

# MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Die rechnerische Erfassung der  
Abkühlzeiten bei den supralei-  
tenden Spulen des Stellarators W VII

H. Schickel

IPP 4/94

Oktober 1971

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem  
Max-Planck-Institut für Plasmaphysik und der Europäischen Atomgemeinschaft über die  
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

## Inhaltsverzeichnis

### Abstract

1. Einleitung
  - 1.1 Allgemeine Problemstellung
  - 1.2 Beschreibung einer supraleitenden Spuleneinheit
  
2. Abkühlprozesse
  - 2.1 Bisherige Vorstellungen und Überlegungen
  - 2.2 Auswahl eines Kühlverfahrens
  
3. Berechnung von Abkühlzeiten
  - 3.1 Abkühlung durch Strahlungsaustausch
  - 3.2 Abkühlung mit gasförmigem Helium
    - 3.2.1 Ableitung einer Modellvorstellung für den konvektiven Wärmeaustausch
    - 3.2.2 Berechnung der Abkühlzeit für Kupfer
    - 3.2.3 Berechnung der Abkühlzeit für Edelstahl
  
4. Zusammenfassung

### Literaturverzeichnis

### Formelzeichen

### Abbildungen

H. Schickel

Die rechnerische Erfassung der  
Abkühlzeiten bei den supralei-  
tenden Spulen des Stellarators W VII

IPP 4/94

Dezember 1971

Abstract

Für den Stellarator W VII wurde das Abkühlproblem der supra-  
leitenden Spulen aufgegriffen. Nach kritischer Analyse ver-  
schiedener Kühlverfahren wurde versucht, den Einfluß verschie-  
dener Kühlbedingungen auf ihre Brauchbarkeit für den Stellarator  
zu untersuchen. Insbesondere wurde die reine Strahlungskühlung  
im oberen Temperaturbereich (300K - 200K) rechnerisch unter-  
sucht.

Für den technisch besonders wichtigen Bereich 100K bis 50K  
werden Abkühlungsberechnungen durchgeführt unter der Annahme,  
daß mit Heliumgas gekühlt wird. An Hand der Lösungen werden  
Hinweise für die Projektierung des Refrigerators gegeben.

H. Schickel

A Mathematical Investigation  
of the Cooling Times of Super-  
conducting Coils in the  
Stellarator W VII

IPP 4/94

Dezember 1971

Abstract

The cooling problem of the superconducting coils in the Stellarator W VII was selected for study. After critical analysis of various cooling processes, it was decided to investigate the usefulness of several cooling conditions in the Stellarator. Emphasis was placed on the mathematical investigation of radiation cooling at higher temperatures (300 K - 200 K).

Calculations for the temperature range 100 K - 50 K, of importance technically, were made with the assumption that Helium gas would be used. Instructions for planning the refrigerator will be given on the basis of the solutions.

## 1. Einleitung

### 1.1 Allgemeine Problemstellung

Das Max-Planck-Institut für Plasmaphysik plant unter der Bezeichnung "W VII" ein Stellaratorexperiment vom Typ "Wendelstein" zur experimentellen Untersuchung von Plasmaeigenschaften in hohen stationären Magnetfeldern. Zur Erzeugung der hohen Magnetfelder sollen 40 supraleitende Spulen dienen (NbTi), die ringförmig um einen Torus von 4 m Durchmesser angeordnet sind. Als Kühlmedium ist flüssiges Helium vorgesehen, welches die Spulen auf einer Betriebstemperatur von 4,4 K halten und, von einer Kältemaschine kommend, die Spuleneinheiten im geschlossenen Kreislauf durchströmen soll. Jede der 40 supraleitenden Spulen ist in einen Edelstahlbehälter eingeschweißt und bildet für sich eine geschlossene Kühleinheit.

Die Entwicklung einer Spuleneinheit stellt mannigfaltige Probleme. Erwähnt sei nur das Abfangen der hohen magnetischen Kräfte bei geringstem Wärmeaustausch zwischen warmer Wand und kaltem Kryostaten.

Im folgenden Bericht soll das Problem der Abkühlung einer Spuleneinheit - und damit auch der Gesamtapparatur - näher untersucht werden. Insbesondere wird Augenmerk gelegt auf mögliche Abkühlprozesse. Es werden deren Vor- und Nachteile aufgezeigt und bei einem Kühlverfahren auf die Berechnung der Abkühlzeiten eingegangen. Die Berechnungen sollen helfen, ein besseres Gefühl für den Einfluß verschiedener Parameter auf die Abkühlzeiten zu bekommen und bei der Auswahl des Refrigerators als Informationsgrundlage zu dienen. Da exakte Berechnungen bei der Komplexität der Apparatur sowieso unmöglich sind, sei jetzt schon dahingewiesen, daß die Berechnungsergebnisse lediglich Größenordnungen aufzeigen sollen. Sie sind alle unter pessimistischen Voraussetzungen erarbeitet worden.

In der technischen Ausschreibung von November 1969 heißt es u. a., daß an das Kühlsystem und den Kryostaten eine Abkühlzeit von ca. 20 Stunden gestellt wird. Diese Werte sind dann auf 30 Stunden erhöht worden, nachdem sich gezeigt hat, daß "mildere" Abkühlbedingungen aus thermischen Gründen gefordert werden müssen. Weder in der Ausschreibung noch in den folgenden Besprechungen wurden jedoch Angaben darüber gemacht, ob, und wenn ja, mit welchem Abkühlprozeß diese Abkühlzeiten erreichbar sind, ja in welchen Größenordnungen man sich bei den verschiedenen Abkühlverfahren überhaupt bewegen kann. Wie bereits erwähnt, sind diese Fragen jedoch von großer Wichtigkeit für die Auswahl des Refrigerators. Sowohl die Refrigeratorschaltung als auch seine Größe bzw. Leistungsfähigkeit werden davon betroffen werden. Bevor diese Fragen noch weiter verfolgt werden sollen, ist es zunächst erforderlich, einen Querschnitt durch einen supraleitenden Magneten schematisch darzustellen und zu erläutern.

## 1.2 Beschreibung einer supraleitenden Spuleneinheit

Der um das toroidale Vakuumrohr (siehe Bild 1) angeordnete Magnet besteht aus einer supraleitenden Spule (A), die in ein Edelstahlgehäuse (B) eingeschweißt ist. Es hat die Aufgabe, das Kühlmittel aufzunehmen und über die gesamte Spule zu verteilen. Der Magnet selbst besteht aus 12 gewickelten Doppelpancakes, die im Abstand von 1,7 mm (Kühlkanalbreite) aneinandergereiht sind. Die Kanäle sorgen für guten Wärmeaustausch zwischen Kühlmedium und Wicklung. Zur Vermeidung größerer Wirbelstromverluste in der Spule bei Änderung des Helixfeldes ist um das Heliumgefäß ein Kupferring (C) gelegt, der sich ebenfalls auf Heliumtemperatur befindet. Um den Kryostaten ist ein Kupferstrahlungsschild (D) angeordnet, der mit flüssigem Stickstoff gekühlt wird. Die magnetischen Kräfte werden durch thermisch gut isolierende Abstützungen (E) abgefangen. Das Kältemittel durchströmt die Spulen von unten nach oben.

In den Spulenkanälen sind spezielle Noppenscheiben aus Kunststoff eingebaut, die für eine gleichmäßige Gas- und Flüssigkeitsverteilung innerhalb der Wicklung sorgen.

In den Abkühlprozeß einbezogen sind in erster Linie die supraleitende Spule mit einem Gewicht von 250 kg und das ebenso schwere Edelstahlgehäuse. Alle anderen Teile bleiben auf einem höheren Temperaturniveau.

## 2. Abkühlprozesse

### 2.1 Bisherige Vorstellungen und Überlegungen

Das Ziel eines jeden Abkühlverfahrens ist es, Spuleneinheiten möglichst wirtschaftlich und innerhalb erträglicher Zeiten von Raumtemperatur auf 4,4 K abzukühlen. In den ersten Diskussionen über dieses Problem war man geneigt, von Laborerfahrungen auszugehen und diese auf das W VII-Experiment zu extrapolieren. Normalerweise werden in kleineren Laborexperimenten Spulen zuerst mit flüssigem Stickstoff auf ca. 80 K vorgekühlt, der Stickstoff anschließend abgepumpt und mit flüssigem Helium weitergekühlt. Auf diese Weise kam man zu einem Heliumverbrauch, der zwischen 0,2 und 0,3 l flüssigem Helium pro kg Kupfer lag.

Bei genauerer Betrachtung stellte sich jedoch heraus, daß dieses Abkühlverfahren hier völlig ungeeignet war. Um die Gefahr der Ribbildung in den Kunststoff-Vergußmassen der Spulen durch zu große thermische Spannungen während der Abkühlphase zu vermeiden, müssen die Temperaturunterschiede zwischen Kühlmedium und den abzukühlenden Teilen, d.h. also die Temperaturgradienten innerhalb des Materials, klein gehalten werden. Das gilt besonders für den Temperaturbereich 300 K bis 50 K. Ein Blick auf das Diagramm (Abb. 2) zeigt den Ausdehnungskoeffizienten von Kupfer und Edelstahl. Erst unterhalb einer Temperatur von

50 K verläuft die Kurve waagrecht; eine weitere Materialschrumpfung findet also nicht statt. Nicht berücksichtigt ist in diesen Überlegungen der Ausdehnungskoeffizient der Kunststoff-Vergußmassen, für den keine Werte zu erhalten waren. Man weiß jedoch aus Erfahrung, daß die Abweichungen zu den Metallen ganz beträchtlich sind.

Ein zweiter wichtiger Punkt, der bei einem Abkühlungsprozeß in Betracht gezogen werden muß, ist seine Wirtschaftlichkeit. Geht man wiederum von Laborerfahrungen aus und nimmt man an, daß man bereits bei 100 K mit dem Einfüllen von flüssigem He beginnt, so ergeben sich im Vergleich zum Einfüllen bei 50 K folgende He-Verbräuche:

Die Enthalpie-Differenz zwischen 100 K und 50 K beträgt für Kupfer das Sechsfache der Enthalpie-Differenz zwischen 50 K und 4,4 K. Da im normalen Abkühlprozeß nicht vorgesehen ist, das kalte He-Gas wieder in die Maschine zurückzugeben und damit den Wirkungsgrad der Anlage zu verbessern, muß die gesamte Enthalpie-Differenz (abzuführende Wärmemenge) bei einer Anfangstemperatur von 4,4 K abgeleitet werden, was gleichbedeutend ist mit Abführung einer Wärmemenge bei thermodynamisch schlechtestem Wirkungsgrad. Eine überschlägige Berechnung, die davon ausgeht, daß man mit 0,3 l flüssigem He 1 kg Kupfer von 100 K auf 4,2 K abkühlen kann (Laborerfahrung), und die annimmt, daß ein Liter flüssiges He ca. DM 10.-- kostet, zeigt den eindrucksvollen Kostenvergleich zwischen der Abkühlung von 100 K bzw. 50 K auf 4,4 K.

100 K bis 4,4 K	→ ca. 6000 l He	= ca. DM 60.000.--
50 K	→ 1000 l He	= DM 10.000.--

Diese Werte beziehen sich auf alle 40 Spulen (20 to).

Unter Berücksichtigung dieser beiden Hauptpunkte wurden folgende Abkühlprozesse in Betracht gezogen:

- a) Abkühlung der supraleitenden Magnete mit gasförmigem He von 300 K bis 50 K, anschließend Weiterkühlung mit flüssigem He bis 4,4 K aus einem Vorratstank. Das Kühlgas müßte von einem entsprechend konzipierten Refrigerator kommen, der leistungsfähig genug ist. (Refrigerator dieser Art sind bereits von der Fa. Linde gebaut worden; diese Schaltung wäre also prinzipiell möglich).

Vorteil des Verfahrens: Im Gegensatz zur Kühlung mit flüssigem Stickstoff wäre die Abkühlgeschwindigkeit steuerbar über den Gasdurchsatz aus der Maschine. Die Apparatur stünde stets unter He-Atmosphäre, eine Verschmutzungsgefahr durch Stickstoff wäre nicht zu befürchten.

Nachteil des Verfahrens: Gegenüber einem normalen Refrigerator verteuern die speziellen Anforderungen an Steuerung und Schaltung die Kältemaschine erheblich. Es müßte geprüft werden, ob der Mehraufwand in gesundem Verhältnis zur Leistungsfähigkeit der Anlage steht.

- b) Abkühlung durch Strahlungsaustausch der warmen Magnetfeldspulen mit einem sie umgebenden Strahlungsschirm, der ständig auf Flüssig-Stickstoff-Temperatur gehalten wird. Nach Erreichen von 100 K könnte mit flüssigem He bis 4,4 K weitergekühlt werden.

Vorteil des Verfahrens: Abkühlgeschwindigkeit ist zwar nicht steuerbar, jedoch im ersten Teil genügend langsam, um thermische Spannungen zu vermeiden. Außerdem wäre der Refrigerator billiger als bei a).

Nachteil des Verfahrens: Es könnte möglich sein, daß die zu erwartenden Abkühlzeiten infolge Strahlungsaustausch zu lang ausfallen und damit nicht mehr akzeptabel sind. Zur Vermeidung von thermischen Spannungen wäre es außerdem bedenklich, die Spulen bereits bei 100 K mit flüssigem He zu beaufschlagen.

Die Gründe sind bereits genannt worden. Immerhin beträgt die thermische Kontraktion zwischen 100K und 50K noch 0,5 ‰.

Der zweite Nachteil ist wirtschaftlicher Art; er ist eingangs bereits zitiert worden.

In diesem Zusammenhang bietet sich auch ein Zeitvergleich an: Unter Zugrundelegung einer Refrigerator-Leistung von 500 l/h flüssigem He würde man für die Abkühlung von 100 K auf 4,4 K 12 Stunden (ohne Vorratsbehälter), von 50 K auf 4,4 K nur 2 Stunden benötigen.

Aus all diesen Gründen wird ein dritter, aus a) und b) kombinierter Abkühlprozeß vorgeschlagen, der die Nachteile der Verfahren vermeidet.

## 2.2 Auswahl eines Kühlverfahrens

Das hier vorgeschlagene Abkühlverfahren stellt eine Kombination von Kühlprozeß a) und b) dar. Zwischen 300 K und 100 K soll die Enthalpie der Spuleneinheiten sowohl über Strahlungsaustausch als auch über durchströmendes kaltes Heliumgas reduziert werden (die ursprünglich ins Auge gefaßte reine Strahlungskühlung, die rechnerisch in Abschnitt 3.1 näher untersucht worden ist, führt zu sehr langen Abkühlzeiten, die in der Größenordnung von mehreren Monaten liegen. Das gilt insbesondere für den Bereich 200 K - 100 K).

Das durchströmende kalte Heliumgas kommt von einem LN<sub>2</sub>-gekühlten Wärmeaustauscher, der im Refrigerator fest installiert ist, wobei das kalte Stickstoff-Abgas aus dem Strahlungsschirm noch mit ausgenützt werden kann, um das Verfahren wirtschaftlich zu gestalten. Eine Abkühlungsberechnung für diesen Bereich, die sich aus einem Strahlungs- und Konvektionsanteil zusammensetzt, wäre prinzipiell möglich. Sie unterblieb aber,

weil dieses Kühlverfahren zwar andiskutiert worden ist, genauere Daten jedoch noch nicht festliegen, die für eine Berechnung herangezogen werden könnten (möglicher Gasdurchsatz in Abhängigkeit von Temperatur zwischen 300 und 100 K). Sobald das Projekt konkretere Formen angenommen hat, kann die Berechnung leicht nachgeholt werden.

Zwischen 100 K und 50 K wird He-Gaskühlung in Betracht gezogen mit Rückführung des kalten Gases in die Maschine und damit Ausnützung der teuren "Kälte". Als Folge stellt sich ein höherer thermodynamischer Wirkungsgrad ein. Der hohe Verbrauch an flüssigem He wird gegenüber Verfahren b) reduziert, die Abkühlgeschwindigkeit steuerbar über den Refrigerator.

Den gesamten Abkühlprozeß kann man wie folgt zusammenfassen:

Von 300K - 100K kühlen durchströmendes kaltes Heliumgas sowie ein auf Flüssig-Stickstoff-Temperatur gehaltener Strahlungsschirm die warmen Innenteile langsam ab. Zwischen 300K und 200K ist der Strahlungsanteil größer, unterhalb 200 K vernachlässigbar. (siehe Abschnitt 3.1 Abkühlungsberechnung durch reinen Strahlungsaustausch).

Eine Berechnung der Abkühlzeiten kann durchgeführt werden, sobald man sich für dieses Verfahren entscheidet und nähere Refrigerator- bzw. Wärmeaustauschdaten zur Verfügung stehen.

Von 100 K bis 54 K strömt kaltes Heliumgas durch die Wicklungen. Die Berechnung der Abkühlzeiten als Funktion des Gasdurchsatzes ist in Abschnitt 3.2 erläutert.

Von 54 K - 4,4 K wird mit flüssigem He weitergekühlt. Eine Berechnung dieser Abkühlzeiten unterblieb, da weder Wärmeübergangszahlen noch exakte Austauschflächen in diesem Mischphasenbereich definiert werden können. Außerdem sind die jetzt stärker ins Gewicht fallenden Verluste durch die Abstützungen nicht mehr genau genug rechnerisch erfaßbar. Da andererseits die Gesamtenthalpien der Spulen bereits sehr klein sind, die Wärmeübergangszahlen aber um 2 Zehnerpotenzen größer sind als bei der Gaskühlung, lassen sich die Abkühlzeiten leicht abschätzen. Sie hängen im wesentlichen von der zugeführten He-Menge ab. Ohne die Effekte von Strahlungs- und Abstützungsverlusten zu berücksichtigen, kann man mit Abkühlzeiten rechnen, die in der Größenordnung von 2 bis 3 Stunden liegen dürften.

Nach Beendigung des Abkühlvorganges hat die Kältemaschine die Aufgabe, die Spulen mit flüssigem He aufzufüllen und einen bestimmten Stand aufrecht zu erhalten.

### 3. Berechnung der Abkühlzeiten

#### 3.1 Abkühlung durch Strahlungsaustausch

Bei den folgenden Berechnungen wird jeweils nur eine Spuleneinheit in Betracht gezogen.

Um die Gesetze des Strahlungsaustausches und des durch ihn verursachten Abkühlprozesses anwenden zu können, müssen folgende Annahmen getroffen werden:

- a) Kryostat und Spule bilden, physikalisch gesehen, eine Masseneinheit;
- b) beide sind vom Strahlungsschirm vollständig umschlossen;
- c) der Wärmefluß über die kalten Abstützungen wird vernachlässigt; insofern betrachtet liefert die Rechnung pessimistische Ergebnisse (mit Berücksichtigung der Abstützungen ergäben sich kürzere Abkühlzeiten, da Wärme auch über diesen Weg abfließen kann).

Die Aufgabenstellung:

Ein warmer Körper der Masse  $M$  und der Anfangstemperatur  $T_0$  wird durch einen ihn umhüllenden kalten Strahlungsschirm von konstanter Temperatur  $T_{1N_2}$  langsam abgekühlt. Zwischen beiden befindet sich Hochvakuum. Die Emissionszahlen beider Körper seien  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$ . Gesucht ist der Temperaturverlauf des warmen Körpers als Funktion der Zeit.

Das Abkühlgesetz:

Bekanntlich ist die von einer Masse  $M$  in einem Zeitintervall abgegebene Wärmemenge proportional dem Temperaturunterschied zwischen ihm und dem Strahlungsschild nach der Gleichung

$$dQ = -\alpha_s F (T - T_{1N_2}) d\tau \quad (1)$$

( $\alpha_s$  ist die Wärmeübergangszahl durch Strahlung).

Die von der Spule während ihrer Abkühlung von  $T$  auf  $T_{1N_2}$  abgegebene Wärmemenge wird durch die Formel

$$dQ = M c(T) dT \quad (2)$$

ausgedrückt. ( $C(T)$  ist die spezifische Wärme der Spulenmasse, die hier von der Temperatur abhängig ist).

Gleichung (2) in (1) eingesetzt und nach  $d\tilde{\tau}$  aufgelöst, ergibt

$$d\tilde{\tau} = - \frac{Mc(T)}{\alpha_s F} \cdot \frac{dT}{(T - T_{eN_2})} \quad (3)$$

Nach der Integration ergibt sich

$$\tilde{\tau} + C_1 = - \frac{Mc(T)}{\alpha_s F} \ln(T - T_{eN_2}) \quad (4)$$

Bestimmung der Integrationskonstanten  $C_1$ :

Für  $\tilde{\tau} = 0$  ist  $T = T_0$ , daraus folgt

$$C_1 = - \frac{Mc(T)}{\alpha_s F} \ln(T_0 - T_{eN_2}) \quad (5)$$

Eingesetzt in (4) ergibt

$$\tilde{\tau} = \frac{Mc(T)}{\alpha_s F} \ln \frac{(T_0 - T_{eN_2})}{(T - T_{eN_2})} \quad (6)$$

einen Ausdruck für die Abkühlzeit  $\tilde{\tau}$ .

Löst man diese Gleichung nach  $T$  auf, so lautet das Abkühlgesetz:

$$T = T_{eN_2} + (T_0 - T_{eN_2}) e^{- \frac{\alpha_s F}{Mc(T)} \cdot \tilde{\tau}} \quad (7)$$

$T$  gibt also die Temperatur der Innenmasse  $M$  nach Verstreichen der Zeit  $\tilde{\tau}$  an.

In obiger Gleichung sind alle Größen bis auf  $\alpha_s$  bekannt.

Bestimmung der Wärmeübergangszahl:

Aus Gleichung (1) ersieht man, daß beim Wärmeübergang die übertragene Wärmemenge pro Zeiteinheit proportional zur Austauschfläche, zur Temperaturdifferenz und zur Wärmeübergangszahl ist. Dabei wird kein Unterschied gemacht, um welche Art von Wärmeübergang es sich handelt, Strahlung, Konvektion oder Leitung. Insofern ist das daraus abgeleitete Abkühlungsgesetz - Gleichung (7) - universell anwendbar. Auf unser Strahlungsproblem angewendet heißt das aber, daß eine Wärmeübergangszahl für Strahlung abgeleitet werden muß, die der Wärmeübergangszahl für Konvektion oder Leitung ähnlich ist.

Je Flächeneinheit gilt zunächst allgemein

$$dQ = -\alpha_s (T - T_{\text{eff}}) d\tau \quad (1)$$

und für die Strahlung speziell

$$dQ = -C_{12} \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{eff}}}{100} \right)^4 \right] d\tau \quad (8)$$

Gleichsetzen von (1) und (8) und Auflösen nach  $\alpha_s$  ergibt:

$$\alpha_s = C_{12} \frac{\left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{eff}}}{100} \right)^4}{T - T_{\text{eff}}} \quad (9)$$

D.h. Gleichung (9) ist die gesuchte Definition für die Wärmeübergangszahl durch Strahlung, wobei  $C_{12}$  bekanntlich nach Gleichung (10) definiert ist:

$$C_{12} = \frac{C_s}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{\epsilon_2} - 1 \right)} \quad (10)$$

$C_s$  ist die bekannte Strahlungskonstante des schwarzen Körpers ( $C_s = 5,77 \text{ Watt/m}^2 \text{ Grad}^4$ );  $\epsilon_{1,2}$  sind die Emissionsverhältnisse der Austauschflächen  $F_1$  und  $F_2$ .

Setzt man  $\alpha'_s$  in Gleichung (7) ein, so erhält man die gewünschte Beziehung für die Abhängigkeit der Abkühltemperatur von der Abkühlzeit.

Diese Darstellungsmethode hat den Vorteil, daß beim Auftreten mehrerer Wärmeübergangskoeffizienten (z.B. Strahlung und Konvektion oder Strahlung und Leitung) die entsprechenden Wärmeübergangszahlen nur zu summiert werden brauchen; Gleichung (6) oder (7) braucht also nicht verändert zu werden.

Zahlenmäßige Auswertungen:

Durch Einsetzen entsprechender Zahlen soll die Aufgabenstellung jetzt konkretisiert werden. Über eine Spuleneinheit (Wicklung und Kryostat) wurden vom Hersteller folgende Angaben gemacht:

Spulenmasse	250 kg
Masse des Kryostaten	<u>250 kg</u>
Gesamtmasse	= 500 kg
Berechnete Austauschflächen für die Strahlung ( $F_1 = F_2$ )	1,89 m <sup>2</sup>
Spezifische Wärmen für Kupfer und Edelstahl ( $c(\tau)$ )	(siehe Abb. 3)

(Für die Abkühlungsberechnung wurde der arithmetische Mittelwert der spezifischen Wärmen zwischen Kupfer und Edelstahl genommen).

