

Berechnung der Ionenbahnen vor  
einer Feldemissions-Spitze\*

Calculation of the ion-trajectories  
in front of a field emission tip

H.Vernickel und H.Welter

IPP 7/2  
6/88

Juni 1970

**INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK**  
**GARCHING BEI MUNCHEN**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Berechnung der Ionenbahnen vor  
einer Feldemissions-Spitze\*

Calculation of the ion-trajectories  
in front of a field emission tip

H.Vernickel und H.Welter

IPP  $\frac{7}{2}$   
6/88

Juni 1970

\*Auszugsweise vorgetragen auf dem 16th Field-Emission  
Symposium, Pittsburgh, September 1969

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

IPP 7/2  
6/88

H. Vernickel und  
H. Welter

Calculation of the ion  
trajectories in front of  
a field-emission tip

Juni 1970

Abstract

The equations of motion of the ions produced by ionization of the gas between tip and screen of a field-emission microscope have been numerically integrated for two tip geometries (drop-like and rounded-off cone). Based on these results we calculated the ion-current density and the energy distribution of the ions impinging on the tip.

Results: All ions hitting the imaged part of the tip originate within a small "pencil" around the emitter axis. The maximum of the energy-distribution is - depending on tip geometry - between 0.03 and 0.2 of the energy corresponding to the voltage between anode and tip.

## 1. Einleitung

Zur Untersuchung der Auswirkung eines Ionenbeschusses auf die Struktur von Metalloberflächen (und oberflächennaher Schichten) wird u.a. das Feldelektron- und das Feldionenmikroskop verwendet [1,2,3,4].

Wohldefinierte Beschußbedingungen erhält man durch Verwendung eines auf die Spitze gerichteten Ionenstrahls, der mit Hilfe einer monoenergetischen Ionenquelle erzeugt wird. Für Übersichtsmessungen ist es oft bequemer, die Ionen durch die feldemittierten Elektronen selbst zu erzeugen. Man läßt dazu ein Edelgas mit einem Druck von  $10^{-8}$  bis  $10^{-5}$  Torr in das Mikroskop ein und legt eine Spannung an, so daß ein Feldelektronenstrom von  $10^{-8}$  bis  $10^{-5}$  A fließt. Die dann durch Elektronenstoß erzeugten Ionen werden auf die Spitzenkathode hin beschleunigt.

Beim Entstehen eines Hochspannungsdurchschlags im Vakuum treten ähnliche Vorgänge auf. Offenbar werden diese Durchschläge meist durch Feldemission eingeleitet. Der dabei einsetzende Ionenbeschuß der Kathode verändert die lokale Geometrie [5].

Zur Deutung der Erscheinungen muß man die Intensität und Energieverteilung des Ionenbeschusses kennen. Nimmt man näherungsweise an, daß das Feld im Feldelektronenmikroskop (FEM) kugelsymmetrisch ist, so kann man die Rechnung leicht analytisch durchführen (s.u.). Diese Näherung ist aber zu grob. Die Feldlinien sind vor allem in der Nähe der Spitzenkathode gekrümmt. Die Ionen können infolge ihrer Trägheit den Feldlinien nicht folgen und treffen daher zum Teil nicht auf den feldemittierenden (und daher abgebildeten) Teil des Emitters. In welchem Ausmaß dadurch Intensität und Energieverteilung des Ionenbeschusses am abgebildeten Teil des Emitters gegenüber dem kugelsymmetrischen Fall geändert werden, ist nicht abzuschätzen, erfordert vielmehr eine (numerische) Berechnung der Ionenbahnen. Es ist der Zweck der vorliegenden Arbeit, die Rechnung zu schildern und ihre Resultate mitzuteilen. Das zur Beschreibung der Spitze verwendete Modell soll dabei tatsächliche FE-Spitzen - bei noch erträglichem Rechenaufwand - möglichst gut annähern.

## 2. Beschreibung des Modells und der Resultate

### 2.1 Modell

In der Literatur sind verschiedene Modelle zur Beschreibung der Spitzenform vorgeschlagen worden. Wir wählten das Modell von DYKE et al [6]. Es beschreibt verschiedene Spitzenformen durch Wahl von drei Parametern, daher ist es einfach, den Einfluß der Spitzenform auf die Ergebnisse abzuschätzen. Als Spitze wird dabei eine Äquipotentialfläche verwendet, die sich vor einem geladenen Kegel ausbildet, der an seiner Spitze eine Kugel trägt (die Anode ist dabei unendlich fern). Die Parameter sind: Öffnungswinkel des Kegels  $\alpha$ , Radius der Kugel  $a$  und Scheitelabstand der Äquipotentialfläche  $r_0$ . Der Verlauf der Feldlinien in der Nähe der Spitze (der ausschlaggebend ist) wird durch die weit entfernte Anode nur wenig beeinflusst. Als Anode wählen wir daher eine Äquipotentialfläche der gleichen Familie, wodurch die Rechnung wesentlich vereinfacht wird. Wir setzen das Potential des Spitzenkerns (Kegel + Kugel) zu Null. Dann lautet die Gleichung der Äquipotentialflächen[6]

$$\phi = \frac{V_R}{R^v} \left\{ r^v - a^{2v+1} r^{-(v+1)} \right\} P_v(\cos \vartheta) ; \quad \theta < \pi \quad (1)$$

wobei

- $r, \vartheta$  .... Polarkoordinaten
- $V_R$  .... Anodenpotential
- $R$  .... Scheitelabstand der Anode
- $\nu$  .... Index der Legendre-Funktion, so gewählt, daß  
 $P_\nu(\cos \alpha) = 0$
- $P_\nu$  .... Legendre-Funktion mit dem (nicht ganzzahligen) Index  $\nu$

Die Rechnung wurde durchgeführt für zwei Sätze von Parametern:

Fall 1:  $\nu = 0,11$      $a = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$      $r_o = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$

$$V_R = 4,3 \cdot 10^3 \text{ V} \quad R = 4 \text{ cm} \quad V_A = V_R - V_{\text{Emitter}} = 3,8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Fall 2:  $\nu = 0,2$      $a = 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$      $r_o = 3,7 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$

$$V_R = 3,85 \cdot 10^3 \text{ V} \quad R = 4 \text{ cm} \quad V_A = V_R - V_{\text{Emitter}} = 3,7 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Fall 1 entspricht einer "tropfenförmigen" Spitze (Abb.1), wie man sie erhält, wenn man eine zu einem schlanken Konus geätzte Spitze thermisch reinigt und verrundet;

Fall 2 einer Spitze, die nur geringe Wärmebehandlung erfahren hat und etwa durch Felddesorption gereinigt und geglättet wurde (Abb.2).

Tatsächliche FE-Spitzen werden zumeist zwischen den beiden Fällen liegen; die von uns meist verwendeten, thermisch verrundeten Spitzen näher an Fall 1.

Die Wahl der Parameter wurde so getroffen daß sie die experimentellen Bedingungen unserer Versuche annähern, nämlich  $R=4 \text{ cm}$ , Spannung zwischen Anode und Emitter 3,5 bis 4 kV, Scheitelfeldstärke ca.  $4 \cdot 10^7 \text{ V/cm}$ . Die Ergebnisse lassen sich verallgemeinern, wie unten ausgeführt wird.

Der Einfluß der Kathodenhalterung auf das Feld ist vernachlässigt. Das ist zulässig, da man im FEM mit ziemlich langen Spitzen (1 bis 2mm) arbeitet und - wie die Rechnung zeigt - der überwiegende Teil der auftreffenden Ionen dicht vor der Spitze erzeugt wird.

Diese Vernachlässigung ist nicht mehr angebracht im Fall des Vakuumdurchschlags, wo man kleine Spitzen auf ausgedehnten Kathoden hat. Eine Berechnung des Ionenbeschusses für diesen Fall wurde von P.J. STENNING [7] durchgeführt.

## 2.2 Gang der Rechnung im Prinzip

Die Durchführung der Rechnung ist im Abschnitt 3 dargelegt. Hier sei nur das Prinzip kurz skizziert:

Zunächst werden die Äquipotentialflächen und die Bahnen der an verschiedenen Punkten des Raumes startenden Ionen berechnet. Seien  $\vartheta, r$  die Startpunkte,  $\theta_E$  und  $r_E$  die zugehörigen Auftreffpunkte auf dem Emitter. Dann wird das "Startvolumen"  $V(\vartheta, r, E)$  ermittelt, das ist das Volumen, in dem die Ionen entstehen, die mit der Energie  $\epsilon + \Delta\epsilon$  auf einem Flächenelement  $\Delta F$  um  $\theta_E, r_E$  auftreffen. Ist weiter  $\alpha(\epsilon)$  das (diff.) Ionisierungsvermögen,  $j_e(\vartheta, r)$  die Elektronenstromdichte am Ort  $(\vartheta, r)$  und  $p$  der Gasdruck, so ist die Energieverteilung der Ionen am Emitter (d.h. die Zahl der am Ort  $\theta_E$  pro Zeit-, Energie- und Flächeneinheit auftreffenden Ionen):

$$J(\epsilon, \theta_E) = \frac{\Delta j(\text{Ionen})}{\Delta \epsilon} = \frac{\alpha(\epsilon) \cdot p \cdot j_e(\vartheta, r) \cdot V(\vartheta, r, \epsilon, \Delta \epsilon)}{\Delta F(\theta_E) \cdot \Delta \epsilon} \quad (2)$$

$\vartheta$ ,  $r$  und  $r_E$  sind durch Vorgabe von  $\theta_E$  und  $\epsilon$  eindeutig bestimmt.

Die Stromdichte des ionisierenden Elektronenstromes als Funktion des Ortes hängt stark von Einzelheiten der Spitzenoberfläche ab, die sich während des Beschusses laufend verändern. Es wurde darauf verzichtet, die Emissionsstromdichte an der Spitze aus der Fowler-Nordheim-Gleichung zu berechnen.

Für die folgende Diskussion machen wir die einfache Annahme: Die Emissionsstromdichte ist auf dem abgebildeten Teil der Spitze konstant, sonst Null und fällt mit  $\frac{1}{r^2}$  nach außen ab, also

$$j_e(\vartheta, r) = \frac{I \cdot \text{const.}}{r^2} = \frac{I}{1,84 \cdot r^2}$$

wobei  $I$  der gesamte emittierte Elektronenstrom ist, und der halbe Öffnungswinkel des "Emissionskegels" zu  $45^\circ$  gesetzt wurde.

Diese Annahme ist bei Ar-Beschuß von FEM-Spitzen für  $T \leq 300^\circ\text{K}$  brauchbar, da dann nach einer Anlaufzeit die Unterschiede in der Emission der einzelnen Kristallflächen verwischt sind (z.B. [4]). Für  $\alpha(\epsilon)$  wurde das Ionisierungsvermögen von Ar verwendet (z.B. [8]), der Gasdruck wurde im gesamten Volumen als konstant angenommen. Man kann nämlich abschätzen, daß trotz der großen Elektronenstromdichte an der Spitze noch keine merkliche Druckabnahme eintritt, weil das Volumen, in dem die hohe Ionisierung herrscht, sehr klein ist (Anhang 1).

