

Abn 1

Erzeugung von Wasserstoffplasma durch
Riesenimpulslaser

- Eine theoretische Studie -

Hydrogen Plasma Production by Giant
Pulse Lasers

- A Theoretical Study -

P. Mulser

IPP 3/95

Juni 1969

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K
G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Abt. 1

Erzeugung von Wasserstoffplasma durch
Riesenimpulslaser

- Eine theoretische Studie -

Hydrogen Plasma Production by Giant
Pulse Lasers

- A Theoretical Study -

P. Mulser

IPP 3/95

Juni 1969

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Abstract

The problem of interaction of an intense laser beam with solid hydrogen is theoretically investigated in a one dimensional plane geometry. The time dependent distributions of density, temperature and velocity of the produced plasma as well as those of the solid are found by numerical solution of the hydrodynamic equations for various laser powers. The maximum temperature can be approximately expressed in closed form as a function of the laser intensity and time. The calculations allow for the influence of thermal conduction and viscosity. At laser intensities above $1,8 \cdot 10^{11}$ W/cm² the frequency of the plasma rises above that of the laser in the transition sheath between the hot plasma and the cold solid compressed in the ratio 1:4. The problem of the absorption and reflection of laser radiation in this region is investigated.

Inhaltsverzeichnis

<u>I. Einleitung</u>	Seite 1
<u>II. Das Modell</u>	
<u>A) Die Grundgleichungen</u>	2
<u>B) Transportgrößen</u>	4
<u>C) Durchführung der numerischen Rechnung</u>	6
<u>D) Numerische Ergebnisse</u>	
Die Kompressionswelle	6
Das heisse Plasma	7
Ähnlichkeitsrelationen	8
Einfluss von Wärmeleitung und Viskosität	9
<u>III. Zur Reflexion des Laserlichts</u>	9
<u>IV. Diskussion</u>	12
<u>Zusammenfassung</u>	15
<u>Anhang I - Ableitung der Erhaltungssätze in der Lagrange-Form</u>	16
<u>Anhang II - Differenzenschema für die Integration der Bewegungsgleichungen</u>	17
<u>Anhang III - Daten und Konstanten</u>	18
<u>Literaturverzeichnis</u>	19

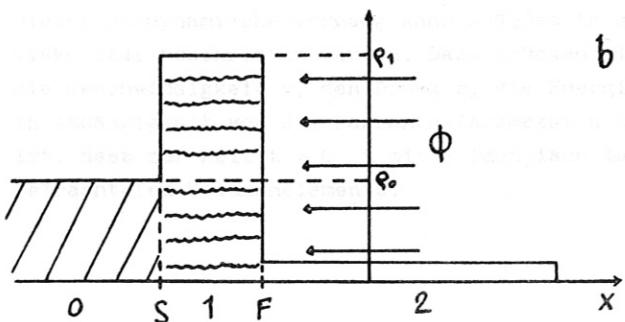
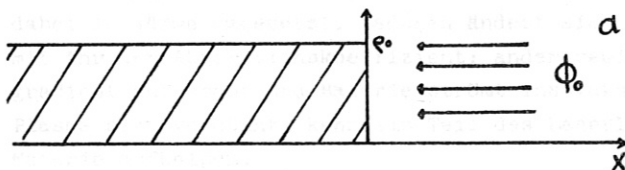
I. EINLEITUNG

Heutige Riesenimpuls-laser erreichen - mit einer Linse geeigneter Brennweite auf 10^{-4} cm^2 fokussiert - Lichtintensitäten von 10^{12} W/cm^2 und darüber. Die Emissionsdauer liegt dabei zwischen etwa 2 und 30 Nanosekunden. Die Wechselwirkung von solchen Strahlungsfeldern mit Materie weicht erheblich von dem Bild ab, das man sich in der "Vor-Laserzeit" vom Durchgang elektromagnetischer Wellen durch ein Medium machte: In zahlreichen Experimenten seit 1963 wurde festgestellt, dass feste, "durchsichtige" Dielektrika bei Einwirkung eines hinreichend starken Lasers undurchsichtig werden und an deren Oberfläche sich eine heisse, dichte Plasmawolke ausbildet.

