

Berechnungsgrundlagen, Optimierung und  
Kostenfaktoren normalleitender kryotech-  
nischer und supraleitender Magnete für  
die experimentelle Plasmaphysik

B. Oswald

IPP 4/96

November 1971

**MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK**

**GARCHING BEI MÜNCHEN**

# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Berechnungsgrundlagen, Optimierung und  
Kostenfaktoren normalleitender kryotech-  
nischer und supraleitender Magnete für  
die experimentelle Plasmaphysik

B. Oswald

IPP 4/96

November 1971

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem  
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die  
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

B. Oswald

Berechnungsgrundlagen, Optimierung und  
Kostenfaktoren normalleitender kryo-  
technischer und supraleitender Magnete  
für die experimentelle Plasmaphysik

IPP 4/96

November 1971

Abstract

Die Arbeit enthält eine Reihe von Berechnungs- und Optimierungs-  
verfahren für normalleitende, kryotechnische und supraleitende  
Magnete in linearer (zylindrischer) und toroidaler Anordnung.  
Als Grundlage für den Kostenvergleich unterschiedlicher Magnet-  
systeme werden relevante Kostenfaktoren und -funktionen angegeben.

The report includes a number of calculations and optimizing  
methods for normalconductive, cryogenic, and superconducting  
magnets in linear (cylindrical) and toroidal devices. As a  
basis for the comparisom of costs of various magnet systems,  
relevant cost factors and functions are given.

1.	Einleitung	1
2.	Normalleitende Magnete, Berechnung und Optimierung	5
2.1	Allgemeine Grundsätze	5
2.2	Lineares homogenes Magnetfeld	9
2.3	Toroidales Magnetfeld	15
3.	Kryotechnische Magnete	21
3.1	Allgemeine Überlegungen	21
3.2	Temperaturabhängigkeit des el. Widerstandes und Magnetwiderstand	23
3.3	Kühlsystem und Betriebstemperatur	25
3.4	Optimale Betriebstemperatur im Hinblick auf den Energieverbrauch	29
3.5	Die Bedeutung der Betriebstemperatur bei kurzzeitig bzw. impulsförmig betriebenen Magneten	31
4.	Supraleitende Magnete	37
4.1	Allgemeine Überlegungen zur Optimierung supraleitender Magnete	37
4.2	Lineares homogenes Magnetfeld, Optimierung, Stromdichte	39
4.3	Toroidales Magnetfeld	47
4.4	Kryostat, Kühlsystem	51
5.	Kostenfaktoren für normalleitende Magnetspulen	56
5.1	Gesamte Herstellungskosten wassergekühlter Spulen	56
5.2	Stromversorgung, Installation und Regelungseinrichtung	56
5.3	Kühlwasseranlage	59
5.4	El. Strom - Kosten	59
6.	Kostenfaktoren für kryotechnische Magnete	61
6.1	Herstellungskosten der Magnetspulen	61
6.2	Thermische Isolierung, Kryostat	62

6.3	Anlagekosten für Kältemaschine und Kühlkreislauf	62
6.4	Betriebskosten der Kälteanlage	63
7.	Kostenfaktoren für supraleitende Magnete	64
7.1	Herstellungskosten supraleitender Spulen	64
7.2	Thermische Isolierung, Kryostat	64
7.3	Anlagekosten für Kältemaschine und Kühlsystem	65
7.4	Betriebskosten der Kältemaschine	65
7.5	Stromversorgung, Sicherheitseinrichtung	66
<b>Literatur</b>		I - IV
<b>Anhang</b>		I - V

## Einleitung

Hohe und großvolumige Magnetfelder haben in der experimentellen Plasmaphysik, die auf die Entwicklung eines Fusionsreaktors ausgerichtet ist, folgende Aufgaben. Bei hoch- $\beta$ -Experimenten dienen schnell ansteigende oder wechselnde Magnetfelder zur Aufheizung und gleichzeitig zur stabilen Einschließung sehr heißer und dichter Plasmen für Zeitspannen zwischen wenigen  $\mu$ s und mehreren ms. Bei niedrig- $\beta$ -Experimenten dienen zumeist großvolumige **Magnetfelder** im wesentlichen zur stabilen Einschließung eines Plasmas über relativ lange Zeiten zwischen wenigen ms und vielen s.

In nahezu allen Fällen kennzeichnet die Geometrie des Magnetfeldes den Typ des Experimentes.

Lineare Spulenanordnungen finden bei Spiegelmaschinen Anwendung, wobei die Feldlinien die Form einer magnetischen Flasche beschreiben.

Mit der Überlagerung eines mehrpoligen, quer zur Achse verlaufenden Feldes mit 4 oder mehr 'Joffe'-Stäben ergibt sich die Form eines min-B-Feldes, das in seiner Sonderform als Tennis- oder Baseball-Feld bekannt ist.

Große Bedeutung kommt den toroidalen Feldkonfigurationen zu, die bei niedrig- $\beta$ -Maschinen mit der Typ-Bezeichnung 'Stellarator' und 'Tokamak' aber auch bei zahlreichen hoch- $\beta$ -Maschinen Anwendung finden.

Den toroidalen Hauptfeldern werden bei derartigen Experimenten aus Gründen der Plasmastabilisierung schraubenförmige helische Felder überlagert, die im Falle des Stellarators durch eine entsprechende helische Wicklung und im Falle des Tokamak durch eine Überlagerung des Hauptfeldes mit dem Eigenfeld des im Plasma fließenden Stromes erzeugt werden.

Stabile Magnetfeldgeometrien ergeben sich auch bei mehrpoligen ringförmigen Stromleitern mit einem oder mehreren in der Schwebe gehaltenen Ringen, die auch als Levitrons bekannt sind. Für Experimente dieses Typs werden vorteilhafterweise supraleitende Ringe verwendet, die durch ein äußeres Magnetfeld in der Schwebe gehalten werden können. Auf diese Weise können Aufhängungen und Stromzuleitungen vermieden werden, durch die das Plasma außerhalb der Ringe erheblich gestört werden würde.

Von all diesen Maschinen ist zum gegenwärtigen Zeitpunkt eine Extrapolation auf einen späteren Fusionsreaktor noch nicht möglich. Andererseits lassen sich heute schon technische Bedingungen angeben, denen ein zukünftiger Fusionsreaktor angepaßt sein muß. In einer Reihe von Veröffentlichungen werden entsprechende Überlegungen zur Reaktortechnologie angestellt 1) 2) 3) 4).

In diesen Arbeiten wird den toroidalen Anordnungen der Vorrang gegeben. Für den Fall eines Tokamak-ähnlichen Fusionsreaktors kann schon jetzt gezeigt werden, daß ein wirtschaftlicher Betrieb nur dann möglich ist, wenn zur Erzeugung des Hauptfeldes supraleitende Spulen vorgesehen werden.

Solche Spulen würden einer ersten Abschätzung nach einen etwaigen Durchmesser von 6 m besitzen und hätten ein Feld mit einer maximalen Feldstärke von ca 100 kG zu erzeugen.

Die zum gegenwärtigen Zeitpunkt üblichen Plasmaexperimente sind, abgesehen von den oben erwähnten Levitrons, durchwegs mit normalleitenden, wassergekühlten oder cryotechnischen Magneten ausgerüstet. Sie werden im Hinblick auf den sonst benötigten hohen Energieverbrauch normalerweise kurzzeitig betrieben. Da in den meisten Fällen quasistationäre Bedingungen im Plasma bereits nach sehr kurzen Zeiten erreicht werden, besteht für den langzeitigen Betrieb meist noch keine zwingende Notwendigkeit.

Zur Erzeugung hoher Magnetfelder mit Hilfe normalleitender Spulen stehen folgende Energiequellen zur Verfügung:

- a) im Bereich sehr kurzer Betriebszeiten ( $10^{-6}$  bis  $10^{-2}$  s) Kondensatorbatterien;
- b) im Bereich mittlerer Entladungszeiten ( $10^{-2}$  bis 10 s) rotierende Stoßstromgeneratoren mit kinetischen Energieträgern (Schwungmassen), im kleineren Umfang Akkumulatoren;
- c) im Bereich langer Betriebszeiten (10 s) rotierende Umformer oder stationäre Gleichrichteranlagen (mit Energieentnahme aus dem Netz).

Die in den letzten Jahren erfolgte Entwicklung auf dem Gebiet der Supraleitungstechnik läßt es möglich erscheinen, daß vor allem für Betriebszeiten zwischen  $10^{-3}$  und 10 s supraleitende, magnetische Energiespeicher Verwendung finden können.

Ihr Vorteil liegt in der gegenüber Kondensatoren außerordentlich hohen Energiedichte, ihr Nachteil in der ungünstigen Anpassung an induktive Verbraucher und in der vorerst schwer zu bewältigenden Schaltungstechnik beim Entladungsvorgang <sup>5)</sup>.

Ein Vergleich zwischen normal- und supraleitenden Magneten ist im wesentlichen für großvolumige, stationär oder quasi-stationär betriebene Magnetfeldanordnungen von Interesse. Wir wollen uns deshalb im folgenden auf die Betrachtung von niedrig- $\beta$ -Experimenten beschränken, die, sofern sie mit normalleitenden Magnetfeldspulen ausgerüstet sind, kurzzeitig, d.h. für jeweilige Einschaltzeiten von 0.5 s bis zu mehreren Minuten, betrieben werden.

In diesen Fällen stellen die Kosten für das Magnetfeld und dessen Energieversorgung einen erheblichen Anteil der Gesamtkosten des Experimentes dar.

Ein Kostenvergleich mit supraleitenden Magnetfeldspulen



soll dem Nachweis dienen, wann und unter welchen Bedingungen der Einsatz supraleitender Spulen zum gegenwärtigen Zeitpunkt der Fusionsforschung vom Standpunkt der Wirtschaftlichkeit her gerechtfertigt erscheint.

Für andere magnetfeldtechnische Anwendungsbereiche, wie zum Beispiel bei Blaskammermagneten <sup>6)7)</sup>, MHD-Magneten <sup>8)</sup>, Quadrupolmagneten etc., wurden verschiedentlich bereits Kostenvergleiche angestellt.

Im Rahmen der fusionsgerichteten Plasmaphysik ist ein relevanter Kostenvergleich in der Weise durchzuführen, daß kurzzeitig betriebene, normalleitende Magnete supraleitenden Magneten für Dauerbetrieb gegenübergestellt werden.

Es besteht damit die Notwendigkeit, eine Äquivalenz zwischen Puls- und Dauerbetrieb im Hinblick auf die physikalisch wissenschaftliche Effizienz eines Experimentes zu definieren. Dies ist sicher nur unter groben Annahmen möglich.

Wir wollen uns deshalb darauf beschränken, einen der Erfahrung nach vernünftigen Äquivalenz-Bereich anzugeben.

Ein allgemeiner Kostenvergleich aller möglichen Magnetfeldanordnungen, etwa auf der Basis spezifischer Preise, DM / kG, ist nicht möglich.

Es soll dennoch versucht werden, möglichst allgemein gültige Bewertungsfaktoren und Kennwerte zu erarbeiten, mit deren Hilfe konkrete Vergleiche angestellt werden können.

Ein vernünftiger Vergleich sollte auf der Basis jeweils optimierter Magnetfeldanordnungen erfolgen. Es wird deshalb zunächst näher auf die Optimierung normal- und supraleitender Magnete eingegangen. Wir beschränken uns hierbei auf die wichtigsten in der Plasmaphysik üblichen Magnetfeldgeometrien.

## 2. Normalleitende Magnete, Berechnung und Optimierung

### 2.1 Allgemeine Grundsätze

Die Kosten einer normalleitenden Spulenanordnung werden im wesentlichen durch den Leistungsbedarf bzw. Energiebedarf gekennzeichnet.

Die Höhe der elektrischen Leistung und - bei pulsförmig betriebenen Spulen - der benötigten Energie bestimmt die Größe der Stromversorgungsanlage und die Höhe der laufenden Betriebskosten. Hierzu gehören ebenfalls die Kosten für den Kühlmittelverbrauch.

Im Falle tiefgekühlter, kryotechnischer Spulen werden die zur Erreichung und Konstanthaltung einer tieferen Betriebstemperatur benötigten laufenden Kosten zugunsten einer geringeren ohm'schen Verlustleistung in Kauf genommen. Die Anwendung solcher Spulen ist in jedem Fall nur dann sinnvoll, wenn dadurch die Summe aller Kosten gesenkt werden kann.

Die Optimierung einer bei Raumtemperatur betriebenen Spulenanordnung erfolgt, sofern keine anderen Bedingungen gestellt sind, nach minimaler Verlustleistung und/oder Energie.

Wir können davon ausgehen, daß die Kosten der Spulen selbst gegenüber denen der gesamten übrigen Anlage gering sind.

Allerdings soll aber auch jetzt schon darauf verwiesen werden, daß wir uns hierbei auf den Standpunkt stellen, die erforderliche Stromversorgung und Kühleinrichtung sei nur einem einzigen Experiment zugeordnet.

Diese Annahme ist bei einem größeren Forschungsinstitut, für das eine für mehrere Experimente gemeinsame zentrale Energieversorgung vorgesehen werden kann, nicht gerechtfertigt.

Wir werden darauf zurückkommen.

Zur Charakterisierung des Kurzzeit- bzw. Impulsbetriebs gehen wir von der idealisierten Impulsform aus, wie sie in Fig.1 dargestellt ist.

Der Strom steigt nahezu in der Form einer Exponentialkurve in der Zeit von  $t_1$  bis  $t_2$  an. Er - und damit das Feld - wird für das Zeitintervall  $t_3 - t_2 = \Delta t$  konstant gehalten und fällt anschließend mit der Zeitkonstante  $\tau$  ab.

Dabei ist vorausgesetzt, daß die Generator-EMK während des Stromanstiegs konstant gehalten wird. Entsprechend dem inneren Spannungsabfall der Stromversorgungsanlage fällt dabei die Spannung an der Spule - wie durch die gestrichelte Kurve angedeutet - ab. Da der Stromanstieg vor Erreichung des Endwertes  $I_\infty$  abgebrochen wird, wird die Spannung zum Zeitpunkt  $t_2$  etwas abgesenkt und entsprechend der Spulenerwärmung allmählich wieder nachgeregelt. Auf diese Weise läßt sich der Strom während der eigentlichen Experimentierzeit  $\Delta t$  konstant halten.

Der Stromanstieg erfolgt, unter Annahme eines konstanten Widerstandes, gemäß:

$$(1) \quad i = I_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{(t-t_1)}{\tau}}\right) \quad \text{für } t_1 \leq t \leq t_2$$

mit 
$$I_\infty = \frac{U_0}{R_M + R_i} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{L}{R_M + R_i}$$

- Hierbei bedeutet:
- $\tau$  : Zeitkonstante des Entladungskreises
  - L : Induktivität des Magneten
  - $R_M$  : Widerstand des Magneten
  - $R_i$  : Innerer Widerstand der Stromversorgung.

Bei einer rein ohm'schen Anpassung der Stromversorgung an den Verbraucher ergibt sich eine maximale Ausgangsleistung, wenn Innen- und Verbraucherwiderstand gleichgroß sind:  $R_i = R_M$

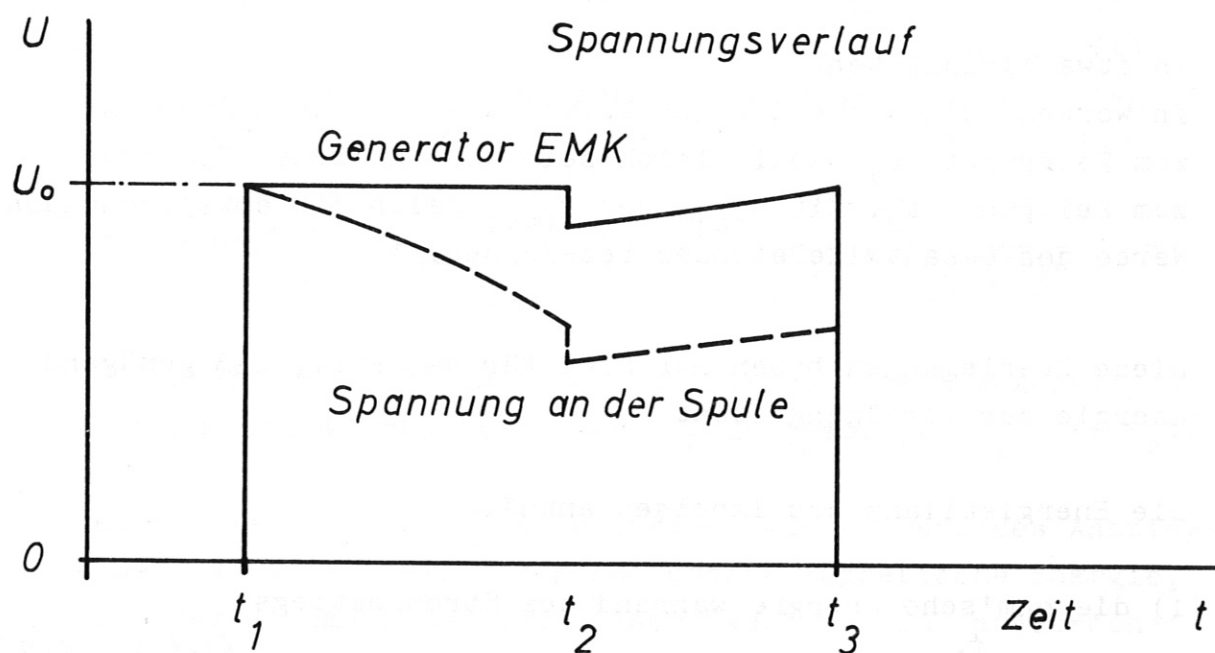
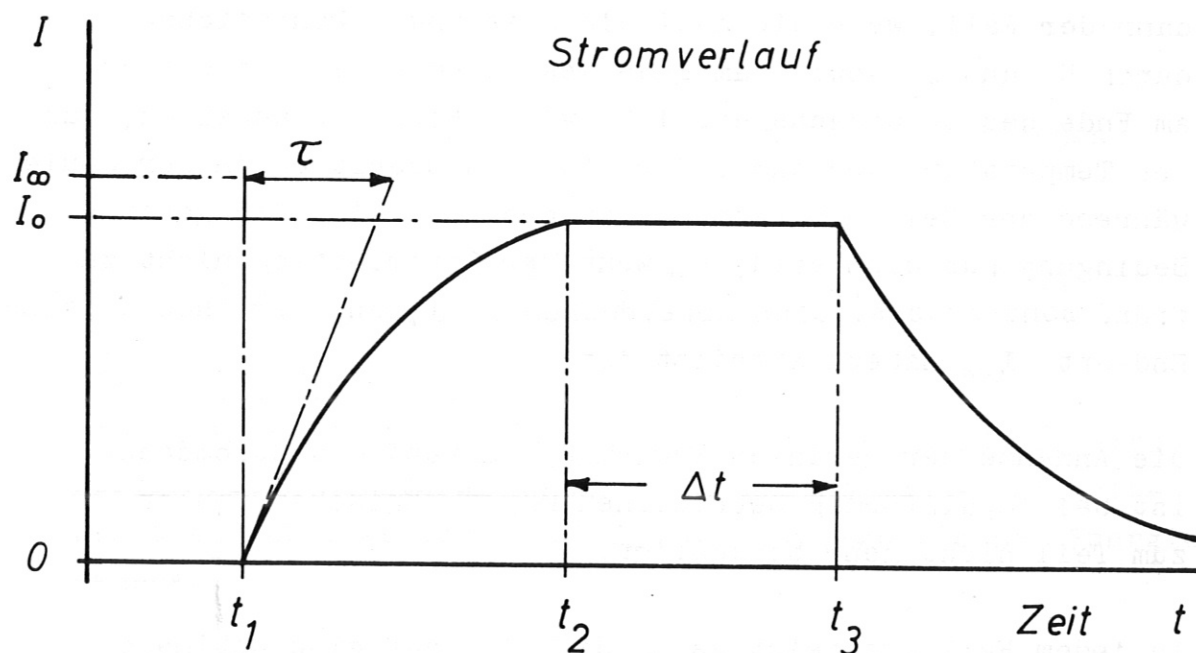


FIG. 1

Andererseits sollte auch gewährleistet sein, daß die maximal verfügbare Leistung auch für den eigentlichen Betriebsbereich nutzbar gemacht werden kann. Das ist sicher dann der Fall, wenn die maximale Leistung, gekennzeichnet durch  $U_0$  und  $I_0$ , sowohl am Ende des Stromanstiegs als auch am Ende des Stromdachs erreicht wird. Wenn wir annehmen, daß der Temperatur- und damit der Widerstandsanstieg in der Spule während der Zeit  $\Delta t$  nicht allzu groß ist, ist die genannte Bedingung nur dann erfüllt, wenn der Stromanstieg nicht zu früh, sondern erst dann abgebrochen wird, wenn der theoretische Endwert  $I_\infty$  nahezu erreicht ist.

Die Annahme der geringen Erwärmung während des Stromdachs ist bei impulsförmig betriebenen kryotechnischen Spulen zum Teil nicht mehr berechtigt.

In jedem Fall erscheint es im Hinblick auf eine optimale Leistungsanpassung geboten, die Bedingung:

$$(2) \quad L \frac{di}{dt}(I_0) + R_{(t_1)} \cdot I_0 = I_0 R_{(t_2)}$$

in etwa einzuhalten.

In Worten: die Summe der induktiven und ohm'schen Spannung zum Zeitpunkt  $t_1$  soll gleich sein der ohm'schen Spannung zum Zeitpunkt  $t_2$ . Mit  $R_{(t_1)}$  und  $R_{(t_2)}$  seien die entsprechenden Werte des Gesamtwiderstandes bezeichnet.

Diese Überlegungen haben nur Sinn für den Fall, daß genügend Energie zur Verfügung steht.

Die Energiebilanz des Impulses enthält:

1) die ohm'sche Energie während des Stromanstiegs:

$$(3) \quad \int_{t_1}^{t_2} R \cdot i^2 dt = R I_\infty^2 \left[ t_2 - t_1 - \frac{3}{2} \tau + \frac{\tau}{2} \left( 4 e^{-\frac{(t_2-t_1)}{\tau}} - e^{-\frac{2(t_2-t_1)}{\tau}} \right) \right]$$

2) die magnetische Energie am Ende des Stromanstiegs

$$(4) \quad E_m = \frac{1}{2} L I_0^2$$

3) die ohm'sche Verlustenergie während des Stromdaches

$$(5) \quad E_{(t_2 \rightarrow t_3)} = R I_0^2 (t_3 - t_2) ; \text{ für } R = \text{koustant.}$$

Die ohm'sche Verlustenergie während des Stromabfalls wird, sofern die Generatorspannung - wie angenommen - zum Zeitpunkt  $t_3$  auf 0 abgesenkt wird, von der magnetischen Energie gedeckt.

$$(6) \quad E_{(t_3 \rightarrow \infty)} = E_m$$

Das Verhältnis der ohm'schen Verlustenergie während des Stromanstiegs (3) zur maximalen magnetischen Energie (4) läßt sich direkt als Funktion der Dauer des Stromanstiegs berechnen.

$$\text{Das Verhältnis} \quad \frac{\int_{t_1}^{t_2} R i^2 dt}{E_m} = \frac{2 \frac{t_A}{\tau} - 3 + 4 e^{-\frac{t_A}{\tau}} - e^{-2 \frac{t_A}{\tau}}}{(1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}})^2}$$

ist in Fig. 2 in Abhängigkeit vom Verhältnis der Anstiegszeit zur Zeitkonstante:  $(t_2 - t_1) / \tau$  dargestellt ( $t_2 - t_1 = t_A$ ).

Demnach ist die ohm'sche Verlustenergie während des Anstiegs etwa 2 x so groß wie die gespeicherte magnetische Energie, wenn der Stromanstieg nach einer Dauer von  $2\tau$  abgebrochen und in den konstanten Stromteil übergeführt wird.

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{R \cdot i^2 \cdot dt}{E_m} = \frac{\text{ohm'sche Verlustenergie beim Stromanstieg}}{\text{magnetische Energie}}$$

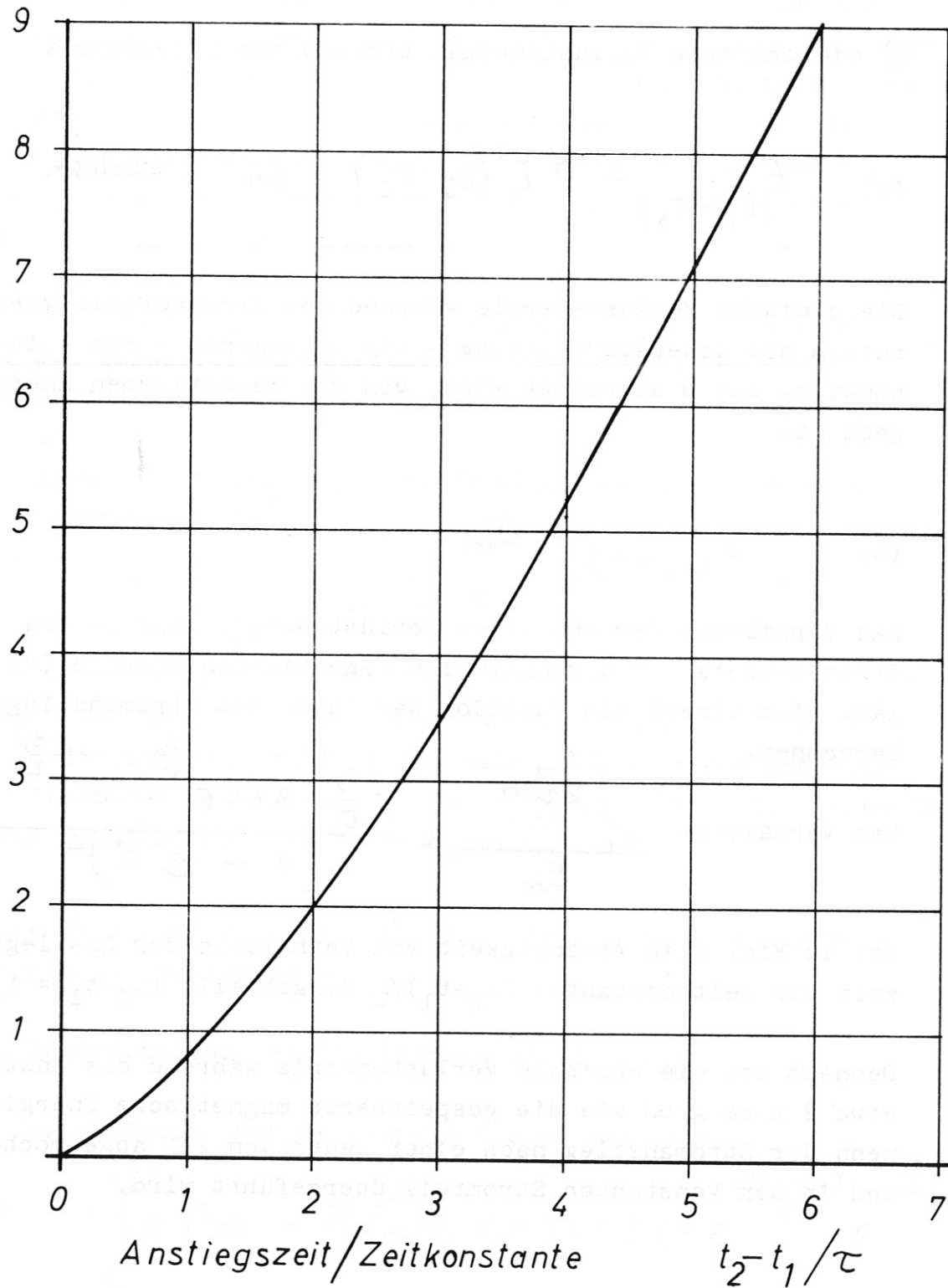


FIG. 2

Die der Stromquelle insgesamt entnommene Energie ist somit

$$(7) \quad E = \int_{t_1}^{t_2} R i^2 dt + \frac{1}{2} L I_0^2 + R I_0^2 \Delta t$$

Der Anteil der ohm'schen Energie während des Stromanstiegs wird umso größer, je größer die Zeitkonstante des Entladungskreises im Vergleich zu  $\Delta t$  wird.

Die Zeitkonstanten der derzeit üblichen Magnetfeldkonfigurationen können zum Teil ebenso groß oder sogar größer sein als die gewünschte Betriebsdauer. Hier sei zunächst auf einen im IPP entwickelten linearen Magnet verwiesen, bei dem die Pulsform im wesentlichen von der Zeitkonstante des Kreises bestimmt wird <sup>9)</sup>.

## 2.2 Lineares homogenes Magnetfeld

Die einfachste im Bereich der Plasmaphysik übliche Konfiguration ist die eines homogenen zylindrischen Magnetfeldes. Anhand dieser einfachen Geometrie lassen sich die wichtigsten Optimierungsgrundsätze erläutern.

Es sei an dieser Stelle darauf verwiesen, daß die Optimierung von Hochfeldmagneten, die lediglich der Erzeugung eines möglichst hohen, aber inhomogenen Magnetfeldes dienen, Gegenstand zahlreicher Erfindungen und Publikationen ist.

Eine zusammenfassende Darstellung aller damit zusammenhängenden Ergebnisse wurde von D. B. Montgomery <sup>10)</sup> gegeben.

In unserem Fall sei die im Hinblick auf Leistung und Energie optimale Spulengeometrie zur Erzeugung eines homogenen zylindrischen **Feldes** zu ermitteln. Wir gehen hierbei von den in Fig. 3 gezeigten Spulendimensionen aus:



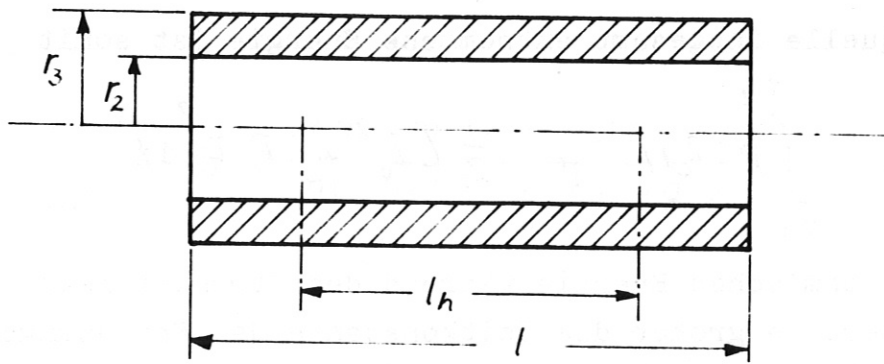


Fig. 3

Der Innenradius der Wicklung sei mit  $r_2$ , der Außenradius mit  $r_3$ , die Länge mit  $l$  und die Länge des homogenen Feldes mit  $l_h$  bezeichnet. (Die Indizes werden mit Rücksicht auf die später behandelte toroidale Spulengeometrie gewählt).