### 2.3 Ergebnisse

- a) Ortsabhängigkeit: Die Ortsabhängigkeit ist gering, wie die Kurven der Abb.3 zeigen. Dort ist  $\frac{J(\epsilon)}{I \cdot p}$  als Funktion von  $\theta_E$  (mit  $\epsilon$  als Parameter) aufgetragen.
- b) Energieverteilung: Wegen der geringen Ortsabhängigkeit genügt es, die Energieverteilung für 2 Werte von  $\theta_E$  anzugeben. Das ist in den Abb.4 und 5 dargestellt. Die Energieverteilung hängt demnach stark von der Spitzenform ab und unterscheidet sich auch bei der Tropfenform wesentlich vom Fall der reinen Kugelgeometrie (s.u.).
- c) Zur Veranschaulichung der Verhältnisse sind in den Abb.6-8 die Linien gezeichnet, die die Startpunkte aller an demselben Ort auftreffenden Ionen verbindet. In beiden Fällen kommen alle auf den Emitter auftreffenden Ionen aus einem "bleistiftförmigen" Volumen um die verlängerte Emitterachse.
- d) Einfallswinkel: Schließlich sind in den Abb.9 und 10 Feldlinien gezeichnet zusammen mit Linien gleichen Auftreffpunktes. Da die Ionen in Richtung der Feldlinien starten und die Krümmung der Bahn immer kleiner (höchstens gleich) der Krümmung der Feldlinien ist, erhält man daraus einen guten Überblick über die Ionenbahnen. Insbesondere erkennt man, daß die Ionen, die die wahrscheinlichste Energie haben in beiden Fällen unter einem Winkel zwischen  $0^\circ$  ( $\theta_E = 0^\circ$ ) und ca.  $30^\circ$  ( $\theta_E = 45^\circ$ ) zur Oberflächennormale auftreffen.

### 2.4 Kugelgeometrie

Zum Vergleich mit den vorliegenden Ergebnissen ist der Fall reiner Kugelgeometrie behandelt. Hier ist das Potential gegeben durch

$$\phi(r) = \frac{UR}{R-r_1} \left(1 - \frac{r_1}{r}\right)$$

mit  $U$  ... Anodenspannung (Kathode = 0)

$R$  ... Anodenradius

$r_1$  ... Kathodenradius

Mit  $V_{\text{Start}} = 4\pi r^2 dr$ , Auftrefffläche =  $4\pi r_1^2$ ;  $j_e = \frac{I}{4\pi r^2}$  wird also

$$\frac{J(\epsilon)}{p \cdot I} = \frac{1}{4\pi r_1^2} \alpha(\epsilon) \cdot \frac{dr}{d\epsilon}$$

Aus (3) folgt  $\frac{dr}{d\epsilon} = \frac{(R-r_1)r^2}{URr_1}$ , so daß schließlich

$$\left(\frac{J(\epsilon)}{p \cdot I}\right)_{\text{Kugel}} = \frac{UR}{4\pi r_1(R-r_1)} \cdot \left\{ \frac{\alpha(\epsilon)}{1 - r_1/R - \epsilon} \right\}^2 \approx \frac{U}{4\pi r_1} \cdot \left\{ \frac{\alpha(\epsilon)}{U(1 + \frac{r_1}{R}) - \epsilon} \right\}^2 \quad (4)$$

wegen  $r_1 \ll R$ .

Für unsere Parameter ( $U=4 \cdot 10^3 V$ ,  $R=4 \text{ cm}$ ,  $F_0=4 \cdot 10^7 \frac{V}{\text{cm}}$ ) wird  $r_1=1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$ . Mit dem für Ar gültigen  $\alpha(\epsilon)$  ergibt das die in der Abb. 8 gezeichnete Energieverteilung. Die Energie fast aller Ionen entspricht nahezu der ganzen angelegten Spannung. (Man kann leicht abschätzen, daß  $\frac{j(\epsilon > 3 \text{ kV})}{j(\epsilon < 3 \text{ kV})} > 5 \cdot 10^3$ ).

Zum Vergleich sind in Abb. 11 auch die berechneten Energieverteilungen der Abb. 3 und 4 eingetragen. Es ist nun nicht so, daß bei ihnen nur der hochenergetische Teil des Ionenstromes fehlt, sondern gleichzeitig ist der niederenergetische Teil stark angehoben. Das ist verursacht durch den weniger steilen Potentialfall vor der Spitze, d.h. eine Vergrößerung des "Startvolumens" für Ionen kleiner Energie und durch eine Verkleinerung der Spitzenfläche, da der Emitter für gleiche Scheitelfeldstärken um so kleiner ist, je weiter er von der Kugelgeometrie abweicht.

Es ist vielleicht bemerkenswert, daß in allen drei Fällen die gesamte Ionenstromdichte  $\int \frac{I(\epsilon)}{p \cdot I} \cdot d\epsilon$  zwischen  $10^7$  und  $10^8 \frac{\text{Amp}}{\text{Amp} \cdot \text{Torr} \cdot \text{cm}^2}$  liegt. Man kann also diesen Wert als Daumenregel für alle Feldemissionsspitzen betrachten, deren  $\beta = \frac{F_0}{U} \approx 10^4 \text{ cm}^{-1}$  ist (und nach 2.5 darüber hinaus als Anhaltswert für alle Feldemitter).

## 2.5 Verallgemeinerung der Ergebnisse

Die Rechnung wurde für spezielle Fälle durchgeführt, die Ergebnisse sind aber in weiterem Rahmen gültig:

Die Rechnung gilt - bis auf  $\alpha(\epsilon)$  - für alle Massen, da Ionenbahnen in elektrostatischen Feldern (bei gleicher Anfangsenergie, die bei uns stets Null ist) von der Masse unabhängig sind.

Die geometrische Lage der Bahnen ändert sich nicht bei Änderung der Anodenspannung (vgl. die Ionenoptischen Ähnlichkeitssätze, z.B. [9]). Damit ist

$$v = \frac{V(\theta, r, \epsilon')}{\Delta F(\theta_E) \cdot \Delta \epsilon'} \quad \text{mit} \quad \epsilon' = \frac{\epsilon}{U_{\text{Anode}}}$$

bei gegebener Geometrie unabhängig von der Masse und der Anodenspannung. Die Kenntnis des "spezifischen Startvolumens"  $v$  und seiner Lage ( $r, \theta$ ) ermöglicht daher die Berechnung der Energieverteilung auch für andere Gase und für eine gegenüber den Annahmen von Abschn. 2.3 geänderte räumliche Verteilung des ionisierenden Elektronenstroms. Diese Daten sind daher in den Abb. 12 bis 15 aufgetragen.

Die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Spitzengröße ist nicht sehr groß: Nach den Ähnlichkeitssätzen [9] ändert eine ähnliche Änderung aller Elektroden die Ionenbahnen in der gleichen Art. Betrachten wir speziell eine Vergrößerung der Geometrie um den Faktor  $q$ , so ändert sich die Scheitelfeldstärke um den Faktor  $q^{-1}$ , des Startvolumen um  $q^3$ , die Auftrefffläche um  $q^2$  und die Dichte des ionisierenden Elektronenstroms (bezogen auf gleichen Gesamtstrom) um  $q^{-2}$ , also  $v$  um  $q$  und  $v \cdot \alpha \cdot j_E$  um  $q^{-1}$ , die Form der Verteilung bleibt dagegen erhalten. Legt man nun die Anode an den alten Ort zurück, so läßt das alle Potentiale unverändert (die Anode ist Äquipotential-

fläche der "freien" Spitze), wenn man die Anodenspannung um  $q^{-v}$  verändert. Das verschiebt aber die Abszisse der Verteilungskurve um den gleichen Faktor. In der Praxis liegt die Anode fest, die Spitzengröße variiert höchstens um den Faktor 10. Da  $0,1 \leq v \leq 0,2$  ist, ändert sich dabei die Abszisse  $\epsilon'$  nur um den Faktor 1,2 bis 1,5, der Ordinatenmaßstab um den Faktor 10.

### 3. Rechengang

#### 3.1 Berechnung von Ionenbahnen

In dem durch Gleichung (1) beschriebenen rotationssymmetrischen elektrischen Feld berechneten wir die Bahnen von Ionen, die mit der Geschwindigkeit Null auf den Äquipotentialflächen  $U_i = i \cdot \Delta U$  ( $i=1, \dots, I$ ) bei den Winkeln  $\vartheta_j = j \cdot \Delta \vartheta$  ( $j=1, \dots, J$ ) starten. Dabei ist

$$U(r, \vartheta) = \phi(r, \vartheta) - \phi(r_0, 0),$$

also das Potential des Feldes, wenn man das Potential des Emitters zu Null setzt. Als Potentialdifferenz wurde

$$\Delta U = \frac{V_R - \phi(r_0, 0)}{100}$$

gewählt. Der Winkelabstand benachbarter Startpunkte war bei den meisten Bahnen  $\Delta \vartheta = \vartheta_{\max} / 30$  ( $\vartheta_{\max} = 45^\circ$ ). Der Winkelbereich um die Symmetrieachse  $\vartheta=0$ , aus dem die Ionen kommen, die auf den abgebildeten Emitterbereich treffen, wird mit wachsender Ionenenergie immer kleiner. Deshalb wurde, um die auftreffende Ionenstromdichte bis zu größeren Energien verfolgen zu können, das an die Symmetrieachse angrenzende  $\vartheta$ -Intervall bei den emitterfernen Äquipotentialflächen nochmals in zehn Teile unterteilt.

Zunächst wurde jeweils der Punkt auf der Symmetrieachse mit  $U_i = i \cdot \Delta U$  bestimmt, dann dort beginnend die Differentialgleichung der Äquipotentiallinien

$$\frac{dr}{d\vartheta} = - \frac{\frac{\partial U}{\partial \vartheta}}{\frac{\partial U}{\partial r}}$$

numerisch integriert. Nachdem auf diese Weise die Koordinaten der Startpunkte berechnet waren, wurden die Bewegungsgleichungen der Ionen (Ladung  $e$ , Masse  $M$ )

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = r \left( \frac{d\vartheta}{dt} \right)^2 - \frac{e}{M} \frac{\partial U}{\partial r}$$

$$\frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = - \frac{1}{r} \left( 2r \frac{dr}{dt} \frac{d\vartheta}{dt} + \frac{e}{M} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \right)$$

( $t$  ... Zeit) numerisch integriert bis zum Auftreffen auf den Emitter. Die Koordinaten der Startpunkte ( $\vartheta, r$ ) und der zugehörigen Auftreffpunkte ( $\theta_E, r_E$ ) wurden gespeichert. Ionenbahnen, die über  $\vartheta=60^\circ$  hinausgingen, wurden nicht weiter verfolgt.

#### 3.2 Auswertung

Aus den Start- und zugehörigen Auftreffpunkten ist das Startvolumen  $V$  zu bestimmen, das zu einem Flächenelement  $\Delta F$  der Emitteroberfläche und zu einem Energieintervall  $\epsilon$  bis  $\epsilon + \Delta \epsilon$  ( $\Delta \epsilon = e \cdot \Delta U$ ) gehört. Wegen der Rotationssymmetrie der Anordnung ist  $\Delta F$  eine Rotationsfläche,  $V$  das Volumen eines Rotationskörpers. Es liegt nahe, als  $\Delta F$  die Fläche zu nehmen, deren erzeugende Kurve begrenzt wird von den Auftreffpunkten zweier benachbarter, von derselben Äquipotentialfläche ausgehender Ionenbahnen. In guter Näherung gilt

$$\Delta F = \frac{\pi}{2} \left( r_E^{i,j} + r_E^{i,j+1} \right)^2 \left( \cos \theta_E^{i,j} - \cos \theta_E^{i,j+1} \right).$$



(Durch hochgestellte Indices wird die Teilchenbahn angegeben, um deren Start- bzw. Auftreffpunkt es sich handelt. Der erste Index charakterisiert die Äquipotentialfläche, der zweite Index den Winkel des Startpunktes).