Anfangstemperaturen	293 K
Temperatur des Strahlungsschirmes	77 K
Emissionsverhältnisse: $\epsilon_{1,2}$	
Innenkörper (warm)	0,05 (nach Scott)
Cu-Strahlungsschirm (kalt)	0,06 (nach Scott)

Zur Auswertung von Gleichung (7) und (9) unter Berücksichtigung der Temperaturabhängigkeit der spez. Wärmen (Interpolation nach nach Lagrange-Aitken) wurde ein entsprechendes FORTRAN-Programm geschrieben, das für frei wählbare Zeitschritte die entsprechenden Temperaturen des abzukühlenden Spulenkörpers ausdrückt. Die Ergebnisse sind graphisch in Abb. 4 aufgetragen. Die Emissionszahl des kalten Körpers (Strahlungsschirmes) betrug dabei 0,06.

#### Diskussion der Ergebnisse:

Die in Abb. 4 dargestellte Abhängigkeit der Spulentemperatur von der Abkühlzeit zeigt anschaulich, daß reine Strahlungskühlung vom versuchstechnischen Standpunkt aus nicht akzeptabel erscheint. Die Abkühlzeiten werden in Größenordnungen von Monaten liegen; besonders unter 200 K nimmt die Abkühlgeschwindigkeit viel zu kleine Werte an. Die Emissionszahlen (0,06) für die polierten Innenteile scheinen realistisch zu sein. Sie bestätigten sich auch in einem anschließend an die Berechnungen durchgeführten Versuch: Eine warme, 1 kg schwere Kupferkugel wurde über einen sie umschließenden Kupfer-Strahlungsschirm, der auf konstanter Temperatur von 120 K gehalten worden war, von 300 K auf 190 K abgekühlt. Das Experiment dauerte 1 Woche. Anschließend zeigte ein Vergleich zwischen Messung und Rechnung, daß die Ergebnisse mit Emissionszahlen von  $\xi = 0,06$  sehr gute Übereinstimmung erbrachten.

Der Versuch erlaubte außerdem noch eine Kontrolle über das entwickelte Rechnerprogramm.

Das Berechnungsergebnis läßt somit den Schluß zu, daß im Abkühlbereich 300 K - 100 K ein konvektiver Wärmeübergang hinzutreten muß, um kürzere Abkühlzeiten zu erzielen. Es bietet sich kaltes Heliumgas als Austauschmedium an, welches mit  $LN_2$  gekühlt wird.

### 3.2 Abkühlung mit gasförmigem Helium

#### 3.2.1 Ableitung einer Modellvorstellung für den konvektiven Wärmeaustausch

Wie in Punkt 2,2 bereits angedeutet, sollen in diesem Abschnitt die Abkühlzeiten einer Spuleneinheit als Funktion des Gasdurchsatzes berechnet werden. Es handelt sich dabei um den Temperaturbereich 100 K bis 54 K. Ehe man das Problem überhaupt analytisch angehen und die Gesetze der Wärmeübertragung ableiten kann, ist es zunächst erforderlich, eine Modellvorstellung für den Gasdurchfluß zu entwickeln, die der Realität so weit wie möglich entgegenkommt. Abb. 5 zeigt ein Doppelpancake im Schnitt mit der Gasführung, wie sie von dem Hersteller vorgesehen worden ist. Die Gasführung wird durch sogenannte Umlenk-Noppenscheiben erzielt, die eine gute He-Verteilung gewährleisten sollen. Für die Berechnung muß das Bild vereinfacht werden; Abb. 6 zeigt die modifizierte Modellvorstellung. Die Umlenkungen sind weggelassen worden, das Gas strömt zwar ebenfalls symmetrisch, aber in Längsrichtung durch die Kanäle.

Eine zweite Vereinfachung mußte getroffen werden, wollte man den Behältermantel nicht unberücksichtigt lassen. In der Originalzeichnung ist die Kühlung des Behältermantels von innen vorgesehen; das Gas bespült abschnittsweise den Kryostaten und die Wicklungen. Eine getrennte Modellvorstellung für Kryobehälter und supraleitende Wicklungen abzuleiten, war nicht möglich gewesen. Die Behältermasse wurde deshalb in die Spulenmasse integriert und darauf geachtet, daß das Verhältnis von Austauschfläche zum Gesamtgewicht zwischen Modell und Originalausführung annähernd gleich wurde.

Im einzelnen sieht diese Überlegung wie folgt aus:

Für eine Spuleneinheit gilt:

Austauschfläche sämtlicher 12 Doppelpancakes:

$$F_{Sp} = 8,16 \text{ m}^2$$

Austauschfläche für den Innenraum des Edelstahlbehälters:

$$F_B = 1,5 \text{ m}^2$$

Verhältnis von Austauschfläche zu Gewicht für:

a) die Spule:  $V_{Sp} = \frac{8,16}{250} = \underline{0,032 \text{ m}^2/\text{kg}}$

b) den Behälter:  $V_B = \frac{1,5}{250} = \underline{0,006 \text{ m}^2/\text{kg}}$

Für den Kryo-Behälter steht also nur  $\sim 1/5$  der Austauschfläche pro kg Masse zur Verfügung als für die Spule selbst. Will man jedoch pessimistische Voraussetzungen schaffen, muß man dafür sorgen, daß die Modellspule in etwa das gleiche Verhältnis  $V_B$  aufweist, denn dann wird sie sich in etwa so langsam abkühlen wie der Behälter, der ein ungünstiges Massen- zu Flächenverhältnis aufweist. Zusammenfassend sieht die neue Modellvorstellung wie folgt aus:

a) Die Masse des Edelstahlbehälters wird den Doppelpancakes zugeschlagen. Statt 250 kg soll die Spule jetzt 500 kg wiegen oder 1 Doppelpancake  $500/12 = 41,67 \text{ kg}$  aufweisen.

b) Die Doppelpancakes sind angeordnet, wie Abb. 7 es zeigt; sie werden jedoch nur einseitig gekühlt. Damit reduziert sich die Austauschfläche von  $8,16 \text{ m}^2$  auf  $4,08 \text{ m}^2$ .

Für das Berechnungsmodell gilt jetzt das Verhältnis von Austauschfläche zu Gesamtmasse

$$V_M = \frac{4,08}{500} = \underline{0,008 \text{ m}^2/\text{kg}}$$

Dieser Wert kommt dem schlechten Austauschverhältnis  $V_B$  recht nahe (0,006). Deshalb soll auch die Abkühlungsberechnung gemäß diesem Modell durchgeführt werden. Wie sich später herausstellen wird, ist der Fehler, den man dabei macht, klein, denn die Austauschfläche wird wegen der hohen Wärmeübergangszahlen nur eine untergeordnete Rolle spielen.

Weitere Voraussetzungen für die Gültigkeit der Abkühlungsberechnungen:

- A) Die Verluste durch Abstrahlung und Leitung über die Abstützungen werden vernachlässigt.
- B) Die Vereinheitlichung und Vereinfachung des Modelles brachte die Metalle Kupfer und Edelstahl zusammen mit 2 unterschiedlichen Wärmeleitzahlen. (Der Unterschied liegt im Faktor 100). Um dennoch zu realistischen Ergebnissen zu kommen, wurden 2 getrennte Rechnungswege eingeschlagen:
  - a) Rechnungsweg 1: Die Spulen bestehen aus einem Material mit  $\infty$  guter Wärmeleitfähigkeit (gilt annähernd für Kupfer).
  - b) Rechnungsweg 2: Die Spulen bestehen aus einem Material mit der Wärmeleitfähigkeit 0 (gilt annähernd für Edelstahl).

Die tatsächliche Abkühlzeit des Modelles muß dann zwischen beiden Ergebnissen Rechnungsweg 1 und Rechnungsweg 2 liegen, wenn sonst gleiche Parameter zugrundegelegt werden.

### 3.2.2 Berechnung der Abkühlzeit für Kupfer

#### Die Aufgabenstellung:

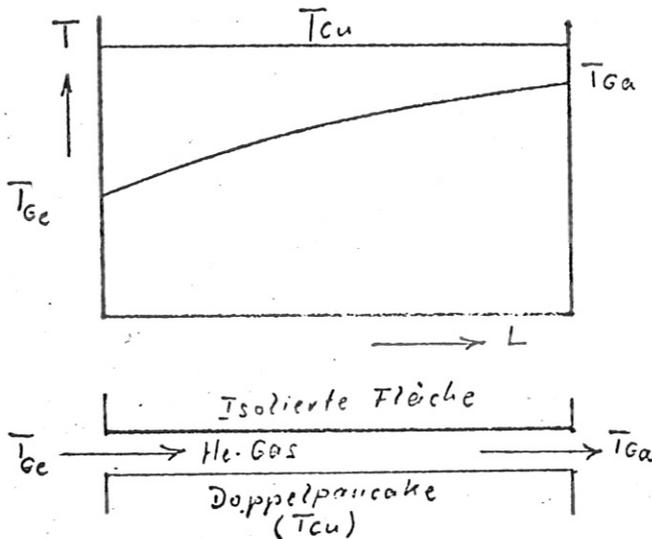
Kaltes Heliumgas von 90 K durchströmt 12 parallel angeordnete

Spulenkanäle gemäß Abb. 7 von unten nach oben und kühlt die Ringe langsam ab. Das Spulenmaterial ist Kupfer; es wird jedoch  $\infty$  gute Wärmeleitfähigkeit nach allen Richtungen hin angenommen. Der Gasdurchsatz/Spuleneinheit soll wahlweise  $66 \text{ Nm}^3/\text{h}$ ,  $53 \text{ Nm}^3/\text{h}$ ,  $47 \text{ Nm}^3/\text{h}$ ,  $40 \text{ Nm}^3/\text{h}$ ,  $33 \text{ Nm}^3/\text{h}$ ,  $27 \text{ Nm}^3/\text{h}$  und  $20 \text{ Nm}^3/\text{h}$  betragen. Gesucht ist die Abkühlzeit der Spulenmasse als Funktion des Gasdurchsatzes, wenn die kleinsten bzw. größten Temperaturdifferenzen zwischen Gaseintritt und Spulenkörper 4 K bzw. 14 K betragen. (Mit anderen Worten: Die Gaseintrittstemperatur von 90 K soll so lange erhalten bleiben, bis die Spulenmasse eine Temperatur von 94 K erreicht hat. Jetzt wird von 90 K auf 80 K umgeschaltet und weitergekühlt, bis die Spulenmasse 84 K erreicht hat. Nach erneutem Umschalten auf 70 K läuft der Abkühlprozeß so fort, bis das Material 54 K erreicht hat). Die Beschränkung auf die größte Temperaturdifferenz hängt mit der begrenzten Refrigeratorleistung zusammen. Die kleinste Temperaturdifferenz von 4 K ist gewählt worden, um nicht zu lange Abkühlzeiten zu erzielen.

#### Das Abkühlgesetz:

Für die Ableitung des Abkühlgesetzes genügt es, aus Symmetriegründen die Hälfte eines Doppelpancakes zu betrachten. Da das Verhältnis von Innendurchmesser/Außendurchmesser einer Wicklung nahe bei 1 liegt, kann man eine Spulenhälfte sich zu einem geraden Stück aufgebogen denken. Man hat jetzt einen gasdurchströmten Kühlkanal mit den Abmessungen  $106,5 \times 1,7 \times 1650 \text{ mm}$  vorliegen, der modellgemäß nur von einer Seite Wärmeaustausch ermöglicht. (Abb. 8). Die abzukühlende Kupfermasse für eine Hälfte beträgt  $500/24 = 20,83 \text{ kg}$ , die Kühlfläche  $0,17 \text{ m}^2$ . Bei der Ableitung des Abkühlgesetzes wird von der Überlegung ausgegangen, daß die zeitliche Enthalpieänderung des abzukühlenden Materials gleich der an das Kühlgas abgegebenen Wärmemenge, bezogen auf die gesamte Kühlfläche  $F$ , ist. Die Längskoordinate tritt bei dieser Betrachtungsweise nicht auf.

Andererseits muß auch noch die Wärmeübergangsbedingung gelten, die aussagt, daß die übertragene Wärmemenge eine Funktion der Wärmeübergangszahl  $\alpha$ , der Austauschfläche  $F$  und der treibenden Temperaturdifferenz zwischen Material und mittlerer Gastemperatur sein muß [ 2 ].



Schematische Darstellung des Temperaturverlaufes von Gas und Spule zu Zeit  $\tilde{t} = \tilde{t}'$

1. Bedingung:

$$-M_c(T) \cdot \frac{dT}{d\tilde{t}} = \dot{m}_{He} \cdot c_{He} (T_{Ga} - T_{Ge}) \quad (11)$$

2. Bedingung:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot F \frac{(T_{Ge} - T_{Gc})}{\ln\left(\frac{T - T_{Ge}}{T - T_{Gc}}\right)} \quad (12)$$

Gleichsetzen von Gleichung (11) und (12) und Auflösung nach der Gasaustrittstemperatur  $T_{Ga}$  ergibt:

$$T_{Ga} = \left(1 - e^{-\frac{\alpha F}{\dot{m}_{He} \cdot c_{He}}}\right) T + T_{Ge} \cdot e^{-\frac{\alpha F}{\dot{m}_{He} \cdot c_{He}}} \quad (13)$$

Setzt man  $T_{Ga}$  in Gleichung (11) ein, so erhält man die gesuchte Differentialgleichung, aus der die Spulentemperatur  $T$  als Funktion von der Zeit berechnet werden kann:

$$\frac{dT}{d\tilde{t}} + AT - AT_{Ge} = \sigma \quad (14)$$

mit der Abkürzung

$$A = \frac{\dot{m}_{\text{He}} \cdot c_{\text{He}}}{M \cdot c(T)} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha F}{\dot{m}_{\text{He}} \cdot c_{\text{He}}}} \right) \quad (15)$$

Durch Trennung der veränderlichen und Berücksichtigung der Anfangsbedingungen

$$T = T_0 \quad \text{zur Zeit } \tilde{t} = 0$$

erhält man leicht die allgemeine Lösung der Gleichung für die Spulentemperatur T

$$T = (T_0 - T_{ce}) e^{-A \tilde{t}} + T_{ce} \quad (16)$$

als Funktion der Zeit, d.h. nach Einsetzung der Konstanten, die gesuchte Abkühlbeziehung. Die Auswertung der Gleichung (16) wurde mit dem Computer vorgenommen; vorher mußte jedoch noch eine Beziehung für die Wärmeübergangszahl  $\alpha$  gefunden werden.

#### Die Wärmeübergangszahl:

Die Ermittlung der Wärmeübergangszahl für den konvektiven Wärmeübergang erfolgt bekanntlich mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie [ 2 ].

In ihr werden dimensionslose Kennzahlen zu Gleichungen verknüpft die das Aufstellen allgemeingültiger Beziehungen aus bestimmten Modellvorstellungen erlauben. In der Wärmeübertragung sind es die Kennzahlen Nu, Re und Pr, die Aussagen über den konvektiven Wärmeübergang erlauben.

In unserem Fall haben wir nach einem Modellgesetz zu suchen, welches den Wärmeübergang strömender Gase in rechteckigen Kanälen beschreibt. Clark und Kais [3] haben eine entsprechende Modell-Gleichung angegeben. Sie lautet

$$Nu = Nu_{\infty} \left( 1 + C \frac{Re Pr}{\frac{L}{d_h}} \right) \quad (17)$$

dabei bedeutet  $Nu_{\infty}$  die Nusseltzahl für die hydrodynamisch voll ausgebildete Strömung,  $Re$  die Reynold'sche Zahl bezogen auf den hydraulischen Durchmesser  $d_h$ ,  $Pr$  die Prandtlzahl und  $C$  einen Zahlenwert, der nur eine Funktion des Rechteck-Seitenverhältnisses darstellt. Werte für  $Nu_{\infty}$  und  $C$  als Funktion des Seitenverhältnisses haben die Autoren wie folgt angegeben:

Seiten- verhält- nis	1	1,4	2	3	4	$\infty$
$Nu_{\infty}$	2,89	3,0	3,39	4,1	4,6	7,60
$C$	0,042	0,0305	0,0225	0,0165	0,0125	0,003

Da die Nusselt-Zahl definiert ist mit

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d_h}{\lambda} \quad (18)$$

kann aus ihr die Wärmeübergangszahl leicht berechnet werden.

Anwendung der abgeleiteten Beziehungen auf  
das Spulenmodell:

Unter Zugrundelegung der vom Hersteller genannten Kanalabmessungen und der modifizierten Spulenmasse bzw. Austauschfläche für den Wärmeübergang wurden die Abkühlzeiten für verschiedene Gasdurchsätze von 100 K bis 54 K unter Zuhilfenahme des Computers aus Gleichung (16) und (17) berechnet. Die Temperatur-

abhängigkeiten der spezifischen Wärme für Kupfer wurden dabei berücksichtigt. Folgende Daten wurden in das Programm eingegeben:

Spulenmasse (1/2 Doppelpancake)	20,83 kg
Austauschfläche (einseitig)	0,17 m <sup>2</sup>
Kanallänge (eine Spulenhälfte)	1,65 m
Kanalabmessungen	106,5 x 1,7 mm
Anfangstemperatur	100 K
Gaseintrittstemperaturen (stufenweise)	90, 80, 70, 60, 50 K

sowie Stoffwerte für Heliumgas, wie dynamische Zähigkeit, spez. Wärme und Wärmeleitfähigkeit als Funktion der Temperaturen im Bereich 100 K - 50 K.

Das Computerprogramm besteht aus einem Hauptprogramm, welches im wesentlichen mit Hilfe von Gleichung (16) die Zahl der vorgegebenen Zeitschritte berechnet, die zum Erzielen einer Spulentemperatur erforderlich ist. Die Summe der Zeitschritte ist dann die gesamte Abkühlzeit. In einem Unterprogramm wird zu jedem Zeitschritt die von der Temperatur abhängige Wärmeübergangszahl ermittelt.

Die Abkühlzeiten wurden in Abhängigkeit vom Gasdurchsatz berechnet, um den Einfluß dieses Parameters kennenzulernen. Der Gasdurchsatz bestimmt nämlich in diesem Bereich wieder die Refrigeratorleistung. Beiliegende Tabelle zeigt die Berechnungsergebnisse für die einzelnen Temperaturintervalle. Angegeben sind die Abkühlzeiten, die Gesamtabkühlzeit für die einzelnen Gasdurchsätze und der Gesamtdurchsatz bezogen auf alle 40 Spulen. Auch die Abkühlzeiten sind für diese Bedingungen angegeben. Die Ergebnisse sind in Abb. 9 dargestellt. Kurve A zeigt die Abkühlzeit als Funktion des Gasdurchsatzes und Abb. 10 die Spulen- bzw. Gaseintrittstemperaturen als Funktion der Abkühlzeiten. Parameter ist hier der Gasdurchsatz.

Tabellarische Zusammenstellung der Ergebnisse für Kupfer

Temperatur Intervall K	100-94	94-84	87-74	74-64	64-54	
Gaseintrittstemperatur K	90	80	70	60	50	
Abkühlzeit (h) bei 2664 Nm <sup>3</sup> /h Gasdurchsatz (bezogen auf 40 Spulen)	1,67 + 2,0 + 1,83 + 1,50 + 0,8 = Gesamtabkühlzeit (h): 7,80					
" 2397 Nm <sup>3</sup> /h	1,86	2,33	2,0	1,66	0,95	8,80
" 2131	2,10	2,66	2,33	1,89	1,10	10,00
" 1865	2,36	3,0	2,67	2,17	1,30	11,50
" 1598	2,83	3,5	3,0	2,50	1,67	13,50
" 1332	3,33	4,17	3,67	3,0	2,0	16,17
" 1065	4,16	5,16	4,5	3,68	2,5	20,00
" 800	5,5	7,0	6,0	5,0	3,5	27,00

Abkühlgeschwindigkeit als Funktion des Gasdurchsatzes

Temperatur Intervall K	100-94	94-84	84-74	74,64	64,54
Abkühlgeschwindigkeit (k/h) bei 2664 Nm <sup>3</sup> Gasdurchsatz	3,6	5,0	5,46	6,67	12,5
" 2397 "	3,22	4,29	5,0	6,02	10,5
" 2131 "	2,85	3,76	4,29	5,29	9,10
" 1865 "	2,54	3,33	3,75	4,60	7,70
" 1598 "	2,12	2,85	3,33	4,0	6,0
" 1332 "	1,80	2,40	2,72	3,33	5,0
" 1065 "	1,44	1,93	2,22	2,72	4,0
" 800 "	1,1	1,46	1,66	2,0	2,85

### Diskussion der Ergebnisse:

Eines der wichtigsten Berechnungsergebnisse ist explizit nicht sofort ersichtlich.: Die Wärmeübergangszahl ist für den angegebenen Temperaturbereich nahezu unabhängig vom Massendurchsatz. Sie ist lediglich eine Funktion der Wärmeleitfähigkeit des Heliumgases, die mit abnehmender Temperatur geringfügig kleiner wird. Der  $\alpha$ -Wert schwankt zwischen  $1,27 \times 10^{-2}$  und  $1,04 \times 10^{-2} \frac{\text{Watt}}{\text{cm}^2 \text{ } ^\circ\text{K}}$ .

Diese Tatsache liegt im Modellgesetz begründet (17), welches für große  $\frac{L}{d_h}$  (hier  $0,5 \times 10^3$ ) den 2. Term in der Klammer praktisch verschwinden läßt. Die Nusseltzahl ist dann nur mehr eine Funktion von  $Nu_\infty$  und diese wiederum nur vom Seitenverhältnis des Strömungskanals abhängig.

Trotz laminarer Gasströmung in den Kanälen der Spule ist also die Wärmeübergangszahl Gas- Spulenwand sehr hoch. Sie ist so hoch, daß beim gesamten Abkühlprozeß nicht der Wärmeübergang, sondern der Gasdurchsatz geschwindigkeitsbestimmend wird. Dieser Zusammenhang geht auch aus Gleichung (15) hervor. Der Exponent der e-Funktion hat im Nenner das Produkt  $\alpha \cdot F$  (also Wärmeübergangszahl  $\times$  Fläche), und dieses Produkt ist hier eine sehr große Zahl, die die Wirkung der e-Funktion zum Verschwinden bringt; für den Abkühlprozeß kann man daraus verallgemeinernd den Schluß ziehen: Die Austauschfläche hat in der für Modell und Prototyp angegebenen Größenordnung auf die Abkühlzeit keinen Einfluß. Die Modellannahme, Spule und Behälter zu einer Masseneinheit zusammenzufassen, war von diesem Standpunkt aus richtig.

Das Gas verläßt für alle angegebenen Durchsätze die Apparatur mit Spulentemperatur. (Erst wenn diese Bedingung nicht mehr erfüllt ist, geht die Austauschfläche in die Rechnung ein.) Die Abkühlzeit ist in diesem Abschnitt nach bestimmt vom Verhältnis  $\frac{\text{Gasdurchsatz (kg/h)}}{\text{Spulenenthalpie (kJ/kg)}}$  und damit wieder von der Refrigeratorleistung. Man kann daraus den Schluß ziehen, daß die Abkühlgeschwindigkeit über den Refrigerator

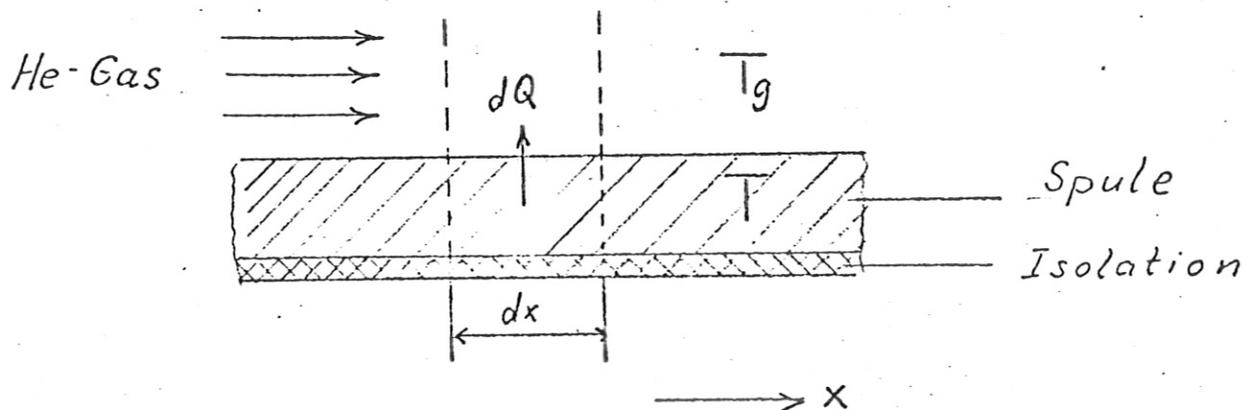
steuerbar ist, wenn der Gasdurchsatz entsprechend verändert wird.