Die Homogenität des Feldes ist durch eine Toleranzangabe zu definieren. Betrachtet man einen halb unendlich ausgedehnten zylindrischen Stromleiter, ergibt sich am Ende der Spule, gekennzeichnet durch  $z = 0$ , eine Absenkung der Feldstärke auf 50 % des Wertes im homogenen Bereich weit innerhalb der Spule. Der Verlauf der Feldstärke vom Rand aus zum Spuleneninneren ist in Fig. 4 dargestellt <sup>11)</sup>, und zwar für die Parameter  $r/r_0 = 0; 0,5; 0,9$ , wobei  $r_0$  der Radius des stromführenden dünnen Zylinders sei. Demnach weicht die Feldstärke bei einem Abstand vom Spulenrand:  $z/r_0 = 2$  nur noch um ca. 5 % vom homogenen Wert ab.

Aus dieser Betrachtung kann nun umgekehrt die notwendige Länge einer Spule bestimmt werden, deren homogene Feldzone vorgegeben ist. Dabei wird vorausgesetzt, daß es sich um eine Spule mit konstanter, gleichförmiger Strombelegung pro Längeneinheit handelt.

Zahlreiche Berechnungen haben gezeigt, daß diese Überlegungen auch auf dicke Spulen ( $r_3, r_2$ ) zu übertragen sind, wenn für  $r_0$  (des dünnen Stromzylinders) der Wert des mittleren Wicklungsradius  $\frac{r_3 + r_2}{2}$  eingesetzt wird. Die Abweichungen vom Feldverlauf des dünnen Stromzylinders sind unter dieser Annahme auch bei großer radialer Wicklungsdicke in der Umgebung der Spulenachse sehr gering.

## Halbunendliche Spule

$$\frac{B_z}{B_{hom}}$$

—————  $r = 0$   
 - - - - -  $r = 0.5$   
 - · - · -  $r = 0.9$

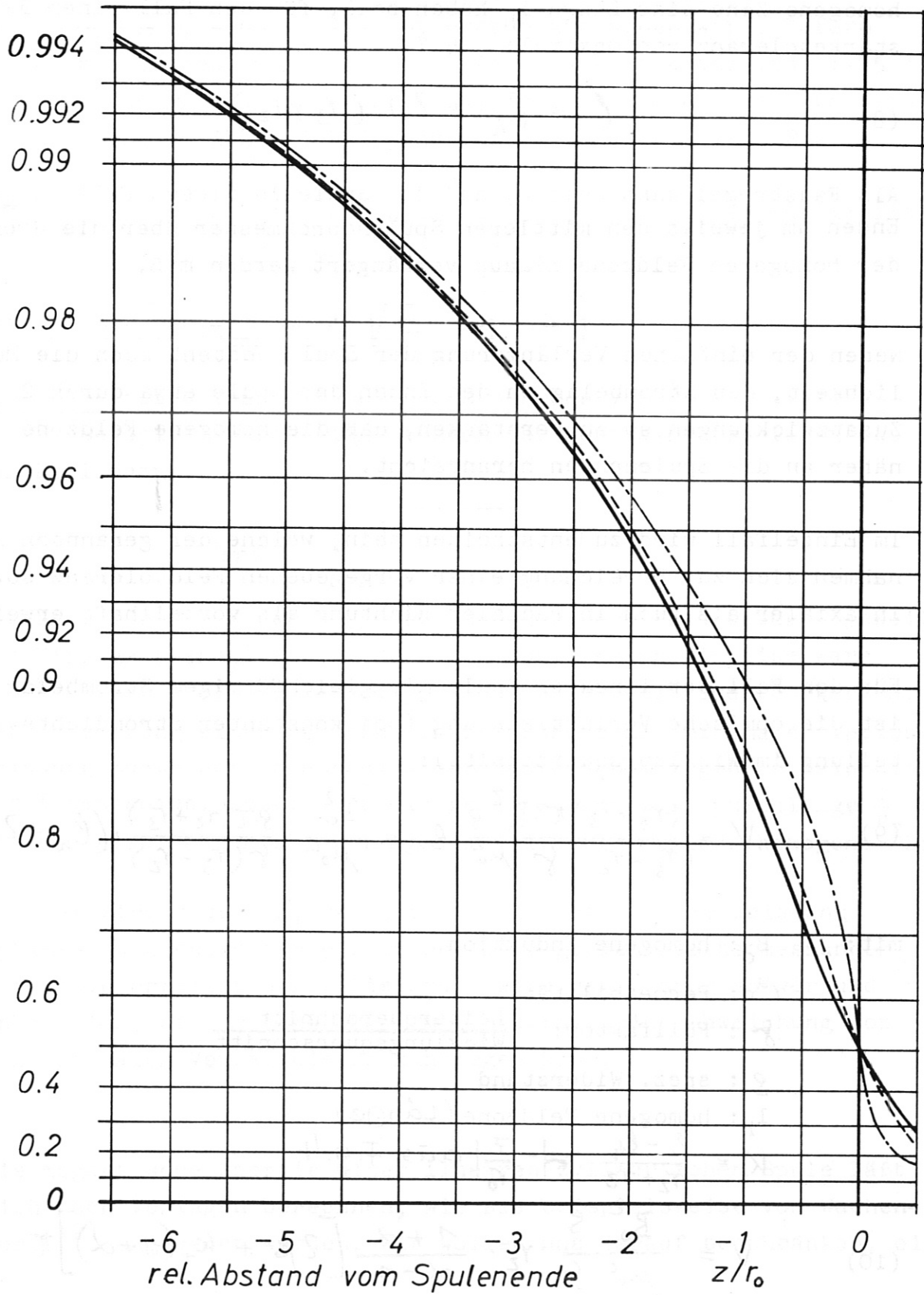


FIG. 4

Demnach ist die notwendige Gesamtlänge einer Spule, deren homogene Zone eine Länge  $l_h$  haben soll, für den Fall einer Feldstärketoleranz von maximal: - 5 %

$$(8) \quad l = l_h + 2,1 \cdot (r_3 + r_2)$$

Als Faustregel kann gelten, daß die Spule in diesem Fall an beiden Enden um jeweils den mittleren Spulendurchmesser über die Grenze der homogenen Feldzone hinaus verlängert werden muß.

Neben der einfachen Verlängerung der Spule besteht auch die Möglichkeit, den Strombelag an den Enden der Spule etwa durch 2 Zusatzwicklungen so zu verstärken, daß die homogene Feldzone näher an die Spulenden heranreicht.

Im Einzelfall wird zu entscheiden sein, welche der genannten Maßnahmen sich zur Erreichung einer vorgegebenen Feldtoleranz sowohl in axialer als auch in radialer Richtung als vorteilhaft erweisen.

Für den Fall der linearen Spule mit gleichförmigem Strombelag ist die ohm'sche Verlustleistung (bei konstanter Stromdichteverteilung im Wicklungsquerschnitt):

$$(9) \quad V = \frac{(r_2 + r_3) \pi \cdot B_0^2 \cdot g}{(r_3 - r_2) \cdot f \cdot \mu_0^2} \cdot l = \frac{B_0^2}{\mu_0^2} \cdot \frac{g \cdot \pi (r_2 + r_3)}{f (r_3 - r_2)} \cdot (l_h + 2\Delta l)$$

mit:  $B_0$ : homogene Induktion

$\mu_0$ : Permeabilität

$f$ : Füllfaktor:  $\frac{\text{Leiterquerschnitt}}{\text{Wicklungsquerschnitt}}$

$g$ : spez. Widerstand

$l_h$ : homogene Feldzone (Länge)

$$K_1 = \frac{l - l_h}{r_2 + r_3} = \frac{z}{r_0} \text{ aus Fig. 4}$$

$$(10) \quad V = \frac{B_0^2 \cdot g}{\mu_0^2 \cdot f} \cdot r_2 \cdot \underbrace{\frac{1 + \alpha}{\alpha - 1} [2\beta + K_1(1 + \alpha)]}_{C} \pi$$

C

Die Verlustleistung ist somit eine Funktion von  $r_3/r_2 = \alpha$  und  $l_h/2r_2 = \beta$ , wenn  $r_2$  als vorgegeben angesehen wird. Sofern wir  $k_1 = 1$  setzen, was etwa einer Feldstärketoleranz von 0:-15 % im "homogenen" Bereich  $l_h$  entspricht, läßt sich die benötigte Verlustleistung in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\beta$  angeben; siehe Fig. 5.  $C \sim V$  siehe (10).

Nach Gl. (10) ergeben sich optimale Spulendimensionen für minimale Verlustleistungen aus der Beziehung:

$$(11) \quad \alpha_{opt} = 2 \sqrt{\frac{\beta}{k_1} + 1} + 1$$

Für eine Feldtoleranz im homogenen Bereich von 0:-15 % (siehe obiges Beispiel) würde sich demnach der optimale Wert für  $\alpha$  aus der Beziehung

$$(12) \quad \alpha_{opt} = 2 \sqrt{\beta + 1} + 1$$

ergeben. Für die Werte  $\alpha_{opt}$  erreicht der Geometriefaktor  $C$  jeweils ein Minimum (wenn  $\beta$  fest vorgegeben ist). Beispielsweise wäre für  $\beta = 1$  der optimale Wert  $\alpha_{opt}(15\%) = 3,83$ . Mit anderen Worten: Zur Erreichung einer gewünschten Feldstärke mit minimaler Verlustleistung müßte der Außenradius der Spule 3,83mal größer sein als der Innenradius. Dabei wäre die gesamte relative Spulenlänge  $\frac{l}{r_2} = 6,83$ , also mehr als 3 x länger als die eigentliche homogene Zone.

Hierbei wird deutlich, daß die im Hinblick auf die Leistung optimale Spulengeometrie erst bei sehr großen Außenabmessungen der Spule erreicht wird. Die Spule wird damit sehr schwer und unhandlich, ein Umstand, der im Einzelfall eine Abweichung von den optimalen Verhältnissen nahelegen kann.

Die magnetische Energie einer linearen zylindrischen Spule läßt sich nach Vorlagen berechnen, wie sie beispielsweise von Wachendorf <sup>12)</sup> angegeben wurden. Wir wollen uns darauf beschränken, eine

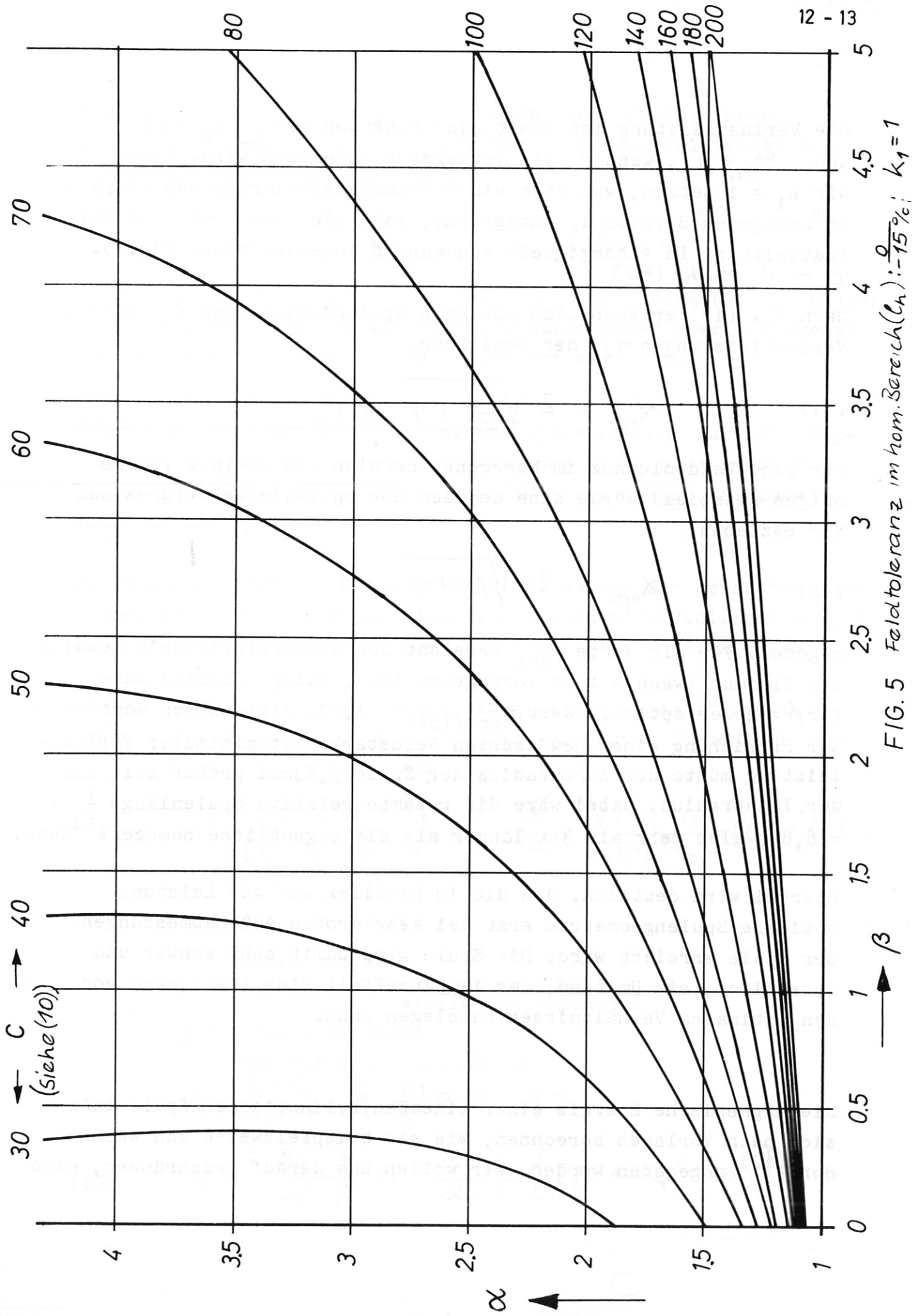


FIG. 5 Feldtoleranz im hom. Bereich ( $C_h$ ):  $0$  -  $15\%$ ;  $k_1 = 1$

Näherung für lange homogene Spulen anzugeben. Bei langen Spulen ( $l \gg r_2$ ) gilt in Näherung für das Feld im freien Innenraum der Spule:

$$(13) \quad E_1 = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \cdot r_2^2 \pi \cdot l$$

und für das Feld innerhalb der Wicklung: ( $r_2 \leq r \leq r_3$ )

$$(14) \quad E_2 = \frac{1}{2\mu_0} \int_{r_2}^{r_3} B(r)^2 \cdot 2r\pi \cdot l \cdot dr$$

(15) mit  $B(r) = B_0 \cdot \frac{r_3 - r}{r_3 - r_2}$  (linearer Feldabfall in radialer Richtung bei  $j(r) = \text{konst.}$ )

wird die Gesamtenergie in der Spule

$$(16) \quad E = E_1 + E_2 = \frac{B_0^2}{2\mu_0} \cdot l \cdot r_2^2 \pi \left[ \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\alpha + \frac{1}{6}\alpha^4}{(1-\alpha)^2} \right]$$

Für dünne Spulen, d.h. für kleine  $\alpha$ -Werte, nähert sich der in rechteckigen Klammern stehende Ausdruck dem Wert:

$$(17) \quad [\dots] \approx \left( \frac{2 + \alpha}{3} \right)^2$$

Dieser besagt, daß die magnetische Energie der Spule mit einem effektiven Radius berechnet werden kann, der sich aus dem Innenradius plus einem Drittel der Wicklungshöhe der Spule ergibt.

Diese Näherung gilt für dicke Spulen, d.h. wenn die Wicklungshöhe etwa die Größe des Innenradius erreicht oder größer wird, nicht mehr.

Das Verhältnis aus magnetischer Energie und ohm'scher Verlustleistung ergibt die Eigenzeitkonstante der Spule. Für eine lange Spule gilt:

$$(18) \quad \tau_s = \frac{E}{V} \approx \frac{\mu_0 f \cdot r_2^2}{\rho} \left[ \frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\alpha + \frac{7}{6}\alpha^4}{2(\alpha^2 - 1)} \right]$$

Bei Berechnung der Verlustleistung spielt es bei gleichem Füllfaktor keine Rolle, ob die Wicklung aus vielen oder wenigen Windungen besteht. Ebenso ist die magnetische Energie von der Windungszahl unabhängig. Deshalb ist auch bei der Berechnung der Zeitkonstante die Zahl der Windungen, aus denen die Spule aufgebaut ist, uninteressant. Gleichzeitig hat die Länge der Spule (unter der obigen Voraussetzung, daß es sich jeweils um lange Spulen handelt) keinen Einfluß auf die Zeitkonstante. Sie ist, abgesehen von  $\mu_0$ ,  $f$  und  $\rho$  lediglich eine Funktion des Radius  $r_2$  und des Radienverhältnisses  $\alpha$ .

Die in eckiger Klammer stehende Funktion von  $\alpha$  ist in Fig. 6 dargestellt.

Beispiel:

Eine Spule mit einem Innenradius von 20 cm, die bei Raumtemperatur betrieben wird und deren Außenradius 40 cm ist, hat demnach eine Zeitkonstante von:  $\tau_s = 0,54$  s.

Würde die Spule auf eine Temperatur von fl.  $N_2$ : ( $T = 78^\circ$  K) abgekühlt, dann würde sich die Zeitkonstante entsprechend der Verringerung des spez. Widerstandes auf ca. 3,2 s erhöhen.

Hieraus wird deutlich, daß bei kurzzeitig bzw. impulsförmig betriebenen Spulen die von der Spule vorgegebene Stromanstiegszeit eine erhebliche Rolle spielen kann.

Es sei hier noch einmal daran erinnert, daß die Berechnung der Zeitkonstante nach der obigen Formel nur für den Fall langer Spulen mit guter Näherung möglich ist. Für relativ kurze Spulen nimmt die wirkliche Zeitkonstante niedrigere Werte an, als sie sich aus der genannten Gleichung ergeben würden.

$$\frac{1/3 + 2/3 \cdot \alpha + 1/6 \cdot \alpha^4}{2(\alpha^2 - 1)}$$

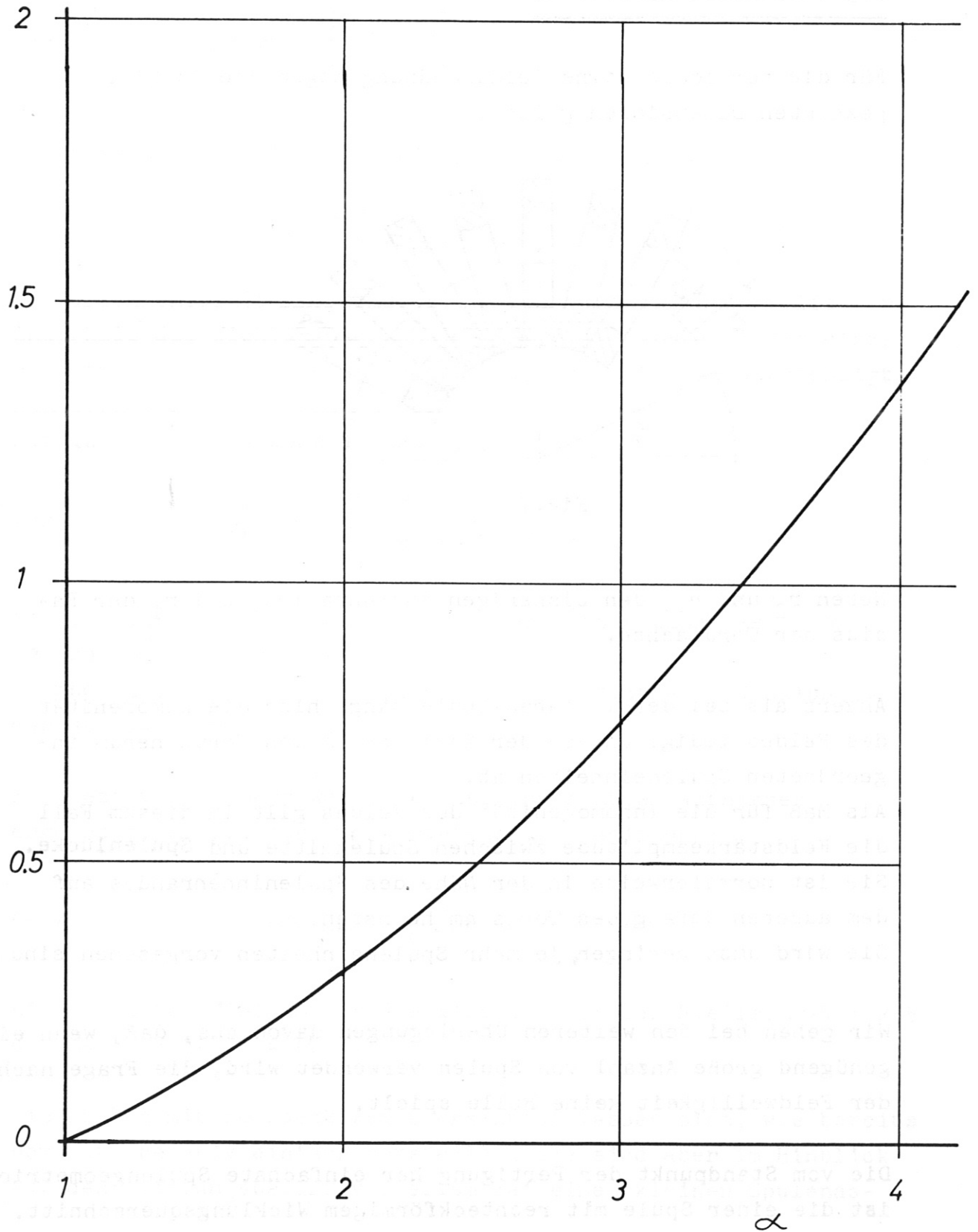


FIG. 6



### 2.3 Toroidales Magnetfeld

Für die toroidale Magnetfeldanordnung mögen die in Fig.7 gezeigten Dimensionen gelten.

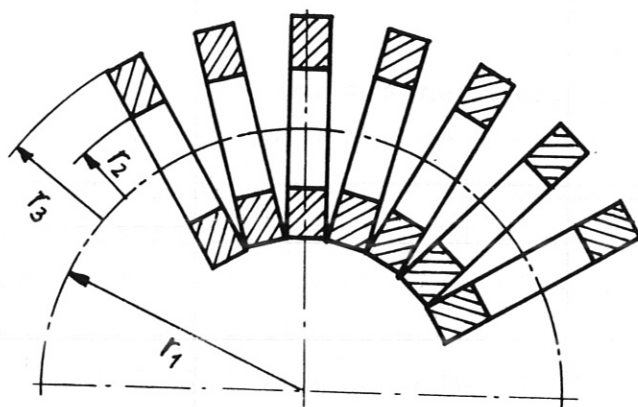


Fig.7

Neben  $r_2$  und  $r_3$ , den bisherigen Spulenzradien, sei  $r_1$  der Radius der Torusachse.

Anders als bei der linearen Spule hängt hier die Homogenität des Feldes lediglich von der Zahl der um den Torus herum angeordneten Spuleneinheiten ab.

Als Maß für die Inhomogenität des Feldes gilt in diesem Fall die Feldstärkeamplitude zwischen Spulenzmitte und **Spulenzlücke**. Sie ist normalerweise in der Nähe des Spulenzinnenrandes auf dem äußeren Umfang des Torus am höchsten.

Sie wird umso geringer, je mehr Spuleneinheiten vorgesehen sind.

Wir gehen bei den weiteren Überlegungen davon aus, daß, wenn eine genügend große Anzahl von Spulen verwendet wird, die Frage nach der Feldwelligkeit keine Rolle spielt.

Die vom Standpunkt der Fertigung her einfachste Spulengeometrie ist die einer Spule mit rechteckförmigem Wicklungsquerschnitt.

Die ohm'sche Verlustleistung für diesen Fall ist: ( siehe Anhang )

$$(19) \quad V = \left(\frac{B_0}{\mu_0}\right)^2 \cdot \frac{S}{f} r_2 \cdot A$$

mit  $\alpha = r_3/r_2$  und  $\delta = r_1/r_2$

Der Füllfaktor  $f$  ist hierbei aus dem Verhältnis

$$f = \frac{\text{Leiterquerschnitt} \times \text{Windungszahl}}{(r_3 - r_2) \cdot (r_1 - r_3) \pi}$$

zu berechnen. Damit sind somit neben dem eigentlichen Füllfaktor innerhalb des Wicklungquerschnitts auch die Abstände der einzelnen Spuleneinheiten an den inneren Spulenkanten berücksichtigt.

Der in (19) enthaltene Geometriefaktor:

$$(20) \quad A = \frac{2\pi^2(1+\alpha)\delta}{(\alpha-1)(1-\alpha/\delta)}$$

ist in Fig. 8 in Form von A=konst Linien in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\delta$  dargestellt.

Hierbei ist wiederum eine konstante Stromdichte im Wicklungsquerschnitt vorausgesetzt.

Für fest vorgegebene Werte des Spulenaspektverhältnisses ergeben sich optimale  $\alpha$  Werte aus der Beziehung:

$$(21) \quad \alpha_{opt} = \sqrt{2 + 2\delta} - 1$$

Ein absolutes Minimum für A ergibt sich an der Stelle:  $\alpha = 2,5$  und  $\delta = 5$  ( $A_{min} = 460$ ).

Die Spulen mit rechteckigem Querschnitt lassen sich, wie bereits bemerkt, relativ einfach herstellen, sie sind aber im Hinblick auf den Leistungsbedarf vor allem bei einem kleinen Spulenas-

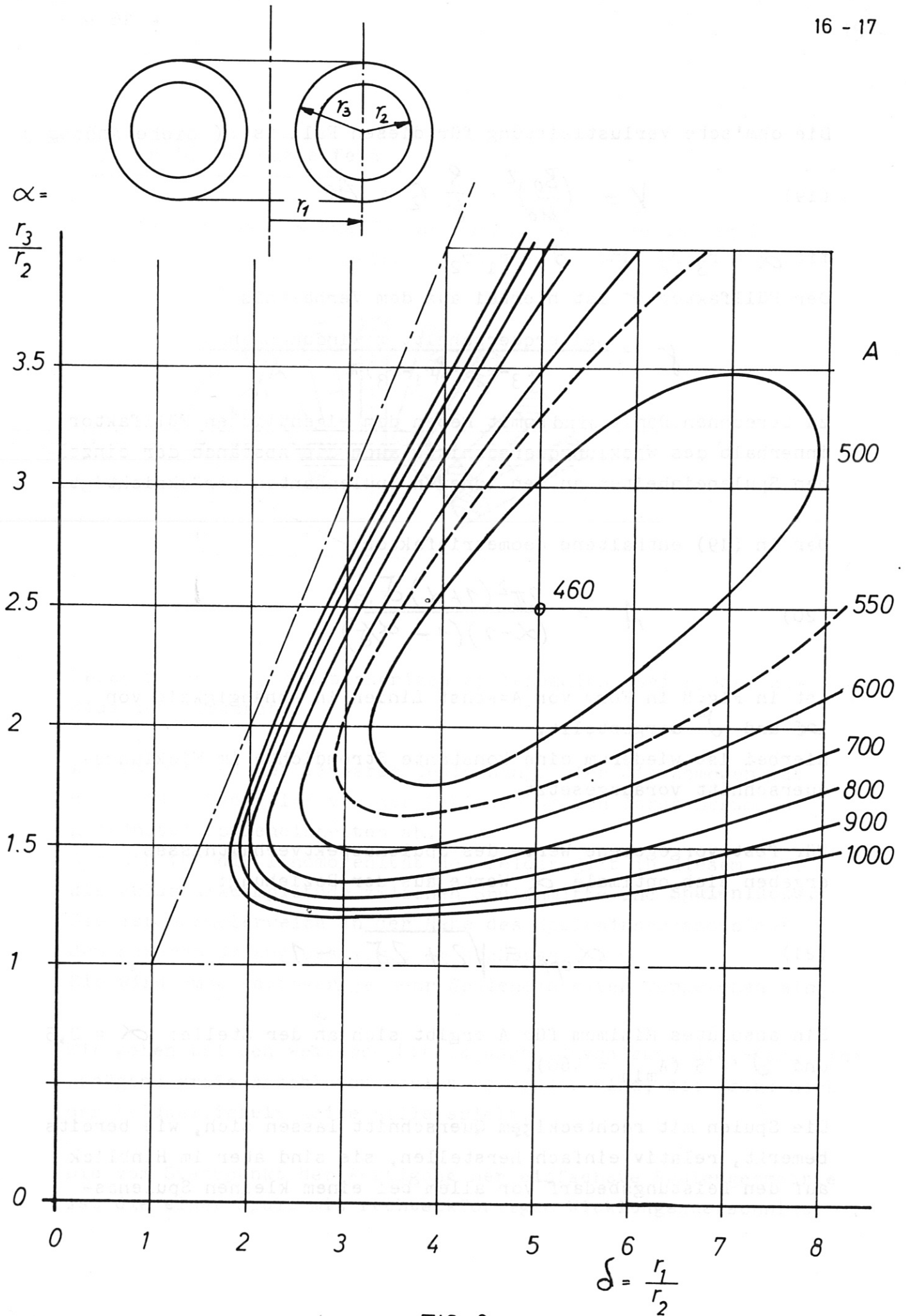


FIG. 8

pektverhältnis keineswegs optimal.

Eine gegebenenfalls erhebliche Reduktion der benötigten Verlustleistung läßt sich durch die Verwendung konischer Spulen erreichen, wie sie schematisch in Fig.9 gezeigt sind.

D.B.Montgomery hat kürzlich gezeigt, daß Spulen dieser Art mit Vorteil für ein Tokamak-Experiment verwendet werden können.<sup>13)</sup>

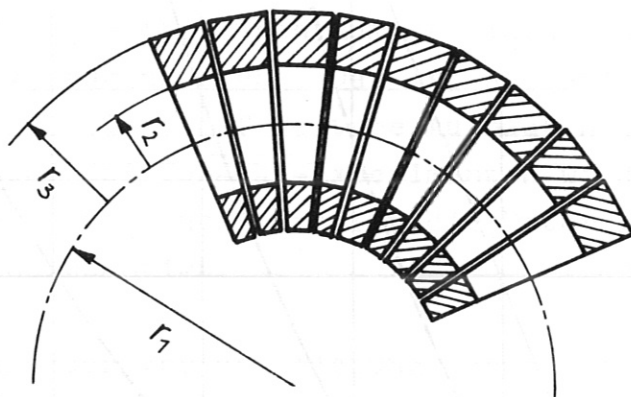


Fig.9

Für diese Spulenform kann die Verlustleistung wiederum nach (19) berechnet werden, wobei aber der Geometriefaktor für den Fall konstanter Stromdichte über dem Wicklungsquerschnitt wie folgt zu berechnen ist (siehe Anhang):

$$(22) \quad A = \frac{2\pi^2(1+\alpha)\mathcal{J}^2}{(\alpha-1)\sqrt{\mathcal{J}^2 - \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2}}$$

In Fig.10 sind wiederum die A=konst. Linien in Abhängigkeit von  $\alpha$  und  $\mathcal{J}$  dargestellt.

