

# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Untersuchung der Ionisationsinstabilität  
in einem Argon-Kalium-Plasma in gekreuzten  
elektrischen und magnetischen Feldern

Investigation of Ionization Instability  
in an Argon Potassium Plasma in Crossed  
Electric and Magnetic Fields

W. Riedmüller

IPP IV/14

März 1971

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem  
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die  
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

ABSTRACT

The development of ionizational instability in a streaming, weakly ionized argon-potassium plasma in which several discharges burn parallel to the gas flow and across an applied magnetic field is investigated by means of time and space resolved measurements of the electric field, electron density and electron temperature and by means of image converter pictures.

Special importance is placed on producing as homogeneous a plasma as possible (at least in the time average). It is shown that three effects have to be taken into account: short-circuiting of the Hall field at both ends of the discharge, influence of the Lorentz force and convective constriction of the discharge at the channel entrance.

When the Hall parameter exceeds a certain value, a characteristic striated structure appears. The critical Hall parameter and the phase velocity of the striations can readily be explained in terms of the known theory of the ionizational instability. On the other hand, the theory has to be elaborated to account for the complicated structure at higher Hall parameters and for the observed wavelengths and frequencies. For this purpose a method is developed by means of which allowance can be made analytically for the influence of dissipation due to thermal conduction and radiation processes and for the boundary conditions.

## K u r z f a s s u n g

In einem strömenden, schwach ionisierten Argon-Kalium-Plasma, in dem mehrere Entladungen parallel zur Gasströmung und senkrecht zu einem angelegten Magnetfeld brennen, wird durch zeit- und ortsauflösende Messungen der elektrischen Feldstärke, der Elektronendichte und der Elektronentemperatur und durch Bildwandlernaufnahmen die Ausbildung der Ionisationsinstabilität untersucht.

Besonderer Wert wird auf die Erzeugung eines (wenigstens im zeitlichen Mittel) möglichst homogenen Plasmas gelegt. Es wird gezeigt, dass hierbei 3 Effekte berücksichtigt werden müssen: Kurzschluss des Hallfeldes an den beiden Enden der Entladung, Einfluss der Lorentzkraft und konvektive Einschnürung der Entladungen am Kanaleingang.

Übersteigt der Hallparameter einen bestimmten Wert, so bildet sich eine charakteristische Streifenstruktur aus. Der kritische Hallparameter und die Phasengeschwindigkeit der Streifen lassen sich gut mit der bekannten Theorie der Ionisationsinstabilität erklären. Dagegen ist es erforderlich zur Erklärung der komplizierten Struktur bei höheren Hallparametern und der beobachteten Wellenlängen und Frequenzen die Theorie zu erweitern. Hierzu wird ein Verfahren entwickelt, mit dessen Hilfe es möglich ist, auf analytischem Wege den Einfluss der Dissipation durch Wärmeleitungs- und Strahlungsprozesse einerseits und der Randbedingungen andererseits zu berücksichtigen.

# INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. EINLEITUNG .....	1
2. PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN UND EINFÜHRUNG IN DIE LINEARE THEORIE DER IONISATIONSINSTABILITÄT .....	4
2.1 Anschauliche Erklärung .....	4
a) ohne Magnetfeld .....	5
b) mit Quermagnetfeld .....	7
2.2 Quantitative lineare Theorie .....	8
3. DER EXPERIMENTELLE AUFBAU .....	15
3.1 Aufbau .....	15
3.2 Messkanal .....	17
3.3 Diagnostik .....	18
4. DIE EXPERIMENTELLEN BEDINGUNGEN .....	22
4.1 Halleffekt .....	22
4.2 Lorentzkraft .....	24
4.3 Konvektion .....	28
5. MESSERGEBNISSE UND DISKUSSION .....	30
5.1 Sahagleichgewicht .....	30
5.2 Der kritische Hallparameter .....	30
5.3 Die Phasengeschwindigkeit .....	32
5.4 Die zeitaufgelöste, räumliche Struktur des Plasmas .....	35
6. ERWEITERUNG DER LINEAREN THEORIE: BERÜCKSICHTIGUNG VON DISSIPATIONS- UND RANDEFFEKTEN .....	36
6.1 Anwachsrate der Ionisationsinstabilität mit Dämpfung durch Dissipation im unendlich aus- gedehnten Plasma .....	36

Seite

6.2 Einfluss der endlichen Plasmadimension .....	40
6.3 Kombination der beiden Grenzfälle .....	44
6.4 Gleichzeitige Berücksichtigung von Dissipation und Randeffekten .....	46
6.5 Diskussion .....	50

7. ZUSAMMENFASSUNG .....

LITERATURVERZEICHNIS

Anhang A

Anhang B

Anhang C

## 1. EINLEITUNG

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit Untersuchungen der Ionisationsinstabilität in einem Argon Kalium Plasma. Derartige Edelgas-Alkali-Mischungen sind deswegen von besonderem Interesse, weil sie als Arbeitsmittel in magnetohydrodynamischen Generatoren verwendet werden sollen, mit denen man hofft, den Wirkungsgrad bei der Umwandlung von Kernenergie in elektrische Energie verbessern zu können. Das Grundprinzip eines solchen Generators beruht darauf, dass man das in einem Reaktor aufgeheizte und dann beschleunigte Gas durch ein Quermagnetfeld strömen lässt und die hierbei auftretende EMK zur Erzeugung eines elektrischen Stromes ausnutzt.

Eine der Hauptschwierigkeiten hierbei ist die folgende: Die elektrische Leitfähigkeit von Gasen ist bei den in Frage kommenden Temperaturen von weniger als 2000 °K bei thermischer Ionisation, selbst wenn man dem Gas ein leicht ionisierbares Alkalimetall zusetzt, ausserordentlich gering. Kerrebrock /1/ hat vorgeschlagen, als Arbeitsmittel ein Edelgas-Alkali-Plasma zu verwenden, da in einem solchen Gemisch die Elektronentemperatur bei Stromdurchgang über die Gastemperatur ansteigen kann. Voraussetzung hierfür ist ein Edelgas als Grundsubstanz, weil dann die Elektronen im betrachteten Temperaturbereich im wesentlichen nur durch elastische Stösse Energie verlieren, da die niedrigsten Anregungsniveaus der Edelgasatome beträchtlich über der mittleren thermischen Energie der Elektronen liegen. Der Energieverlust bei einem elastischen Stoss ist proportional zum Massenverhältnis  $m_e/m_a$  und insbesondere für die schweren Edelgasatome sehr gering. Ionisiert ist praktisch nur der Alkalianteil des Gemisches, wobei die Ionisierung im wesentlichen durch Elektronenstösse erfolgt, sodass für den Ionisierungsgrad die Elektronentemperatur entscheidend ist. Im Gleichgewichtsfall ist die Elektronentemperatur so weit über die Gastemperatur erhöht, dass die Energieverluste der Elektronen gleich der durch Ohmsche Aufheizung gewonnenen Energie sind. Mit zunehmender Stromdichte wächst also die Elektronentemperatur, damit auch der Ionisationsgrad des Alkalizusatzes und die elektrische Leitfähigkeit des Gases.

Die Erhöhung der elektrischen Leitfähigkeit mit wachsender Stromdichte wurde von verschiedenen Autoren /1, 2, 3, 4/ experimentell geprüft. Die Ergebnisse entsprachen sehr gut den Erwartungen - allerdings

nur solange die "Nichtgleichgewichtssionisation" durch ein von aussen angelegtes elektrisches Feld ohne zusätzliches Magnetfeld hervorgerufen wurde. Dagegen ist es zunächst in MHD-Generatoren nicht gelungen, mit Hilfe der  $V \times B$ -EMK auch nur annähernd die auf Grund einer einfachen Theorie erwartete Elektronentemperaturerhöhung zu erreichen. Es bestand nun die Frage, ob Volumen- oder Randeffekte für diese Diskrepanz verantwortlich waren. Als Volumeneffekt kam eine Reduzierung der skalaren elektrischen Leitfähigkeit im Quermagnetfeld in Frage, während als Randeffekte Spannungsverluste an Elektroden im Kathoden- bzw. Anodenfall, Inhomogenitäten in der Stromverteilung infolge der endlichen Elektrodensegmentierung, Kurzschlüsse zwischen den segmentierten Elektroden sich bemerkbar machen konnten.

Um wenigstens einen Teil dieser Verlustmechanismen auszuschalten, wurden zur Messung der elektrischen Leitfähigkeit auch von einer äusseren Spannungsquelle aufrechterhaltene Gasentladungen in einem Quermagnetfeld untersucht /5, 6, 7/. In dem Experiment von Brederlow und Hodgson /6/ wurden z.B. die wesentlichen MHD-Generatorbedingungen (nämlich gekreuzte elektrische und magnetische Felder in einem strömenden Edelgas-Alkali-Plasma) beibehalten, der Strom durch das Plasma aber durch ein von aussen angelegtes elektrisches Feld parallel zur Gasströmung und senkrecht zum äusseren Magnetfeld aufrechterhalten. Auf diese Weise konnte man trotz eines relativ kleinen Kanalquerschnittes in dem mittleren Teil der Entladung zwischen den Elektroden ein von Elektrodeneffekten ungestörtes Plasma erwarten. Trotzdem ergaben die Messungen eine erhebliche Reduzierung der skalaren elektrischen Leitfähigkeit mit wachsendem Magnetfeld.

Offensichtlich hängt diese Reduzierung mit dem Auftreten von Instabilitäten zusammen. Denn gleichzeitig wurden in diesem Experiment sehr starke Schwankungen vor allem der elektrischen Feldstärke beobachtet.

Theoretisch erwartet man im wesentlichen zwei verschiedene Arten von Instabilitäten: Druck- und Gasgeschwindigkeitsschwankungen ähnlich wie in einer Schallwelle, die in einem Quermagnetfeld zu solchen Stromdichteschwankungen führen können, dass infolge der auftretenden Lorentzkraft die Druckschwankungen verstärkt werden (magnetoakustische Instabilität, Velichov /8/, McCune /9/).

Diese Instabilität sollte vorwiegend in einem thermischen Plasma, in dem die elektrische Leitfähigkeit durch Gastemperatur und -dichte bestimmt ist, auftreten. In dem oben geschilderten Plasma mit "Nichtgleichgewichtsionisation" ist dagegen die elektrische Leitfähigkeit nur schwach abhängig von den Gasparametern /10/, entscheidend ist hier vielmehr die Elektronentemperatur und das Magnetfeld. In diesem Fall kann die Ionisationsinstabilität (in der englischen Literatur "electrothermal waves" genannt) auftreten (Velichov und Dychne /11/, Kerrebrock /12/). Man versteht darunter Schwankungen des Ionisationsgrades, die eine solche Änderung der Stromverteilung hervorrufen können, dass die Elektronendichteschwankungen verstärkt werden.

Der experimentelle Nachweis für das Auftreten der Ionisationsinstabilität in einem Edelgas-Alkali-Plasma wurde von Belousov, Eliseev und Shipuk /7/ erbracht. In einer Argon-Caesium-Entladung senkrecht zu einem äusseren Magnetfeld beobachteten sie die Entwicklung einer streifenförmigen Struktur der Elektronendichte, deren Anwachsraten und Phasengeschwindigkeit von ihnen gemessen wurden.

Diese Messungen wurden an einer gepulsten Entladung mit verhältnismässig niedrigen Werten des Gasdrucks ( $\approx 50$  Torr), der Gastemperatur ( $\approx 1000$  °K) und der Gasgeschwindigkeit ( $v = 0$ ) durchgeführt, also bei Bedingungen, die erheblich von den in MHD-Generatoren zu erwartenden abweichen. Andere Autoren /5, 6/, die quasistationäre Entladungen untersuchten, beschränkten sich auf die Ermittlung von räumlich gemittelten Eigenschaften, wie z.B. der effektiven elektrischen Leitfähigkeit und auf die Beobachtung der Schwankungen des elektrischen Feldes.

Wenig bekannt ist über die Fluktuationen der Elektronendichte selbst, und darüber, wie sich die Instabilität in einem strömenden Plasma bei Atmosphärendruck und Gastemperaturen von  $2000$  °K ausbildet. Mit Ausnahme einer theoretisch-numerischen Arbeit von Nelson /27/ kennt man auch nur wenig über den Einfluss der Randbedingungen und der Geometrie der Entladung auf die Ionisationsinstabilität.

Zur Klärung dieser Fragen sollen die vorliegenden Messungen und Berechnungen beitragen. Vorläufige Ergebnisse dieser Arbeit wurden auf einer Tagung /28/ dargestellt. Die hier vorgeschlagene Methode wurde kürzlich von Shioda /29/ und Evans und Kruger /30/ auf andere Randbedingungen als sie dieser Arbeit zu Grunde liegen ausgedehnt.



## 2. PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN UND EINFÜHRUNG IN DIE LINEARE THEORIE DER IONISATIONSENSIBILITÄT

Theoretisch wurde die Stabilität der Nichtgleichgewichtssonisation im Magnetfeld zuerst von Velichov und Dychne /11/ untersucht. Mit Hilfe einer quasilinearen Analyse zeigten sie, dass sich die Ionisationsinstabilität entwickeln kann, falls die Gyrationfrequenz  $\Omega$  der Elektronen grösser als ihre Stossfrequenz  $\nu$  ist, und dass als Folge dieser Instabilität die effektive Leitfähigkeit um den Faktor  $\frac{\nu}{\Omega}$  reduziert wird. Die Berechnung der Dispersionsbeziehung für ein schwach ionisiertes Plasma, in dem der Ionisationsgrad immer im Gleichgewicht mit der Elektronentemperatur bleibt, durch Kerrebrock /12/ ergab Anwachsrate von  $\approx 10^{-5}$  sec und Phasengeschwindigkeiten von einigen 10 m/sec. Diese Berechnungen wurden dann durch Nedospasov /13/ und Zettvoog /14/ auf den Fall beliebigen Ionisationsgrades erweitert. Haines und Nelson /15/ berücksichtigten auch die Relaxation der Elektronendichte gegenüber der Elektronentemperatur und Solbes /16/ untersuchte den Fall, dass der Strom nicht senkrecht zum Magnetfeld fliesst. Wir wollen in der folgenden Einführung im wesentlichen Velichov folgen und uns hier auf den Fall lokalen Sahagleichgewichts und schwachen Ionisationsgrades beschränken. Wir wollen jedoch im Gegensatz zu Velichov und Dychne /11/ die Annahme, dass bei der Stossfrequenz nur Coulombstösse eine Rolle spielen (in dieser Näherung ist die Stossfrequenz proportional zur Elektronendichte und somit die elektrische Leitfähigkeit unabhängig davon) fallen lassen und auch die Stösse der Elektronen mit Neutralteilchen berücksichtigen.

### 2.1 Anschauliche Erklärung

Wir betrachten ein Edelgas-Alkali-Plasma, in dem senkrecht zu einem äusseren Magnetfeld ein elektrischer Strom fliesst. Lediglich der Alkalizusatz sei schwach ionisiert. Der Ionisationsgrad sei im Gleichgewicht mit der über die Gastemperatur  $T_A$  erhöhten Elektronentemperatur  $T_e$ . Im ungestörten Zustand besteht Gleichgewicht zwischen der Ohmschen Aufheizung der Elektronen  $\frac{j^2}{\sigma}$  und ihrem Energieverlust  $A$ , für den wir bei den überwiegend elastischen Stössen  $A = n_e \nu \frac{m_e}{m_A} \frac{3}{2} k (T_e - T_A)$  schreiben können. (Dabei bedeuten:  $\sigma$  elektrische Leitfähigkeit,  $k$  Boltzmannkonstante,  $n_e$  bzw.  $\nu$  Dichte bzw. Stossfrequenz der Elektronen,  $m_e, m_A$  und  $T_e, T_A$  Massen und Temperatur der Elektronen bzw. der schweren Teilchen). Wir untersuchen nun eine Störung dieses Gleichgewichts, die zeitlich so langsam ver-

läuft, dass  $\text{div } \vec{j} = 0$  und  $\text{rot } \vec{E} = 0$  gültig bleibt. Dies bedeutet, dass die Normalkomponente  $j_{\perp}$  des Stromes und die Tangentialkomponente  $E_{\parallel}$  des elektrischen Feldes stetig in das gestörte Gebiet übergehen.

a) ohne Magnetfeld

Man könnte vermuten, dass der Mechanismus: Erhöhung des Ionisationsgrades und der elektrischen Leitfähigkeit mit wachsender Stromdichte bereits ohne Magnetfeld zu einer Instabilität bzw. Einschnürung des Stromes führt. Dass dies im allgemeinen nicht der Fall ist, zeigt folgende Überlegung: Wir zerlegen die Ohmsche Aufheizung mit Hilfe von  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$  in zwei Teile:  $A = \frac{j^2}{\sigma} = \sigma E_{\parallel}^2 + \frac{j_{\perp}^2}{\sigma}$ , wobei  $E_{\parallel}$  und  $j_{\perp}$  beim Übergang in das gestörte Gebiet ihren Wert nicht ändern. Am ungünstigsten ist es offensichtlich, wenn nur der mit wachsender Leitfähigkeit anwachsende Anteil der Heizung vorhanden ist, d.h., wenn  $j_{\perp} = 0$ , die Störung also parallel zum ungestörten Strom verläuft (Einschnürung des Stromes). Da  $\sigma \sim \frac{n_e}{D}$  und  $A \sim n_e \nu (T_e - T_A)$  ist, wächst mit zunehmender Elektronendichte die Energiezufuhr ebenso an wie der Energieverlust. Die Bilanz bleibt im Gleichgewicht. Jedoch wächst die Aufheizung mit sinkender Stossfrequenz, während gleichzeitig die Verluste geringer werden. Entscheidend ist nur die Frage, ob durch die erhöhte Energiezufuhr in dem Gebiet zu niedriger Stossfrequenz diese noch weiter reduziert wird. Nur wenn die Stossfrequenz mit wachsender Elektronentemperatur sinkt, kann die Störung weiter wachsen: die Ausgangssituation ist instabil. Dies ist jedoch in dem von uns betrachteten, schwach ionisierten Plasma nicht der Fall. Abgesehen von dem Umstand, dass der Stossquerschnitt  $\bar{Q}_{eA}$  der meisten Edelgase oberhalb des Ramsauer Minimums mit wachsender Elektronenenergie stark zunimmt, gewinnen zusätzlich auch die Coulombstöße mit den Alkaliionen an Bedeutung

$$\nu = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} (n_A \bar{Q}_{eA} + n_i \bar{Q}_{ei} + n_K \bar{Q}_{eK}).$$

Zwar sinkt der Coulomb-Querschnitt  $\bar{Q}_{ei}$  wie  $T_e^{-2}$ , doch steigt die Iondichte  $n_i$  exponentiell mit  $T_e$  an. Abb.1 zeigt die für die experimentellen Bedingungen berechnete Stossfrequenz als Funktion der Elektronentemperatur; in Übereinstimmung mit den gemessenen Werten, die ebenfalls eingetragen sind, nimmt die Stossfrequenz mit wachsender Temperatur zu. Deswegen erwartet man ohne Magnetfeld in Übereinstimmung mit den Ergebnissen vieler Experimente Stabilität.

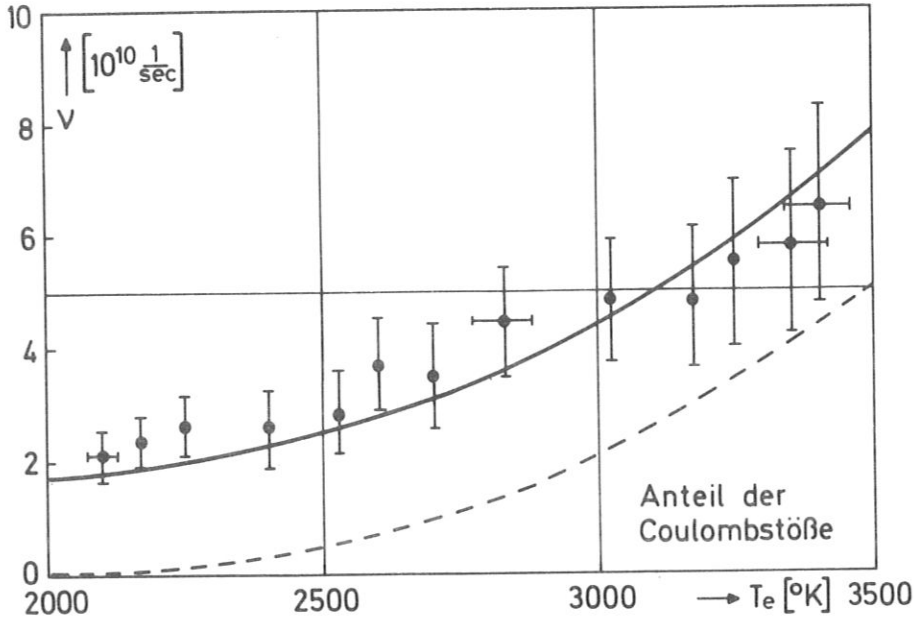


Abb.1: Gemessene und berechnete Elektronenstossfrequenz in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur

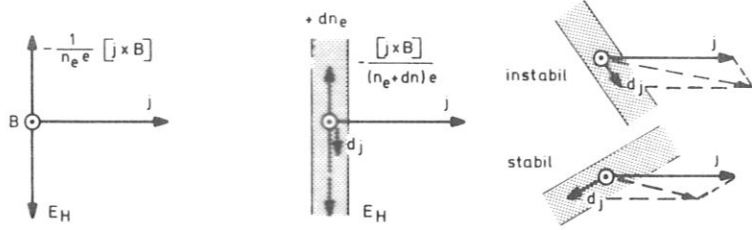


Abb.2: Zur anschaulichen Erklärung der Ionisationsinstabilität

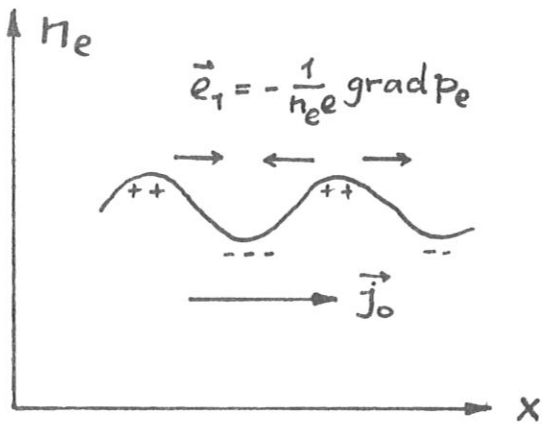


Abb.3: Zur Erläuterung der Phasengeschwindigkeit

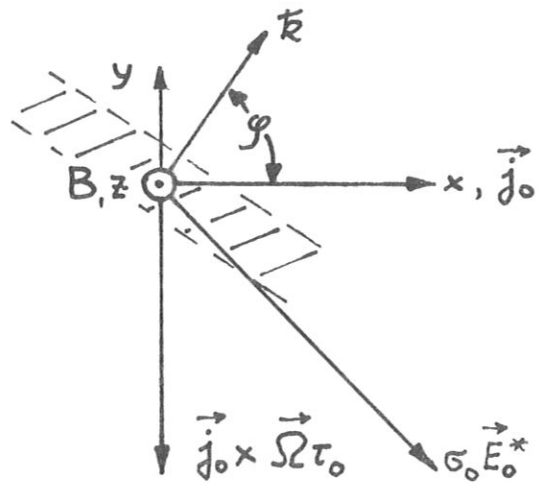


Abb.4: Orientierung der Vektoren  $j$ ,  $B$ ,  $k$

b) mit Quermagnetfeld

Mit angelegtem Magnetfeld betrachten wir ein zunächst wieder homogenes Plasma in dem senkrecht zu  $B$  ein elektrischer Strom fließt (vergl. Abb.2). Die hierzu senkrechte Hall-EMK  $-\frac{1}{n_e e} [\vec{j} \times \vec{B}]$  muss überall durch eine entsprechende Komponente des elektr. Feldes  $E_H$  kompensiert sein. Wir stören dieses Gleichgewicht in einem bestimmten Gebiet durch eine kleine Änderung der Elektronendichte  $+dn_e$  und betrachten die Folgen an der Oberfläche dieses Gebietes. Wegen  $\text{rot } \vec{E} = 0$  geht die Tangentialkomponente der elektrischen Feldstärke stetig in das gestörte Gebiet über, während die Hall-EMK reduziert ist. Denn einerseits bleibt wegen  $\text{div } \vec{j} = 0$  die senkrechte Komponente des Stromes erhalten, andererseits ist die Elektronendichte hier voraussetzungsgemäss höher. EMK und Feldstärke sind nicht mehr im Gleichgewicht, infolgedessen muss parallel zur Oberfläche ein zusätzlicher Strom  $d\vec{j}$  fließen. Fällt die Neigung der Fläche zwischen die Vektoren  $\vec{j}$  und  $\vec{j} \times \vec{B}$ , so verstärkt der Zusatzstrom den ungestörten Strom, was zu einer zusätzlichen Aufheizung und Zunahme der Elektronendichte führt. Zwar steigen im gestörten Gebiet auch die Energieverluste der Elektronen, jedoch nur proportional zu  $n_e$  (falls die Stossfrequenz konstant bleibt) bzw. höchstens mit dem Quadrat von  $n_e$  (falls die Coulombstösse dominieren). Selbst wenn wir den zweiten (einfacheren) Fall nehmen und somit die Leitfähigkeit als konstant annehmen, kommt die Energiebilanz  $\frac{j^2}{\sigma} - A = 0$  aus dem Gleichgewicht:

$$d\vec{j}_\parallel = \sigma d\left(-\frac{1}{n_e e} [\vec{j}_\perp \times \vec{B}]\right) = \frac{\sigma}{n_e e} [\vec{j}_\perp \times \vec{B}] \frac{dn_e}{n_e} = [\vec{j}_\perp \times \vec{\Omega} \tau] \frac{dn_e}{n_e}.$$

Führt man den Winkel  $\varphi$  zwischen  $\vec{j}_\perp$  und der Senkrechten auf die Störung ein, dann gilt:

$$|j_\perp| = |j_0| \cdot \cos \varphi$$

und

$$d\left(\frac{j^2}{\sigma} - A\right) = \frac{2(\vec{j}_0 \cdot d\vec{j})}{\sigma} - dA = \frac{2j_0^2}{\sigma} \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \Omega \tau \cdot \frac{dn_e}{n_e} - dA$$

oder mit  $j_0^2/\sigma = A_0$

$$d\left(\frac{j^2}{\sigma} - A\right) = \frac{j_0^2}{\sigma} \left(2 \sin \varphi \cdot \cos \varphi \cdot \Omega \tau_0 - \frac{d \ln A}{d \ln n_e}\right) \cdot \frac{dn_e}{n_e}.$$

Da in der hier betrachteten Näherung  $A \sim n_e^2$ , somit  $\frac{d \ln A}{d \ln n_e} = 2$  ist und  $2 \sin \varphi \cos \varphi$  sein Maximum bei  $45^\circ$  und hier den Wert 1 hat, wird also für

$$\Omega \tau - 2 > 0$$

der Energiegewinn die Energieverluste überwiegen, d.h. das Plasma wird gegenüber Störungen innerhalb eines bestimmten Winkelbereiches um  $45^\circ$  zum ungestörten Strom instabil und zwar dann - wie von Velichov und Dychne /11/ vorhergesagt - wenn das Verhältnis von Gyrationfrequenz zu Stossfrequenz der Elektronen  $\Omega \tau$  einen bestimmten Wert überschreitet, der von der Grössenordnung 1 ist.