Viele Isolatoren, wie z.B. Wasserstoff, erscheinen im Bereich der Rubinlaserfrequenz ($\omega = 2,73 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$) vollkommen durchsichtig; ihr Absorptionskoeffizient ist für normale Lichtquellen verschwindend klein. Sind jedoch im Isolator einige freie Elektronen vorhanden, so können diese aus dem intensiven Strahlungsfeld eines Lasers soviel Energie aufnehmen, dass durch Stossionisation deren Anzahl rasch anwächst und starke Absorption auftritt. So haben CARUSO et al. /1/ ausgerechnet, dass bei einer Strahlungsdichte von 10^{11} W/cm^2 eine 100μ dicke Wasserstoffolie in weniger als 10^{-10} sec undurchsichtig wird, falls zu Anfang der Einstrahlung 10^6 freie Elektronen pro cm^3 vorhanden waren, also eine verschwindend kleine Zahl im Vergleich zu der Anzahl der Atome, die im festen Wasserstoff $4,5 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ beträgt. Woher auch immer die ersten freien Elektronen stammen - aus Mehrquantenübergängen, aus Verunreinigungen, in denen sie entsprechend locker gebunden waren, oder durch Aufladung von aussen - experimentell wurde immer wieder festgestellt, dass sich bei hinreichender Laserintensität nach kürzester Zeit eine gut absorbierende Schicht von freien Elektronen bildet, so dass jede Betrachtung der weiteren Vorgänge von einer bestimmten Anfangsionisation ausgehen kann.

Von der Plasmaphysik her war man vor allem an der vollständigen Verdampfung von festen oder flüssigen Tropfen niedrigen Atomgewichts im fokussierten Laserstrahl interessiert. Theoretisch wurde daher die Erzeugung, Aufheizung und Expansion eines solchen Plasmas an sphärischen Teilchen unter der Annahme studiert, dass die Materie im Fokus von Anfang an vollionisiert ist und die eingestrahlte Energie im Teilchen örtlich gleichmässig absorbiert wird, solange dessen Durchmesser den des Fokus infolge der Expansion nicht überschreitet /2/, /3/, /4/.

Durch die Annahme gleichmässiger Energieabsorption erleichtert man sich sehr die Rechnungen bezüglich Aufheizung und Expansion und gelangt zu nützlichen Aussagen über die Plasmeeigenschaften nach längerer Einstrahlungsdauer, erhält jedoch keine befriedigende Antwort auf die physikalisch so interessante Frage, in welcher Weise und wie rasch der Festkörper bei hohen Laserintensitäten in Plasma verwandelt wird. Ein wesentlicher Fortschritt in dieser Richtung konnte von KROKHIN et al. /5/, die den Vorgang der Plasmaerzeugung in einer ebenen Geometrie untersuchten, und im Anschluss daran von CARUSO et al. /6/ erzielt werden. Die Autoren nehmen an, dass zur Zeit $t = 0$ ein zeitlich konstanter Lichtstrom mit der Leistungsdichte ϕ_0 auf die Oberfläche eines einen Halbraum erfüllenden Festkörpers einfällt (Skizze a). Liegt nun ϕ_0 über



Skizze

einem gewissen Schwellwert - in /6/ ist dieser zu 10^9 W/cm^2 abgeschätzt - dann kann der Festkörper von Anfang an als vollionisiert angenommen werden. Dadurch wird aber das ganze Licht in einer dünnen Schicht an der Oberfläche absorbiert und heizt diese auf eine hohe Temperatur auf. Das so gebildete Plasma verdünnt sich rasch und das Licht kann weiter in den Festkörper eindringen. Zugleich muss sich aus Gründen der Impulserhaltung eine starke Stoss-welle in diesem ausbilden. Es ergeben sich dadurch drei Bereiche (Skizze b): Das Gebiet "0" ist von dem ungestörten Festkörper erfüllt, Gebiet "1" umfasst die komprimierte Materie hinter der Stossfront, während "2" den Bereich des ausströmenden Plasmas darstellt. In jedem der drei Gebiete sind Dichte, Temperatur und