Aus diesem Diagramm ist zu ersehen, daß für fest vorgegebene Werte von  $\mathcal{J}$  die minimale Verlustleistung jeweils für:

$$(23) \quad \alpha = \mathcal{J}$$

zu erhalten ist.

Das absolute Minimum für A liegt bei  $\alpha = \mathcal{J} = 3$  ( $A_{\min} = 159$ )

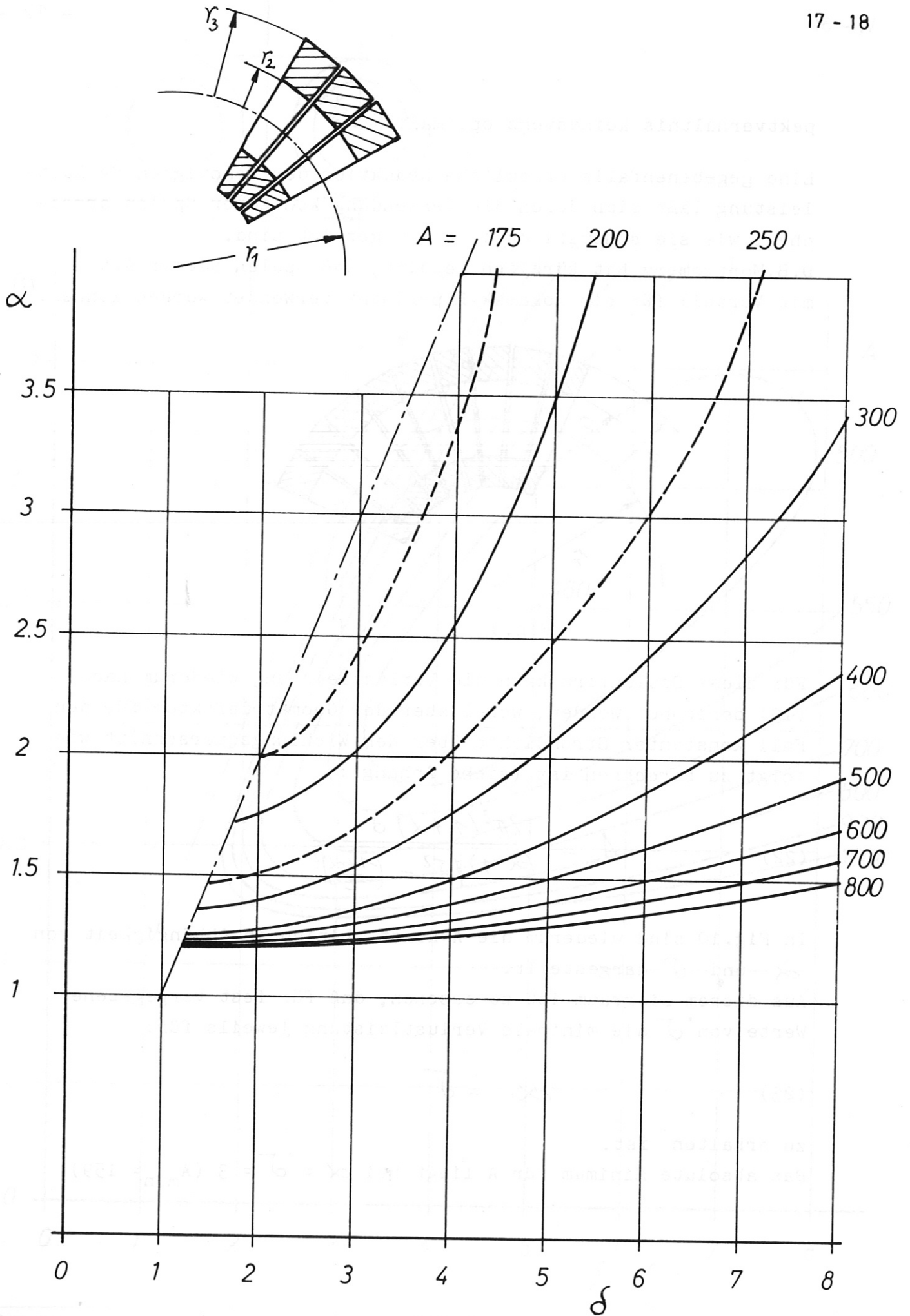


FIG. 10

Der Vergleich der optimalen A-Werte für rechteckige und konische Wicklungsquerschnitte ergibt eine theoretische Reduktion der Verlustleistung von:

$$\frac{A_{\text{kon.}}}{A_{\text{rechteck.}}} = 0,35$$

Wir erhalten die optimalen A Werte im Falle der konischen Spulen dann, wenn der gesamte Innenraum des Torus für die Wicklung der Spulen zur Verfügung steht. Das ist sicherlich in den meisten Fällen mit Rücksicht auf weitere Aufbauten im Toruszentrum nicht gegeben. Bei Tokamak-Experimenten wird beispielsweise ein Teil des Torusinnenraums für die Unterbringung eines Transformator-kerns benötigt.

Die Reduktion der Verlustleistung durch die Verwendung konischer Spulen wirkt sich vor allem im Bereich kleiner Aspektverhältnisse aus. Dies ist ganz besonders bei Tokamak-Experimenten der Fall, bei denen das mögliche Aspektverhältnis durch die Kruskalgrenze limitiert wird.

Für ein Spulen-aspektverhältnis von  $\delta = 2$  würde sich beispielsweise eine Leistungsreduktion um etwa 75 % ergeben. Mit anderen Worten: mit der gleichen Leistung könnte durch die Verwendung konischer Spulen die doppelte Feldstärke gegenüber Spulen mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt erzeugt werden.

Neben den geschilderten zwei, geometrisch verschiedenen Spulenarten lassen sich noch zahlreiche andere Formen denken, mit denen eine optimale Anpassung an vorgegebene Verhältnisse und Bedingungen möglich ist.

Hierzu gehören Spulen mit ungleichförmiger Wicklungshöhe über dem Spulenumfang, solche mit angeschrägten Flanken oder auch Spulen, die eine nicht konstante Stromdichteverteilung im Wicklungsquerschnitt aufweisen, wie es beispielsweise bei scheibenförmigen Windungen, ähnlich denen der Bitter-Spulen, der Fall ist.

Wir beschränken uns bei den weiteren Überlegungen auf die beiden oben genannten Beispiele.

Unter der Annahme einer gleichförmigen und feinstufigen Anordnung der Spulen um den Torusumfang herum wird die Energie des magnetischen Feldes im freien Innenraum der Spulen durch den folgenden Ausdruck beschrieben (siehe Anhang):

$$(24) \quad E_{m(0-r_2)} = \frac{\pi^2}{\mu_0} B_0^2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot 2J^2 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{1}{J^2}} \right)$$

Die Energie des Feldes innerhalb der Wicklung wird durch ein Volumenintegral beschrieben, das im Anhang angegeben ist und für spezielle Fälle numerisch berechnet werden kann.

Wir beschränken uns in Anlehnung an die lineare Spule auf eine Näherung derart, daß der unter (24) genannte Ausdruck auf einen effektiven Spulenradius

angewandt wird.

$$r_m = \frac{2r_2 + r_3}{3}$$

Dies führt zu einer Näherungsbeziehung für die gesamte magnetische Energie :

$$(25) \quad E_m \approx \frac{\pi^2}{\mu_0} B_0^2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot 2J^2 \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{2+\alpha}{3J} \right)^2} \right)$$

Der in runden Klammern stehende Ausdruck kann auch durch

$$(26) \quad ( \dots ) = 1 - \sin \psi, \quad \text{mit } \psi = \arccos \left( \frac{2+\alpha}{3J} \right)$$

ersetzt werden.

Die Gleichung (25) ist nur gültig unter der Annahme, daß die Strombelegung auf dem Torusumfang völlig gleichförmig erfolgt, d.h. daß das Feld auch innerhalb der Wicklung in Umfangsrichtung homogen ist und keine Welligkeit aufweist.

Diese Bedingung ist bei Spulen mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt schwer, im Falle der konischen Spulen jedoch recht einfach zu realisieren.

Es muß daher einschränkend bemerkt werden, daß die obige Formel die untere Grenze der magnetischen Energie beschreibt und daß im Einzelfall die Feldverteilung in Abhängigkeit von der vorgesehenen Spulenaufteilung berechnet werden muß.

Hier sei auf ein Rechenprogramm von R. Pöhlchen <sup>14)</sup> verwiesen, mit dessen Hilfe die exakte Berechnung des Feldverlaufs und auch der Energie von toroidalen Feldern möglich ist.

Die Zeitkonstanten lassen sich näherungsweise aus den Gleichungen (19), (20) und (25) für rechteckige Spulen und aus den Gleichungen (19), (22) und (25) für konische Spulen errechnen :

$$(27) \quad \tau_{\text{rech.}} \approx \frac{\mu_0 \cdot g^2}{g} \cdot r_2^2 \cdot \left[ \frac{\delta^2 (1 - \sin \chi) (\alpha - 1) \left(1 - \frac{\alpha}{\delta}\right)}{1 + \alpha} \right]$$

und

$$(28) \quad \tau_{\text{kon.}} \approx \frac{\mu_0 \cdot g^2}{g} \cdot r_2^2 \cdot \left[ \frac{\delta^2 (1 - \sin \chi) (\alpha - 1) \sqrt{1 - \left(\frac{1 + \alpha}{2\delta}\right)^2}}{1 + \alpha} \right]$$

Die D - Werte sind in Abhängigkeit von  $\alpha$  mit  $\delta$  als Parameter in Fig.11 dargestellt.

D ist der Ausdruck in der eckigen Klammer:  $D = [\dots]$





ZEITKONSTANTE:  $\tau = \frac{\mu_0 \delta}{s} \cdot r_2^2 \cdot D$

Parameter  $\sigma = \frac{r_1}{r_2}$

$D_r, D_k$

—  $D_r$  rechteck. Spulen  
 - - -  $D_k$  konische Spulen

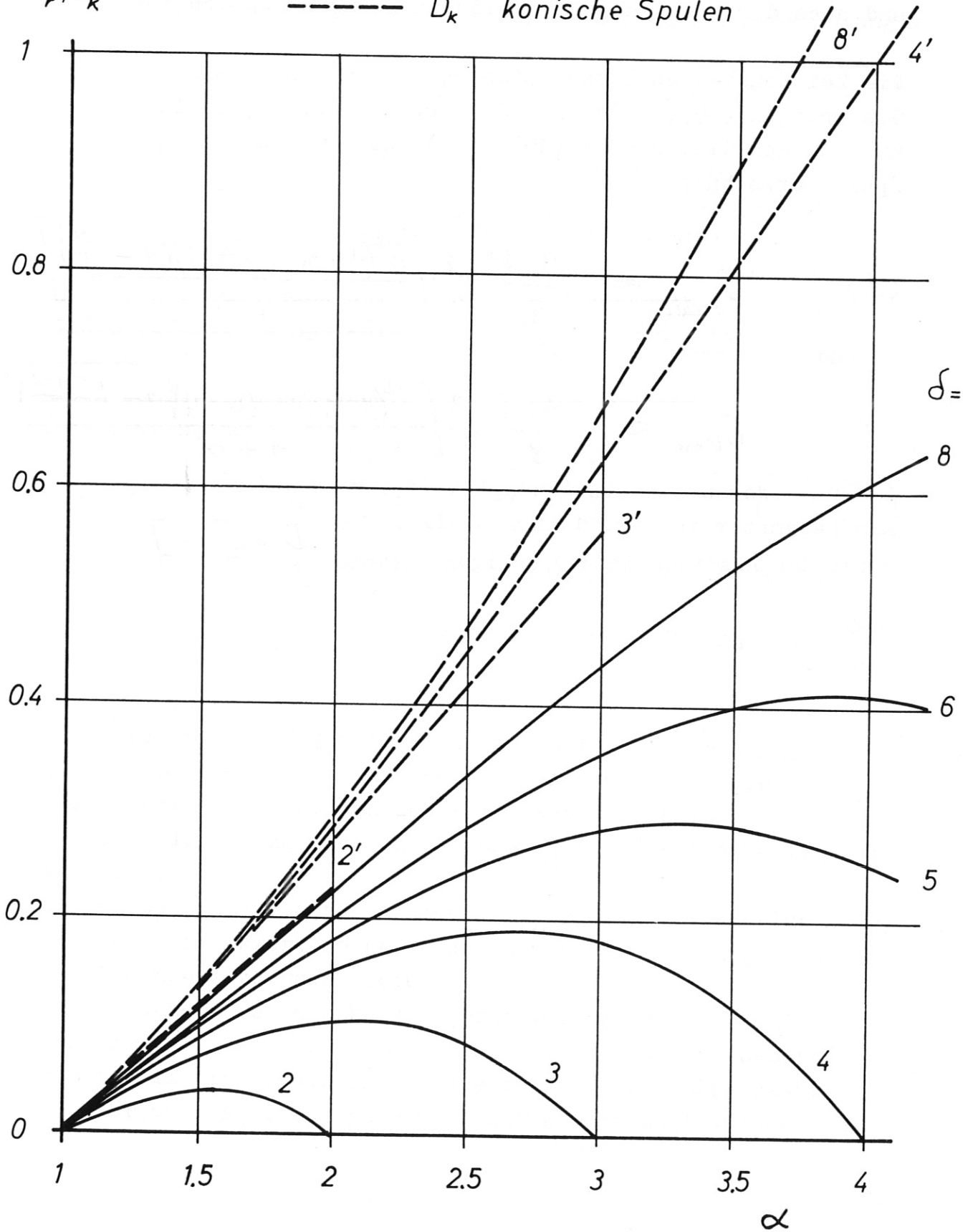


FIG.11

### 3. Kryotechnische Magnete

#### 3.1 allgemeine Überlegungen.

Die ohm'schen Verluste in einer Magnetfeldspule können durch Absenken der Betriebstemperatur evtl. erheblich reduziert werden. Hierbei macht man sich die Tatsache zunutze, daß der el. Widerstand reiner Metalle mit der Temperatur steil abfällt.

Obwohl derartige Magnete zur Kategorie der normalleitenden Magnete zu zählen sind, wollen wir uns in einem eigenen Kapitel mit den wichtigsten Fragen auseinandersetzen und unter verschiedenen Aspekten Überlegungen zur Optimierung kryotechnischer Magnete anstellen.

Insbesondere soll hierbei untersucht werden, wann und unter welchen Bedingungen tiefgekühlte Magnete solchen, die bei Raumtemperatur betrieben werden, und andererseits supraleitenden Magneten überlegen sind. Hierbei wird zwischen Dauerbetrieb und Kurzzeit bzw. Impulsbetrieb zu unterscheiden sein.

Zur Erreichung tiefer Temperaturen stehen übliche Kältemittel, wie Stickstoff, Siedepunkt  $77,3^{\circ}$  K

Neon, "  $27,2^{\circ}$  K

Wasserstoff, "  $20,4^{\circ}$  K

und Helium, "  $4,2^{\circ}$  K,

sowohl im flüssigen wie auch im tiefgekühlten, gasförmigen Zustand zur Verfügung.

Durch geeignete Kühlmaschinen (Refrigeratoren) können beliebige Betriebstemperaturen bzw. Temperaturbereiche realisiert werden, wobei der Leistungsaufwand zur Abkühlung und Abführung der anfallenden Stromwärmeverluste in einer noch zu ermittelnden Weise von der Betriebstemperatur abhängt.

Ein kurzer historischer Rückblick auf die Entwicklung der Magnetfeldtechnik in den vergangenen 15 Jahren läßt erkennen, daß der Bau der ersten kryotechnischen Magnete mit dem Beginn der modernen Hochfeld - Supraleitungstechnik zusammenfiel.

Nachdem die ersten größeren supraleitenden Magnete erfolgreich erprobt waren, schwand allgemein das Interesse an kryotechnischen Magneten, da sich herausstellte, daß supraleitende Magnete bei Dauerbetrieb niedrigere Betriebskosten verursachen als gleichwertige kryotechnische Magnete.

Die Entwicklung fand bereits bei der ersten, Conference on High Magnetic Fields ihren Ausdruck<sup>18)</sup>.

Während somit kryotechnische Magnete für Dauerbetrieb heute kaum mehr in Betracht gezogen werden, sind sie für Kurzzeitbetrieb nach wie vor von Interesse.

Ein kryotechnischer Magnet stellt - zudem, wenn er für Kurzzeitbetrieb vorgesehen ist, - zusammen mit der Stromversorgung und dem Kühlsystem eine heterogene Anlage dar.

Die Optimierung und Dimensionierung hat gleichzeitig nach mehreren Gesichtspunkten zu erfolgen.

Vom Standpunkt der Wirtschaftlichkeit ist mit folgenden Kostenfaktoren zu rechnen:

1. Anlagekosten :

Hierzu zählen gegebenenfalls die Kosten für das hochreine Leitermaterial, vor allem aber die Kosten für die Stromversorgung und für das Kühlsystem, die gegeneinander abgewogen werden müssen.

2. Betriebskosten :

Hierzu gehören die Energiekosten für die ohm'sche Verlustleistung sowie die Stromkosten für das Kühlsystem (Refrigerator) und die Kosten für das Kühlmedium.

Für die Dimensionierung des Systems ist maßgebend, welche Betriebsbedingungen, wie Impulslänge, Impulsfolge, mittlere Betriebszeit, Häufigkeit der Abkühlperioden, verlangt sind. Hinzu kommen Konstruktionsbedingungen, die die Zugänglichkeit zum Magnetfeld, die Übertragung der Kräfte etc. betreffen, und durch die die Art und Weise der Wärmeisolierung (Kryostat) und damit die Höhe der benötigten Kühlleistung bestimmt werden.

Zur Dimensionierung des Magneten kann zunächst die unter 2.2 oder 2.3 beschriebene geometrische Optimierung durchgeführt werden. Gleichzeitig ist aber zu beachten, daß durch das Volumen der Wicklung die zur Abkühlung benötigte Kühlmittelmenge sowie die Größe und Konstruktion des Kryostaten mit bestimmt wird.

Nun kann unter Berücksichtigung der obengenannten Betriebsbedingungen die optimale Arbeitstemperatur ermittelt werden; wobei es sich eigentlich um einen Temperaturbereich handelt, da wir bei kurzzeitig betriebenen Spulen annehmen können, daß sie sich während des Impulses erheblich erwärmen und erst im Pulsintervall allmählich wieder abgekühlt werden.

Das Kühlsystem ist abgesehen vom Abkühlvorgang für diesen Temperaturbereich auszulegen.

Die Optimierung der Spulengeometrie im Hinblick auf minimale Verlustleistung und die Ermittlung der optimalen Betriebstemperatur im Hinblick auf eine minimale Gesamtleistung kann letztlich nicht unabhängig voneinander durchgeführt werden.

Im Folgenden sollen die wichtigsten, allgemein gültigen Berechnungsunterlagen zusammengestellt werden.

### 3.2 Temperaturabhängigkeit des el. Widerstandes und Magnetwiderstand

Die Temperaturabhängigkeit des el. Widerstandes reiner Metalle ist am Beispiel von Kupfer und Aluminium in Fig. 12 gezeigt <sup>15)</sup>.

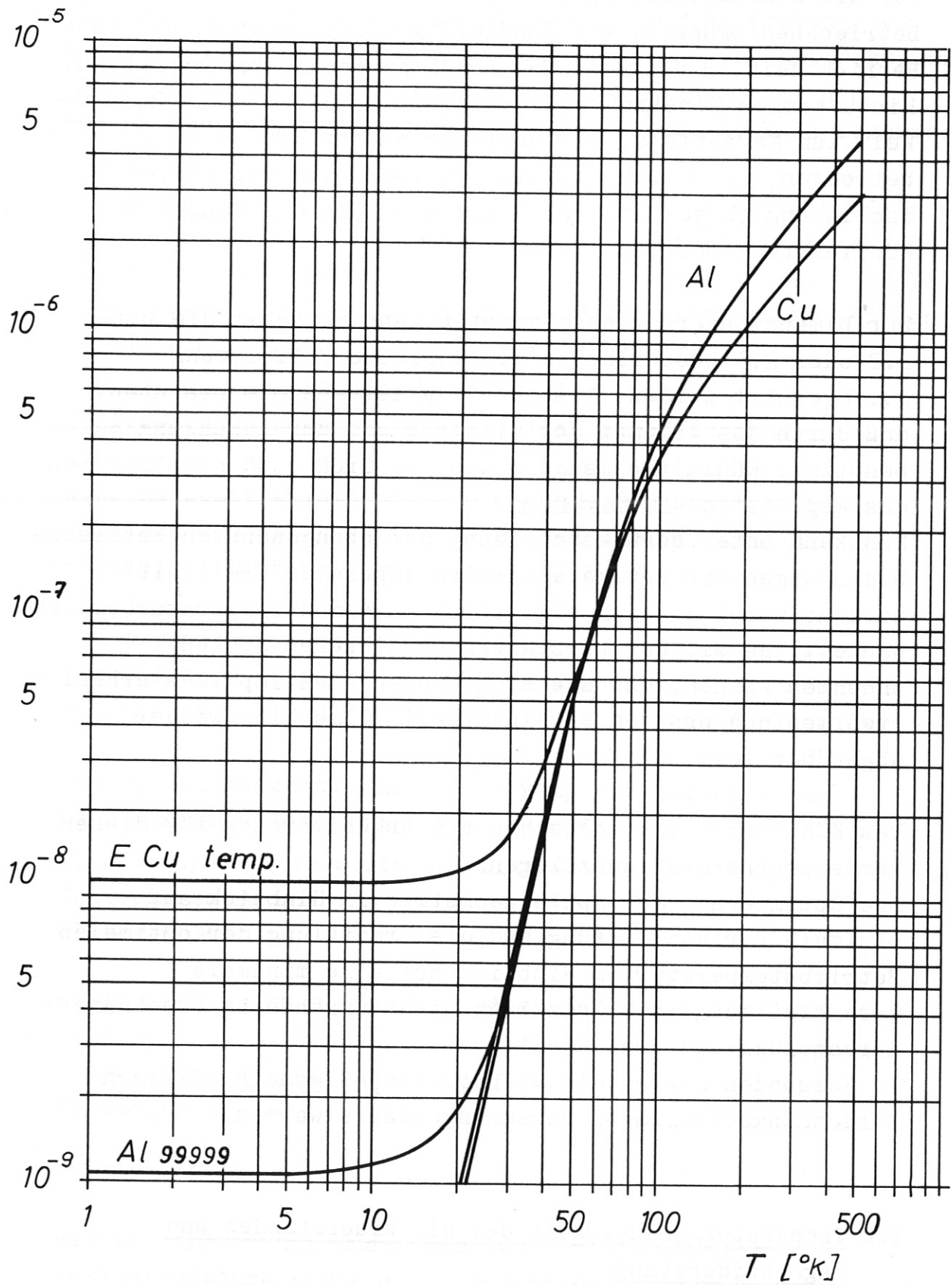


FIG.12

Die theoretische Temperaturabhängigkeit nach Bloch und Grüneisen auf der Basis der Elektron - Phonon - Wechselwirkung in reinen Einkristallen ist durch die beiden rechten Randkurven beschrieben.

Auf Grund von Verunreinigungen ergibt sich ein additiver Beitrag, der sich vor allem im Bereich tiefer Temperaturen bemerkbar macht und zu einem endlichen Restwiderstandsverhältnis führt (das wir als Widerstandsverhältnis zwischen Raumtemperatur und fl. He - Temperatur definieren wollen).

In Fig.12 ist neben der Bloch - Grüneisen-Kurve auch der Widerstandsverlauf eines getemperten Elektro - Kupfers mit einem Restwiderstandsverhältnis von 150 sowie eines Aluminiumleiters mit einer Reinheit von 99,999% und einem Restwiderstandsverhältnis von etwa 2300 angegeben.

Im Falle von el. Leitern für Magnetspulen ist im Bereich tiefer Temperaturen außerdem mit einem Magnetwiderstand zu rechnen, der ebenfalls additiv zu den beiden obengenannten Widerstandswerten hinzuzuzählen ist.

Der spez. Gesamtwiderstand ist somit

$$(29) \quad \rho_{\text{ges}} = \rho_T(T) + \rho_i + \rho_B(B)$$

In Fig.12a ist der Magnetwiderstand von Kupfer und Aluminium in Form eines " Kohler - Diagramms " dargestellt <sup>16), 17)</sup>.

Hierbei ist  $\Delta \rho$  die Widerstandserhöhung beim Magnetfeld H.

$\rho_T$  ist der spezifische Widerstand bei der Temperatur T ohne Magnetfeld ;

$\rho_0$  der spez. Widerstand bei der Debeye-Temperatur.

Magnetwiderstand (Feld  $\perp$  Strom) nach Lüthi <sup>17)</sup>

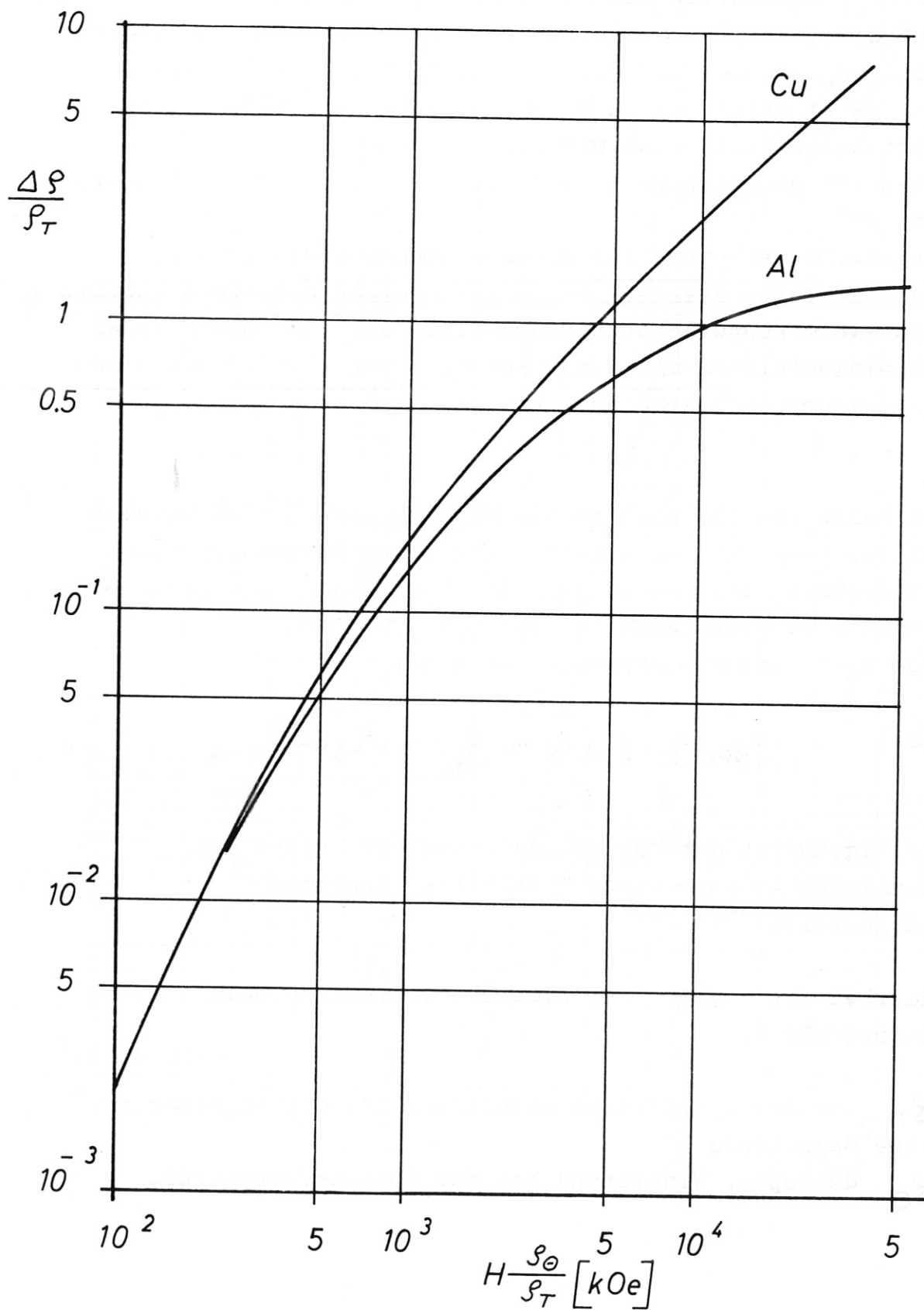


FIG. 12 a

Der Kurvenverlauf macht das günstige Verhalten von Aluminiumleitern gegenüber Kupferleitern deutlich. Der Unterschied wirkt sich vor allem bei sehr tiefen Betriebstemperaturen und gleichzeitigen, hohen Feldstärken aus. Geht man beispielsweise in beiden Fällen von einem spezifischen Widerstand von  $\rho = 10^{-8} \Omega \text{cm}$  (bei einer Temperatur von etwa  $20^\circ \text{K}$ ) aus, dann wird unter dem Einfluss eines transversalen Magnetfeldes von 80 KG der gesamte spez. Widerstand im Falle von Kupfer

$$\rho_{Cu} = 4,6 \cdot 10^{-8} \Omega \text{cm}$$

und im Falle von Aluminium

$$\rho_{Al} = 2,05 \cdot 10^{-8} \Omega \text{cm}$$

Der Aluminiumwiderstand ist demnach weniger als die Hälfte dessen von Kupfer.

Der Vorzug von Aluminium bei sehr tiefen Betriebstemperaturen wird im übrigen noch dadurch erhöht, daß die Herstellung von Aluminium mit hohem Reinheitsgrad einfacher ist als die von Kupfer. Allerdings muß bei beiden Metallen dabei in Kauf genommen werden, daß sie dann nur eine sehr geringe mechanische Festigkeit aufweisen.

Um Schwierigkeiten hinsichtlich der mechanischen Belastung zu umgehen, kann der Leiter in mechanisch festes Material eingebettet werden, wie es beispielsweise von Arp <sup>8)</sup> vorgeschlagen wurde.

### 3.3 Kühlsystem und Betriebstemperatur

Zur Erreichung und Konstanthaltung der tiefen Betriebstemperatur ist ein Kühlsystem erforderlich, dessen laufende Kosten neben dem Kühlmedium selbst durch den Energieverbrauch gekennzeichnet sind.

Die Kälteleistung eines Refrigerators in Abhängigkeit vom Unterschied der Arbeitstemperatur zur Umgebungs-



temperatur läßt sich aus der Beziehung für den Carnot-Prozess bestimmen.

Die Kälteleistung  $\dot{Q}$  ist für den idealen Carnot-Prozess in folgender Weise von der Antriebsleistung<sup>\*)</sup>  $W_c$  abhängig,

$$(30) \quad W_{c \text{ ideal}} = \dot{Q} \frac{T_u - T}{T} \quad 19) ,$$

wobei  $T_u$  die Umgebungstemperatur und  $T$  die entsprechende Arbeitstemperatur darstellt.

Für den praktischen Fall ist der Wirkungsgrad der konkreten Kältemaschine zu berücksichtigen.

