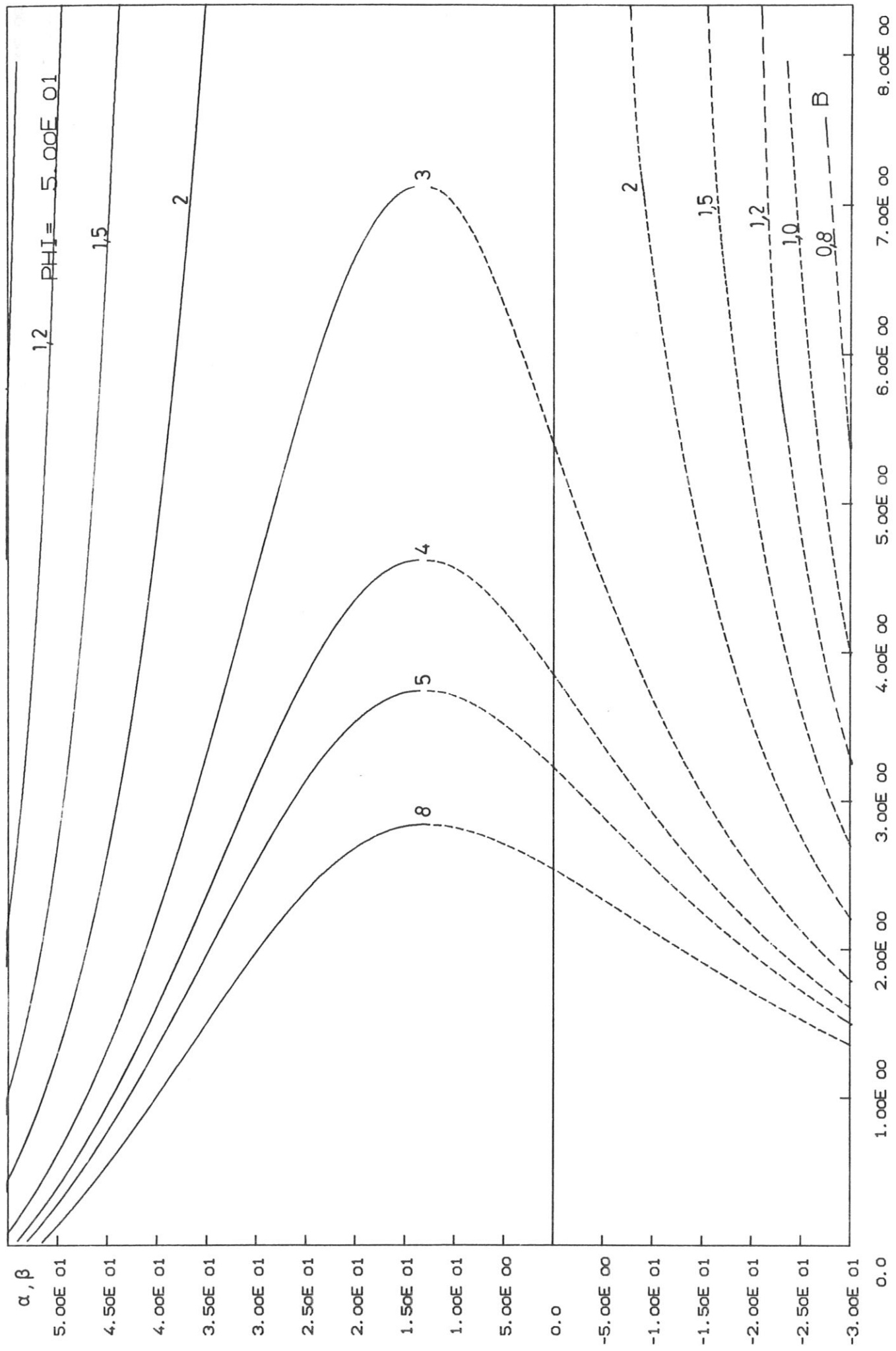


Abb. 11

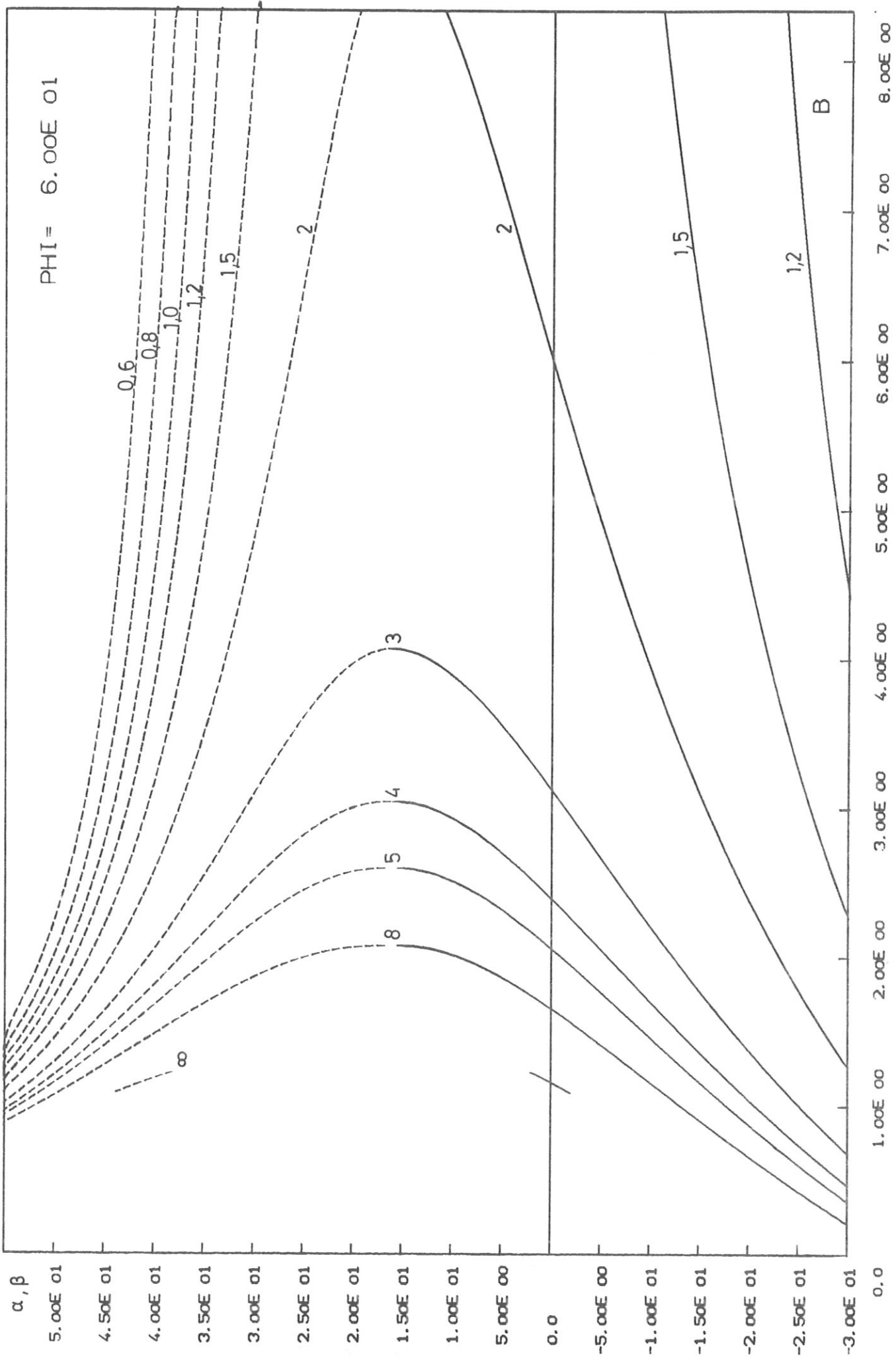