Dass diese Störungen nicht ortsfest bleiben können, sondern eine bestimmte Phasengeschwindigkeit bekommen müssen, kann man nach Shipuk /17/ folgendermassen anschaulich erklären:

Der als Folge einer Strömung auftretende Elektronendruckgradient stellt eine zusätzliche EMK  $\frac{1}{n_e e} \text{grad } p_e$  in Richtung des Gradienten dar. Diese EMK kann aber nicht zu einem zusätzlichen Strom führen, der wegen  $\text{div } \vec{j} = 0$  nur parallel zur Wellenfront einer Störung verlaufen könnte. Durch Raumladungstrennung baut sich deswegen ein dem Gradienten entgegengesetztes elektrisches Feld  $\vec{e}_1$  auf.

Daraus ergibt sich eine asymmetrische Energiezufuhr  $\vec{j}_0 \vec{e}_1 = -\frac{1}{n_e e} (\vec{j}_0 \text{grad } p_e)$ , die bewirkt, dass die Störungen eine bestimmte Phasengeschwindigkeit in Richtung des ungestörten Stromes bekommen.

## 2.2 Quantitative lineare Theorie

In der üblichen Näherung für kleine magnetische Reynoldszahlen und lokalen Sahagleichgewichts wird der Zustand eines "Nichtgleichgewichts-MHD-Plasmas" durch folgende Gleichungen beschrieben:

Ohmsches Gesetz: 
$$\vec{j} = \sigma (\vec{E}^* + \frac{1}{n_e e} \text{grad } p_e - \frac{1}{n_e e} [\vec{j} \times \vec{B}]) \quad (1)$$

mit  $\vec{E}^* = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$  dem elektrischen Feld im mit Gasgeschwindigkeit  $v$  mitbewegten Koordinatensystem.

Energiebilanz der Elektronen: 
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{3}{2} k T_e + \epsilon_i \right) n_e = \vec{j} \cdot \vec{E}^* - A, \quad (2)$$

wobei A der Energieverlust der Elektronen und  $\epsilon_i$  die Ionisationsenergie der Alkaliatome ist, deren Teilchendichte  $n_K$  sei.

Sahagleichung: 
$$\frac{n_e^2}{n_K} = \left( \frac{2\pi m_e k T_e}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\epsilon_i}{k T_e}} \quad (3)$$

für schwache Ionisation und Quasineutralität.

Maxwellsche Gleichungen: 
$$\operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = \operatorname{rot} \vec{E}^* = 0. \quad (4, 5)$$

Dazu kommen die Beziehungen für

Elektronendruck: 
$$p_e = n_e k T_e, \quad (6)$$

mittlere Stosszeit: 
$$\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{\sqrt{8kT_e}} \frac{1}{\pi m_e} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \bar{Q}_{e\alpha}, \quad (7)$$

zu summieren über die einzelnen Komponenten des Plasmas; Edelgasatome, Alkaliatome und -ionen ( $\alpha = A, K, K^+$ )

elektr. Leitfähigkeit: 
$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e \nu}, \quad (8)$$

Energieverlust der Elektronen: 
$$A = \sum_{\alpha} n_e \nu_{\alpha} 2 \frac{m_e}{m_{\alpha}} \frac{3}{2} k (T_e - T_A) \quad (9)$$

in der Näherung für rein elastische Stösse.

Obwohl wir im folgenden einen instationären Vorgang, nämlich die zeitliche Entwicklung einer Elektronendichtestörung, verfolgen wollen, können wir hier die Maxwell'schen Gleichungen in quasistationärer Näherung verwenden. Dies hat seinen Grund darin, dass wir nur Vorgänge mit verhältnismässig niedriger Frequenz ( $\omega \lesssim 10$  kHz) betrachten werden, wie man sie tatsächlich im Experiment beobachten kann. Für welche Frequenzen diese quasistationäre Näherung noch zulässig ist, wird im Anhang A gezeigt.

Im ungestörten Ausgangszustand sei das Plasma homogen und stationär. Wir haben dann die mit dem Index 0 gekennzeichneten Grössen, darunter die Vektoren  $\vec{j}_0 = (j, 0, 0)$ ,  $\vec{E}_0 = (E_x^*, E_y^*, 0)$  und  $\vec{\Omega} = \frac{e}{m_e} B = (0, 0, \Omega)$ ,

deren Orientierung aus Abb.4 hervorgeht. Nach (1) gilt

$$\vec{j}_0 = \sigma_0 (\vec{E}_0^* - \frac{1}{n_0 e} [\vec{j}_0 \times \vec{B}])$$

$$\text{oder } \vec{j}_0 = \sigma_0 \vec{E}_0^* - \vec{j}_0 \times \Omega \tau_0,$$

$$\text{sodass } J = \sigma_0 E_x^* \quad \text{und} \quad \Omega \tau_0 = - \frac{E_y^*}{E_x^*}.$$

$$\text{Nach (2) gilt} \quad (\vec{j}_0 \vec{E}_0^*) = J E_x^* = \frac{J^2}{\sigma_0} = A_0.$$

Wir addieren nun zu den Ausgangsgrößen kleine Störungen und verfolgen deren zeitliche Entwicklung. Dabei brauchen nur die Parameter des Elektronengases : Temperatur, Dichte, sowie die davon abhängigen Größen  $\sigma$ ,  $\tau$ ,  $A$ ,  $\vec{j}$  und  $\vec{E}$  gestört zu werden. Denn der Zustand des schweren Gases kann den Schwankungen der Elektronenparameter nur sehr langsam folgen. Die charakteristische Zeit  $\tau_A$  für eine Änderung der Energie  $\epsilon_a$  der schweren Teilchen verhält sich zur charakteristischen Zeit  $\tau_e$  für die Änderung der Elektronenenergie  $\epsilon_e$  bei einer Energiezufuhr  $Q$  unter Vernachlässigung von Wärmeleitungs- und Strahlungsprozessen wegen  $d/dt \epsilon_e \approx Q \approx d/dt \epsilon_a$  wie die betreffenden Energien:

$$\frac{\tau_e}{\tau_A} = \frac{\epsilon_e}{\epsilon_A} = \frac{n_e (\frac{3}{2} k T_e + \epsilon_i + \frac{1}{2} m_e v_e^2)}{n_A (\frac{3}{2} k T_A + \frac{1}{2} m_A v_A^2)} \approx 10^{-4}.$$

Wir schreiben also:

$$\begin{aligned} \vec{j} &= \vec{j}_0 + \vec{j}_1 & n_e &= n_0 + n_1 & \sigma &= \sigma_0 + \sigma_1 \\ \vec{E}^* &= \vec{E}_0^* + \vec{e}_1 & T_e &= T_0 + T_1 & \tau &= \tau_0 + \tau_1. \end{aligned}$$

Das linearisierte Gleichungssystem (Vernachlässigung der Produkte von Störgrößen) lautet dann:

$$\begin{aligned} \vec{j}_1 + \vec{j}_1 \times \Omega \tau_0 &= \sigma_1 \vec{E}_0^* - \vec{j}_0 \times \Omega \tau_1 + \sigma_0 \vec{e}_1 + \frac{e}{m} \tau_0 \text{grad} p_1; \\ (\frac{3}{2} k T_0 + \epsilon_i) \frac{dn_1}{dt} + n_0 \frac{3}{2} k \frac{dT_1}{dt} &= \vec{j}_1 \vec{E}_0^* + \vec{j}_0 \vec{e}_1 - A_1 \\ &= 2 \frac{\vec{j}_1 \vec{j}_0}{\sigma_0} - \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \vec{j}_0 \vec{E}_0^* - \frac{\vec{j}_0}{n_0 e} \text{grad} p_1 - \bar{A}_1; \end{aligned}$$

$$\text{div } \vec{j}_1 = \text{rot } \vec{e}_1 = 0;$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_0} = \frac{n_1}{n_0} + \frac{\tau_1}{\tau_0}; \quad \frac{p_1}{p_0} = \frac{n_1}{n_0} + \frac{T_1}{T_0};$$

$$\frac{A_1}{A_0} = \frac{n_1}{n_0} - \frac{\tau_1}{\tau_0} + \frac{T_0}{T_0 - T_A} \frac{T_1}{T_0}; \quad \frac{n_1}{n_0} = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{\epsilon_i}{k T_0} \right) \frac{T_1}{T_0};$$

Für die Störgrößen wird ein Ansatz für ebene Wellen,

z.B. 
$$h_1 = \hat{h}_1 e^{-i(\omega' t - \vec{k} \varphi)}$$

gemacht, wobei der Wellenvektor  $\vec{k} = (k_x, k_y, 0)$  in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld liegt. Wegen  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_A \text{grad})$  können wir an Stelle der (komplexen) Frequenz  $\omega'$  im Laborsystem diejenige im mitbewegten System einführen:

$$\omega = \omega' - (\vec{v}_A \vec{k}) = \omega_R + i \omega_i.$$

Aus  $\text{div } \vec{j}_1 = \text{rot } \vec{e}_1 = 0$  folgt  $(\vec{k} \vec{j}_1) = \vec{k} \times \vec{e}_1 = 0$ , d.h. die Störfelder sind parallel, die Störströme senkrecht zum Wellenvektor ( $\vec{e}_1 \perp \vec{j}_1$ ). Diesen Zusammenhang kann man durch

$$b = \frac{k_y}{k_x} = \text{tg } \varphi = \frac{e_{1y}}{e_{1x}} = - \frac{j_{1x}}{j_{1y}}$$

ausdrücken. Zur einfacheren Schreibweise normieren wir nun noch die Störgrößen mit dem jeweiligen Ausgangswert

$$\tilde{j} = \frac{j_1}{|j_0|}, \quad \tilde{e} = \frac{e_1}{E_{x0}}, \quad \tilde{n} = \frac{n_1}{n_0}, \quad \tilde{T} = \frac{T_1}{T_0}, \quad \text{etc.}$$

und berücksichtigen, dass entsprechend der Sahagleichung für schwache Ionisation die Temperaturschwankungen sehr viel kleiner als die Dichteschwankungen sind:

$$\tilde{T} = \frac{1}{\frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{\epsilon_i}{k T_0} \right)} \tilde{n} \approx \frac{2 k T_0}{\epsilon_i} \tilde{n} \approx \frac{1}{10} \tilde{n}.$$

Damit reduzieren sich die beiden Komponenten des Ohmschen Gesetzes auf:

$$\begin{aligned} \tilde{j}_y &= - \frac{k_x^2}{k^2} \Omega \tau_0 \tilde{n} - \frac{k_x k_y}{k^2} \tilde{\sigma}, \\ \tilde{e}_x &= \left( \Omega \tau_0 - \frac{k_y}{k_x} \right) \tilde{j}_y - \tilde{\sigma} - \frac{k T_0}{e E_{0x}} \text{grad}_x \tilde{n} \end{aligned}$$

und eingesetzt in die normierte Energiegleichung ergibt sich

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = \frac{j_0^2 / \epsilon_0}{\epsilon_i n_0} \left[ \frac{2b}{1+b^2} \left( \Omega \tau_0 + b \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{n}} \right) - \frac{\tilde{\sigma} + \tilde{A}}{\tilde{n}} \right] \tilde{n} - \frac{k T_0}{\epsilon_i} \frac{j_0}{n_0 e} \nabla_x \tilde{n}.$$

Mit der abkürzenden Schreibweise

$$\sigma_n = \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{n}} = \frac{d \ln \sigma}{d \ln n} \quad \text{und} \quad A_n = \frac{\tilde{A}}{\tilde{n}} = \frac{d \ln A}{d \ln n}$$



für die logarithmischen Ableitungen der Leitfähigkeit und der elastischen Stossverluste nach der Elektronendichte liefert der Lösungsansatz für ebene Wellen die Anwachsrate:

$$\omega_i = \frac{j_0^2/\epsilon_0}{n_0 \epsilon_i} \left[ \frac{2b}{1+b^2} (\Omega\tau_0 + b\sigma_n) - (\sigma_n + A_n) \right]$$

und als Phasengeschwindigkeit findet man im mitbewegten Koordinatensystem:

$$v_{ph} = \frac{\omega_R}{|k|} = \frac{k\tau_0}{\epsilon_i} \frac{j_0}{n_0 e} \cos \varphi.$$

Die Anwachsrate ist noch abhängig von der angenommenen Richtung des Wellenvektors. Der Winkelabhängige Teil  $\frac{2b(\Omega\tau_0 + b\sigma_n)}{1+b^2}$  ist in Fig. 5a bzw. 5b für den Fall  $\sigma_n = 0$  bzw.  $\sigma_n = 1$  als Funktion des Winkels  $\varphi$  zwischen Strom  $j_0$  und Wellenvektor dargestellt. Unter den hier betrachteten Verhältnissen (schwache Ionisation, Temperaturschwankungen klein gegen Dichteschwankungen) bedeutet der 1. Fall, dass die Leitfähigkeit unabhängig von der Elektronendichte und somit die Stossfrequenz proportional zur Elektronendichte ist, dass also die Coulombstöße dominieren, was in einem Argon-Kalium-Plasma wegen des sehr kleinen Ramsauerquerschnitts der Argonatome auch bei schwacher Ionisation des Kaliums bei hohen Elektronentemperaturen näherungsweise der Fall ist. Umgekehrt bedeutet der zweite Fall ( $\sigma_n = 1$ ), dass die Stossfrequenz unabhängig von und die Leitfähigkeit proportional zur Elektronendichte ist. Dies ist dann der Fall, wenn die Neutralstöße wesentlich häufiger als die Coulombstöße sind.

Das Maximum der Anwachsrate findet man aus:

$$\frac{d\omega_i}{db} = b^2 - \frac{2\sigma_n}{\Omega\tau_0} b - 1 = 0$$

für den Winkel

$$b_M = \tan \varphi_M = \frac{\sigma_n + \sqrt{(\Omega\tau_0)^2 + \sigma_n^2}}{\Omega\tau_0},$$

der für  $\Omega\tau_0 \gg 1$  nahe bei  $45^\circ$  liegt, unabhängig davon ob Neutral- oder Coulombstöße vorherrschend sind. Die Anwachsrate, genommen bei dem Winkel ihres Maximums, wird damit:

$$\omega_i(b_M) = \frac{j_0^2/\epsilon_0}{n_0 \epsilon_i} \left[ \sqrt{(\Omega\tau_0)^2 + \sigma_n^2} - A_n \right].$$

Positive Anwachsrate und damit Instabilität hat man also für:

$$\sqrt{(\Omega\tau_0)^2 + \sigma_n^2} - A_n > 0.$$

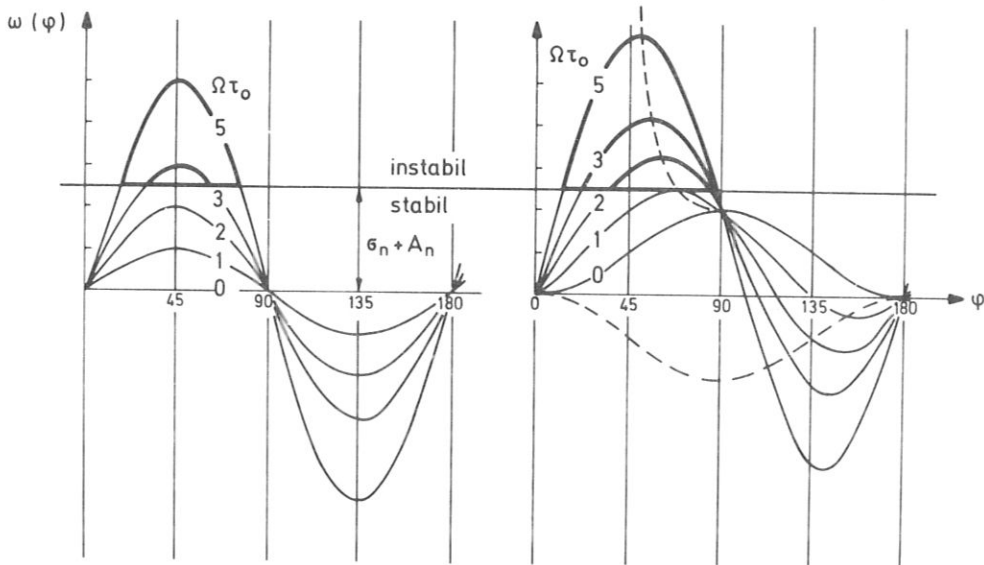


Abb. 5 Mit  $\frac{j^2/\sigma}{n_0 E_i}$  normierte Anwachsrate als Funktion des Winkels zwischen Wellenvektor und Stromrichtung  $j_0$  für  
 a) Coulombstossdominiertes Plasma ( $\sigma_n = 0$ ) und  
 b) Neutralstossdominiertes Plasma ( $\sigma_n = 1$ ).

wobei

$$\sigma_n = \frac{d \ln n_0 - d \ln \nu_0}{d \ln n_0} \quad \text{und} \quad A_n = \frac{d \ln n + d \ln \nu + \frac{T_0}{T_0 - T_A} d \ln T}{d \ln n}$$

Daraus ergeben sich folgende Konsequenzen:

1. Da  $A_n \rightarrow +\infty$  wenn  $T_{e0} \rightarrow T_A$  findet man bei geringen Elektronentemperaturerhöhungen ( $T_{e0} \approx T_A$ ) immer Stabilität.

2. Für  $\Omega \tau_0 = 0$  lautet die Bedingung für Instabilität

$$\sigma_n > A_n \quad \text{oder} \quad -2 \frac{d \ln \nu_0}{d \ln T_0} > \frac{T_{e0}}{T_{e0} - T_A} \frac{d \ln \nu}{d \ln T} < 0$$

Ohne Magnetfeld wird das Plasma nur dann instabil falls mit anderen Worten, falls die Stossfrequenz mit wachsender Elektronentemperatur abnimmt und zwar mindestens wie  $\sqrt{T_{e0}}$ , wenn die Elektronentemperatur sehr viel höher als die Gastemperatur ist ( $\frac{T_0}{T_0 - T_A} \approx 1$ ). Im allgemeinen gibt es eine kritische Elektronentemperatur  $T_{cr} = T_A / (1 + \frac{1}{2} \frac{d \ln \nu}{d \ln T_e})$ , oberhalb der das Plasma instabil werden kann. Bei unseren experimentellen Bedingungen tritt dieser Fall allerdings nicht ein, da - wie wir gesehen haben -

$$\frac{d \ln \nu}{d \ln T_e} > 0.$$

3. Mit wachsendem Magnetfeld wird das Plasma instabil falls  $\Omega \tau_0 > \Omega \tau_{cr}$  mit

$$\Omega \tau_{cr}^2 = A_n^2 - \sigma_n^2.$$

Für  $\sigma_n = 0$  (Coulombstossnäherung) gilt

$$\Omega \tau_{cr} = 2 \left( 1 + \frac{T_0}{T_0 - T_A} \frac{k T_0}{\epsilon_i} \right)$$

Mit Berücksichtigung der Neutralstösse gilt

$$\Omega \tau_{cr} = 2 \left( 1 + \frac{T_0}{T_0 - T_A} \frac{k T_0}{\epsilon_i} \right) \sqrt{1 - \frac{1 - \frac{d \ln \nu}{d \ln n}}{1 + \frac{T_0}{T_0 - T_A} \frac{k T_0}{\epsilon_i}}}$$

$\Omega \tau_{cr}$  sinkt mit zunehmender Elektronentemperatur von zunächst hohen Werten auf etwa 2, falls die Coulombstösse überwiegen und auf etwa 1, falls die Neutralstösse überwiegen und steigt dann wieder geringfügig an.

### 3. DER EXPERIMENTELLE AUFBAU

Die experimentelle Untersuchung der Instabilitäten wurde an einer Entladung in einem strömenden Argon-Kalium-Gemisch durchgeführt. Der Strom wurde mit Hilfe von angelegten elektrischen Feldern parallel zur Strömungsgeschwindigkeit und senkrecht zur Magnetfeldrichtung durch das Plasma hindurchgeschickt.

#### 3.1 Aufbau

Die Versuchsanordnung ist im wesentlichen die von Brederlow und Hodgson /6/ beschriebene. Abb.6 zeigt eine schematische Darstellung der Apparatur. Ihre Hauptteile sind auf dem Photo in Abb.7 zu erkennen. Nachgereinigtes Argon (99,99 %) wird von 2 Plasmabrennern aufgeheizt, die einander gegenüberstehend in eine Mischkammer brennen. Hier wird der Kaliumdampf zugesetzt. Das Kalium befindet sich in flüssiger Form in einem geheizten Zylinder. Von einem Kolben, dessen Vorschubgeschwindigkeit kontinuierlich regelbar ist, wird es in eine Verdampfungskammer gedrückt, die von dem heißen Argon in der Mischkammer aufgeheizt wird und mit einer feinen Düse abgeschlossen ist. Das Gemisch strömt dann durch ein Verbindungsrohr zum eigentlichen Messkanal. Danach wird die Temperatur des Gases in einem Kühler reduziert und das Kalium mit Hilfe eines Glaswollefilters wieder ausgeschieden.

Die inneren Wände der Mischkammer bestehen aus Tantalrohren. Sie sind von der Aussenwand thermisch und elektrisch isoliert durch einen Bornitridmantel, der wiederum von Magnesiumoxyd umgeben ist. In den Verbindungsrohren vom Messkanal zur Mischkammer bzw. zum Kühler ist das Gas durch mehrere ineinandergesteckte Aluminiumoxydrohre von der Aussenwand isoliert. Die gesamte Anordnung ist in einem Edelstahlgehäuse vakuumdicht und überdruckfest aufgebaut. Wassergekühlte Magnetfeldspulen ermöglichen für eine Zeit bis zu einigen Sekunden eine magnetische Feldstärke bis 20 kG senkrecht zur Strömungsrichtung im Messkanal. Die Inhomogenität des Feldes längs des Kanals beträgt 35 %.