### 3.2.3 Berechnung der Abkühlzeit für Edelstahl

#### Die Aufgabenstellung:

Gesucht ist die Abkühlzeit als Funktion der Spulenmasse gemäß Aufgabenstellung 3.2.2, jedoch für Edelstahl als Spulenmaterial. Die Wärmeleitfähigkeit in Strömungsrichtung soll 0 sein, jedoch quer zur Strömungsrichtung (Kanalbreite) unendlich hoch.

#### Das Abkühlgesetz:



Nach Voraussetzung soll die Wärmeleitfähigkeit in  $x$ -Richtung 0 nach allen anderen Richtungen  $\infty$  hoch sein (kein Temperaturgradient). Wir schneiden aus einem Doppelpancake - gemäß Modell - ein differentielles Stück heraus und wenden den 1. Hauptsatz der Thermodynamik sowohl für das He-Gas als auch für die Spulenmasse an.

a) He-Gas:

(19)

$$T - T_g = c_1 \frac{\partial T_g}{\partial x}$$

mit der Abkürzung:  $C_1 = \frac{\dot{m}_{He} \cdot c_{He} \cdot L}{F \cdot \alpha}$

b) Spule:  $T - T_g = -C_2 \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}}$  (20)

mit

$$C_2 = \frac{M \cdot c(T)}{F \cdot \alpha}$$

Differenziert man Gleichung (20) nach  $x$ , so erhält man:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_g}{\partial x} = -C_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \tilde{r}}$$

oder aufgelöst nach  $\frac{\partial T_g}{\partial x}$ :

$$\frac{\partial T_g}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} + C_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \tilde{r}} \quad (21)$$

Andererseits folgt nach Gleichsetzen von Gleichung (19) und (20)

$$C_1 \frac{\partial T_g}{\partial x} = -C_2 \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} \quad (22)$$

Gleichung (21) in Gleichung (22) eingesetzt und vereinfacht, führt auf die gesuchte Beziehung

$$C_1 \frac{\partial T}{\partial x} + C_1 C_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x \partial \tilde{r}} + C_2 \frac{\partial T}{\partial \tilde{r}} = 0 \quad (23)$$

für die gesuchte Abhängigkeit der Spulentemperatur  $T$  von der Abkühlzeit  $\tilde{r}$  und der Ortskoordinate  $x$ . Die Nebenbedingungen lauten:

Anfangsbedingung:  $T = T_0$  für alle  $\tilde{r} = 0$  und die  
 Randbedingung:  $T = T_0 \cdot e^{-A\tilde{r}}$  für alle  $x = 0$ , wobei

$$A = \frac{\alpha \cdot F}{M \cdot c(T)}$$

d.h. die Randbedingung soll der Newton'schen Abkühlgleichung genügen.

Gleichung (23) ist eine partielle Differentialgleichung vom hyperbolischen Typus. Wegen der umfangreichen und schwierigen Auflösung wird der Lösungsweg in einer getrennten Arbeit [1] aufgezeigt.

Die Lösung wurde mit Hilfe des Charakteristiken-Verfahrens und unter Verwendung der Riemann'schen Integrationsmethode ermittelt. Sie lautet, den vorgenannten Nebenbedingungen angepaßt:

$$\bar{T}_{(x,t)} = \bar{T}_0 e^{-(hx+dt)} \left[ \int_0^{\frac{x}{h}} (2\sqrt{d h x t}) + h \int_0^{\frac{x}{h}} e^{-\int_0^{\xi} (2\sqrt{d h (\xi-x)(-t)})} d\xi \right. \\ \left. - (A-d) \int_0^t e^{-\int_0^{\eta} (2\sqrt{d h (-x)(\eta-t)})} d\eta \right] \quad (24)$$

wobei die Zeit  $\tilde{t}$  in dieser Gleichung mit  $t$  bezeichnet worden ist [1].

In unserem Falle ist  $A = d$  wegen der Randbedingung  $\bar{T} = \bar{T}_0 \cdot e^{-A\tilde{t}}$  für  $x = 0$ ; definitionsgemäß war

$$A = \frac{\alpha \cdot F}{M \cdot c(\bar{T})} \quad \text{und} \quad d = \frac{1}{c_2} = \frac{\alpha \cdot F}{M \cdot c(\bar{T})}$$

Somit entfällt der 3. Summand von Gleichung (24).

Nach entsprechender Normierung der Variablen  $x$  und  $\tilde{t}$ :

$$\bar{X} = h x = \frac{x}{c_1} \left[ \frac{m}{m} \right], \quad \text{da } h = \frac{1}{c_1};$$

$$\bar{X}_1 = h \xi = \frac{\xi}{c_1} \left[ \frac{1}{m} \right]$$

$$\bar{Y} = d \tilde{t} = \frac{\tilde{t}}{c_2} \left[ \frac{\text{sec}}{\text{sec}} \right], \quad \text{da } d = \frac{1}{c_2};$$

$$\bar{Y}_1 = d \cdot \eta = \frac{\eta}{c_2} \left[ \frac{1}{\text{sec}} \right]$$

erhält man als endgültiges Ergebnis die Gleichung:

$$\bar{T}_{(x,y)} = \bar{T}_0 e^{-(x+y)} \left[ \int_0^{\bar{X}} (2\sqrt{X Y}) + \int_0^{\bar{X}_1} (2\sqrt{Y(X-X_1)}) dX_1 \right] \quad (25).$$

Die analytisch geschlossene Lösung der Differential-Gleichung (25) ist wegen Vorhandenseins des noch verbleibenden Integrals numerisch ausgewertet worden und steht in Form eines Rechnerprogramms für beliebige Parameter zur Verfügung. Bei Ein- und Ausgabe der Daten ist lediglich darauf zu achten, daß normierte Größen verwendet werden. Sie sind bei der Auswertung auf die wahren Werte (Ort und Zeit) umzurechnen.

#### Zahlenmäßige Auswertung der Gleichung:

Unter Zuhilfenahme des oben erwähnten Rechnerprogrammes und mit Verwendung der in 3.2.2 angegebenen Eingabedaten wurden die Abkühlzeiten von 100 K - 54 K in Abhängigkeit von den bereits zitierten Gasdurchsätzen berechnet. Das Abkühlverfahren gleicht dem unter 3.2.2 angegebenen Prozeß: Gaseintrittstemperatur ist wiederum 90, 80, 70, 60 und 50 K. Es wird wieder so lange gekühlt, bis die Temperaturen am Kanalende (Spulenaus-tritt) 4 K über der Gaseintrittstemperatur liegen. Erst dann erfolgt Umschalten auf die nächst tieferliegende Temperaturstufe bis die Spulenmasse 54 K erreicht hat. Aus einem Grunde liefert das Edelstahlmodell pessimistischere Werte als das Kupfermodell: Während die Temperatur am Kanalende auf die erwähnte Temperaturdifferenz zwischen Gas und Spule von 4 K sinkt, hat der übrige Spulenkörper bereits Gaseintrittstemperatur angenommen, die aber im nächsten Berechnungsschritt nicht zugrunde gelegt wird; sondern es wird davon ausgegangen, daß beim nächsten Berechnungsschritt die neue Spulen-Ausgangstemperatur 4 Grad über der Gastemperatur liegt. Die berechneten Abkühlzeiten werden demnach etwas höher ausfallen, als sie in Wirklichkeit sind. Beiliegende Tabelle zeigt die Ergebnisse für die 5 Temperaturbereiche zwischen 100 und 54 K. Parameter war wiederum der Helium-Gasdurchsatz. Die Wärmeübergangszahlen waren vom Berechnungsweg 1 (Kupfer) übernommen worden. Die Computerergebnisse sind graphisch in den Abb. 11 a-e, 12 a-e, 13 a-e, 14 a-e, 15 a-e dargestellt.

Gesamtabkühlzeit  
(h) von 100 K  
bis 54 K:

Temperaturintervall [K]	100 - 94	94 - 84	84 - 74	74 - 64	64 - 54
Gaseintrittstemp. [K]	90	80	70	60	50

Abkühlzeit (h) bei 2664 Nm<sup>3</sup>/h  
Gasdurchsatz (bezogen auf  
40 Spulen)

"	2,0	+ 1,75	+ 1,60	+ 1,30	+ 1,00	= 7,65	
"	2,32	+ 2,20	+ 1,85	+ 1,60	+ 1,30	= 9,30	
"	1598	+ 3,00	+ 2,80	+ 2,60	+ 2,10	+ 1,70	= 12,20
"	1065	+ 4,70	+ 4,10	+ 3,80	+ 3,0	+ 2,40	= 18,00
"	800	+ 6,20	+ 5,45	+ 4,80	+ 4,0	+ 3,25	= 23,70

Die Abkühlkurve ist als Kurve B in Abb. 9 eingetragen.

#### Diskussion der Ergebnisse:

Als wichtigstes Ergebnis dieser Berechnung muß festgehalten werden, daß für Metalle mit kleineren Wärmeleitahlen in Strömungsrichtung grundsätzlich kürzere Abkühlzeiten zu erzielen sind als für Metalle mit höheren Werten. Der Grund liegt in der besseren Ausnützung des Temperaturgradienten während des Abkühlvorganges zwischen Gas und Spule. Von dieser Tatsache macht man schon seit langem im Regeneratorenbau Gebrauch. Die Tendenz geht eindeutig aus der Lage der Kurve B in Abb. 9 hervor. Der verhältnismäßig geringe Abstand zu Kurve A und der ähnliche Verlauf beider Kurven (Zeitdifferenz durchschnittlich 2 Stunden) zeigen außerdem, daß die Rechenergebnisse im Prinzip richtig sein müssen, - wenn sie auch nur Größenordnungen festlegen können. Die wahre Abkühlzeit (Kurve C) muß voraussetzungsgemäß zwischen Kurve A und Kurve B liegen.

Ein Gesamt-Gasdurchsatz von  $2600 \text{ Nm}^3/\text{h}$ , bezogen auf alle 40 Spulen, bedingt demnach eine Abkühlzeit von ca. 8 bis 9 Stunden, während man ca. 20 Stunden benötigt, wenn der Durchsatz auf  $1000 \text{ Nm}^3/\text{h}$  reduziert wird. Die Abhängigkeit zwischen Abkühlzeit und Gasdurchsatz ist also für beide Materialien (Kupfer und Edelstahl) nicht linearer Art, wie man aus dem Kurvenverlauf ersehen kann. Darauf wird man bei der Auswahl des Refrigerators zu achten haben. Außerdem zeigt der Kurvenverlauf, wie die Abkühlung der Apparatur über den Gasdurchsatz gesteuert werden kann.

Die dem Temperatur- und Durchsatzbereich zugrunde liegende Refrigeratorleistung liegt zwischen 1500 W und 5000 W, bezogen auf alle 40 Spulen, ohne Berücksichtigung der Verluste durch Strahlung und Leitung.

#### 4. Zusammenfassung

Verschiedene Kühlverfahren wurden im Hinblick auf ihre Eignung zur schnellen, schonenden und wirtschaftlichen Abkühlung der supraleitenden Spulen für den Stellarator W VII untersucht. Es stellte sich heraus, daß zwischen 300 K und 100 K Strahlungs- und Konvektionskühlung zweckmäßig sind, wobei  $\text{LN}_2$  die Kälteversorgung übernehmen kann. Ab 100 K bis 50 K sollte über den Refrigerator allein weitergekühlt werden, und unter 50 K könnte mit LHe die Restkühlung vollzogen werden.

Abkühlungsberechnungen wurden durchgeführt für die reine Strahlungskühlung zwischen 300 K und 150 K, deren Ergebnisse durch eigene Experimente untermauert wurden, sowie für die reine Konvektionskühlung mit Heliumgas zwischen 100 K und 50 K. Hierbei werden einmal  $\lambda = \infty$  bzw.  $\lambda = 0$  für das Spulenmaterial in Strömungsrichtung angenommen. Die Ergebnisse berücksichtigen ferner verschiedene Gasdurchsätze, da nicht bekannt war, mit welchen Refrigeratorleistungen bei diesen Temperaturen gerechnet werden kann.

Literaturverzeichnis

- 1 . H. Preis: Die analytische Lösung einer partiellen Differentialgleichung vom hyperbolischen Typus, IPP 4/89)
- 2 E. Schmidt: Thermodynamik, Springer-Verlag, 1960
- 3 Clark-Kays: Laminar-Flow-Forced Convection in Long Rectangular Tubes  
TASME 75 (1953), S. 859-866

Formelzeichen

c	Spez. Wärme (kcal/kg K)
$d_h$	hydraul. Durchmesser (m)
F	Austauschfläche: Heliumgas - Metalloberfläche ( $m^2$ )
L	Kanallänge der gestreckten Spulenhälfte (m)
M	Masse (kg)
$\dot{m}_{He}$	Helium-Massendurchsatz (kg/h)
Q	Wärmemenge (kcal)
$\dot{Q}$	Wärmeleistung (kcal/h)
T	absolute Temperatur (K)
x	Längskoordinate
$\alpha$	Wärmeübergangszahl ( $kcal/m^2 \text{ hk}$ )
$\lambda$	Wärmeleitfähigkeit ( $kcal/m \text{ hk}$ )
$\rho$	Dichte ( $kg/m^3$ )
$\epsilon$	Emissionszahl ( - )
$\tau$	Zeit (h)

Indices

o	Anfangswert
g	Gas
a	Austritt
e	Eintritt

Kennzahlen

Nu	Nusseltzahl
Pr	Prandtl-Zahl
Re	Reynold'sche Zahl

aus Eedelstahl

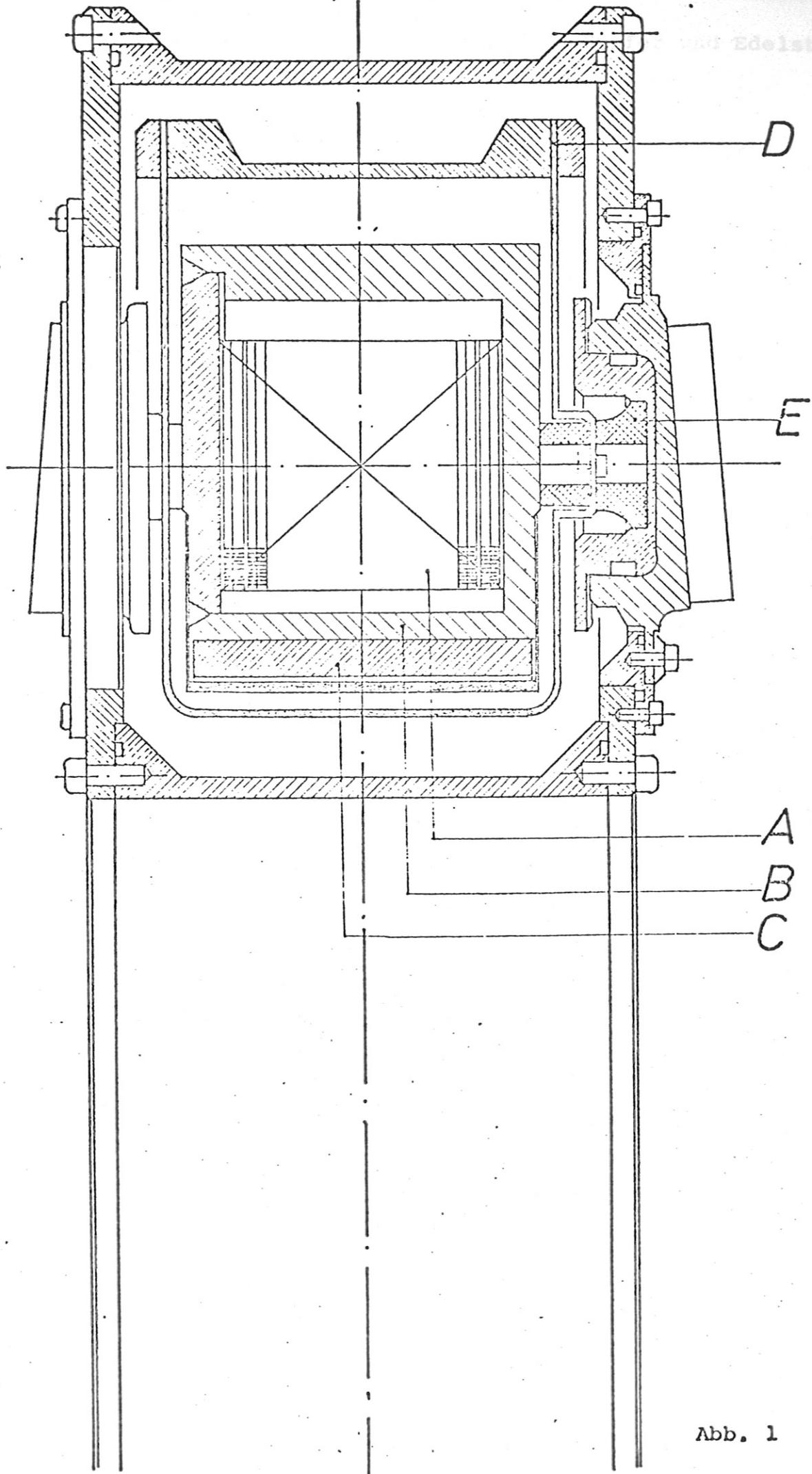


Abb. 1

Abb. 2 Thermische Ausdehnung von Kupfer und Edelstahl

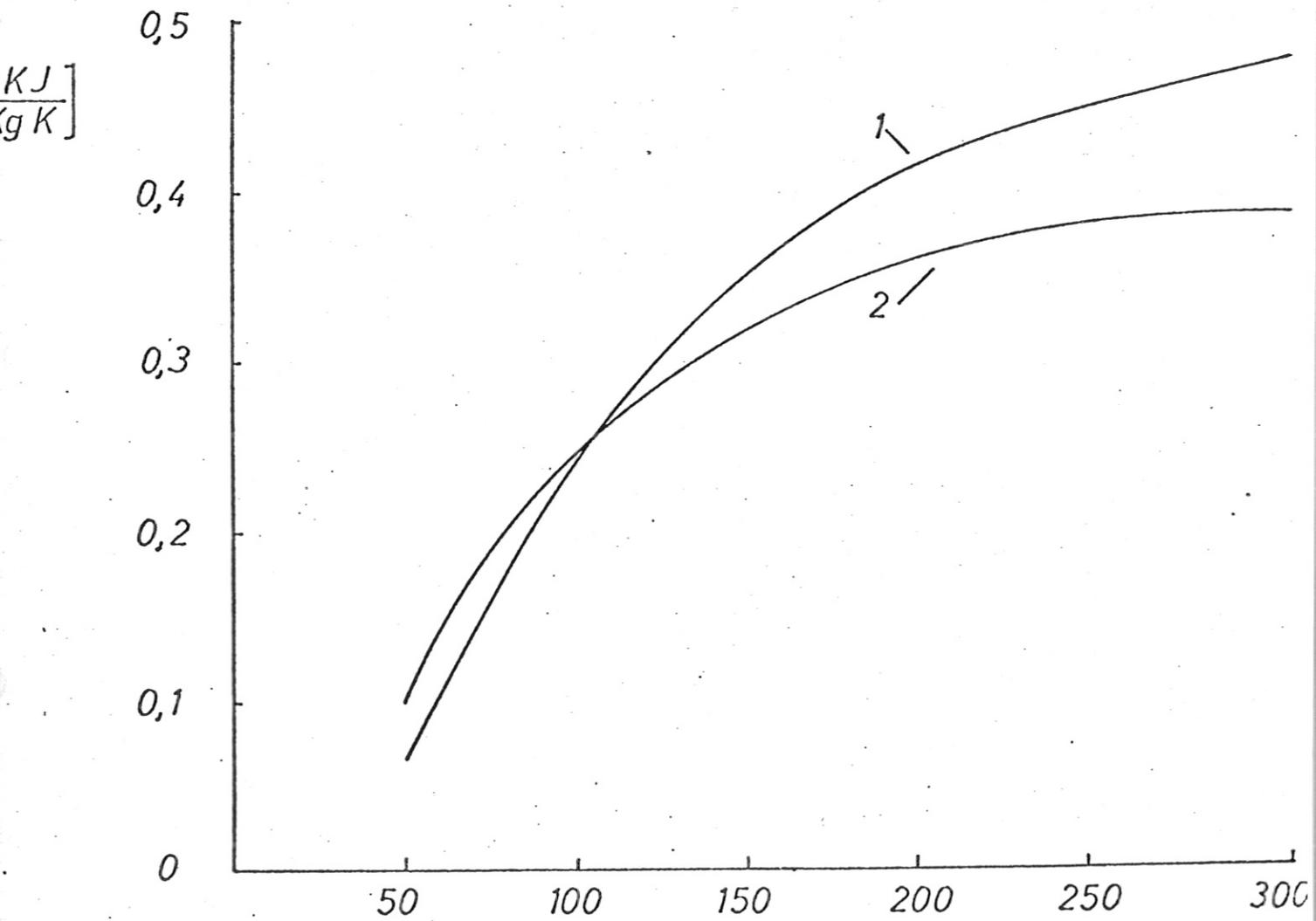
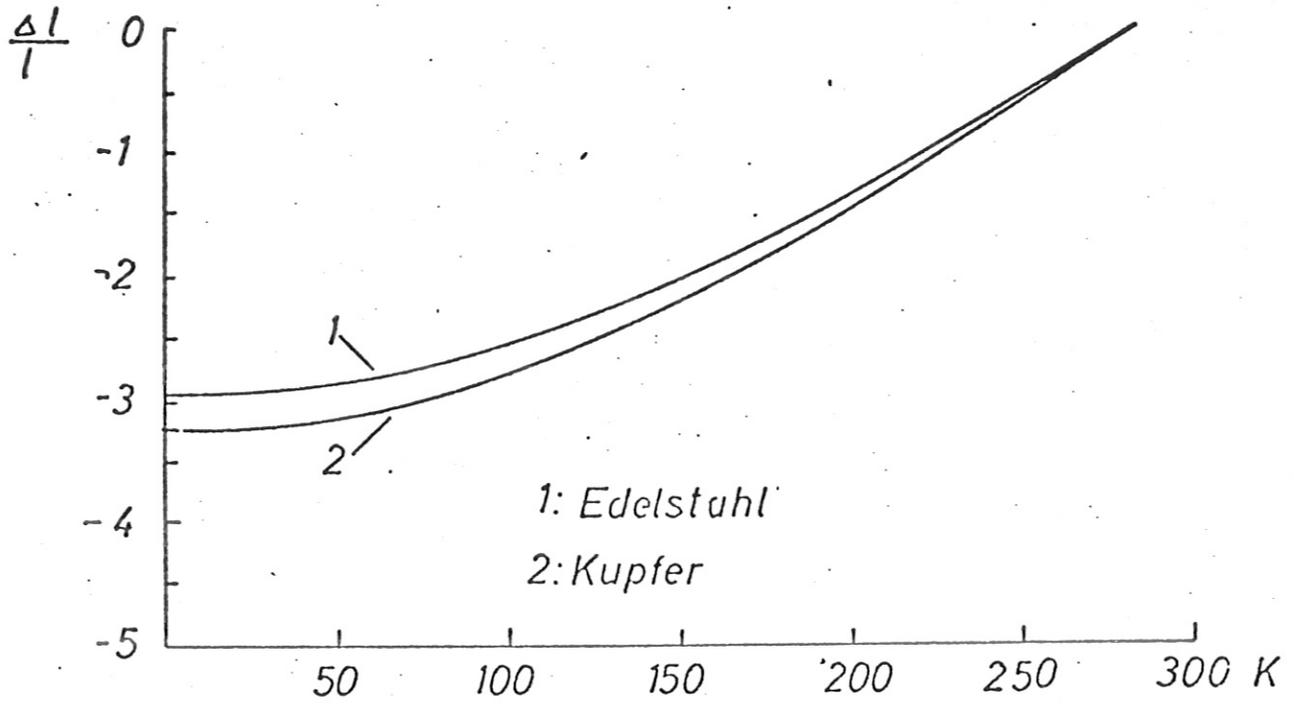