Abb. 12

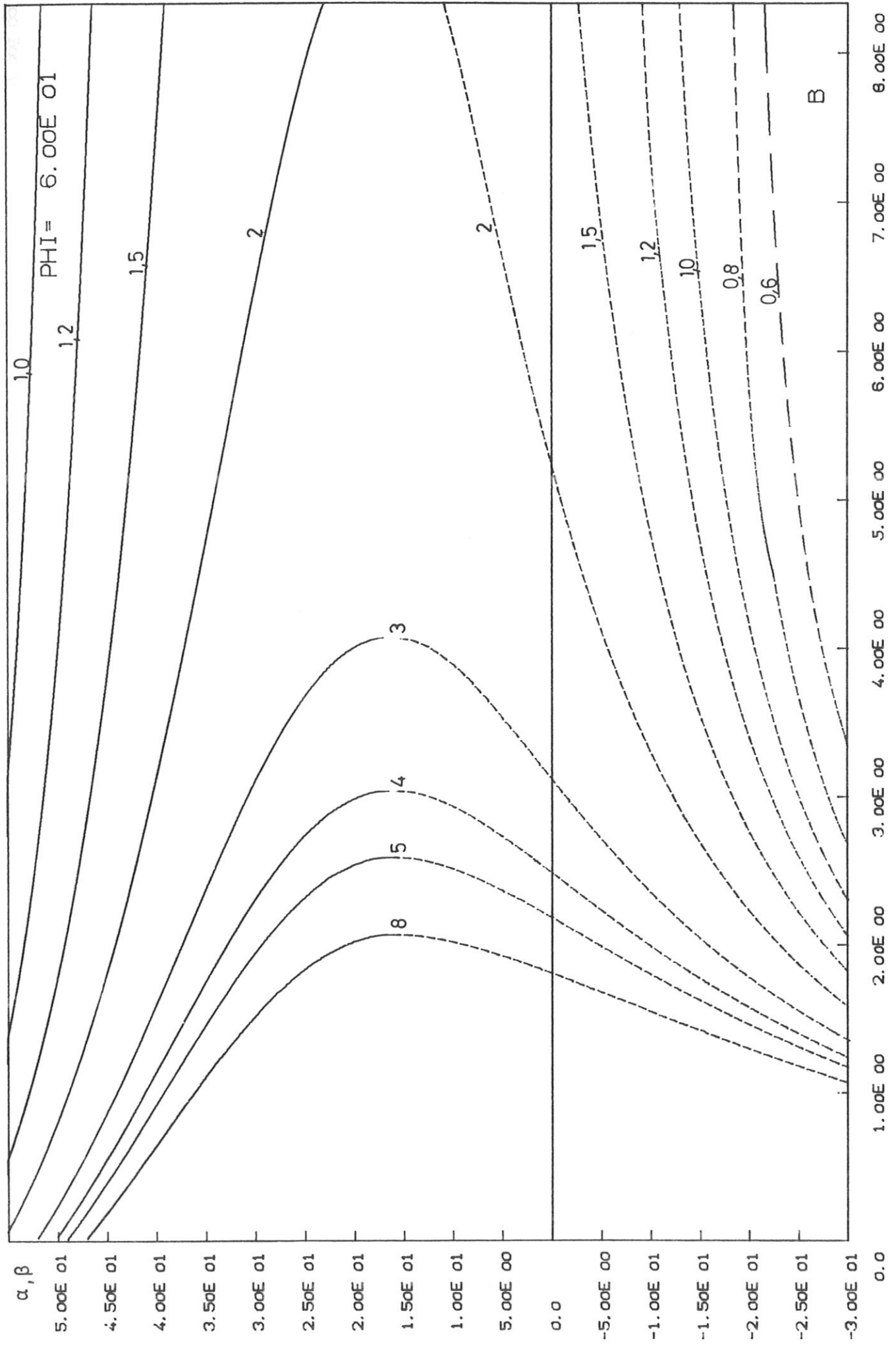


Abb. 13