Dieser Wirkungsgrad ist wiederum von der Größe und Bauart der Kältemaschine abhängig. Arp<sup>8)</sup> sowie Storbridge und Chelton<sup>19)</sup> haben den Verlauf des Wirkungsgrades von Wasserstoff- und Helium-Refrigeratoren anhand einer großen Zahl bereits ausgeführter und geplanter Kältemaschinen angegeben.

Demnach erreicht der Wirkungsgrad erst für Kälteleistungen über 1 kW einen maximalen Wert von ca. 15%, während der Wirkungsgrad für eine Kälteleistung von 10 W etwa auf die Hälfte (7%) abfällt. Kurti<sup>20)</sup> hat etwas günstigere Werte genannt. Wir wollen jedoch die pessimistischeren Werte zugrundelegen.

Der Wirkungsgrad von Refrigeratoren für höhere Arbeitstemperaturen ist höher, so daß wir im Mittel mit einer Abhängigkeit der Eingangsleistung zur Kälteleistung rechnen können, wie sie in Fig. 13 dargestellt ist (Umgebungstemperatur 300° K). Dabei ist der ideale Carnot-Prozess durch eine gestrichelte Kurve angedeutet. Die darüberliegenden Kurven geben die Verhältnisse ausgeführter Kältemaschinen mit Kälteleistungen von 10 kW, 1 kW und 0,1 kW wieder.

\*) (Eingangsleistung der Kältemaschine)

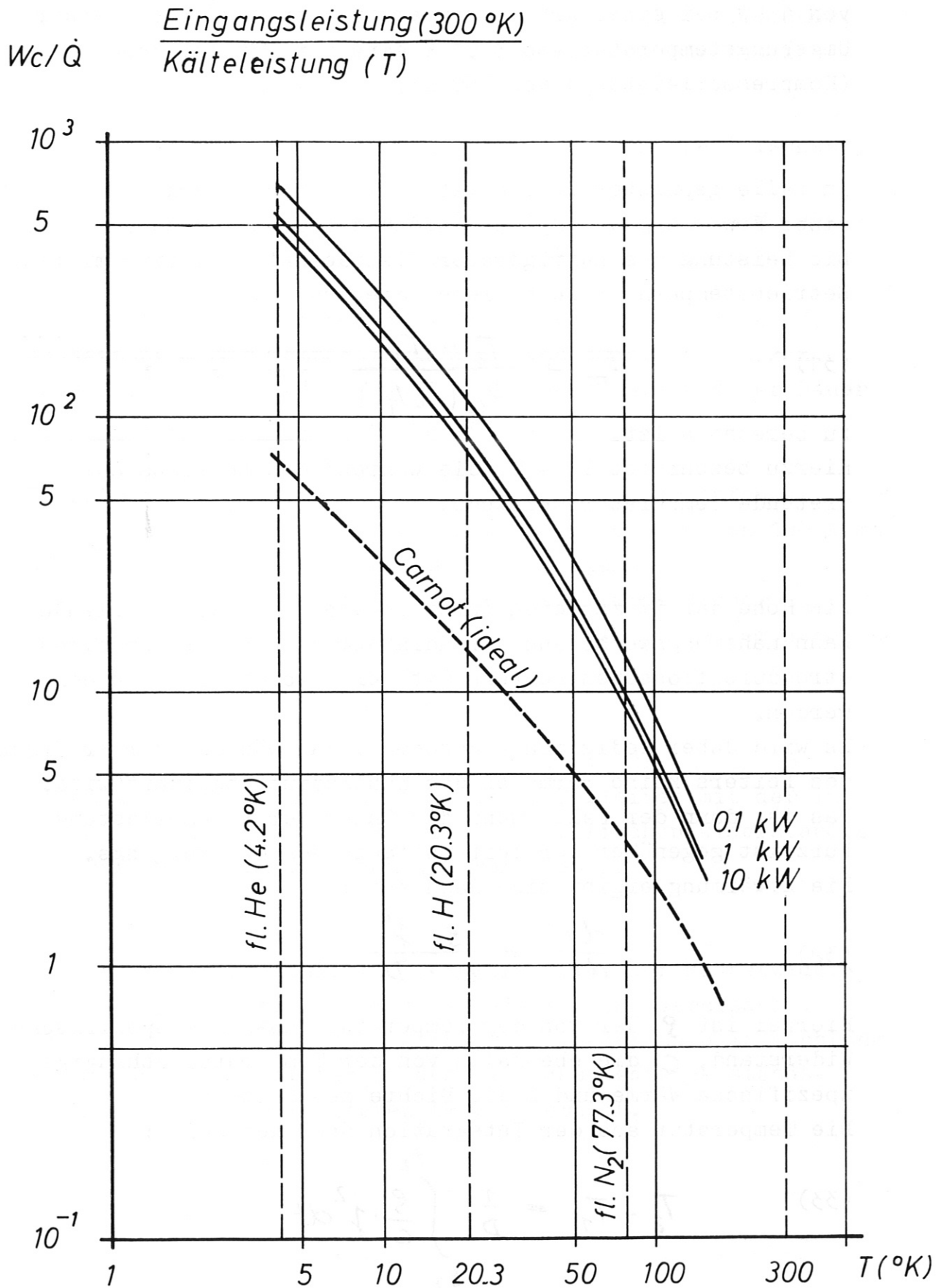


FIG. 13

Demnach benötigt ein Refrigerator für eine Kälteleistung von 1 KW bei einer Arbeitstemperatur von  $4,2^{\circ}$  K und einer Umgebungstemperatur von  $300^{\circ}$  K eine Eingangsleistung (Kompressorleistung) von 550 KW.

Im Falle gepulster Spulen ist - wie schon bemerkt - mit einer Erwärmung der Spule, während des Impulses zu rechnen. Die Leistung des Refrigerators ist deshalb auf eine mittlere Betriebstemperatur zu beziehen die aus

$$(31) \quad T_m = \frac{T_2 - T_1}{\ln(T_2/T_1)} ; \quad T_2 > T_1 \quad 21)$$

zu berechnen ist.

Hierzu beschreibt  $T_2 - T_1$  die während des Betriebs auftretende Temperaturamplitude.

Die Höhe der im Magneten auftretenden Temperaturamplitude kann näherungsweise aus der adiabatischen Erwärmung eines stromdurchflossenen Leiters mit der Stromdichte  $j$  berechnet werden.

Es wird dabei lediglich angenommen, daß während der Erwärmung des Leiters keine Wärme an das Kühlmedium abgeführt wird. Das ist dann der Fall, wenn die Dauer der Strombelastung kurz ist gegenüber der Zeitkonstante des Kühlvorgangs.

Die Erwärmung ergibt sich dann aus :

$$(32) \quad \frac{dT}{dt} = \frac{\rho \cdot j^2}{c \cdot D}$$

Hierbei ist  $\rho$  der von der Temperatur abhängige spezifische Widerstand,  $c$  die ebenfalls von der Temperatur abhängige spezifische Wärme und  $D$  die Dichte des Leiters.

Die Temperatur aus der Integration über der Zeit :

$$(33) \quad T_2 - T_1 = \frac{1}{D} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\rho}{c} \cdot j^2 dt$$

Ersetzen wir  $j(t)$  entsprechend der Pulsform durch eine konstante Stromdichte über einer äquivalenten Impulsdauer, dann läßt sich der Temperaturanstieg aus der Integration des Verhältnisses  $\frac{\rho}{c}$  ermitteln.

Für das Beispiel eines Kupferleiters mit dem spezifischen Widerstand und der spez. Wärme gemäß Fig.14 wurde die Integration für verschiedene Stromdichtewerte durchgeführt. Das Ergebnis ist in Fig.15 dargestellt.

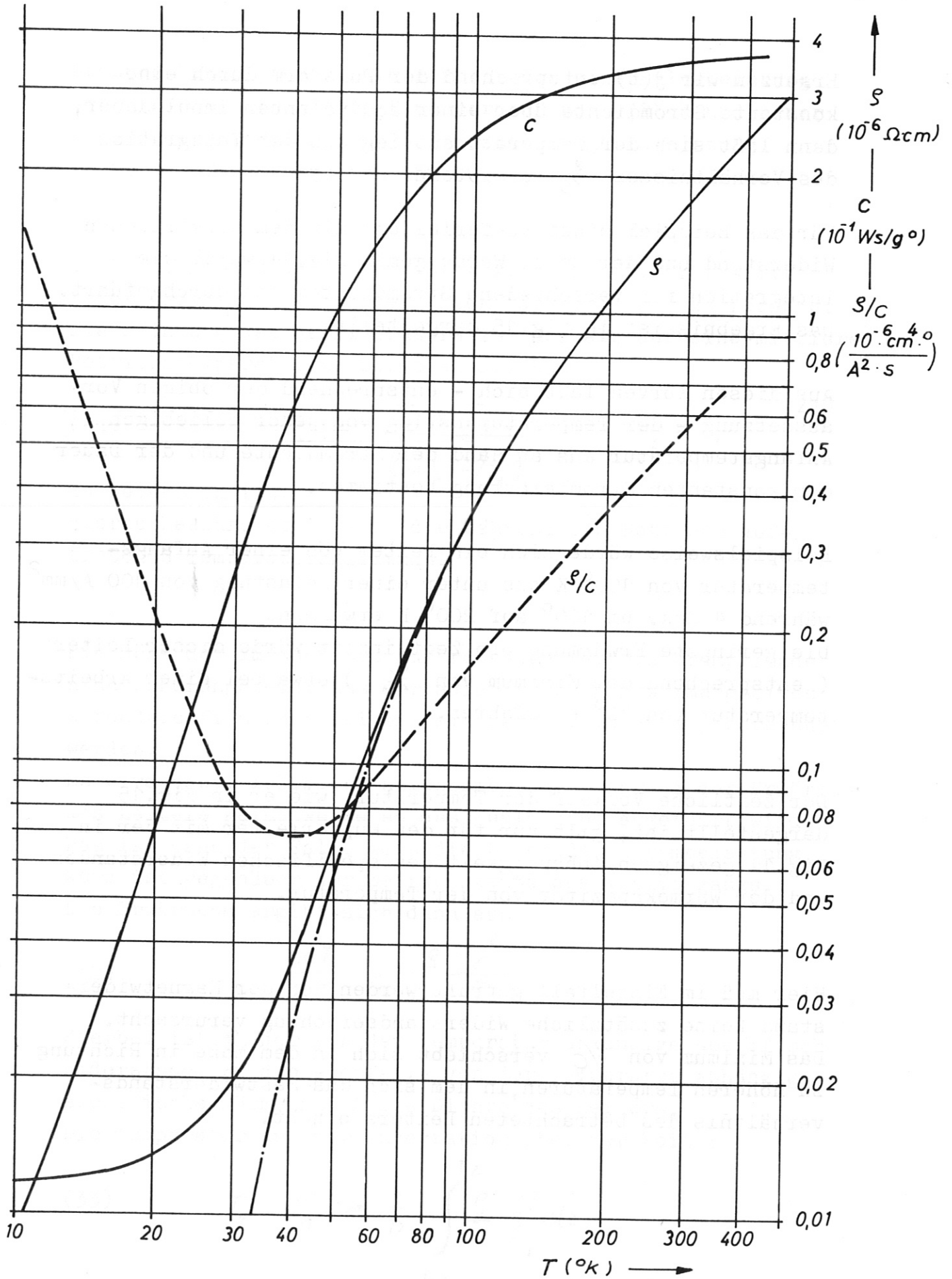
Aus diesen Kurven läßt sich - entsprechend der obigen Voraussetzung - der Temperaturanstieg von jeder beliebigen Anfangstemperatur aus an Hand der Stromdichte und der Dauer der konstanten Strombelastung bestimmen.

Beispielsweise würde sich ein Leiter von einer Anfangstemperatur von  $100^{\circ}$  K aus unter einer Belastung von  $100 \text{ A/mm}^2$  während 4 Sek. um  $100^{\circ}$  auf  $200^{\circ}$  K erwärmen.

Die geringste Erwärmung pro Zeiteinheit würde dieser Leiter (entsprechend dem Minimum von  $\frac{\rho}{c}$ ) etwa bei einer Arbeitstemperatur von  $40^{\circ}$  K erfahren.

Der zeitliche Verlauf der Temperatur, wie er in Fig.15 dargestellt ist, gilt nur für den Kupferleiter mit der in Fig.14 gezeigten Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes und der Wärmekapazität von der Temperatur.

Hier muß im Einzelfall geprüft werden, ob der Magnetwiderstand keine zusätzliche Widerstandserhöhung verursacht. Das Minimum von  $\frac{\rho}{c}$  verschiebt sich in dem Maße in Richtung zu höheren Temperaturen, in dem sich das Restwiderstandsverhältnis des betrachteten Leiters erhöht.



Resistivity and specific heat of copper Cu 150 FIG.14  
 Spezifischer Widerstand und spezifische Wärme von Kupfer

Temperaturanstieg in Kupfer bei konst. Stromdichte  
Temperature rise in copper (adiabatic),  $i = \text{const.}$

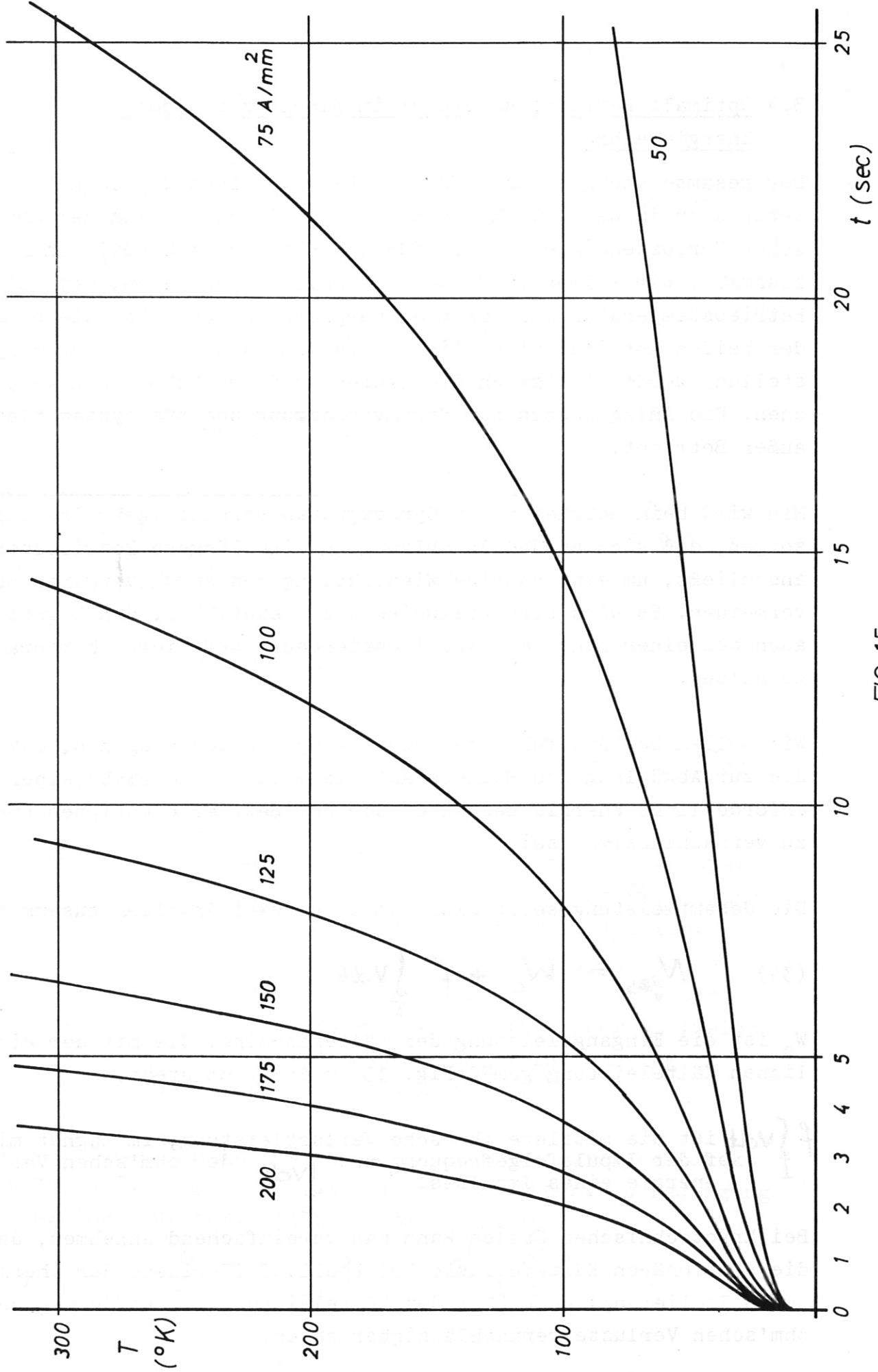


FIG. 15

### 3.4 Optimale Betriebstemperatur im Hinblick auf den Energieverbrauch

Der gesamte Energiebedarf für den Betrieb eines Cryomagneten setzt sich im wesentlichen aus zwei Anteilen, nämlich der ohm'schen Verlustenergie und der für das Kühlsystem benötigten Energie, zusammen. Wir wollen in diesem Abschnitt untersuchen, bei welcher Betriebstemperatur der gesamte Energieverbrauch, also die Summe der beiden Anteile, minimalisiert werden kann. Mit dieser Fragestellung werden lediglich die laufenden Betriebskosten angesprochen. Die Anlagekosten für Stromversorgung und Kühlsystem bleiben außer Betracht.

Man wird beim Betrieb eines Cryomagneten vernünftigerweise dafür sorgen, daß sich an den Abkühlvorgang eine längere Betriebsperiode anschließt, um eine häufige Wiederholung des Abkühlvorgangs zu vermeiden. Es wird sich teilweise sogar empfehlen, den Magnet auch bei einer längeren Experimentierpause auf tiefer Temperatur zu halten.

Wir wollen bei den folgenden Überlegungen davon ausgehen, daß die zur Abkühlung des Magnets auf die mittlere Betriebstemperatur erforderliche Energie gegenüber der bei Betrieb benötigten Energie zu vernachlässigen sei.

Die Gesamtleistung setzt sich somit aus zwei Anteilen zusammen:

$$(34) \quad N_{\text{ges}} = W_c + f \int_I v dt$$

$W_c$  ist die Eingangsleistung der Kältemaschine, die mit der eigentlichen Kälteleistung gemäß Fig. 13 in Relation steht.

$f \int_I v dt$  ist die mittlere ohm'sche Verlustleistung, im Magnet mit  $f$  der Impulsfolgefrequenz und  $\int_I v dt$  der ohm'schen Verlustenergie eines Impulses.

Bei kryotechnischen Spulen kann man vereinfachend annehmen, daß die stationären Kälteverluste bei Leerlauf (Verluste der thermischen Isolierung) gegenüber der Kälteleistung zur Abführung der ohm'schen Verluste vernachlässigbar seien.

Dann gilt:

$$(35) \quad \dot{Q} = f \int_I v dt$$

Setzen wir die Spulengeometrie und die Impulsfolgefrequenz als unveränderlich voraus, dann ist die benötigte Kälteleistung proportional zum spezifischen Widerstand des Leitermaterials, und zwar zu dessen Mittelwert (wenn man mit einer merklichen Temperaturamplitude während des Impulses rechnet).

$$(36) \quad \dot{Q} = \frac{\dot{Q}_0}{s_0} \cdot s$$

Der Proportionalitätsfaktor  $\frac{\dot{Q}_0}{s_0}$  stellt das Verhältnis der Kälteleistung zum spezifischen Widerstand bei einer beliebigen Bezugstemperatur  $T_0$  dar.

Mit (36) wird die Gesamtleistung :

$$(37) \quad N_{ges} = \frac{\dot{Q}_0}{s_0} \cdot s \left( 1 + \frac{W_c}{\dot{Q}} \right)$$

Wobei  $s$  und  $\frac{W_c}{\dot{Q}}$  Funktionen der Temperatur sind. Aus dieser Beziehung kann nun der Verlauf der Gesamtleistung über der Temperatur ermittelt werden.

Nehmen wir als Beispiel den Verlauf des Widerstandes über der Temperatur gemäß Fig.14 und den Verlauf von  $\frac{W_c}{\dot{Q}}$  gemäß Fig.13 dann ergibt sich ein Verlauf der Gesamtleistung wie er in Fig.16 dargestellt ist. Die optimale Betriebstemperatur wäre demnach  $29^\circ$  K. Aus diesem Verlauf ist zu ersehen, daß die Gesamtverluste unterhalb dieser optimalen Temperatur sehr steil ansteigen, während ihr Anstieg im Bereich höherer Temperaturen flacher ist.

Das Minimum der Gesamtleistung läßt sich im übrigen direkt aus der Ableitung der Gleichung (37) gewinnen. Die Bedingung für minimale Gesamtleistung lautet demnach :

$$(38) \quad \frac{ds}{dT} \left( 1 + \frac{W_c}{\dot{Q}} \right) = -s \frac{d}{dT} \left( \frac{W_c}{\dot{Q}} \right)$$



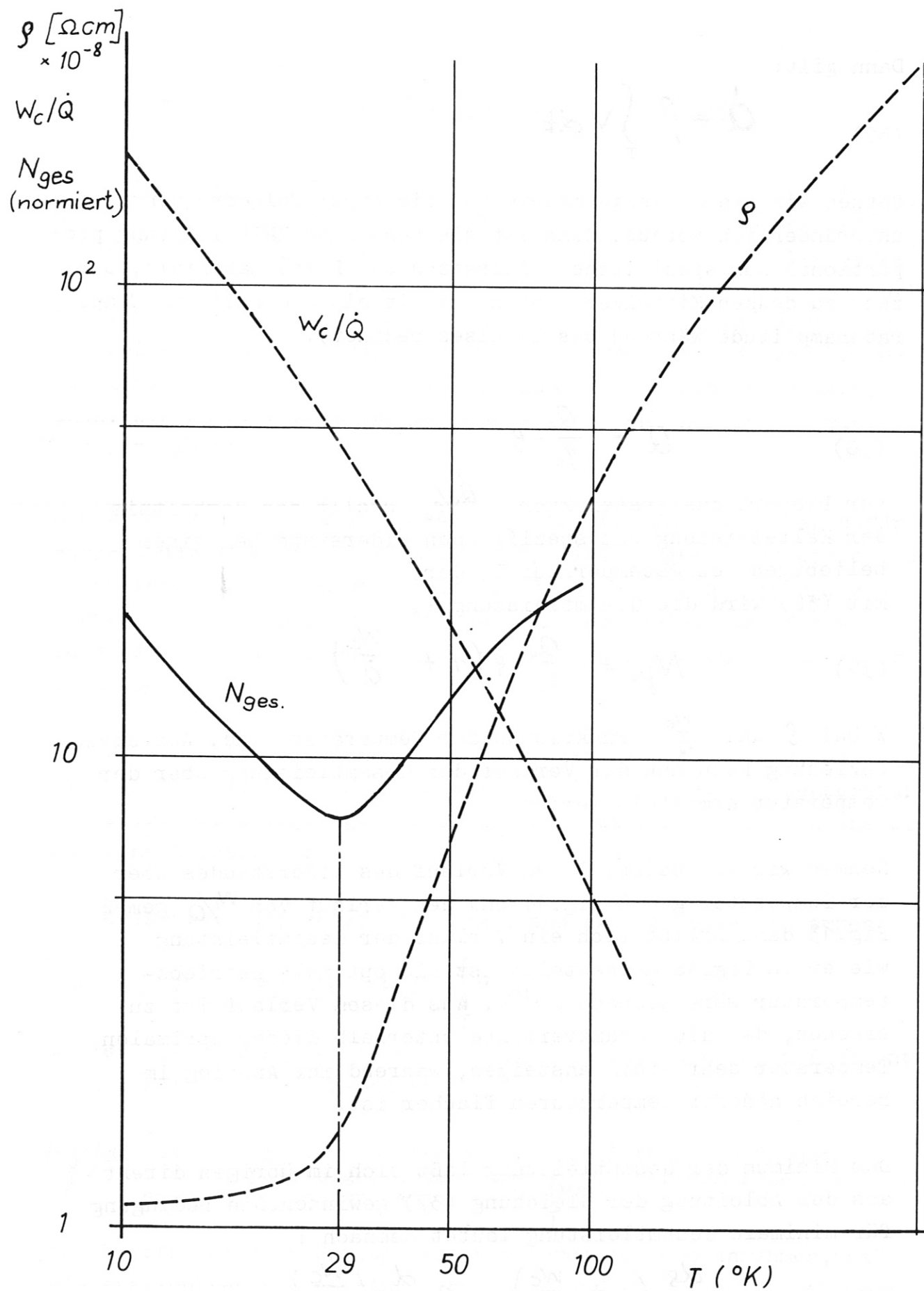


FIG. 16

Wir wollen uns daran erinnern, daß dieses Ergebnis den bereits oben genannten Einschränkungen unterworfen ist. Hierzu gehörten die Annahmen, die Betriebskosten könnten unabhängig von den Anlagekosten minimalisiert werden, der Aufwand für die Abkühlung und die Kühlmittelkosten könnte vernachlässigt werden, die erforderliche Kälteleistung wäre gleich den mittleren ohm'schen Verlusten; die Wärmeverluste auf Grund der thermischen Isolierung etc. könnten somit vernachlässigt werden.

Die beiden letztgenannten Annahmen führen dazu, daß die obige Berechnung eine zu niedrige optimale Betriebstemperatur ergibt.

Wir haben im übrigen stillschweigend vorausgesetzt, daß die für Impulsbetrieb gültige mittlere Betriebstemperatur für  $\rho$  und  $W_c/Q$  die gleiche sei. Diese Voraussetzung ist nicht korrekt, sie kann aber als gute Näherung angesehen werden.

### 3.5 Die Bedeutung der Betriebstemperatur bei kurzzeitig bzw. impulsförmig betriebenen Magneten

Wir wollen in diesem Abschnitt untersuchen, welche quantitativen Vorteile kryotechnische Magnete gegenüber normalen, wassergekühlten Magneten bei Kurzzeit- bzw. Impulsbetrieb bieten, oder - anders formuliert - in welchem Maße sich die Feldstärke eines impulsförmig betriebenen Magneten steigern läßt, wenn er auf tiefere Betriebstemperaturen abgekühlt wird, wobei die Leistung und Energie der Stromversorgung unverändert bleiben soll. Diese Fragestellung hat vor allem dann Bedeutung, wenn - wie es sehr häufig der Fall ist - der Magnet an eine vorhandene, zentrale Stromversorgung angepaßt werden muß.

Um das Problem möglichst unkompliziert anzugehen, lassen wir die Abmessungen des Magneten unverändert. Wir nehmen zudem an, die Betriebskosten seien uninteressant.

Dann läßt sich die Frage unter zwei Aspekten behandeln, nämlich erstens: nur die Leistung der Stromversorgung ist begrenzt, und zweitens: Leistung und Energie der Stromversorgung sind begrenzt.

Wenn die Leistung die allein limitierende Größe darstellt, richtet sich die Höhe des erreichbaren Feldes lediglich nach der Höhe des spez. Widerstandes:

$$(38) \quad N \sim B^2 \varrho \quad \text{bzw.} \quad B \sim \sqrt{\frac{N}{\varrho}}$$

Oder in anderen Worten : wie hängt die benötigte Impulsenergie vom Widerstand und damit von der Zeitkonstante eines vorgegebenen Magneten ab?

Die gesamte Impulsenergie setzt sich, wie unter 2.1 beschrieben, aus der ohm'schen Verlustenergie während des Stromanstiegs, während des Stromdachs und während des Stromabfalls zusammen, wobei der letzte Anteil (bei sofortiger Abschaltung der Energieversorgung) gleich der magnetischen Energie im Stromkreis zum Zeitpunkt des maximalen Stromes ist. Wenn die vorhandene Energie der Stromversorgung begrenzt ist, dann bedeutet dies, daß der Stromanstieg (der wiederum durch die verfügbare Leistung begrenzt ist), gegebenenfalls schon erheblich unter dem theoretischen Endwert abgebrochen und in den konstanten Stromverlauf übergeleitet werden muß. Auf diese Weise würden die ohm'schen Verluste während des Stromanstiegs auf das zulässige Maß reduziert.

Erwärmt sich die Spule während der Strombelastung, dann muß für  $\xi$  ein effektiver Mittelwert eingesetzt werden.

Wie aus Fig. 15 zu ersehen ist, erwärmt sich ein Stromleiter bei der gleichen Strombelastung im gesamten interessierenden Temperaturbereich sehr unterschiedlich. Ein mit einer Stromdichte von  $100 \text{ A/mm}^2$  belasteter Kupferleiter erwärmt sich beispielsweise im Temperaturbereich um  $50^\circ \text{ K}$  pro Sekunde um etwa  $7^\circ$ , dagegen aber im Temperaturbereich um  $300^\circ \text{ K}$  in der gleichen Zeiteinheit um  $60^\circ$ , also 8,5 mal schneller.

Die durch einen Impuls ausgelöste Temperaturamplitude ist also im niedrigen Temperaturbereich kleiner als im hohen.

Belastet man allerdings den Leiter mit der gleichen ohm'schen Verlustdichte (wobei  $j$  bei tiefer Betriebstemperatur proportional zu  $1/\sqrt{\xi}$  erhöht wurde), dann erwärmt sich der Leiter bei einer tiefen Betriebstemperatur entsprechend der geringeren Wärmekapazität schneller, die Temperaturamplitude wird größer.

Wollte man also an (38) festhalten, dann müßte gegebenenfalls bei der Wahl einer tiefen, mittleren Betriebstemperatur eine außerordentlich niedrige Anfangstemperatur (vor Beginn des Impulses) vorgesehen werden, sofern entweder durch die Höhe der spez. Belastung oder durch die zeitl. Dauer des Impulses mit einer hohen Temperaturamplitude zu rechnen wäre. Mit der Proportionalität zwischen  $B$  und  $1/\sqrt{\xi}$  kann also - wenn man eine tiefere Betriebstemperatur wählt - nur im günstigsten Fall gerechnet werden. Normalerweise kann  $B$  weniger als proportional zu  $1/\sqrt{\xi}$  gesteigert werden.

Nehmen wir nun andererseits an, nicht nur die Leistung, sondern auch die gespeicherte Energie der Stromversorgung sei begrenzt und vorgegeben, und stellen wir uns die Frage, welche quantitative Steigerung des Magnetfeldes durch Absenken der Betriebstemperatur dann zu erreichen ist.

Selbstverständlich wäre es am besten, wenn der Strom sehr schnell auf den Endwert gebracht werden könnte, d.h. wenn die Stromanstiegszeit gegenüber der nutzbaren Impulslänge  $\Delta t$  klein gehalten werden könnte. Dem steht aber die - wie wir vorausgesetzt haben - begrenzte Leistung der Stromversorgung entgegen.

Jedenfalls sollte die maximal verfügbare Leistung für den Stromanstieg eingesetzt werden. Wir wollen also voraussetzen, daß die maximale Leistung am Ende des Stromanstiegs erreicht wird.

$$(39) \quad N = L \frac{di}{dt}(t_2) \cdot I_0 + R I_0^2 = I_0^2 R \frac{1}{1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}}} ;$$

Wir bezeichnen die Stromanstiegszeit  $t_2 - t_1$  einfachheitshalber mit  $t_A$ .