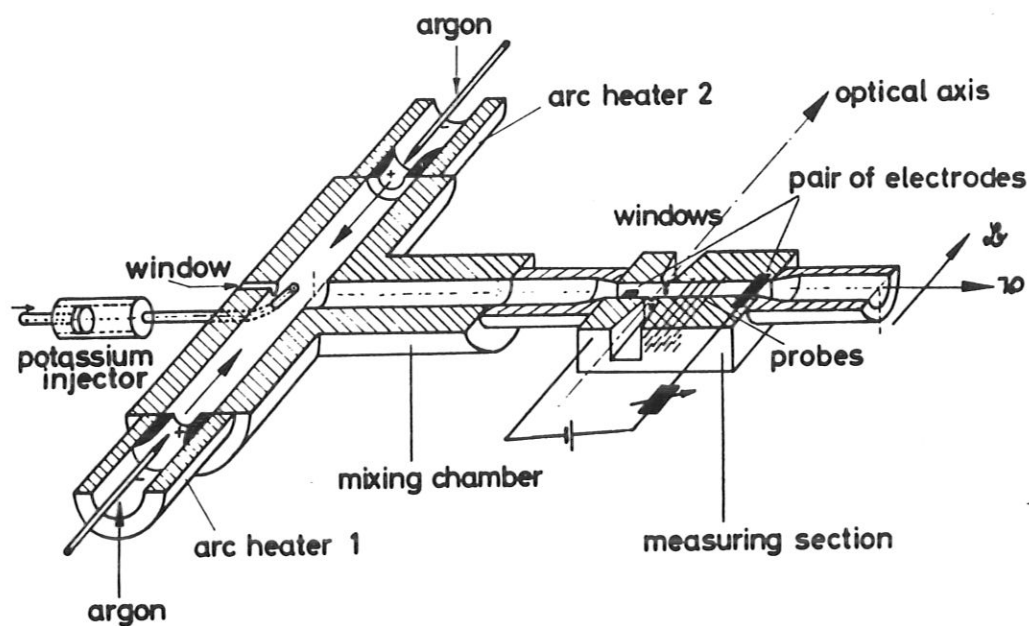


Abb.6:  
Schema der  
Apparatur

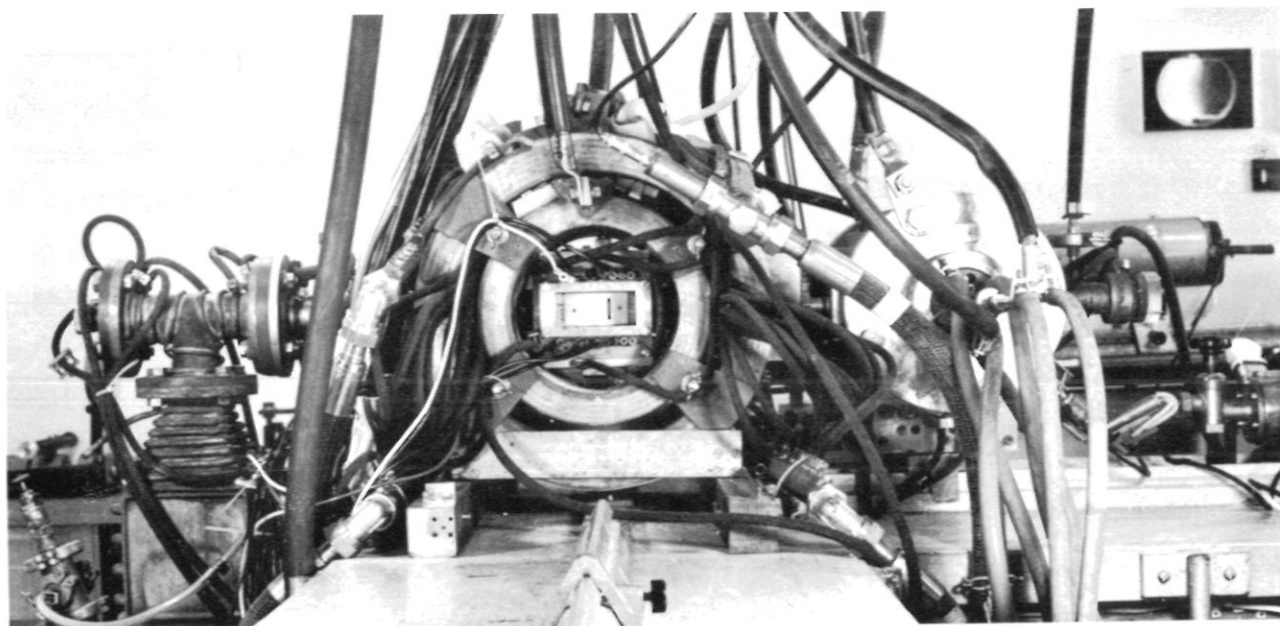


Abb.7 Ansicht der Apparatur mit Kaliumspritze, Plasmabrenner, Mischkammer, Magnetfeldspulen, Messkammer und Wärmetauscher (von rechts nach links)

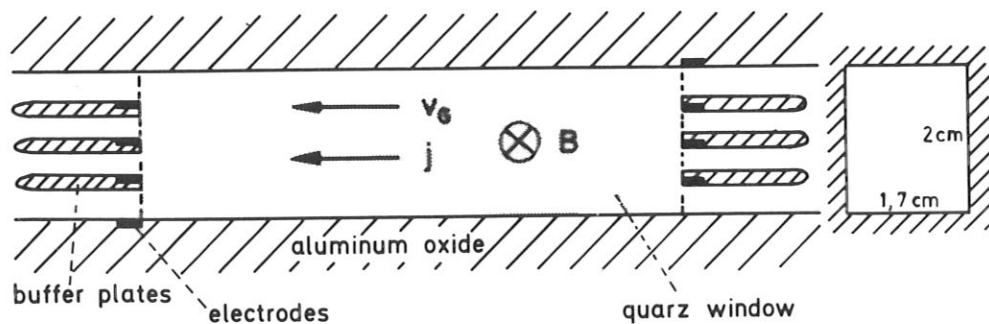


Abb.8  
Messkanal

### 3.2 Messkanal

Der Messkanal in seiner zuletzt verwendeten Form ist in Abb.8 dargestellt. Er hat einen rechteckigen Querschnitt von  $1,7 \times 2 \text{ cm}^2$  und ist 10 cm lang. Seine Wände bestehen aus Aluminiumoxydplatten, die von Magnesiumoxydstücken getragen werden und somit zusätzlich von dem Gehäuse thermisch und elektrisch isoliert sind. Durch den Kanal kann in (oder gegen) die Strömungsrichtung Gleichstrom geschickt werden. Die Stromzufuhr erfolgte mit Hilfe von vier voneinander unabhängigen Stromkreisen über vier Elektrodenpaare, die parallel zur Magnetfeldrichtung durch den Kanal ragen. Als Elektrodenmaterialien wurden im Lauf der Zeit verschiedene Metalle verwendet: Tantal, Wolfram und Molybdän. Es stellte sich heraus, dass Molybdän den Belastungen bei höheren Stromstärken (bis 10 A) am längsten standhielt.

Das Plasma steht strömungsaufwärts vom Messkanal in gutem Kontakt mit dem Gehäuse. Um zu verhindern, dass der Strom, der zwischen den Elektroden durch das Plasma fließen soll, nicht teilweise über das Gehäuse kurzgeschlossen ist, wurde das Plasma strömungsabwärts vom Messkanal sorgfältig mit Hilfe mehrerer ineinandergesteckter Aluminiumoxydrohre vom Gehäuse isoliert. Zusätzlich war das Gehäuse in mehrere voneinander isolierte Abschnitte unterteilt.

Die Seitenwände des Kanals sind von aussen leicht auszuwechseln. Somit besteht die Möglichkeit, sie an die Erfordernisse der jeweiligen Messung anzupassen: Zur optischen Beobachtung des gesamten Entladungsgebietes zwischen den Elektroden - insbesondere für Bildwandlernaufnahmen - wurden auf beiden Seiten Quarzglasfenster eingebaut. Die Temperatur der Gläser musste dabei in einem engen Bereich oberhalb der Verdampfungstemperatur des Kaliums ( $615^\circ \text{K}$  bei 2 Torr K-Partialdruck) liegen. Unterhalb dieser Temperatur schlägt sich Kalium nieder, die Fenster sind dann auf der Innenseite verspiegelt. Dieser Belag verschwindet wieder, wenn die Temperatur erhöht wird. Jedoch werden die Fenster im Lauf der Zeit trübe und zwar umso rascher je höher die Temperatur ist. Die Ursache hierfür liegt einerseits darin, dass sich auf der Oberfläche Verunreinigungen niederschlagen, wie man sie insbesondere in der Nähe der Kathoden bei hohen Stromstärken, also bei hohen Elektrodentemperaturen beobachten kann; andererseits wird auch die Oberflächenstruktur des Glases selbst angegriffen. Die der heißen Argon-Kalium-Atmosphäre ausgesetzte Oberfläche zeigt nach erfolgter

Abkühlung feine Haarrisse. Daraus geht schon hervor, dass diese Quarzfenster für spektroskopische Messungen nicht verwendet werden konnten. Hierzu wurden Aluminiumoxydwände eingesetzt, die durch Öffnungen hindurch eine Beobachtung des Plasmas in Richtung des Magnetfeldes erlauben. Um zu verhindern, dass durch diese Öffnungen Kalium in den Raum zwischen Messkanal und Fenster des Gehäuses diffundiert und Kurzschlüsse zwischen den Elektrodenanschlüssen verursacht, wird reines Argon durch die Öffnungen in der Wand der Messtrecke geblasen.

### 3.3 Diagnostik

a) Die Parameter der Entladung ohne bzw. mit schwachem Magnetfeld unter stationären Verhältnissen:

Die Elektronentemperatur wurde mit Hilfe der Linienumkehrmethode unter Verwendung der Kaliumresonanzlinie gemessen. In /4/ war gezeigt worden, dass eine wesentliche Bedingung für die Anwendbarkeit dieser Methode darin besteht, dass die verwendete Linie optisch dick ist, was zur Folge hat, dass Besetzungsgleichgewicht für die zugehörigen Niveaus der Linie besteht. Da es sich in dieser Arbeit um genau die Plasmazusammensetzung handelt, war diese Bedingung erfüllt. Eine Verfälschung der Messung durch Selbstabsorption der Linie in den kälteren Randschichten wurde wieder dadurch vermieden, dass mit einer sauberen, von absorbierenden Atomen freien Fensterspülung der Einfluss der Randschichten reduziert wurde und der Vergleich der Strahlung des Plasmas mit der des Vergleichsstrahlers in einem kleinen Frequenzintervall in dem durch Selbstabsorption nicht gestörten Linienflügel einer Resonanzlinie durchgeführt wurde.

Die Gastemperatur wurde mit der Linienumkehrmethode gemessen, wenn kein Strom durch das Plasma floss, wobei  $T_e \approx T_{\text{Gas}}$  ist. Bei Stromdurchgang durch das Plasma erhöht sich zwar die Gastemperatur etwas; jedoch ist diese Erhöhung infolge der hohen Strömungsgeschwindigkeit sehr geringfügig. Das am Kanalausgang montierte W-WRh-Thermoelement zeigte bei den höchsten verwendeten Stromdichten nur eine Erhöhung der Gastemperatur von 1 %.

Die Gasgeschwindigkeit wurde mittels Pitotrohrsonden gemessen. Sie bestanden aus Aluminiumoxydröhrchen ( $\varnothing = 1 \text{ mm}$ ), die senkrecht zur

Strömungsrichtung in den Kanal eingeführt werden konnten und mit einer Bohrung senkrecht zur Achse versehen waren. Sie konnten um ihre Achse gedreht werden, sodass die Bohrung wahlweise entgegengesetzt zur Strömungsrichtung oder in eine Richtung senkrecht hierzu gedreht werden konnte (Messung des Staudrucks  $p_0$  bzw. des statischen Drucks  $p$ ). Die Beziehung  $v = \sqrt{2(p_0 - p)/\rho}$ , die sich aus der Bernoullischen Gleichung ergibt, brauchte unter den vorliegenden Verhältnissen nicht korrigiert zu werden: Einerseits war die Gasgeschwindigkeit immer sehr viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit ( $c = 810 \text{ m/sec}$  in Argon bei  $2000 \text{ }^\circ\text{K}$ ), sodass das Gas als inkompressibel betrachtet werden darf. Andererseits war das von den im Plasma fließenden Strömen verursachte Magnetfeld sehr klein, sodass die Änderung des Magnetfeldes und damit des magnetischen Druckes bei der Abbremsung der Strömung vor der Sonde vernachlässigt werden konnte. Tatsächlich zeigten die mit dem Pitotrohr gemessenen Geschwindigkeitswerte gute Übereinstimmung mit den mittleren Strömungsgeschwindigkeiten, die sich aus dem Massendurchsatz ergaben und mit denjenigen, die sich aus den von der  $v \times B$  EMK induzierten SONDENSspannungen ermitteln liessen, wenn kein Strom durch das Plasma geschickt wurde.

Der Hallparameter der Elektronen wurde aus dem Verhältnis der gemessenen elektrischen Feldstärken  $\perp$  und  $\parallel$  zur Entladungssachse und der mittleren Gasgeschwindigkeit bestimmt. Diesem Verfahren liegt das Ohmsche Gesetz für ein homogenes Plasma zu Grunde: da unterhalb einer Magnetfeldstärke von etwa  $3 \text{ kG}$  keine Veränderung der ohne Magnetfeld homogenen Entladung und auch keine Fluktuationen zu beobachten waren, kann man davon ausgehen, dass bei schwachem Magnetfeld keine Stromkomponente senkrecht zur Entladungssachse auftritt:

$$j_y = 0 = \sigma (E_y^* + \frac{1}{m_e e} j_x B) \quad \text{und} \quad j_x = \sigma E_x^*$$

$$\text{sodass} \quad \Omega \tau = \frac{eB}{m\nu} = - \frac{E_y^*}{E_x^*} = - \frac{E_y - v_x B}{E_x}$$

Die Elektronendichte wurde spektroskopisch bestimmt. Die von Wienecke in /18/ beschriebene und auch von Dodel /19/ benutzte Methode beruht auf der Absolutmessung der Besetzungsdichten einer Reihe von angeregten Zuständen der Kaliumatome in der Nähe der Ionisierungsgrenze. Da oberhalb eines bestimmten Niveaus immer mit einer Gleichgewichtsbesetzung mit den freien Elektronen gerechnet werden kann, ist es möglich durch eine Extrapolation dieser Besetzungsdichten bis zur Ionisierungsgrenze die Elektronendichte zu bestimmen. Dieses Verfahren ist im Anhang B ausführlich beschrieben. Unabhängig davon ergab



sich die Elektronendichte auch aus dem gemessenen Hallfeld  $E_Y^*$  =  $E_Y - v_x B = -\frac{1}{n_e e} j_x B$  und der Stromdichte  $j_x = I/F$  bei schwachen Magnetfeldern, bei denen keine transversalen Stromkomponenten zu erwarten sind zu:

$$n_e = \frac{j_x B}{e (E_Y - v_x B)} .$$

Beide Methoden lieferten im Rahmen der Messgenauigkeit übereinstimmende Werte. Ausführlichere Beschreibung siehe Anhang.

b) Die Untersuchung der Fluktuationen

1. An einem festen Ort in der Mitte der Entladung wurden mit Hilfe zweier Doppelsonden, deren Abstand jeweils 3 mm betrug, die Schwankungen des elektrischen Feldes parallel und senkrecht zur Entladungsachse registriert.

Gleichzeitig und am gleichen Ort - nämlich in der Mitte der beiden Doppelsonden - wurden auch die Schwankungen der Elektronentemperatur und der Elektronendichte beobachtet. Die Strahlung, die von einer Plasmasäule mit 1 mm Durchmesser in Richtung des Magnetfeldes emittiert wird, wurde mit Hilfe eines sich verzweigenden Lichtleiters in 2 gleiche Teile geteilt. Mittels zweier Interferenzfilter wurde das Kaliumresonanzdoublett und ein kleiner Ausschnitt des 4 P-Rekombinationskontinuums in der Nähe der Seriegrenze ( $4530 + 30 \text{ \AA}$ ) isoliert, deren Intensitäten als Mass für die Elektronentemperatur bzw. die Elektronendichte verwendet werden können. Die Intensität der Resonanzstrahlung ist proportional zum Verhältnis der Besetzungsdichten von Resonanzniveau und Grundzustand der Kaliumatome. Die Besetzung des Grundzustandes ist bei unseren Plasmabedingungen ( $T_e \approx 3500 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $n_K \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) praktisch gleich der Gesamtteilchendichte von Kalium und folglich nahezu konstant. Andererseits spielen bei der Besetzung des Resonanzniveaus Übergänge zwischen Kontinuum und Resonanzniveau, wie Dodel gezeigt hat /19/, nur eine geringe Rolle, solange die Elektronendichte nicht sehr viel grösser als die Gleichgewichtsdichte nach Saha ist. Da diese Voraussetzung, wie noch zu zeigen sein wird, erfüllt war, weist das Kaliumresonanzniveau in Bezug auf den Grundzustand eine Boltzmannbesetzung bei der Elektronentemperatur auf. Die Intensität der Resonanzlinie kann zur Bestimmung der Temperatur verwendet werden.

Die Intensität des Rekombinationskontinuums ist proportional zum Quadrat der Elektronendichte und - vor allem in der Nähe der Seriengrenze - nur schwach von der Elektronentemperatur abhängig, sodass die Kontinuumsintensität bei Kenntnis von  $T_e$  zur Bestimmung der Elektronendichteschwankungen herangezogen werden kann. Eine ausführliche Diskussion der Temperatur- und Dichtemessungen erfolgt im Anhang B.

2. Die Phasengeschwindigkeit der Elektronendichteschwankungen wurde dadurch bestimmt, dass die Kontinuumsintensität gleichzeitig an zwei verschiedenen Orten längs der Entladungssachse registriert wurde. Aus dem bekannten Abstand der beiden Beobachtungspunkte und der zeitlichen Verschiebung der beiden Signale gegeneinander ergibt sich dann die Phasengeschwindigkeit in Richtung der Entladungssachse.

3. Die räumliche, zeitaufgelöste Struktur der Entladung wurde mit Hilfe von Bildwandleraufnahmen studiert.

#### 4. DIE EXPERIMENTELLEN BEDINGUNGEN

Soweit nicht anders erwähnt, gelten für alle Messungen folgende Versuchsbedingungen:

Massendurchfluss	10,4 g/sec Argon
Brennerleistung	14,2 kWatt
Gastemperatur	2000 $\pm$ 25 °K
Gasdruck	1,05 atm
Kaliumzusatz	0,012 g/sec (0,115 %)
Kanalquerschnitt	2 x 1,7 cm <sup>2</sup>
mittlere Strömungsgeschwindigkeit	130 m/sec
Magnetfeld	0 - 20 kG

Eine wesentliche experimentelle Schwierigkeit bestand darin, senkrecht zum Magnetfeld eine (wenigstens im zeitlichen Mittel) möglichst homogene Entladung aufrecht zu erhalten. Es zeigte sich, dass vor allem 3 Effekte berücksichtigt werden müssen: Kurzschluss des Hall-Feldes an den beiden Enden der Entladung, Einwirkung der Lorentzkraft auf die Entladung und Einfluss der Konvektion am Kanaleingang infolge der Gasgeschwindigkeit.

##### 4.1 Halleffekt

Zunächst wurden, wie von Brederlow und Hodgson, Elektroden verwendet, die frei in der Gasströmung quer durch den Kanal ragen. Beobachtet man die Entladung in der Nähe einer solchen Elektrode, dann stellt man bei Anwesenheit eines Magnetfeldes eine starke Asymmetrie bezüglich der Entladungsachse fest. Abb.9 zeigt Photographien des Entladungsgebietes in der Nähe einer strömungsabwärts gelegenen Elektrode (von den vier sichtbaren Elektroden führt nur die 3. von oben Strom), aufgenommen senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit mit einer Belichtungszeit von 1/100 sec bei einer Stromstärke von 1,5 Amp, ohne Magnetfeld und mit einem Magnetfeld von  $B = 10$  kG. Schon Brederlow und Hodgson hatten darauf hingewiesen, dass bei einer derartigen Elektro-

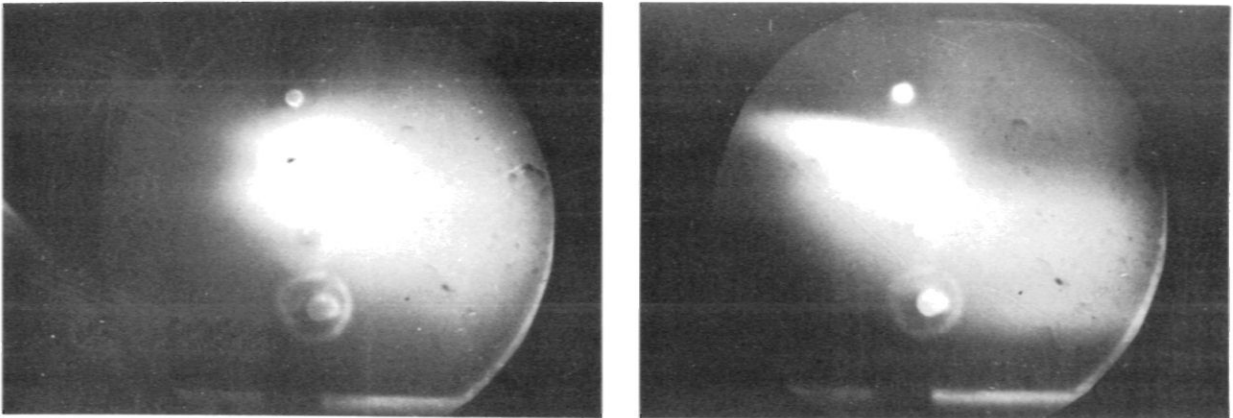


Abb.9: Aufnahmen einer strömungsabwärts gelegenen Elektrode (Kathode), links ohne Magnetfeld, rechts  $B = 10 \text{ kG}$ . Belichtungszeit:  $1/100 \text{ sec}$ ,  $I = 1,5 \text{ A}$

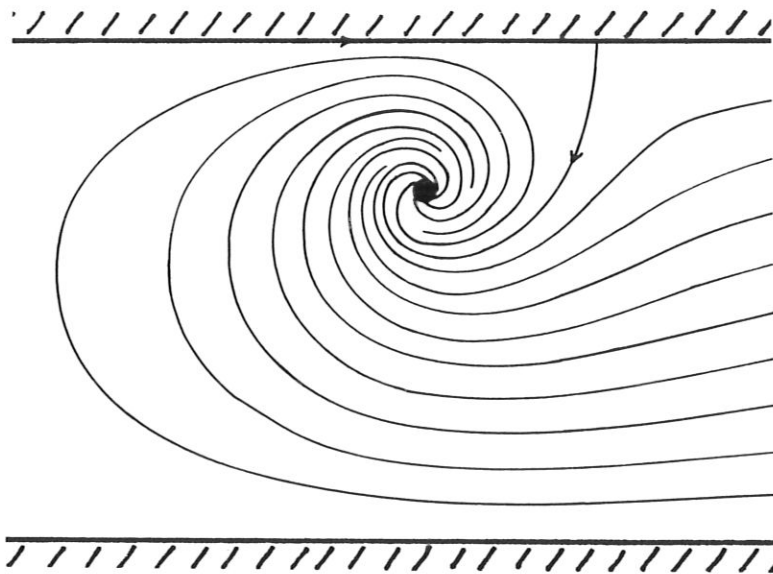


Abb.10: Berechnete Stromverteilung nach /20/

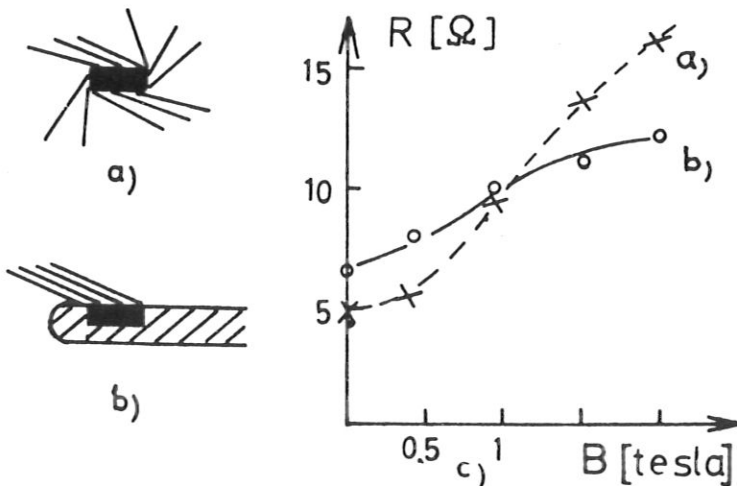


Abb.11: Stromverteilung um eine Elektrode, die a) frei in der Gasströmung, b) eingebettet in eine Aluminiumoxyd-Leitplanke ist und c) Widerstand einer Entladung für die beiden Fälle a) und b)

denanordnung eine Verschiebung und Schrägstellung der Stromdichteverteilung zu erwarten ist, die darauf zurückzuführen ist, dass das Hallfeld, das sich senkrecht zu  $j$  und  $B$  längs des Kanals aufbaut, strömungsabwärts und strömungsaufwärts der Entladung kurzgeschlossen ist. Dazu kommt, dass bei Anwesenheit eines Quermagnetfeldes der Strom nicht mehr senkrecht aus der Elektrodenoberfläche austritt, sondern unter einem Winkel zur Senkrechten, dessen Tangens gleich dem Hallparameter ist. Dies führt zu einer Rotation des Stromes um die Elektrode herum. Abb.10 zeigt eine für diese Geometrie berechnete /20/ Stromverteilung in der Näherung konstanter Leitfähigkeit und konstanten Hallparameters. Dass eine derartige Beeinflussung der Entladung durch das Magnetfeld auftritt, ist also qualitativ durch Aufnahmen wie in Abb. 9 experimentell bestätigt.

Um eine bessere Homogenität der Entladung zu erreichen, wurden vier voneinander unabhängige Elektrodenpaare und Stromkreise verwendet. Ausserdem wurden die Elektroden in Aluminiumoxydplättchen (Leitplanken) eingebettet, die parallel zur Strömungsrichtung 1,5 cm weit strömungsabwärts bzw. strömungsaufwärts über den eigentlichen Entladungsraum hinausreichten, sodass die Stromrotation behindert und der Strom an der Elektrodenoberfläche in die gewünschte Richtung gezwungen wird. Vergleiche Abb.11. Der Erfolg dieser Massnahme zeigte sich darin, dass der gemessene Gesamtwiderstand einer Entladung mit Leitplanken, wie in Abb.11 gezeigt, bei höheren Magnetfeldstärken beträchtlich reduziert ist.

#### 4.2 Lorentzkraft

Trotzdem füllt die Entladung bei Anwesenheit eines Magnetfeldes das zur Verfügung stehende Volumen nicht ganz aus. In Abb.12 sind Aufnahmen des gesamten Gebietes zwischen den Elektroden wiedergegeben. Die Belichtungszeit beträgt 1/100 sec, die mittlere Stromdichte  $4 \text{ A/cm}^2$ , die Gastemperatur  $1400 \text{ }^\circ\text{K}$ . Bei der ersten Aufnahme ist kein Magnetfeld vorhanden, bei den folgenden ein solches von 10 kG, wobei die Gasgeschwindigkeit variiert.