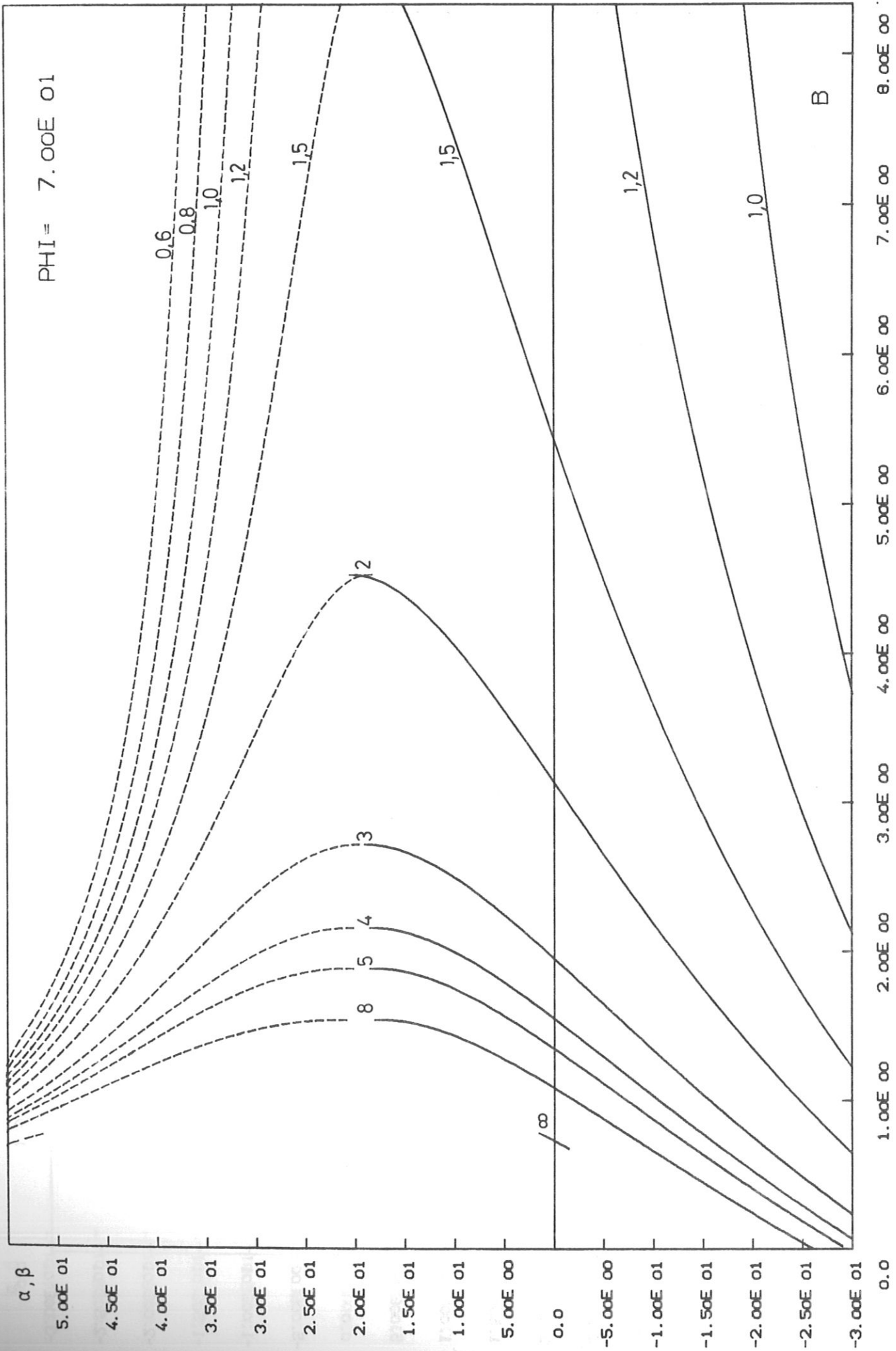


Abb. 14

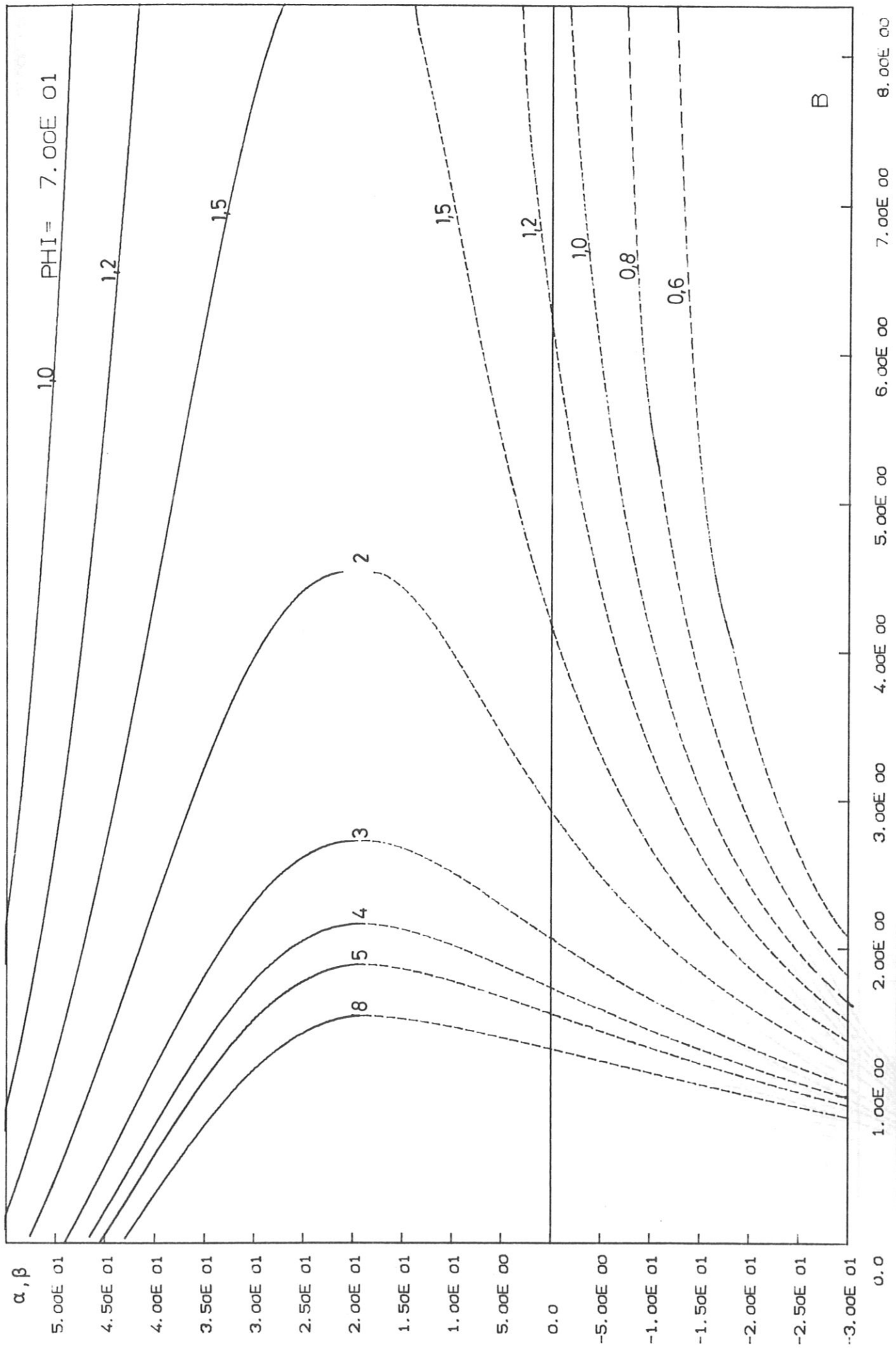


Abb. 15