Das zugehörige Startvolumen wird begrenzt durch die i-te und (i+1)-te Äquipotentialfläche, sowie durch die Startpunkte aller Ionen mit Energien zwischen  $\epsilon_i$  und  $\epsilon_{i+1}$ , die in den Randpunkten von  $\Delta F$  auf den Emitter treffen. Für die Energie  $\epsilon_i$  sind die Startkoordinaten dieser Ionen bekannt, dagegen werden von den berechneten Bahnen zur Energie  $\epsilon_{i+1}$  im allgemeinen keine in den Endpunkten von  $\Delta F$  auftreffen. Die zur Energie  $\epsilon_{i+1}$  gehörenden Startkoordinaten müssen deshalb durch Interpolation aus den berechneten Nachbarbahnen bestimmt werden. Dies geschah durch eine Spline-Interpolation. Durch alle zur Energie  $\epsilon_{i+1}$  berechneten Werte wurde eine Spline-Funktion (d.h. die zweimal stetig differenzierbare Funktion minimaler Gesamtkrümmung) gelegt, der dann die zu den gewünschten Auftreffpunkten gehörenden Startkoordinaten entnommen wurden. Auf diese Weise erhielt man die vier Eckpunkte eines erzeugenden Querschnitts von V. Die gekrümmten Ränder dieses Querschnitts wurden für die Volumenberechnung durch Geradenstücke approximiert. Aus Abb. 6 oder Abb. 9 und 10, in denen die Linien gleichen Auftreffpunktes eingetragen sind, sieht man, daß dies eine brauchbare Näherung ist. In größerer Entfernung vom Emitter sind die Linien gleichen Auftreffpunktes und die Äquipotentialflächen nur schwach gekrümmt. Bei Annäherung an den Emitter wächst zwar die Krümmung, gleichzeitig nimmt aber der Abstand benachbarter Startpunkte ab, so daß nur kurze Kurvenstücke durch Geradenstücke approximiert werden. Außerdem hat der Fehler, den man macht, wenn man bei der Flächenberechnung die gekrümmten Ränder durch Geradenstücke ersetzt, bei gegenüberliegenden Rändern entgegengesetztes Vorzeichen und hebt sich also teilweise auf. Mit dieser Approximation ergab sich das Startvolumen durch

$$V = \frac{\pi}{3} \left\{ \begin{aligned} & (r_3 \cos \vartheta_3 - r_4 \cos \vartheta_4) (r_3^2 \sin^2 \vartheta_3 + r_3 r_4 \sin \vartheta_3 \sin \vartheta_4 + r_4^2 \sin^2 \vartheta_4) \\ & - (r_1 \cos \vartheta_1 - r_2 \cos \vartheta_2) (r_1^2 \sin^2 \vartheta_1 + r_1 r_2 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 + r_2^2 \sin^2 \vartheta_2) \\ & + (r_4 \cos \vartheta_4 - r_2 \cos \vartheta_2) (r_4^2 \sin^2 \vartheta_4 + r_2 r_4 \sin \vartheta_2 \sin \vartheta_4 + r_2^2 \sin^2 \vartheta_2) \\ & - (r_3 \cos \vartheta_3 - r_1 \cos \vartheta_1) (r_3^2 \sin^2 \vartheta_3 + r_1 r_3 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_3 + r_1^2 \sin^2 \vartheta_1) \end{aligned} \right\}$$

mit den Abkürzungen  $r^{i,j}=r_1$ ,  $r^{i,j+1}=r_2$ ,  $r^{i+1,j}=r_3$ ,  $r^{i+1,j+1}=r_4$  und entsprechend für die Werte  $\vartheta$ -Werte.

Dieses Startvolumen wurde der Energie  $\frac{1}{2} (\epsilon_i + \epsilon_{i+1})$  zugeordnet. Daraus ergab sich das spezifische Startvolumen und die Stromdichteverteilung auf dem Emitter. Als zugehörige Werte von  $r, \vartheta$  wurden die Mittelwerte der vier Eckpunkte des Startquerschnitts genommen. Für jeden Energiewert  $\epsilon_i + \frac{1}{2} \Delta \epsilon$  erhielt man eine Tabelle von Werten zu den verschiedenen Auftreffwinkeln  $\theta_E$ .

Um die Energieverteilung der Ionen und die Linien gleichen Auftreffortes für einen gegebenen Punkt des Emitters zu erhalten, wurde aus jeder Tabelle durch Spline-Interpolation der Stromdichtewert bzw. Startpunkt bestimmt, der zu dem gegebenen Auftreffpunkt gehört. Dies lieferte die Energieverteilungskurven der Abb. 4 und 5 und die Linien gleichen Auftreffpunktes der Abb. 6 bis 8.

Die in den Abb. 9 und 10 eingetragenen Feldlinien wurden gewonnen durch numerische Integration der Differentialgleichung für die Koordinaten  $r, \vartheta$  der Feldlinien

$$\frac{d\vartheta}{dr} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \vartheta} \Big/ \frac{\partial U}{\partial r},$$

ausgehend von den Startpunkten auf einer emitterfernen Äquipotentialfläche.

Anhang 1

Gasverarmung in der Umgebung des Emitters und Nachionisierung "abgestäubter" Atome.

Da nahe der Spitze die Dichte des ionisierenden Elektronenstromes hoch ist, ist zu prüfen, ob die Annahme konstanter Neutralgasdichte zulässig ist.

Wir nehmen an, daß die Neutralgasdichte n nur von r abhängt, vernachlässigen also das von der Seite in den "Elektronenkegel" einströmende Gas. Dadurch wird die Gasverarmung überschätzt.

Sei also

$n(r)$  ... Neutralgasdichte

$n_e = \frac{j_e}{e \cdot v_e}$  ... Elektronendichte ( $v_e$  ... Elektronengeschwindigkeit)

$\sigma$  ... Wirkungsquerschnitt für Ionisierung ( $\leq 2 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^2$ )

$v = \frac{dr}{dt}$  = Radialgeschwindigkeit der Neutralen  $\approx 4 \cdot 10^4 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  (thermische Geschwindigkeit)

Die Zahl der Ionisierungen ist

$$-dn = n \cdot n_e \sigma v_e dt = n \frac{j_e}{e} \sigma dt = -n \frac{j_e \cdot \sigma}{e \cdot v} dr$$

mit  $j_e = \frac{I}{1,84r^2}$  und  $y = \frac{I\sigma}{1,84ev}$  folgt:

$$\frac{dn}{n} = y \frac{dr}{r^2} \text{ oder } \ln \frac{n}{n_0} = -\frac{y}{r} + \frac{y}{R} \approx -\frac{y}{r}$$

wobei  $n_0 = n(R)$  und  $r \ll R$  für alle interessanten Werte von  $v$ .

Also  $n = n_0 e^{-y/r}$

Mit obigen Zahlen ist  $y \leq 1,7 \cdot 10^{-2} I$ ; eine merkliche Verarmung (über 5%) tritt also auf, wenn

$$r < 3 \cdot 10^{-7} \text{ cm bei } I = 10^{-6} \text{ A}$$

$$r < 3 \cdot 10^{-6} \text{ cm bei } I = 10^{-5} \text{ A}$$

d.h. in allen für die vorliegende Arbeit interessanten Fällen ist die "Gasverarmung" zu vernachlässigen.

Aus diesem Ergebnis folgt umgekehrt: Verlassen die durch den Ionenbeschuss "abgestäubten" Atome die Spitze neutral (und das ist der überwiegende Teil) und ist ihre Geschwindigkeit dabei größer als thermische Geschwindigkeit, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie vor der Spitze durch den Elektronenstrom ionisiert werden, vernachlässigbar. Die abgestäubten Atome können also dann trotz des hohen Feldes die Spitze verlassen. (Auch die "Feldbindungsenergie" ist i.a. klein gegen die kinetische Energie der abgestäubten Atome).

Anhang 2

Beziehung zwischen Beschuss-Experimenten in FE-Mikroskopen und Vakuum-Durchschlag.

Wie in der Einleitung erwähnt, spielt der Ionenbeschuss von FE-Spitzen auch beim Hochspannungs-Durchschlag im Vakuum eine Rolle.

Die Vorgänge scheinen aber unterschiedlich abzulaufen. Wir beobachten stets ein Anspitzen der Emitter beim Beschuss. Wird die Spannung nicht rechtzeitig reduziert, tritt ein Durchschlag auf. Inspektion des Emitters nach dem Durchschlag zeigt dann fast stets eine kleine Kugel an der Spitze des Emitters, vermutlich entstanden durch Erstarren von geschmolzenem Material.

Dagegen wird bei Untersuchungen des Vakuumdurchschlags häufig eine Vergrößerung der Spannungsfestigkeit als Folge des Beschusses festgestellt [z.B. 10,11] ohne daß ein Durchschlag vorausgegangen wäre.

Folgende experimentelle Unterschiede bestehen: in FE-Mikroskopen hat man lange, durch thermische Behandlung oder Feldverdampfung geglättete und gereinigte Emitter.

Auf den ausgedehnten Kathoden bei Durchschlag-Experimenten sind dagegen die Emitter meist kurz (daher auch in besserem thermischen Kontakt mit der ausgedehnten Kathode), unregelmäßig geformt und u.U. mit Oberflächenschichten bedeckt. Das Zerstäuben der Oberflächenschichten kann die Emissionseigenschaften verändern [12], insbesondere kann aber der gute Wärmekontakt bewirken, daß die Kathodenspitzen thermisch stabil sind und daher ohne Durchschlag weggestäubt werden [13].

Die Übertragung der im FEM gemachten Beobachtungen auf den Vakuumdurchschlag ist daher nicht ohne weiteres möglich.

Anhang 3

Beschuß der Spitze infolge der durch die Feldelektronen bewirkten Desorption von den Röhrenwänden.

Der in der Überschrift genannte Effekt kann im FEM als Störeffekt auftreten. Er kann in zwei Anteile zerlegt werden:

- 1) Ein Teil der desorbierten Teilchen wird als Ionen desorbiert [14], sie können direkt auf die Spitze hin beschleunigt werden (im folgenden "direkter Ionenbeschuß" genannt).
- 2) Durch die Gasdesorption erhöht sich der Druck im FEM; dieser erhöhte Restgasdruck führt zu verstärktem Ionenbeschuß (im folgenden "indirekter Ionenbeschuß" genannt).

Nach den Ergebnissen der vorliegenden Arbeit können nur die Ionen zum direkten Beschuß beitragen, die in einem kleinen Bereich um die Achse von ca. drei Spitzenradien ausgelöst werden. Nimmt man an, daß die Auslösewahrscheinlichkeit am Leuchtschirm etwa  $10^{-3}$  Moleküle/Elektron und  $10^{-5}$  Ionen/Elektron ist [14] und daß das Saugvermögen der Pumpen am FEM bei 11/s liegt, so gilt für die Ionenstromdichte auf der Spitze:

$$j_{\text{direkt}}/j_{\text{indirekt}} = 5 \cdot 10^{-9}/i_E$$

$$j_{\text{direkt}}/j_{\text{Restgas}} = 10^{-12}/p$$

$$j_{\text{indirekt}}/j_{\text{Restgas}} = 2 \cdot 10^{-4} i_e/p$$

$i_E$  ... FE-Strom in Ampere

$p$  .... Restgasdruck in Torr (ohne Druckerhöhung durch den FE-Strom).

Dies bedeutet, daß der direkte Beschuß in allen praktischen Fällen zu vernachlässigen ist. Der indirekte Beschuß muß bei hohen FE-Strömen und kleinen Restgasdrücken berücksichtigt werden (vgl. auch [15]).

Danksagung

Für nützliche Diskussionen haben wir Herrn Dr. W. Poschenrieder zu danken.