Das gemessene (zeitlich gemittelte) relative Elektronendichteprofil, das in Abb.13 als Funktion der Kanalhöhe für verschiedene Magnetfeldstärken und Gasgeschwindigkeiten aufgetragen ist, zeigt, dass bei klei-

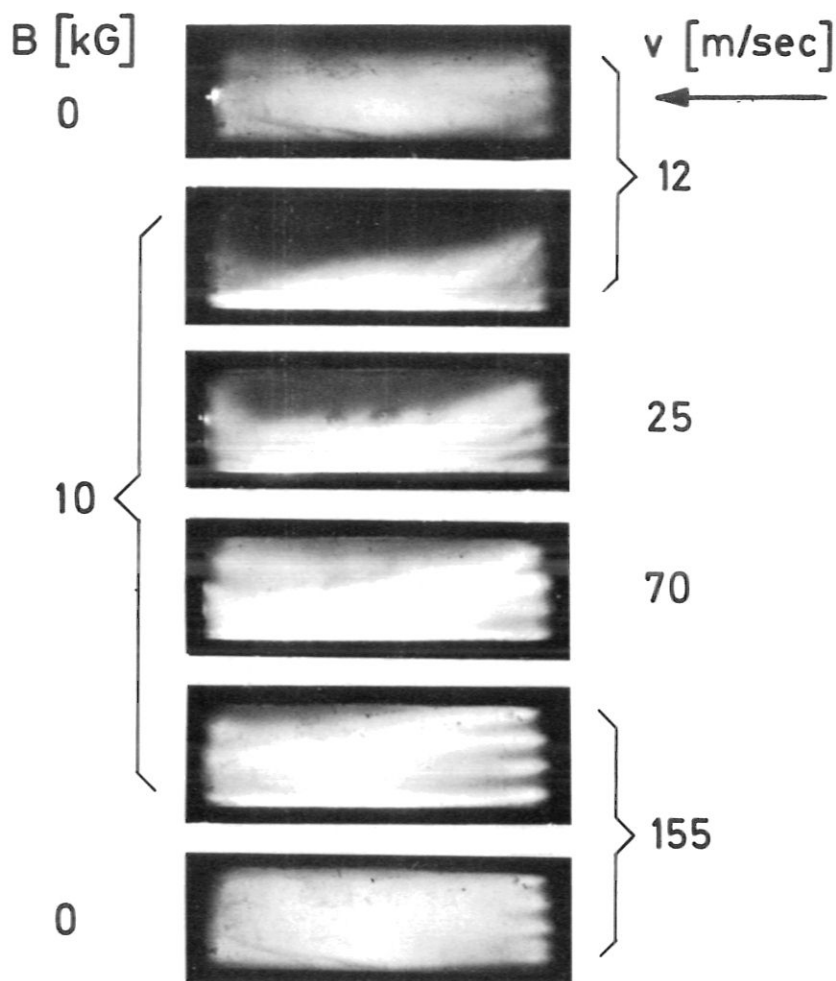


Abb.12: Aufnahmen der Entladung bei verschiedenen Gasgeschwindigkeiten ohne Magnetfeld und mit  $B = 10$  kG. Belichtungszeit  $1/100$  sec

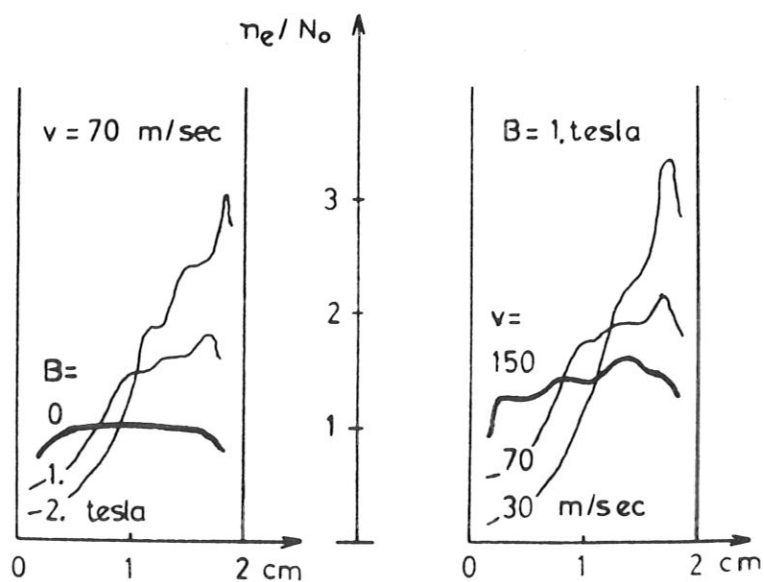


Abb.13: Gemessene Elektronendichteprofile bei verschiedenen Gasgeschwindigkeiten und Magnetfeldstärken

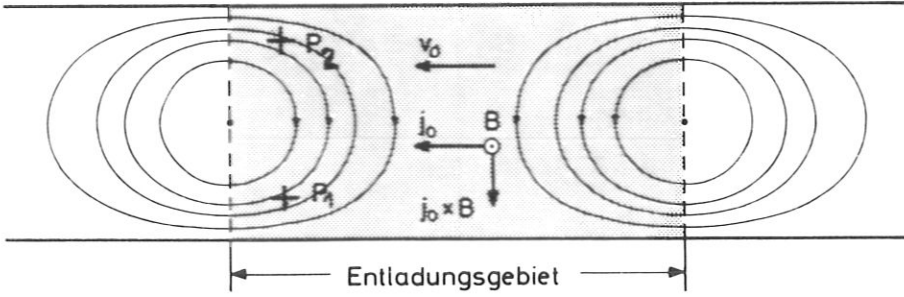


Abb.14a: Der Strömung überlager-  
tes Geschwindigkeitsfeld

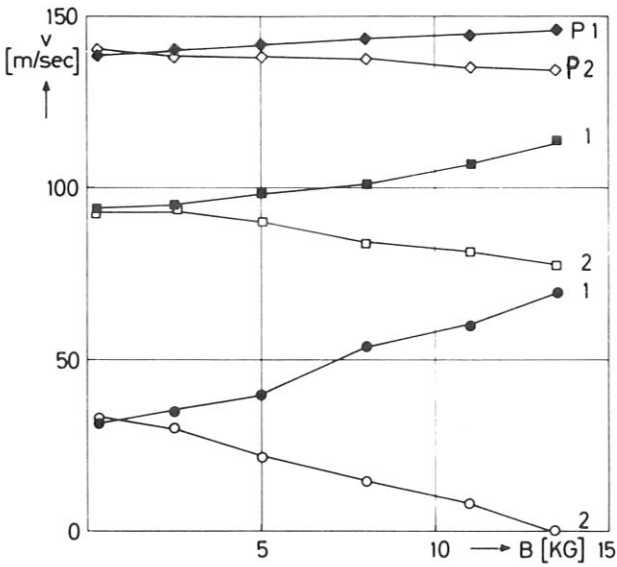


Abb.14b: Gasgeschwindigkeit an  
den beiden Mess-Stellen  
P<sub>1</sub> und P<sub>2</sub> in Abhängig-  
keit vom Magnetfeld

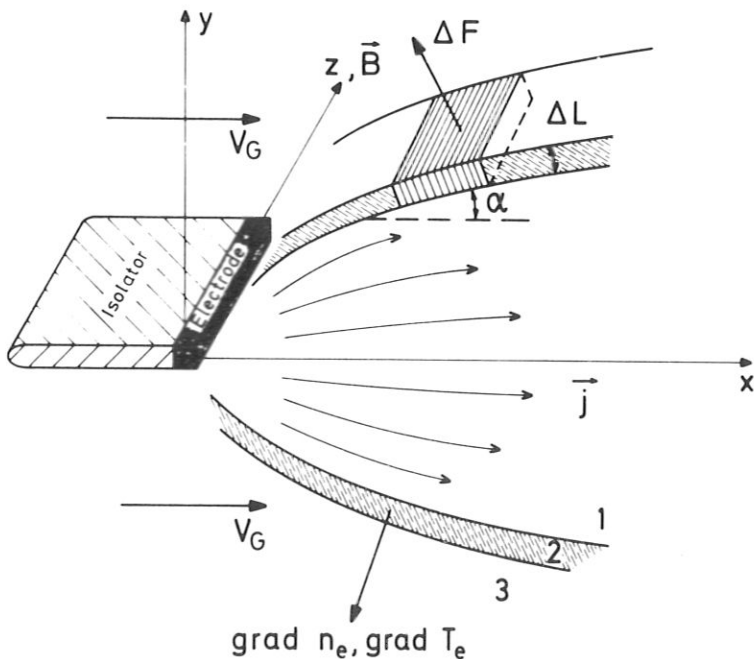


Abb.15: Zur Erläuterung  
der konvektiven Ein-  
schränkung der Entladung  
mit wachsender Geschwin-  
digkeit

nen Geschwindigkeiten und hohen Magnetfeldern die ganze Entladung praktisch auf eine dünne Schicht entlang der Wand beschränkt ist. Mit zunehmender Geschwindigkeit wird das Elektronendichteprofil wieder flacher und erreicht bei ca. 150 m/sec wieder einen zur Kanalmitte annähernd symmetrischen Verlauf.

Diese Erscheinung kann nicht durch den oben geschilderten Einfluss des Halleffektes auf die Stromverteilung erklärt werden. Die von Gorenflo berechnete Stromverteilung in Abb.10 ist invariant gegenüber einer Stromumkehr; dagegen kehrt sich die Richtung der beobachteten Verschiebung um, falls man den Strom umpolt. Die Entladung wird immer in die Richtung der Lorentzkraft  $\vec{j} \times \vec{B}$  "gedrückt".

Diese Kraft ist in unserer Anordnung senkrecht zur Gasgeschwindigkeit gerichtet, sie existiert nur in dem Gebiet der Entladung selbst und verschwindet strömungsaufwärts und -abwärts davon. Aus diesem Grund ist eine Beschleunigung des Gases zu erwarten, und die dadurch hervorgerufene Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur ursprünglichen Geschwindigkeit kann dann durch Konvektion das Temperaturprofil solange ändern, bis Gleichgewicht zwischen dem durch Konvektion bedingten Energiestrom und dem durch Wärmeleitung verursachten besteht (Abb.14). Zur Überprüfung dieser Vorstellungen wurden am strömungsabwärtigen Ende an den in Abb.14 eingezeichneten zwei Stellen Geschwindigkeitsmessungen (mit Pitotrohrsonden) durchgeführt. Tatsächlich ergaben sich, wie Abb.14b zeigt, erhebliche Geschwindigkeitsunterschiede an den beiden gegenüberliegenden Seitenwänden des Kanals. Dieses Ergebnis steht in Übereinstimmung mit dem in Abb.14a angedeuteten Verlauf eines von der Lorentzkraft hervorgerufenen zusätzlichen Geschwindigkeitsfeldes.

Die Störung der Entladung wird umso grösser sein, je grösser die zusätzlich induzierte transversale Geschwindigkeitskomponente ist. In erster Näherung können wir diese durch Gleichsetzen der Trägheitskraft mit der Lorentzkraft  $\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{j} \times \vec{B}$  abschätzen, denn ein Druckgradient kann sich wegen der beiden offenen Enden der Entladung in Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen nicht aufbauen.

Solange man die Änderung der Geschwindigkeit als eine kleine Störung der ungestörten Geschwindigkeit  $\vec{v}_0 = \{v_{0x}, 0, 0\}$  betrachten kann, können wir für die induzierte Geschwindigkeitskomponente  $v_{1y}$  schreiben:



$$\rho (\vec{v}_0 \text{ grad}) v_{iy} = j_{ox} B,$$

wobei stationäre Verhältnisse angenommen und Produkte von Störgrößen vernachlässigt sind. Daraus ergibt sich in linearer Näherung:

$$\Delta v_{iy} = \frac{j_{ox} B}{\rho v_{ox}} \Delta x.$$

Diese Beziehung erklärt qualitativ die beobachtete Störung der Entladung. Die Verschiebung der Entladung nimmt mit wachsendem Strom, wachsendem Magnetfeld und wachsendem Abstand  $\Delta x$ , gerechnet vom Kanal-anfang, zu, sie wird reduziert, wenn die Geschwindigkeit  $v_{ox}$  und die Dichte zunimmt. Mit anderen Worten: Zur Erzielung einer möglichst ungestörten, homogenen Entladung muss eine solche Gasgeschwindigkeit verwendet werden, dass die Aufenthaltsdauer des Gases im Messkanal kürzer ist als die charakteristische Zeit für eine Änderung der Geschwindigkeit durch die Lorentzkraft. Diese Bedingung war bei einer Geschwindigkeit von 150 m/sec erfüllt.

#### 4.3 Konvektion

Erhöht man die Geschwindigkeit darüber hinaus, so tritt eine weitere Inhomogenität auf: Wie aus den Aufnahmen in Abb.12 und dem Elektrodendichteprofil in Abb.13 ersichtlich ist, schnüren sich die einzelnen Entladungen mit zunehmender Geschwindigkeit und zunehmendem Magnetfeld immer mehr ein.

Auch hierfür wollen wir an Hand eines einfachen Modells eine qualitative physikalische Erklärung geben.

Wir betrachten die Umgebung einer Elektrode am Kanaleingang in der Ebene senkrecht zum Magnetfeld (Abb.15). Auf Grund der Strömungsgeschwindigkeit ist zu erwarten, dass der Kern der Entladung auf einen bestimmten Sektor strömungsabwärts eingeengt ist, umgeben von dem Übergangsbereich (2), in dem die Stromdichte abnimmt und ein höherer Temperaturgradient vorhanden ist. In dieses Gebiet strömt kaltes und fast nicht ionisiertes Gas ein. Dadurch wird der Öffnungswinkel der Entladung verringert. Entgegengesetzt gerichtet ist der durch Wärmeleitung hervorgerufene Energiestrom. Deswegen können wir davon ausgehen, dass die Gleichgewichtslage der Entladung dadurch gegeben ist,

dass die beiden miteinander konkurrierenden Prozesse Konvektion und Wärmeleitung einander kompensieren.

$$\vec{v}_A \text{ grad } n_e \left( \frac{3}{2} k T_e + \varepsilon_i \right) = \text{div } \mu \text{ grad } T_e.$$

Wir integrieren über ein in Abb. 15 angedeutetes Volumenstück des Übergangsgebietes der Fläche  $\Delta F$  und der Dicke  $\Delta L$  und erhalten in linearer Näherung unter Vernachlässigung der thermischen Energie gegenüber der Ionisationsenergie

$$v_A \varepsilon_i \frac{\Delta n_e}{\Delta x} \Delta F \Delta L = \mu \frac{\Delta T_e}{\Delta L} \Delta F.$$

Aus der Sahagleichung folgt

$$\frac{\Delta n_e / n_e}{\Delta T_e / T_e} \approx \frac{\varepsilon_i}{2 k T_e}.$$

Mit Hilfe von  $\Delta x = \Delta L / \sin \alpha$  ergibt sich für den Öffnungswinkel  $\alpha$  der Entladung die Beziehung

$$\sin \alpha = \frac{\mu 2 k T_e^2}{v_A n_e \varepsilon_i^2 \Delta L}$$

oder mit Hilfe von  $\mu = \frac{1}{1 + (\beta r)^2} \cdot \left( \frac{k}{e} \right)^2 \cdot \sigma \cdot T_e$ , der thermischen Leitfähigkeit quer zum Magnetfeld und  $\bar{v}_e = \sqrt{\frac{8 k T_e}{\pi m_e}}$  und  $\bar{\lambda}_e = \frac{\bar{v}_e}{\nu}$  der mittleren thermischen Geschwindigkeit und freien Weglänge:

$$\sin \alpha = \frac{1}{1 + (\beta r)^2} \cdot \left( \frac{k T_e}{\varepsilon_i} \right)^2 \frac{\bar{v}_e}{v_A} \frac{\bar{\lambda}_e}{\Delta L}.$$

Daraus sieht man, dass die Entladung umso mehr eingeschnürt ist, je höher die Gasgeschwindigkeit und - auf Grund der starken Reduzierung der Wärmeleitfähigkeit quer zum Magnetfeld - je grösser das Magnetfeld ist.

## 5. MESSERGESBNISSE UND DISKUSSION

### 5.1 Sahagleichgewicht

Bevor wir auf die zeitaufgelösten Messungen eingehen, wollen wir noch eine der wesentlichen Annahmen, die wir in der Theorie gemacht haben, experimentell prüfen: nämlich die Frage, ob im ungestörten Ausgangszustand unseres Plasmas ohne Magnetfeld die Elektronendichte im Sahagleichgewicht mit der Elektronentemperatur steht.

Bild 16 zeigt die gemessenen Elektronendichten in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur. Die beiden verwendeten Messverfahren (spektroskopisch und Sondenmessung der Hallfeldstärke) liefern im Rahmen der Messgenauigkeit gute Übereinstimmung. Zum Vergleich ist die nach der Sahagleichung berechnete Gleichgewichtsdichte eingetragen. Das Ergebnis steht in sehr guter Übereinstimmung mit dem von Dodel /19/.

Während offensichtlich für Temperaturen oberhalb  $2400 \text{ }^{\circ}\text{K}$  die Annahme des Sahagleichgewichts gerechtfertigt ist, liegen bei kleineren Stromdichten die Elektronendichten beträchtlich über der Gleichgewichtsdichte. Auf diesen Effekt haben schon Riedmüller, Brederlow und Salvat /21/ auf Grund von Leitfähigkeitsmessungen hingewiesen. Die Ursache hierfür ist darin zu suchen, dass aus dem heisseren Aufheizsystem des Plasmas Ladungsträger in den Messkanal verschleppt werden, sodass die Elektronendichte hier höher ist, als es der örtlichen Elektronentemperatur entspricht. Wir werden uns deshalb im folgenden auf Temperaturen oberhalb  $2400 \text{ }^{\circ}\text{K}$ , die Stromdichten von grösser als  $0,4 \text{ A/cm}^2$  entsprechen, beschränken, zumal bei den vorhandenen Empfindlichkeiten der Photomultiplier und Bildwandlerkamera ohnehin keine zeitaufgelösten Messungen bei niedrigeren Stromdichten möglich waren.

### 5.2 Der kritische Hallparameter

Wir wollen zunächst den Einsatz der Instabilität mit wachsendem Magnetfeld beobachten. Abb.17 zeigt die Oszillogramme der Sondenspannungen parallel und senkrecht zur Entladungssachse, gleichzeitig mit dem Verlauf der Multipliersignale als Funktion der Zeit, während der das Magnetfeld linear von  $0 - 20 \text{ kG}$  ansteigt. Die Zeitauflösung ist ab-

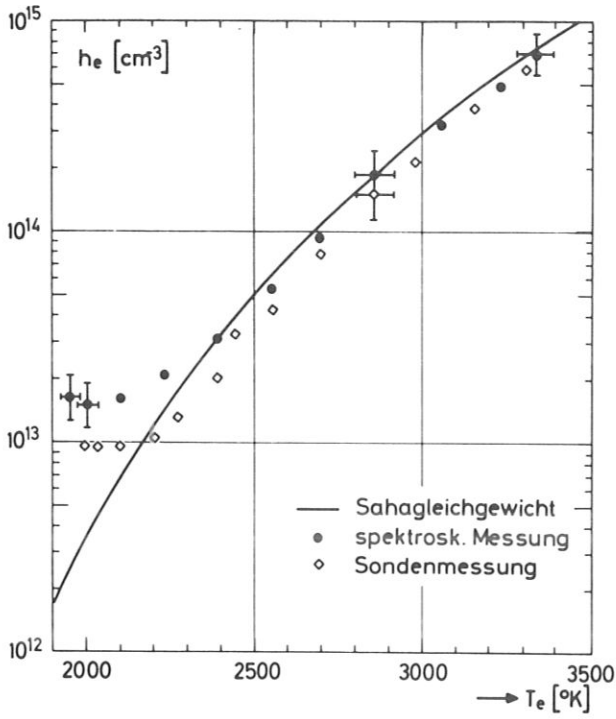


Abb.16: Elektronendichte in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur

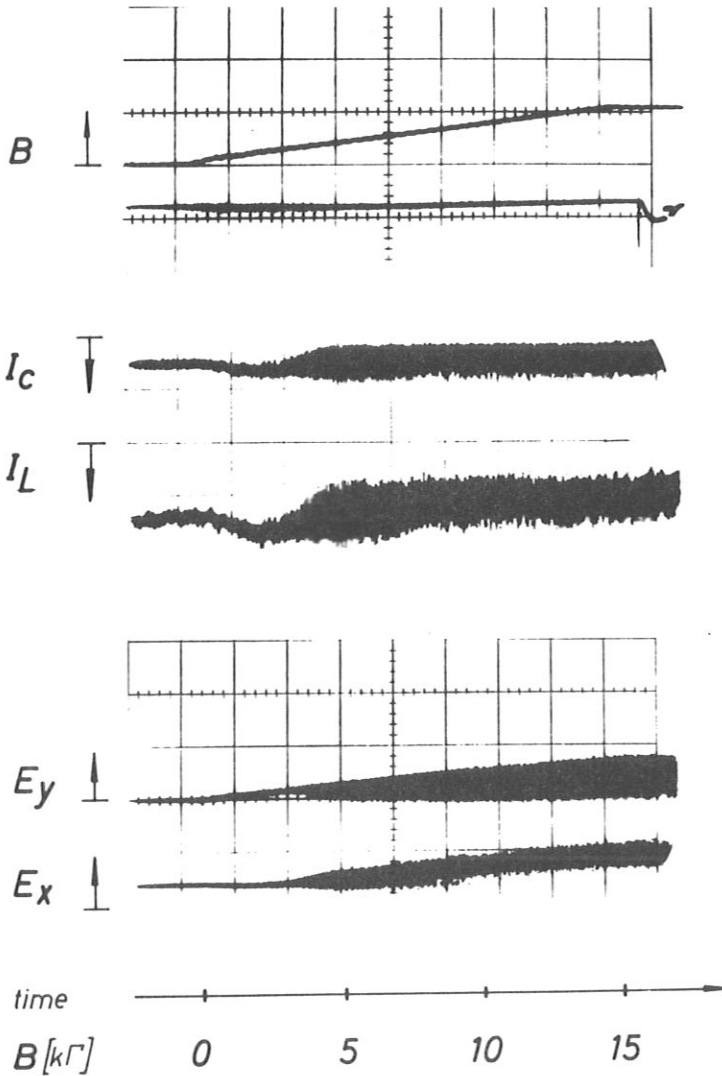


Abb.17: Die Schwankungen des elektrischen Feldes, der Linien- ( $I_L$ ) und der Kontinuumstrahlung ( $I_C$ ) bei zeitlich langsam ansteigendem Magnetfeld

sichtlich sehr niedrig gewählt, um zu erreichen, dass das Auftreten der Fluktuationen durch eine zeitliche Mittelung auf dem Oszillosgraphenschirm deutlich sichtbar wird. Man erkennt, dass bei niedrigen Magnetfeldstärken praktisch keine Schwankungen auftreten, die grösser sind als ohne Magnetfeld. Bei Erreichen einer genau definierten Magnetfeldstärke jedoch setzen die Fluktuationen der elektrischen Feldstärke, der Dichte und der Temperatur ein, ihre Amplitude nimmt rasch zu. Aus dem Verhältnis der Feldstärken senkrecht und parallel zur Entladung beim Einsetzen der Schwankungen wurde der "kritische" Hallparameter bestimmt. Das Ergebnis ist in Bild 18 in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur, die durch Variieren der Stromdichte eingestellt werden konnte, dargestellt. Ein Vergleich mit dem berechneten Wert von  $\mathcal{N}\tau_{cr}$  zeigt, insbesondere bei den höheren Elektronentemperaturen, sehr gute Übereinstimmung; bei niedrigeren Temperaturen ist einerseits der Übergang zwischen dem stabilen und instabilen Bereich nicht so scharf ausgebildet, sodass  $\mathcal{N}\tau_{cr}$  mit einer grösseren Unsicherheit behaftet ist; andererseits nähern wir uns hier bereits dem Gebiet, in dem eine stark über den Gleichgewichtswert erhöhte und praktisch eingefrorene Elektronendichte vorhanden ist, sodass hier ein grösseres  $\mathcal{N}\tau_{cr}$ , als das unter der Voraussetzung des Sahagleichgewichts berechnete, leicht verständlich ist.

### 5.3 Die Phasengeschwindigkeit

Ähnliches gilt für die gemessene Phasengeschwindigkeit, die in Bild 19 als Funktion der Elektronentemperatur dargestellt ist. Sie ist bezogen auf ein mit der Gasgeschwindigkeit mitbewegtes Koordinatensystem. Bei den höheren Elektronentemperaturen findet man wieder sehr gute Übereinstimmung mit der Theorie, während bei niedrigen Elektronentemperaturen grössere Abweichungen festzustellen sind. Allerdings wird hier die Messgenauigkeit auch immer schlechter, da bei geringen Elektronentemperaturerhöhungen die Phasengeschwindigkeit klein im Verhältnis zur Gasgeschwindigkeit ist.