Geschwindigkeit als konstant angenommen und durch die Diskontinuitätsflächen "S" und "F" voneinander getrennt. Bei Zugrundelegung der Annahme, dass die Dichte ρ_2 , Temperatur T_2 und Geschwindigkeit v_2 in "2" nicht von der Anfangsdichte des Festkörpers abhängen, kann aus Dimensionsbetrachtungen deren funktionaler Zusammenhang mit der Laserintensität, der Zeit und dem Absorptionskoeffizienten in geschlossener Form ermittelt werden. Über die Rankine-Hugoniot-Beziehungen lassen sich dann auch die charakteristischen Grössen im Bereich "1" bestimmen.

Die so gewonnenen Ausdrücke stellen recht nützliche Faustformeln für die Planung eines Experiments dar. Durch die Dimensionsbetrachtungen sind ρ_2 , T_2 , v_2 bis auf (zeitunabhängige) Proportionalitätsfaktoren bestimmt. Um diese festlegen zu können, müssen jedoch weitere Annahmen, z.B. über die Aufteilung der Energie des Plasmas in kinetische und thermische Energie gemacht werden. Daher rühren die Unterschiede z.B. für die Menge des erzeugten Plasmas in Abhängigkeit von der Zeit bei den genannten Autoren (vgl. hierzu /7/ und /8/). Ausserdem muss man sich vergegenwärtigen, dass ρ_2 , T_2 , v_2 in Wirklichkeit nur Mittelwerte darstellen können, denn aus der Annahme der räumlichen Konstanz dieser Grössen ergeben sich sowohl in /5/ als auch in /6/ innere Widersprüche. Ausserdem sind die Formeln in diesen Arbeiten an die Annahme geknüpft, dass wirklich drei klar getrennte Bereiche vorliegen.

Zu einer befriedigenden Lösung des Problems der Plasmaerzeugung und -aufheizung durch intensive Laser kann man nur dadurch gelangen, dass man alle mehr oder minder willkürlichen ad-hoc-Annahmen fallen lässt. Dies bedeutet aber, dass die lokalen Erhaltungssätze der Hydrodynamik zusammen mit den Gleichungen der Optik simultan gelöst werden müssen. Ein solches Vorgehen ist zwar sehr aufwendig, andererseits aber auch unvermeidbar, wenn man Fragen wie Einfluss von Wärmeleitung und Viskosität, Ausbreitung und Reflexion des Lichts im Bereich hoher Dichte, Rekombination im Plasma oder das Problem der ponderomotorischen Kräfte /9/ klären will. Und schliesslich beansprucht die genaue Kenntnis der Orts- und Zeitabhängigkeit von Grössen wie Temperatur, Dichte, Geschwindigkeit und Lichtabsorption schon für sich ein gewisses physikalisches Interesse.

II. DAS MODELL

A) Die Grundgleichungen

Im Interesse klarer physikalischer Aussagen wird es zweckmässig sein, alle Rechnungen ein-dimensional mit Laserpulsen konstanter Intensität durchzuführen. Zu diesem Zweck betrachten wir eine unendlich ausgedehnte Folie der Dicke D und Anfangsdichte ρ_0 , auf deren eine Oberfläche zur Zeit $t = 0$ ein Laser mit überall gleicher Leistungsdichte ϕ_0 einstrahlt (siehe Skizze a). In der Folie soll eine geringe Anzahl freier Elektronen vorhanden sein, so dass von Anfang an ein merklicher Bruchteil des Lichts absorbiert werden kann. Der gewonnene Energiebetrag wird dabei in Wärme umgesetzt. Dadurch ändert sich einerseits die Anzahl der freien Elektronen und mit ihr der Absorptionskoeffizient; andererseits wird an der Oberfläche ein starker Druckgradient aufgebaut und Materie strömt ins Vakuum aus. In dem Mass, wie das expandierende heisse Plasma sich verdünnt, kann ein Teil des Laserlichts tiefer in die Folie eindringen und weitere Materie aufheizen.