Abb. 3 Spez. Wärmen von Kupfer und Edelstahl

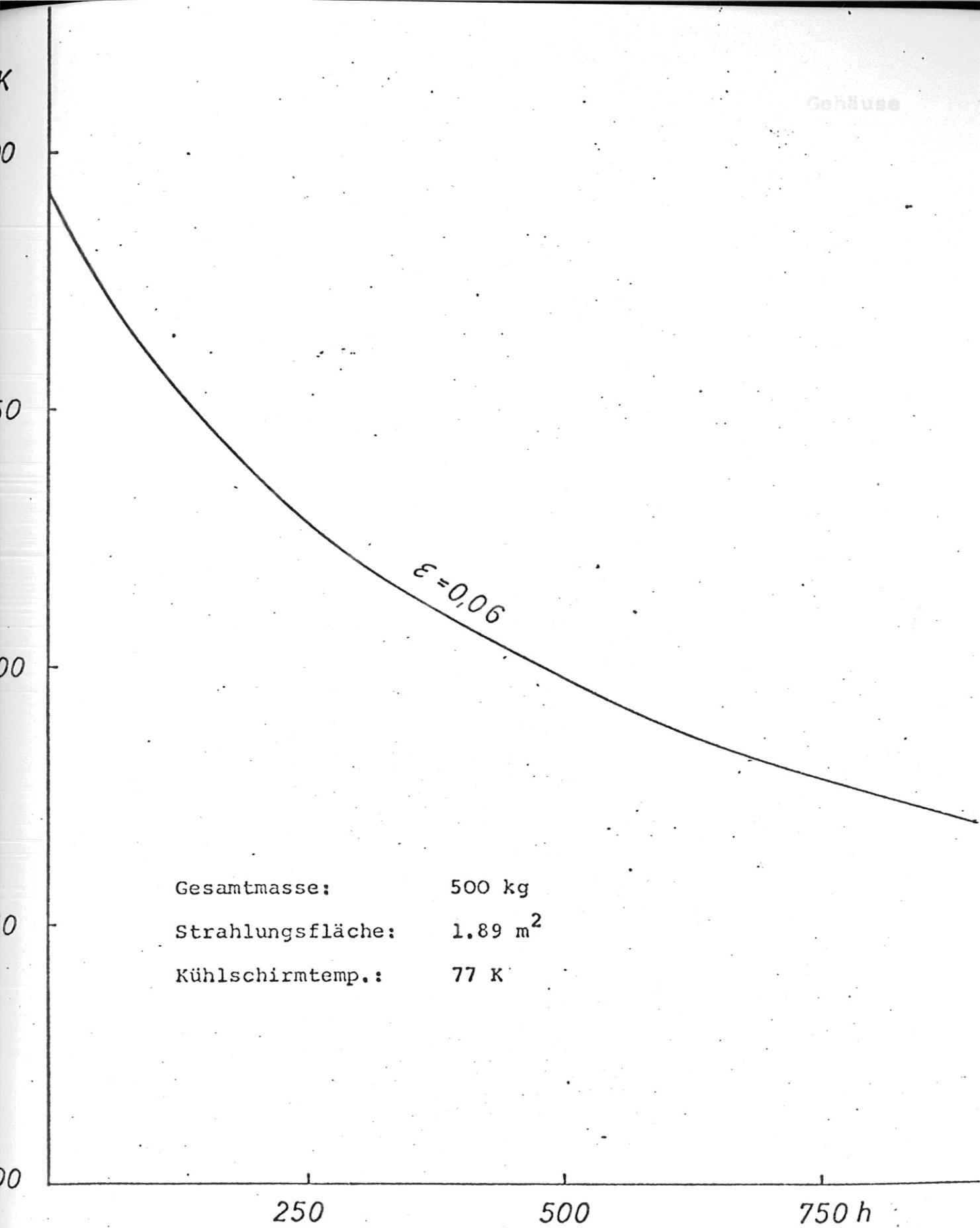
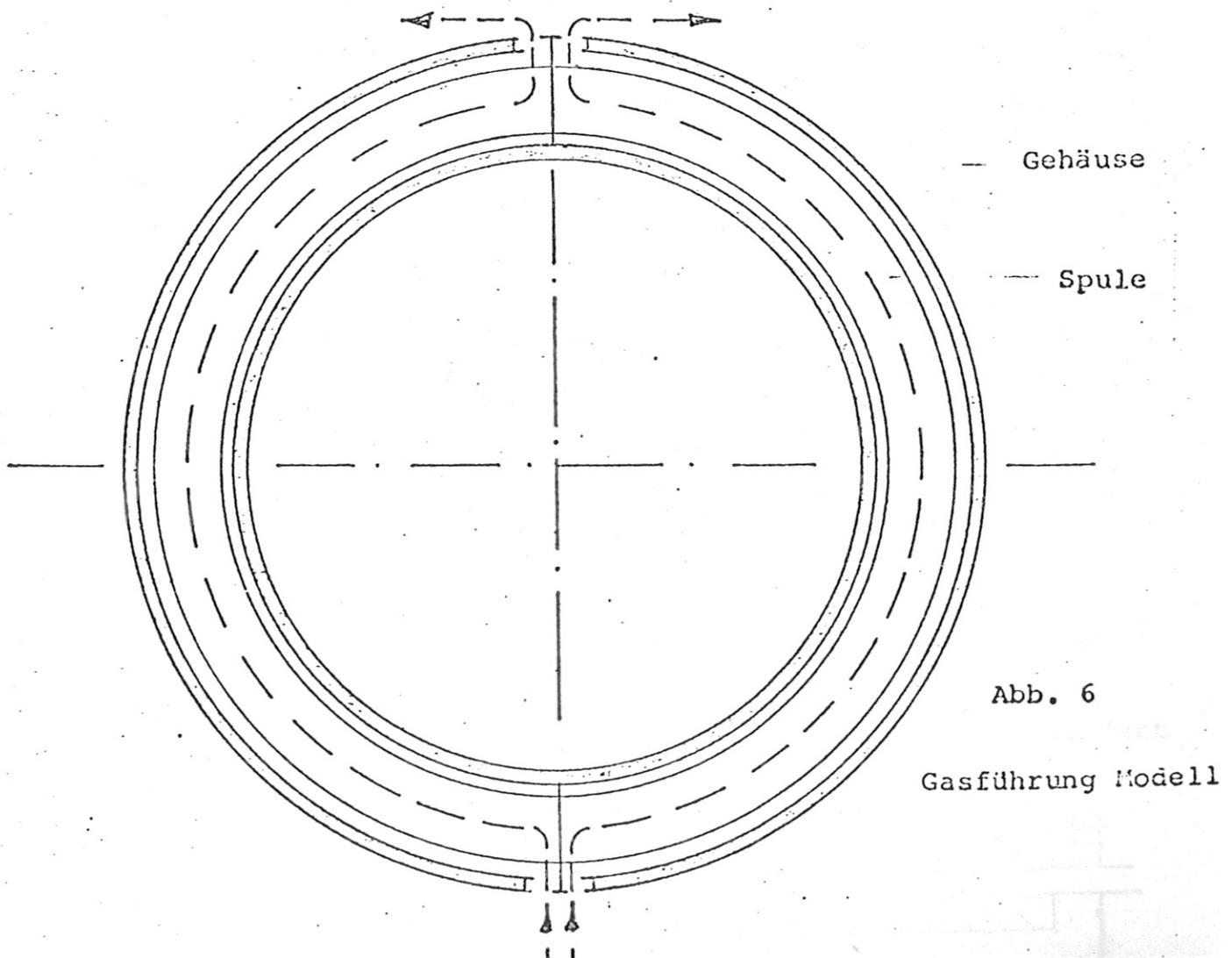
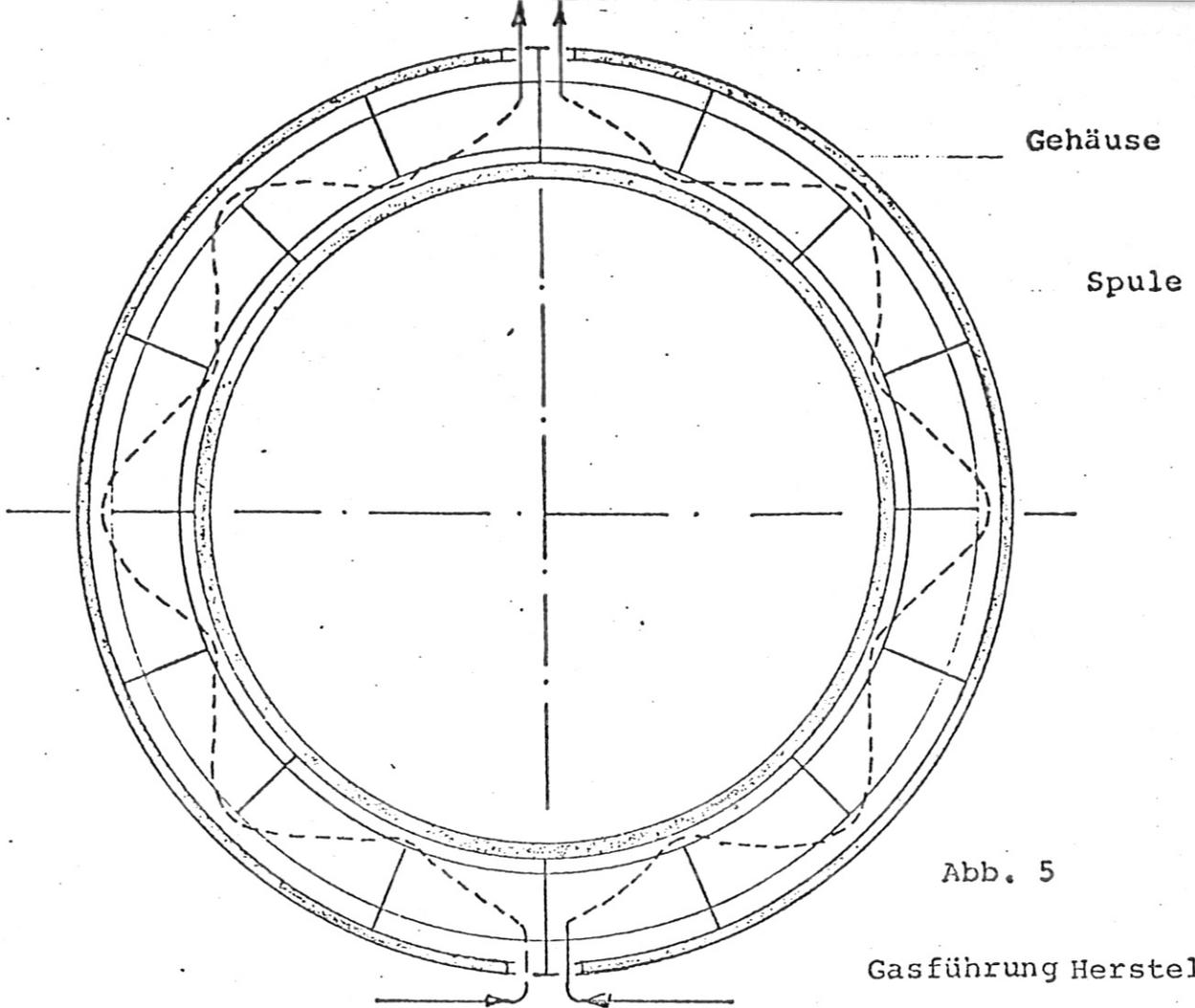


Abb. 4 Strahlungskühlung; Abkühlzeit als Funktion der Spulentemperatur



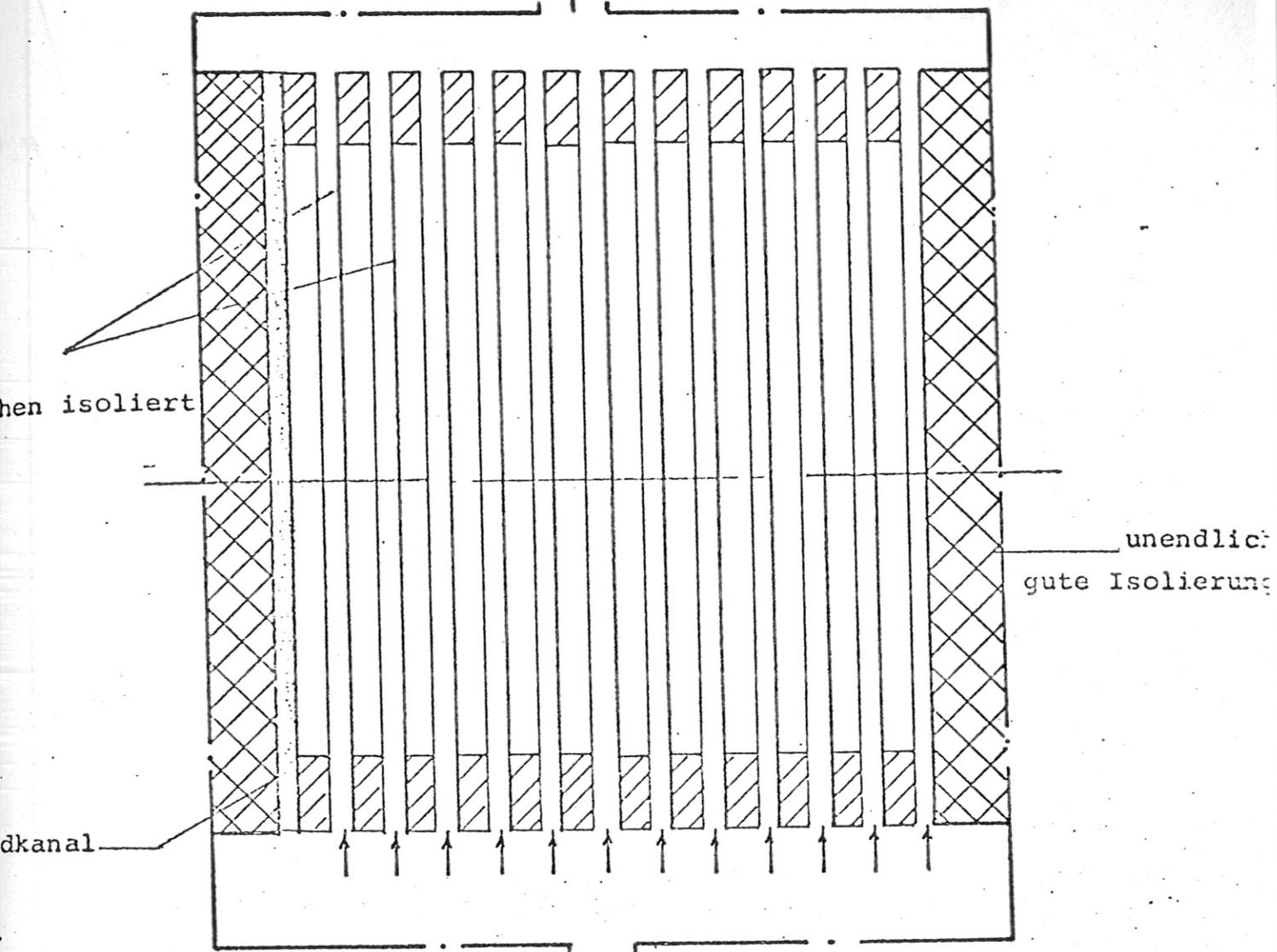
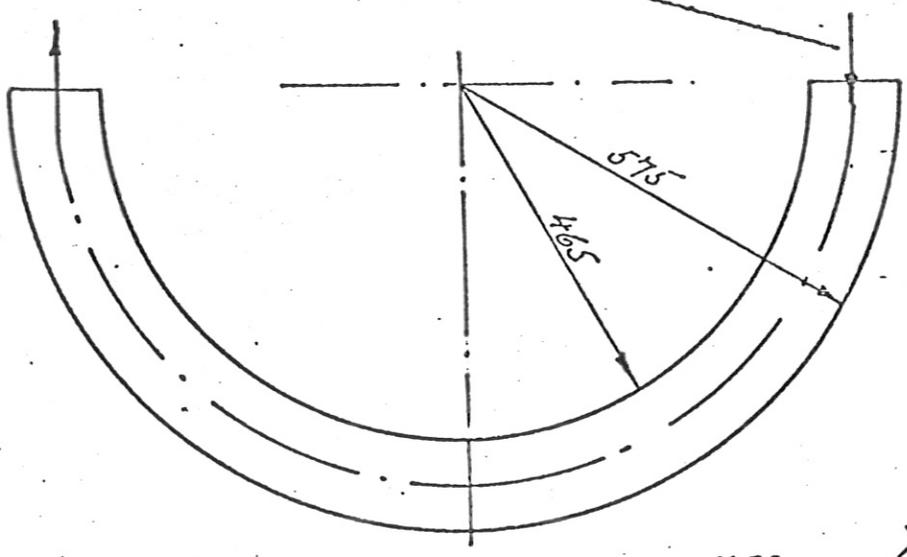


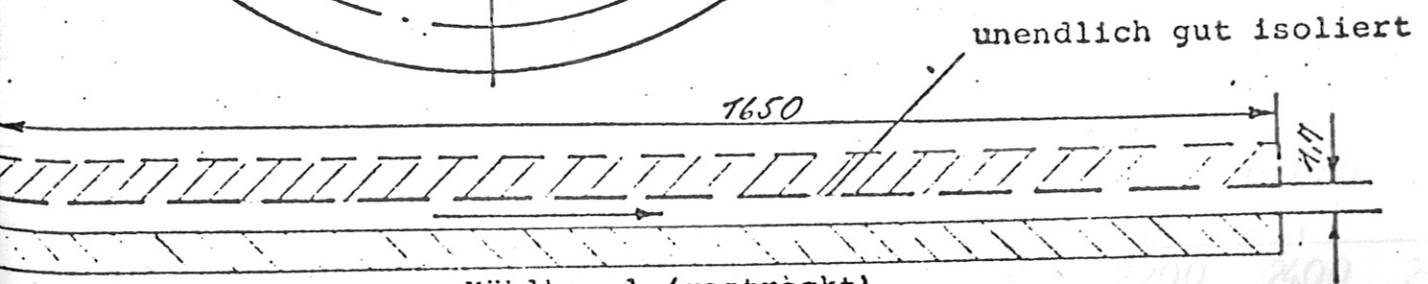
Abb. 7 Modell der Spuleneinheit für konv. Wärmeaustausch (12 D.P.C; 12 Kühlkanäle)

He-Gaszufuhr



Hälfte eines D.P.C.

Abb. 8 Kühlkanal (Modell für Abkühlgesetz)



unendlich gut isoliert

1650

140

Abb. 9 Abkühlzeit als Funktion des Gasdurchsatzes,  
um 40 Spuleneinheiten à 500 kg von 100 K auf  
54 K abzukühlen.

- Kurve A = Kupfer
- Kurve B = Edelstahl
- Kurve C = interpoliert

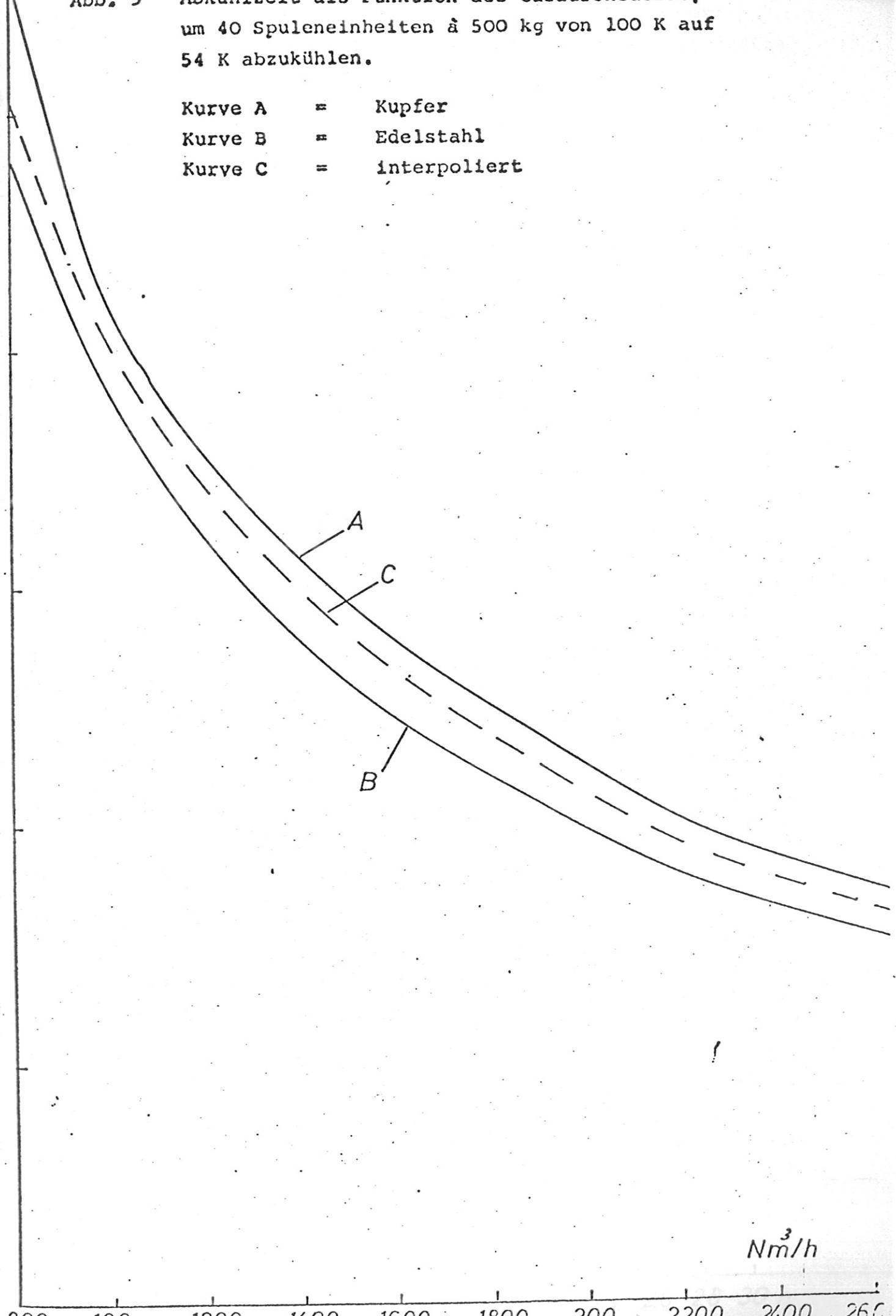


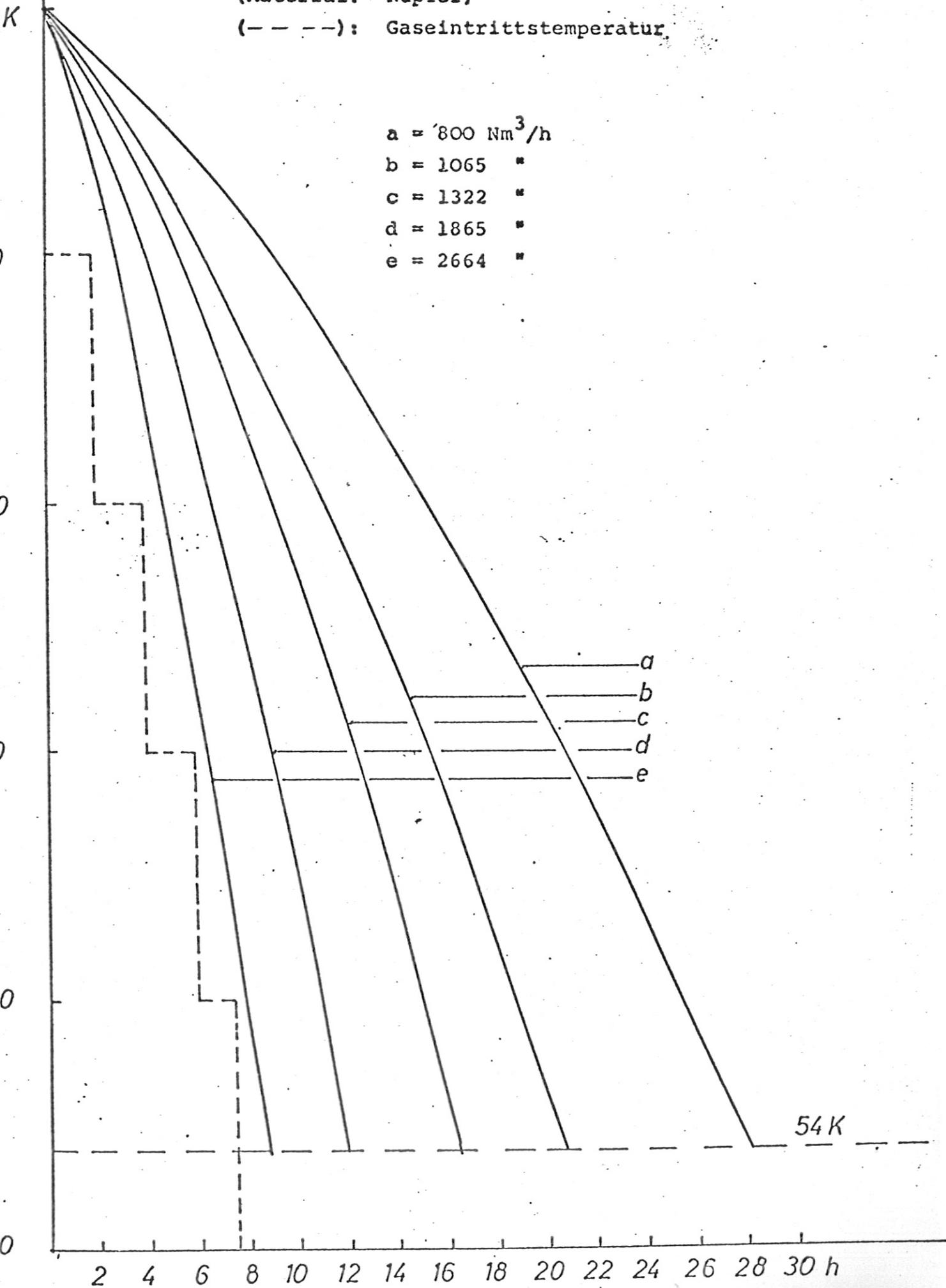
Abb. 10

Abkühlzeit der 40 Spulen als Funktion der Spulentemperatur für verschiedene Gasdurchsätze