Frau V. Welge danken wir für die Aufstellung des Rechenprogramms.

LITERATUR

- [1] M.K. SINHA, E.W. MÜLLER, J.Appl.Phys. 35, 1256 (1964)
- [2] J.A. HUDSON, R.S.NELSON, B. RALPH, Phil.Mag. 18, 839 (1968)
- [3] H. VERNICKEL, Z.Naturf. 21a, 1308 (1966)
- [4] H. VERNICKEL, IPP-Laborbericht 2/72 (1968)
- [5] F.M. CHARBONNIER, Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, Proc. of the 3rd International Symposium, Paris 1968, p.1
- [6] W.P. DYKE, J.K. TROLAN, W.W. DOLAN, G. BARNES, J.Appl.Phys. 24, 570 (1953)
- [7] P.J. STENNING, Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, Proc. of the 3rd International Symposium, Paris 1968, p.107
- [8] W. LOTZ, IPP-Laborbericht 1/50
- [9] W. GLASER, Grundlagen der Elektronenoptik, Springer, Wien 1952
- [10] D. ALPERT, D.LEE, E.M. LYMAN, H.E. TOMASCHKE, J. Appl. Phys. 38, 880 (1967)
- [11] S.Y. ETTINGER, E.M. LYMAN, Discharges and Electrical Insulation in Vacuum, Proc. of the 3rd International Symposium, Paris 1968, p.128
- [12] B. JÜTTNER, Beitr. aus der Plasmaphysik 8, 189 (1968)
- [13] F.M. CHARBONNIER, C.J. BENNETTE, L.W. SWANSON, J.Appl.Phys. 38, 627 (1967)
- [14] P.A. REDHEAD, J.P. HOBSON, E.V. KORNELSEN, The Physical Basis of Ultrahigh Vacuum, Chapman and Hall, London 1968
- [15] G. LAUKIEN, H. VERNICKEL, Z.f. Physik 176, 21 (1963)

BILDUNTERSCHRIFTEN

- Abb.1 Form des Emitters, Fall I.
- Abb.2 Form des Emitters, Fall II.
- Abb.3 Abhängigkeit der Ionenstromdichte vom Auftreffort für verschiedene Energien  
(in  $\frac{A}{cm^2 eV} \cdot \frac{1}{Torr \cdot A}$ ).
- Abb.4 Energieverteilung des  $Ar^+$ -Beschusses von FE-Spitzen Fall I (tropfenförmige Spitze) für  $\theta_E = 5^\circ$  und  $\theta_E = 44^\circ$  Anodenspannung  $V_A = 3,8$  kV).
- Abb.5 Energieverteilung des  $Ar^+$ -Beschusses von FE-Spitzen, Fall II (Spitzenform: abgerundeter Kegel) für  $\theta_E = 5^\circ$  und  $\theta_E = 44^\circ$  (Anodenspannung  $V_A = 3,7$  kV).
- Abb.6 Linien gleichen Auftreffpunktes für Fall I. (Alle Ionen, deren Startorte auf der gleichen Linie liegen, treffen den Emitter am selben Punkt; die Gradzahlen sind das  $\theta_E$  des Auftreffpunktes. Gestrichelt sind Äquipotentiallinien eingezeichnet).
- Abb.7 Wie Abb.6, halblogarithmische Darstellung.
- Abb.8 Wie Abb.6, Fall II.
- Abb.9 Vergleich von Feldlinien (ausgezogen) und Linien gleichen Auftreffpunktes (kurz gestrichelt). Fall I (Äquipotentiallinien sind lang gestrichelt).
- Abb.10 Wie Abb.9, Fall II.
- Abb.11 Energieverteilung der Ar-Ionen in halblog. Darstellung für alle gerechneten Fälle.
- Abb.12 Spezifisches Startvolumen  $v$  und zugehöriger Startort  $(r, \vartheta)$  als Funktion der relativen Energie  $\epsilon'$  für Fall I,  $\theta_E = 5^\circ$ . ( $v$  ist in  $\frac{cm}{eV}$ ,  $r$  in cm,  $\vartheta$  in Grad).
- Abb.13 Wie Abb.12, Fall I,  $\theta_E = 44^\circ$ .
- Abb.14 Wie Abb.12, Fall II,  $\theta_E = 5^\circ$ .
- Abb.15 Wie Abb.12, Fall II,  $\theta_E = 44^\circ$ .