Dieser gasdynamische Vorgang kann adäquat in einem Einflüssigkeitsmodell mit Wärmeleitung und Viskosität beschrieben werden. Dazu drücken wir alle interessierenden Grössen wie die Dichte ρ , die Geschwindigkeit v , den Druck p , die Energie pro Masseneinheit ϵ und die Laserintensität ϕ in Abhängigkeit von dem Lagrange-Parameter a und der Zeit t aus, wobei a dadurch gekennzeichnet ist, dass zur Zeit $t = 0$ x mit a identisch ist, d.h. a ist die Anfangskoordinate des jeweils betrachteten Volumenelements.

Die Erhaltungssätze für Masse, Impuls und Energie (siehe Anhang I)

$$\rho \frac{\partial x}{\partial a} = \rho_0 \quad (1)$$

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial a} \left\{ -p + \frac{4}{3} \frac{\rho}{\rho_0} \mu \frac{\partial v}{\partial a} \right\} \quad (2)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} = \frac{\partial \Phi}{\partial a} + \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \kappa \frac{\partial T}{\partial a} \right) + \left\{ -p + \frac{4}{3} \frac{\rho}{\rho_0} \mu \frac{\partial v}{\partial a} \right\} \frac{\partial v}{\partial a} \quad (3)$$

zusammen mit der Beziehung für die Geschwindigkeit

$$v(a, t) = \frac{\partial x(a, t)}{\partial t} \quad (4)$$

erlauben dann die vollständige Beschreibung der Vorgänge. Mit μ und κ sind in (2) und (3) die Koeffizienten für Viskosität und Wärmeleitung bezeichnet. Die Strahlungsverluste des Plasmas sind klein und werden in dieser Arbeit nicht betrachtet /1/.

Alle Rechnungen in der vorliegenden Arbeit werden für Wasserstoff durchgeführt. Die Anzahl der freien Elektronen werde durch den Ionisationsgrad η ausgedrückt, der als das Verhältnis

$$\eta = \frac{n_e}{n_n + n_i} = \frac{n_e}{n_H}$$

definiert wird, wobei n_n die jeweilige Neutralteilchendichte darstellt und n_H die Gesamtzahl der Wasserstoffkerne pro Volumeneinheit ist. Dabei wird Quasineutralität, d.h. $n_e \approx n_i$ vorausgesetzt. Geht man davon aus, dass die Einstellung des Ionisationsgleichgewichts in genügend kurzer Zeit erfolgt (siehe Abschnitt IV), dann sind n_H , T und η über die Sahagleichung verknüpft:

$$\frac{\eta^2}{1-\eta} = \left(\frac{2\pi m_e k}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{T^{3/2} e^{-U_i/kT}}{n_H} \quad (5)$$

Hierin wurde das Verhältnis der Zustandssummen für Ionen und Wasserstoffatome $\Sigma^+/\Sigma^0 = \frac{1}{2}$ angenommen. Für den Druck soll auch in den Bereichen hoher Dichte das ideale Gasgesetz gelten

$$p = (1+\eta)n_H kT \quad (6)$$

die innere Energie pro Masseneinheit ist die Summe von thermischer und Ionisierungsenergie

$$\mathcal{E} = \frac{1}{m_H} \left\{ \frac{3}{2}(1+\eta)kT + U_i \eta \right\} \quad (7)$$

(m_H Masse des Wasserstoffatoms, U_i Ionisierungsenergie pro Atom).

Fester Wasserstoff, von dem in der Rechnung ausgegangen wird, bildet einen lockeren hexagonalen Molekulkristall. Es müssten also Dissoziation und Ionisation gesondert betrachtet werden. Bei Leistungsdichten ϕ_0 um 10^{12} W/cm² würde dies für unsere Ziele jedoch eine unnötige Komplikation bedeuten. Um die Energiebilanz insgesamt zu erfüllen, wird hier die Ionisationsenergie des atomaren Wasserstoffs um die Hälfte der Dissoziationsenergie von H₂ erhöht angesetzt; für U_i ergibt sich somit der Wert $U_i = 13,6 + 2,24 = 15,84$ eV.