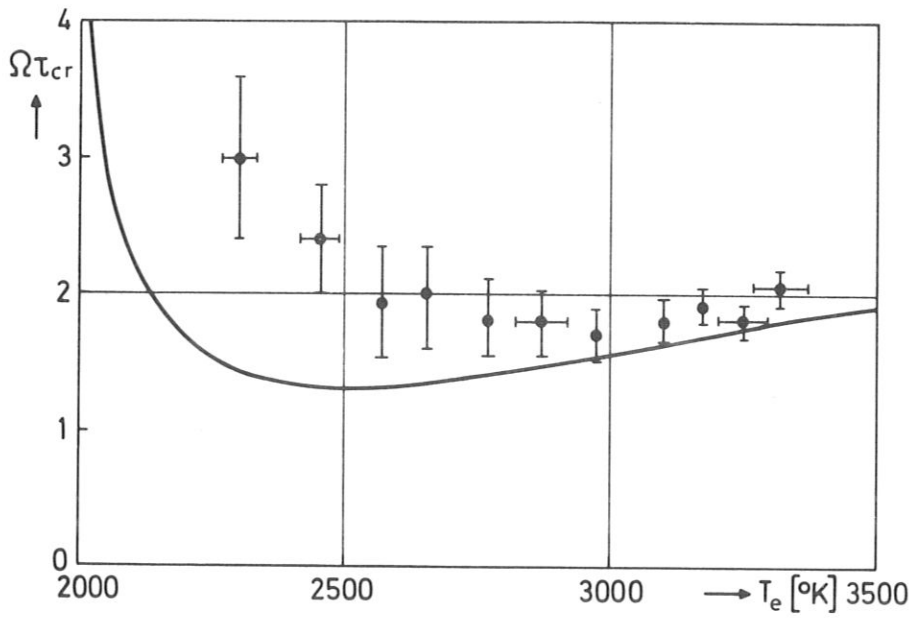


Abb.18: Kritischer Hallparameter in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur

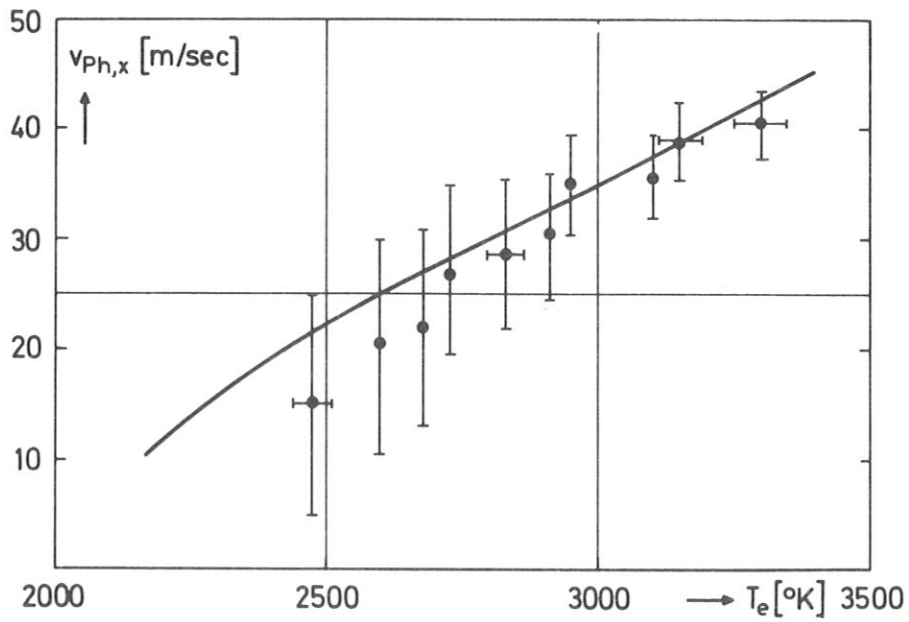


Abb.19: Phasengeschwindigkeit in Stromrichtung in Abhängigkeit von der Elektronentemperatur

#### 5.4 Die zeitaufgelöste, räumliche Struktur des Plasmas

In Abb.20 ist eine Reihe von Bildwandleraufnahmen bei verschiedenen Magnetfeldstärken wiedergegeben. Die Bilder sind parallel zur Magnetfeldrichtung mit einer Belichtungszeit von  $18 \mu\text{sec}$  aufgenommen. Das gesamte Entladungsgebiet zwischen den Elektrodenpaaren ist sichtbar.

Bei kleinen Magnetfeldstärken unterhalb  $4 \text{ kG}$  ist keine Struktur zu erkennen, das Plasma ist homogen. Bei etwa  $4 - 5 \text{ kG}$  (abhängig von der Stromdichte) erscheinen schräge, gerade Streifen mit einer Wellenlänge von  $\lambda \approx 1 \text{ cm}$ . Mit zunehmendem Magnetfeld nehmen diese Streifen mehr und mehr eine wellenförmige Gestalt an. Die Anzahl der Perioden längs eines einzelnen Streifens nimmt zu. Die Wellenlänge ebenso wie die Neigung der Streifen bezüglich der Entladungssachse (bzw. der mittleren Stromrichtung) nimmt ab.

Der Wert des Hallparameters, bei dem auf den Aufnahmen die streifenförmige Struktur erscheint, stimmt mit demjenigen überein, bei dem auch die Fluktuationen der Elektronendichte und der elektrischen Feldstärke beobachtet wurden. Wie in Abb.18 gezeigt, stimmt dieser Wert recht gut mit der linearen Theorie überein.

Das gleiche gilt für die Orientierung der Streifen, allerdings nur solange das Magnetfeld nur wenig grösser als das kritische Magnetfeld ist, solange die Streifen noch nicht eine wellenförmige Struktur zeigen. In diesem Fall stimmt der Winkel zwischen Strom und Streifen mit dem Winkel der maximalen Anwachsrate aus der linearen Theorie überein. Entsprechend dieser Theorie würde man erwarten, dass dieser Winkel mit wachsendem Magnetfeld zunimmt und sich immer mehr  $45^\circ$  nähert. Das Gegenteil beobachtet man im Experiment: Die Richtung der Streifen nähert sich mit zunehmendem Magnetfeld immer mehr der Richtung des Stromes.

Die Diskussion der beobachteten wellenförmigen Struktur der Streifen und der offensichtlich bevorzugt auftretenden Wellenlängen müssen wir zurückstellen, da die eingangs geschilderte Theorie hierüber keine Aussagen macht.

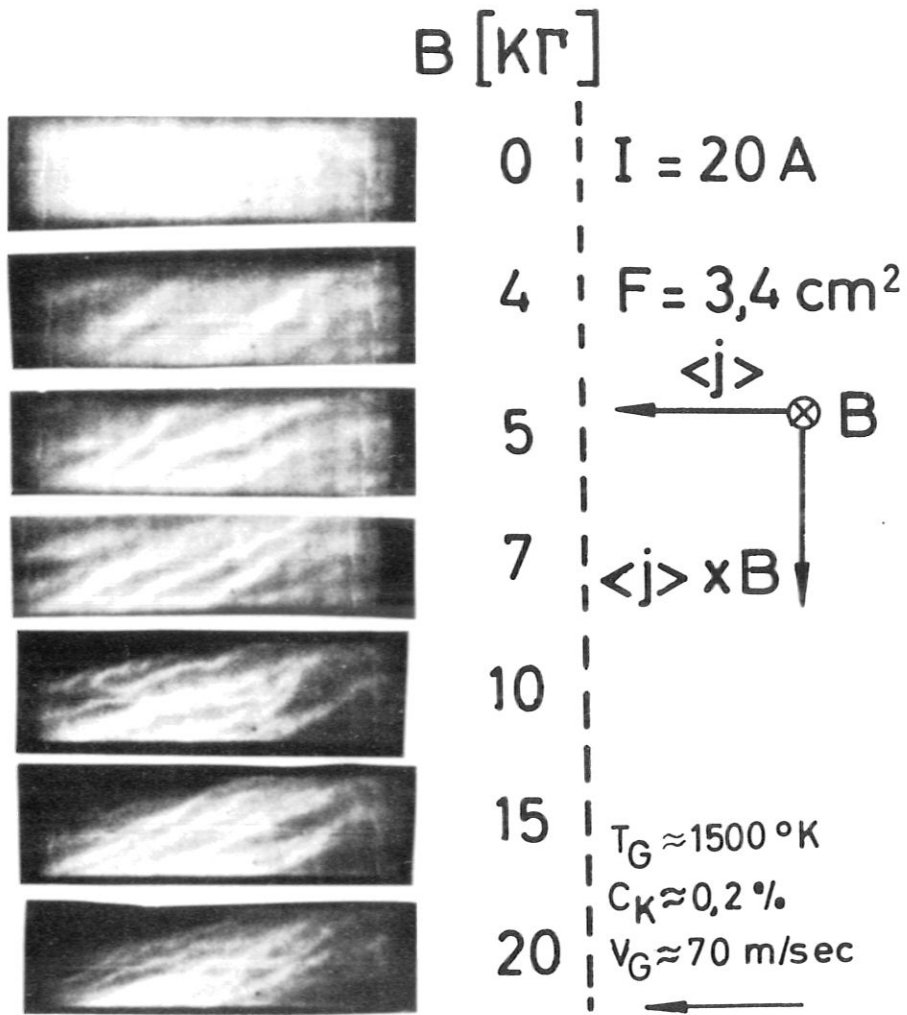


Abb. 20: Bildwandlerkameraaufnahmen mit einer Belichtungszeit von 18  $\mu\text{sec}$  bei verschiedenen Magnetfeldstärken.



6. ERWEITERUNG DER LINEAREN THEORIE: BERÜCKSICHTIGUNG VON DISSIPATIONS- UND RANDEFFEKTEN

Im folgenden wollen wir die lineare Theorie erweitern und zeigen, dass sich die experimentellen Ergebnisse gut erklären lassen, wenn man bei der Berechnung der Anwachsraten die Energieverluste durch Wärmeleitung und Strahlung einerseits und die endliche Ausdehnung des Plasmas und die entsprechenden Randbedingungen andererseits berücksichtigt. Der besseren Übersicht wegen wollen wir die beiden Einflüsse zunächst getrennt voneinander behandeln.

6.1 Anwachsrate der Ionisationsinstabilität mit Dämpfung durch Dissipation im unendlich ausgedehnten Plasma

Wir gehen wieder von den üblichen Gleichungen aus, die den Zustand eines "Nichtgleichgewichtsplasmas" in der Näherung kleiner magnetischer Reynoldszahl und sofortigen Sahagleichgewichts beschreiben:

$$\begin{aligned} \vec{j} + \vec{j} \times \vec{\Omega} \tau &= \sigma (\vec{E}^* + \frac{1}{n_e e} \text{grad} p_e), \\ \text{div} \vec{j} &= \text{rot} \vec{E} = 0, \\ n_e^2 / (n_K - n_e) &= S \cdot T_e^{3/2} e^{-E_i / k T_e}. \end{aligned}$$

Wir berücksichtigen jetzt in der Energiegleichung zusätzlich Diffusions-, Wärmeleitungs- und Strahlungsverluste:

$$\frac{d}{dt} n_e (\frac{3}{2} k T_e + E_i) = \vec{j} \cdot \vec{E}^* - A - R + \text{div} \bar{\mu} \text{grad} T_e + \frac{5}{2} \frac{k}{e} (\vec{j} \cdot \text{grad} T_e),$$

wobei  $A = \sum_{\alpha} n_e \nu_{e\alpha} 2 \frac{m_e}{m_{\alpha}} (\frac{3}{2} k T_e - \frac{3}{2} k T_{\alpha})$  der Energieverlust bei elastischen Stößen und  $R$  der Energieverlust bei inelastischen Stößen (Strahlungsverlust) ist, der im Anhang berechnet wird.

$\bar{\mu} = m^* (\frac{k}{e})^2 \cdot \sigma \cdot T_e \cdot \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & -\Omega \tau & 0 \\ \Omega \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (\Omega \tau)^2 \end{array} \right\}$  ist der Wärmeleitungstensor, wobei  $m^*$  ein magnetfeldabhängiger Korrekturfaktor ist, der aus der Arbeit von Kruger, Mitchner und Daybelge /22/ entnommen wurde.

Der ungestörte Zustand des Plasmas sei wieder räumlich konstant

$$\vec{j}_0 = \{j_0, 0, 0\}, \quad \vec{E}_0^* = \{E_{0x}^*, E_{0y}^*, 0\}, \quad \vec{\Omega} = \{0, 0, \Omega\}.$$

Von Änderungen in Richtung des Magnetfeldes wollen wir wie bisher absehen:

$$\frac{\partial}{\partial z} = 0.$$

Wir linearisieren die Gleichungen und erhalten das Ohmsche Gesetz für die Störungen wie in Kap. 2:

$$\vec{j}_1 + \vec{j}_1 \times \vec{\Omega} \tau_0 = \tilde{\sigma} \vec{j}_0 + \tilde{n} (\vec{j}_0 \times \vec{\Omega} \tau_0) + \sigma_0 (\vec{E}_1 + \frac{1}{n_0 e} \text{grad} p_1).$$

Der Energiesatz für die Störungen lautet nun:

$$\begin{aligned} n_0 \left( \frac{3}{2} k T_0 + \varepsilon_i \right) \frac{d\tilde{n}^2}{dt} + n_0 \frac{3}{2} k T_0 \frac{d\tilde{T}}{dt} = \\ = 2 \frac{\vec{j}_1 \vec{j}_0}{\sigma_0} - \tilde{\sigma} \frac{j_0^2}{\sigma_0} - A_1 - R_1 + \text{div} \vec{\mu}_0 \text{grad} \tilde{T} - \frac{k T_0}{e} j_0 \text{grad} \left( \tilde{n} - \frac{3}{2} \tilde{T} \right). \end{aligned}$$

Das elektrische Feld  $\vec{E}_1$  können wir durch Bildung der Rotation des Ohmschen Gesetzes mit  $\text{rot} \vec{E}_1 = 0$  eliminieren. Die Beziehung  $\text{div} \vec{j}_1 = 0$  erlaubt mit  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$  die Einführung einer skalaren Stromfunktion  $\mathcal{J}$  für die Ströme 1. Ordnung

$$j_{1x} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial y}, \quad j_{1y} = -\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial x}$$

Die Fluktuationen  $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ ;  $\tilde{A} = \frac{A_1}{A_0}$  und  $\tilde{T} = \frac{T_1}{T_0}$  können wir durch die Fluktuationen der Elektronendichte  $\tilde{n} = \frac{n_1}{n_0}$  ausdrücken:

$$\begin{aligned} \tilde{n} &= n_T \tilde{T} \quad \text{mit} \quad n_T = \left( \frac{d \ln n_e}{d \ln T_e} \right) = \frac{1-C}{2-C} \left( \frac{3}{2} + \frac{\varepsilon_i}{k T_0} \right); \quad C = \frac{\hbar e}{\hbar k} \\ \tilde{\sigma} &= \sigma_n \tilde{n} \quad \sigma_n = \frac{d \ln \sigma}{d \ln n} = 1 - \frac{d \ln \nu}{d \ln n}, \\ \tilde{A} &= A_n \tilde{n} \quad A_n = \frac{d \ln A}{d \ln n} = 1 + \frac{d \ln \nu}{d \ln n} + \frac{T_0}{T_0 - T_A} \frac{1}{n_T}. \end{aligned}$$

Der Strahlungsterm  $R_1$  beschreibt den Austausch von Strahlungsenergie zwischen Gebieten höherer und niedrigerer Temperatur. Im Anhang C wird gezeigt, dass er proportional zu den Temperaturschwankungen ist:  $R_1 = R_1' \cdot \tilde{T}$ .

Für die Stromfunktion  $\mathcal{J}$  und die Elektronendichteschwankung verbleiben damit die beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{J} &= \Omega \tau_0 \frac{\partial \tilde{n}}{\partial x} + \sigma_n \frac{\partial \tilde{n}}{\partial y}, \\ z^* \frac{d\tilde{n}}{dt} &= 2 \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial y} - (\sigma_n + A_n) \tilde{n} + \frac{1}{n_T} \left[ \frac{m^*}{1 + (\Omega \tau)^2} \left( \frac{k T_0}{e E_{0x}} \right)^2 \Delta \tilde{n} - \frac{R_1'}{\sigma_0^2} \tilde{n} \right] - \left( \frac{k T_0}{e E_0} \right) \left( 1 - \frac{3}{2 n_T} \right) \frac{\partial \tilde{n}}{\partial x} \end{aligned}$$

wobei die charakteristische Zeit gegeben ist durch

$$\tau^* = \frac{n_{e0} (\epsilon_i + \frac{3}{2} k T_{e0} (1 + \frac{1}{n_T}))}{j_0^2 / \sigma_0}$$

Wir machen den üblichen Fourieransatz für die Störungen  $\tilde{n} = \hat{n} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$  und  $y = \hat{y} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$  und erhalten als Realteil der Frequenz:

$$\omega_R = \frac{1}{\tau^*} k_x \left(1 - \frac{3}{2 n_T}\right) \left(\frac{k T_0}{e E_{0x}}\right).$$

Bei schwachem Ionisationsgrad ( $n_T \approx \frac{\epsilon_i}{2 k T_0} \gg 1$ ) geht dieser Ausdruck über in

$$\omega_R \approx k_x \left(\frac{k T_0}{\epsilon_i}\right) \frac{j_0}{n_0 e},$$

das Ergebnis der dissipationsfreien Theorie in Kap.2.  $\omega_R$  wird durch die Berücksichtigung der Dissipation nicht geändert. Die Phasengeschwindigkeit ist nach wie vor unabhängig von der Wellenlänge.

Der Imaginärteil der Frequenz (die Anwachsrate) ergibt sich zu

$$\omega_i = \frac{1}{\tau^*} \left( 2 \frac{k_x k_y}{k^2} \Omega_{T_0} + 2 \frac{k_y^2}{k^2} \sigma_h - (A_h + \sigma_h) - \frac{1}{n_T} \left[ \frac{m^*}{1 + (\Omega_{T_0})^2} \left(\frac{k T_0}{e E_x}\right)^2 k^2 + \frac{R_1'(|k|)}{j_0^2 / \sigma_0} \right] \right).$$

Die 3 ersten Terme sind die gleichen, wie wir sie schon von der einfachen Theorie her kennen, die beiden ersten sind nur von der Orientierung des Wellenvektors abhängig. Genommen bei dem Winkel, für den  $\omega_i$  sein Maximum hat, nehmen sie wieder die Form  $\sigma_h + \sqrt{(\Omega_{T_0})^2 + \sigma_h^2}$  an. Die beiden letzten Terme sind vom Betrag des Wellenvektors abhängig. Der 4. Term stellt die Dämpfung durch Wärmeleitung und der 5. die Strahlungsdämpfung dar.  $R_1'(|k|)$  ist, wie im Anhang C gezeigt, durch

$$R_1' = 4\pi B_\nu(T_0) \frac{h\nu}{k T_0} \int_L \kappa_\nu \left(1 - \frac{\kappa_\nu}{|\xi|} \operatorname{arctg} \frac{|\xi|}{\kappa_\nu}\right) d\nu$$

gegeben, wobei  $B_\nu$  die Kirchhoff-Planck-Funktion,  $\kappa_\nu$  der Absorptionskoeffizient des Plasmas ist und die Integration über alle zum Strahlungstransport beitragenden Frequenzen zu erstrecken ist.

Das Ergebnis von Berechnungen der Anwachsrate unter den experimentellen Bedingungen ( $A + 0,2 \% K$ ,  $T_A = 2000 \text{ }^\circ K$ ,  $P_A = 1 \text{ atm}$ ,  $j = 5 \text{ A/cm}^2$  so dass  $T_e = 3050 \text{ }^\circ K$ ) ist in Abb.21 dargestellt: Die mit  $\tau^*$  normierte

Anwachsrate als Funktion der Wellenlänge  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  für verschiedene Hallparameter.

Für grosse Wellenlängen ist  $\omega_i$  unabhängig von  $\lambda$  und gleich der idealen Anwachsrate. Unterhalb etwa  $\lambda = 1$  cm gewinnt die Dämpfung durch Wärmeleitung und Strahlung an Bedeutung. Fourierkomponenten mit einer Wellenlänge kleiner als eine bestimmte Grenzwellenlänge, die sich infolge der Reduzierung der Wärmeleitfähigkeit mit wachsendem Magnetfeld zu kürzeren Wellenlängen hin verschiebt, können nicht mehr anwachsen.

Man wird erwarten, dass in einem begrenzten Plasma auch Fourierkomponenten mit grosser Wellenlänge gedämpft werden. Dies soll im nächsten Abschnitt gezeigt werden.

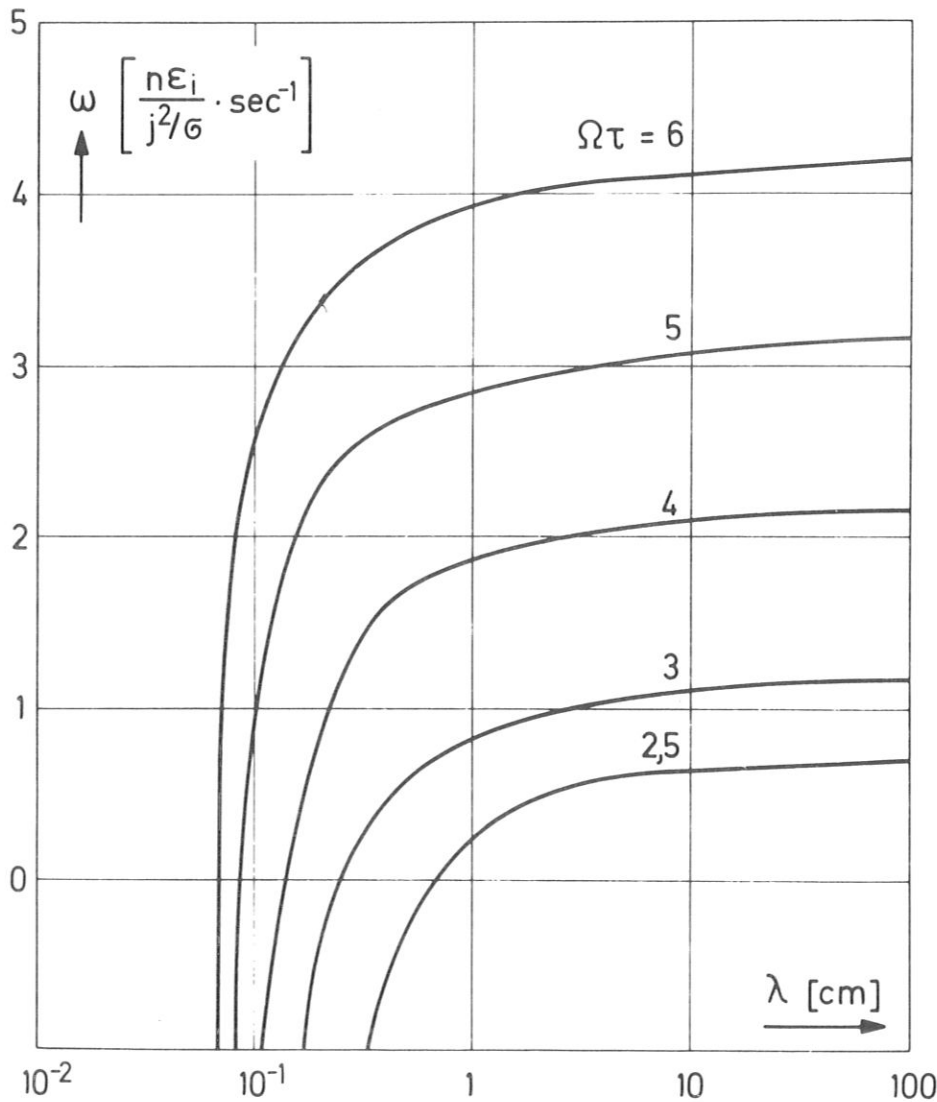


Abb. 21:  
Anwachsrate als Funktion der Wellenlänge im unendlich ausgedehnten Plasma.

## 6.2 Einfluss der endlichen Plasmadimension

Wir wollen annehmen, dass das Plasma - wie im Experiment - von zwei Isolatorwänden parallel zur Richtung des Entladungsstromes eingeschlossen ist. Die Länge des Plasmas in Richtung des Stromes sei gross gegen den Abstand  $H$  der beiden Wände, sodass das Plasma in dieser Richtung als unendlich ausgedehnt betrachtet werden kann. Zur Vereinfachung wollen wir zunächst von Wärmeleitung und Strahlung absehen und ausserdem den letzten Term in der Energiegleichung, der nur auf die Phasengeschwindigkeit nicht aber auf die Anwachsrate einen Einfluss hat, vernachlässigen. Somit bleiben die beiden Gleichungen übrig

$$\Delta \varphi = \Omega \tau_0 \frac{\partial \tilde{n}}{\partial x} + \sigma_n \frac{\partial \tilde{n}}{\partial y},$$

$$\tau^* \frac{d\tilde{n}}{dt} = 2 \frac{\partial \varphi}{\partial y} - (\sigma_n + A_n) \tilde{n}.$$

Durch Differenzieren der ersten nach der Zeit und Einsetzen der zweiten kann man  $\tilde{n}$  eliminieren, sodass die Stromverteilung der Störströme durch folgende Differentialgleichung beschrieben ist:

$$\tau^* \Delta \frac{d\varphi}{dt} = 2\Omega \tau_0 \varphi_{xy} + 2\sigma_n \varphi_{yy} - (\sigma_n + A_n) \Delta \varphi.$$

Abgesehen von einem Vorzeichen stimmt diese Gleichung mit der von Dykhne in /23/ verwendeten überein. Wir suchen zeitlich anwachsende Lösungen dieser Gleichung, die mit unseren Randbedingungen verträglich sind. Längs der Isolatorwände muss die Normalkomponente des Stromes verschwinden. Die Stromfunktion muss daher am Rand eine Konstante sein, die wir willkürlich gleich Null setzen können

$$\varphi = 0 \text{ für } y = 0 \text{ und } y = H$$

Wir setzen  $\varphi = e^{\frac{\omega}{\tau^*} t} \cdot f(x, y)$ , sodass der ortsabhängige Anteil der Stromfunktion durch die Gleichung

$$(\omega + A_n + \sigma_n) \Delta f - 2\Omega \tau_0 f_{xy} - 2\sigma_n f_{yy} = 0$$

bestimmt ist, mit den Randbedingungen  $f = 0$  für  $y = 0$  und  $y = H$ . Deren Lösungen wollen wir in Form von zweidimensionalen Fourierkomponenten anschreiben. Ein vollständiger Satz von Funktionen in dem

Sinne, dass eine beliebige Funktion  $f(x,y)$  danach entwickelt werden kann, ist gegeben durch

$$\begin{aligned} & \cos k_x x \cdot \sin k_y y, \\ & \sin k_x x \cdot \sin k_y y, \\ & \left( \begin{array}{cc} \cos k_x x & \cos k_y y, \\ \sin k_x x & \cos k_y y, \end{array} \right) \end{aligned}$$

von denen wir jedoch die beiden letzteren, die die vorgeschriebenen Randbedingungen verletzen, ausscheiden können. Es zeigt sich nun, dass es zweckmässig ist, von dem rechtwinkligen auf ein schiefwinkeliges Koordinatensystem überzugehen, weil dann auch einzelne der oben angegebenen Funktionen eine Lösung, das heisst also Eigenfunktionen des Problems sind. In dem wir also den Ansatz

$$f(x,y) = \hat{f} \sin k_x \left(x + \frac{1}{b}y\right) \cdot \sin k_y y$$

mit  $k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x}$ ;  $\lambda_x$  beliebig und  $k_y = \frac{2\pi}{\lambda_y}$  mit  $m \frac{\lambda_y}{2} = H$ ,  $m = 1, 2, 3 \dots$  machen, können wir die Eigenwerte  $\omega$  für das System bestimmen. (Die Funktionen  $\cos k_x \left(x + \frac{1}{b}y\right) \cdot \sin k_y y$  bedeuten nur eine Phasenverschiebung der gewählten Funktion in x-Richtung, sie liefern die gleichen Eigenwerte.)