Damit ist die gesamte Impulsenergie (einschließlich der inneren Verlustenergie der Stromversorgung), (siehe(3) und (7)) :

$$(40) \quad E = R \cdot I_0^2 \left[ t_A - \frac{3}{2} \tau + \frac{\tau}{2} (4 e^{-\frac{t_A}{\tau}} - e^{-\frac{2t_A}{\tau}}) \right] + R I_0^2 \Delta t + \frac{L}{2} I_0^2$$

mit 
$$I_0 = I_\infty \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}} \right)$$

und nach einigen Umformungen erhalten wir :

$$(41) \quad \frac{E}{N \cdot \tau} = L \frac{I_0^2}{\tau} \left[ \frac{\frac{t_A}{\tau}}{(1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}})^2} - \frac{1}{1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}}} + \frac{\Delta t}{\tau} \right]$$

Wenn wir (39) in (41) einsetzen, erhalten wir schließlich mit

$$(42) \quad \frac{E}{N \cdot \tau} = \frac{\frac{t_A}{\tau}}{1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}}} - 1 + \frac{\Delta t}{\tau} \left( 1 - e^{-\frac{t_A}{\tau}} \right)$$

eine Bestimmungsgleichung für  $\frac{t_A}{\tau}$  da wir angenommen haben, daß  $\Delta t$ ,  $\tau$ ,  $E$  und  $N$  vorgegebene Größen seien, die den Magneten und die Stromversorgung betreffen.

Die Auflösung dieser Gleichung nach  $\frac{t_A}{\tau}$  kann numerisch erfolgen. In Fig. 16a ist  $\frac{t_A}{\tau}$  als Funktion von  $\frac{E}{N\tau}$  und  $\frac{\Delta t}{\tau}$  dargestellt.

Mit Hilfe des so gewonnenen Wertes von  $\frac{t_A}{\tau}$  kann nun über (39) oder (41) der Wert des erreichbaren Stromes  $I_0$  errechnet werden.

Der uns hier interessierende Fall, nämlich der Vergleich verschiedener Betriebstemperaturen, kann in folgender Weise behandelt werden.

Die Absenkung der Betriebstemperatur beispielsweise von Raumtemperatur aus auf einen niedrigeren Wert führt zu einer entsprechenden Vergrößerung von  $\tau$  (wobei zu berücksichtigen ist, daß in  $\tau$  auch der Innenwiderstand der Stromversorgung enthalten ist, der bei der Änderung der Betriebstemperatur unverändert bleibt). Mit Hilfe von  $\tau$  wird aus (42) der neue Wert  $\frac{t_A}{\tau}$  berechnet.

Die durch die Absenkung der Betriebstemperatur mögliche Steigerung des Magnetfeldes ergibt sich nun aus (39).

$$(43) \quad \frac{B_2}{B_1} = \frac{I_{02}}{I_{01}} = \left( \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1 - e^{-\left(\frac{t_A}{\tau}\right)_2}}{1 - e^{-\left(\frac{t_A}{\tau}\right)_1}} \right)^{1/2}$$

Wobei durch die Indizes 1 und 2 die beiden Vergleichstemperaturen bezeichnet seien.

Diese Relation macht bereits deutlich, daß die Proportionalität zwischen der Feldstärke und der Wurzel aus den Widerständen, wie sie sich bei einer einfachen Leistungsbetrachtung ergeben würde, bei zusätzlicher Berücksichtigung der maximal verfügbaren Energie nicht gegeben ist.

Dieses Ergebnis soll anhand eines Beispiels erläutert werden: Betrachten wir einen Magneten, der bei Raumtemperatur ( $300^\circ \text{K}$ ) mit der Leistung  $N=20 \text{ MW}$  und der Impulsenergie  $E=10 \text{ Mws}$  für eine nutzbare Zeitdauer  $\Delta t = 0,3 \text{ s}$  ein Magnetfeld  $B_0$  zu erzeugen imstande wäre.

Die Zeitkonstante sei :  $\tau_1 = 0,3 \text{ s}$

$$\frac{E}{N \cdot \tau}$$

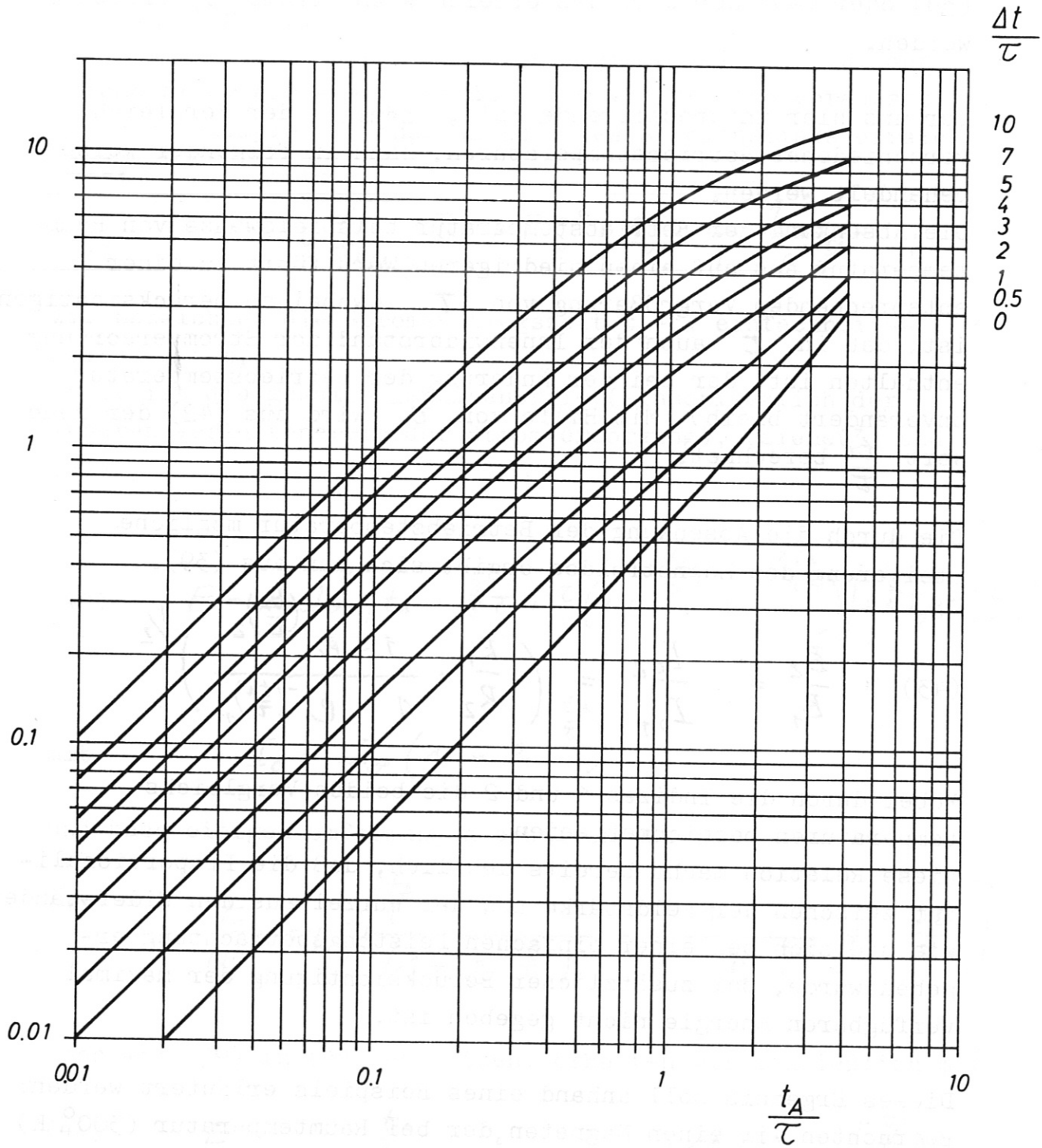


FIG.16 a

Damit ist  $\frac{t_A}{\tau} = 2,25$  (bei Ausnützung der vollen Energie).

Durch Absenkung der Temperatur auf  $90^\circ \text{ K}$  wird  $\frac{S_1}{S_2} = 6$ .

Wir nehmen an, der Innenwiderstand der Anlage sei vernachlässigbar.

Dann wird  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{6}$ ; aus (42) folgt:  $(\frac{t_A}{\tau})_2 = 0,167$ ;  
damit wird:

$$\frac{B_2}{B_1} = 1,6$$

Die Abkühlung auf  $40^\circ \text{ K}$  würde dementsprechend mit  $\frac{S_1}{S_2} = 50$

$$\frac{B_2}{B_1} = 2$$

ergeben.

Im ersten Fall wäre ohne Begrenzung der Energie mit einer Feldsteigerung um den Faktor 2,45 und im zweiten Fall mit einer Steigerung um den Faktor 7,1 zu rechnen gewesen.

Aus diesen Beispielen wird deutlich, daß bei einer begrenzt verfügbaren Energie und Leistung der mögliche Gewinn durch die Verwendung eines kryotechnischen Magneten gegebenenfalls sehr gering sein kann.

Ist entgegen der obigen Annahme der Innenwiderstand der Stromversorgung nicht vernachlässigbar, dann muß mit einer weiteren Reduktion der möglichen Felderhöhung gerechnet werden. Wir haben im übrigen bei den obigen Überlegungen jeweils vorausgesetzt, daß die Erwärmung der Magneten während des Impulses gering ist.

Durch Absenken der Betriebstemperatur läßt sich selbstverständlich nicht nur eine Erhöhung der Feldstärke, sondern stattdessen auch eine Verlängerung der möglichen Impulsdauer bei gleichbleibender Feldstärke erreichen.

Der konstante nutzbare Teil des Impulses läßt sich in dem Maße verlängern, in dem die ohm'sche Verlustleistung während des Stromanstiegs und des Stromdachs im Verhältnis zur Gesamtenergie des Impulses gesenkt werden kann.



## 4. Supraleitende Magnete

### 4.1 Allgemeine Überlegungen zur Optimierung supraleitender Magnete.

Während bei normalleitenden Magneten die zur Erzeugung eines Magnetfeldes benötigte ohm'sche Verlustleistung die charakteristische Kostengröße darstellt, spielen diese bei supraleitenden Magneten keine Rolle. Es bleiben lediglich die Zuleitungsverluste sowie die bei einer Stromänderung auftretenden Hysterese- und Wirbelstromverluste, die aber im großen und ganzen sehr niedrig sind.

Maßgebend für die laufenden Betriebskosten und für die Anlagekosten der Kühleinrichtung werden stattdessen die thermischen Verluste, die bei der tiefen Betriebstemperatur eine vergleichsweise hohe Eingangsleistung des Kühlsystems notwendig machen.

Daneben aber verschiebt sich der Hauptanteil der Gesamtkosten auf die Magnetspulen und das hierzu benötigte Leitermaterial selbst.

Anhand einfacher Beispiele kann gezeigt werden, daß der wesentliche Unterschied zwischen normalleitenden und supraleitenden Magneten darin besteht, daß das Schwergewicht der Kosten im Falle der supraleitenden Spulen bei diesen selbst, also am Experiment, liegt und nicht wie im Falle der normalleitenden Spulen bei einer gegebenenfalls zentralen Energieversorgung.

Wir werden später auf die hieraus zu ziehenden Schlußfolgerungen zurückkommen.

Ein weiteres wesentliches Unterscheidungsmerkmal betrifft die Betriebsweise.

Während normalleitende Magnete, besonders jene, die bei Raumtemperatur betrieben werden, jederzeit kurzfristig einschaltbereit sind und impulsförmig bzw. kurzzeitig erregt werden können, sind supraleitende Magnete vorzugsweise für Dauerbetrieb geeignet. Ihre Inbetriebnahme erfordert eine gewisse Vorbereitungszeit. Darin unterscheiden sie sich im übrigen lediglich quantitativ von kryotechnischen Magneten.

Diese Unterscheidung hat für einen Experimentierbetrieb gegebenenfalls bedeutende Konsequenzen.

Für unsere Überlegungen ist zunächst nur wichtig, daß der hier durchgeführte Vergleich normalleitender und supraleitender Magnete gegebenenfalls auf unterschiedliche Betriebsarten (Kurzzeit- und Dauerbetrieb) basiert.

Zusammenfassend setzen sich die Kosten supraleitender Magnete und der dazugehörigen Anlage aus folgenden Anteilen zusammen.

A: Kosten der Anlage :

Hierzu gehören : das Material und der Aufbau der Magnetspulen, der Kryostat, das Kühlsystem (Refrigerator) und das kältetechnische Zubehör sowie die Stromversorgung und Sicherheitseinrichtung.

B: laufende Betriebskosten :

Hierzu gehören die Energiekosten für das Kühlsystem und die Kühlmittelverluste.

Der Energieverbrauch der übrigen Anlage ist vergleichsweise gering. Zu den laufenden Betriebskosten gehören darüberhinaus die Kosten für die Wartung und den Betrieb der gesamten Anlage. Diese Kosten sollen nur insofern betrachtet werden, als sie sich wesentlich gegenüber denen einer entsprechenden Anlage für normalleitende Magnete unterscheiden.

Da die Konstruktion des Kryostaten und damit die benötigte Leistung für das Kühlsystem wesentlich davon abhängen, welche experimentellen Anforderungen an die Anlage gestellt sind, werden wir uns im folgenden auf die Annahme durchschnittlicher Werte beschränken und stattdessen das Hauptaugenmerk auf die optimale Dimensionierung des Magneten selbst richten.

Die Kosten des supraleitenden Materials werden üblicherweise durch einen spezifischen Wert :  $DM/A \cdot m$   
Preis pro Längen- und Stromeinheit charakterisiert.

Dieser Wert ist feldstärkeabhängig. In Fig.17 ist die Abhängigkeit des spez. Preises von der magnetischen Feldstärke gezeigt. Die Kurve repräsentiert den Mittelwert von ca. 20 verschiedenen kommerziell erhältlichen stabilisierten Supraleitern der Zusammensetzungen Nb Ti und Nb<sub>3</sub>Sn. Die Schwankungen ergeben sich aus den Unterschieden in der Art der Zusammensetzung, den Abmessungen der supraleitenden Filamente, dem Verhältnis von Kupfer zu Supraleiter und der Geometrie des Leiters. Der Schwankungsbereich ist in Fig.17 angedeutet.

Während vor einigen Jahren noch die Kurzprobenwerte im Magneten selbst zum Teil nicht realisiert werden konnten, kann man heute von diesem Degradationseffekt absehen. Bei der angegebenen Durchschnittskurve wurde lediglich eine Reduktion des Betriebsstroms auf 90 % des Kurzprobengrenzwertes impliziert.

#### 4.2 Lineares homogenes Magnetfeld, Optimierung, Stromdichte

Die Kosten des supraleitenden Magneten richten sich im wesentlichen nach den Materialkosten, und zwar vor allem dann, wenn es sich - wie wir annehmen wollen - um die Erzeugung hoher Feldstärken handelt.

Hierbei hängt der Preis jeweils von dem maximalen Magnetfeld ab, dem der Leiter ausgesetzt ist.

Spez. Preis handelsüblicher Supraleiter  
(NbTi, Nb<sub>3</sub>Sn stabilisiert)

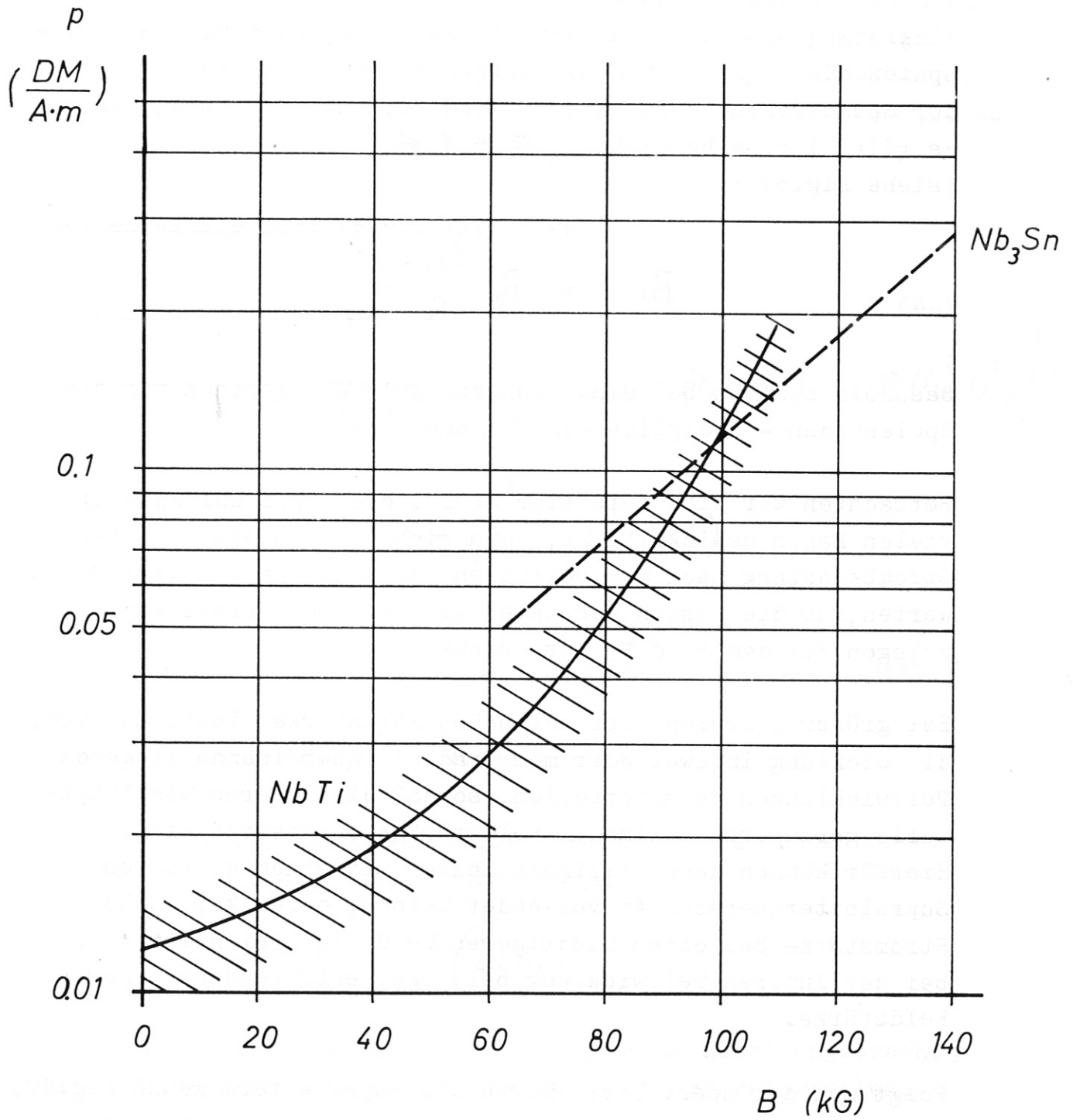


FIG.17

In der linearen, homogenen Magnetfeldspule ist die Induktion auf der Spulenchse gleich der maximalen Feldstärke innerhalb der Wicklung und zwar am Innenrand.

Nehmen wir eine Spule mit einer konstanten Stromdichte im Wicklungsquerschnitt an, dann fällt - abgesehen von den beiden Spulenden - die Induktion zwischen Innen- und Außenrand der Spule linear nach außen ab und verschwindet am Außenrand.

Es gilt also im Bereich :  $r_2 \leq r \leq r_3$

(siehe Fig.3) :

$$(44) \quad B(r) = B_0 \frac{(r_3 - r)}{r_3 - r_2}$$

Das Feld besitzt bei einer langen Spule - abgesehen von den Spulenden - lediglich eine Z-Komponente.

Betrachten wir eine derartige Spule, die - wie üblich - in vielen Lagen gewickelt ist, dann richtet sich die mögliche Strombelastung nach dem maximalen Feld. Wir haben, mit anderen Worten, für die Kosten des Materials den spez. Preis zugrunde zulegen, der dem Feld  $B_0$  entspricht.

Bei größeren Spulen oder bei hohen Feldstärken lohnt es sich, die Wicklung in zwei oder mehr radial übereinanderliegende Teilwicklungen zu unterteilen, so daß die äußeren Wicklungsteile geringeren maximalen Feldstärken ausgesetzt sind. Hierfür können dann billigere Leiter mit einem kleineren Supraleiterquerschnitt verwendet werden, deren kritische Stromstärke bei einem niedrigeren Feld die gleich ist wie bei der inneren Teilwicklung bei einer entsprechend höheren Feldstärke.

Folgt man der spez. Preis-Kurve des Supraleiters gemäß Fig.17, dann kann man für den einfachen Fall einer langen homogenen Spule die optimale Unterteilung der Wicklung in 2, 3 oder mehr radial übereinanderliegende Abschnitte ermitteln.

Hierbei muß das Radienverhältnis der Spule  $\alpha = \frac{r_3}{r_2}$  berücksichtigt werden.

Die Optimierung kann etwa gemäß (45) formuliert werden: mit  $P(B)$  sei der spez. Preis bezeichnet,  $r_{3i}$  und  $r_{2i}$  seien die jeweiligen Außen- und Innenradien der einzelnen Wicklungsteile,  $i$  sei die Nummer der jeweiligen Teilwicklung, die von innen nach außen gezählt wird,  $n$  sei die Zahl sämtlicher Teilwicklungen.

Der effektive spez. Preis wird dann :

$$(45) \quad P = \frac{1}{r_3^2 - r_2^2} \left[ P_1 (r_{31}^2 - r_{21}^2) + P_2 (r_{32}^2 - r_{22}^2) + \dots + P_n (r_{3n}^2 - r_{2n}^2) \right]$$

$$P = \frac{1}{r_3^2 - r_2^2} \sum_{i=1}^n P_i (r_{3i}^2 - r_{2i}^2) ;$$

Die Wicklungsteile liegen dicht übereinander, deshalb gilt :

$$(46) \quad r_{2i} = r_{3(i-1)}$$

Für den spez. Preis jeder Teilwicklung ist die Induktion am jeweiligen Innenradius zugrunde zu legen.

$$(47) \quad P_i = f(B(r_{2i}))$$

Normalerweise ist es aus Fertigungsgründen nicht angebracht, die Wicklung in mehr als 2 radiale Stufen zu unterteilen.

Für diesen Fall wurde auf der Grundlage der Preiskurve gemäß Fig.17 für verschiedene Radienverhältnisse der minimale effektive Preisindex und die dazugehörige optimale Unterteilung der Wicklung numerisch berechnet.

Das Ergebnis ist in Fig.18 wiedergegeben.

Im oberen Diagramm ist  $B_1$ , die maximale Induktion am Innenrand der äußeren Teilwicklung ( $r_{31}$ ) in Abhängigkeit von  $B_0$ , der Induktion am Innenrand der Spule ( $r_2$ ) aufgetragen, und zwar für den Fall der optimalen Wicklungsunterteilung. Dieser jeweils optimale Wert ist abhängig von der gesamten Spulengeometrie. Deshalb sind 3 Kurven für  $\alpha \approx 1$  ;  $\alpha = 2$  und 4 dargestellt.

Beispielsweise müßte bei einer Spule (mit  $\alpha=2$  ) für ein Gesamtfeld von 100 KG die äußere Teilwicklung vom Außenrand bis zu einem Wicklungsradius reichen, bei dem die Induktion von ca. 68 KG erreicht wird. Die innere Teilwicklung hätte dann die Erregung für die Differenzinduktion von 32 KG aufzubringen. Sieht man diese Wicklungsunterteilung vor, dann kann man den effektiven spezifischen Preis für die Gesamtspule von 0,12 DM/A·m auf 0,053 DM/A·m senken, wie aus dem unteren Diagramm zu entnehmen ist. Im unteren Diagramm stellt die gestrichelte Linie die bereits in Fig.17 gezeigte mittlere Kurve für Nb Ti-Leiter dar, während die 3 durchgezogenen Kurven die reduzierten spez. Preise bei einer optimalen Wicklungsaufteilung gemäß dem oberen Diagramm für drei verschiedene  $\alpha$  - Werte ( $\alpha = r_3/r_2$  ) angeben.

Im Falle einer 60-KG-Spule würde sich auf diesem Wege eine Preisreduktion von 0,039 DM/A·m auf ca. 0,022 DM/A·m erreichen lassen.

Diese Überlegungen gelten - wie bereits erwähnt - für eine Aufteilung der Wicklung in 2 Teilwicklungen.

Optimale Aufteilung in 2 radial versetzte Teilwicklungen

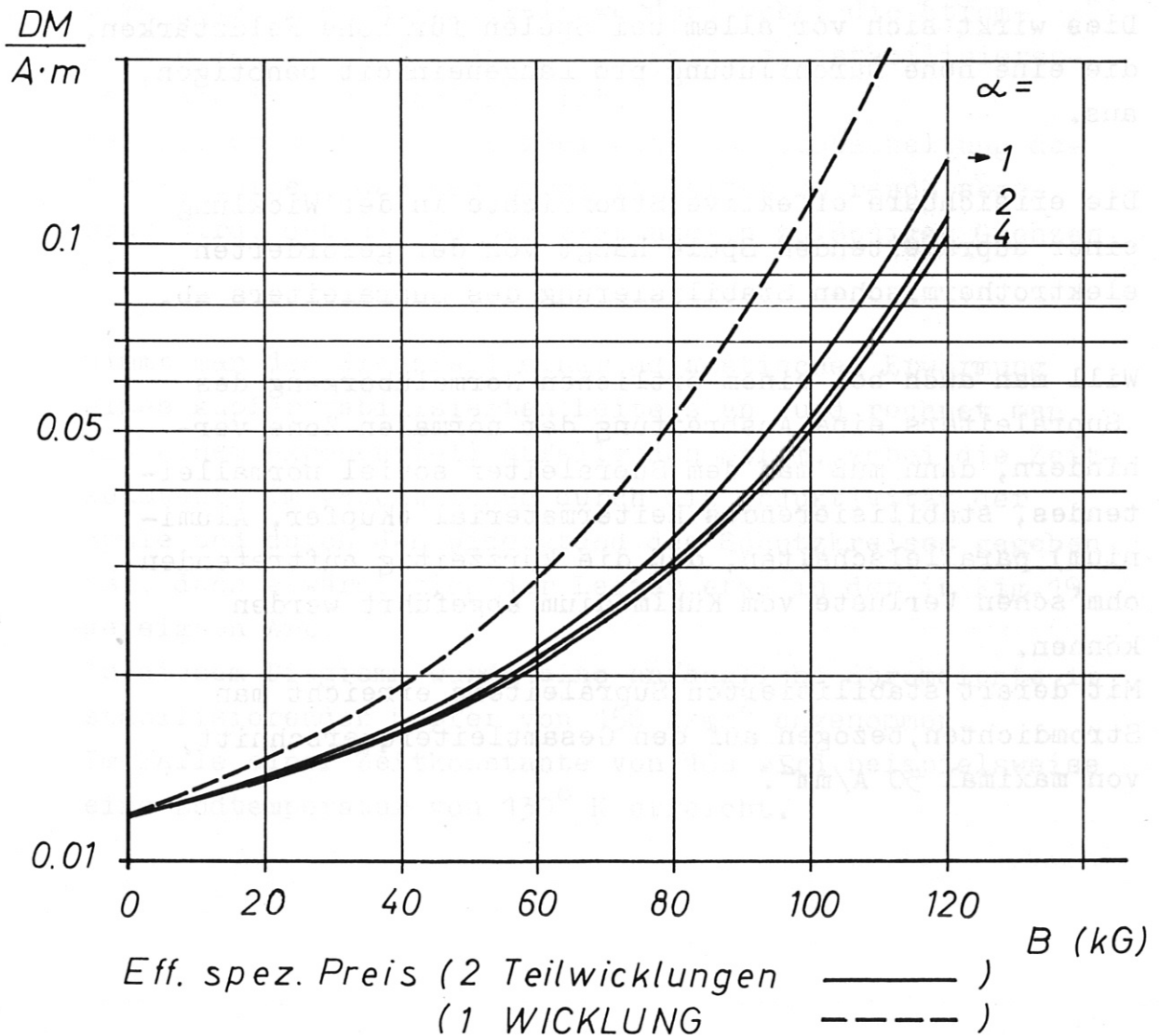
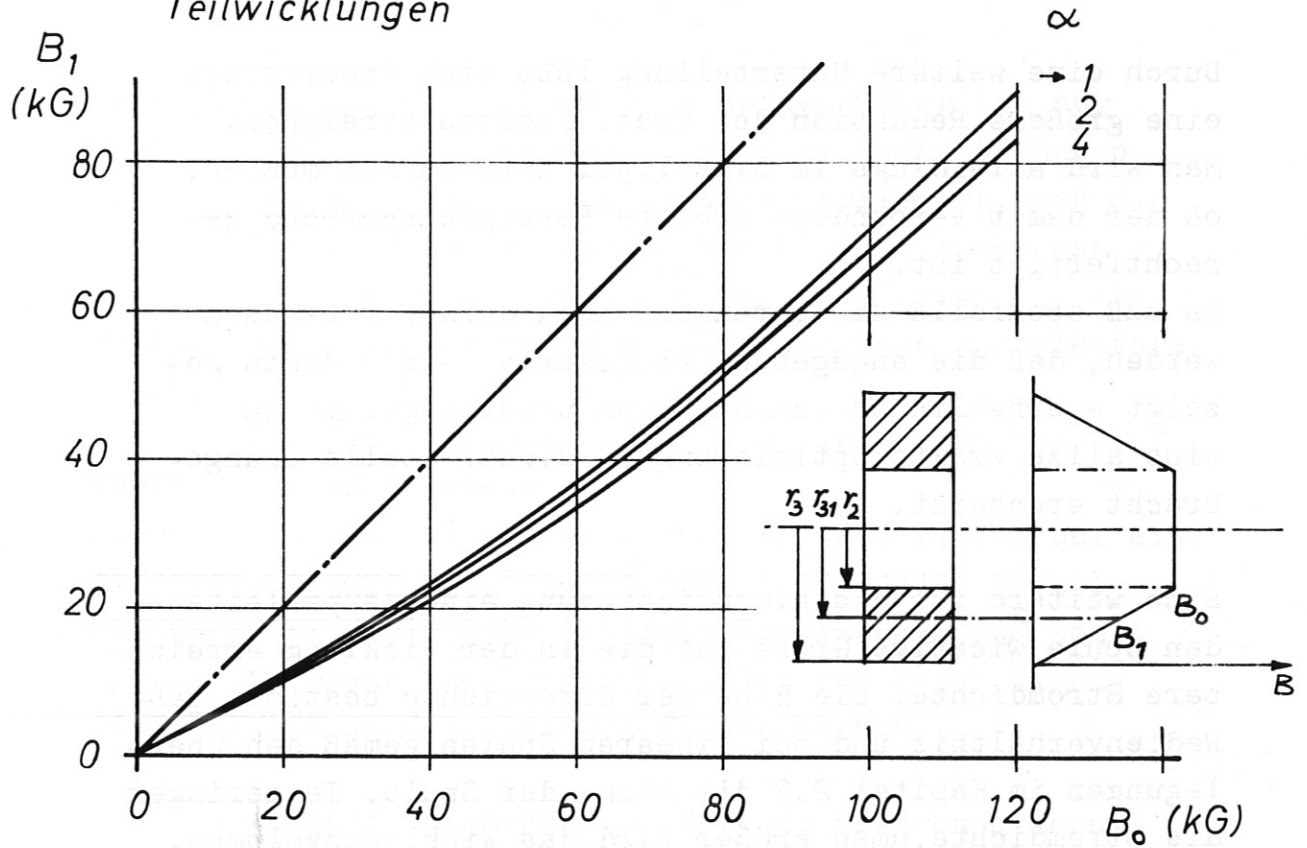


FIG.18



Durch eine weitere Unterteilung läßt sich theoretisch eine größere Reduktion des spez. Preises erreichen. Man wird allerdings im Einzelfall untersuchen müssen, ob der damit verbundene erhöhte Fertigungsaufwand gerechtfertigt ist.