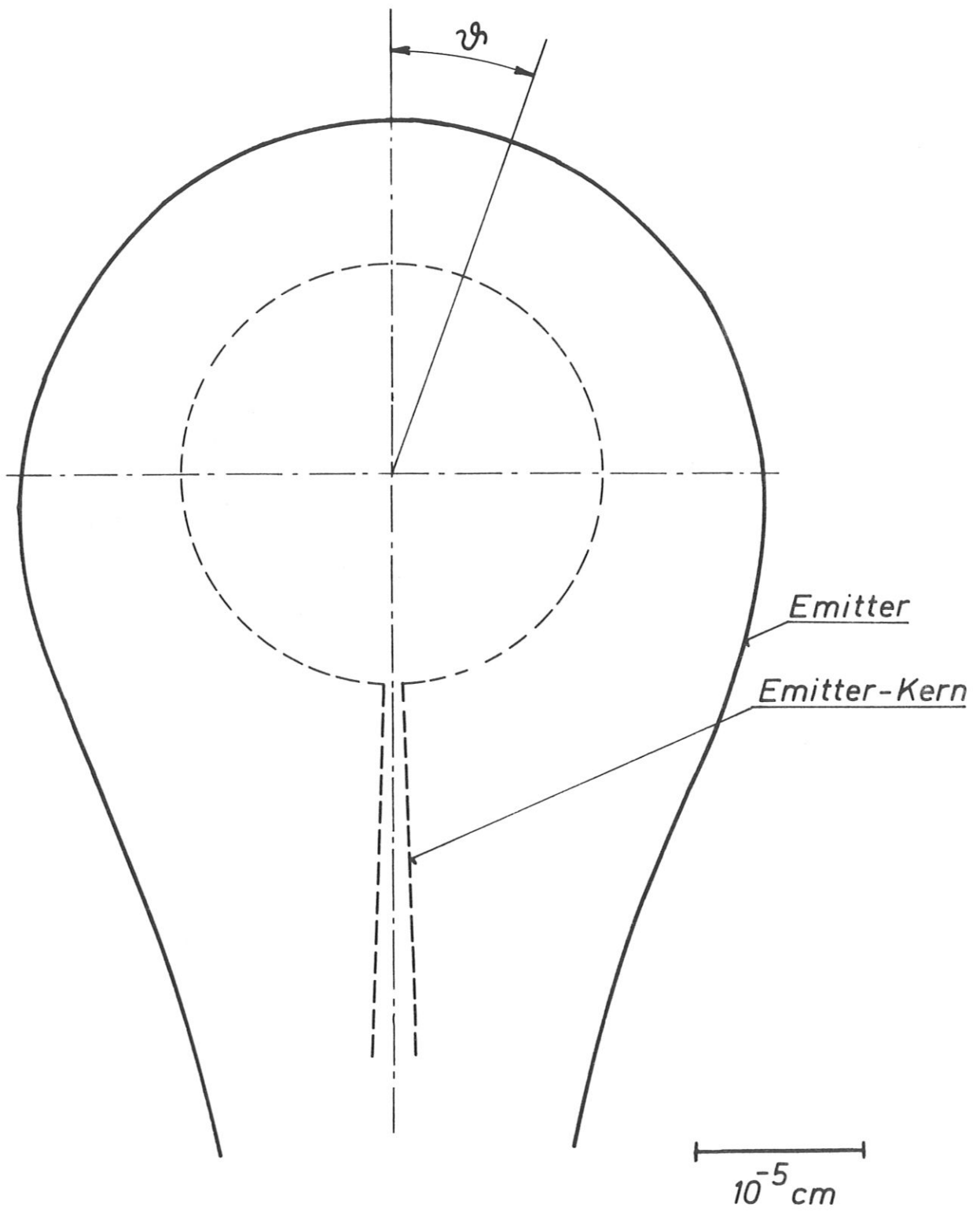


Abb. 1

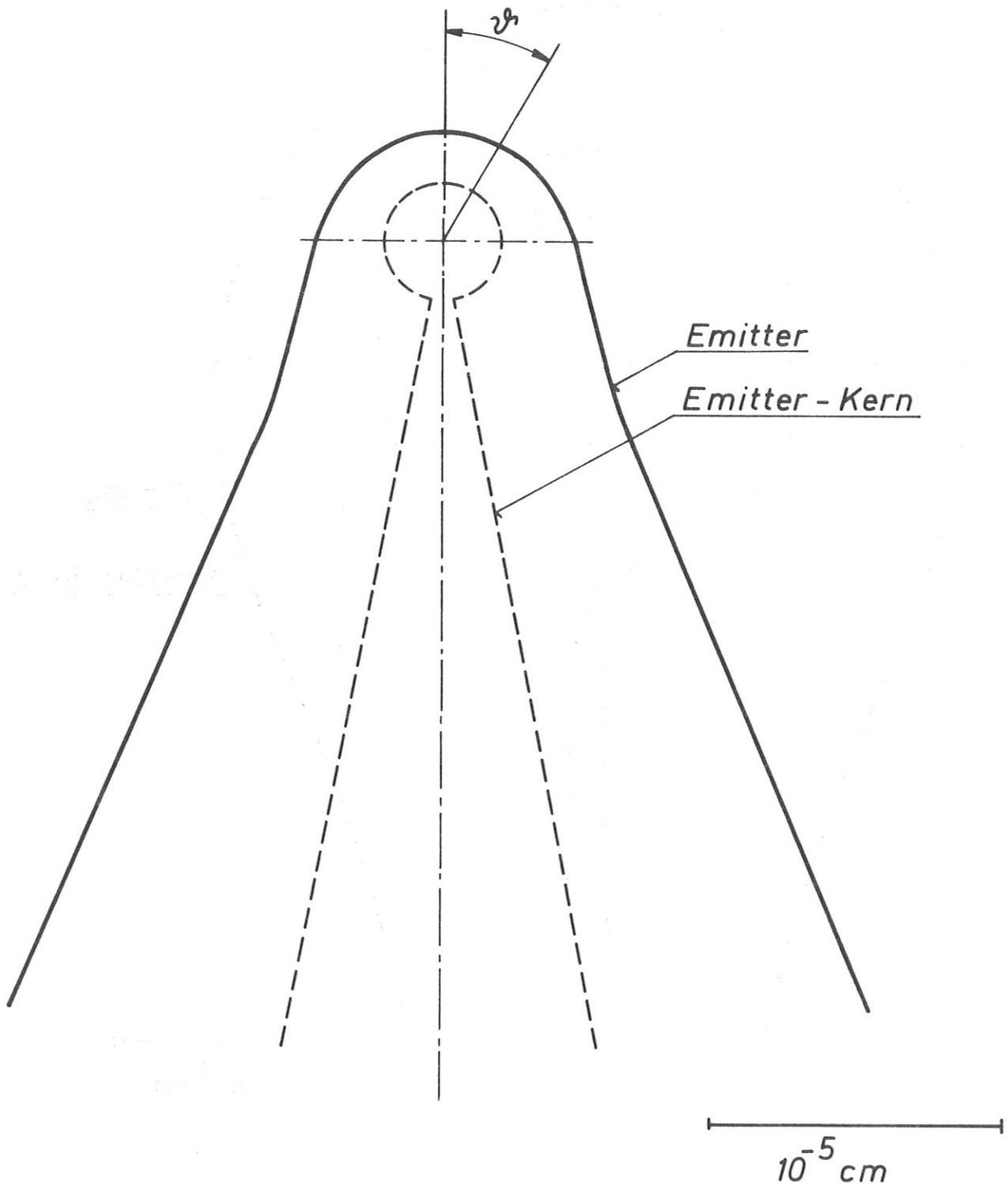


Abb. 2

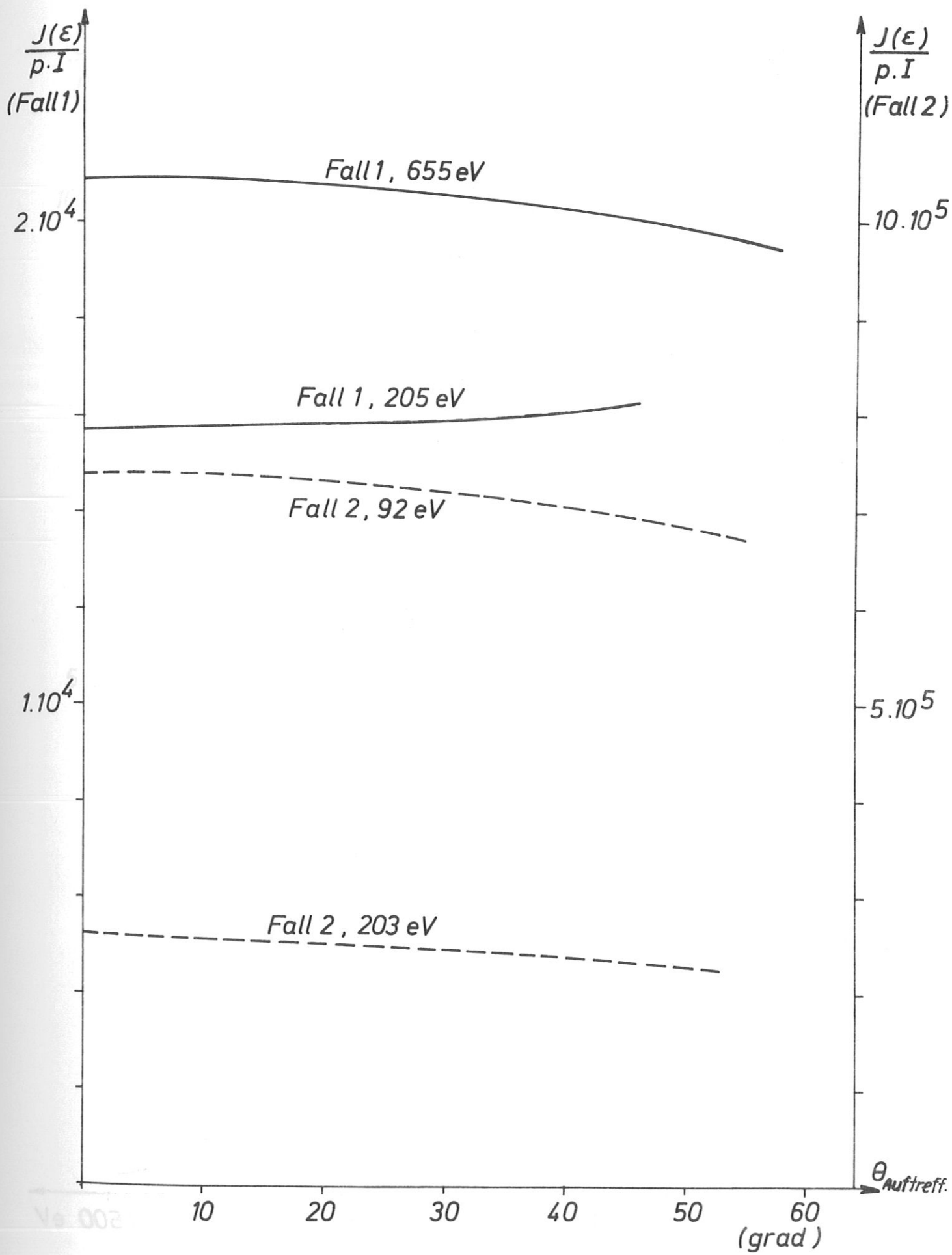


Abb. 3



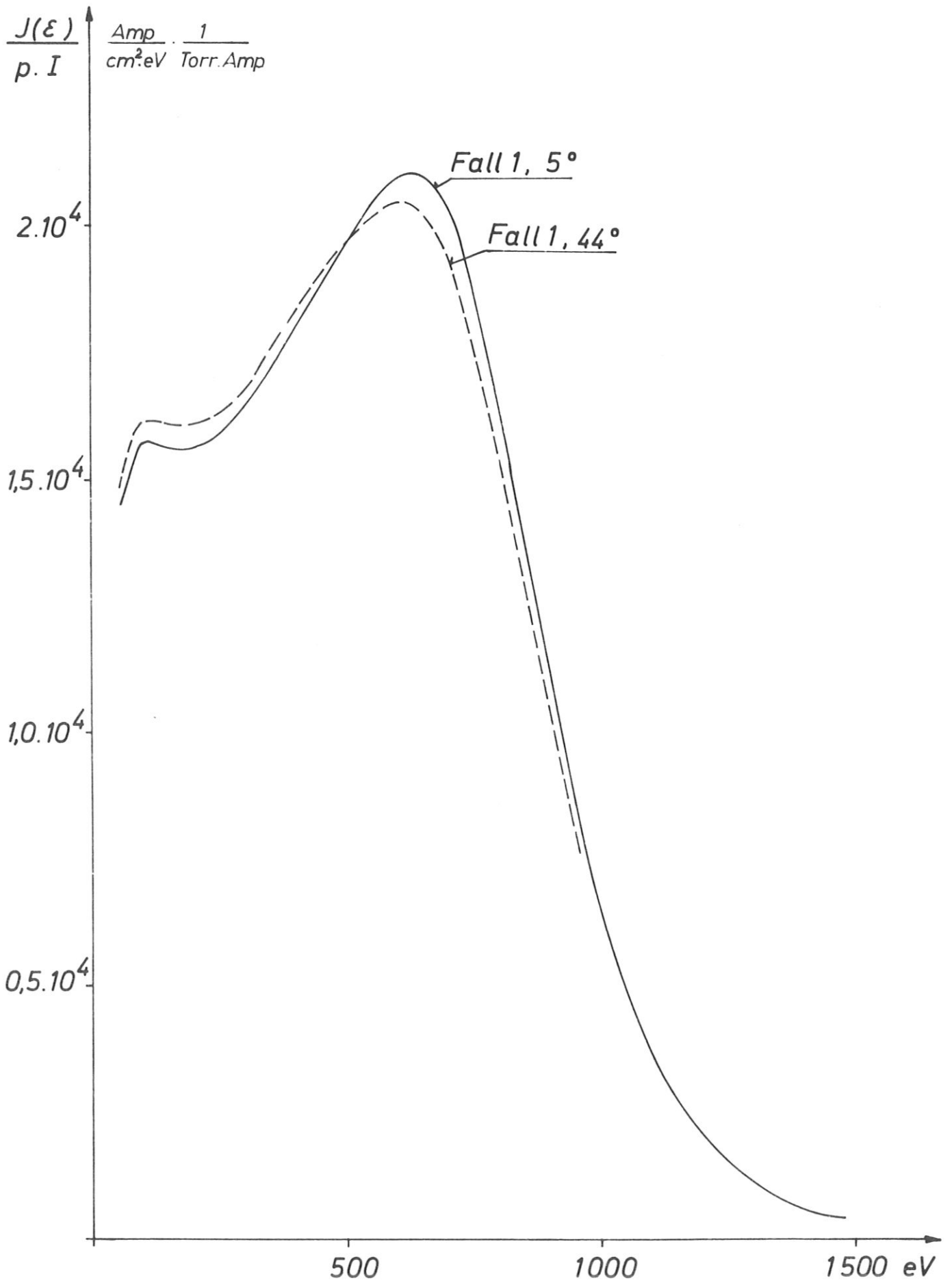


Abb. 4