Unser Ansatz beschreibt ein unter dem Winkel  $\text{tg} \alpha = b$  schräg liegendes System von Wirbelströmen, wie es von Shipuk und Pashkin /24/ zuerst vorgeschlagen wurde. Die Stromlinien sind die Höhenlinien der Stromfunktion. Ein Beispiel hierfür ist in Abb.22 gezeigt.

Wir erhalten eine diskrete Anzahl von Eigenwerten

$$\omega_m = \frac{\sqrt{(\mathcal{L}\mathcal{L}_0)^2 \left(1 + \left(\frac{m\lambda_x}{2H}\right)^2\right) + \mathcal{G}_H^2} + \mathcal{B}_H \left(\frac{m\lambda_x}{2H}\right)^2}{1 + \left(\frac{m\lambda_x}{2H}\right)^2} - A_H.$$

Die jeweils zugehörige Steigung beträgt

$$b_m = \frac{\sqrt{(\mathcal{L}\mathcal{L}_0)^2 \left(1 + \left(\frac{m\lambda_x}{2H}\right)^2\right) + \mathcal{G}_H^2} - \mathcal{B}_H}{\mathcal{L}\mathcal{L}_0 \left(1 + \left(\frac{m\lambda_x}{2H}\right)^2\right)}.$$

Besonders einfach lauten diese Beziehungen im Fall der Coulombstossnäherung ( $\mathcal{G}_H = 0$ ,  $A_H = 2$ ):

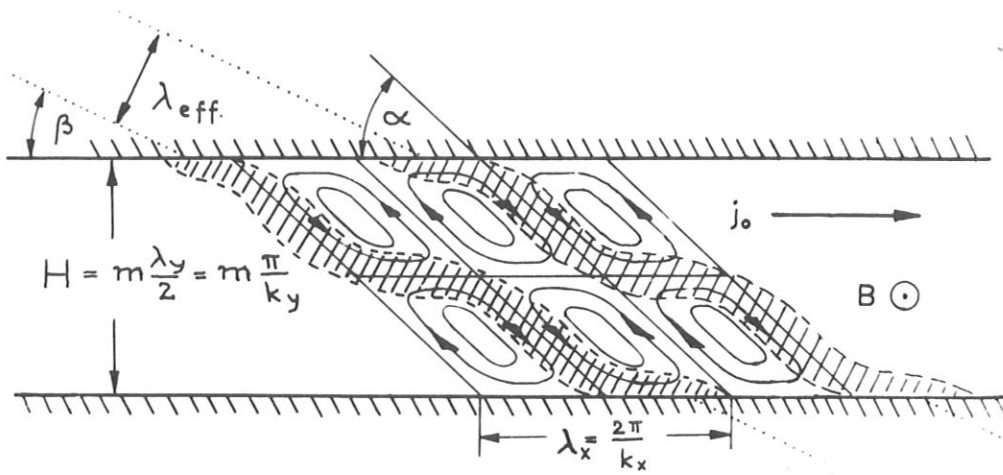


Abb.22: Stromverteilung der  $m = 2$  Mode

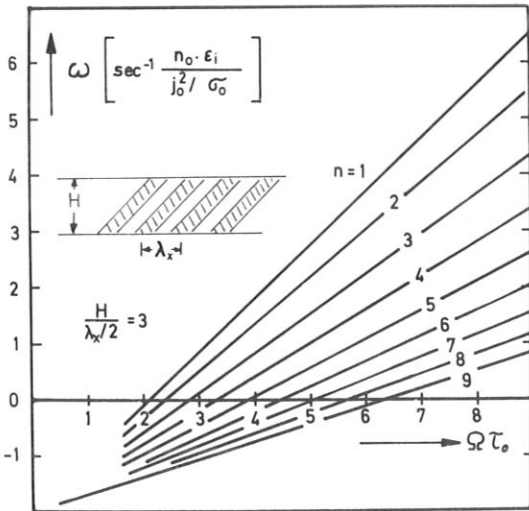


Abb.23: Anwachsraten der einzelnen Moden als Funktion des Hallparameters

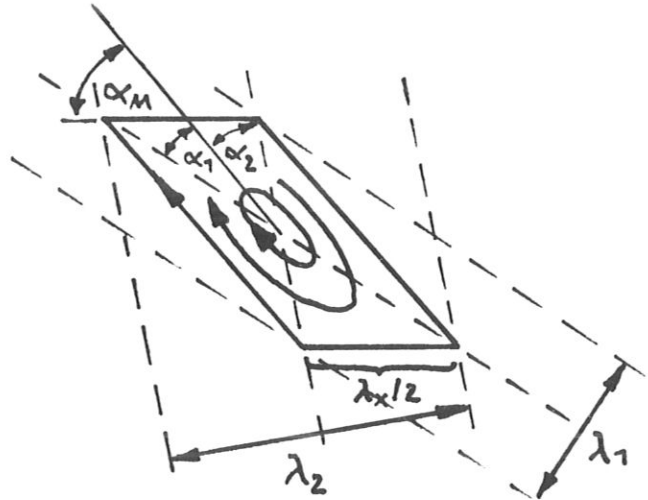


Abb.24: Zur Erläuterung des Aufbaus einer Wirbelstromzelle aus zwei Ebenen Wellen

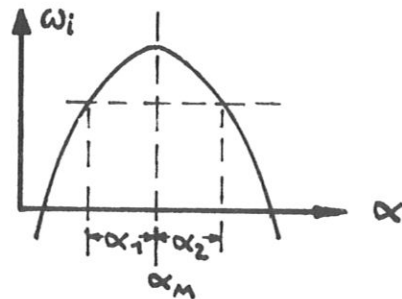
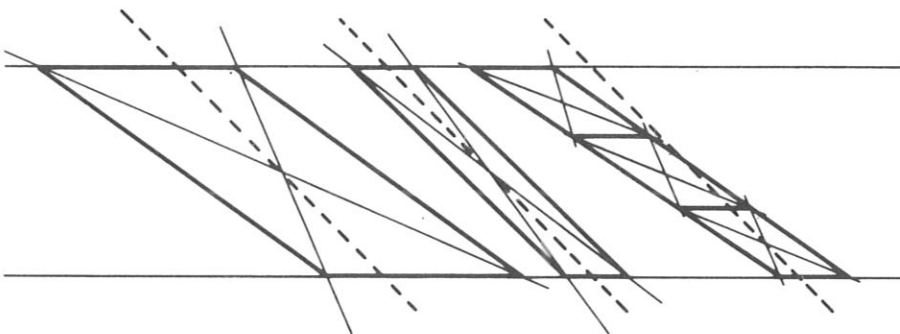


Abb.25: Zur Erläuterung des Unterschiedes zwischen dem Winkel maximaler Anwachsrates und der Neigung der Wirbelstromzellen



$$\omega_m = \frac{\Omega \tau_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{m \lambda_x}{2H}\right)^2}} - 2, \quad b_m = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{m \lambda_x}{2H}\right)^2}}.$$

Daraus kann man folgendes ersehen:

1. Wie zu erwarten, existiert bezüglich der durch die Isolatoren begrenzten Richtung eine diskrete Menge von Anwachsrate entsprechend der Anzahl von Wirbelströmen (Moden), die zwischen die Isolatorwände hineinpassen. Wie in Abb.23 gezeigt, wird zunächst beim Überschreiten eines kritischen Hallparameters die  $m = 1$  Mode instabil. Der kritische Hallparameter ist - abhängig von dem Verhältnis  $\lambda_x/H$  - etwas grösser als in der idealen Theorie ohne Randeffekte:

$$(\Omega \tau_{cr, m})^2 = (\Omega \tau_{cr, 0})^2 + \left(\frac{m \lambda_x}{2H}\right)^2 (A_h - \sigma_h)^2.$$

Mit wachsendem Hallparameter werden dann nach und nach die höheren Moden destabilisiert.

2. Im Gegensatz zur "idealen Theorie" ist nun die Anwachsrate eine Funktion der Wellenlänge: und zwar werden Strukturen mit grossem  $\lambda_x$  gedämpft. Positive Anwachsrate haben nur Strukturen mit einer Wellenlänge

$$\left(\frac{\lambda_x}{2H/m}\right)^2 < \frac{\Omega \tau_0^2 - (\Omega \tau_{cr, 0})^2}{(A_h - \sigma_h)^2}.$$

Für  $H \rightarrow \infty$  gehen die Ergebnisse für Anwachsrate, Winkel und kritischen Hallparameter erwartungsgemäss in diejenigen Werte über, die wir für ein unendlich ausgedehntes Plasma kennen.

3. Der Winkel zwischen dem ungestörten Strom und der Neigung der Wirbelströme  $b_m = \tan \alpha_m$  wird umso kleiner, je grösser  $\lambda_x$  und die Modenzahl  $m$  ist.

Diese Ergebnisse kann man auch anschaulich erklären, wenn man berücksichtigt, dass das betrachtete System von Wirbelströmen durch Überlagerung von zwei ebenen Fourierkomponenten unterschiedlicher Richtung zustande kommt. Die Orientierung der beiden ebenen Wellen ist durch die Diagonalen einer "Wirbelstromzelle" (siehe Abb.24) gegeben. Sie müssen so angeordnet werden, dass längs der beiden Isolatoren Auslöschung eintritt. Offensichtlich dürfen wir zum Aufbau von zeitlich anwachsenden Strukturen nur Fourierkomponenten mit



positiver Anwachsrate und zwei verschiedenen Richtungen verwenden. Da die Stromfunktion längs Geraden (den Isolatorwänden) zeitlich konstant (nämlich gleich 0) sein muss, müssen beide Anwachsrate gleich gross sein. Da die Anwachsrate nahezu symmetrisch um den Winkel der maximalen Anwachsrate  $\alpha_M$  ist, müssen die Winkel zwischen der Richtung der maximalen Anwachsrate und der Richtung der beiden ebenen Wellen  $\alpha_1, \alpha_2$  nahezu gleich gross sein (vergl. Abb.24). Je näher  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  bei  $\alpha_M$  liegen, d.h. je schlanker die einzelnen Wirbelstromzellen sind, desto grösser ist ihre Anwachsrate. Da nur ein bestimmter Winkelbereich mit positiver Anwachsrate zur Verfügung steht, werden Zellen mit grosser Kantenlänge  $\lambda_x/2$  (zu deren Konstruktion grössere Winkelunterschiede erforderlich sind) gedämpft.

Anhand der Konstruktionen in Abb.25 kann man auch leicht verstehen, dass die Neigung der Wirbelstromzellen umso mehr von der Richtung der maximalen Anwachsrate abweichen muss, je grösser  $\lambda_x$  und bei gleichem  $\lambda_x$  je höher die Modenzahl ist.

### 6.3 Kombination der beiden Grenzfälle

Um nun den gemeinsamen Einfluss der Dissipation und der Begrenzung des Plasmas durch Wände zu erläutern, ist in Abb.26 die (normierte) Anwachsrate als Funktion der Wellenlänge für die beiden behandelten Grenzfälle dargestellt.

Die zu grossen Wellenlängen hin abfallenden Kurven stellen die Anwachsrate der einzelnen Moden unter Vernachlässigung der Dissipation dar und können daher nur für die grösseren Wellenlängen Gültigkeit haben. Zu beachten ist hierbei, dass auf Grund der Überlagerung des ungestörten Stromes mit den Störströmen (vergl. Abb.22) eine einzelne Mode als näherungsweise ebene Welle mit einem Winkel  $\beta$  relativ zum ungestörten Strom und mit einer Wellenlänge  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda_x \sin\beta$  betrachtet werden muss. Diese effektive Wellenlänge ist identisch mit der Wellenlänge einer der beiden ebenen Wellen, die zum Aufbau des skizzierten Wirbelstromsystems erforderlich sind. (Die Orientierungen dieser beiden Wellen sind durch die Diagonalen einer Wirbelstromzelle gegeben.)

Die zu kleinen Wellenlängen hin abfallende Kurve in Abb.26 zeigt die Anwachsrate unter alleiniger Berücksichtigung der Dämpfung durch Dissipation. Sie kann deshalb nur Gültigkeit für die kleinen Wellenlängen ( $\lambda \ll H/m$ ) haben.

Als Ergebnis erhalten wir also eine obere Grenze für die tatsächlichen Anwachsrate, die unterhalb der beiden betrachteten Grenzfälle liegen müssen. Positive Anwachsrate gibt es nur innerhalb eines begrenzten Wellenlängenbereiches. Die Anzahl der instabilen Moden hängt von der Differenz zwischen Plasmadurchmesser  $H$  und derjenigen Wellenlänge, unterhalb der ein Anwachsen von Störungen durch Wärmeleitung und Strahlung verhindert wird, ab. Da sich diese Grenze infolge der Reduzierung der Wärmeleitfähigkeit quer zum Magnetfeld mit wachsendem Hallparameter zu kleineren Wellenlängen hin verschiebt, wird mit  $\Omega\tau$  der instabile Wellenlängenbereich breiter, sodass auch die Anwachsrate von höheren Moden positiv werden können.

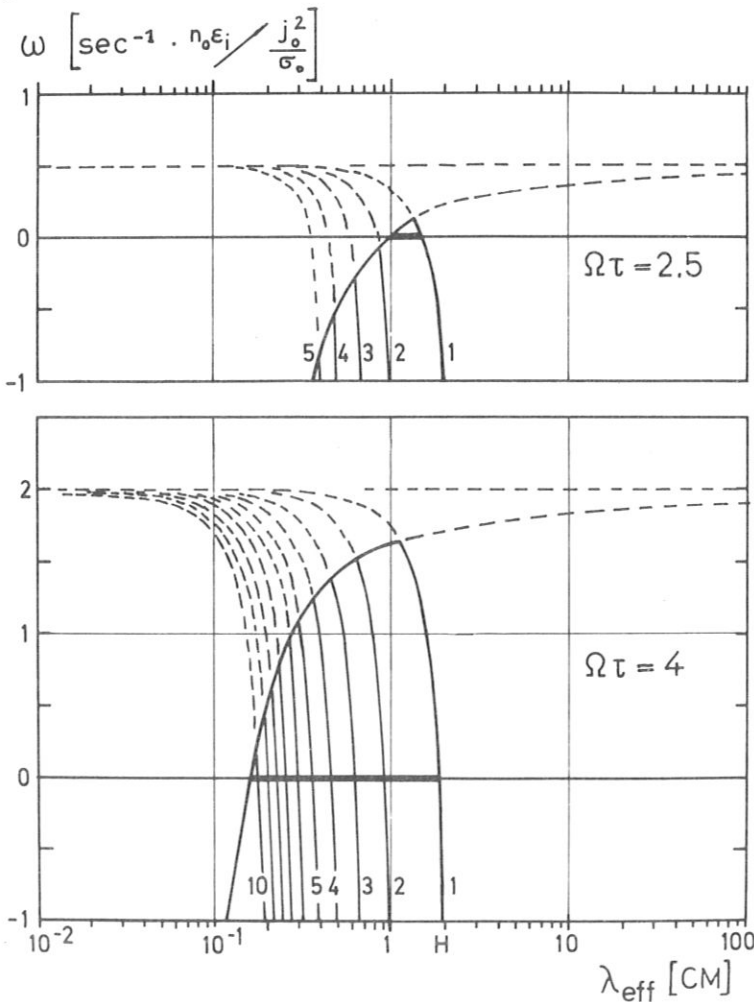


Abb.26: Anwachsrate als Funktion der effektiven Wellenlänge für Coulombstossdominiertes Plasma ( $G_n = 0, A_n = 2$ )

#### 6.4 Gleichzeitige Berücksichtigung von Dissipation und Randeffekten

Die Betrachtung der beiden Grenzfälle für sich allein bietet den Vorteil, dass sie beide analytisch gelöst werden können. Wir wollen abschliessend in diesem Abschnitt zeigen, dass die eben durchgeführte Überlagerung der beiden Einzellösungen zu Ergebnissen führt, die qualitativ sehr gut in Übereinstimmung stehen mit denen, die man erhält, wenn man die Anwachsraten unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Dissipation und Randeffekten numerisch berechnet.

Wir könnten zu diesem Zweck die Differentialgleichung für die Stromfunktion unter Einschluss der vernachlässigten Terme aufstellen und wieder mit dem zweidimensionalen Fourieransatz eingehen; wir würden dann zwei gekoppelte Gleichungen für die Eigenwerte  $\omega_m$  und die zugehörigen Steigungen  $b_m$  erhalten. Es ist jedoch anschaulicher und auch mathematisch einfacher, davon Gebrauch zu machen, dass sich ein zweidimensionales Wirbelstromsystem aus zwei ebenen Wellen aufbauen lässt. Auf diese Weise lässt sich auch der keineswegs zu vernachlässigende Strahlungsverlustterm  $R_1$  einfach berücksichtigen.

Wie wir schon gesehen haben, erzwingt die Konstanz der Stromfunktion auf den Rändern des Plasmas, dass die Anwachsraten der beiden Fourierkomponenten gleich gross sein müssen. Bezeichnen wir mit  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$ , bzw.  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  die Wellenlängen, bzw. die Winkel zwischen den Wellenvektoren und der Richtung des ungestörten Stromes, so muss gelten

$$\omega_i(\lambda_1, \alpha_1) = \omega_i(\lambda_2, \alpha_2)$$

Ausgeschrieben lautet diese Beziehung

$$\begin{aligned} & 2\beta_0 \sin \alpha_1 \cos \alpha_1 + 2\sigma_n \sin^2 \alpha_1 - \frac{1}{n_T} \left( \frac{2\pi m^*}{1+(\beta r)^2} \left( \frac{kT_0}{eE_{0x}} \right)^2 \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{R_1'(\lambda_1)}{\beta_0^2/\sigma_0} \right) = \\ & = 2\beta_0 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 + 2\sigma_n \sin^2 \alpha_2 - \frac{1}{n_T} \left( \frac{2\pi m^*}{1+(\beta r)^2} \left( \frac{kT_0}{eE_{0x}} \right)^2 \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{R_1'(\lambda_2)}{\beta_0^2/\sigma_0} \right). \end{aligned}$$

Zwischen den Winkeln und den Wellenlängen der beiden Fourierkomponenten kann man auf Grund einfacher geometrischer Überlegungen an Hand der Abb.27 die folgenden zwei Beziehungen ableiten:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}; \quad \text{und} \quad \tan \alpha_1 - \tan \alpha_2 = \frac{m \lambda_x}{H \cdot \cos \alpha_1}.$$

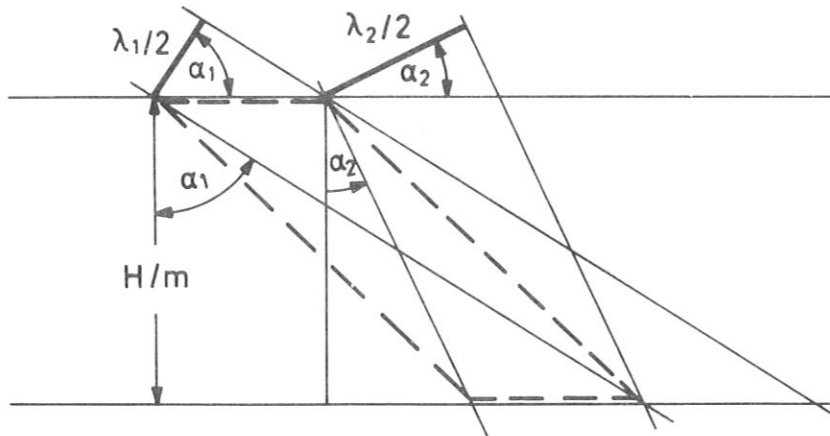


Abb. 27: Zur Erläuterung der Beziehungen zwischen den Winkeln und Wellenlängen der beiden Fourierkomponenten

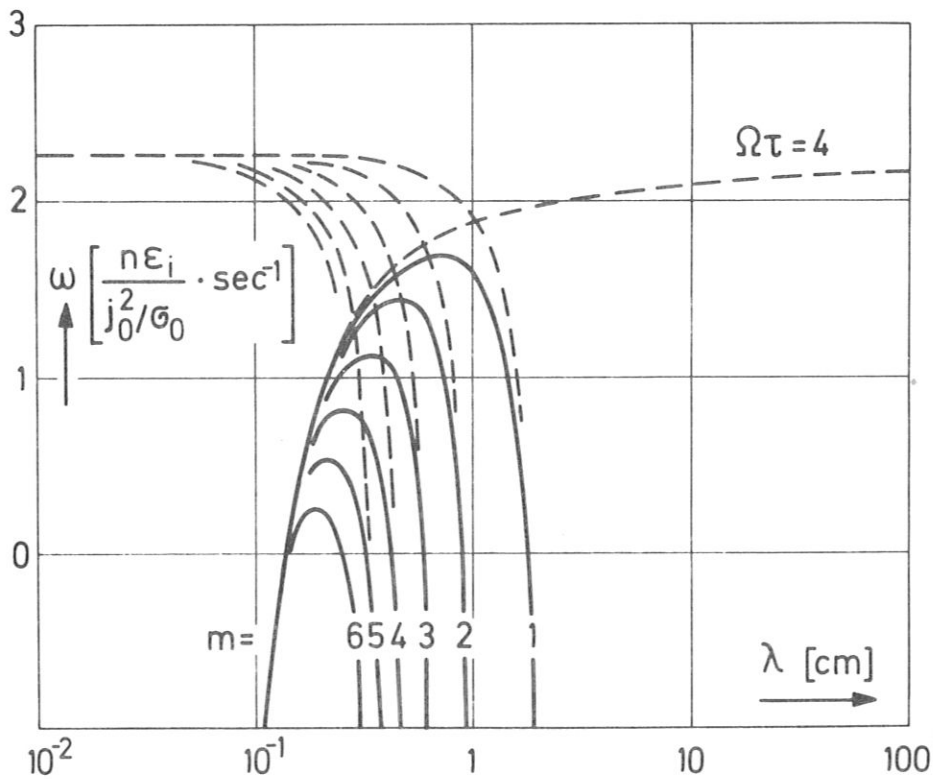


Abb.28: Numerisch berechnete Anwachsrates unter gleichzeitiger Berücksichtigung von Dissipation und Randeffekten.

Legt man also eine der beiden Wellenlängen, z.B.  $\lambda_1$  fest, dann kann man mit Hilfe der drei angegebenen Beziehungen die übrigen drei Unbekannten  $\lambda_2$ ,  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  und somit auch die Anwachsrate  $\omega_i$  selbst berechnen.

Auf diese Weise wurde für Plasmabedingungen, wie sie für das Experiment charakteristisch sind (Argon + 0,2 % Kalium bei 1 atm und 2000 °K Gastemperatur,  $j_0 = 5 \text{ A/cm}^2$ ) die Anwachsrate als Funktion der Wellenlänge  $\lambda_1 = \lambda_{\text{eff}}$  iterativ bestimmt. Das Ergebnis ist in Abb.28 dargestellt. Man sieht, dass die exakte Lösung sich asymptotisch dem jeweils näherungsweise gültigen Zweig der analytischen Einzellösung nähert. Im Vergleich zu der vereinfachten Darstellung in Abb.26 ist lediglich festzustellen, dass der kritische Hallparameter, bei dem die einzelnen Moden instabil werden, etwas grösser ist, und dass bei gegebenem Hallparameter die Anzahl der instabilen Moden geringer ist.

### 6.5 Diskussion

Die wesentlichen Ergebnisse können wir folgendermassen zusammenfassen:

Infolge der das Plasma begrenzenden Isolatorwände müssen die im Plasma fluktuierenden Ströme geschlossen sein; zeitlich anwachsen, also instabil können nur solche Wirbelstromsysteme sein, deren Orientierung in der Nähe des Winkels maximaler Anwachsrate liegt. Die Winkelabhängigkeit der Anwachsrate führt letztlich - in Verbindung mit den Randbedingungen - zu einer Dämpfung von Strukturen mit grosser Wellenlänge. Da andererseits dissipative Prozesse, wie Wärmeleitung und Strahlungsaustausch für eine Dämpfung der kurzen Wellenlängen sorgt, kann die Ionisationsinstabilität nur innerhalb eines begrenzten Wellenlängenbereiches entstehen.

Liegt der Hallparameter nur wenig oberhalb des kritischen Wertes, so ist der "instabile" Wellenlängenbereich sehr schmal.

Unter diesen Bedingungen beobachtet man im Experiment tatsächlich eine Wellenlänge, die mit der berechneten sehr gut übereinstimmt. Damit konsistent ist auch die Beobachtung einer genau definierten Frequenz der Fluktuationen im Plasma.

Mit wachsendem Hallparameter wird der instabile Wellenlängenbereich breiter, wodurch das im Experiment festgestellte breitere Frequenzspektrum eine Erklärung findet. Höhere Moden - entsprechend einer grösseren Anzahl kleinerer Wirbelströme zwischen Isolatorwänden - werden instabil. Die Überlagerung des ungestörten Stromes mit der Stromverteilung einer einzelnen Mode führt zu gewellten Zonen erhöhter Aufheizung. Der Winkel zwischen diesen Zonen und dem ungestörten Strom nimmt mit wachsender Modenzahl ab. Auch diese beiden Ergebnisse sind in guter Übereinstimmung mit dem Experiment. Mit wachsendem Magnetfeld nehmen die mit Hilfe der Bildwandleraufnahmen festgestellten Streifen eine wellenförmige Struktur an. Die Anzahl der Perioden längs eines Streifens nimmt mit  $\Omega\tau$  zu, sie liegt etwa bei der höchsten Modenzahl, die nach den Rechnungen bei dem entsprechenden Magnetfeld instabil ist, wie aus der folgenden Tabelle hervorgeht.