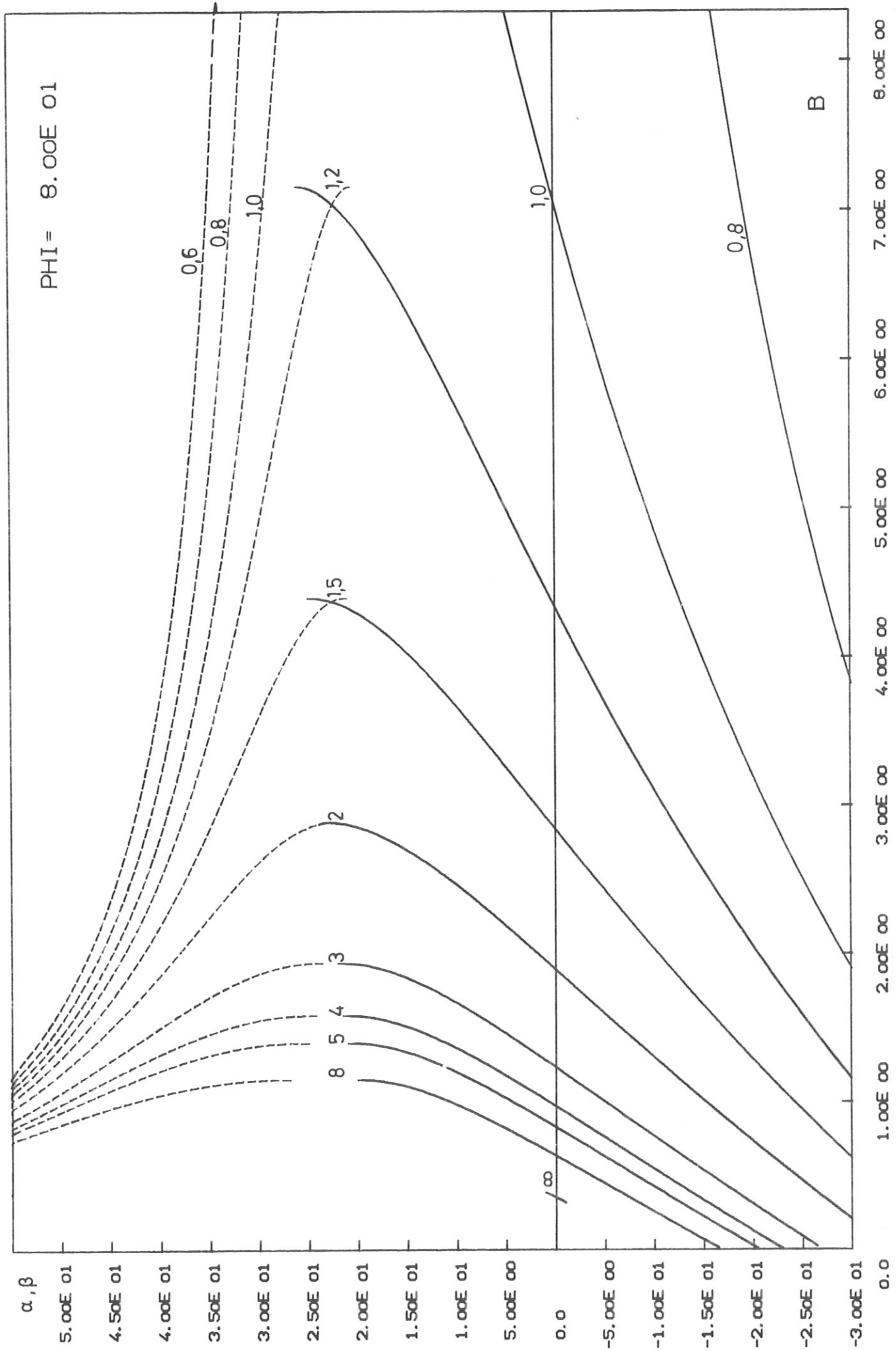
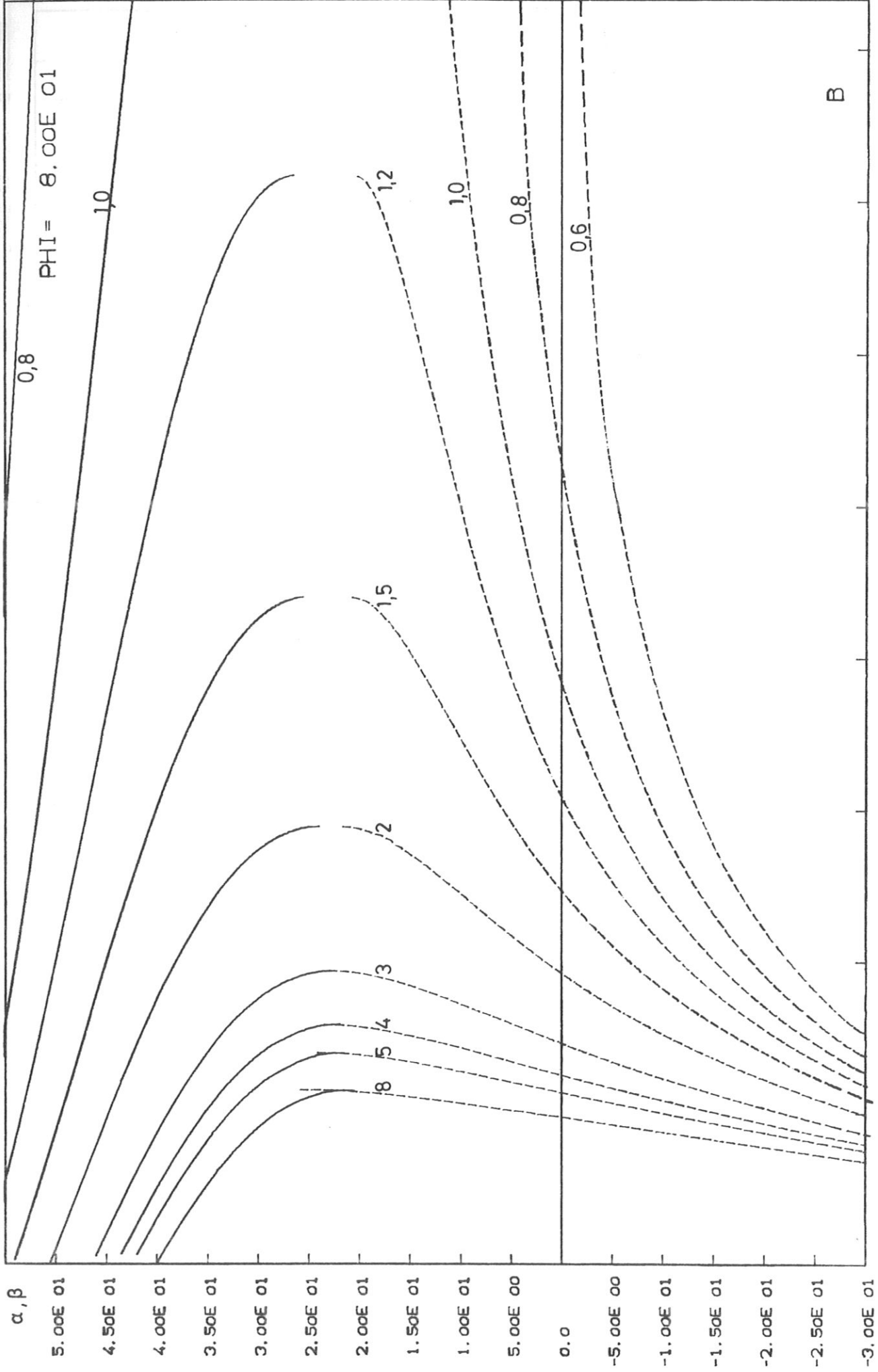