B) Transportgrößen

a) Absorptionskoeffizient

Um die Erhaltungssätze integrieren zu können, muss die lokale zeitabhängige Lichtintensität ϕ in (3) mit der Laserleistung ϕ_0 in Zusammenhang gebracht werden. In den Maxwellgleichungen

$$\begin{aligned} c^2 \nabla \times \mathcal{L} &= \dot{j} + \dot{\mathcal{E}} \\ \nabla \times \mathcal{E} &= -\dot{\mathcal{L}} \end{aligned}$$

ist die elektrische Feldstärke \mathcal{E} durch die der monochromatischen Lichtwelle gegeben. Für die Stromdichte gilt bei Vernachlässigung des Polarisationsstromes (y senkrecht auf x):

$$j = n_e e \dot{y}$$

Ferner lautet die Bewegungsgleichung eines freien, nicht zu schnellen Elektrons bei Ausserachtlassung der Lorentzkraft mit ν als Stossfrequenz

$$\ddot{y} + \nu \dot{y} = \frac{e}{m} E \quad (8)$$

Für eine ebene elektromagnetische Welle $E = E(x,t)e^{-i\omega t}$ mit langsam veränderlicher Amplitude in der Zeit folgt aus den beiden Maxwellgleichungen durch Einsetzen der Lösung von (8) in den Ausdruck für j die stationäre Wellengleichung

$$E'' + k^2 n^2(x,t) E = 0 \quad (9)$$

und j selbst ergibt sich als zu E proportional: $j = \sigma E$, wobei die Hochfrequenzleitfähigkeit σ mit dem Brechungsindex n über die Beziehung

$$\frac{i\sigma}{\epsilon_0 \omega} = n^2 - 1 \quad (10)$$

verknüpft ist ($k = \frac{\omega}{c}$ ist der Wellenvektor im Vakuum). Der komplexe Brechungsindex $n = n_R + in_I$ drückt sich dann mit Hilfe der Elektronplasmafrequenz $\omega_p = (n_e e^2 / \epsilon_0 m_e)^{1/2}$ folgendermassen aus:

$$n^2 = (n_R + in_I)^2 = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} + i \frac{\nu}{\omega} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} \quad (11)$$

Falls sich das Medium über eine Wellenlänge nicht wesentlich ändert und ν/ω klein ist im Verhältnis zu $(\omega/\omega_p)^2 - 1$, ist die Lösung der Wellengleichung

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{n_R}} e^{ik \int_x n dx} = \frac{E_0}{\sqrt{n_R}} e^{-k \int_x n_I dx} e^{ik \int_x n_R dx}$$

(WKB-Näherung; siehe z.B. /10/, S. 181). Für die Intensität gilt dann mit der Gruppengeschwindigkeit $v_{gr} = cn_R$ (/10/, S. 232):

$$\phi(x,t) = \frac{\epsilon_0 v_{gr}}{2} \frac{E_0 E_0^*}{n_R} e^{-2k \int_x n_I dx} = \frac{\epsilon_0 c}{2} E_0 E_0^* e^{-2k \int_x n_I dx} = \phi_0 e^{-\int_x \alpha dx} \quad (12)$$

mit dem Absorptionskoeffizienten $\alpha = 2kn_I$. Auflösung von (11) nach n_I liefert für α

$$\alpha = 2k \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} \right]^2 + \left[\frac{\nu}{\omega} \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} \right]^2 \right\} - \left[1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu}{\omega}\right)^2} \right]} \quad (13)$$

Für $v \ll \omega$ und $\omega_p < \omega$ reduziert sich (13) zu der meist benutzten Formel

$$\alpha = \frac{\omega_p^2 v}{c^2 \omega^2 [1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2]^{1/2}} \quad (13')$$

Ausdruck (13) ist etwas allgemeiner als die entwickelte Formel (13'); deshalb wird in der vorliegenden Arbeit immer (13) als Absorptionskoeffizient verwendet. Bei den zu erwartenden Temperaturen gilt $h\nu \ll kT$. Die induzierte Emission muss also berücksichtigt werden. Diese ist jedoch schon aus der Art der Herleitung von α von selbst in (13) mit enthalten (vgl. hierzu z.B. /13/ I, S. 124).