Es muß ebenfalls einschränkend noch darauf verwiesen werden, daß die angegebene Preiskurve - wie schon gezeigt - erheblichen Schwankungen unterliegt, so daß eine allzu exakte Optimierung an dieser Stelle unangebracht erscheint.

Eine weitere für die Dimensionierung einer supraleitenden Spule wichtige Größe ist die in der Wicklung erreichbare Stromdichte. Die Höhe der Stromdichte bestimmt das Radienverhältnis und bei linearen Spulen gemäß den Überlegungen im Kapitel 2.2 die Länge der Spule. Je geringer die Stromdichte, umso größer wird das Wicklungsvolumen. Dies wirkt sich vor allem bei Spulen für hohe Feldstärken, die eine hohe Durchflutung pro Längeneinheit benötigen, aus.

Die erreichbare effektive Stromdichte in der Wicklung einer supraleitenden Spule hängt von der geforderten elektrothermischen Stabilisierung des Supraleiters ab.

Will man auch bei einem örtlichen Normalübergang des Supraleiters eine Ausbreitung der normalen Zone verhindern, dann muß man dem Supraleiter soviel normalleitendes, stabilisierendes Leitermaterial (Kupfer, Aluminium) parallelschalten, daß die kurzzeitig auftretenden ohm'schen Verluste vom Kühlmedium abgeführt werden können.

Mit derart stabilisierten Supraleitern erreicht man Stromdichten, bezogen auf den Gesamtleiterquerschnitt, von maximal  $50 \text{ A/mm}^2$ .

Eine Steigerung der Stromdichte demgegenüber ist nur möglich, indem man einerseits die möglichen Störungen im Supraleiter (Flußsprünge) soweit verringert, daß die dabei auftretende Wärme gering bleibt, oder indem man andererseits bzw. gleichzeitig für ein Medium mit einer relativ hohen Enthalpie in der Umgebung des Supraleiters sorgt.

Durch derartige Maßnahmen läßt sich die Stromdichte auf mehrere  $100 \text{ A/mm}^2$  steigern.

Dann allerdings besteht wiederum die Gefahr, daß bei einer größeren Störung und bei dem daraus folgenden Normalübergang der Spule hohe örtliche Erwärmungen und somit thermische Spannungen auftreten, die zur Beschädigung oder Zerstörung der Wicklung führen können.

Die bei solchen Vorgängen auftretende Erwärmung kann etwa gemäß Fig.15 ermittelt werden, wobei die Stromdichte lediglich auf den Querschnitt des stabilisierenden Materials zu beziehen ist.

Man hat dann durch eine geeignete Schutzabschaltung dafür zu sorgen, daß der Strom im Leiter so rasch abgebaut wird, daß die Leitererwärmung in zulässigen Grenzen bleibt.

Nimmt man den Grenzfall einer adiabatischen Erwärmung eines kupferstabilisierten Leiters an und rechnet man mit einem exponentiell abfallenden Strom, wobei die Zeitkonstante im wesentlichen durch die Induktivität der Spule und durch den Widerstand des Schutzkreises gegeben ist, dann erwärmt sich der Leiter etwa in der in Fig.19 gezeigten Art.

In diesem Diagramm wurde eine anfängliche Stromdichte im stabilisierenden Kupfer von  $150 \text{ A/mm}^2$  angenommen.

Im Falle einer Zeitkonstante von 10s wird beispielsweise eine Endtemperatur von  $130^\circ \text{ K}$  erreicht.

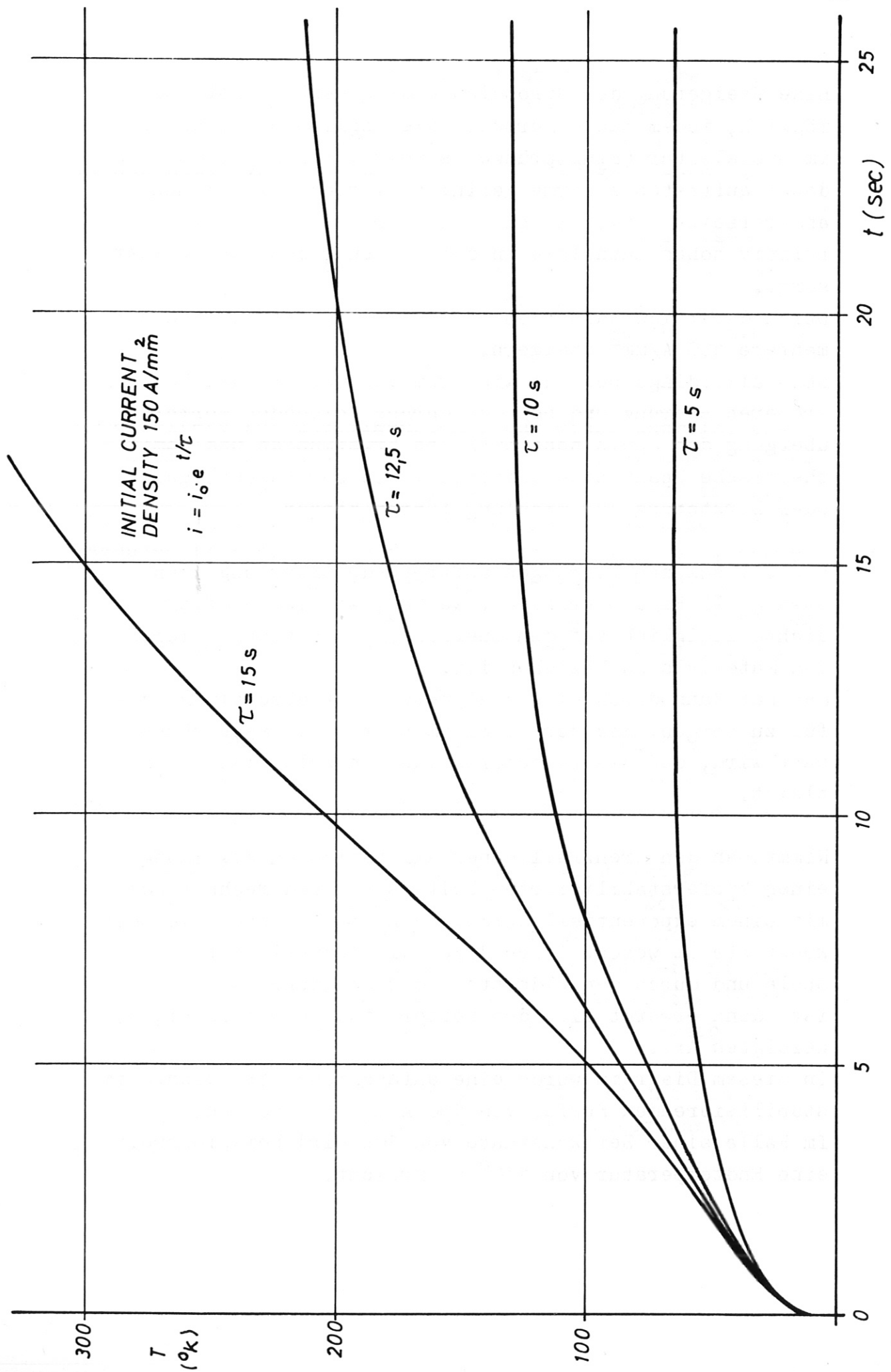


FIG.19

In Fig.20 sind die jeweiligen Endtemperaturen über den Zeitkonstanten entsprechender exponentieller Stromverläufe angegeben.

Die gestrichelten Linien geben die Abhängigkeit der Endtemperaturen von den Zeitkonstanten an, wenn ein anfänglicher Magnetwiderstand für ein Feld von 60 KG mit berücksichtigt wird.

Aus diesen Diagrammen ist zu erkennen, daß die Stromdichten im Supraleiter mit Rücksicht auf die Erwärmung bei einer Schutzabschaltung auf ein zulässiges Maß begrenzt bleiben muß. Insbesondere bei großen Spulen, bei denen eine kurzzeitige Schutzabschaltung nur mit einer hohen Abschaltspannung zu erreichen ist, wird es außerordentlich schwer, höhere Stromdichten als  $200 \text{ A/mm}^2$  im Kupfer zu zulassen.

Bei den später behandelten Beispielen wird hierauf Bezug genommen.

Zusammenfassend ergeben sich die Materialkosten einer linearen supraleitenden Magnetspule für eine homogene Feldzone  $l_h$  aus der Beziehung :

$$(48) \quad K = P \cdot (\tau_3^2 - \tau_2^2) \tau \cdot l \cdot j$$

mit P (DM/A·m)

l = Spulenlänge

Für eine Homogenität von 5% wird entsprechend 2.2 : siehe(8)

$$l \approx l_h + 2(\tau_3 + \tau_2) ;$$

Mit der Bruttostromdichte im Wicklungsquerschnitt

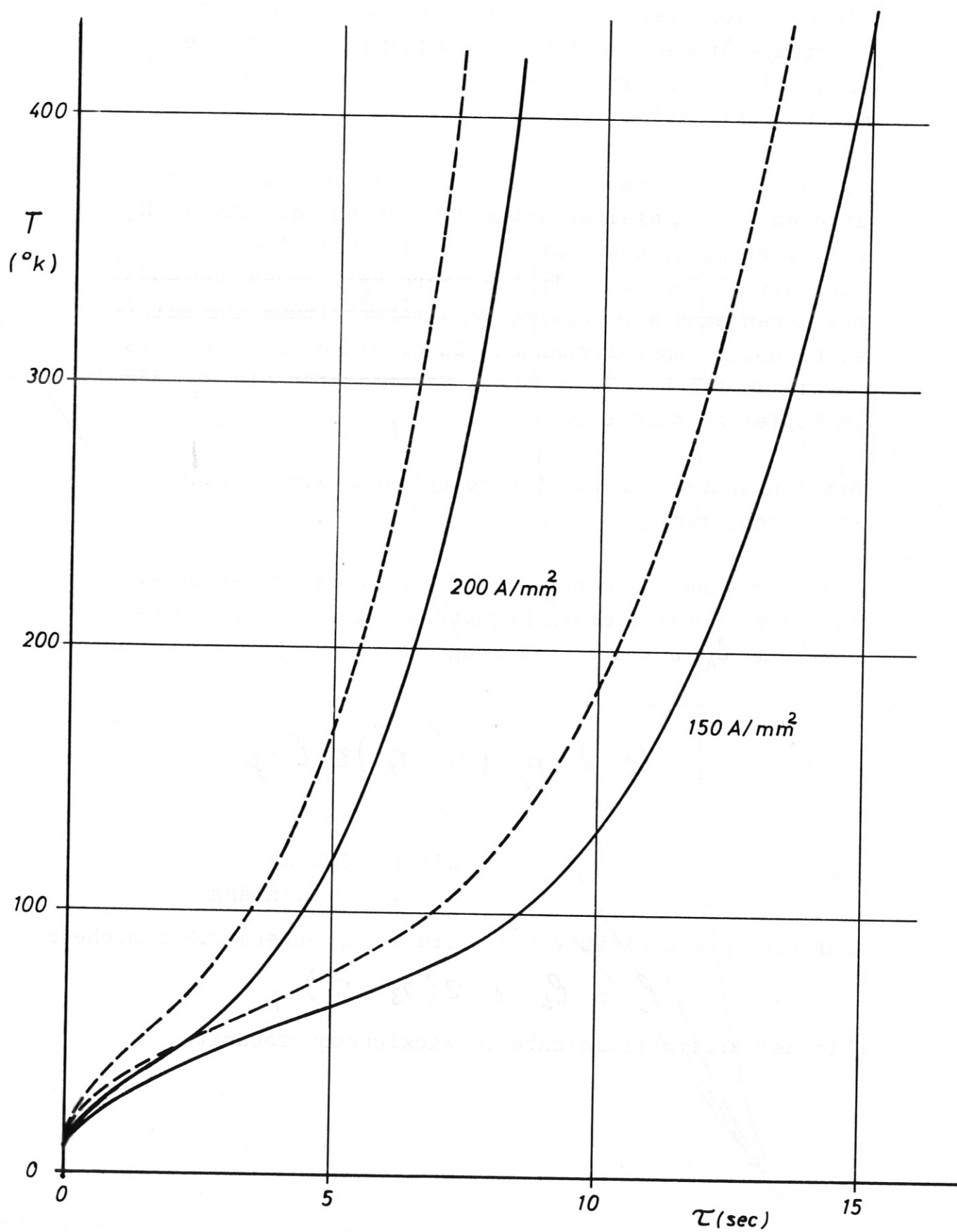


FIG. 20

$$(49) \quad \gamma = \frac{B_0}{\mu_0 (r_3 - r_2)}$$

ergibt sich  $r_3$  und die damit notwendige Gesamtlänge der Spule.

Um eine Vorstellung über die Feldabhängigkeit der gesamten Materialkosten einer supraleitenden Spule zu erhalten, können wir ausgehend von (48) und (49) die Materialkosten pro Längeneinheit und pro Innenradius einer linearen Spule aus der Beziehung :

$$(48a) \quad \frac{K}{l \cdot r_2} = p \frac{B_0}{\mu_0} (\alpha + 1) \pi, \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{r_3}{r_2}$$

errechnen. \*)

Hierbei ist  $p$  wiederum der von der Feldstärke und dem Radienverhältnis abhängige spezifische Preis des Supraleiters (siehe Fig.17).

Gehen wir wiederum von der in Fig.17 gezeigten Abhängigkeit des spez. Preises eines stabilisierten Nb Ti Supraleiters aus, dann erhalten wir die in Fig.21 gezeigte Abhängigkeit der Materialkosten von der Induktion in der Spule.

Diese Kosten werden umso höher je größer das Radienverhältnis  $\alpha = r_3/r_2$  wird. Deshalb ist die Abhängigkeit für 3 verschiedene  $\alpha$  - Werte angegeben.

Während in diesem Diagramm die durchgezogenen Kurven den Fall einer einheitlichen Wicklung wiedergeben, ist bei den gestrichelten Kurven wiederum eine optimale Unterteilung der Wicklung in zwei Teilwicklungen vorausgesetzt (siehe Fig.18).

\*) Hierbei ist vorausgesetzt, daß  $B_0$  die Feldinduktion im homogenen Feldbereich der Spule ist und daß die Länge der Spule zur Ausbildung eines homogenen Feldbereiches ausreicht.

KOSTEN DES SUPRALEITER - MATERIALS  
 PRO LÄNGE UND INNENRADIUS EINER  
 LINEAREN SPULE

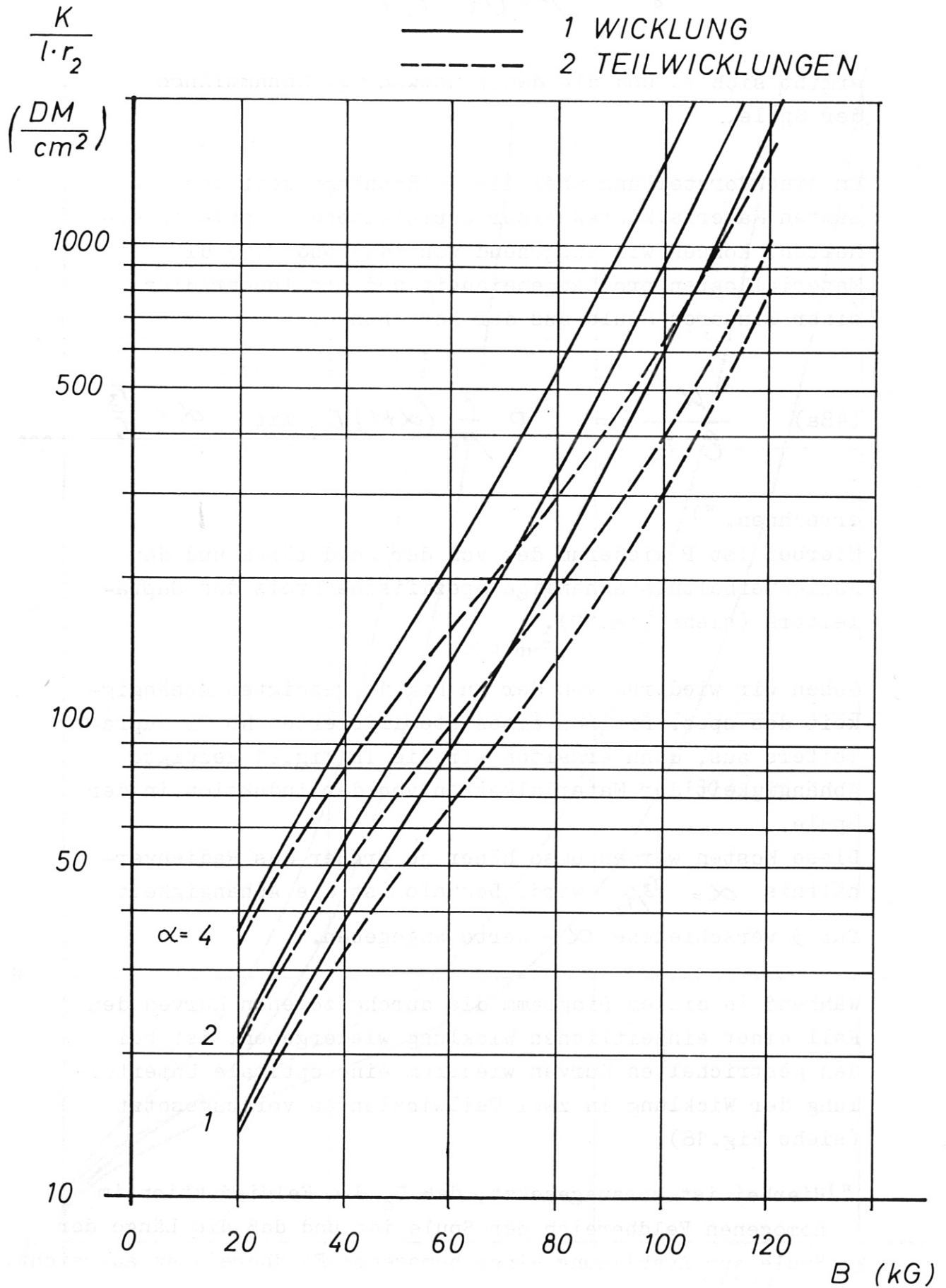


FIG. 21

Der Induktionsbereich über 80 KG legt eine Verwendung von Nb<sub>3</sub>Sn-Supraleitern nahe. Insofern sind die gezeigten Kurven ab 80 KG etwas zu ungünstig bzw. könnten durch die zusätzliche Verwendung einer Nb<sub>3</sub>Sn-Teilwicklung ( im hohen Feldbereich ) verbessert werden. Der Kurvenbereich über 100 KG ist jedenfalls als theoretische Extrapolation anzusehen.

#### 4.3 Toroidales Magnetfeld

Wie im vorhergehenden Abschnitt betrachten wir zunächst die Kosten der supraleitenden Spule selbst, die durch die Materialkosten gekennzeichnet sind.

Die spezifischen Kosten des Materials sind wiederum auf den Höchstwert der Feldstärke im Leiterquerschnitt zu beziehen.

Die höchste Induktion tritt am Innenrand der Spule auf der zur Torusmitte zugewandten Seite auf.

Bei einer sehr dichten Spulenschichtung ist die Induktion an dieser Stelle :

$$(50) \quad B_{\max} = B_0 \cdot \frac{r_1}{r_1 - r_2},$$

wenn  $B_0$  die Induktion auf der Torusseele ist.

Für den Idealfall der gleichmäßigen Wicklungsbelegung auf dem Torusumfang und für den Fall einer in radialer Richtung konstanten Stromdichteverteilung im Wicklungsquerschnitt fällt die Induktion bis zum Außenrand der Spule auf den Wert 0 ab, im Unterschied zur geraden Spule jedoch nicht linear, sondern in einer Weise, wie sie durch

$$(51) \quad B(r, \vartheta) = \mu_0 j \frac{(r_3 - r)(r_1 - r \cos \vartheta) + r_1 - r_3 \cos \vartheta}{2(r_1 - r \cos \vartheta)}$$

dargestellt ist (siehe Anhang).



$r$  wird von der Torusseele, also von der Spulenachse aus, gemessen.

In der Schnittebene :  $\vartheta = 0$  verläuft die Induktion gemäß (52) (siehe Anhang) :

$$(52) \quad B(r)_{(\vartheta=0)} = B_0 \frac{(r_3 - r)(2r_1 - r_3 - r)r_1}{(r_3 - r_2)(2r_1 - r_3 - r_2)(r_1 - r)}$$

Zur Veranschaulichung ist in Fig.22 der Verlauf der Induktion in der Torusmittelebene ( $\vartheta = 0$  und  $\vartheta = \pi$ ) für den Fall eines Torus mit  $\frac{r_1}{r_2} = 3$  und  $\frac{r_3}{r_2} = 2$  dargestellt.

Der angegebene Verlauf der Induktion in der Wicklung gilt nur für eine feinstufige Unterteilung in viele Einzelspulen bzw. für dicht geschichtete konische Spulen (die aber mit Supraleitern kaum realisiert werden dürften).

Wie im Fall der linearen Spule, so ist auch hier eine Aufteilung der Wicklung in 2 oder mehr radial versetzte Teilwicklungen zur optimalen Anpassung an die lokale Feldstärke möglich. Hierfür wäre der Feldverlauf im Wicklungsquerschnitt bei  $\vartheta = 0$  maßgebend.

Wie aber schon in Fig.22 ersichtlich ist, fällt die Induktion in der Wicklung nicht linear mit dem Radius ab. Ihr Verlauf ist vielmehr von der Torus - und Spulengeometrie abhängig. Dies gilt auch insbesondere dann, wenn die Einzelspulen nicht feinstufig genug und nicht dicht nebeneinander um den Torusumfang herum angeordnet sind.

Dadurch würde die für den gesamten Leiter maßgebende Maximalfeldstärke gegebenenfalls erheblich höher.

VERLAUF DER INDUKTION IN EINEM  
TOROIDALEN MAGNETEN

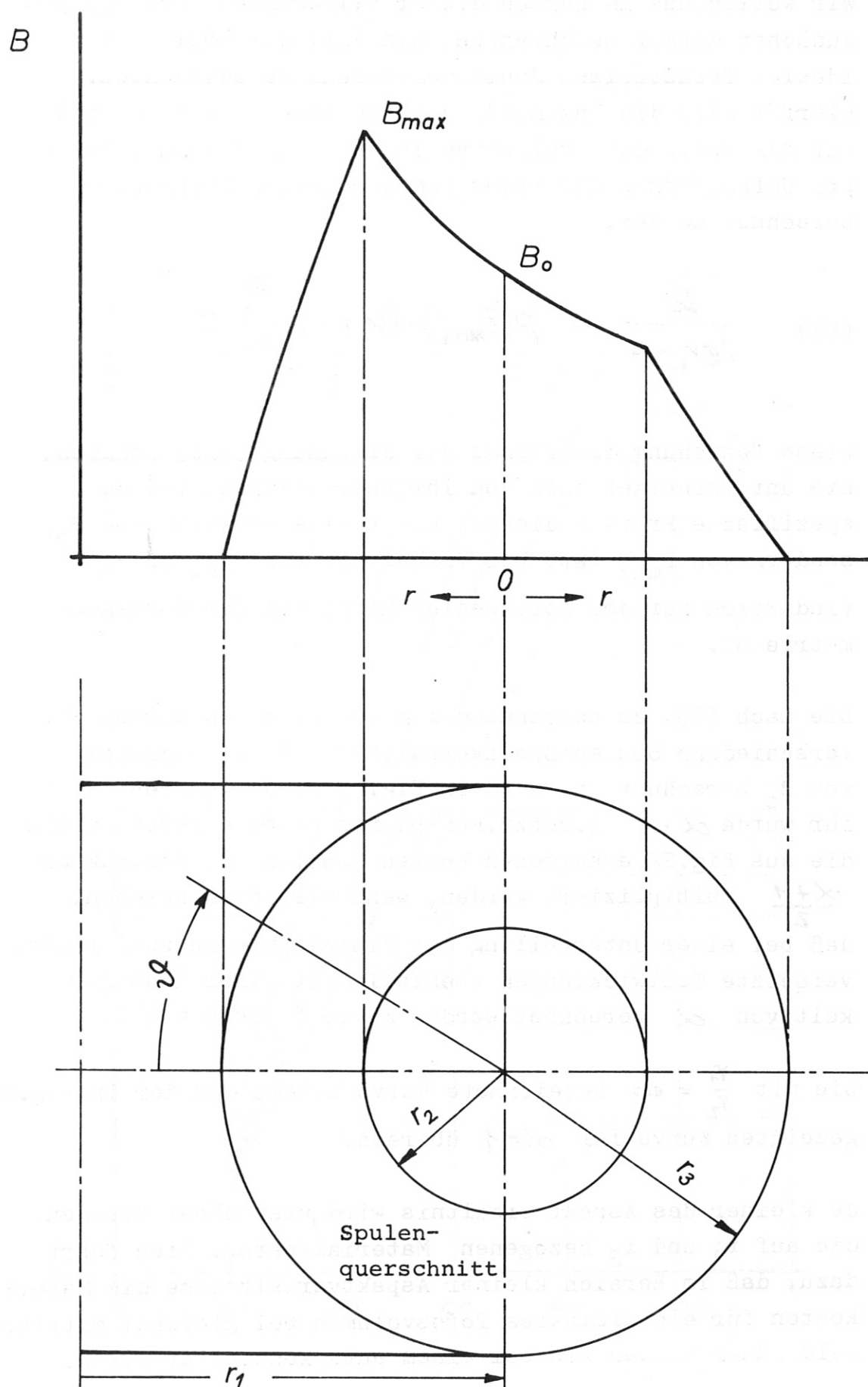


FIG. 22

Wir wollen uns im Rahmen dieser allgemeinen Überlegungen zunächst darauf beschränken, den Fall der möglichst idealen feinstufigen Spulenverteilung zu betrachten. Hierfür gilt die Maximalfeldstärke nach Gleichung (50). Auf der Basis der Preiskurve in Fig.17 können die Kosten pro Umfangslänge des Torus und pro Spuleninnenradius berechnet werden.

$$(53) \quad \frac{k}{2\pi r_1 \cdot r_2} = P(B_{\max}) \cdot (\alpha + 1) \frac{B_0}{\mu_0} \cdot \pi$$

Diese Beziehung ist formal der Gleichung (48a) ähnlich, sie unterscheidet sich von ihr aber dadurch, daß der spezifische Preis P diesmal nicht eine Funktion von  $B_0$ , sondern von  $B_{\max}$  ist. Das Verhältnis von  $B_{\max}$  zu  $B_0$  (Induktion auf der Torusseele) hängt von der Torusgeometrie ab.

Die nach (53) zu berechnenden Materialkosten wurden für verschiedene Spulenaspektverhältnisse in Abhängigkeit von  $B_0$  berechnet und sind in Fig.23 wiedergegeben. Hierfür wurde  $\alpha = 1$  gesetzt. Für beliebige  $\alpha$  - Werte müßten die aus Fig.22 erhaltenen Kosten jeweils mit dem Faktor  $\frac{\alpha+1}{2}$  multipliziert werden, wenn wir davon absehen, daß bei einer Unterteilung der Einzelspule in zwei radial versetzte Teilwicklungen ebenfalls mit einer Abhängigkeit von  $\alpha$  gerechnet werden müßte (siehe 4.2).

Die mit  $\frac{r_1}{r_2} = \infty$  bezeichnete Kurve stimmt mit der in Fig.21 gezeigten Kurve für  $\alpha = 1$  überein.

Je kleiner das Aspektverhältnis wird, umso höher steigen die auf  $r_1$  und  $r_2$  bezogenen Materialkosten. Dies führt dazu, daß im Bereich kleiner Aspektverhältnisse die Materialkosten für ein kleineres Torusvolumen bei gleichem mittleren Feld höher würden als bei einem entsprechend größeren.

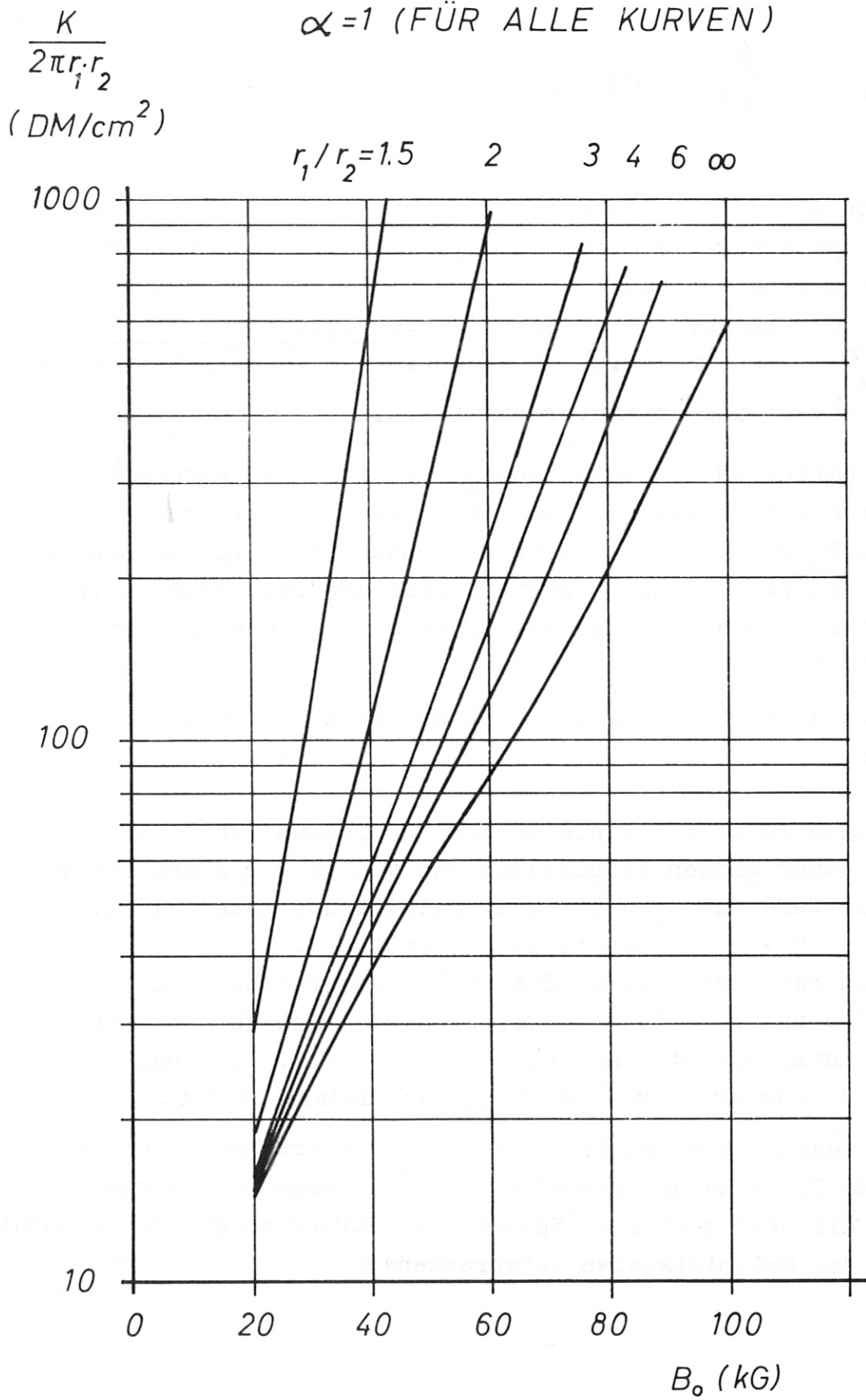


FIG.23

Um dies zu verdeutlichen, beziehen wir die Kosten lediglich auf den Spuleninnenradius; dann erhalten wir folgenden Kostenfaktor:

$$(54) \quad \frac{k}{r_2^2} = p(B_{max})(\alpha + 1) \delta \cdot \frac{B_0}{\mu_0} \cdot 2\pi^2$$

Trägt man diesen Kostenfaktor über dem Aspektverhältnis auf, so erhält man eine Aussage über die gesamten Materialkosten unterschiedlicher Torusgeometrien, bei denen lediglich der innere Spulenradius gleich ist.