(Material: Kupfer)

(---): Gaseintrittstemperatur

- a = 800 Nm<sup>3</sup>/h
- b = 1065 "
- c = 1322 "
- d = 1865 "
- e = 2664 "



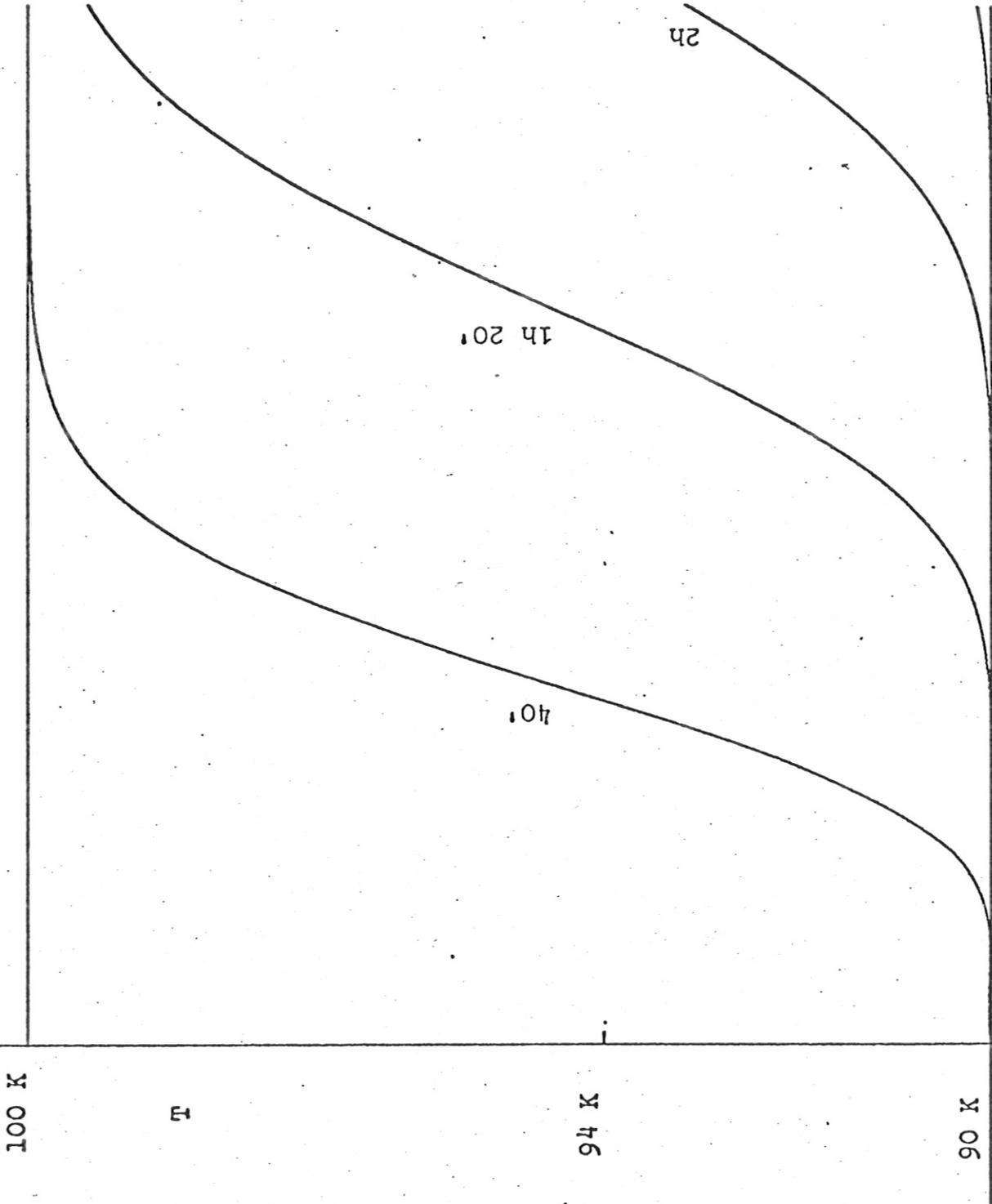


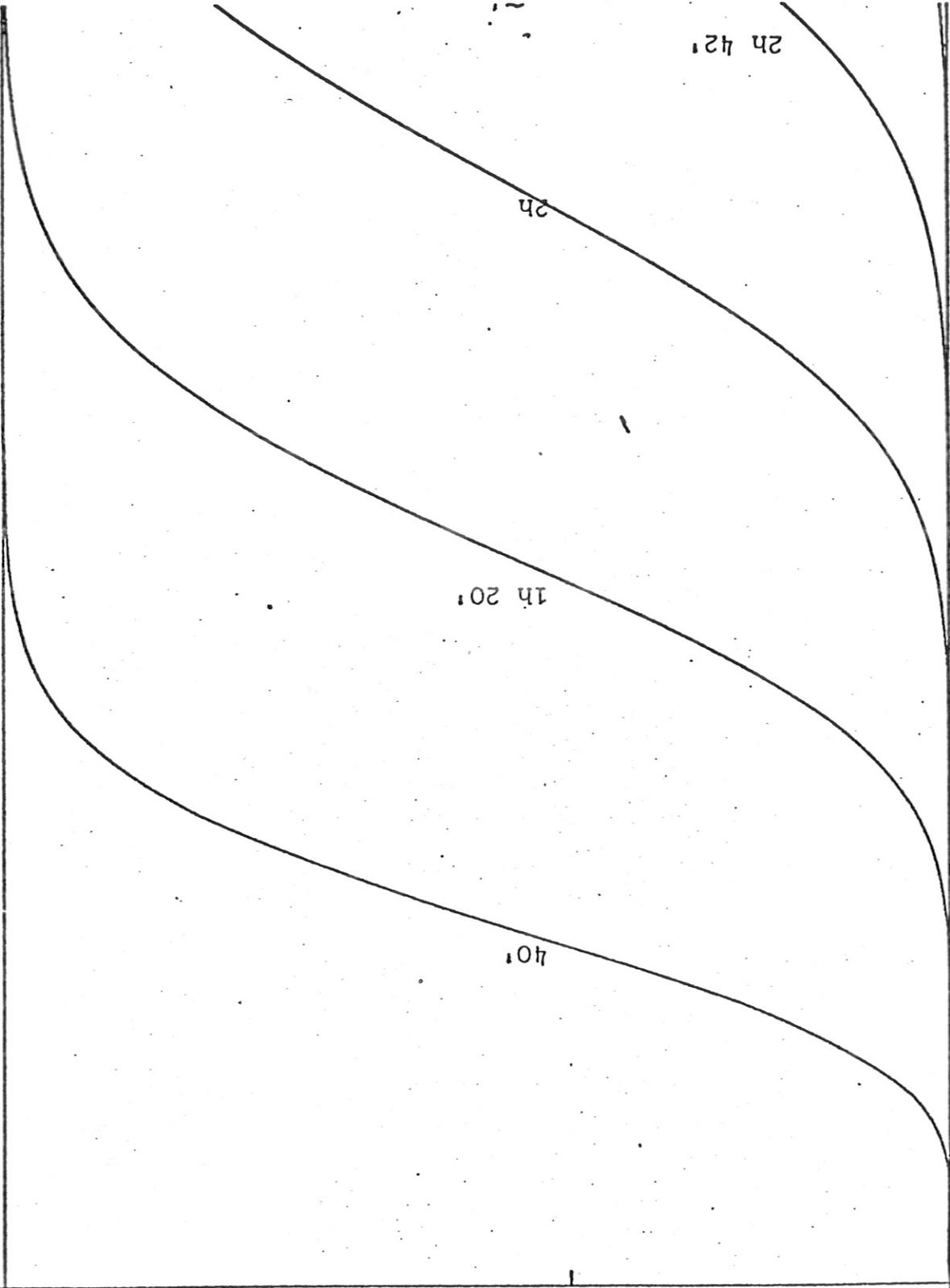
Abb. 11a Gesamtgasdurchsatz:  $2664 \text{ Nm}^3/\text{h}$   
1650 mm  
(Kanallänge)

100 K

T

94 K

90 K



2h 42'

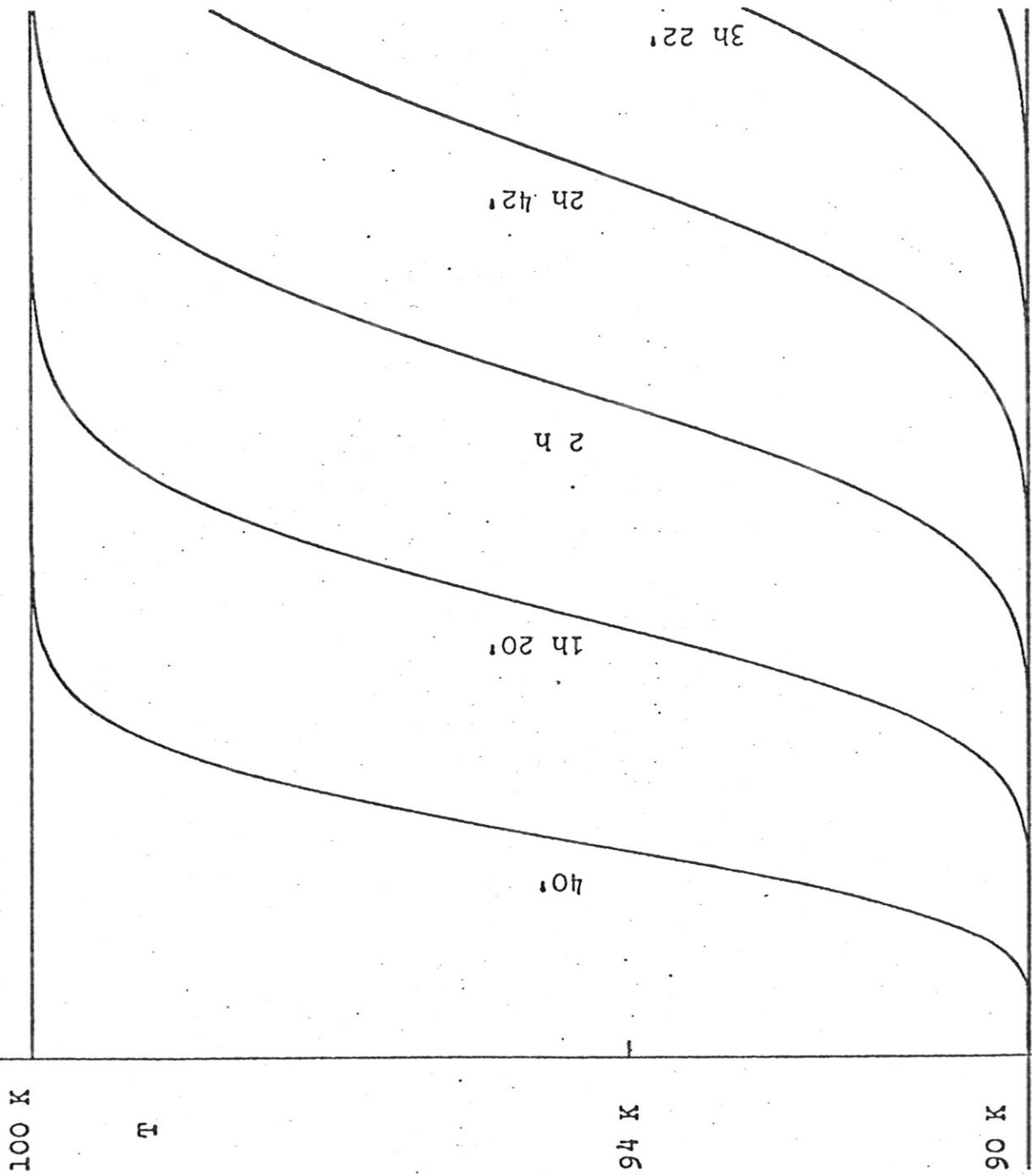
2h

1h 20'

40'

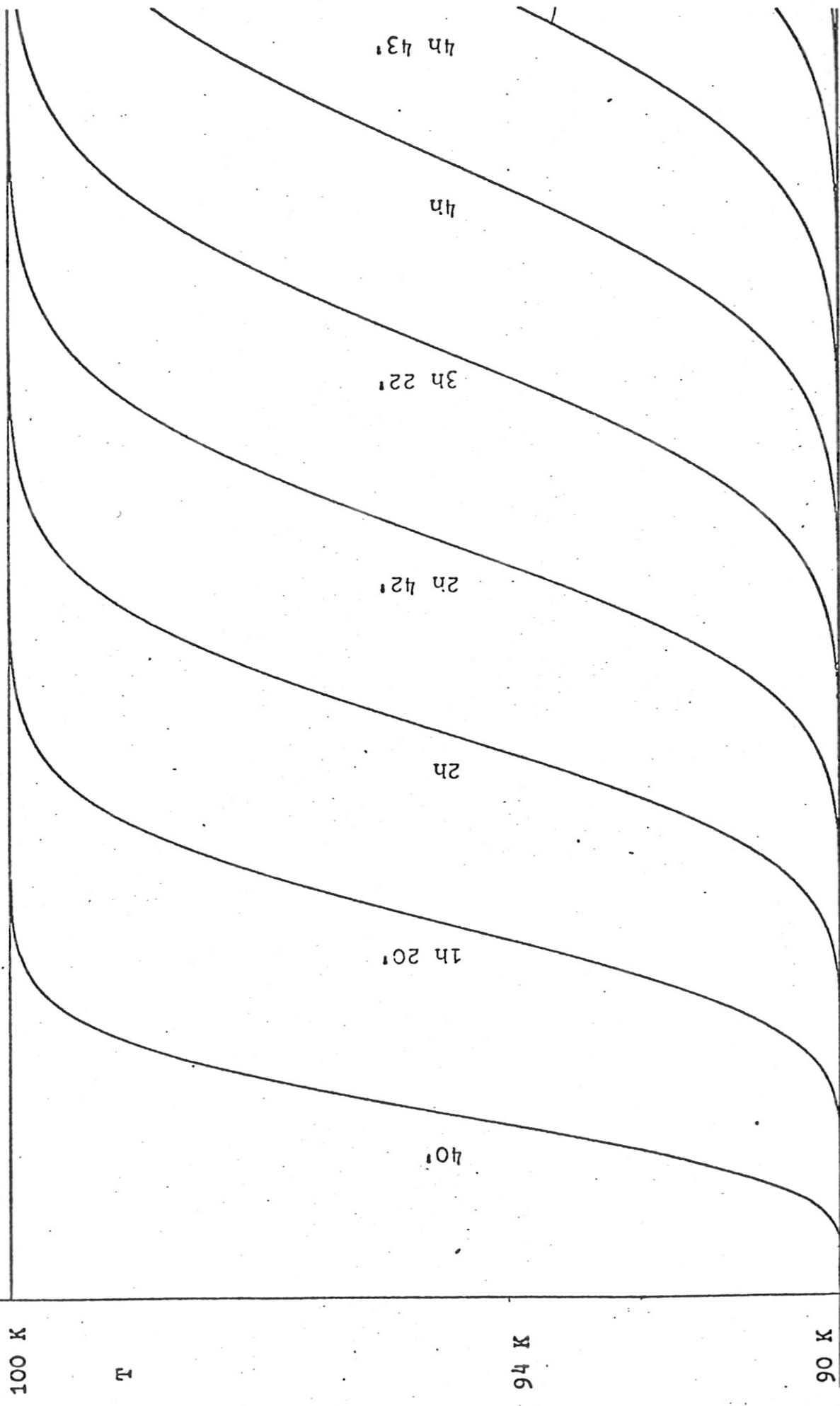
1650 mm

Abb. 11b Gesamtgasdurchsatz: 2131 Nm<sup>3</sup>/h



1650 mm

Abb. 11c Gesamtgasdurchsatz: 1598 Nm<sup>3</sup>/h



1650 mm

Abb. 11d Gesamtgasdurchsatz: 1065 Nm<sup>3</sup>/h

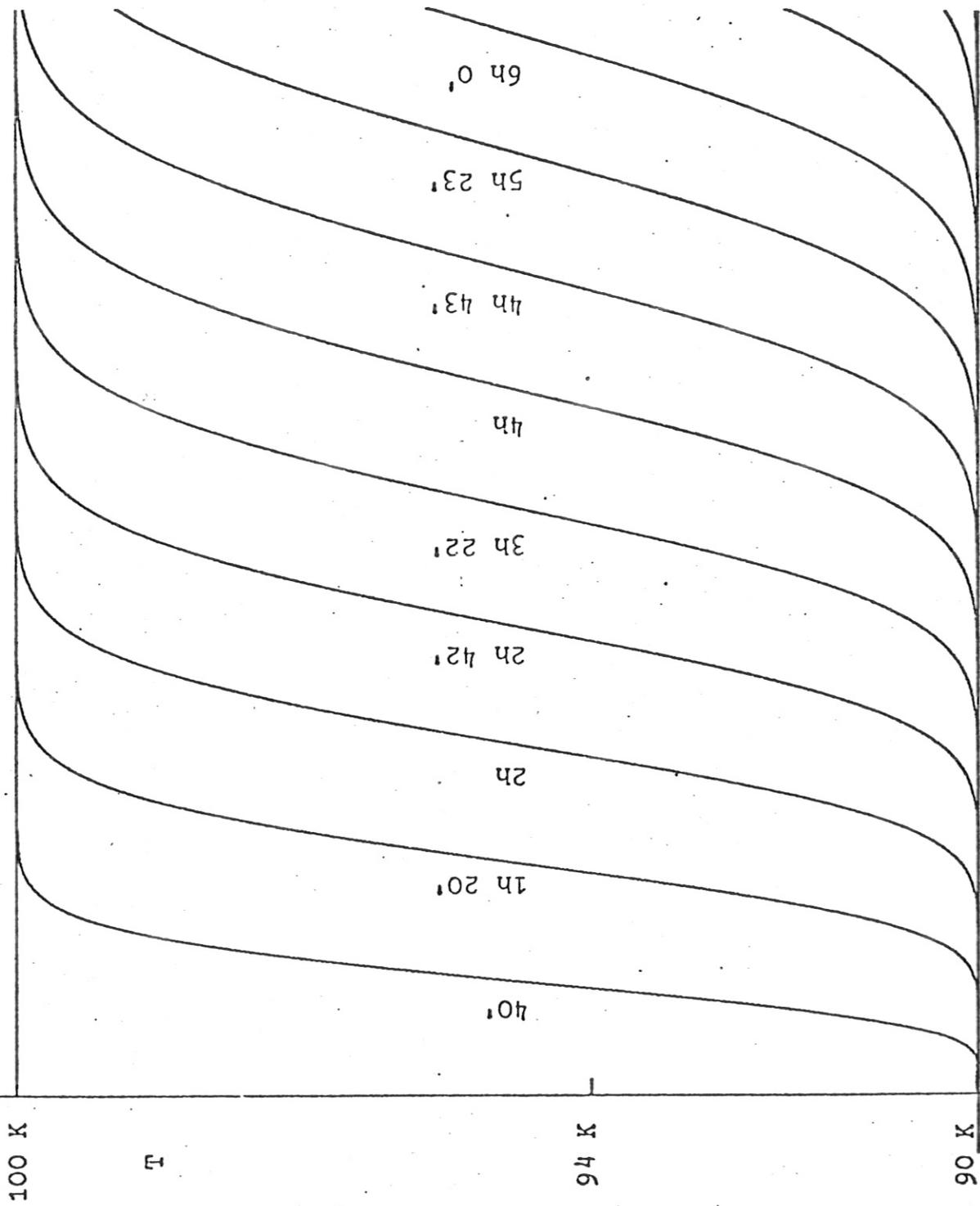


Abb. 11e Gesamtgasdurchsatz:  $800 \text{ Nm}^3/\text{h}$  1650 mm

94 K

T

84 K

80 K

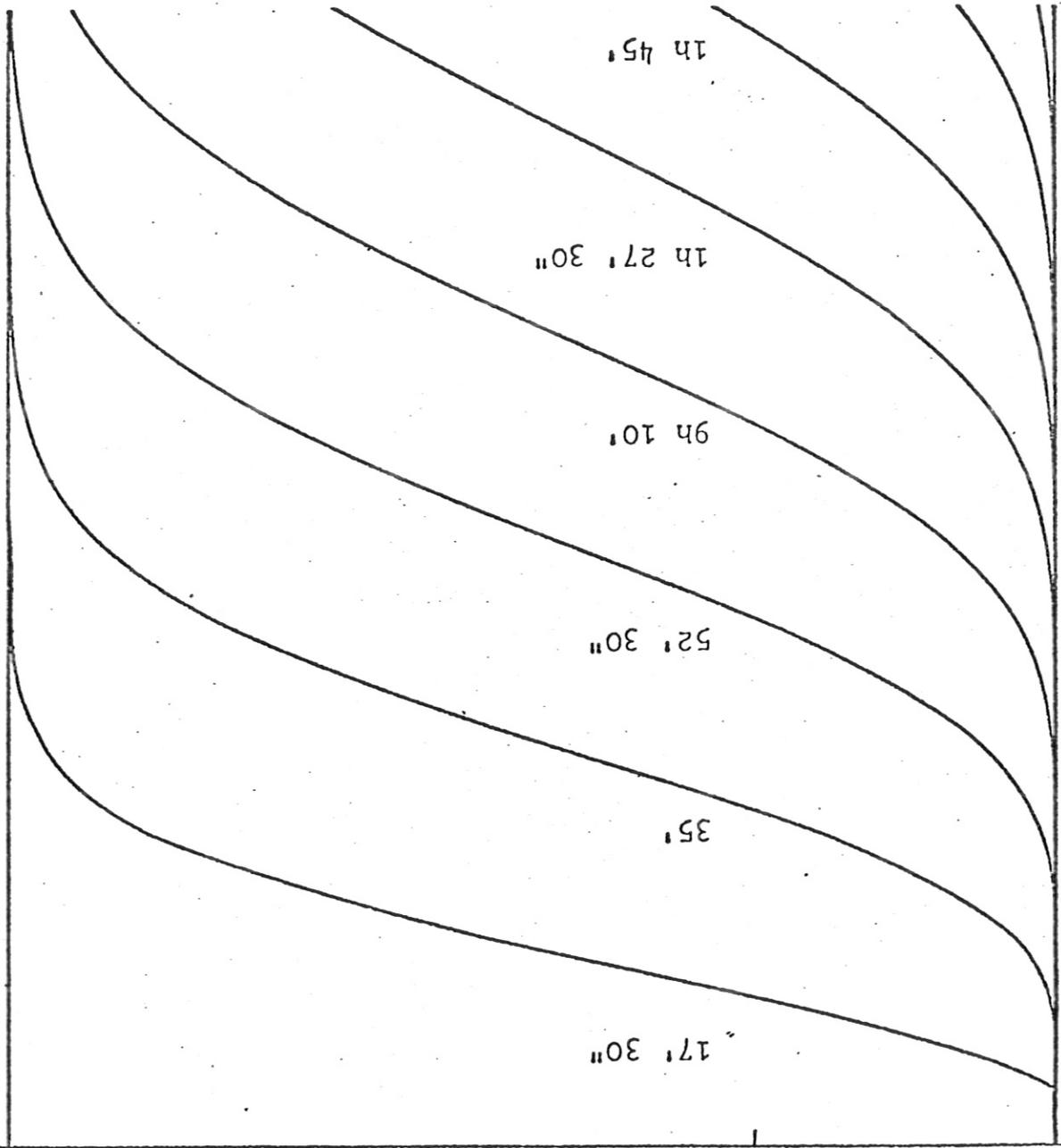


Abb. 12a Gesamtdurchsatz: 2669 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm