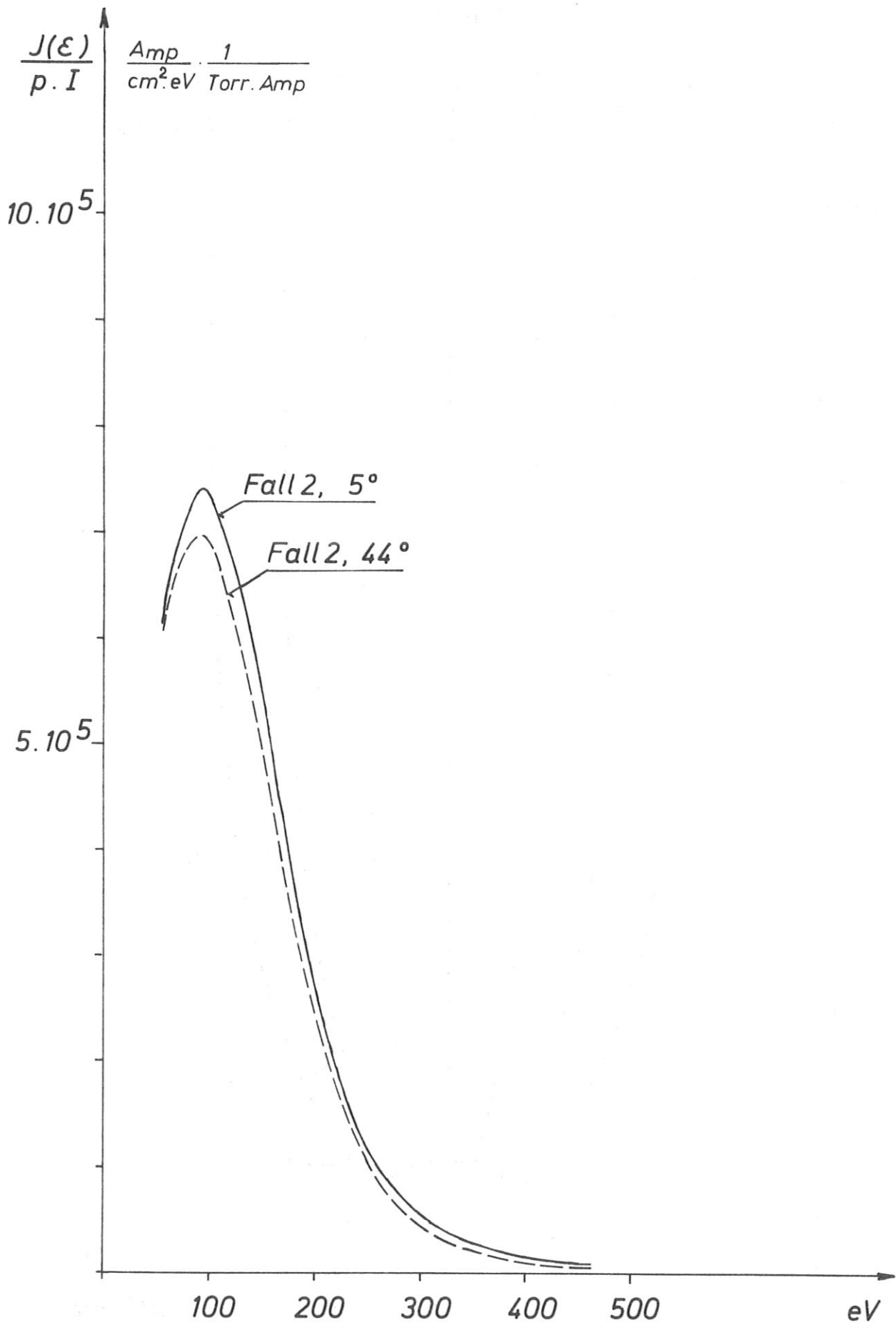


Abb. 5

Fall 1

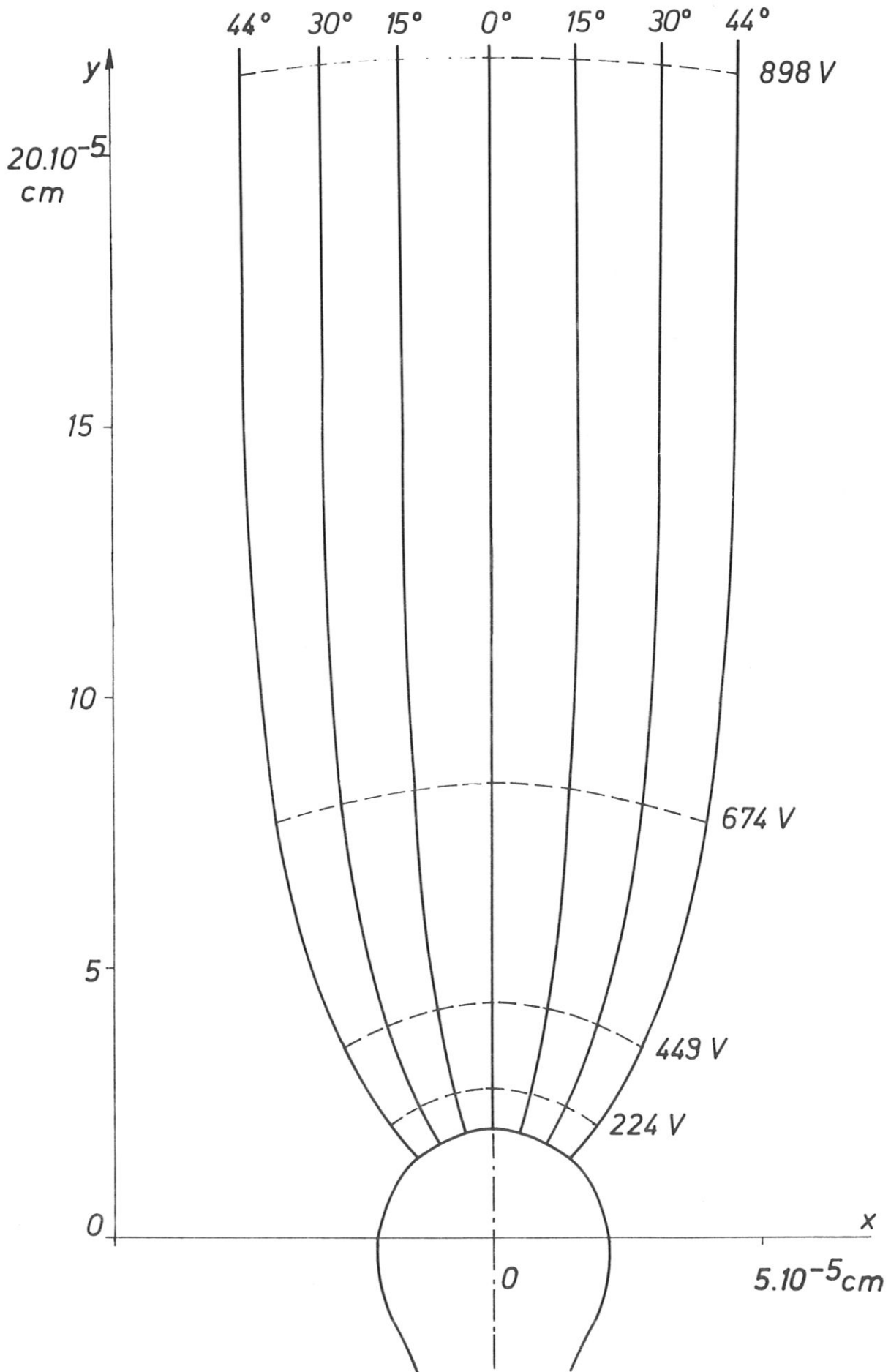


Abb.6

Fall 1

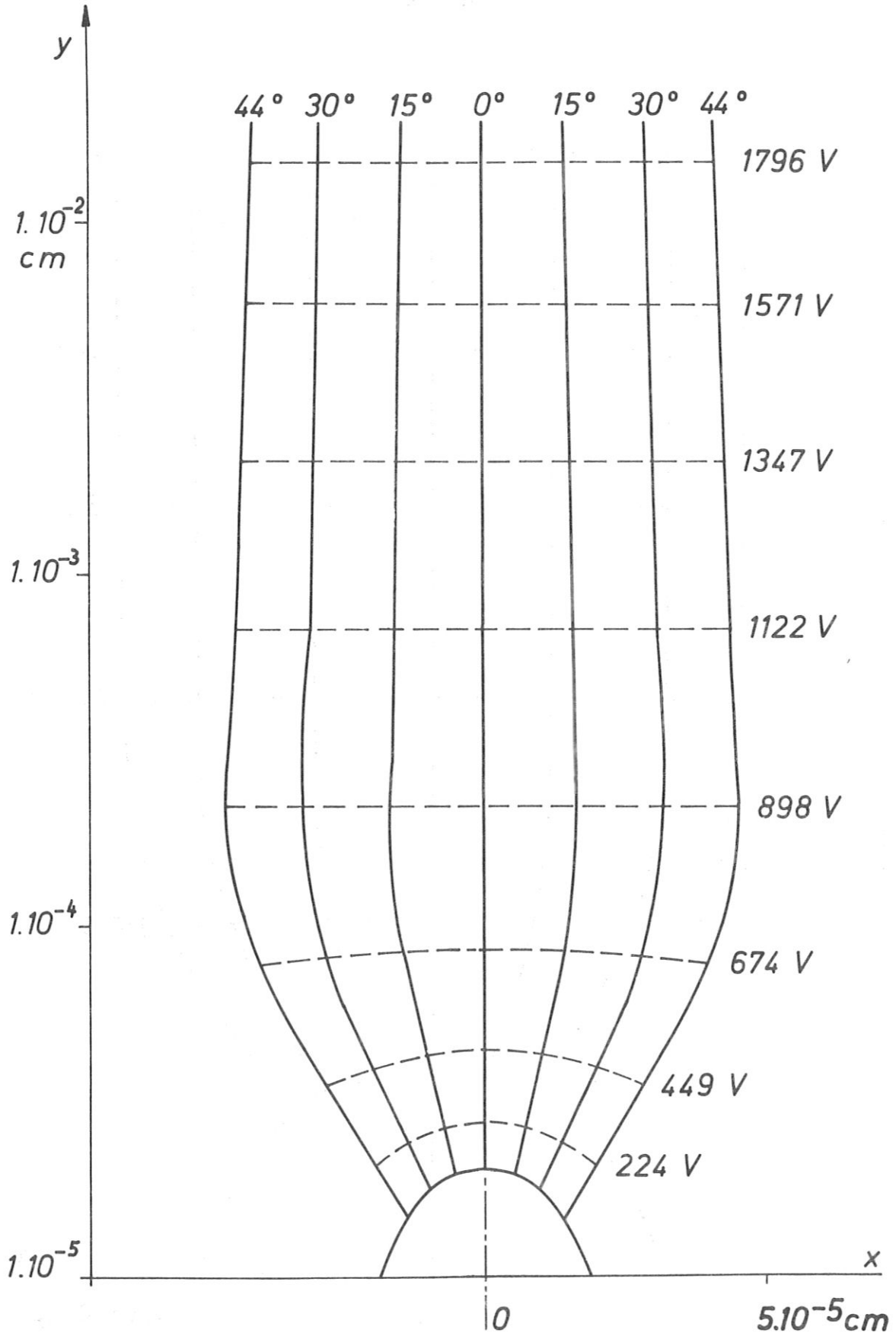


Abb. 7

Fall 2

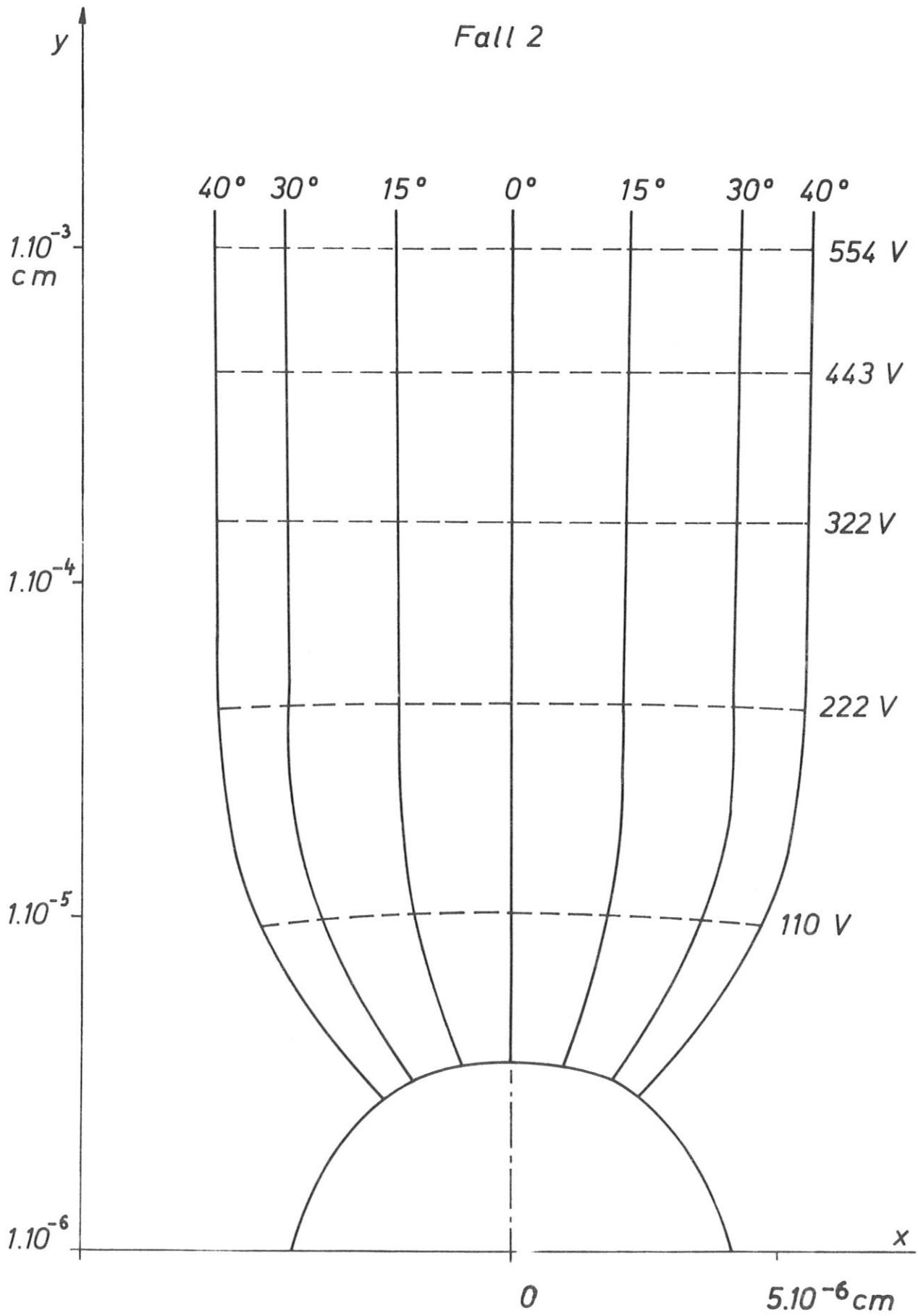