Die Stossfrequenz ν setzt sich aus zwei Anteilen zusammen

$$\nu = \nu_{ei} + \nu_{en}$$

entsprechend den Elektronen-Ionen- und den Elektronen-Neutralteilchenstößen; ν_{ei} entnehmen wir SPITZER (/11/, S. 83),

$$\nu_{ei} = \frac{\pi^{3/2} e^4 Z^2 n_H \eta}{2 m_e^{1/2} (2kT)^{3/2} j_E} \ln \Lambda \quad [\text{cgs}]$$

während für die Stossfrequenz Elektronen-Neutralteilchen zu setzen ist

$$\nu_{en} = A \frac{n_H}{n_0} (1 - \eta)$$

(n_0 Teilchendichte im festen Wasserstoff). Für A ergibt sich nach /12/ der mittlere Wert

$$A = 4,5 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$$

in ungefährender Übereinstimmung mit theoretisch bestimmten Wirkungsquerschnitten.

Es sei noch vermerkt, dass sich bei Wasserstoff die Spitzersche Formel für ν_{ei} nur sehr wenig von der unterscheidet, die DAWSON /2/ verwendet. In der Tat ist

$$\frac{\nu_{ei}^{\text{Spitzer}}}{\nu_{ei}^{\text{Dawson}}} = \frac{16}{3\pi} j_E = 0,988.$$

b) Viskositäts- und Wärmeleitungskoeffizient

Der Ionen-Viskositätskoeffizient ist nach /15/, S. 462, durch folgenden Ausdruck gegeben

$$\mu_i = 1,365 \frac{3m_i^{1/2} k^{5/2}}{4(2\pi)^{1/2} e^4} \frac{T^{5/2}}{\ln \Lambda} \quad [\text{cgs}]$$

Für die Viskosität der Elektronen gilt

$$\mu_e \sim \frac{\rho_e}{v_{ei}} \sim \frac{\rho_e}{v_{ii}} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} = \frac{\rho_i}{v_{ii}} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} = \mu_i \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2};$$

sie kann daher vernachlässigt werden. Der Wärmeleitungskoeffizient ergibt sich nach /14/ zu

$$K = 20 \left(\frac{2}{\pi}\right)^{3/2} \frac{k^{7/2} \epsilon \delta_T}{m_e^{1/2} e^4} \frac{T^{5/2}}{\ln \Lambda} \quad [\text{cgs}]$$

mit $\epsilon = 0,4189$ und $\delta_T = 0,2252$.

In Λ wird in allen Transportgrößen nach folgenden Formeln berechnet /11/:

$$\Lambda = \Lambda_K = \frac{3 k^{3/2} T^{3/2}}{2 e^3 \pi^{1/2} n_e^{1/2}} \quad \text{für } T = 4,2 \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\Lambda = \left(\frac{4,2 \cdot 10^5}{T} \right)^{1/2} \Lambda_K \quad \text{für } T = 4,2 \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{K}$$

Zahlenwerte für die Transportgrößen und andere wichtige Daten sind in Anhang III aufgeführt.

C) Durchführung der numerischen Rechnung

Anfangsbedingungen. Alle Rechnungen werden mit Rubinlaser-Stufenimpulsen durchgeführt, d.h. zur Zeit $t = 0$ setzt der Laser mit der Intensität ϕ_0 ein, die über die ganze Dauer der Rechnung konstant bleiben soll. Als Anfangsdichte ρ_0 wird die des festen Wasserstoffs gewählt und ausserdem werden für $t = 0$ überall die Temperatur $T = 0$ und die Strömungsgeschwindigkeit $v = 0$ gesetzt; die Dicke der Folie wird zu $D = 50 \mu$ angenommen. Damit überhaupt Licht absorbiert werden kann, muss wegen der Verwendung der Sahagleichung eine Anfangsionisation $\eta > 0$ gesetzt werden. Hierfür wurde (willkürlich) der Wert $\eta = 0,7 \%$ angenommen, was bei Festkörperdichte nach (5) einer Temperatur von $2,25 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$ entspricht (vgl. Abschnitt IV).