$k/r_2^2$  ist in Fig. 24 in Abhängigkeit vom Aspektverhältnis mit  $B_0$  als Parameter angegeben.

Die einzelnen Kurven weisen zum Teil scharf ausgeprägte Minima auf, deren Lage von der Höhe der mittleren Induktion  $B_0$  abhängt. Bei niedrigen Induktionen liegen sie bei kleinen Werten des Aspektverhältnisses, bei größeren Induktionen verschiebt sich das Minimum zu großen Aspektverhältnissen.

Wir wollen dieses Ergebnis anhand eines Beispiels erläutern.

Für einen Torus mit einem Spuleninnenradius von 30 cm und mit einem großen Torusradius von 105 cm würde man für ein Magnetfeld von  $B_0 = 50$  KG supraleitendes Material mit ca.  $1,85 \cdot 10^6$  DM Gesamtkosten benötigen. Würde dieser Torus bei gleichbleibendem Spuleninnenradius um die Hälfte auf  $r_1 = 52,5$  cm verkleinert, dann würden sich die Materialkosten auf ca.  $6 \cdot 10^6$  DM, d.h. auf mehr als das 3fache erhöhen, obwohl  $B_0$  unverändert bleibt.

Die Gesamtkosten würden sich ebenfalls erhöhen, wenn der große Torusradius (gegenüber 105 cm) vergrößert würde (da die oben gewählten Spulen- und Torusmaße gerade dem Minimum der Materialkosten entsprechen).

$\alpha = 1$

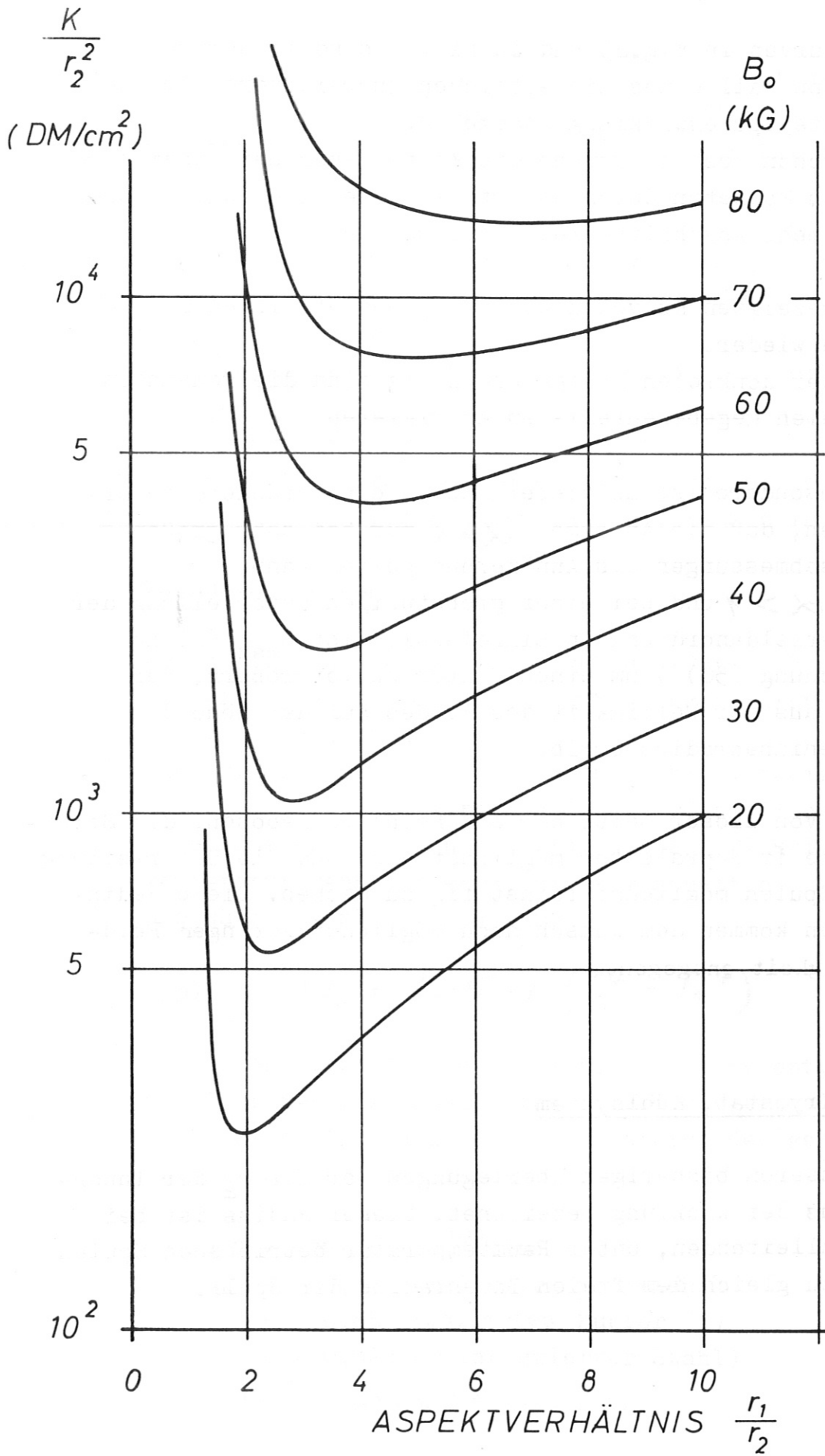


FIG. 24

Die Kurven in Fig.23 und in Fig.22 sind im übrigen nur für den Fall eines einheitlichen Supraleiters für die gesamte Spulenwicklung angegeben.

Wie schon gesagt, können die Kosten auch bei einem toroidalen Magneten durch Unterteilung der Wicklung in zwei oder mehr Abschnitte reduziert werden.

Die gezeigten Kurven geben die grundsätzlichen Zusammenhänge wieder.

Bei der konkreten Kostenberechnung sind die genannten Annahmen gegebenenfalls zu korrigieren.

Insbesondere ist an dieser Stelle einschränkend zu erwähnen, daß die Annahme  $\alpha = 1$  nur bei sehr großen Torusabmessungen als Annäherung gelten kann.

Für  $\alpha > 1$  und bei einer grobstufigen Unterteilung der Magnetfeldanordnung in Einzelspulen ist  $B_{\max}$  (siehe Gleichung (50)) um einen Faktor zu vergrößern, der sich aus der Welligkeit des Feldes auf der Höhe des Spuleninnenradius ergibt.

Auch von dieser Seite her erscheint es geboten, die Stromdichte im Supraleiter möglichst hoch und die Unterteilung der Spulen möglichst feinstufig zu machen. Diese Bedingungen kommen dem Wunsch nach möglichst geringer Feldwelligkeit entgegen.

#### 4.4 Kryostat, Kühlsystem

In unseren bisherigen Überlegungen war mit  $r_2$  der Innenradius der Wicklung bezeichnet. Dieser Radius ist bei normalleitenden, unter Raumtemperatur betriebenen Spulen nahezu gleich dem freien Innenradius der Spule.

Bei supraleitenden Spulen ist diese Annahme nicht gerechtfertigt, da die Spule von einem Kryostaten umgeben ist, dessen freier Innenraum um mehrere cm kleiner sein kann als der der Spule selbst.

Wir müssen also bei einem korrekten Vergleich zwischen normal- und supraleitenden Spulen von verschiedenen Werten von  $r_2$  ausgehen.

Die Reduktion des Innenradius richtet sich nach der Dicke der benötigten Wärmeisolierung.

Als thermische Isoliermedien, die keine oder nur sehr geringe Kräfte zu übertragen imstande sind, kommen in Betracht:

#### 1. Vakuumisolierung.

Durch ein sehr gutes Isoliervakuum läßt sich der Wärmefluß auf den durch die Strahlung verursachten Anteil beschränken.

Die Strahlungsverluste werden nun üblicherweise durch ein zwischen warmer und kalter Oberfläche angeordnetes Strahlungsschild, das auf Flüssig-N<sub>2</sub>-Temperatur gehalten wird, niedrig gehalten.

Die Wärmestrahlung wird durch

$$(55) \quad W_r = e \cdot \sigma \cdot F (T_2^4 - T_1^4)$$

beschrieben, wobei  $e$  der Emissionskoeffizient,  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann-Konstante,  $F$  die (kalte) Oberfläche,  $T_1$  und  $T_2$  die Temperaturen der gegenüberliegenden Wände sind.

Übliche Werte für  $e$  sind :

$e = 0,06$  (polierter Edelstahl)

$e = 0,05$  (poliertes Kupfer)

$e = 0,025$  (goldplattierter Stahl)

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^2/(\text{°K})^4$$



Damit wird die Wärmeströmung pro  $m^2$  einer Kryostatenoberfläche (bei Edelstahl):

zwischen  $300^\circ$  und  $77^\circ$  :  $W_r = 28 \text{ W}$

zwischen  $77^\circ$  und  $4,2^\circ$  :  $W_r = 0,12 \text{ W}$

Die Wärmeströmung durch Gaskonvektion kann nur vernachlässigt werden, wenn das Isoliervakuum besser als  $10^{-5}$  Torr ist.

2. Mehrlagige Isolation mit Aluminiumfolie und Zwischenlagen, bzw. aluminiumbeschichteten Kunststofffolien.

Durch mehrlagige Isolierschichten, die abwechselnd aus gut reflektierenden und thermisch schlecht leitfähigen Materialien bestehen oder die aus geknitterten aluminiumbeschichteten Kunststofffolien zusammengesetzt sind, können die Strahlungsverluste weiter reduziert werden, ohne daß die Längsleitfähigkeit zu stark erhöht wird. Diese Schichten lassen sich in jedes Gefäß leicht einbauen.

Nach Kropschot <sup>22)</sup> sowie nach L.E. Scott und anderen <sup>23)</sup> kann hier mit Leitfähigkeitswerten von

$$\kappa = 0,4 \div 0,7 \frac{\mu\text{W}}{\text{cm}^\circ\text{K}}$$

gerechnet werden.

Dies würde für eine Isolationsdicke von 1cm die folgenden Werte für den Wärmefluß ergeben

(pro  $m^2$  Oberfläche)

$W = 0,9$ bis $1,6 \text{ W/m}^2$	$300^\circ - 77^\circ \text{ K}$
$W = 0,3$ " $0,5 \text{ W/m}^2$	$77^\circ - 4,2^\circ \text{ K}$
$W = 1,2$ " $2,1 \text{ W/m}^2$	$300^\circ - 4,2^\circ \text{ K}$

Diese Werte lassen sich mit dickeren Isolierpaketen verbessern.

Nach diversen Angaben in der Literatur kann bei einfachen Kryostaten mit  $N_2$  - Schild eine Wärmeströmung in das He - Bad von ca.  $0,25 \text{ W/m}^2$  praktisch angenommen werden.

Neben den Wandverlusten ergeben sich Wärmeverluste über die Stromzuleitungen.

Hier kann ein Fl. Heliumverbrauch von  $2,8 \text{ cm}^3 / [\text{hr} \cdot \text{A}]$  bei der optimalen Strombelastung angenommen werden.

Man kann damit rechnen, daß die Wärmeeinströmung im Leerlauf etwa halb so groß ist wie bei Vollast.

Bei der oben berechneten Wärmeisolierung wurde vorausgesetzt, daß keine Kräfteübertragung von der kalten auf die warme Wand stattfindet.

Bei einfachen Magneten, die völlig abgeschlossen in einem einzigen Kryostaten untergebracht sind, ist lediglich das Gewicht des Magneten gegenüber der "heißen" Wand abzustützen.

Sieht man jedoch für mehrere Magneten oder Spuleneinheiten getrennte Kryostaten vor, dann müssen die wechselseitigen Kräfte über Abstützungen übertragen werden, die im ungünstigsten Fall den ganzen Temperaturbereich zwischen  $4,2 \text{ }^\circ\text{K}$  und  $300 \text{ }^\circ\text{K}$  überbrücken.

Abgesehen von anderen Anforderungen eignen sich hierfür am besten Materialien, die im genannten Temperaturbereich eine möglichst hohe Festigkeit und eine möglichst geringe thermische Leitfähigkeit aufweisen. D.h. für die Auswahl der Materialien ist das Verhältnis  $\frac{\sigma}{\alpha}$  maßgebend. Es soll für unsere Anwendung möglichst hohe Werte annehmen.

Hierbei zeigt sich, daß die für Konstruktionen üblichen Metalle, wie Aluminium, Stahl etc. Kunststoffen wie Nylon, Epoxy, beispielsweise mit Glasgewebeverstärkung deutlich unterlegen sind.

Einige typische Werte (Temperaturbereich 300 ° bis 20 °K) sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt : 22) 23) 24)

	$\sigma$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha$ ( $\frac{W}{cm \cdot ^\circ K}$ )	$\sigma/\alpha$ ( $\frac{kg \cdot ^\circ K}{cm \cdot W}$ )
Rostfreier Stahl Kalt gezogen	2,5 bis $6 \cdot 10^3$ $10^4$	0,1	25 bis $60 \cdot 10^3$ $10^5$
Nylon	$1,4 \cdot 10^3$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^5$
Glasfaserverstärktes Epoxydharz	2 bis $6 \cdot 10^3$	$\sim 2 \cdot 10^{-3}$	$\sim 10^6$ bis $3 \cdot 10^6$  (extrapoliert auf 300 ° - 4 °K)

Im Falle des glasgewebeverstärkten Epoxydharzes sind nach Toth <sup>24)</sup> noch höhere Werte für  $\sigma/\alpha$ , vor allem bei Druckbelastung, zu erreichen. Man wird dann die Gewebefüllung der Belastung genau anpassen müssen.

Um die Wärmeeinströmung möglichst niedrig zu halten, sollten die Kräfte-Abstützungen möglichst dünn und lang sein. Deshalb sieht man nach Möglichkeit eine konstruktive Lösung derart vor, daß die Kräfte von Zugankern in der Art von Speichen von der Spule auf die warme Gehäusewand übertragen werden.

In den folgenden Abschnitten wird eine Reihe von Kostenfaktoren angegeben, die es ermöglichen sollen, die voraussichtlichen Kosten eines Magnetsystems einschließlich der Stromversorgung und des Kühlsystems abzuschätzen. Es ist selbstverständlich, daß es sich dabei im wesentlichen nur um Anhaltswerte handeln kann, die nicht generell anwendbar sind.

## 5. Kostenfaktoren für normaleitende Magnetspulen

### 5.1 Gesamte Herstellungskosten wassergekühlter Spulen

Als Mittelwert von etwa 10 verschiedenen wassergekühlten Spuleneinheiten, die aus Kupferhohlleitern aufgebaut (im IPP in größerer Anzahl verwendet) und in Kunstharz vergossen sind, kann gelten:

$$(56) \quad C_c = 12 \text{ DM/kg (Kupfer)} + 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ DM/(A} \cdot \text{m)}$$

Der erste Materialkostenanteil basiert auf einem Rohkupferpreis von 5 DM/kg. Die genannte Beziehung ist nur für einigermaßen hochbelastete Spulen gültig.

### 5.2 Stromversorgung, Installation und Regelungseinrichtung

Die Kosten der Stromversorgung sollen auf die Leistungseinheit bezogen werden. Sie hängen von der Betriebsart (Kurzzeit- oder Dauerbetrieb) und von der Größe der Anlage ab.

Bei rotierenden Maschinenumformern kann die für Impulsbetrieb benötigte Energie in rotierenden Schwungmassen kinetisch gespeichert und durch Abbremsen kurzzeitig entladen werden. Umformer dieser Art sind im Kurzzeitbetrieb hoch überlastbar. Die auf die Leistung bezogenen Kosten werden also umso kleiner, je kürzer die Impulslänge ist.

Gleichrichteranlagen sind vorwiegend für Langzeitbetrieb geeignet, da vor allem die heute üblichen Halbleiter-Gleichrichter kurzzeitig nur wenig überlastbar sind. Grundsätzlich sind folgende Stromversorgungen denkbar:

- a) Drehstrom- Gleichstrom -  
Maschinenumformer evtl. mit zusätzlichen Schwungmassen. Als Sondermaschine kann hier der Umpolargenerator gelten, der vor allem für Kurzzeitbetrieb geeignet, aber noch nicht als konventionelle Stromversorgung anzusehen ist.
- b) Rotierender Drehstromgenerator mit anschließender steuerbarer Gleichrichteranlage.  
Der rotierende Generator dient als kinetischer Energiespeicher.
- c) Gesteuerte bzw. geregelte Gleichrichteranlage mit Energieentnahme aus dem Netz.

Die in der Literatur beschriebenen Stromversorgungsanlagen der uns interessierenden Größen weichen hinsichtlich der Kosten zum Teil erheblich voneinander ab (6) 7) 25) 26) 27).

Die Anforderungen, die an die genannten Stromversorgungen gestellt wurden hinsichtlich der Betriebsbedingungen, der zugehörigen Ausrüstung etc., waren ebenfalls sehr unterschiedlich, so daß mit den angegebenen Kosten keine allgemein gültige Kostentendenz zu ermitteln ist.

Wir wollen uns deshalb an die bei elektrischen Maschinen übliche Preistendenz halten, die etwa der Proportionalität  $C_p \sim N^{-0,3}$  entspricht. Hierbei sei  $C_p$  ( $\frac{DM}{kW}$ ) der auf die Leistungseinheit bezogene spez. Kostenfaktor und N die von der Stromversorgung angegebene Leistung.

Nach den in der Literatur bekanntgewordenen Anlagen kann als Basiswert

$$C_{P(10 \text{ MW})} = 210 \frac{\text{DM}}{\text{kW}}$$

(für 10 MW Dauerleistung) gelten. Damit würde für  $N = 100 \text{ MW}$

$$C_{P(100 \text{ MW})} = 105 \frac{\text{DM}}{\text{kW}}$$

In diesen Zahlen sind die Kosten der Stromversorgung (Maschinenumformer oder Gleichrichteranlage) einschließlich Steuerung und Regelung für durchschnittliche Ansprüche sowie der kinetische Energiespeicher im Falle von Kurzzeitbetrieb enthalten. Nicht jedoch enthalten sind die Kosten für ein umfangreiches Stromverteilungssystem für die Anschlußanlage zum örtlichen Energieversorgungsunternehmen sowie bauliche Maßnahmen.

Die spezifischen Anlagekosten reduzieren sich bei Kurzzeitbetrieb in dem Maße, in dem die Stromversorgung kurzzeitig überlastbar ist. Für Kurzzeitbetrieb nehmen wir einen Verlauf der spezifischen Kosten bezogen auf die einer Dauerbetriebsanlage ( $C_{\infty}$ ) an, wie er in Fig. 25a dargestellt ist. Hieraus läßt sich die Abhängigkeit der spez. Anlagekosten von der Leistung für verschiedene Impulslängen bzw. Einschaltdauern ermitteln (siehe Fig. 25b).

Wie wir unter 2.1 gesehen haben, ist der gesamte Energieverbrauch, insbesondere bei kurzen Impulsen, gegebenenfalls erheblich von der Dauer des Stromanstiegs abhängig. In diesem Zusammenhang ist es von Interesse, daß Maschinenumformer mit kinetischen Energiespeichern für schnellere Stromanstiege geeignet sind, als es sich einfach aus der Zeitkonstante des Entladungskreises ergäbe. Da nämlich der Maschinenumformer bei der Energieentnahme abgebremst wird, steht für die Anstiegssteilheit zu Beginn des Impulses eine entsprechend der maximalen Drehzahl höhere EMK zur Verfügung, während der Generator für die gewünschte Nennleistung am Ende des Impulses, also bei der niedrigsten Drehzahl, dimensioniert sein muß (die EMK verläuft bei konstantem Erregerfeld etwa proportional mit der Drehzahl).

Bei einer detaillierteren Kostenerfassung, als sie mit den oben angeführten Zahlen zum Ausdruck kommt, müßte bei Strom-

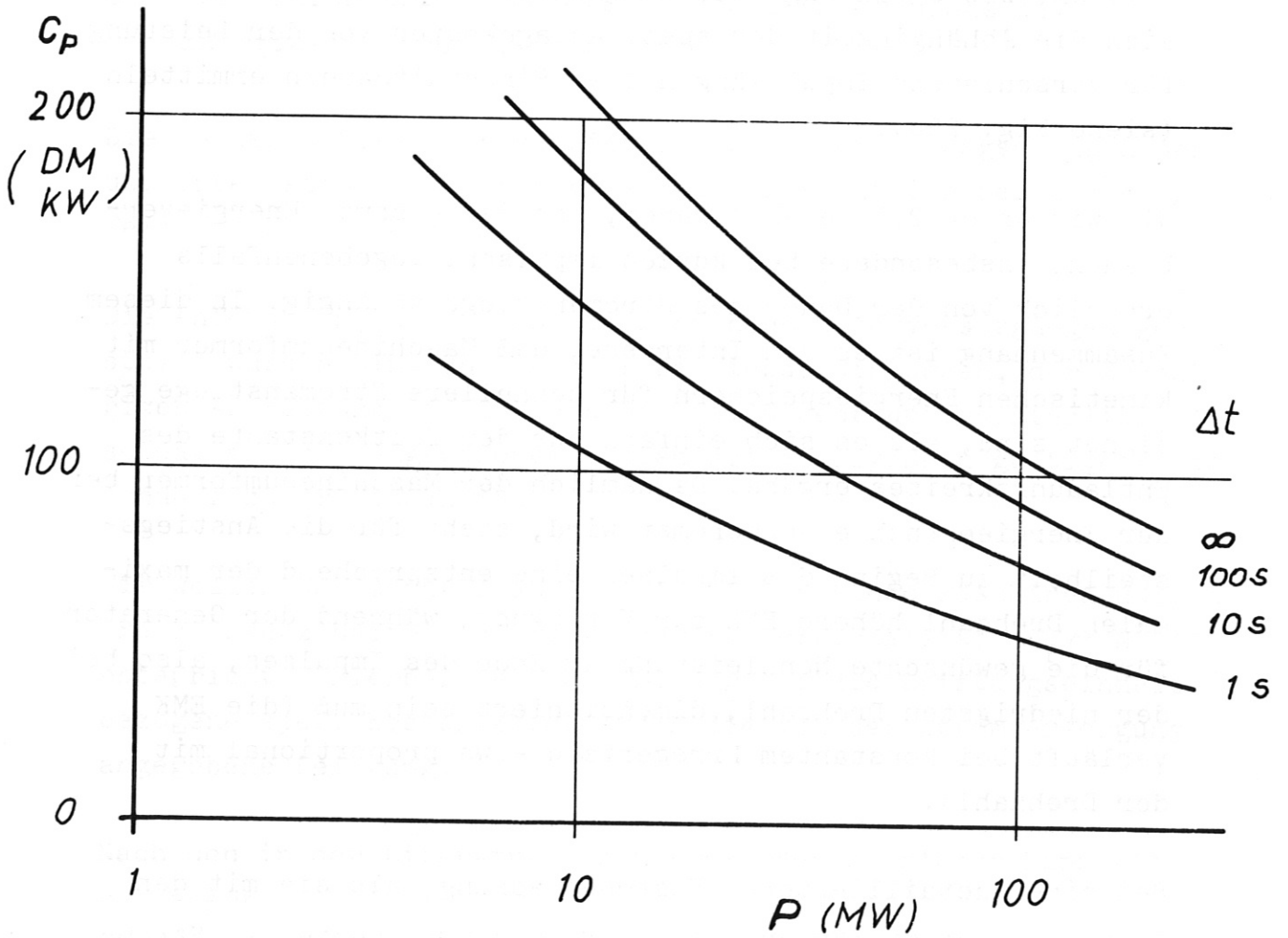
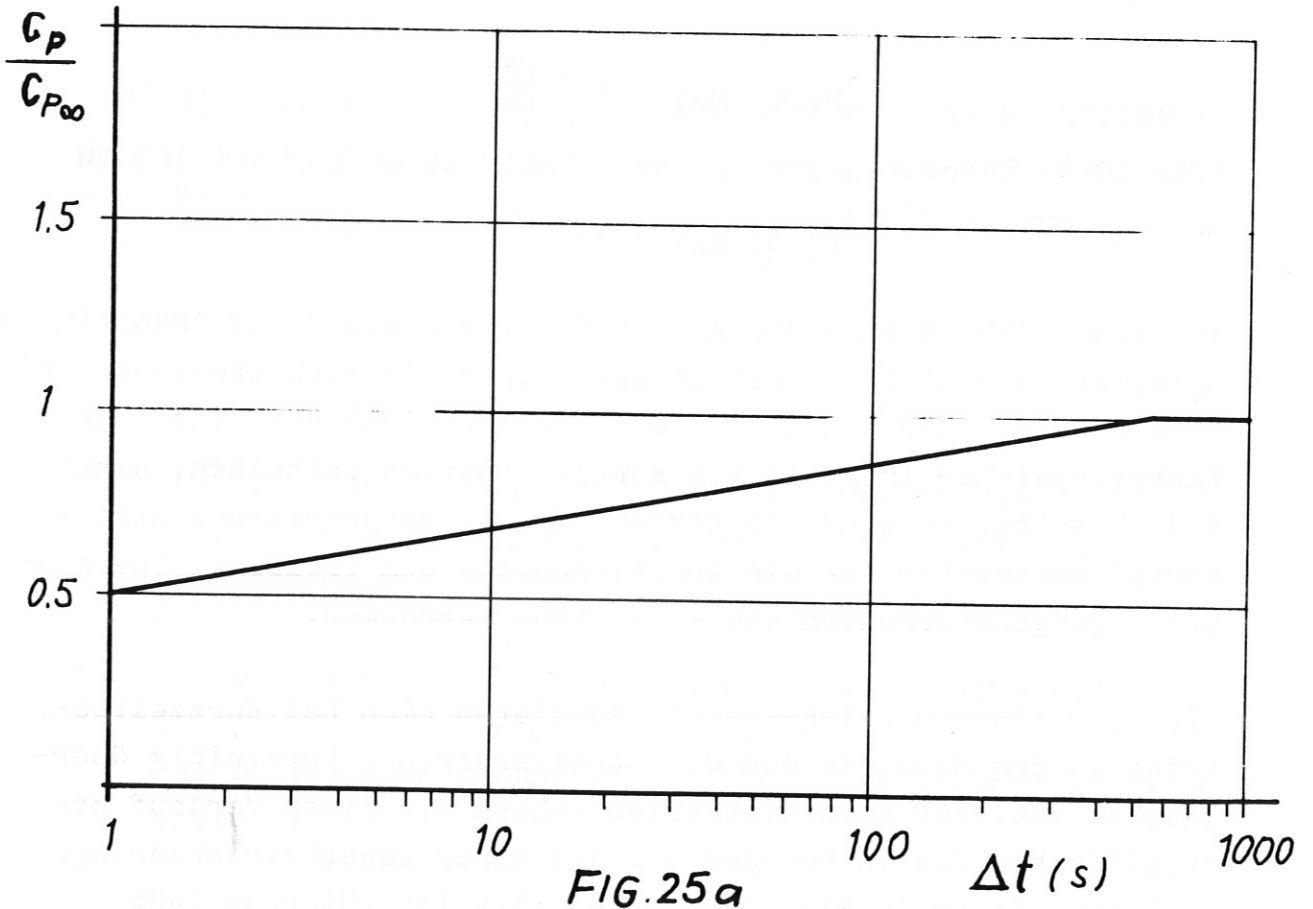


FIG. 25b

versorgungen für Impulsbetrieb zwischen Energie und Leistungskosten der Anlage unterschieden werden. Es ist beabsichtigt, bei einer späteren Arbeit hierauf näher einzugehen.

### 5.3 Kühlwasser - Anlage (Kühltürme)

Die Anlagekosten für den Kühlwasserkreislauf können wiederum auf die Einheit der ohm'schen Verlustleistung im Magneten bezogen werden.

Für Dauerbetrieb kann angenommen werden. 7) 28)

$$(58) \quad C_w = 40 \text{ bis } 50 \text{ DM/KW}$$

Diese Kosten sind bei Kurzzeitbetrieb auf den mittleren Energieverbrauch pro Zeiteinheit zu beziehen.

### 5.4 El. Strom - Kosten

Auf der Basis der im IPP derzeit gezahlten Stromkosten kann bei erhöhter Energieentnahme aus dem Netz mit einem pauschalen Wert von

$$(59) \quad C_E = 0,10 \text{ DM/kWh}$$

gerechnet werden. Hierin ist sowohl der Arbeitspreis als auch der jährliche Leistungspreis, bezogen auf die kWh, enthalten. Diese Stromkosten sind von Land zu Land verschieden. Sie sind unter anderem abhängig von der Lage zum örtlichen Versorgungsnetz und von den landesüblichen Abnahmebedingungen.

Um einen Betriebskostenvergleich unterschiedlicher Magnettypen durchführen zu können, muß man zunächst die für das Experiment



geforderte Betriebsweise näher definieren und die notwendigen Einschränkungen beachten. Selbstverständlich hat ein Vergleich zwischen impulsförmigen und dauernd betriebenen Magneten nur dann einen Sinn, wenn beide Betriebsarten, vom Experiment her gesehen, möglich sind. Ist dies der Fall, so erweist es sich als notwendig, eine für Dauerbetrieb bzw. Impulsbetrieb äquivalente Betriebsdauer bzw. Impulsquote, bezogen auf eine gleiche Arbeitsperiode (beispielsweise ein Jahr), zu definieren.