Abb. 8

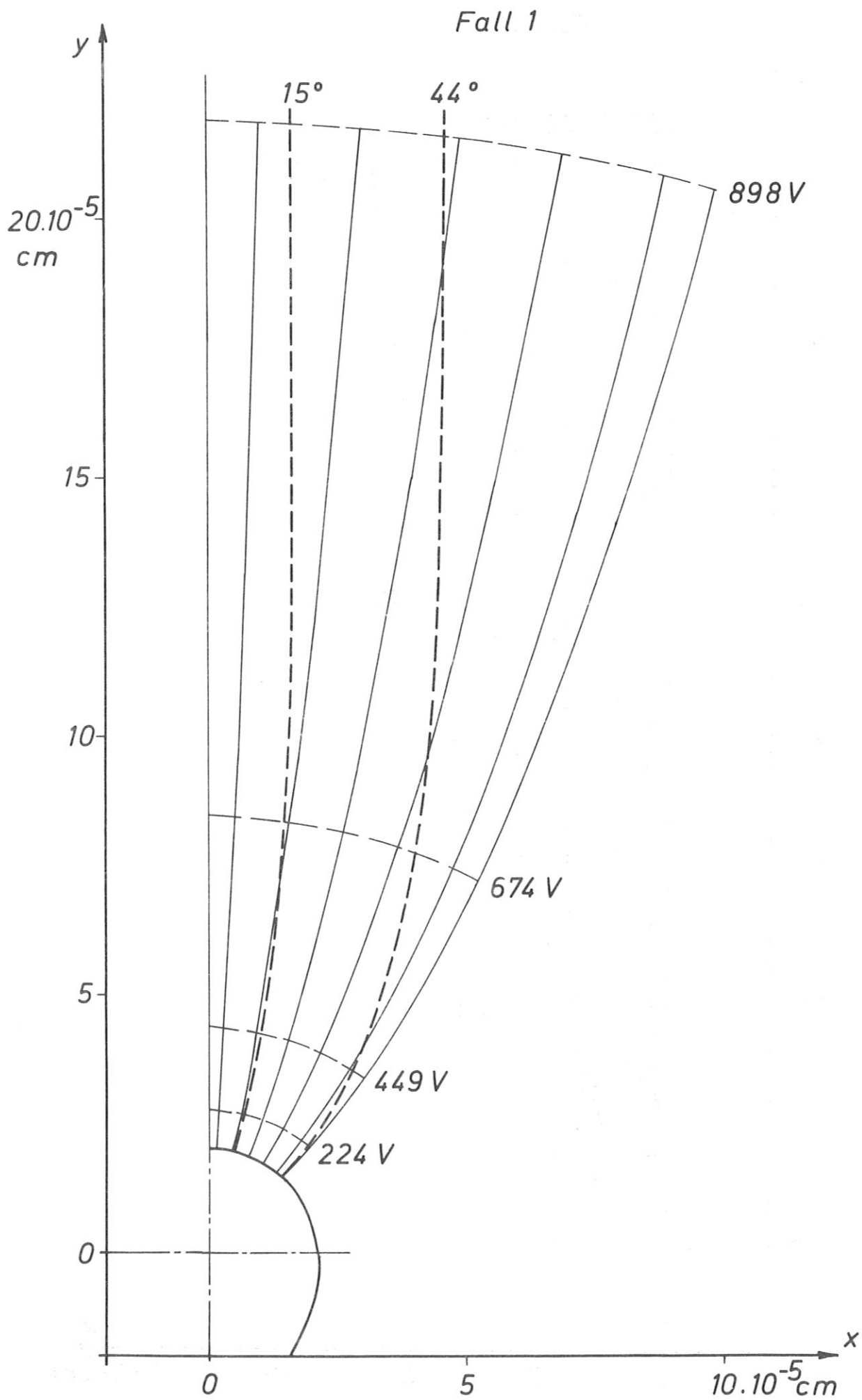


Abb. 9

Fall 2

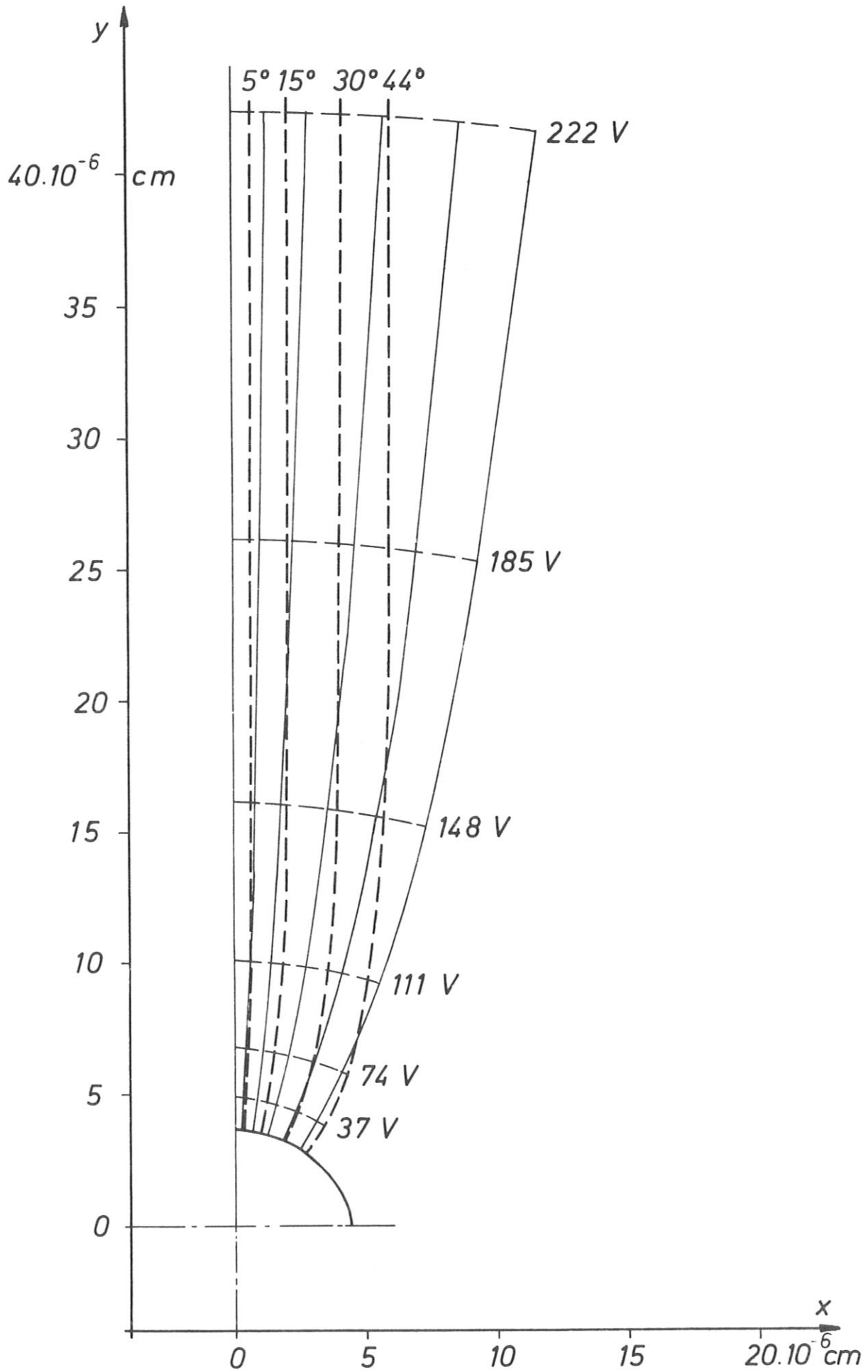


Abb. 10

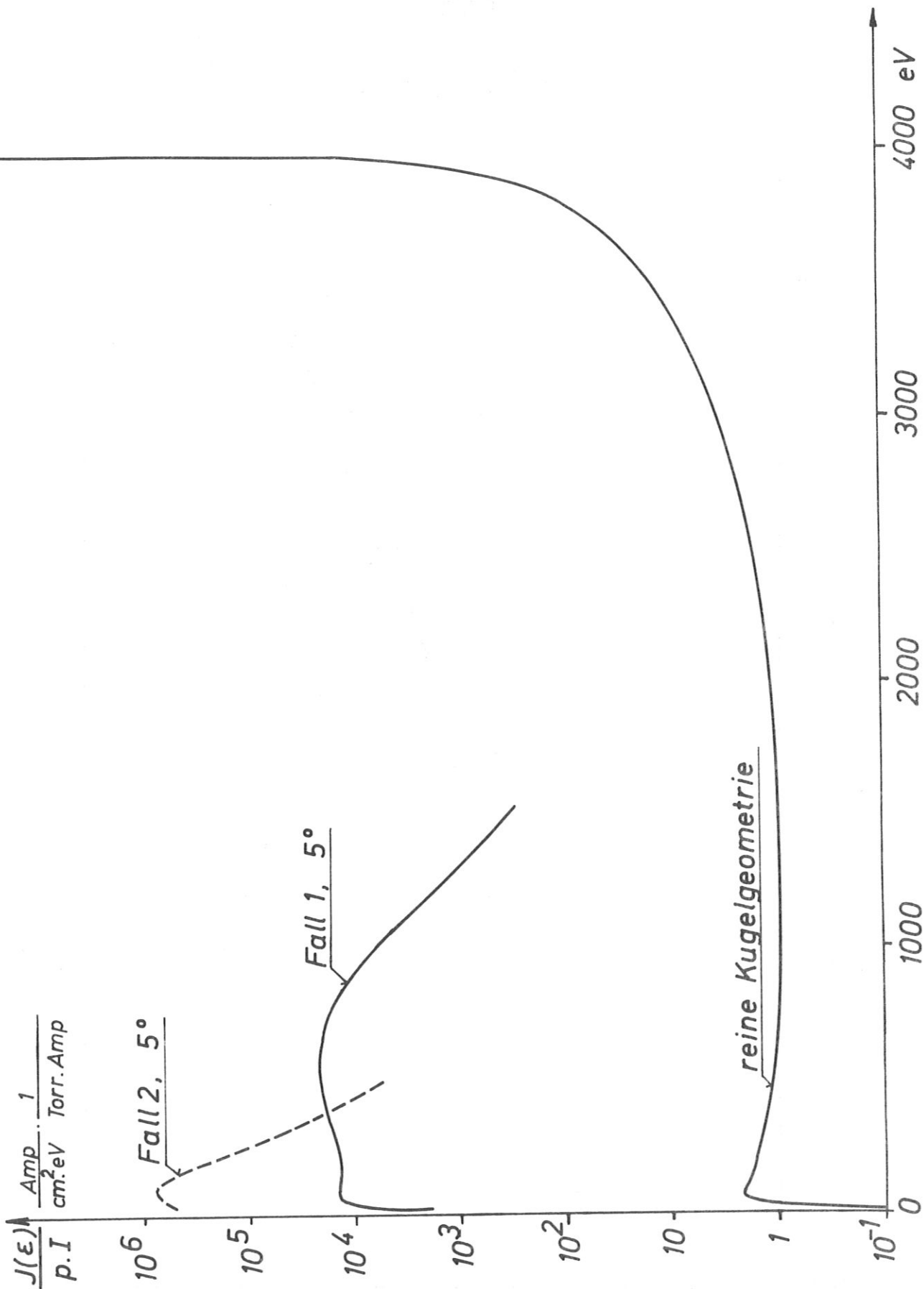


Abb. 11



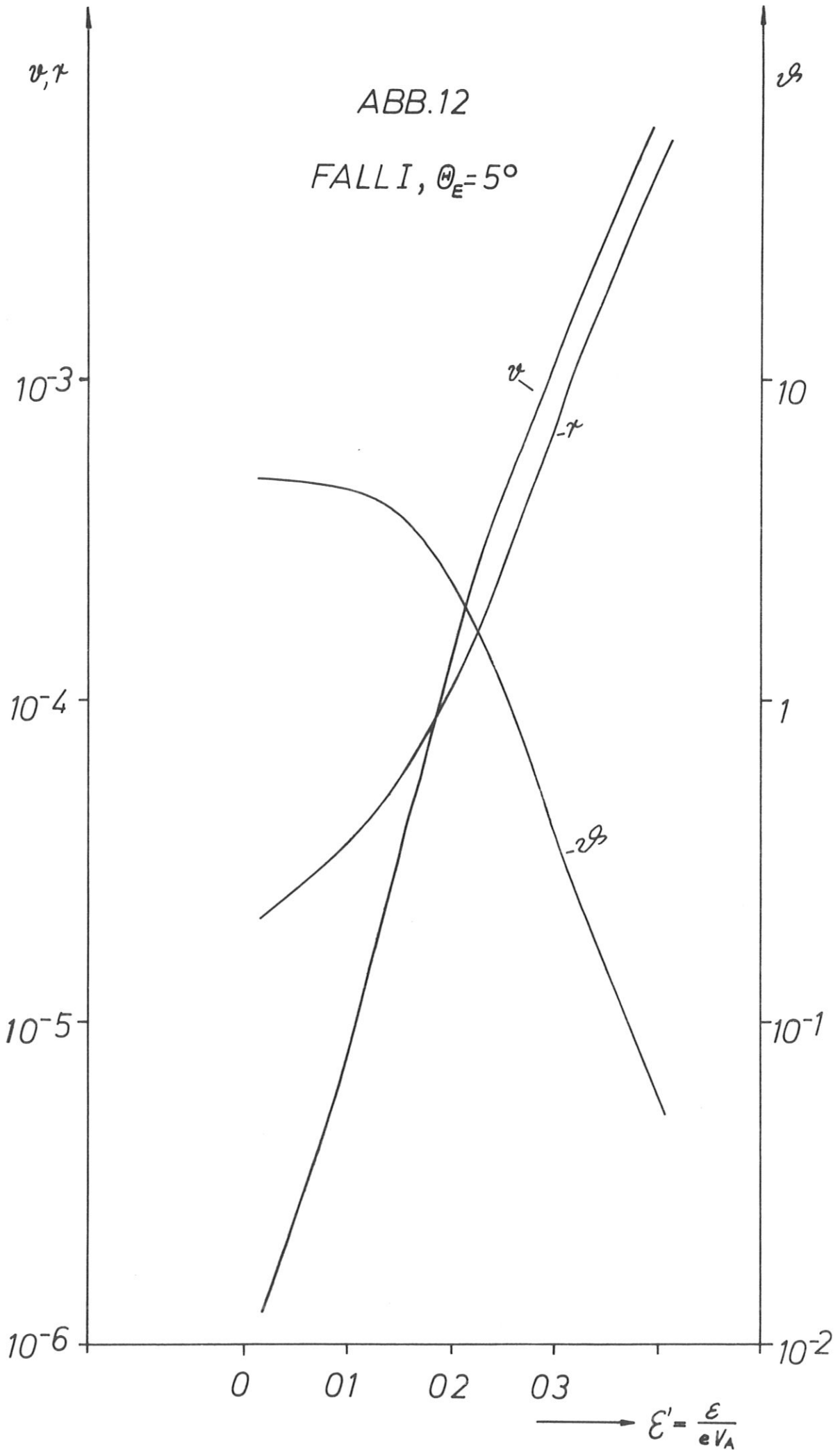