Schrittweiten. Die Erhaltungssätze (1), (2), (3) werden nach dem in Anhang II aufgeführten Differenzenschema numerisch integriert. Bei Vorgabe des Ortsschrittes $\Delta a = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ wurde für Laserleistungen unter $4 \cdot 10^{12} \text{ W/cm}^2$ der Zeitschritt $\Delta t = 10^{-12} \text{ sec}$ gewählt, für höheres ϕ_0 wurde mit halb so grossem Δt gerechnet. Der Zeitschritt muss nämlich mindestens so klein gemacht werden, dass an allen Gitterpunkten die Ungleichung $|\Delta v_m| \Delta t < |\Delta x_m|$ erfüllt ist. Es gibt jedoch noch eine weitere Bedingung für das Verhältnis $\Delta t / \Delta a$ und Δa selbst. Wegen der endlichen Orts- und Zeitschritte Δa und Δt kann nämlich die Geschwindigkeit der Plasmafront, d.h. der Trennfläche Plasma - Vakuum nicht ermittelt werden; die Rechnung muss zum Vakuum hin bei einer endlichen Dichte abgebrochen werden. Dies kann ins Plasmainnere sich fortplanzende Fehler zur Folge haben. Deshalb wurde das Differenzenschema an einer adiabatischen Verdünnungswelle, deren

Lösung auch in geschlossener Form angebar ist, getestet. Bei Verwendung der obigen Schrittweiten konnte ausgezeichnete Übereinstimmung erzielt werden. Die Kompressionswelle wurde nach der v. Neumann - Richtmyerschen Methode /16/, S. 215 ff. berechnet, die in der Einführung einer künstlichen quadratischen Viskosität besteht. Bei der Berechnung der Wärmeleitung wurde durch eine entsprechende Randbedingung dafür Sorge getragen, dass keine Wärme ins Vakuum abfließen kann. Energie- und Impulserhaltung wurden durch Integration der entsprechenden Größen über den Ort global getestet. Die relativen Fehler liegen unter 0,1 %.

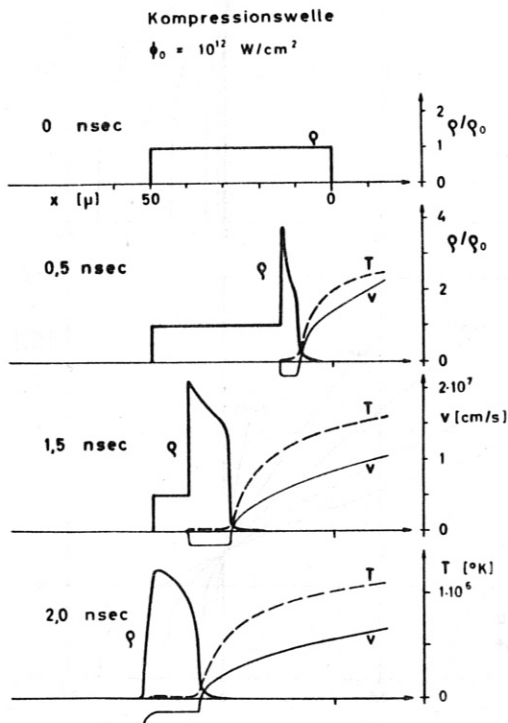


Abb. 1

Stosswelle im Festkörper zu verschiedenen Zeiten bei $\phi_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$. Die Stosseschwindigkeit ist $2,7 \cdot 10^6 \text{ cm/s}$. Oben ungestörte Folie. Einstrahlung erfolgt von rechts.

D) Numerische Ergebnisse

Die Kompressionswelle. Durch die Annahme einer geringen Anfangsionisation $\eta = 0,7 \%$ wird gleich zu Beginn der Einstrahlung ein Teil des Lichts in der Folie absorbiert und in innere Energie umgestzt, wodurch sich η entsprechend der Sahagl. (5) erhöht. Dies führt schon bei Laserintensitäten $\phi_0 = 10^{11} \text{ W/cm}^2$ dazu, dass eine 50μ - Folie rasch undurchsichtig wird. Mit der steigenden Zahl der freien Elektronen zieht sich nämlich die absorbierende Schicht auf die Oberfläche zusammen und heisses Plasma strömt in den Raum aus. Bei der Leistungsdichte $\phi_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$ wird in weniger als 0,5 nsec in der Zone stärkster Lichtabsorption ein Druck von über 300 kbar aufgebaut