B (kG)	$\Omega\tau$	$\alpha$	$\lambda$ (cm)	Anz. der Perioden	Anz.d.in-stabilen Moden	Wellenlänge (cm) beim Maximum von $\omega_m$
4	1.6	40°	1	1	1	1,2
5	1.8	35°	1	2	1	1,1
7	2.2	30°	0.8	4	2	0.8
10	3	30°	0.5	4	4	0.4
15	4.5	25°	0.3	5	6	0.3
20	6	20°	0.2	6 - 8	9	0.15

Die mittlere Wellenlänge und die Neigung der Streifen in Bezug auf die mittlere Stromrichtung nimmt mit  $\Omega\tau$  erwartungsgemäss ab. Freilich lässt sich hier ein Vergleich zwischen Theorie und Experiment nur qualitativ durchführen, denn die oben dargestellte lineare Theorie kann natürlich keine Aussagen über die Amplituden der einzelnen Moden im voll entwickelten Zustand machen.

Abschliessend wollen wir darauf hinweisen, dass die geschilderte Theorie auch zur Erklärung einer früher festgestellten Beobachtung herangezogen werden kann: In /25/ hatten Brederlow und Hodgson festgestellt, dass die Instabilität in einem Kanal mit dem Querschnitt 1,3 cm<sup>2</sup> (H = 1,3 cm) weniger stark ausgeprägt war als in einem solchen mit dem Querschnitt 3 cm<sup>2</sup> (H = 2 cm). In dem kleineren Kanal war die Amplitude der Feldstärkefluktuationen und auch die Reduzierung des effektiven Hallparameters (dem Verhältnis der elektrischen

Feldstärken senkrecht und parallel zur mittleren Stromrichtung) geringer. Auf Grund unserer Theorie wird dieses Ergebnis plausibel: Denn mit abnehmendem Kanaldurchmesser ist für alle Moden ein höherer kritischer Hallparameter und somit eine Reduzierung der Anwachsraten zu erwarten.

Eine ähnliche Überlegung könnte auch zur Klärung der in einem "streamer" auftretenden Strukturen beitragen. Unter einem "streamer" versteht man Stromeinschnürungen, die in Edelgas-MHD-Generatoren mit segmentierten Elektroden beobachtet wurden /26/ und meist einander gegenüberliegende Elektroden verbinden. Ihre Entstehungsursache ist noch nicht vollständig geklärt und braucht in diesem Zusammenhang nicht weiter diskutiert zu werden. Klar ist jedenfalls, dass es sich um Schichten mit guter Leitfähigkeit handelt, die eingebettet sind in relativ kaltes Gas, dessen elektrische Leitfähigkeit wesentlich geringer ist. Aus diesem Grund können wir wenigstens näherungsweise für einen einzelnen "streamer" unser Modell von einem mit isolierenden Wänden eingeschlossenen Plasma anwenden. Die Dicke dieser Plasmaschichten liegt nach Messungen von Brederlow, Zinko und Witte bei wenigen Millimetern und nimmt mit wachsendem Mangetfeld sogar noch ab. Sie ist somit bei allen untersuchten Magnetfeldstärken nur wenig grösser als die charakteristischen Längen, unterhalb der die Ionisationsinstabilität durch Wärmeleitungs- und Strahlungsprozesse gedämpft wird. Aus diesem Grund können wir innerhalb eines "streamers" nur die niedrigsten Moden erwarten, deren Orientierung dann auch entsprechend nahe bei dem Winkel maximaler Anwachsrates liegen müsste. Tatsächlich zeigten die Messungen von Brederlow et al. /26/, dass die "streamers" bis zu Hallparametern von  $\Omega\tau \approx 5$  aus ebenen Schichten bestehen, wie es für die  $m = 1$  Mode zu erwarten ist. Auch der gemessene Winkel zwischen diesen Schichten und der "streamer"-Richtung (der Richtung des mittleren Stromes) von rund  $40^\circ$  stimmt gut mit dem Winkel der maximalen Anwachsrates überein.

ANHANG A

GÜLTIGKEITSBEREICH DER QUASISTATIONÄREN NÄHERUNG

Die Bedingung für die Anwendbarkeit von  $\text{rot } \vec{E} = 0$  findet man bei der Bildung der Rotation des Ohmschen Gesetzes:

$$\text{rot } \vec{j} = \sigma \text{ rot } \vec{E} + \vec{E} \times \text{grad } \sigma + \dots$$

Wir schätzen  $\text{rot } \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$  mit Hilfe von  $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}$  ab zu  $|\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}| \approx \mu_0 |\vec{j}| \frac{\omega}{|\vec{k}|}$  (wobei  $\omega$  die Frequenz und  $\vec{k}$  der Wellenvektor der zu untersuchenden Störung ist) und vergleichen den Term  $\sigma \text{ rot } \vec{E}$  mit der linken Seite der Gleichung:  $\text{rot } \vec{j}$

$$\frac{|\sigma \text{ rot } \vec{E}|}{|\text{rot } \vec{j}|} \approx \frac{|\sigma \cdot \partial \vec{B} / \partial t|}{|\text{rot } \vec{j}|} \approx \frac{\sigma \mu_0 \frac{\omega}{|\vec{k}|} \cdot |\vec{j}|}{|\vec{j}| |\vec{k}|} = \sigma \mu_0 \frac{\omega}{|\vec{k}|} \cdot \frac{1}{|\vec{k}|}$$

Das heisst, das Verhältnis der beiden Terme ist von der Grössenordnung einer Zahl, die gleich der magnetischen Reynoldszahl  $R_m = \sigma \mu_0 \nu \cdot L$  ist, wenn man statt der Geschwindigkeit  $\nu: \frac{\omega}{|\vec{k}|}$  also die Phasengeschwindigkeit der betrachteten Störung einsetzt. (Die magnetische Reynoldszahl ist ein Mass für das Verhältnis des von den im Plasma fliessenden Strömen induzierten Magnetfeld zu dem äusseren Magnetfeld.) Aus dieser Abschätzung ergibt sich eine Bedingung für die Frequenz  $\omega \ll 1 / \sigma \cdot \mu_0 \cdot L^2 \approx 10^8$  pro sec (für  $\sigma = 100 \frac{1}{\Omega m}$ ,  $L = 10^{-2} m$ ) unterhalb der man das induzierte Magnetfeld gegenüber dem angelegten vernachlässigen und man mit  $\text{rot } \vec{E} = 0$  rechnen kann.

Der Verschiebungsstrom ist bei den hier auftretenden Frequenzen von  $\omega \approx 10^4$  Hertz ausserordentlich klein: mit  $\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{D}$  und  $\sigma \approx 100 \frac{1}{\Omega m}$  ergibt sich das Verhältnis von Leitungs- zu Verschiebungsstrom ungefähr zu  $|\vec{j}| / |\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}| \approx \frac{1}{\epsilon_0} \cdot \frac{\sigma}{\omega} = \frac{10^{12}}{\omega}$ . Man kann also in der üblichen Näherung für Quasineutralität  $\text{div } \vec{j} = 0$  rechnen. Da die mittlere Stosszeit der Elektronen in dem betrachteten Plasma von der Grössenordnung  $10^{-11}$  sec ist, kann auch der Trägheitsterm im Ohmschen Gesetz vernachlässigt werden:  $\frac{|\vec{j}|}{\tau \frac{d\vec{j}}{dt}} \approx \frac{10^{11}}{\omega}$ .

Diese Näherungen sind unter den experimentellen Bedingungen bis zu sehr hohen Frequenzen zulässig. Vorsichtiger muss man dagegen bei der Annahme eines verzögerungsfreien Sahagleichgewichts für die Elektrodichte sein.



Bei den vorliegenden Verhältnissen ist die zeitliche Änderung der Elektronendichte durch die Differenz zwischen der Anzahl der Stossionisationen und der Dreierstossrekombinationen gegeben (Cool und Zukoski /2/):

$$\frac{dn_e}{dt} = \alpha_R n_e (n_{es}^2 - n_e^2)$$

$\alpha_R$  Rekombinationskoeffizient für Dreierstossrekombination

$n_{es}$  Gleichgewichtselektronendichte entsprechend Sahagleichung

Im ungestörten Zustand sei die Elektronendichte im Sahagleichgewicht bei der Elektronentemperatur  $n_{e0} = n_{es0}$ . Wir überlagern eine zeitlich periodische Elektronentemperaturstörung, so dass die zugehörige Gleichgewichtselektronendichte durch  $n_{es} = n_{e0} (1 + \hat{n}_s \sin \omega t)$  beschrieben werden kann. Die Änderung der Elektronendichte  $\frac{n_e - n_{e0}}{n_{e0}} = \tilde{n}$  ist dann in linearer Näherung durch

$$\tau_R^* \frac{d\tilde{n}}{dt} = \tilde{n}_s \sin \omega t - \tilde{n} \quad \text{mit} \quad \tau_R^* = \frac{1}{2 \cdot \alpha_R \cdot n_{e0}^2}$$

gegeben mit der Lösung  $\tilde{n} = \frac{\hat{n}_s}{1 + (\omega \tau_R^*)^2} (\sin \omega t - \omega \tau_R^* \cos \omega t)$

Entscheidend ist die Rekombinationszeit  $1/2 \alpha_R n_{e0}^2$ .

Für  $\omega \tau_R^* \ll 1$  ist die Schwankung der Elektronendichte praktisch gleich der Schwankung der Gleichgewichtselektronendichte  $\tilde{n} = \hat{n}_s \sin \omega t = \frac{1}{1} \tilde{n}_s$ . Für  $\omega \tau_R^* \gg 1$  schwankt die Elektronendichte mit einer um den Faktor  $\frac{1}{\omega \tau_R^*}$  kleineren Amplitude und um  $\pi/2$  phasenverschoben gegenüber der Gleichgewichtsdichte.

In Abb. A1 ist  $\tau_R^*$  als Funktion der Elektronentemperatur aufgetragen. Man erkennt, dass oberhalb  $T_e \cong 2500 \text{ }^\circ\text{K}$  - entsprechend einem Stromdichtebereich  $j \cong 0,5 \text{ A/cm}^2$  - für Schwankungen mit einer Frequenz bis zu 10 kHz Sahagleichgewicht angenommen werden kann.

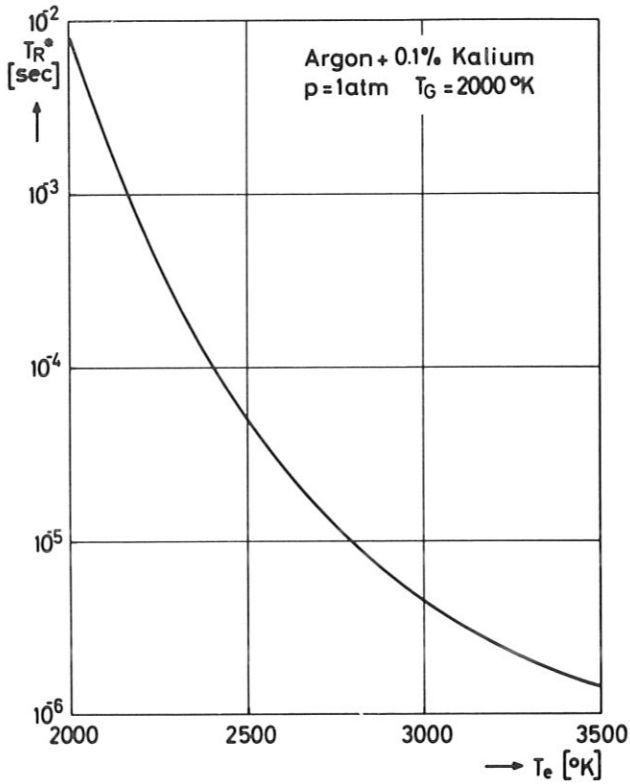
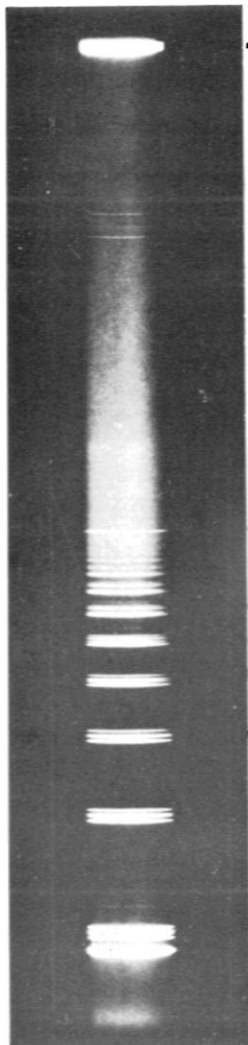


Abb.A1: Elektronendichterekombinationszeit als Funktion der Elektro-  
 nentemperatur für  
 kleine Temperatur-  
 schwankungen



- KI 1s - 3p 4044/4047 Å
- KI 1s - 3d
- KI 2p - 10d/9s
- KI 2p - 9d/8s
- KI 2p - 8d/7s
- KI 2p - 7d/6s
- KI 2p - 6d/5s
- KI 2p - 5d/4s
- NaI 1s - 2p 5895/5889

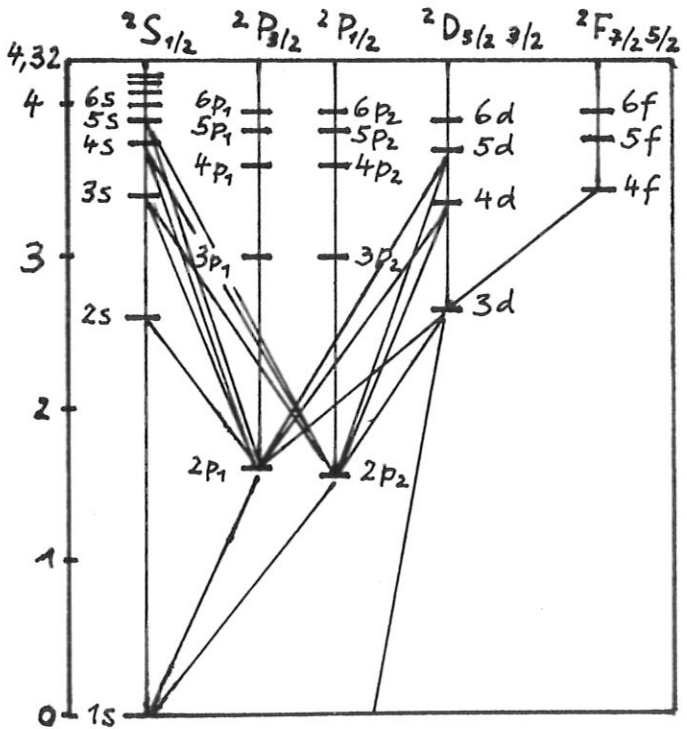


Abb.B2: Kaliumtermschema

Abb.B1: Kaliumspektrum

ANHANG B

MESSUNG DER ELEKTRONENDICHTE

Bevor wir zur Diskussion der spektroskopischen Elektronendichtemes-  
sung kommen, sei hier zur Veranschaulichung ein Ausschnitt des  
Kaliumspektrums im Sichtbaren gezeigt, das von unserem Argon-Kalium-  
Plasma bei einer elektrischen Stromdichte von  $3 \text{ A/cm}^2$ , bei einer  
Elektronentemperatur von etwa  $3000 \text{ }^\circ\text{K}$  und einer Elektronendichte von  
rund  $5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$  emittiert wird. Das Spektrum wurde mit einem  
Foerster-Prismen-Spektrographen aufgenommen; es zeigt die beiden  
dicht beieinanderliegenden Nebenserien  $nS \leftrightarrow 4P$  und  $nD \leftrightarrow 4P$  und das  
daran anschliessende Seriengrenzkontinuum.

Grundlage der Messung des Absolutwertes der Elektronendichte bildet  
die Annahme, dass die der Ionisationsgrenze nahe liegenden oberen  
Niveaus im Gleichgewicht mit den freien Elektronen besetzt sind.  
Ist nämlich der Energieabstand dieser Niveaus von der Ionisations-  
grenze von der Grössenordnung der mittleren thermischen Energie  
der freien Elektronen, dann haben die meisten Elektronen die nötige  
kinetische Energie, um ein solches hochangeregtes Atom bei einem  
Zusammenstoss zu ionisieren, d.h. die Übergänge Kontinuum - oberes  
Niveau sind sehr häufig. Unter Berücksichtigung von 3-Stossrekombi-  
nation und Stossionisation lässt sich die Besetzungsbilanz eines  
solchen mit \* bezeichneten Niveaus im stationären und homogenen  
Fall schreiben:

$$\frac{dn^*}{dt} = n_e^3 \beta - n_e n^* \alpha = 0 \quad (1)$$

( $n^*$  ist die Dichte der Kaliumatome im betreffenden Niveau). Die  
Koeffizienten  $\alpha$  und  $\beta$  sind auf Grund des Prinzips vom detaillier-  
ten Gleichgewicht miteinander verknüpft:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \left( \frac{n^*}{n_e^2} \right)_{gl.} = \frac{g^*}{2 \Sigma_I} e^{-\frac{h\nu^*}{kT_e}} / S \cdot (kT_e)^{3/2} e^{-\frac{h\nu_I}{kT_e}} \quad (2)$$

$g^*$  stat. Gewicht des angeregten Niveaus

$h\nu^*$  Energieabstand dieses Niveaus vom Grundzustand

$h\nu_I$  Ionisierungsenergie

$\Sigma_I$  Zustandssumme des Ions

$S = (2\pi m_e/h)^{3/2}$  der konstante Faktor in der Sahagleichung.

Kombiniert man (1) und (2), so ergibt sich

$$\frac{n^*}{g^*} = \frac{n_e^2}{2 \Sigma_I \cdot S} (kT_e)^{3/2} e^{-\frac{h\nu_I - h\nu^*}{kT_e}}$$

Kennt man also die Besetzungsdichte  $n^*$  und  $T_e$ , so lässt sich die Elektronendichte berechnen. Wichtig ist dabei, dass nicht die Gültigkeit der Sahagleichung vorausgesetzt werden muss. Die wesentliche Voraussetzung ist vielmehr die plausible Annahme des Besetzungsgleichgewichts der kontinuumnahen Niveaus mit den freien Elektronen. Praktisch geht man bei der  $n_e$ -Bestimmung so vor, dass man die absoluten Besetzungsdichten verschiedener Niveaus misst und logarithmisch als Funktion der zugehörigen Energie  $h\nu^*$  aufträgt:

$$\ln \frac{n^*}{g^*} = \frac{h(\nu_I - \nu^*)}{kT_e} - \frac{3}{2} \ln(kT_e) - \ln(2 \Sigma_I \cdot S) + 2 \ln n_e$$

Dabei liegen die Werte der einzelnen Besetzungsdichten - falls die betreffenden Niveaus untereinander im Gleichgewicht sind, d.h. falls alle diese Niveaus die gleiche Besetzungstemperatur haben - auf einer Geraden, deren Neigung durch  $1/kT_e$  gegeben ist. Extrapoliert man diese Gerade bis zur Ionisierungsgrenze  $h\nu^* = h\nu_I$ , dann ergibt sich  $n_e$  aus dem zugehörigen Wert von  $\ln n^*/g^*$  an der Stelle  $h\nu^* = h\nu_I$

$$\ln n_e = \frac{1}{2} \left[ \ln \frac{n^*}{g^*} + \frac{3}{2} \ln kT_e + \ln(2 \Sigma_I \cdot S) \right]$$

Eine Fehlerbetrachtung ergibt:  $\frac{\Delta n_e}{n_e} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h^*}{h^*} + \frac{3}{4} \frac{\Delta T_e}{T_e}$

Zur Messung der Besetzungsdichte ist eine Absolutmessung der Gesamtintensität einer Spektrallinie erforderlich, die bei Emission aus optisch dünner Schicht der Dicke  $l$  gegeben ist durch:

$$I_L = \frac{1}{4\pi} \cdot A^* \cdot n^* \cdot h\nu^* \cdot l,$$

wobei  $A^*$  die Einsteinsche Übergangswahrscheinlichkeit ist. Zur Festlegung von absoluten Einheiten muss auch die Intensität eines Normalstrahlers registriert werden. Hierzu diene eine geeichte Wolframbandlampe, die auf den Ort des Plasmas abgebildet wurde, sodass von dieser Stelle ab derselbe Strahlengang wie beim Untersuchungsobjekt benutzt werden konnte.

Ist  $B_\nu$  die Kirchhoff-Planck-Funktion,

$T'_S$  die scheinbare schwarze Temperatur der Vergleichsstrahlung an der Stelle des Bildes der Wolframbandlampe,

$\Delta F$  das beobachtete Flächenstück,

$\Delta \Omega$  der zugehörige Raumwinkel,

$\Delta \nu$  das beobachtete Frequenzintervall, das bei der gegebenen (wellenlängenunabhängigen) Dispersion des Gittermonochromators von 40  $\text{\AA}/\text{mm}$  und der Breite des Austrittsspaltens von 0,125 mm einem Wellenlängenintervall von 5  $\text{\AA}$  entspricht,

dann ergibt sich aus dem Vergleich zwischen

$$\text{Mess-Signal } S_M \sim I_L \cdot \Delta F \cdot \Delta \Omega$$

$$\text{und Eich-Signal } S_E \sim B(T_S) \cdot \Delta \nu \cdot \Delta F \cdot \Delta \Omega$$

die Besetzungsdichte zu

$$h^* = \frac{S_M}{S_E} \cdot \frac{4\pi B_\nu(T'_S) \Delta \nu}{h\nu^* \cdot A^*}$$

Die Bestimmung der scheinbaren schwarzen Temperatur  $T'_S$  wurde so durchgeführt, dass zunächst aus den bekannten (für  $\lambda = 6500 \text{\AA}$  gültigen) Eichtemperaturen ( $T_E$ ) der Wolframbandlampe mittels der von de Vos /Bl/ angegebenen Werte für das Emissionsvermögen  $\epsilon(\nu, T)$  von Wolfram und unter Berücksichtigung der Absorption des Lichtes in der Frontscheibe der Lampe (Durchlässigkeit 92 %) die wahre Temperatur  $T$  des Wolframbandes berechnet wurde:

$$B_\nu(T_E) = 0,92 \cdot \epsilon(\nu, T) B_\nu(T)$$

Die benötigte Temperatur  $T'_S$  ergibt sich dann für eine beliebige Wellenlänge unter Berücksichtigung der Absorption des Lichtes auf seinem Weg bis zum Ort des Bildes an der Stelle des Plasmas auf Grund der Beziehung

$$B_\nu(T'_S) = \delta \cdot 0,92 \cdot \epsilon(\nu, T) B_\nu(T),$$

wobei  $\delta = 0,83$  - die Durchlässigkeit der zwischengeschalteten Optik und des Gehäusefensters - experimentell mit Hilfe eines Pyrometers bestimmt wurde.

DIE MESSUNG DER RELATIVEN ELEKTRONENDICHTEVERTEILUNG

Als Mass für die relative (räumliche und zeitliche) Änderung der Elektronendichte wurde die Intensität der Rekombinationsstrahlung in einem begrenzten Frequenzgebiet an der Seriengrenze verwendet. Der Zusammenhang zwischen der Intensität der Kontinuumsstrahlung und der Elektronendichte ergibt sich aus folgender Überlegung: Wir betrachten die Strahlungsrekombination  $e + K^+ \rightarrow K + h\nu$  auf das 4P-Kalium-Resonanzniveau. Es sei  $n_e f(\epsilon) d\epsilon$  die Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit mit einer thermischen Energie zwischen  $\epsilon$  und  $\epsilon + d\epsilon$ , mit einer Geschwindigkeit  $v_e = \sqrt{2\epsilon/m_e}$ . Ist  $Q(\epsilon)$  der Querschnitt der Kaliumionen für Zweierstossrekombination auf das Resonanzniveau dann gibt es

$$n_e f(\epsilon) d\epsilon n_i Q(\epsilon) v_e$$

Rekombinationen pro Volumen- und Zeiteinheit. Jedesmal wird dabei ein Lichtquant mit der Energie  $h\nu = \epsilon + \Delta\epsilon$  emittiert, wobei  $\Delta\epsilon$  die Energiedifferenz zwischen Ionisierungsgrenze und dem angeregten Niveau ist, sodass in dem Frequenzintervall  $d\nu$  pro Raumwinkel-, Volumen- und Zeiteinheit die Energie

$$J_c = \frac{1}{4\pi} n_e n_i Q(\epsilon) \sqrt{\frac{2}{m_e} \epsilon} f(\epsilon) h\nu d\nu$$

emittiert wird. Wir nehmen eine Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung und Quasineutralität ( $n_e = n_i$ ) an, sodass:

$$J_c = \frac{n_e^2}{(kT_e)^{3/2}} e^{-\frac{h\nu - \Delta\epsilon}{kT_e}} \frac{Q(\epsilon) \cdot \epsilon}{\pi \sqrt{2\pi m_e}} h\nu d\nu$$

Der starken Temperaturabhängigkeit im Exponenten kann man dadurch aus dem Wege gehen, dass man ein Frequenzgebiet nahe der Seriengrenze ( $\frac{h\nu - \Delta\epsilon}{kT_e} < 1$ ) beobachtet. Das Produkt  $Q(\epsilon) \cdot \epsilon$  ist, wie in /B2/ experimentell nachgewiesen, eine Konstante. Es bleibt also die Abhängigkeit  $J_c \sim n_e^2 / (kT_e)^{3/2}$  und eine Fehlerbetrachtung liefert:

$$\frac{\Delta n_e}{n_e} = \frac{1}{2} \frac{\Delta J_c}{J_c} + \frac{3}{4} \frac{\Delta T_e}{T_e}$$

Die noch benötigte Elektronentemperaturänderung wurde mit Hilfe der Intensität der Kaliumresonanzlinie bestimmt. Das Resonanzniveau ist in guter Näherung, wie Dodel gezeigt hat /19/, im Gleichgewicht mit

der Elektronentemperatur besetzt, solange die Elektronendichte nicht allzusehr von der Sahaelektronendichte abweicht, denn auf Grund des grossen Energieabstandes des Resonanzniveaus von der Ionisierungsgrenze spielen hier Besetzungen vom Kontinuum her keine Rolle.