Abb. 16



0,0 1.00E 00 2.00E 00 3.00E 00 4.00E 00 5.00E 00 6.00E 00 7.00E 00 8.00E 00

B

Abb.17

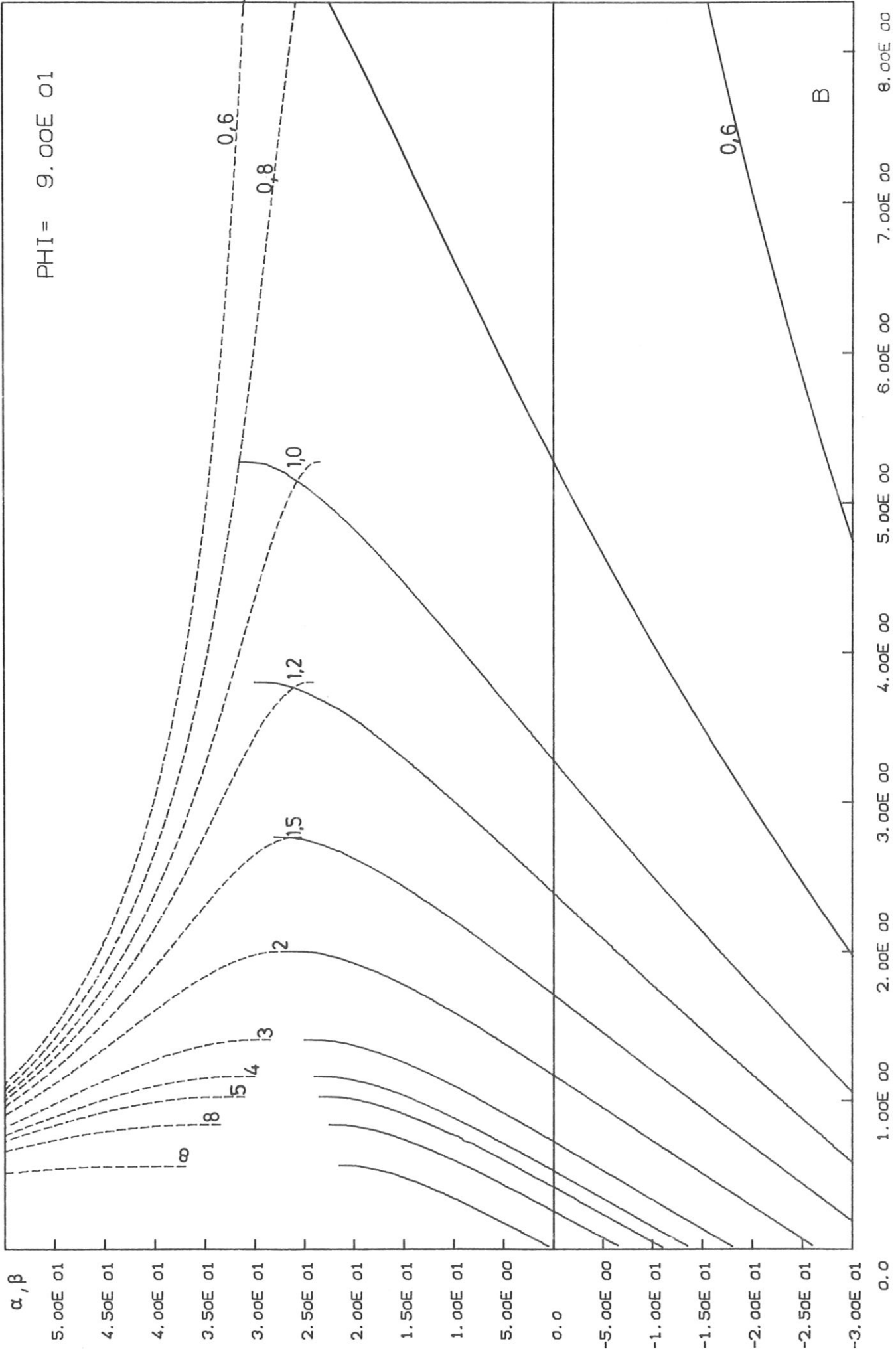


Abb. 18

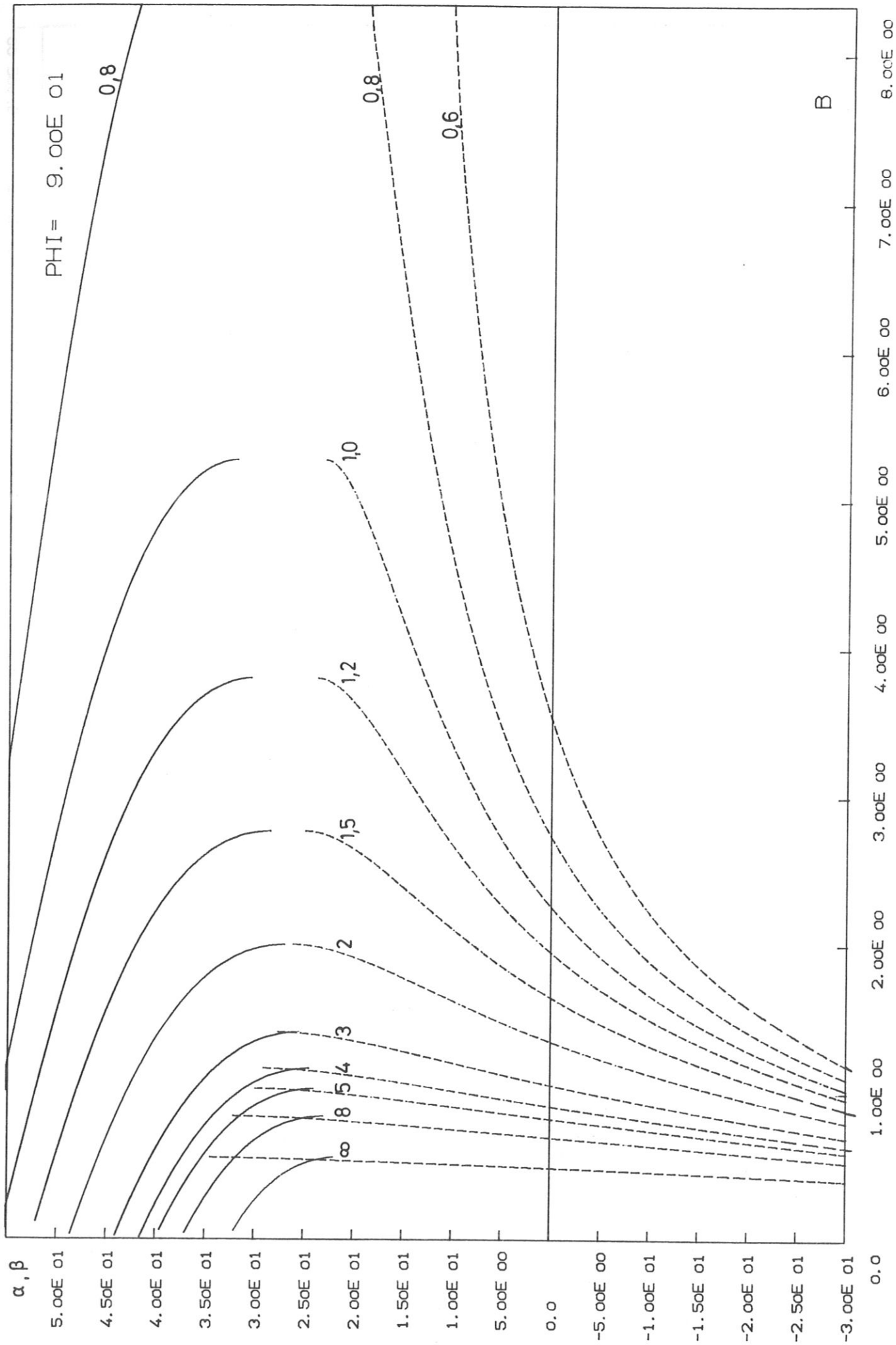


Abb. 19

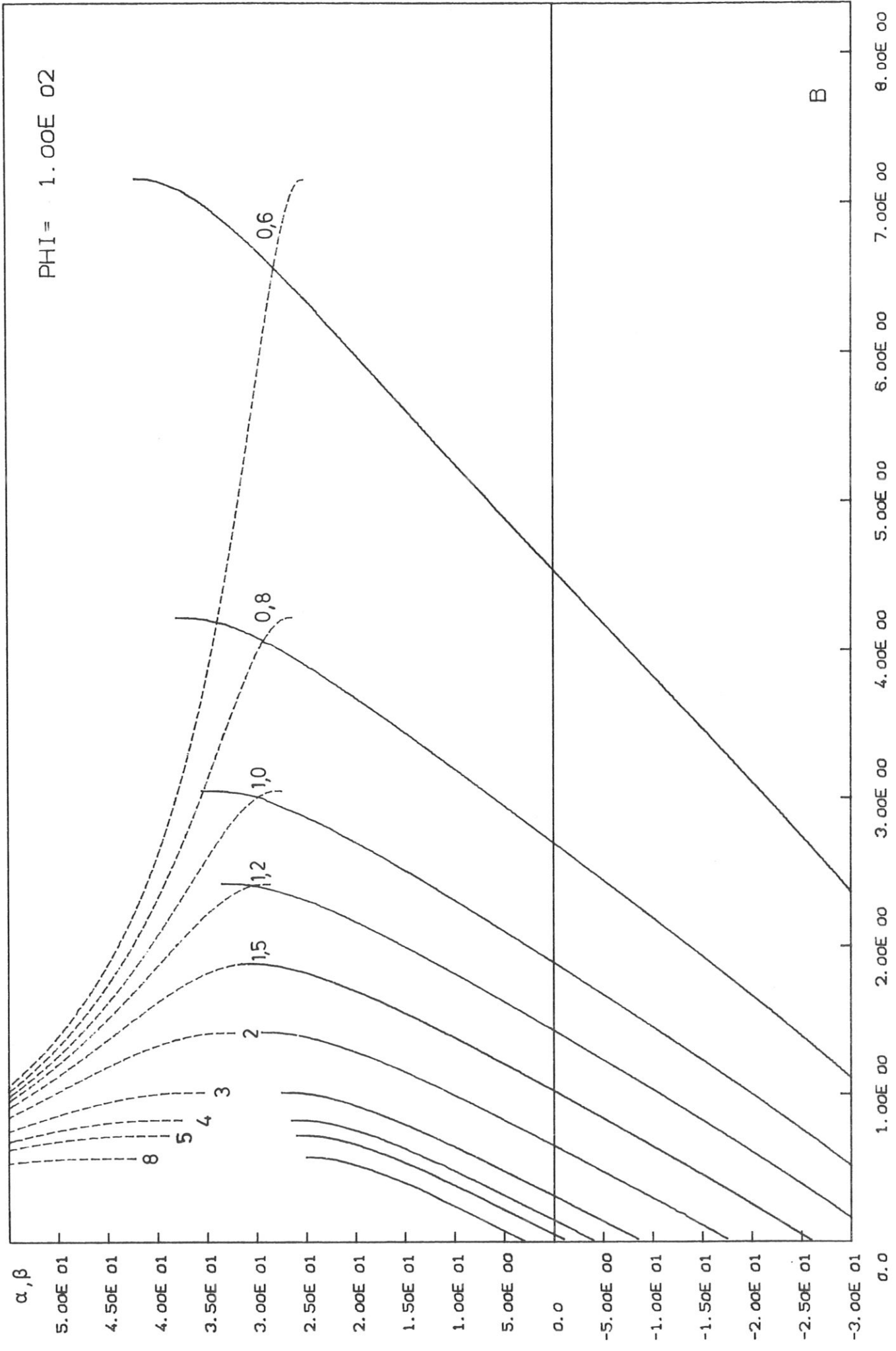


Abb. 20

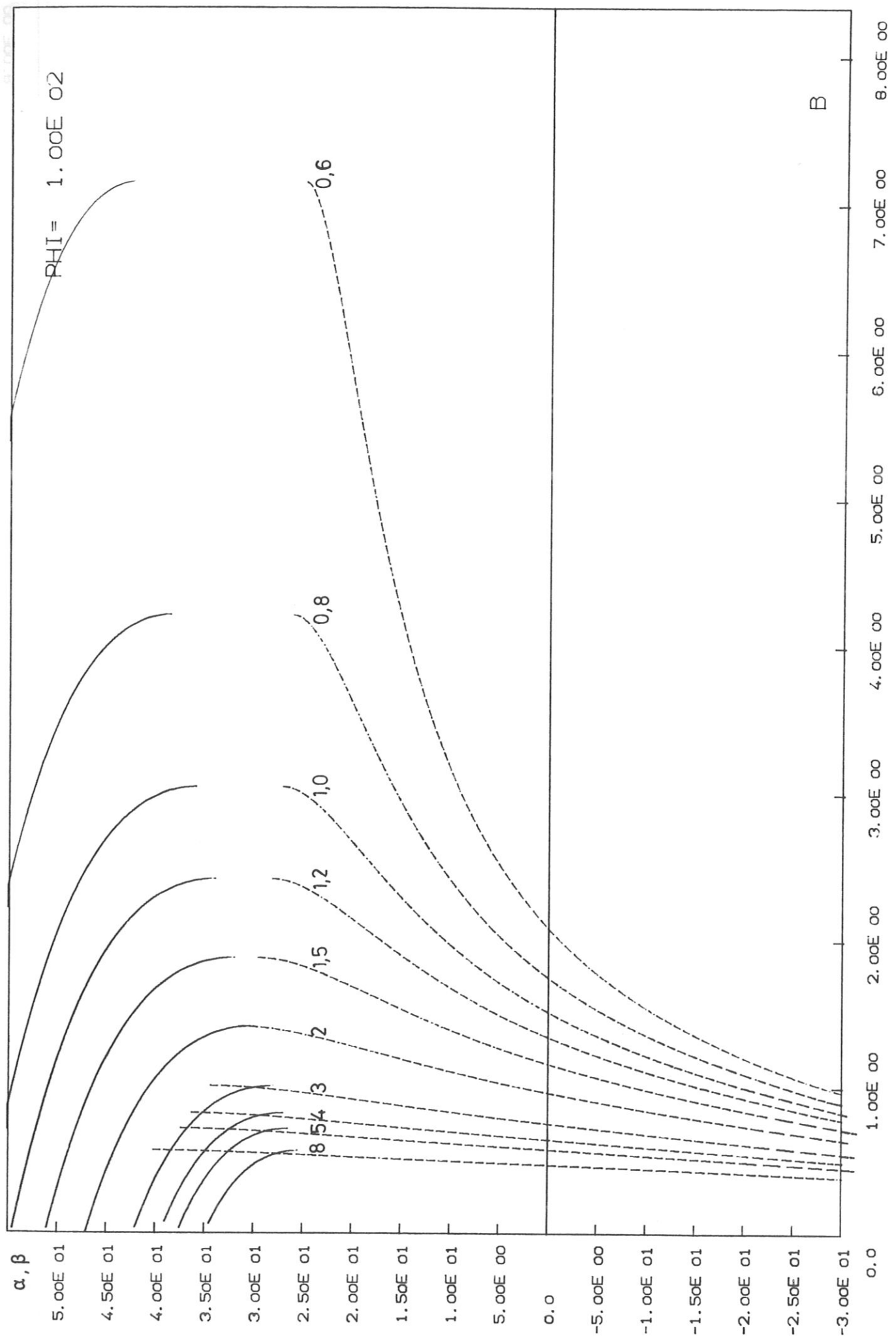