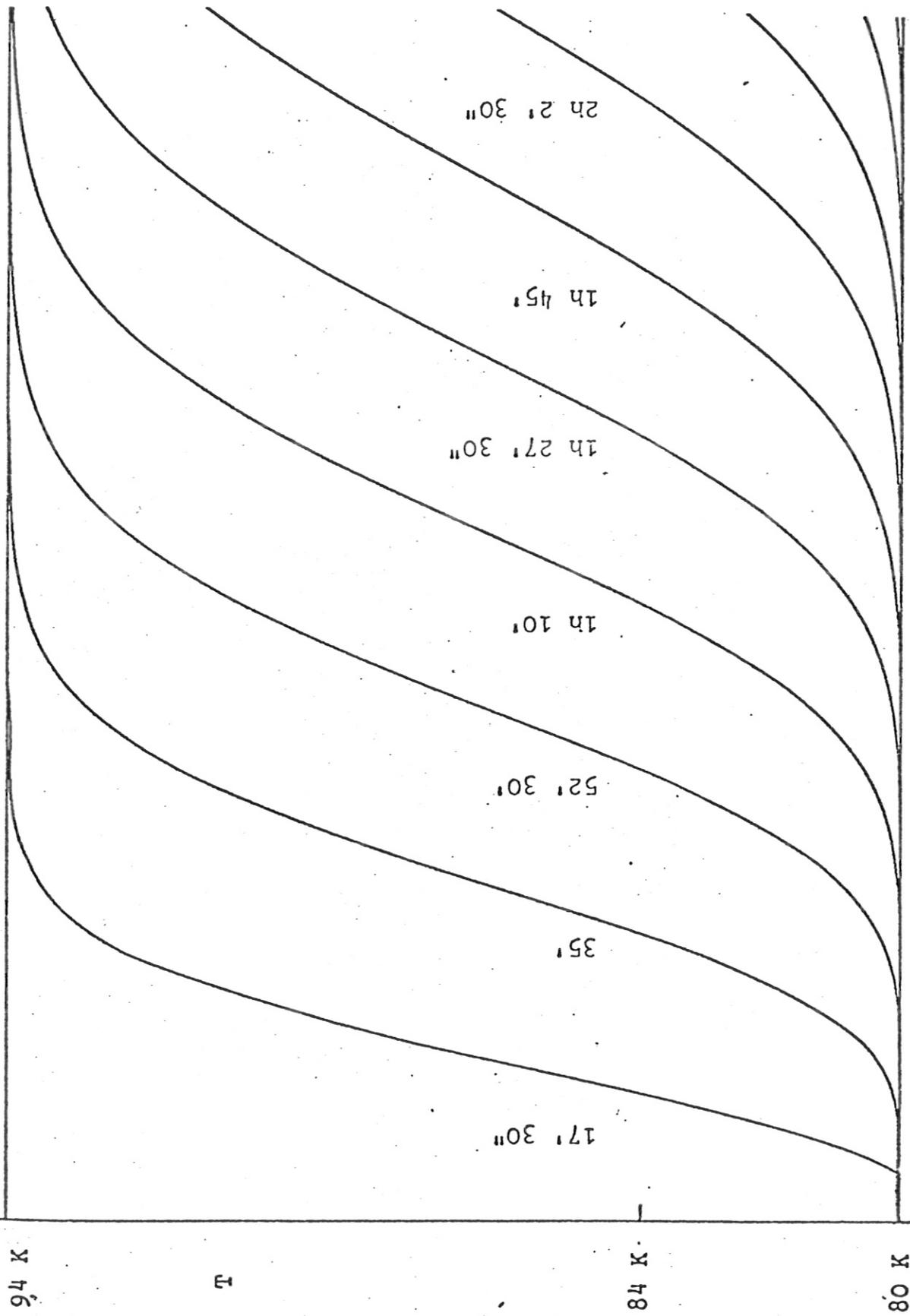


Abb. 12b Gasdurchsatz: 2131 Nm<sup>3</sup>/h 1650 mm 1650 mm

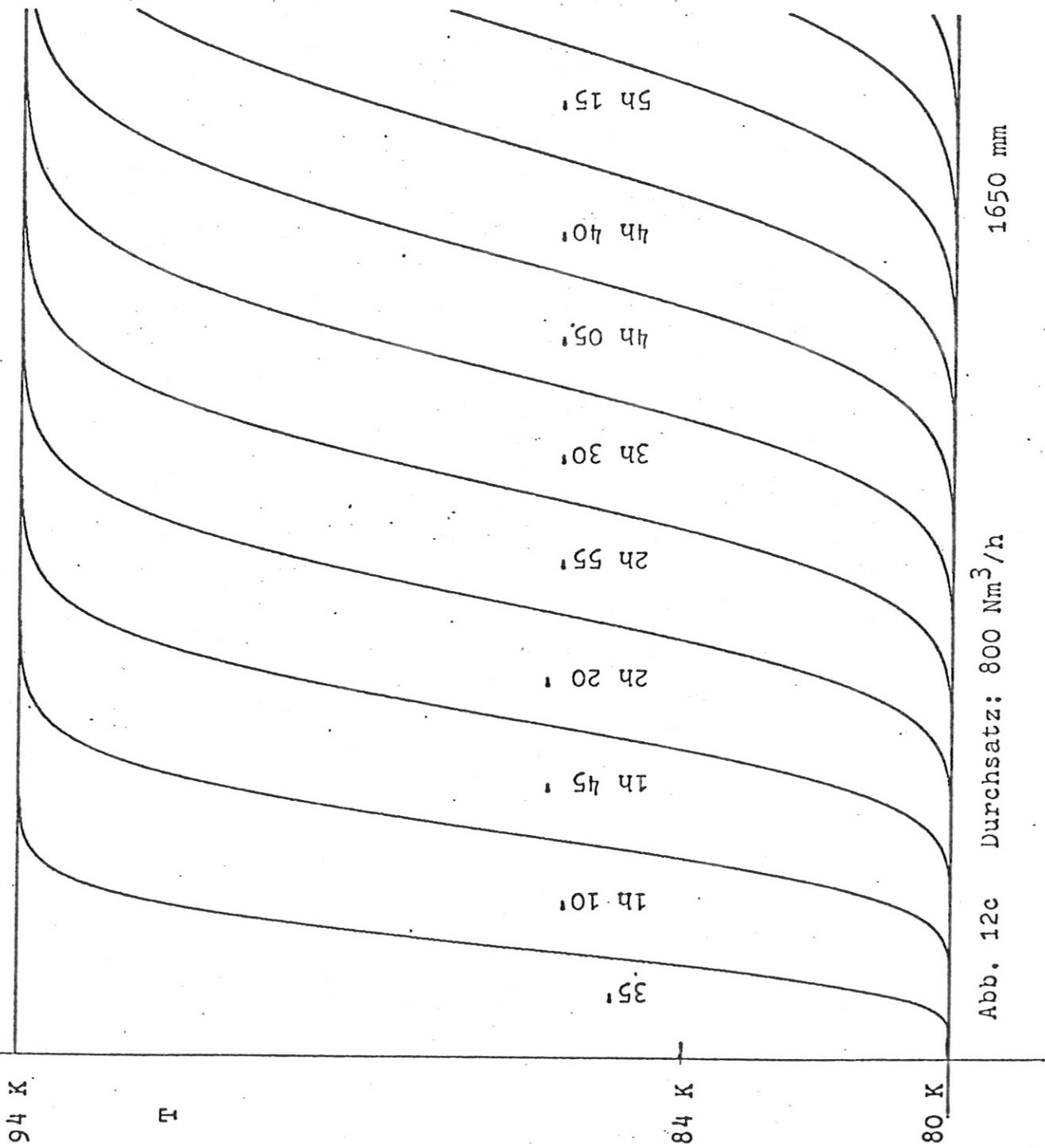
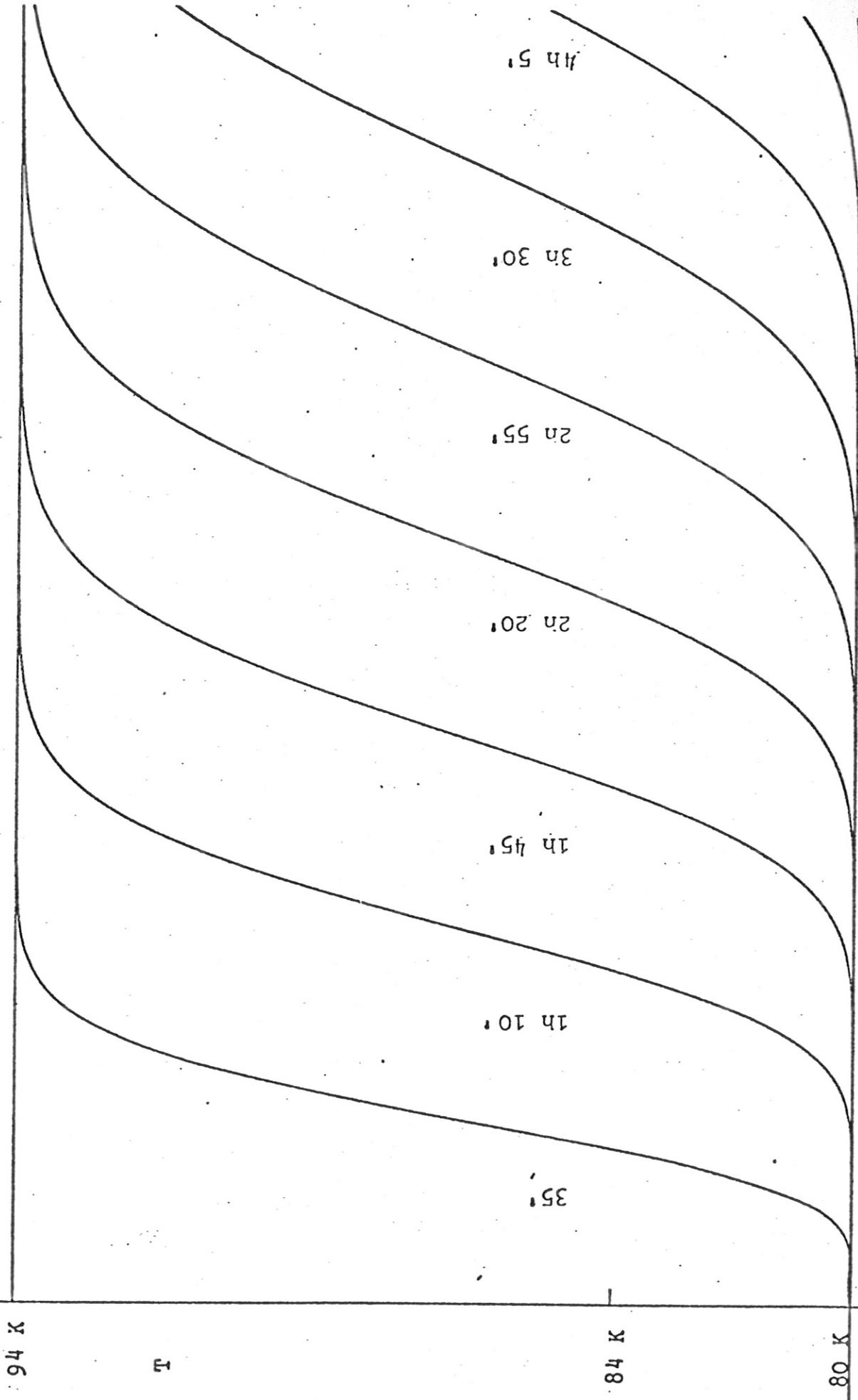


Abb. 12c Durchsatz:  $800 \text{ Nm}^3/\text{h}$  1650 mm



1650 mm

Abb. 12d Gasdurchsatz: 1065 Nm<sup>3</sup>/h

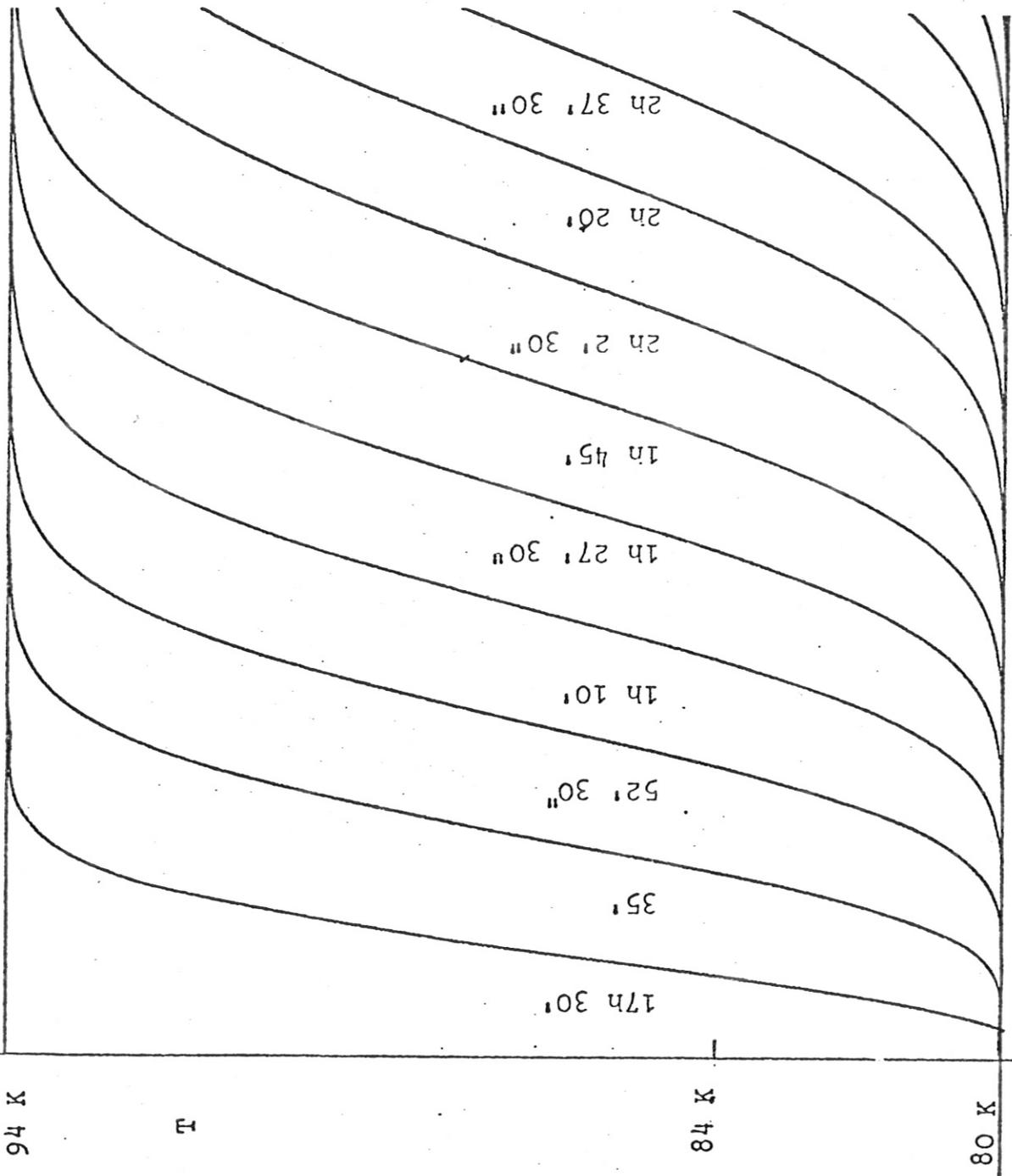


Abb.12e Gasdurchsatz: 1598 Nm<sup>3</sup>/h L=1650 mm

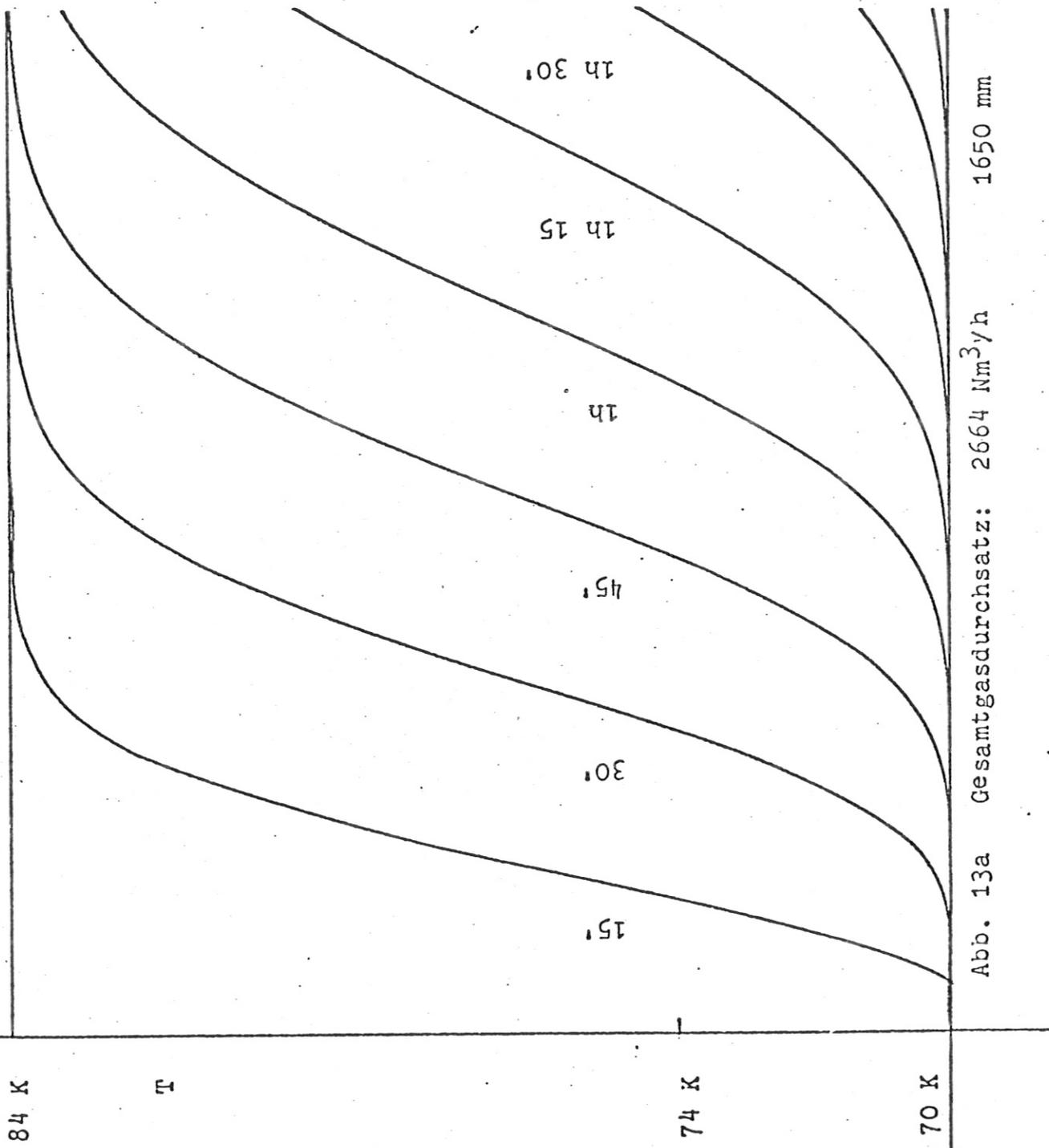


Abb. 13a Gesamtgasdurchsatz:  $2664 \text{ Nm}^3/\text{h}$  1650 mm

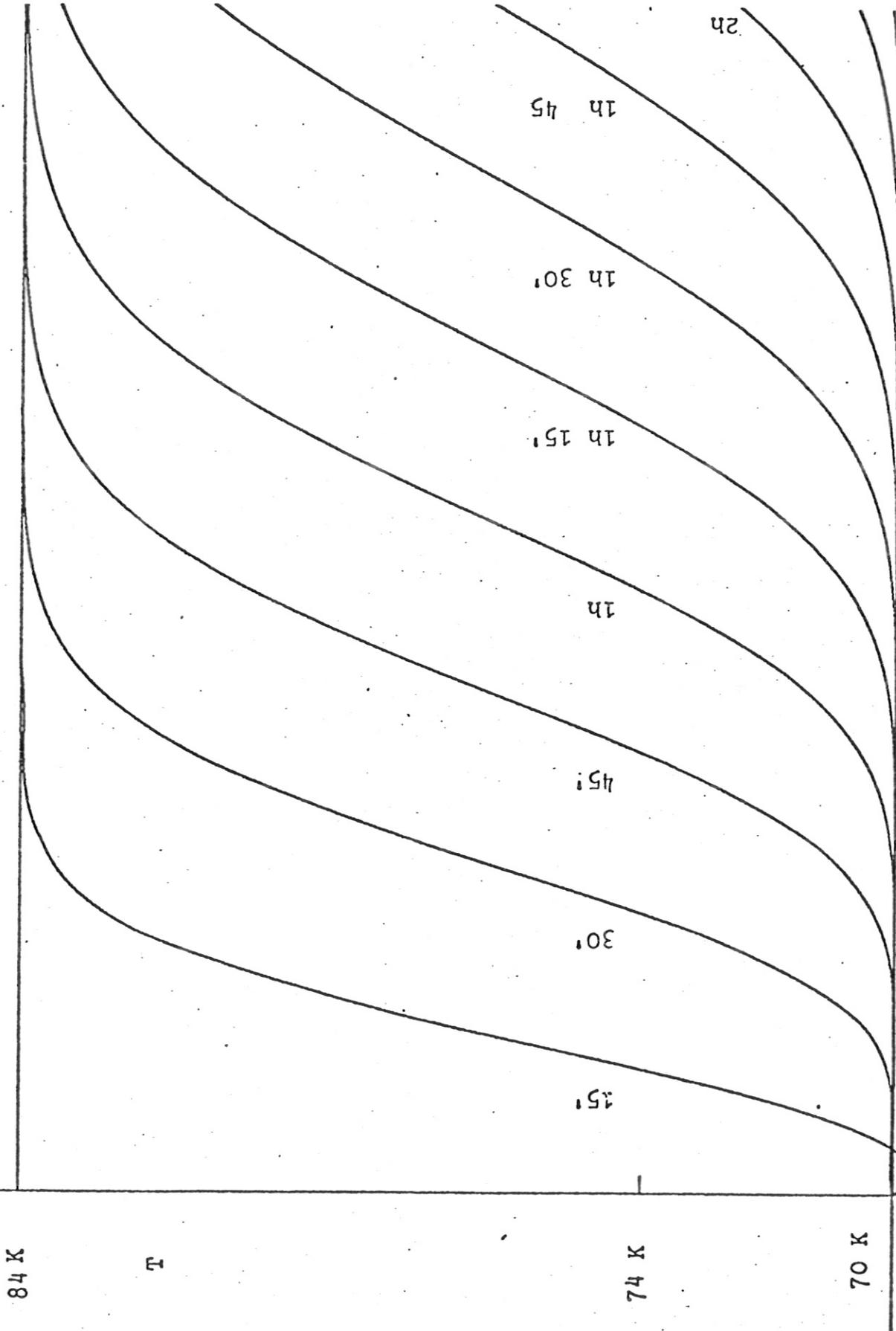
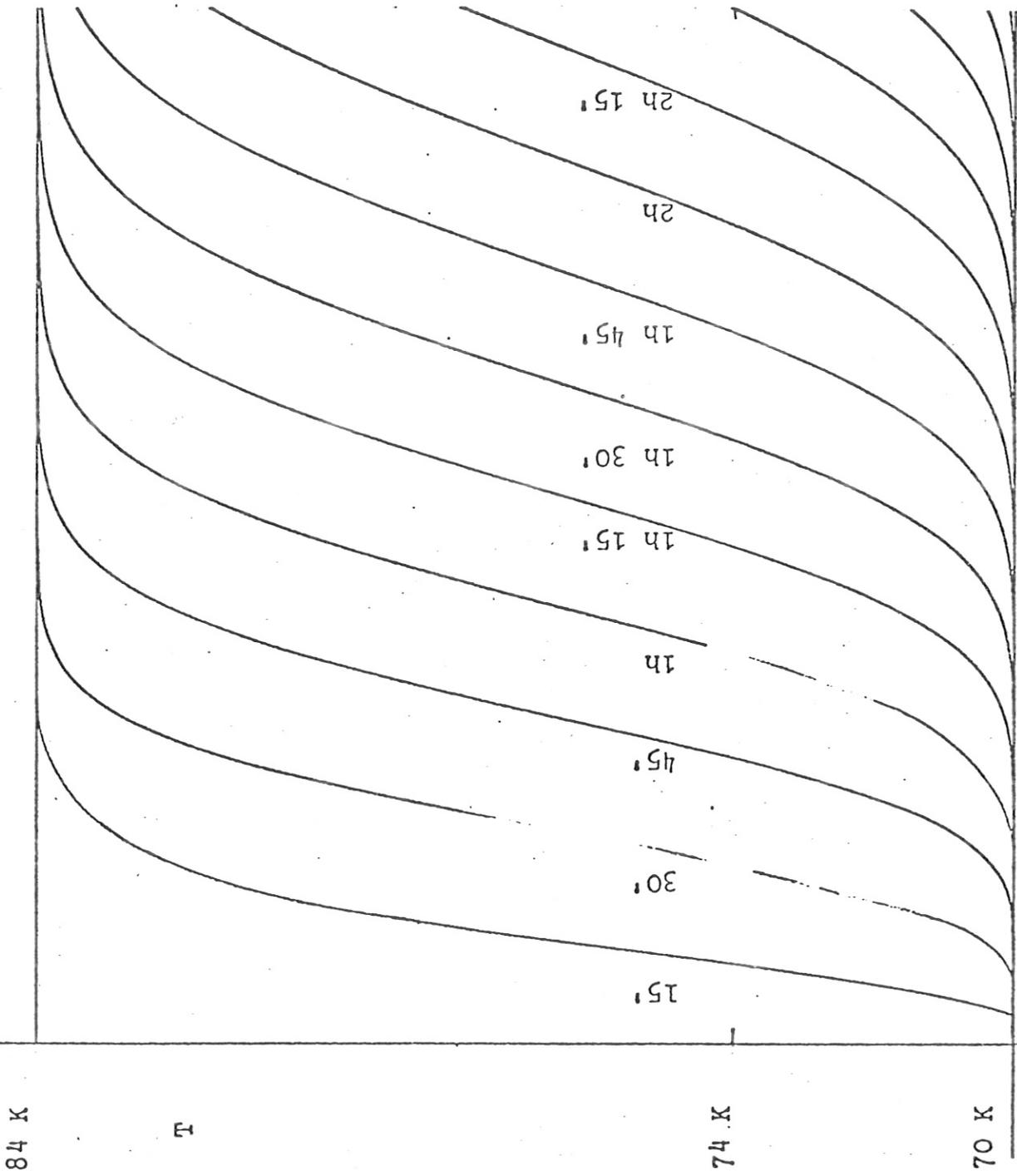