Wie wir schon in Anhang A gezeigt haben, ist aber für Elektronentemperaturen oberhalb etwa 2500 °K die Relaxationszeit der Elektronendichte so niedrig, dass man in Schwankungen mit einer Frequenz von kleiner als 10 kHz mit einem Sahagleichgewicht der Elektronendichte rechnen kann.

Da die Besetzungsdichte des Grundzustandes der Alkaliatome unter den vorliegenden Bedingungen sehr gering und praktisch gleich der konstanten Gesamtteilchendichte von Kalium ist, können wir die Intensität der Kaliumresonanzlinie proportional zu  $e^{-h\nu_L/kT_e}$  (mit  $h\nu_L$  gleich dem Energieabstand des Resonanzniveaus vom Grundzustand) ansetzen. Aus dem Vergleich zweier Intensitäten zu verschiedenen Zeiten (bzw. an verschiedenen Orten):

$$\frac{J_L'}{J_L} = e^{-\left(\frac{h\nu_L}{kT_e'} + \frac{h\nu_L}{kT_e}\right)}$$

folgt dann das gesuchte Temperaturverhältnis:

$$\frac{T_e'}{T_e} = \frac{1}{1 - \frac{kT_e}{h\nu_L} \ln \frac{J_L'}{J_L}}$$

Damit erhält man für relative Dichteänderungen

$$\frac{n_e'}{n_e} = \left(\frac{J_c'}{J_c}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{kT_e}{h\nu_L} \ln \frac{J_L'}{J_L}\right)^{-3/4}$$

und die Fehlerbetrachtung ergibt mit  $\Delta T_e/T_e = \frac{kT_e}{h\nu_L} \cdot \frac{\Delta J_L}{J_L}$ :

$$\frac{\Delta n_e}{n_e} = \frac{1}{2} \frac{\Delta J_c}{J_c} + \frac{3}{4} \frac{kT_e}{h\nu_L} \left(\frac{\Delta J_L}{J_L}\right)$$

Da  $\frac{3}{4} \frac{kT_e}{h\nu_L}$  von der Grössenordnung 1/10 ist, spielt der Fehler bei der Messung der Linienintensität nur eine geringe Rolle.

ANHANG C

BERECHNUNG DES STRAHLUNGSVERLUSTES FÜR EBENE WELLEN

Der lokale Energieverlust bzw. Energiegewinn pro Volumen- und Zeiteinheit durch Strahlung ist gegeben durch

$$R = \int d\nu \int d\Omega (\epsilon_\nu - \alpha_\nu J_\nu).$$

- $\epsilon_\nu$  = Emissionsvermögen
  - $\alpha_\nu$  = Absorptionskoeffizient
  - $J_\nu$  = Strahlungsintensität
  - $d\Omega$  = Raumwinkelement
- } bei der Frequenz  $\nu$ .

Bei isotroper Emission und Absorption ist nur die Intensität richtungsabhängig. Für eine gegebene Richtung kann man  $J_\nu$  durch Integration der Strahlungstransportgleichung

$$\frac{dJ_\nu}{d\ell} = \epsilon_\nu - \alpha_\nu J_\nu$$

ermitteln, wenn die Ortsabhängigkeit von  $\epsilon_\nu$  und  $\alpha_\nu$  und die Randbedingungen bekannt sind.  $\ell$  ist die Ortskoordinate in Strahlungsrichtung.

Wir betrachten ein unendlich ausgedehntes Plasma, in dem das Emissionsvermögen nur entlang der x-Richtung sich um einen Mittelwert  $\epsilon_0$  mit kleiner Amplitude  $\hat{\epsilon}$  periodisch ändert:

$$\epsilon_\nu = \epsilon_0 + \Delta\epsilon = \epsilon_0 + \hat{\epsilon} \sin k_x x.$$

Wir wollen die Intensitätsverteilung in einem beliebigen mit  $x^*$  auf der x-Achse bzw.  $\ell^*$  auf der  $\ell$ -Achse bezeichneten Punkt berechnen. Da die Intensität rotationssymmetrisch um die x-Achse sein muss, können wir für das Raumwinkelement schreiben:  $d\Omega = 2\pi \sin\varphi d\varphi$  und es genügt, die Intensität für beliebige Winkel  $\varphi$  zwischen Strahlungsrichtung und x-Achse zu bestimmen (Vergl. Abb.C1).

Unter den experimentellen Bedingungen kann man den Absorptionskoeffizienten als konstant annehmen, da, wie Lutz /C1/ gezeigt hat, im wesentlichen nur Kaliumresonanzstrahlung zum Strahlungsverlust



beiträgt und die Besetzungsdichte des Grundzustandes von Kalium im vorliegenden Temperaturbereich praktisch gleich der konstanten Gesamteilchendichte ist.

Für  $\kappa_\nu = \text{const}$  und unendlich ausgedehntes Plasma lautet die Lösung der Strahlungstransportgleichung

$$J_\nu(l^*) = \int_{l^*}^{\infty} \epsilon_\nu(l) e^{-\kappa_\nu(l-l^*)} dl;$$

mit  $x = \cos\varphi \cdot l$  gilt  $\epsilon_\nu = \epsilon_0 + \hat{\epsilon} \sin(k_x \cdot \cos\varphi \cdot l)$ , sodass

$$\begin{aligned} J_\nu(l^*) &= \frac{\epsilon_0}{\kappa_\nu} + \int_{l^*}^{\infty} \hat{\epsilon} e^{-\kappa_\nu(l-l^*)} \frac{-\kappa_\nu \sin(k_x \cos\varphi l) - k_x \cos\varphi \cos(k_x \cos\varphi l)}{(k_x \cos\varphi)^2 + \kappa_\nu^2} dl \\ &= \frac{\epsilon_0}{\kappa_\nu} + \hat{\epsilon} \cdot \frac{\kappa_\nu \sin(k_x \cos\varphi \cdot l^*) + k_x \cos\varphi \cos(k_x \cos\varphi \cdot l^*)}{(k_x \cos\varphi)^2 + \kappa_\nu^2} = \\ &= \frac{\epsilon_0}{\kappa_\nu} + \frac{\hat{\epsilon}}{\kappa_\nu} \cdot \frac{\sin k_x x^* + \frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi \cdot \cos k_x x^*}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} \end{aligned}$$

Setzt man diese Intensität in den Ausdruck für den Strahlungsverlust ein, so ergibt sich:

$$R = \int d\nu 2\pi \hat{\epsilon} \sin k_x x^* \left( \int_0^\pi \sin\varphi d\varphi - \int_0^\pi \frac{\sin\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} d\varphi - \int_0^\pi \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} d\varphi \right).$$

Die drei Integrationen ergeben:

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \sin\varphi d\varphi &= 2, \\ \int_0^\pi \frac{\sin\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} d\varphi &= 2 \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi d\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} = -2 \int_1^0 \frac{dy}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} y\right)^2} = 2 \frac{\kappa_\nu}{k_x} \arctg \frac{k_x}{\kappa_\nu}, \\ \int_0^\pi \frac{\sin\varphi \cos\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} d\varphi &= \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi \cos\varphi d\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} + \int_0^{\pi/2} \frac{\sin\varphi (-\cos\varphi) d\varphi}{1 + \left(\frac{k_x}{\kappa_\nu} \cos\varphi\right)^2} = 0. \end{aligned}$$

Das Ergebnis für den Strahlungsverlust lautet also:

$$R = 4\pi \int d\nu \frac{\Delta E}{\mathcal{R}_\nu} \mathcal{R}_\nu \left(1 - \frac{\mathcal{R}_\nu}{k_x} \arctg \frac{k_x}{\mathcal{R}_\nu}\right).$$

Wir wollen eine Boltzmannbesetzung bei der Elektronentemperatur  $T_e$  für das Resonanzniveau annehmen, sodass

$$\frac{\varepsilon_\nu}{\mathcal{R}_\nu} = B_\nu(T_e) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \left(e^{\frac{h\nu}{kT_e}} - 1\right)$$

durch die Kirchhoff-Planck-Funktion gegeben ist. In linearer Näherung gilt

$$\frac{\Delta E}{\mathcal{R}_\nu} = \Delta B_\nu \approx B_\nu(T_{e0}) \frac{h\nu}{kT_{e0}} \frac{\Delta T_e}{T_{e0}}.$$

$B_\nu(T_{e0}) \frac{h\nu}{kT_{e0}}$  ist über das Linienprofil nahezu konstant. Es ergibt sich also für den Strahlungsverlust in linearer Näherung

$$R_1 = 4\pi B_\nu(T_{e0}) \frac{h\nu}{kT_{e0}} \int \mathcal{R}_\nu \left(1 - \frac{\mathcal{R}_\nu}{k_x} \arctg \frac{k_x}{\mathcal{R}_\nu}\right) d\nu \cdot \frac{\Delta T_e}{T_{e0}}.$$

Im optisch dicken Fall ( $\frac{k_x}{\mathcal{R}_\nu} \ll 1$ ) geht  $R_1 \rightarrow 0$ , die Strahlung kann dann nicht aus den Gebieten höherer Temperatur in die Gebiete niedriger Temperatur eindringen. Im optisch dünnen Fall ( $\frac{k_x}{\mathcal{R}_\nu} \gg 1$ ) nähert sich  $R_1$  dem Wert  $4\pi B_\nu(T_{e0}) \frac{h\nu}{kT_{e0}} \cdot \frac{\Delta T_e}{T_{e0}} \cdot \mathcal{R}_\nu$ , der Strahlungsaustausch zwischen den Gebieten verschiedener Temperatur kann unbehindert verlaufen. Allerdings ist bei Wellenlängen von 1 - 10 mm der Absorptionskoeffizient bereits so klein, dass auch in diesem Fall wenig Energie übertragen wird. Am effektivsten ist der Energieaustausch für Strahlung solcher Frequenz, bei der  $\mathcal{R}_\nu$  von der gleichen Größenordnung wie  $k_x$  ist (der optimale Wert ist  $\frac{\mathcal{R}_\nu}{k_x} = 0,37$ , dem Wert, bei dem die Funktion  $\mathcal{R}_\nu \cdot \left(1 - \frac{\mathcal{R}_\nu}{k_x} \arctg \frac{k_x}{\mathcal{R}_\nu}\right)$  ihr Maximum erreicht).

Zur Berechnung der Anwachsrate müssen wir  $R_1$  noch mit  $\frac{j_0^2}{\sigma_0}$  normieren und auf die Elektronendichteschwankungen  $\frac{\Delta T_e}{T_{e0}} = \frac{1}{n_T} \frac{\Delta n_e}{n_{e0}}$  beziehen, wobei  $n_T = \frac{1-\alpha}{2-\alpha} \left(\frac{3}{4} + \varepsilon_i/kT_{e0}\right)$ , sodass der für die Strahlungsdämpfung verantwortliche Ausdruck in der Anwachsrate lautet:

$$D_S = \frac{1}{n_T} \frac{4\pi B_\nu(T_{e0}) \frac{h\nu}{kT_{e0}}}{j_0^2/\sigma_0} \int \mathcal{R}_\nu \left(1 - \frac{\mathcal{R}_\nu}{|k|} \arctg \frac{|k|}{\mathcal{R}_\nu}\right) d\nu.$$

Die noch erforderliche Integration über die Frequenzen wurde mit Hilfe des von Dodel /C2/ berechneten Absorptionskoeffizienten für die Kaliumresonanzlinien numerisch durchgeführt. Das Ergebnis ist

als Funktion der Wellenlänge  $\lambda = \frac{2\pi}{|k|}$  in Abb.C2 für verschiedene Elektronentemperaturen dargestellt. Mit zunehmender Temperatur wird die Dämpfung kleiner, d.h. sie tritt dann erst bei kleineren Wellenlängen in Erscheinung.

Zum Vergleich ist in Abb.C2 auch die Dämpfung durch Wärmeleitung

$$D_{WL} = \frac{1}{n_T} \cdot \frac{m^*}{1 + (\Omega\tau)^2} \cdot \left( \frac{kT_{e0}}{eE_{0x}} \right)^2 \cdot k^2.$$

für die gleichen Elektronentemperaturen und zwei verschiedene Hallparameter ( $\Omega\tau = 0$  und  $\Omega\tau = 10$ ) eingetragen. Man erkennt, dass gerade in dem interessanten Wellenlängenbereich zwischen 1 cm und 1 mm die Dämpfung durch Strahlung von der gleichen Grössenordnung wie die durch Wärmeleitung ist. Bei kürzeren Wellenlängen überwiegt die Dämpfung durch Wärmeleitung ( $D_{WL} \sim 1/\lambda^2$ ), während bei längeren Wellenlängen der Einfluss der Strahlung überwiegt. Denn  $D_s$  ist, wie man aus Abb.C2 ablesen kann, in dem hier interessierenden Wellenlängenbereich in guter Näherung proportional zu  $1/\sqrt{\lambda}$ .

Die  $1/\sqrt{\lambda}$ -Abhängigkeit des Strahlungsverlustes kann man leicht verstehen: Der Absorptionskoeffizient der Kaliumresonanzlinien ist in der Linienmitte unter den experimentellen Bedingungen von der Grössenordnung  $10^5 \text{ cm}^{-1}$ . In dem in Abb.C2 angegebenen Wellenlängenbereich tragen daher nur die Linienflügel zum Strahlungsaustausch bei und wir können die Integration über die gesamte Linie ersetzen durch eine Integration über die optisch dünnen Teile der Linie (vergl. Abb.C3) für die  $x_v \leq |k|$  gilt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x_v \left( 1 - \frac{x_v}{|k|} \operatorname{arctg} \frac{|k|}{x_v} \right) dv \approx 2 \int_{v^*}^{\infty} x_v dv \quad \text{mit } v^* \text{ sodass } x_{v^*} = |k|.$$

Das Linienprofil ist durch Dopplerverbreiterung, die jedoch nur in der Linienmitte eine wesentliche Rolle spielt, und durch Druckverbreiterung bestimmt. In grösserem Abstand von der Linienmitte fällt daher der Absorptionskoeffizient entsprechend einem Dispersionsprofil mit dem Quadrat des Frequenzabstandes von der Linienmitte ab:

$$x_v \sim \frac{1}{v^2} \quad \text{und} \quad dv \sim x_v^{-3/2} dx_v, \quad \text{sodass}$$

$$\int_{v^*}^{\infty} x_v dv \sim \int_{|k|}^0 \frac{1}{\sqrt{x_v}} dx_v = -\sqrt{x_v} \Big|_{|k|}^0 = \sqrt{|k|} = \sqrt{\frac{2\pi}{\lambda}}.$$

Das heisst, für Wellenlängen, die gross gegen den reziproken Absorptionskoeffizienten in der Linienmitte sind, nimmt der Strahlungsverlust  $R_1$  infolge des Dispersionsprofils  $\alpha_\nu \sim \frac{1}{\nu^2}$  im Linienflügel, mit  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$  ab.

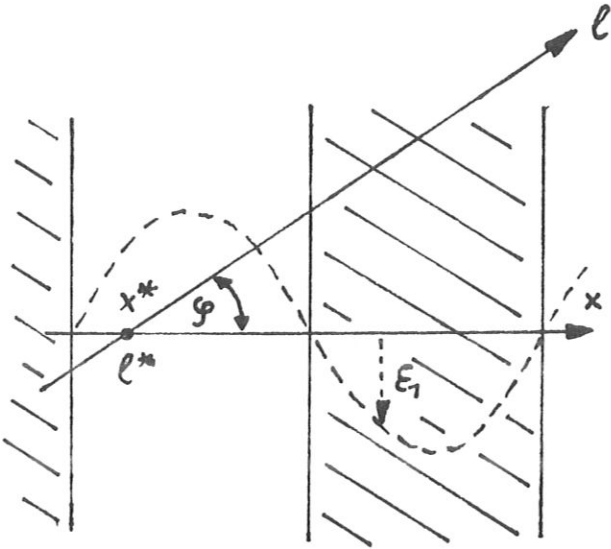


Abb.C1: Zur Berechnung der Strahlungsintensität in einem Medium mit periodisch veränderlichem Emissionsvermögen

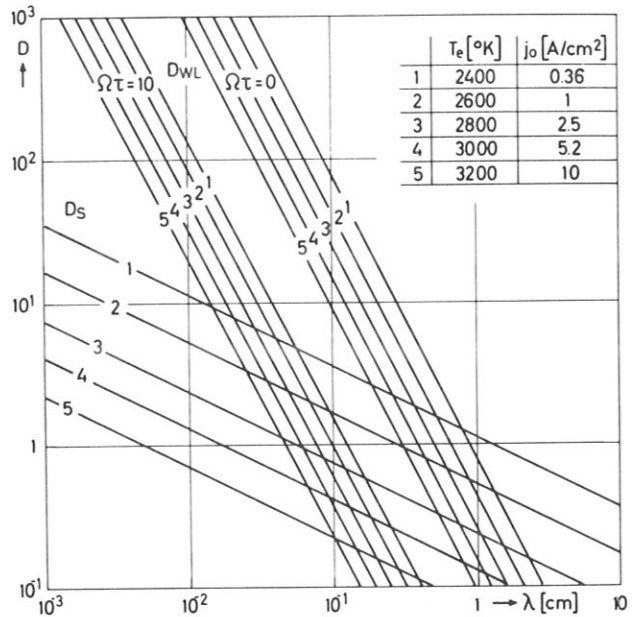


Abb.C2: Strahlungsdämpfung ( $D_S$ ) und Dämpfung durch Wärmeleitung ( $D_{WL}$ ) in Abhängigkeit von der Wellenlänge, jeweils mit  $j_0^2/\sigma_0$  normiert

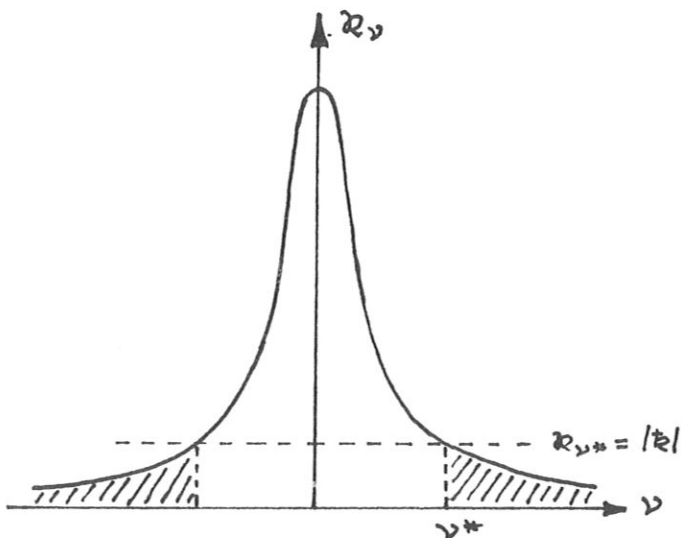


Abb.C3: Integrationsbereiche in den Linienflügeln einer Alkali-Resonanzlinie

## LITERATURVERZEICHNIS

- 1 Kerrebrock J.L., Hoffmann M.A.: "Nonequilibrium Ionization due to electron heating: II. Experiments", AIAA J. Vol.2, 1080 - 1097 (1964)
- 2 Zukoski E.E., Cool T.A., Gibson E.G.: "Experiments concerning Nonequilibrium Conductivity in a Seeded Plasma", AIAA J. Vol. 2, 1410 - 1417 (1964)
- 3 Golubev V.S., Kasabov G.A., Konakh V.F.: "Study of a Steady State Ar-Cs-Plasma with Nonequilibrium Conductivity", High Temp., Vol. 2, 445 - 459 (1964)
- 4 Riedmüller W.: "Measurements of Electron Temperature in an Argon-Potassium-Plasma", Institut für Plasmaphysik, Garching, Rep. IPP 3/31 (1965)
- 5 Dethlefsen R., Kerrebrock J.L.: "Experimental Investigation of Fluctuations in a Nonequilibrium MHD Plasma", VII. Symp. on Eng. Aspects of Magnetohydrodynamics, p. 117 (1966)
- 6 Brederlow G., Hodgson R., Feneberg W.: "The Nonequilibrium Conductivity in an Argon Potassium Plasma in Crossed Electric and Magnetic Fields", III. Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Salzburg, paper No. 15 (1966)
- 7 Belousov V.V., Eliseev V.V., Shipuk K.Y.: "Ionisation Instability and Turbulent Conductivity of Nonequilibrium Plasma", III. Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Salzburg, Paper No. 88 (1966)
- 8 Velichov E.P.: "Hall Instability of Current Carrying Slightly Ionized Plasma", I. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Newcastle upon Tyne, Paper No. 47 (1962)
- 9 McCune J.E.: "Wave Growth and Instability in Partially Ionized Gases", II. Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Paris, Paper No. 33 (1964)

- 10 Schwenn R.: "Messungen von elektrischer Leitfähigkeit und Elektronentemperatur in einem Argon-Kalium-Plasma bei verschiedenen Gastemperaturen", Inst. für Plasmaphysik, Garching, Report 3/42 (1966)
- 11 Velichov E.P., Dykhne A.M.: "Plasma turbulence due to the ionization instability in a strong magnetic field", Int. Conf. on Phen. in Ionized Gases, Paris, p. 511 - 512 (1963)
- 12 Kerrebrock J.L.: "Nonequilibrium Ionization due to Electron Heating, I. Theory", AIAA J., Vol. 2, 1072 - 1080 (1964)
- 13 Nedospasov A.V.: "Die Geschwindigkeit von Ionisationswellen im Niedertemperaturplasma", II. Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Salzburg, Paper 97 (1966)
- 14 Zettwoog P.: Rapporteur-Bericht: "Flow and Non-Equilibrium Ionization", III. Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, Salzburg (1966)
- 15 Nelson A.H., Haines M.G.: "Analysis of nature and growth of electrothermal waves", Plasma Physics Vol. 11, pp. 811 - 837 (1969)
- 16 Solbes A.: "Instabilities in Non-Equilibrium MHD Plasmas, A Review", AIAA 8th Aerospace Sciences Meeting, Paper No. 70-40, New York (1970)
- 17 Shipuk K.Y.: III. Int. Symp. on MHD electrical power generation, Salzburg (1966), Proc. Vol. II, p. 319
- 18 Wienecke R.: "Some Diagnostic Techniques useful for MHD Generator Plasmas", AIAA Journal Vol. 6, No. 9, 1724 - 1727 (1968)
- 19 Dodel G.: "Gleichzeitige spektroskopische Bestimmung von Elektronendichte und Elektronentemperatur zum Nachweis von Relaxationseffekten in einem strömenden Argon-Kalium-Plasma", Dissertation TU Stuttgart (1971)

- 20 Croci M.G., Gorenflo R., Hertweck F.: "Calculation of the Current Flow Directions in a Channel with Staggered Electrodes under MHD Generator Conditions", IPP 6/89 (1970)
- 21 Riedmüller W., Brederlow G., Salvat M.: "Über die Anwendbarkeit der Linienumkehrmethode zur Messung der Elektronentemperatur in einem schwach ionisierten Edelgas-Alkali-Plasma", Z. Naturforsch. 23a, 731 (1968)
- 22 Kruger Ch.H., Mitchner M., Daybelge U.: "Transport properties of MHD generator plasmas", AIAA J. 6, 1712 (1968)
- 23 Dykhne A.M.: "Ionization Instability in a Bounded Space", Proc. Int. Symp. MHD electrical Power Generation 1, 499, Warschau (1968)
- 24 Shipuk K.Y., Pashkin S.V.: "Some characteristics of an instable quasiequilibrium plasma in crossed E and H fields", Int. Symp. on MHD Power Generation, Warschau (1968)
- 25 Brederlow G., Hodgson R.T.: "Electrical Conductivity in Seeded Noble Gas Plasmas in Crossed Electric and Magnetic Fields", AIAA J. 6, 1277 (1968)
- 26 Brederlow G., Zinko H., Witte K.J.: "Performance of the IPP Noble Gas Alkali MHD Generator and Investigation of the "Streamers" in the Generator Duct", Proc. 5th Int. Symp. on MHD Electrical Power Generation, München (1971), Vol. II, 387 - 402
- 27 Nelson A.H.: "The Development of Electrothermal Instability with Boundary conditions", Thesis, Imperial College, London (1969)
- 28 Riedmüller W.: "An Experimental and Theoretical Study of the Influence of Boundary Conditions on the Development of Ionization Instability", Proc. 11th Symp. on Eng. Asp. of MHD, Pasadena (1970)
- 29 Shioda S.: "Electrothermal Instability with Effects of Electron Thermal Conduction and Wall Boundaries", Proc. 12th Symp. on Eng. Asp. of MHD (1972) V 1. 1 - 7
- 30 Evans R.M., Kruger C.H.: "The Effects of Channel Size on the Ionization Instability in MHD Generators", Proc. 12th Symp. on Eng. Asp. of MHD (1972) V 7. 1 - 11

- B1 De Vos J.C.: Physica XX, 690 (1954)
- B2 Gridnewa S.M., Kasabov G.A.: "Spectral Parameters of Potassium Atom", Rep. I.V. Kurchatov Atomic Energy Institute, Moscow
- C1 Lutz A.M.: "Radiation and its effect on the nonequilibrium properties of a seeded plasma", AIAA J. 5, 1416 (1967)
- C2 Dodel G.: "Radial Dependence of the Energy Loss due to Potassium Resonance Radiation in an Infinitely Long Plasma Zylinder", Plasma Phys. 12, 265 - 271 (1970)

Herrn Prof. Dr. R. Wienecke und Herrn Dr. S. Witkowski möchte ich für die Förderung dieser Arbeit danken. Mein herzlicher Dank für zahlreiche Diskussionen und wertvolle Ratschläge gilt ferner allen Mitgliedern der Edelgasgruppe des IPP, an ihrer Spitze den Herren Dr. M. Salvat und Dr. G. Brederlow. Herrn W. Breitfeld danke ich für die Betreuung des Experimentes und den Damen R. Pollner und C. Wallner für die Anfertigung der Zeichnungen und des Manuskriptes.