Die Frage der Äquivalenz wird im Einzelfall schwer zu beantworten sein. Man wird versuchen müssen, sie im Sinne eines gleichwertigen Angebots an effektiver Experimentierzeit zu definieren.

Es ist nicht die Aufgabe dieses Berichtes, in dieser Hinsicht mehr oder weniger anfechtbare Maßstäbe zu entwickeln. Es erscheint aber angebracht, auf die Notwendigkeit einer möglichst quantitativen Erfassung äquivalenter Impulsquoten bzw. Betriebsdauern hinzuweisen.

In diesem Zusammenhang könnte die Definition eines Äquivalenzfaktors etwa in der folgenden Form von Nutzen sein. Mit  $P_{\Delta t}$  sei die zu einer Stunde Dauerbetrieb äquivalente Impulsquote mit der Impulslänge  $\Delta t$  bezeichnet. Vor Durchführung eines Kostenvergleichs sollte  $P_{\Delta t}$  als Funktion von  $\Delta t$  definiert werden.

Es ist nachdrücklich darauf zu verweisen, daß die Definition dieses oder eines ähnlichen Äquivalenzfaktors den Kostenvergleich erheblich beeinflusst. Vor Abschätzung der möglichen Kosten eines Experimentes sollte man sich deshalb erst hierüber Klarheit verschaffen, wobei es sicher nicht immer ganz einfach sein wird, notwendige und wünschenswerte Bedingungen auseinanderzuhalten.

## 6. Kostenfaktoren für kryotechnische Magnete

### 6.1 Herstellungskosten der Magnetspulen

Die gesamten Herstellungskosten setzen sich wiederum aus den Materialkosten und den Fertigungskosten zusammen. Wir nehmen an, daß sich die Kosten der Fertigung wie bisher mit dem auf das Produkt aus Leiterlänge und Strom bezogenen Faktor

$$1,2 \cdot 10^{-2} \text{ DM/A} \cdot \text{m}$$

berechnen lassen. Die Materialkosten, andererseits, sind von der geforderten Leitfähigkeit bzw. vom Restwiderstandsverhältnis und damit im wesentlichen von der Reinheit des Materials abhängig.

Wie schon aus Fig. 12 hervorgeht, hat das Restwiderstandsverhältnis (zwischen  $20^{\circ} \text{C}$  und  $4,2^{\circ} \text{K}$ ) im Falle hoher Betriebstemperaturen, beispielsweise bei der Temperatur des  $\text{Fl.N}_2$ , einen nur geringen Einfluß auf den erreichbaren effektiven Widerstand. Es hätte also wenig Sinn, bei derartig hohen Betriebstemperaturen ein sehr reines und damit teureres Material zu verwenden.

Stattdessen wird die Größe des Restwiderstandsverhältnisses umso bedeutsamer, je tiefer die Betriebstemperatur wird. Hier kann man natürlich auch umgekehrt argumentieren. Je besser das Restwiderstandsverhältnis eines Materials ist, umso niedriger liegt die hierfür optimale Betriebstemperatur. Dies geht im übrigen auch aus dem unter 3.4 gezeigten Beispiel hervor.

Wie Arp<sup>7)</sup> für das Beispiel eines MHD-Magneten zeigt, empfiehlt sich bereits für eine Betriebstemperatur von  $20^{\circ} \text{K}$  ein Material mit einem Restwiderstandsverhältnis von ca. 5000 und für  $4,2^{\circ} \text{K}$  ein solches mit mehr als 15.000. Die geschätzten Kosten derartiger Materialien (Al) liegen bei 40.-- bzw. 250.-- DM/kg.

Für Betriebstemperaturen über 50° K genügt es, wärmebehandeltes E-Kupfer mit einem Widerstandsverhältnis von 150 und einem Kostenfaktor von 12.-- DM/kg anzunehmen.

## 6.2 Thermische Isolierung, Kryostat

Gegenüber den normalleitenden Spulen, die im vorhergehenden Abschnitt behandelt wurden, kommen bei kryotechnischen Magneten zusätzliche Kosten für die thermische Isolierung zur Aufrechterhaltung der tiefen Betriebstemperatur hinzu. Der Aufwand hierfür richtet sich nach der Höhe der Betriebstemperatur und nach den experimentellen Erfordernissen.

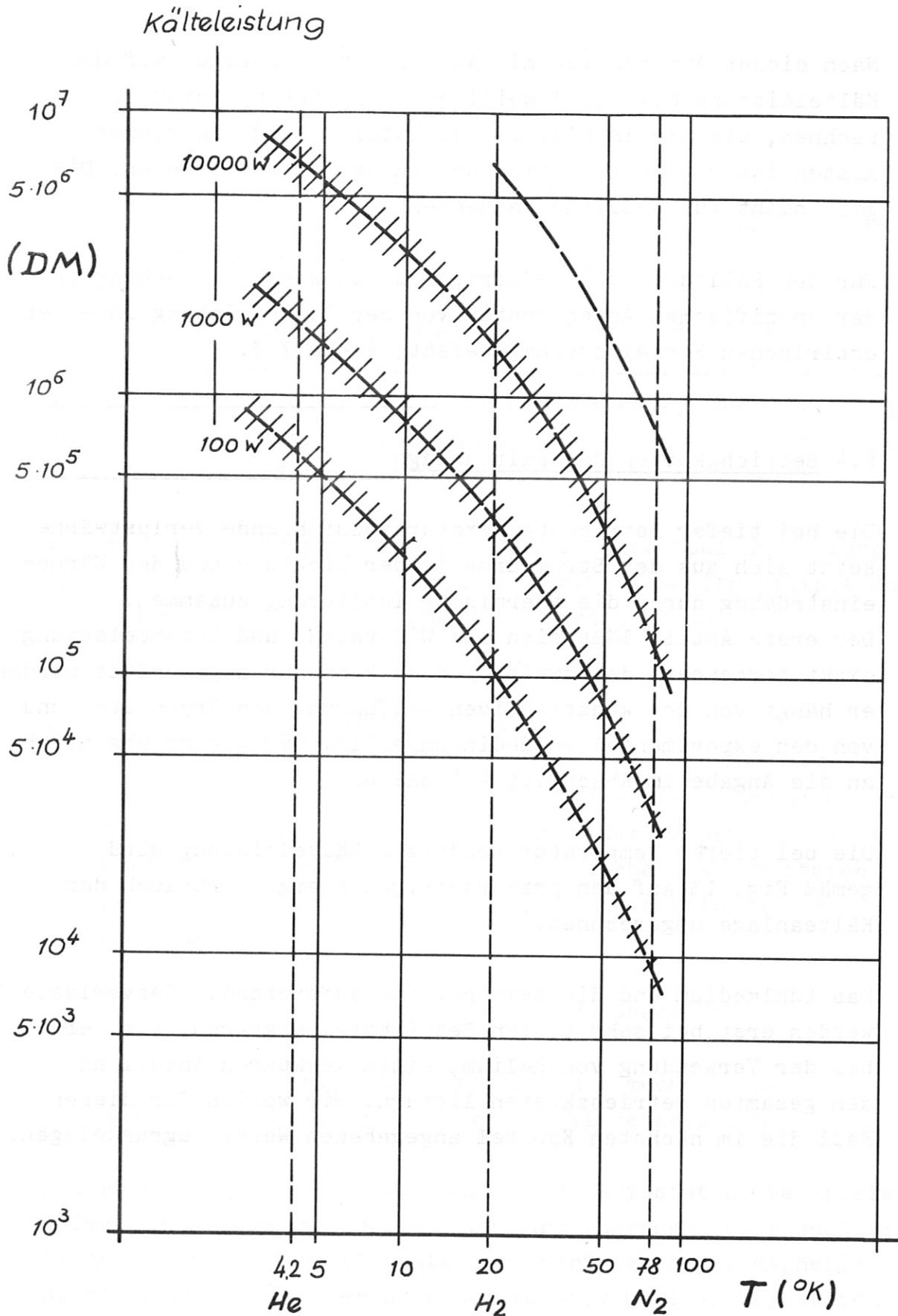
Um im weiten Bereich der Möglichkeiten einen Anhaltswert zu erhalten, nehmen wir für Betriebstemperaturen unter 20° K die gleichen spezifischen Kosten an wie für Kryostaten supra-leitender Spulen. Siehe hierzu 7.2. Wir nehmen weiterhin an, daß sich demgegenüber die Kosten bei einer Betriebstemperatur von 78° K auf die Hälfte dieses Wertes reduzieren lassen.

$$\begin{array}{ll} C_d = 5.000 \text{ DM/m}^2 \text{ (äußere Oberfläche)} & T = 20^\circ \text{ K} \\ = 10.000 \text{ " " " " " } & T = 4^\circ \text{ K} \end{array}$$

Es sei hier auf die Einschränkungen verwiesen, die im Abschnitt 7.2 hinsichtlich dieser Kostenfaktoren gemacht werden und sinngemäß auch für den Fall kryotechnischer Magnete gelten.

## 6.3 Anlagekosten für Kältemaschine (Refrigerator) und Kühlkreislauf

Bei der Abschätzung dieser Kosten können wir uns auf Veröffentlichungen von Winters und Snow<sup>29)</sup>, Kurti<sup>20)</sup> und Arp<sup>7)</sup> beziehen.



Anlagekosten der Kältemaschine

FIG. 26

Nach diesen Autoren ist mit Anlagekosten, bezogen auf die Kälteleistung bei der jeweiligen Betriebstemperatur, zu rechnen, wie sie in Fig. 2<sup>6</sup> dargestellt sind. In diesen Kosten ist die Installation der Anlage eingeschlossen. Dies gilt nicht für bauliche Maßnahmen.

Für den Fall der 4.2°-K-Refrigeratoren wurde die Abhängigkeit der spezifischen Anlagekosten von der Kälteleistung in einer empirischen Formel zusammengefaßt; siehe 7.3.

#### 6.4 Betriebskosten der Kälteanlage

Die bei tiefer Betriebstemperatur abzuführende Verlustwärme setzt sich aus der Stromwärme in der Wicklung und der Wärme-einströmung durch die thermische Isolierung zusammen. Der erste Anteil läßt sich aus Widerstand und Strombelastung exakt berechnen, der zweite jedoch kann nur abgeschätzt werden; er hängt von der konstruktiven Ausführung des Kryostaten und von den experimentellen Bedingungen ab. Wir werden uns hierbei an die Angabe im Abschnitt 4.4 halten.

Die bei tiefer Temperatur benötigte Kälteleistung wird gemäß Fig. 13 auf den primärseitigen Energieverbrauch der Kälteanlage umgerechnet.

Das Kühlmedium und die beim Betrieb auftretenden Gasverluste werden erst bei sehr tiefen Betriebstemperaturen, d.h. erst bei der Verwendung von Helium, einen merkbaren Anteil an den gesamten Betriebskosten liefern. Wir wollen für diesen Fall die im nächsten Kapitel angegebenen Werte zugrundelegen.

## 7. Kostenfaktoren für supraleitende Magnete

### 7.1 Herstellungskosten supraleitender Spulen

Die Kosten des supraleitenden Materials wurden bereits im Zusammenhang mit der Optimierung supraleitender Magnete behandelt; siehe hierzu 4.2.

Der relativ große Streubereich beim Verlauf des spez. Preises über der magnetischen Feldstärke (siehe Fig. 17) ergibt sich aus den Unterschieden in der Zusammensetzung, Stabilisierung und Formgebung der Supraleiter. Diese Unterschiede sind außerordentlich vielfältig und schwerlich zu klassifizieren.

Zu den Materialkosten kommen die Kosten der Spulenfertigung hinzu, die einheitlich wie bei den vorhergehenden Beispielen mit  $1,2 \cdot 10^{-2}$  DM/A · m angenommen werden können.

### 7.2 Thermische Isolierung, Kryostat

In Anlehnung an Carruthers und andere<sup>1)</sup> sowie aufgrund eigener Erfahrung verwenden wir zur Berechnung der Kryostatenkosten einen Faktor, der auf die äußere Oberfläche des Kryostaten bezogen ist und für relativ einfache Konstruktionen etwa folgenden Wert annimmt:

$$C_d = 10.000 \text{ DM/m}^2 \text{ (äußere Oberfläche).}$$

In diesem Faktor sind die Kosten für die mechanische Befestigung bzw. Aufhängung des Magneten eingeschlossen.

Bei einer komplizierten Ausführung des Kryostaten, beispielsweise bei Verwendung zahlreicher Durchführungen oder zusätzlicher konstruktiver Elemente zur Übertragung der magnetischen Kräfte, oder aber auch bei relativ kleinen Kryostaten

( $0 \leq 1 \text{ m}^2$ ) kann dieser Kostenfaktor Werte bis über 20.000 DM/m<sup>2</sup> erreichen.

### 7.3 Anlagekosten für Kältemaschine und Kühlsystem

Wie bereits im vorhergehenden Abschnitt erwähnt, legen wir für die Anlagekosten der Kältemaschine eine empirische Formel zugrunde, die die Abhängigkeit der Kosten von der Höhe der Kälteleistung angibt.

$$C_R = 75.000 \cdot P^{0,45} \text{ (DM)}$$

P (Kälteleistung in W)

Diese Formel deckt sich in etwa mit den Angaben von Kurti<sup>20)</sup>, Apr<sup>7)</sup> sowie Winters und Snow<sup>29)</sup>. Für sehr große Refrigeratoren liegen kaum Unterlagen vor, so daß eine Extrapolation in diesen Bereich nur mit Vorbehalt möglich ist.

### 7.4 Betriebskosten der Kälteanlage

Für die primärseitige Leistungsaufnahme der Kälteanlage gelten die Umrechnungsfaktoren nach Fig. 13.

Ein 4,2<sup>0</sup>-K-Refrigerator mit 1 kW Kälteleistung benötigt demnach eine Eingangsleistung von 550 kW. Hierfür gilt der kWh-Preis wie unter 5.4, allerdings unter der Voraussetzung, daß nicht mit zu kleinen Leistungen zu rechnen ist.

Die während des normalen Betriebs auftretenden Heliumgasverluste im Kühlmittelkreislauf sind weitgehend von den experimentellen Gegebenheiten, von der Kühlmittelführung, von der Betriebsweise etc. abhängig. Sie können bei einem üblichen Experimentierbetrieb keineswegs vernachlässigt werden.

Für Heliumgas ist in Deutschland derzeit mit einem Preis von DM 14.--/Nm<sup>3</sup> zu rechnen.

Wir beziehen die Gasverluste auf die Eingangsleistung der Kältemaschine und erhalten als einen vernünftigen Durchschnittswert für mittlere und große Anlagen:

$$C_{\text{He}} = 0,1 \text{ DM/kWh.}$$

Kältemaschinen der uns interessierenden Art werden heutzutage mit und ohne Fl.Stickstoff-Vorkühlung gebaut. Wir wollen eine derartige Vorkühlung annehmen und rechnen für den benötigten Fl.Stickstoff einen Kostenanteil von

$$C_{\text{N}} = 0,04 \text{ DM/kWh,}$$

bezogen auf die Eingangsleistung der Kälteanlage.

### 7.5 Stromversorgung

Hierfür kann einfachheitshalber ein Kostenanteil zugrunde gelegt werden, der auf die Kosten des supraleitenden Magneten selbst bezogen ist. Dieser Kostenanteil kann abhängig von den geforderten technischen Bedingungen erheblichen Schwankungen unterliegen.

$$C_{\text{PS}} \quad (0,2 \div 0,4) \cdot C_{\text{S}}.$$

Es ist anzunehmen, daß eine Reihe der oben genannten Kostenfaktoren, insbesondere jene, die "nicht klassische" Materialien und Anlageteile betreffen, Änderungen unterworfen sind, die sich aus der fortschreitenden technischen Entwicklung ergeben.



Es ist beabsichtigt, in einer weiteren Arbeit mit Hilfe der in diesem Bericht gegebenen Berechnungsgrundlagen konkrete Beispiele größerer Magnetfeldanordnungen, wie sie vorwiegend in der Plasmaphysik Anwendung finden, zu berechnen und entsprechende Kostenvergleiche durchzuführen.

Ich möchte nicht versäumen, Herrn K.H. Schmitter für seine Anregung zu dieser Arbeit und sein stetes Interesse bei ihrer Durchführung zu danken. Ferner danke ich den Herren J.D. Becker, A. Knobloch, H. Lohnert, R. Pöhlchen und H. Preis, die in zahlreichen Diskussionen direkt oder indirekt zu dieser Arbeit beigetragen haben.

Literatur

- 1) R. Carruthers, P. A. Davenport, J.T.D. Mitchell  
The economic generation of power from thermonuclear fusion  
5 th. Symposium on Fusion Technology
- 2) J.B. Adams  
Progress towards a nuclear fusion reactor  
Contemp. Phys. 1969 Vol. 10, No 1, 1 - 20
- 3) I.N. Golovin  
Tokamak as a possible fusion reactor  
Nuclear Fusion Reactor Conference Sept. 1969
- 4) R.S. Pease  
Plasma Confinement by magnetic fields  
Nuclear Fusion Reactor Conf. Sept. 1969
- 5) B.Oswald  
Some aspects of superconducting magnetic energy storage  
IPP - Bericht 4/13, 1964
- 6) T.H. Fields, C. Laverick  
Some supermagnet design considerations  
Proc. Particle Accell. Conf. Washington (1965)
- 7) C. Laverick  
Superconducting magnets  
Nucleonics, January 1966
- 8) V.C. Arp  
Possible cryogenic magnet system for a magneto-hydrodynamic  
application  
NBS Report 9290, August 1967
- 9) J.D. Becker, H.Lohnert, B. Oswald, R. Zickert  
A high - field magnet for a hydrogen arc experiment.  
Proc. Third Int. Conference on Magnet Technology 1970

- 10) D.B. Montgomery  
Solenoid magnet design  
Wiley - Interscience 1969
- 11) N.B. Alexander, A.C. Downing  
Tables for a semi - infinite circular current sheet  
ORNL - Report - 2828 Oak Ridge.
- 12) H. Wachendorf  
Induktivitäten ohne Eisen  
Archiv f. technisches Messen Z 120 - 1 (Juli 1951)
- 13) D.B. Montgomery  
Project : " Alcator "  
MIT - Proposal
- 14) R. Pöhlchen  
Berechnung toroidaler Magnetfelder
- 15) F. Pawlek, D. Rogalla  
Der el. Widerstand von Silber, Kupfer, Aluminium, Zink  
und Natrium zwischen 4 und 298° K in Abhängigkeit von den  
Verunreinigungen.  
Metallwissenschaft und Technik  
20. Jahrg. Heft 9 (1966) S. 949
- 16) Landolt - Börnstein  
Zahlenwerte und Funktionen  
II. Bd. Springer Verlag 1959
- 17) B. Lüthi  
Widerstandsänderung von Metallen in hohen Magnetfeldern.  
Helvetia Physica Acta Vol. 33 S. 161 (1960)
- 18) Proc. of the Int. Conference on High Magnetic Fields 1961(MIT)  
Ed.H.Kolm, B. Lax, F. Bitter, R.Mills  
J.Wiley & Sons inc.

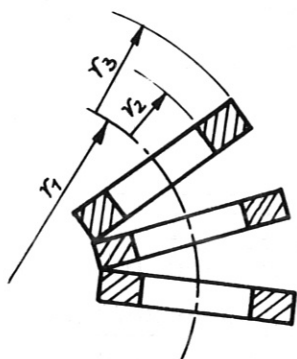
- 19) T.R. Storbridge, D.B. Chelton  
Size and power requirements of 4,2° K refrigerators  
Advance in Cryogenic Engineering  
Vol.12 (1966)
- 20) N. Kurti  
The cost of refrigeration  
Clarendon Lab.Oxford  
informal note Oct. 1968
- 21) S. Ergenc und J. Hännny  
Einige Betrachtungen zur Thermodynamik der Gaskältekreisläufe  
Sonderheft : Sulzer - Tieftemperaturtechnik
- 22) R.H.Kropschot  
Low temperature insulation  
Appl. Cryog. Engineering ed. by R.W. Vance, W.M. Duke  
J.Wiley & Sons 1962 und 1963
- 23) L.E.Scott , R.C. van Meerbeke, B.S. Kirk, G.C. Nubel  
Technology of Liquid Helium  
ed. by R.H. Kropschot, B.W. Birmingham, D.B. Mann.  
National Bureau of Standards, Monograph III 1968
- 24) L.W. Toth  
Properties of glass - reinforced epoxy through the 20 °K  
range.  
Modern Plastics (August 1965) S.123 - 128.
- 25) F. Grütter,  
Magnet system power supplies.Proceedings of the Int.  
Symposium on Magnet Technology.
- 26) J.A. Fox  
Static power supplies for large pulsed magnets  
Proc. Int. Conf. on Magnet Technology Oxford 1967

- 27) M. Kottmair  
IPP-Stromversorgung  
Persönl. Information
  
- 28) E. Ring  
IPP-Kühlwasseranlage  
Persönl. Information
  
- 29) A.R. Winters, W.A. Snow  
Capacity and economic performance of a large 5° K Helium  
refrigerator  
Advance in Cryogenic Engineering, Vol. 11
  
- 30) G. Ratliff  
Helium refrigerator system for a 100 GeV superconducting  
accelerator  
Cryogenics & Industrial Gases, Oct. 1969

Anhang

1. Berechnung des elektrischen Widerstandes von Spulen mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt :

siehe hierzu Fig.7



Der Widerstand einer äquivalenten Torusspule (Gesamtheit aller Einzelspulen) ist :

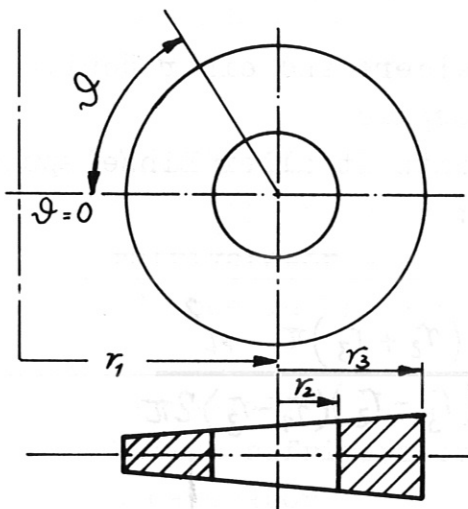
$$R = \frac{\rho (\tau_2 + \tau_3) \pi \cdot n^2}{\delta (\tau_3 - \tau_2) (\tau_1 - \tau_3) 2\pi}$$

Hierzu ist die gesamte Windungszahl (sämtlicher Einzelspulen):  $n$ , mit dem Leiterstrom (wenn sämtliche Einzelspulen in

$$I = \frac{B_0 \cdot 2\pi r_1}{\mu_0 \cdot n} \quad \text{Serie geschaltet sind)}$$

erhält man : (19) und (20).

2. Berechnung des elektrischen Widerstandes von Spulen mit konischem Wicklungsquerschnitt (siehe Seite 17) mit  $j(r, \vartheta) = \text{Konst.}$  in jedem Wicklungsquerschnitt senkrecht zur Stromrichtung.



Die Flanken der Spulen liegen auf Radienten zum Torusmittelpunkt.

Der Widerstand einer äquivalenten Torusspule (Gesamtheit aller Einzelspulen) ist :

$$R = \frac{\rho}{\sigma} \int_0^{\pi} \frac{(\tau_2 + \tau_3) n^2}{\left[ \tau_1 - \frac{\tau_3 + \tau_2}{2} \cdot \cos \vartheta \right] (\tau_3 - \tau_2) \cdot 2\pi} d\vartheta$$

Nach Auflösung des Integrals gilt :

$$R = \frac{\rho}{\sigma} \cdot \frac{(\tau_2 + \tau_3) n^2}{(\tau_3 - \tau_2) \cdot 2 \cdot \sqrt{\tau_1^2 - \left(\frac{\tau_2 + \tau_3}{2}\right)^2}}$$

$n$  bedeutet die gesamte Windungszahl sämtl. Einzelspulen.

Die ohm'sche Verlustleistung wird :

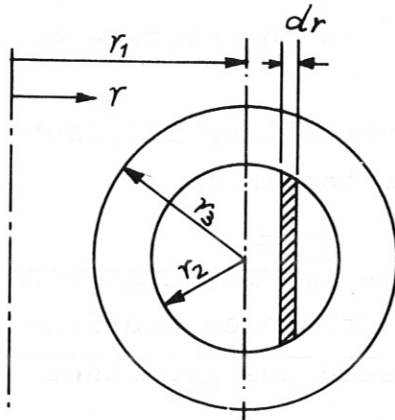
$$V = I^2 R = \left( \frac{B_0}{\mu_0} \cdot \frac{2\pi r_1}{n} \right)^2 \cdot R = \left( \frac{B_0}{\mu_0} \right)^2 \cdot \frac{\rho}{\sigma} \cdot r_2 \cdot \frac{2\pi^2 (1+\alpha) \delta^2}{(\alpha-1) \sqrt{\delta^2 - \left(\frac{1+\alpha}{2}\right)^2}}$$

siehe (19) und (22).

Die Verlustleistung ist - wie es sein muß - unabhängig von der Windungszahl (wenn man die Abhängigkeit des Füllfaktors  $f$  von der Windungszahl unberücksichtigt läßt).

3. Die magnetische Energie einer toroidalen Spulenanordnung.

a) im freien Innenraum der Spulen :



Wir nehmen an, das Feld würde im gesamten Innenraum ( $r_1 - r_2 \leq r \leq r_1 + r_2$ ) wie :

$$B(r) = B_0 \frac{r_1}{r}$$

verlaufen.

D.h. wir vernachlässigen die durch die endliche Spulenteilung hervorgerufene Welligkeit des Feldes in Richtung des Torusumfangs.

Dann wird die magnetische Energie wie folgt berechnet :

$$E_{m(0 \rightarrow r_2)} = \frac{1}{2\mu_0} \int_{r_1 - r_2}^{r_1 + r_2} \left( B_0 \frac{r_1}{r} \right)^2 \cdot 2\pi r \cdot 2 \cdot \sqrt{r_2^2 - (r_1 - r)^2} dr$$

Die Integration zwischen den angegebenen Grenzen ergibt :

$$E_{m(0 \rightarrow r_2)} = \frac{2\pi^2}{\mu_0} B_0^2 \cdot r_1^2 \left[ r_1 - \sqrt{r_1^2 - r_2^2} \right]$$

bzw.

$$= \frac{\pi^2}{\mu_0} B_0^2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \left[ 2\delta^2 \left( 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{1}{\delta} \right)^2} \right) \right]$$

oder

$$= \frac{\pi^2}{\mu_0} \cdot B_0^2 \cdot r_1 \cdot r_2^2 \cdot 2\delta^2 (1 - \sin \chi); \quad \chi = \arccos\left(\frac{1}{\delta}\right)$$

Der mit X bezeichnete Ausdruck gibt im übrigen die Abweichung von der näherungsweise Berechnung der magnetischen Energie allein aus  $B_0$  und dem Torusvolumen an.

X weicht erst bei einer dicken Torusgeometrie erheblich vom Wert 1 ab.

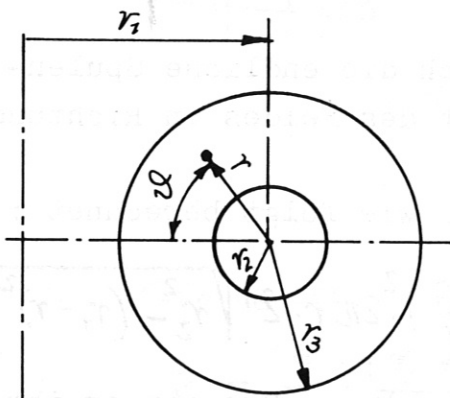


b) Die Energie des magnetischen Feldes im Wicklungsquerschnitt für den Fall konischer Spulen.

Bei einer genügend feinstufigen Verteilung der einzelnen Spulen um den Torusumfang nähert sich der Feldverlauf innerhalb der Wicklung dem einer dichten Belegung mit konischen Spulen.

Die im folgenden betrachtete Feldverteilung ist deshalb als die theoretisch korrekte eines toroidalen Magnetfeldes anzusehen.

Das Feld an einer beliebigen Stelle im Wicklungsquerschnitt ist unter Zugrundelegung des nebenstehenden Koordinatensystems, wobei  $r$  von der Torusseele aus gerechnet wird:



$$B(r, \varphi) = \mu_0 j \frac{(r_3 - r)(r_1 - r \cos \varphi + r_1 - r_3 \cos \varphi) \pi}{(r_1 - r \cos \varphi) \cdot 2\pi}$$

Hierbei ist  $j$  die Stromdichte im Querschnitt eines radialen Schnittes mit dem Winkel  $\varphi$ . ( $j(r) = \text{konst.}$ )

Diese Stromdichte hängt in folgender Form von  $\varphi$  ab:

$$j = \frac{B_0}{\mu_0} \frac{2\pi r_1}{(r_3 - r_2)(r_1 - r_2 \cos \varphi + r_1 - r_3 \cos \varphi) \pi}$$

Damit wird die Induktion im gesamten Bereich des Wicklungsquerschnitts ( $r_3 \geq r \geq r_2$ )

$$B(r, \varphi) = B_0 \frac{(r_3 - r)[2r_1 - (r_3 + r) \cos \varphi] \cdot r_1}{(r_3 - r_2)[2r_1 - (r_3 + r_2) \cos \varphi](r_1 - r \cos \varphi)}$$

mit der Induktion auf der Torusseele :  $B_0$ .

Für  $r = r_3$  ist  $B = 0$  ;

für  $r = r_2$  und  $\varphi = \frac{\pi}{2}$  wird  $B = B_0$  ;

Die magnetische Energie des Feldes innerhalb der Wicklung errechnet sich aus dem Volumintegral :

$$\begin{aligned}
 E_{m(r_2 \rightarrow r_3)} &= \frac{1}{2\mu_0} \iiint B^2(r, \vartheta, \varphi) \cdot d\vartheta d\varphi dr \\
 &= \frac{1}{2\mu_0} \int_0^{2\pi} \int_{r_2}^{r_3} B^2(r, \vartheta) \cdot 2\pi R \cdot d\vartheta \cdot dr ; \quad R = r_1 - r \cdot \cos \vartheta \\
 &= \frac{B_0^2}{\mu_0} \int_0^\pi \int_{r_2}^{r_3} \frac{(r_3 - r)^2 (2r_1 - r_3 \cos \vartheta - r \cos \vartheta)^2 r_1^2 \cdot 2\pi \cdot d\vartheta \cdot dr}{(r_3 - r_2)^2 (2r_1 - r_3 \cos \vartheta - r_2 \cos \vartheta)^2 (r_1 - r \cos \vartheta)}
 \end{aligned}$$

Die geschlossene Integration dieses Ausdrucks ist etwas umfangreich. Es empfehlen sich deshalb numerische Lösungsmethoden.