Abb. 21

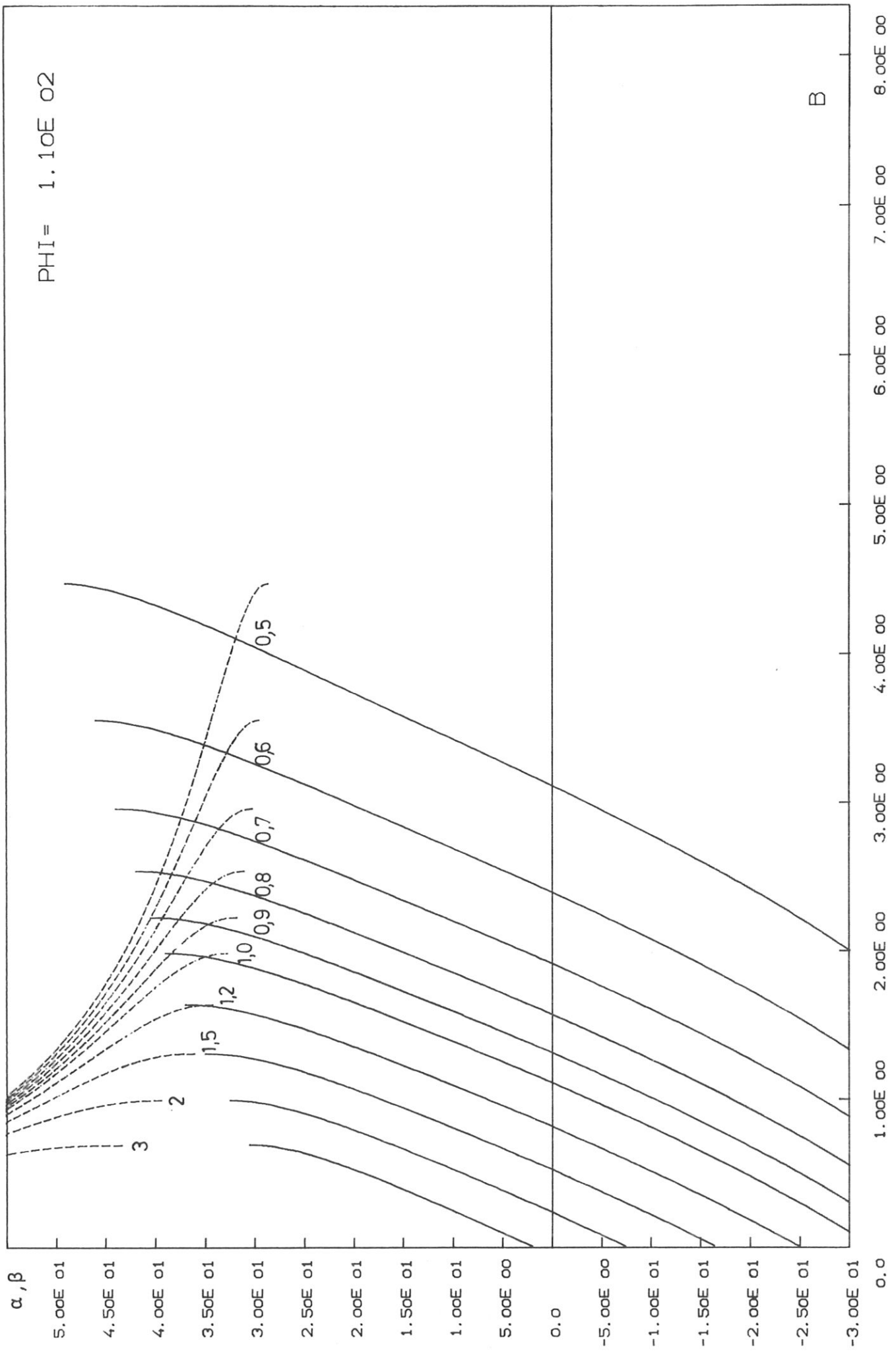


Abb. 22

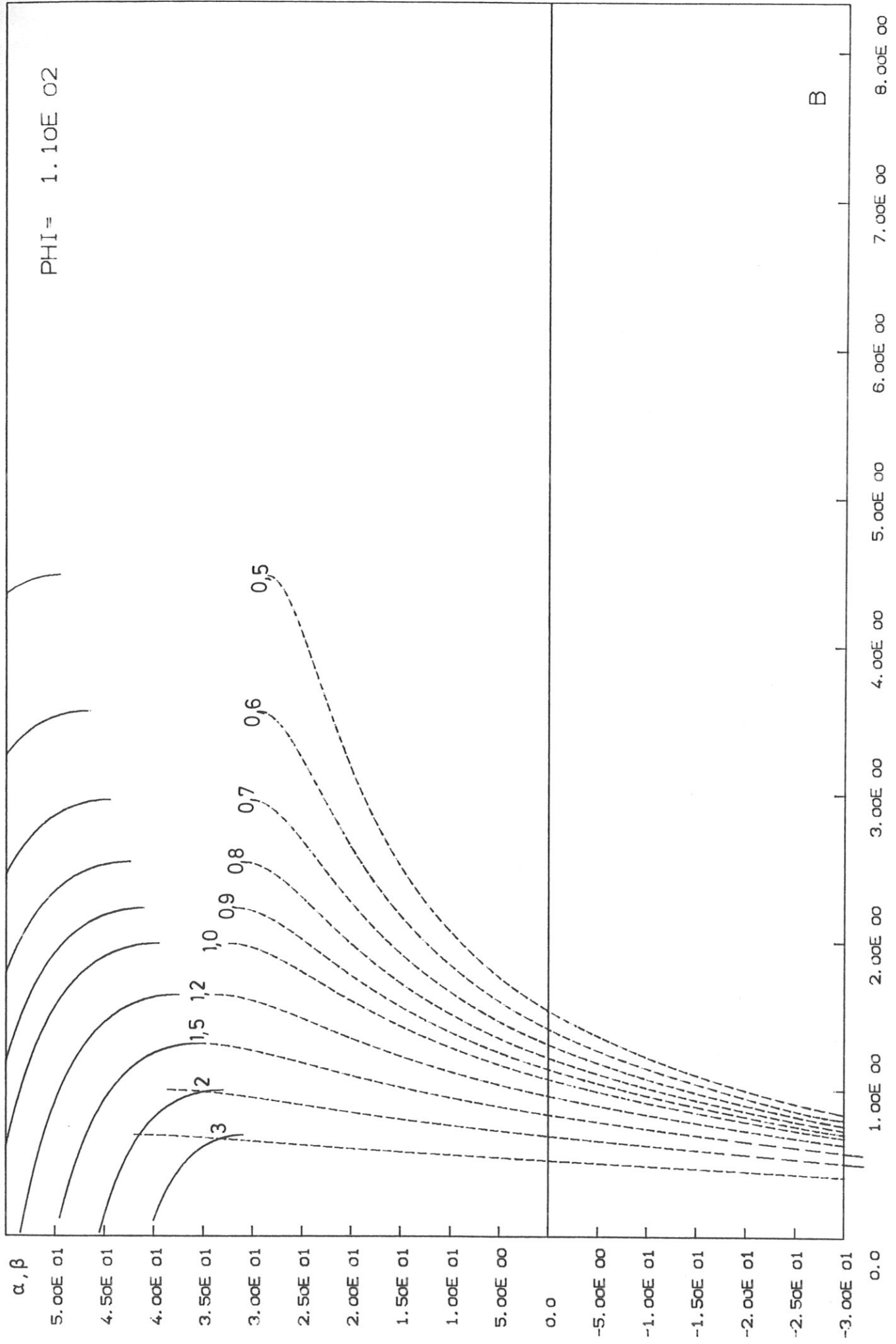


Abb. 23

This IPP report is intended for internal use.

IPP reports express the views of the authors at the time of writing and do not necessarily reflect the opinions of the Max-Planck-Institut für Plasmaphysik or the final opinion of the authors on the subject.

Neither the Max-Planck-Institut für Plasmaphysik, nor the Euratom Commission, nor any person acting on behalf of either of these:

1. Gives any guarantee as to the accuracy and completeness of the information contained in this report, or that the use of any information, apparatus, method or process disclosed therein may not constitute an infringement of privately owned rights; or
2. Assumes any liability for damage resulting from the use of any information, apparatus, method or process disclosed in this report.