Abb. 13b Gasdurchsatz: 2131 Nm<sup>3</sup>/h. 1650 mm



1650 mm

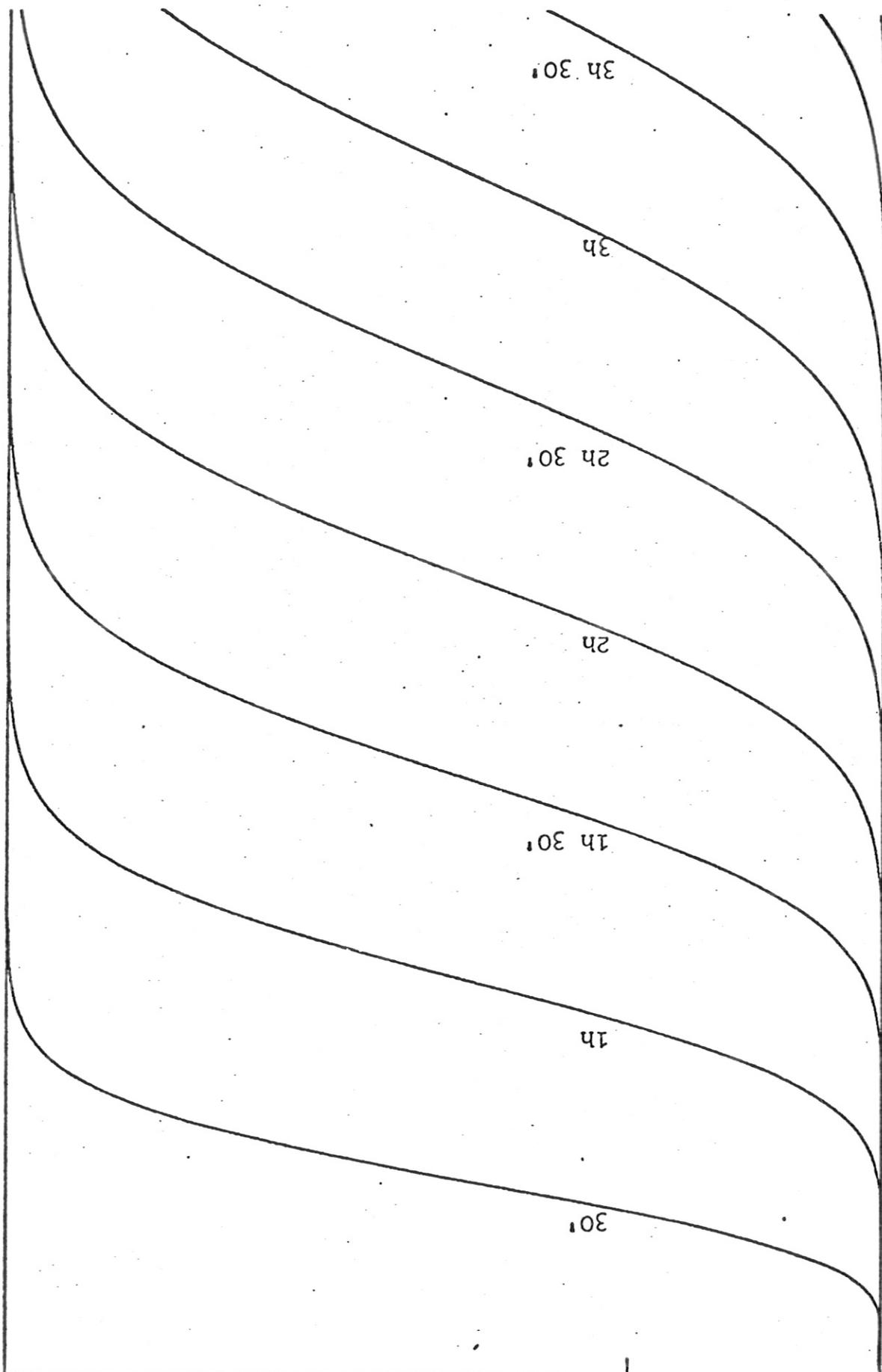
Abb. 13c Gasdurchsatz: 1598 Nm<sup>3</sup>/h

84 K

T

74 K

70 K



3h 30'

3h

2h 30'

2h

1h 30'

1h

30'

Abb. 13d Gasdurchsatz: 1065 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm

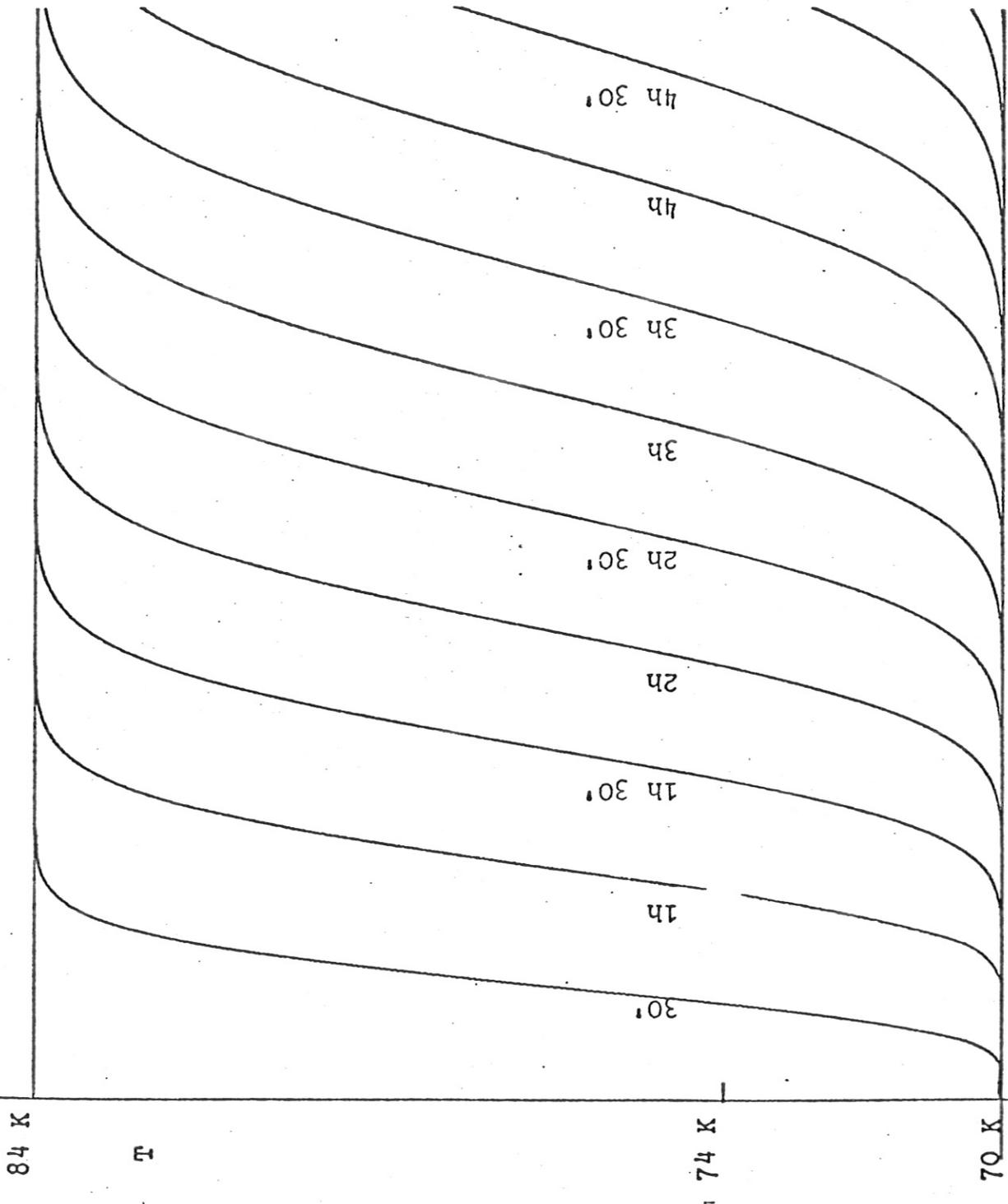


Abb. 13e Gasdurchsatz: 800 Nm<sup>3</sup>/h 1650 mm

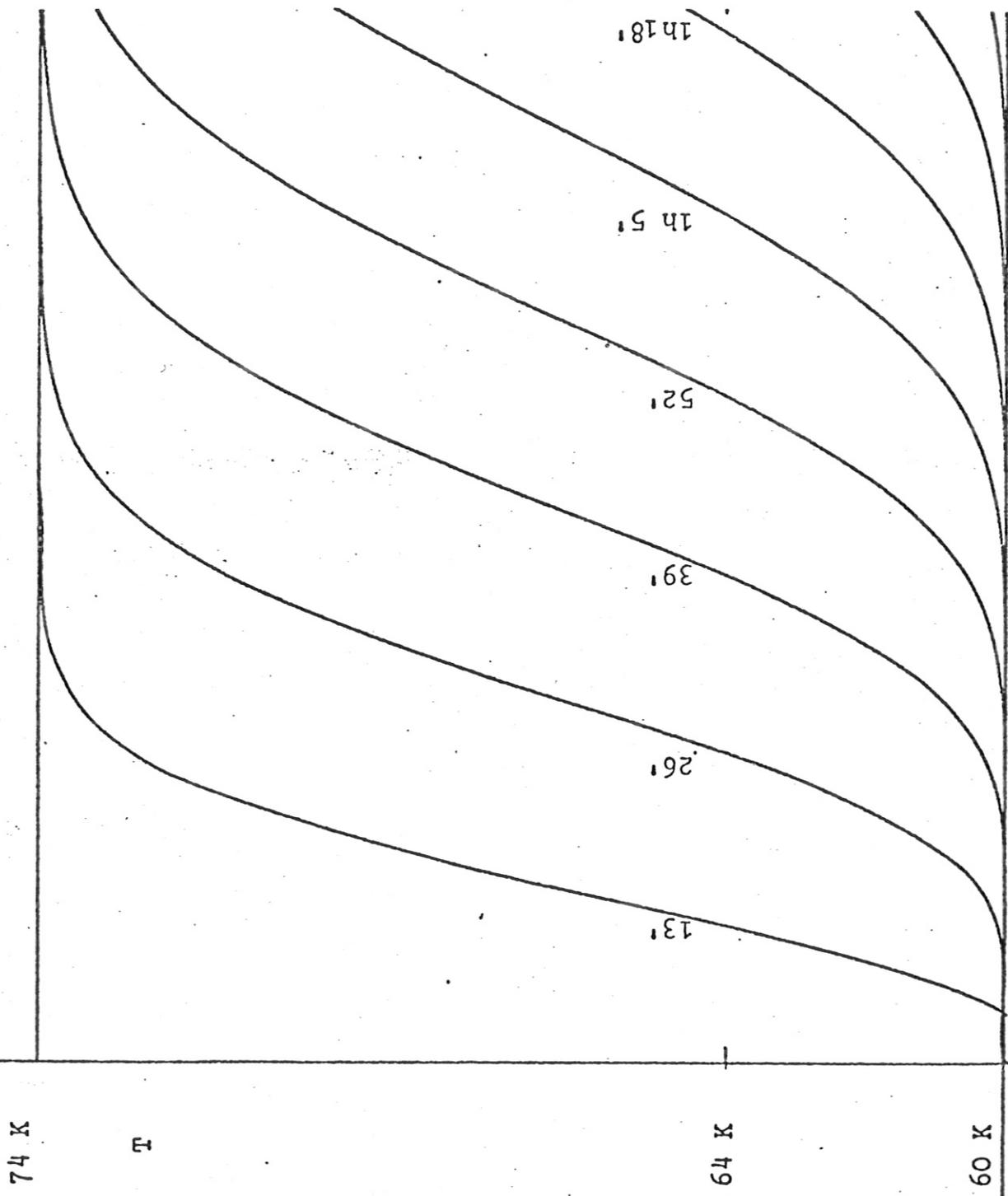


Abb. 14a Gasdurchsatz:  $2664 \text{ Nm}^3/\text{h}$  1650 mm

74 K

E

64 K

60 K

13'

26'

39'

52'

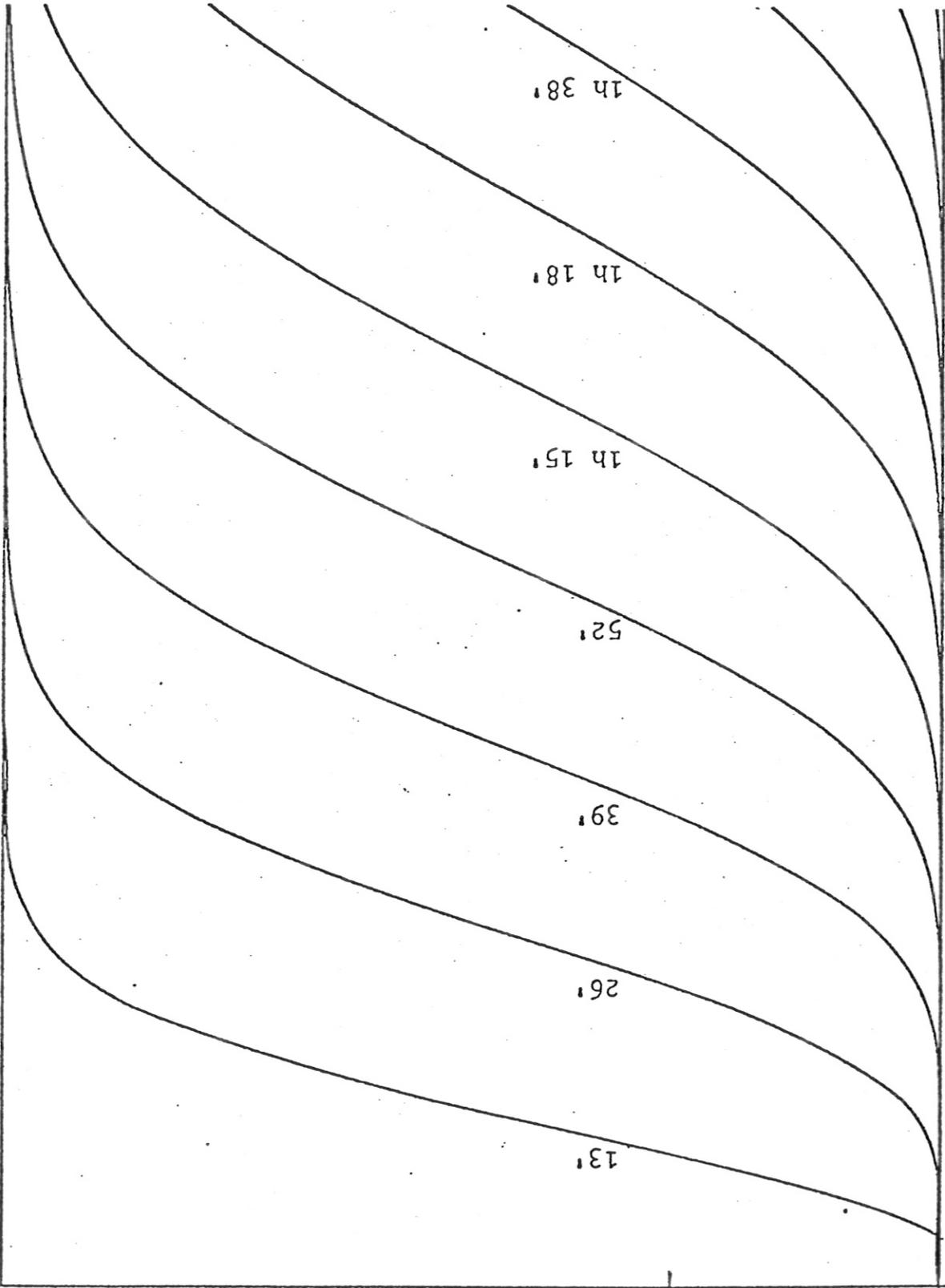
1h 15'

1h 18'

1h 38'

Abb. 14b Gasdurchsatz: 2131 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm



74 K

T

64 K

60 K

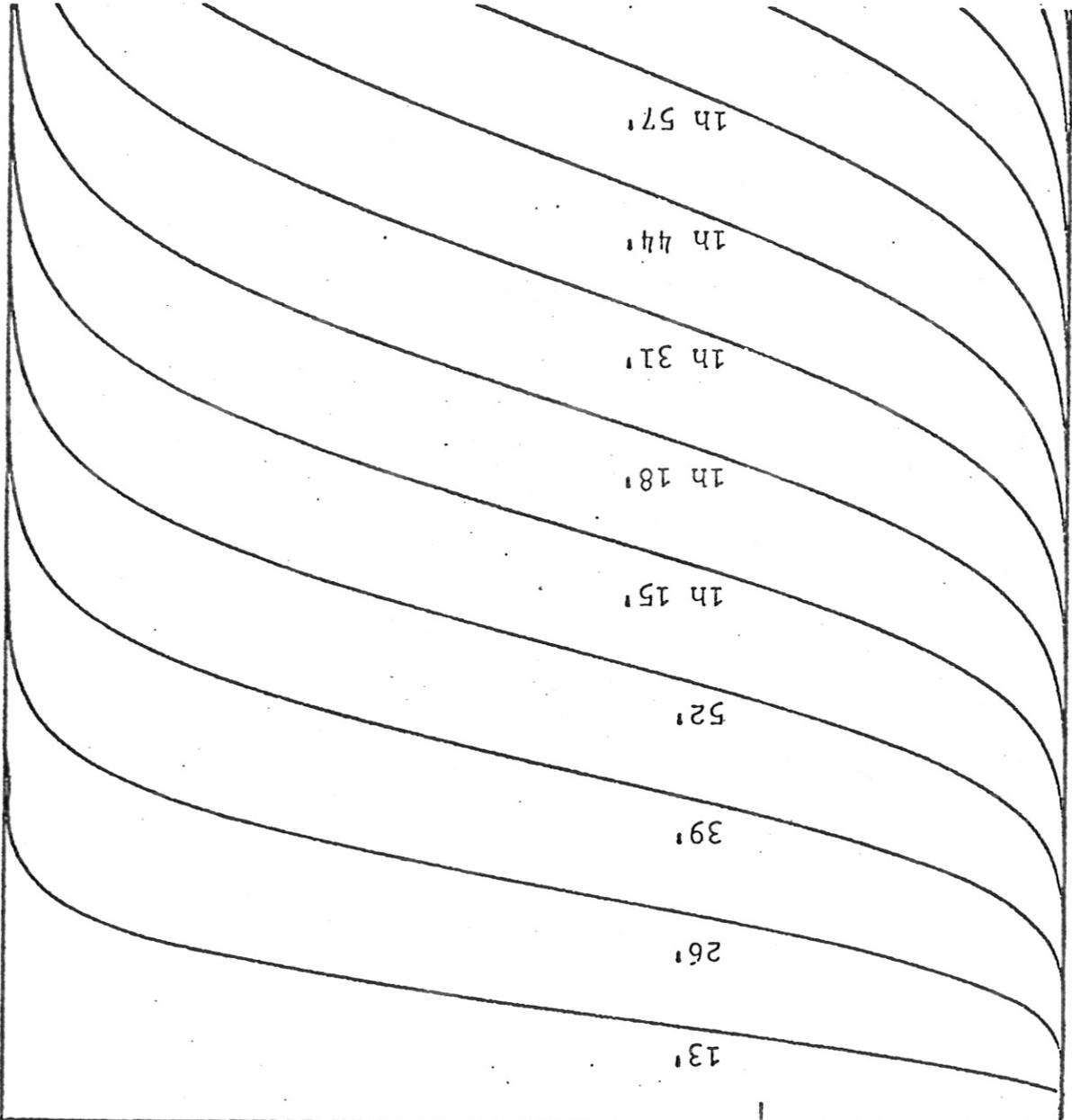


Abb. 14c Gasdurchsatz: 1598 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm

74 K

T

64 K

60 K

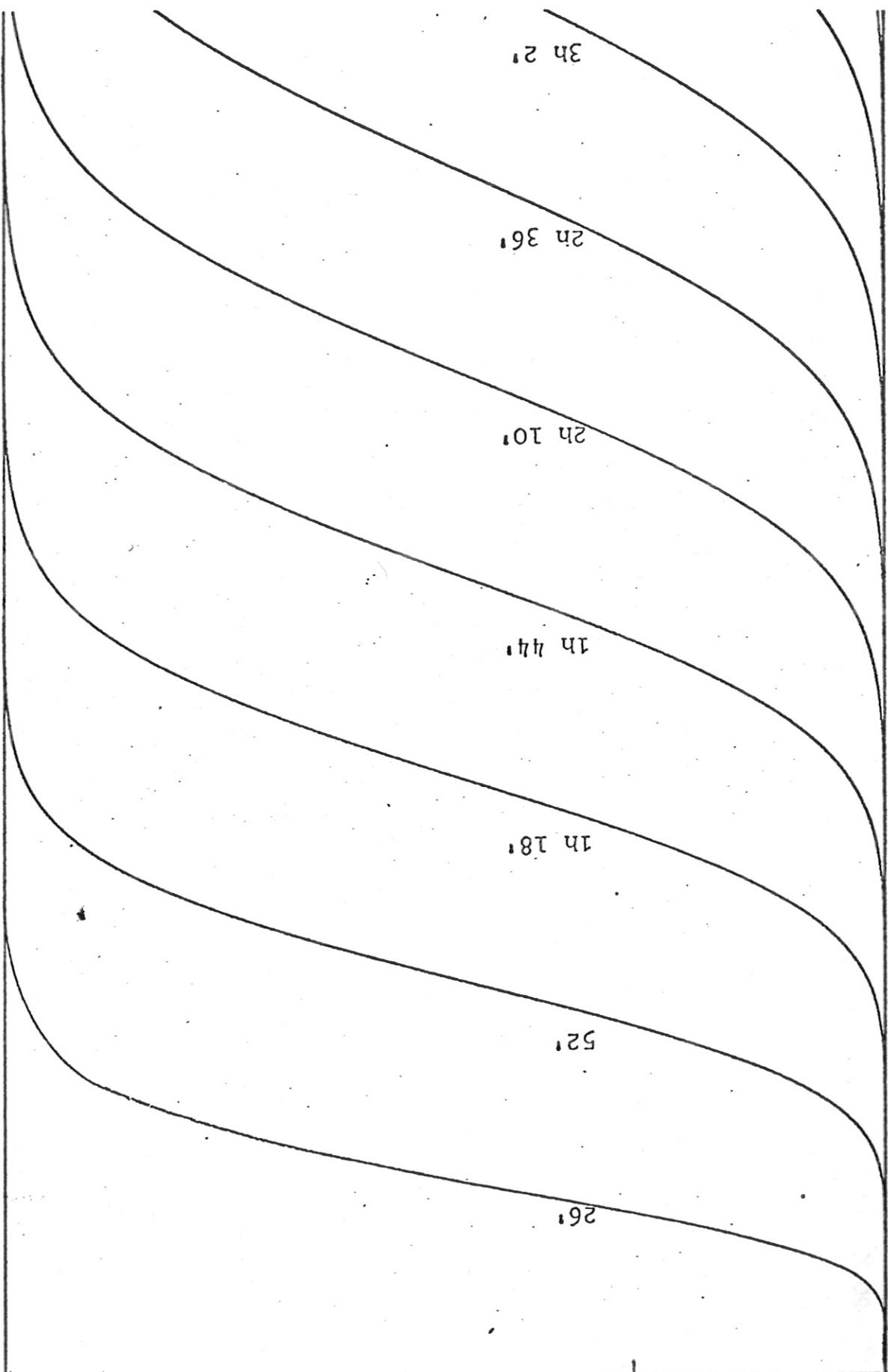


Abb. 14d Gasdurchsatz: 1065 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm

74 K

E

64 K

60 K

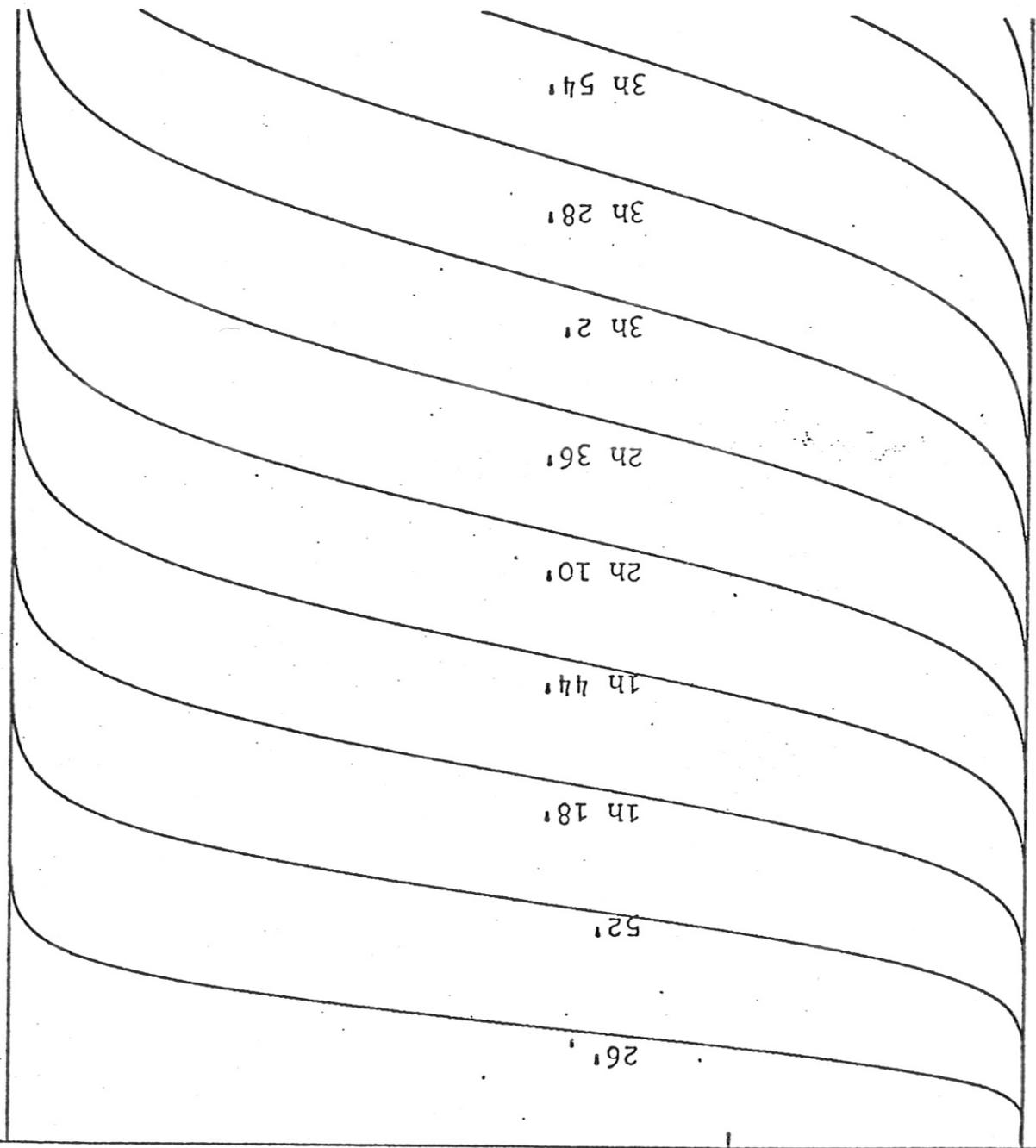


Abb. 14e Gasdurchsatz: 800 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm

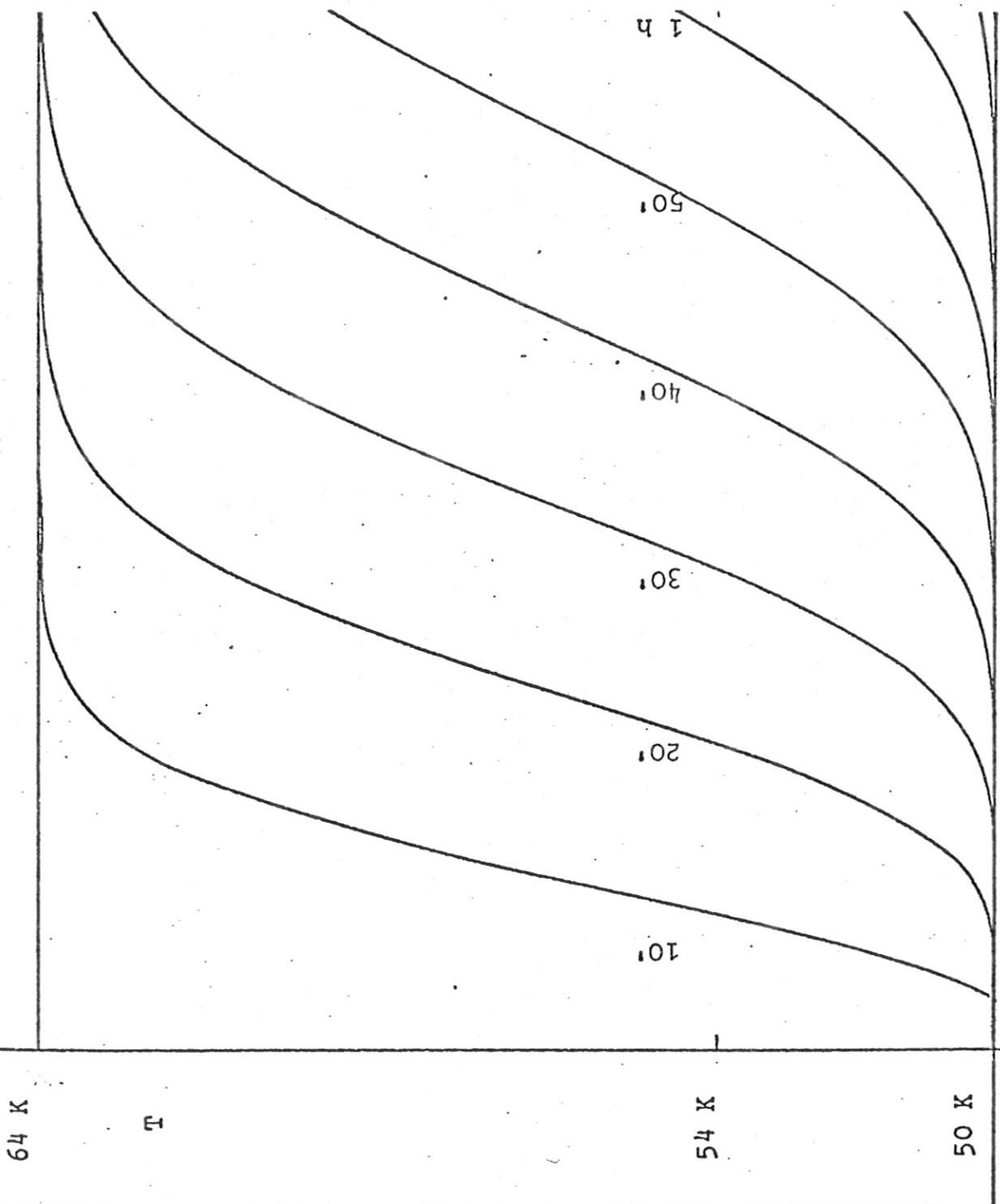


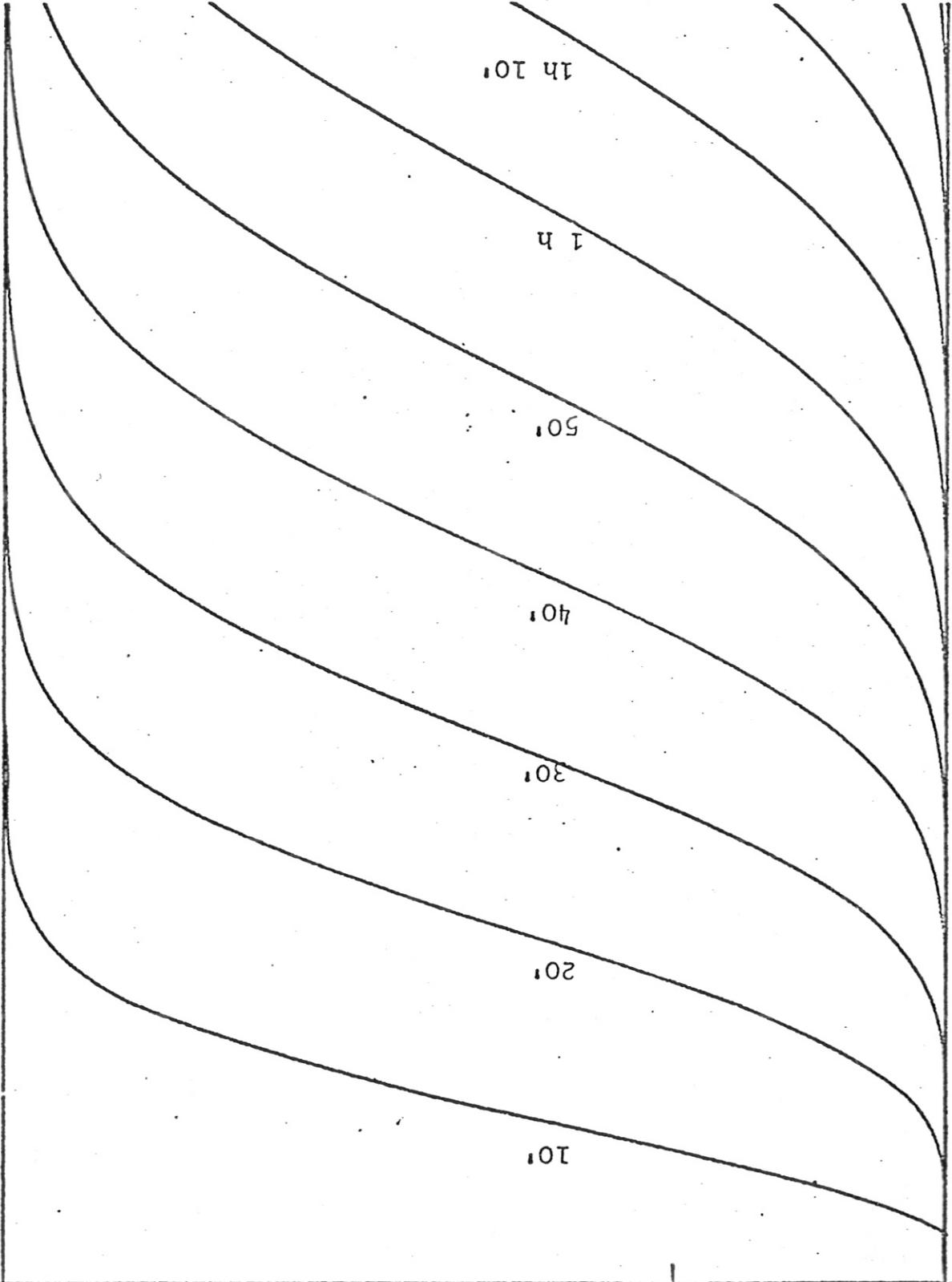
Abb. 15a Gesamtgasdurchsatz:  $2664 \text{ Nm}^3/\text{h}$  1650 mm

64 K

T

54 K

50 K



1h 10'

1 h

50'

40'

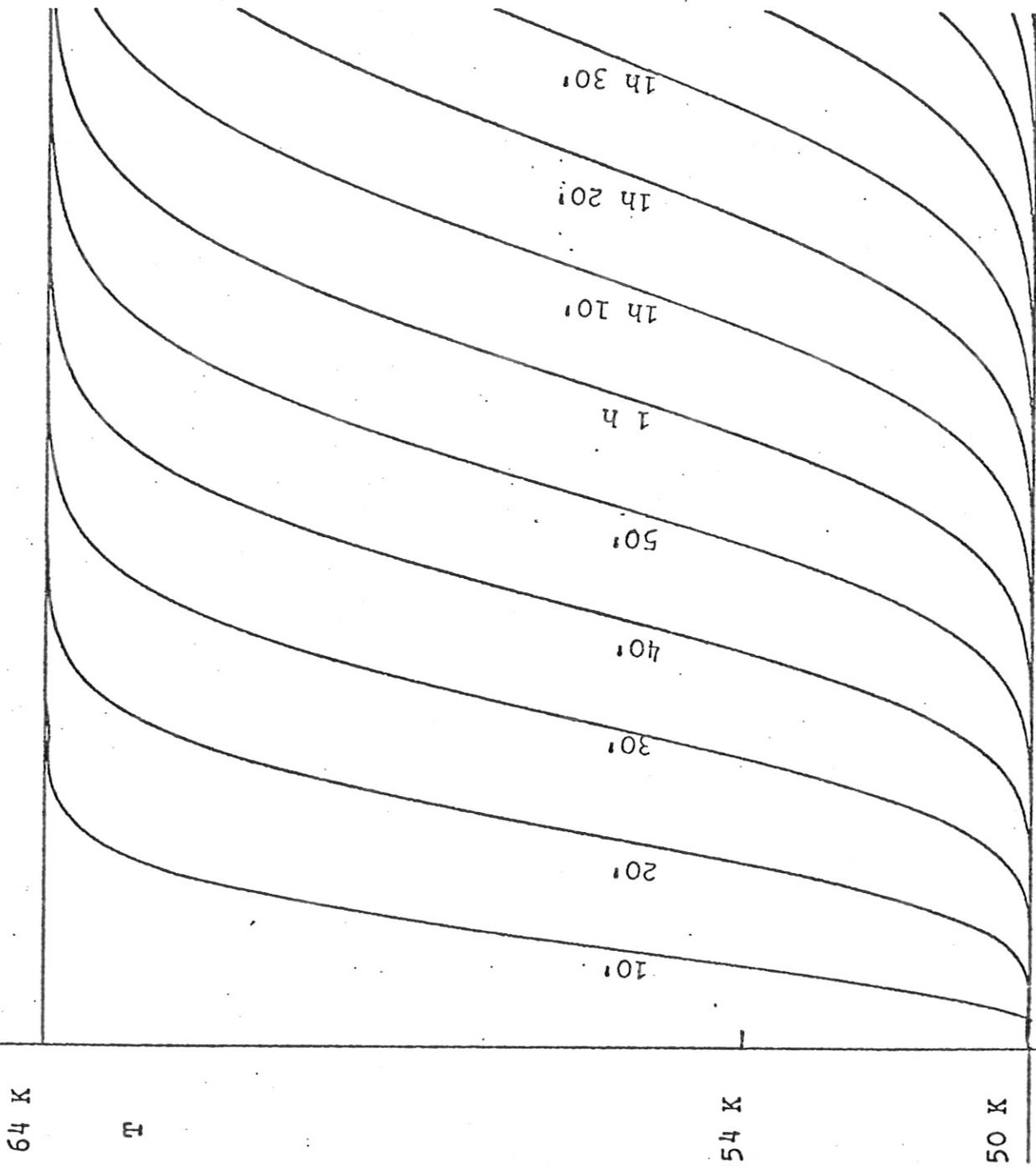
30'

20'

10'

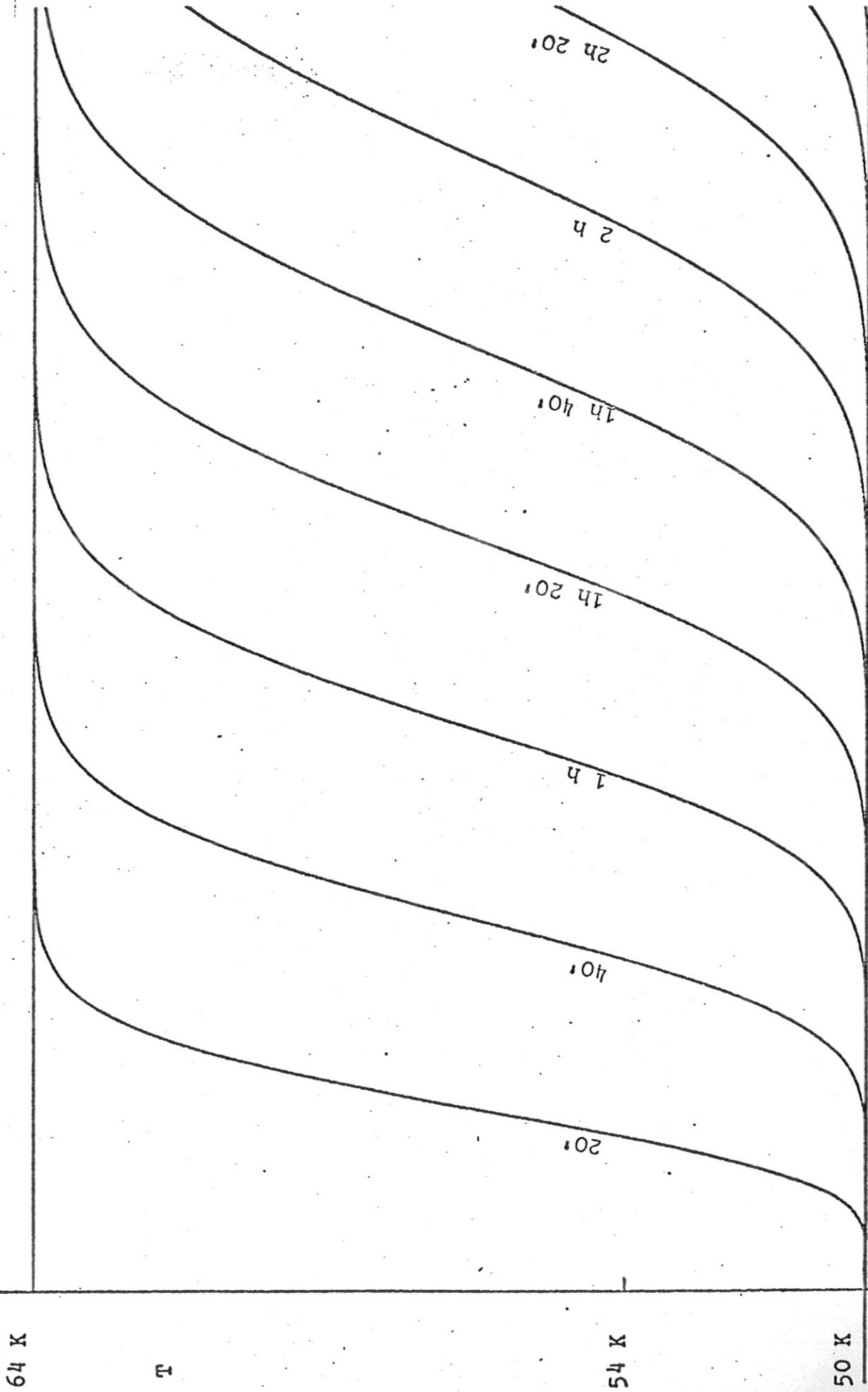
Abb. 15b Gasdurchsatz: 2131 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm



1650 mm<sup>3</sup>/h

Abb. 15c Gasdurchsatz: 1598 Nm<sup>3</sup>/h



1650 mm

Gasdurchsatz: 1065 Nm<sup>3</sup>/h

Abb. 15d

64 K

T

54 K

50 K

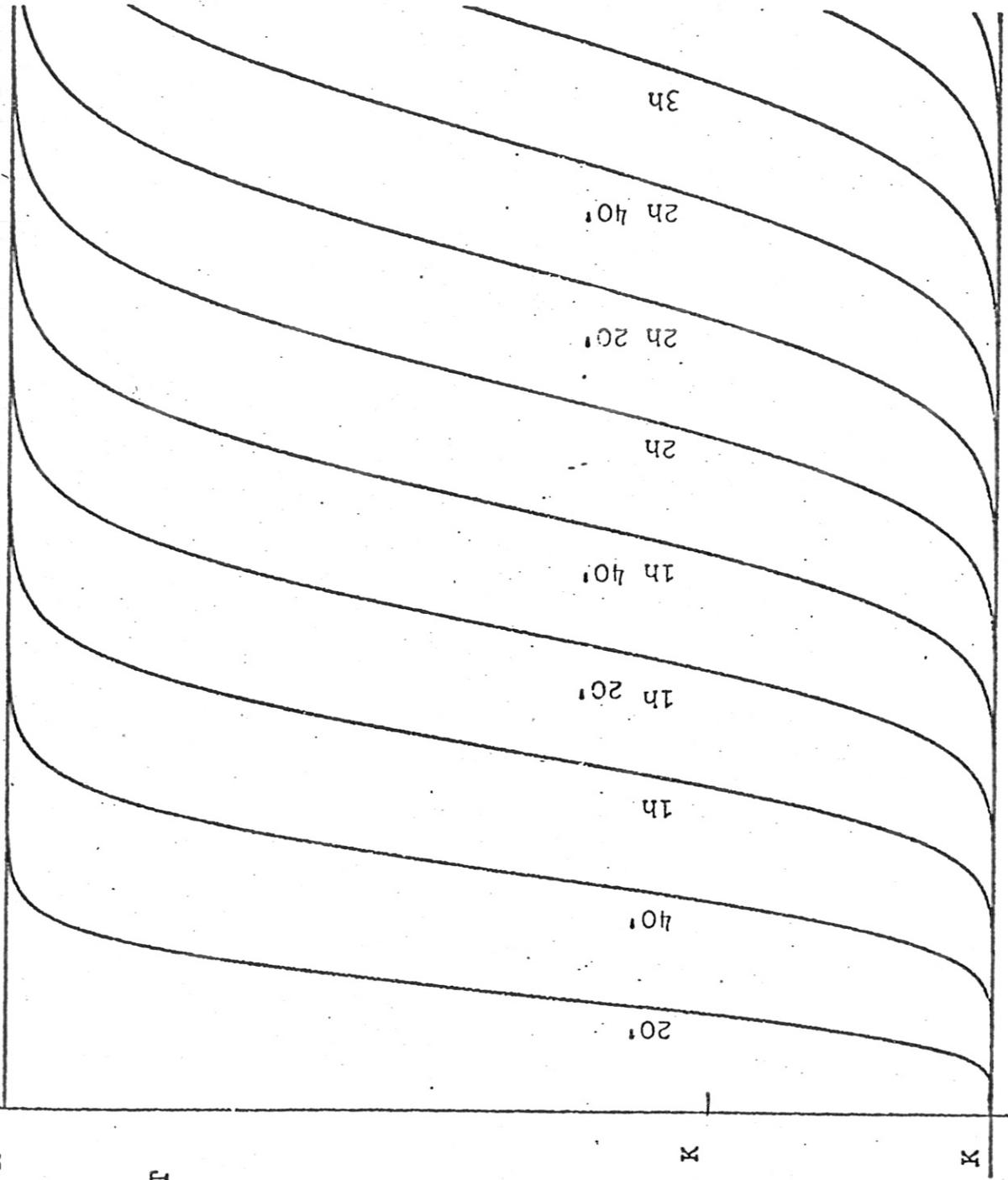


Abb. 15e Gasdurchsatz: 800 Nm<sup>3</sup>/h

1650 mm