ABB.13

FALL I,  $\theta_E = 44^\circ$

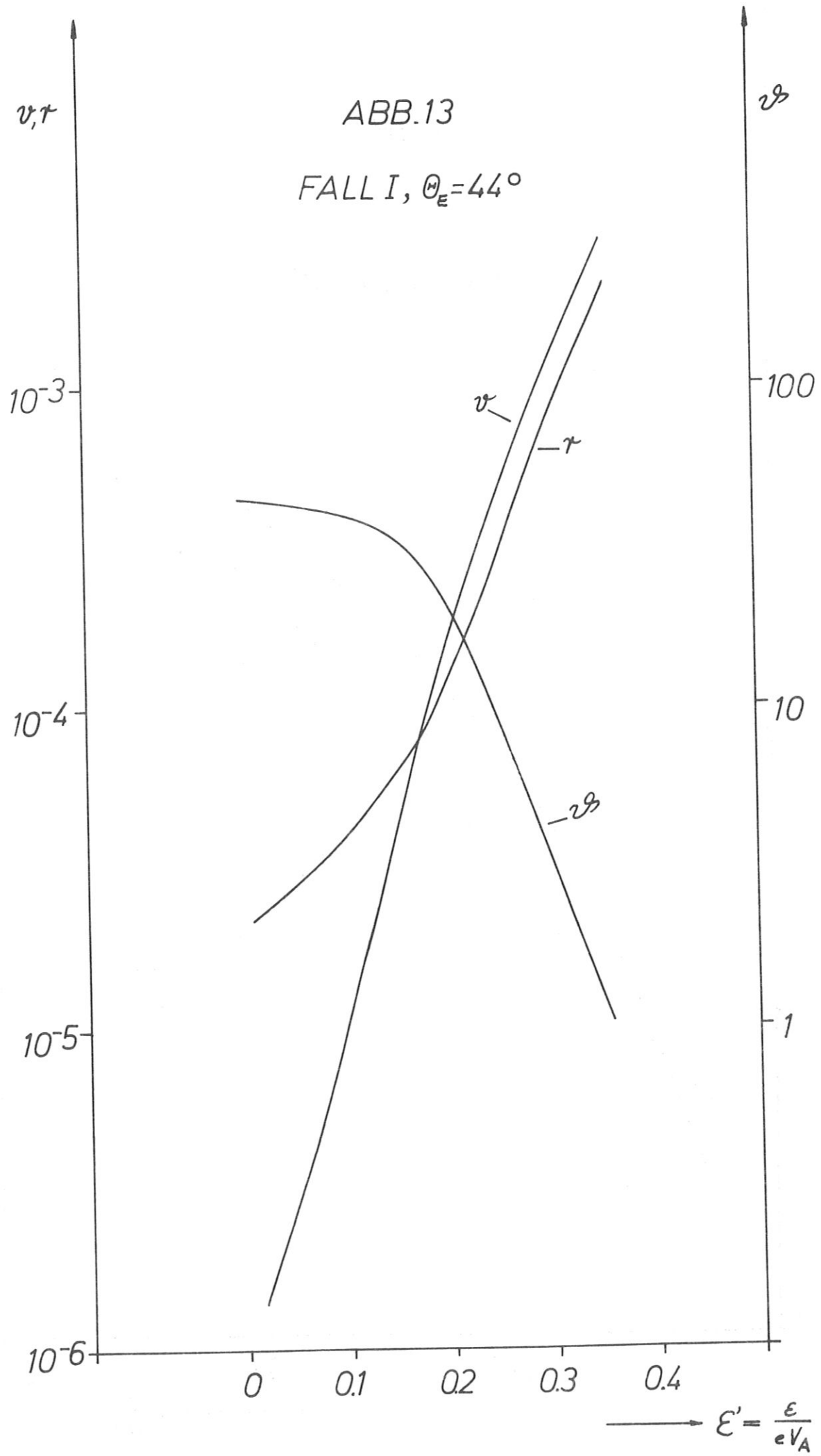


ABB.14

FALL II,  $\theta_E = 5^\circ$

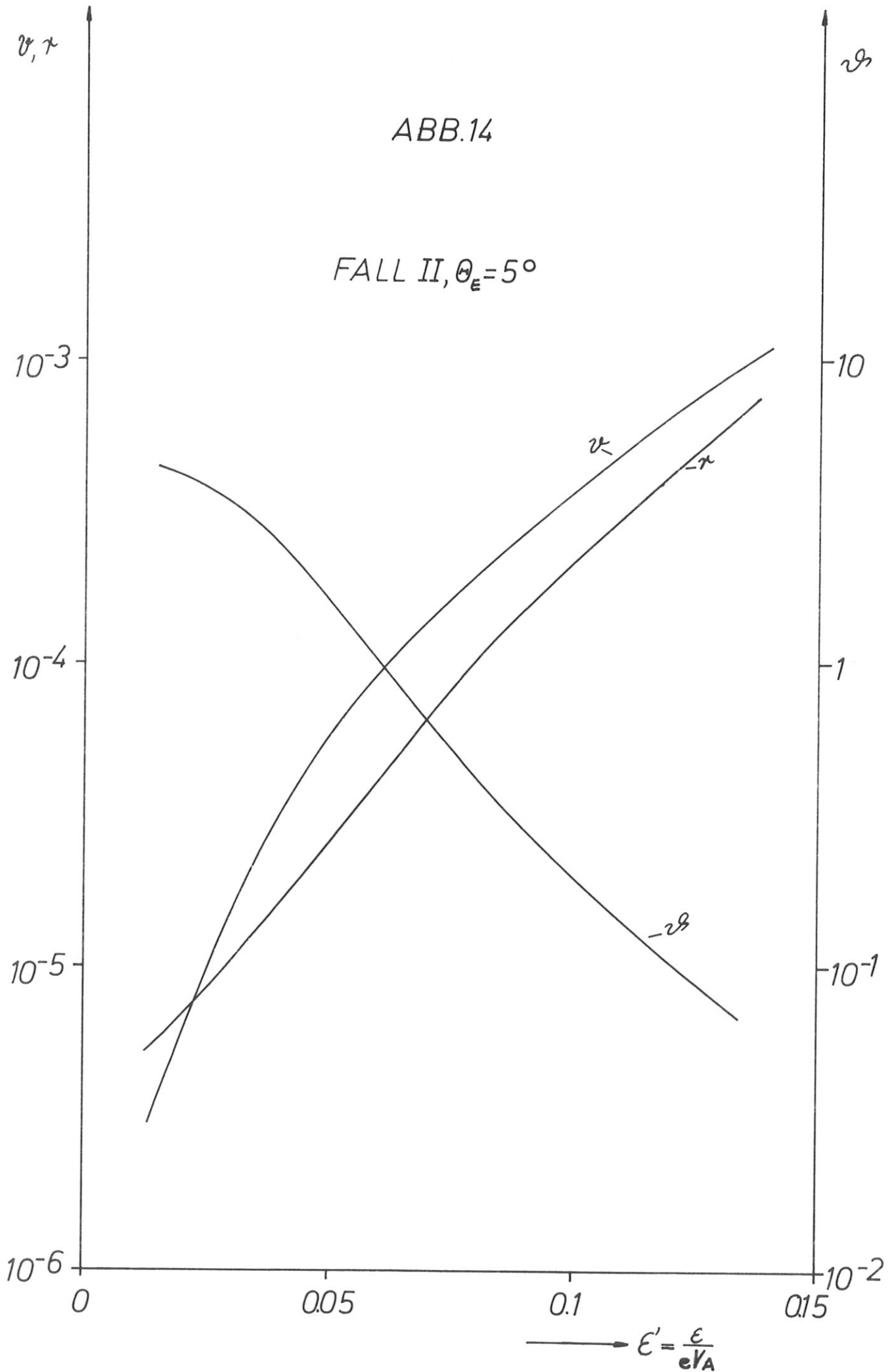


ABB. 15

FALL II,  $\theta_e = 44^\circ$