In Λ wird in allen Transportgrößen nach folgenden Formeln berechnet /11/:

$$\Lambda = \Lambda_K = \frac{3 k^{3/2} T^{3/2}}{2 e^3 \pi^{1/2} n_e^{1/2}} \quad \text{für } T = 4,2 \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$\Lambda = \left(\frac{4,2 \cdot 10^5}{T} \right)^{1/2} \Lambda_K \quad \text{für } T = 4,2 \cdot 10^5 \text{ } ^\circ\text{K}$$

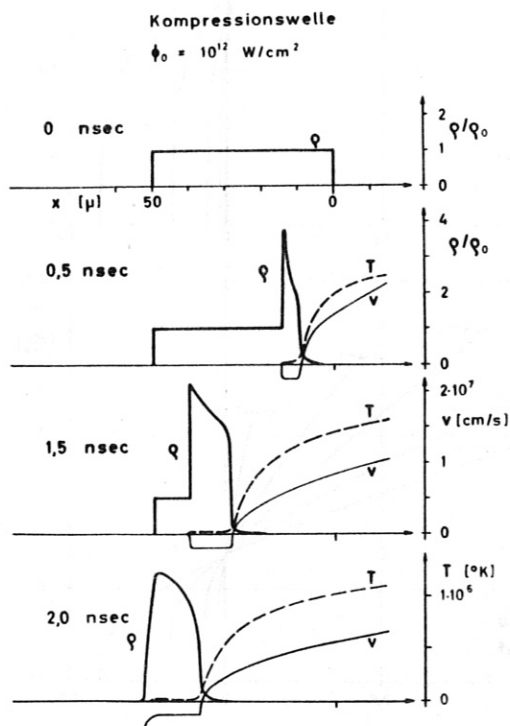
Zahlenwerte für die Transportgrößen und andere wichtige Daten sind in Anhang III aufgeführt.

C) Durchführung der numerischen Rechnung

Anfangsbedingungen. Alle Rechnungen werden mit Rubinlaser-Stufenimpulsen durchgeführt, d.h. zur Zeit $t = 0$ setzt der Laser mit der Intensität ϕ_0 ein, die über die ganze Dauer der Rechnung konstant bleiben soll. Als Anfangsdichte ρ_0 wird die des festen Wasserstoffs gewählt und ausserdem werden für $t = 0$ überall die Temperatur $T = 0$ und die Strömungsgeschwindigkeit $v = 0$ gesetzt; die Dicke der Folie wird zu $D = 50 \mu$ angenommen. Damit überhaupt Licht absorbiert werden kann, muss wegen der Verwendung der Sahagleichung eine Anfangsionisation $\eta > 0$ gesetzt werden. Hierfür wurde (willkürlich) der Wert $\eta = 0,7 \%$ angenommen, was bei Festkörperdichte nach (5) einer Temperatur von $2,25 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$ entspricht (vgl. Abschnitt IV).

Schrittweiten. Die Erhaltungssätze (1), (2), (3) werden nach dem in Anhang II aufgeführten Differenzenschema numerisch integriert. Bei Vorgabe des Ortsschrittes $\Delta a = 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$ wurde für Laserleistungen unter $4 \cdot 10^{12} \text{ W/cm}^2$ der Zeitschritt $\Delta t = 10^{-12} \text{ sec}$ gewählt, für höheres ϕ_0 wurde mit halb so grossem Δt gerechnet. Der Zeitschritt muss nämlich mindestens so klein gemacht werden, dass an allen Gitterpunkten die Ungleichung $|\Delta v_m| \Delta t < |\Delta x_m|$ erfüllt ist. Es gibt jedoch noch eine weitere Bedingung für das Verhältnis $\Delta t / \Delta a$ und Δa selbst. Wegen der endlichen Orts- und Zeitschritte Δa und Δt kann nämlich die Geschwindigkeit der Plasmafront, d.h. der Trennfläche Plasma - Vakuum nicht ermittelt werden; die Rechnung muss zum Vakuum hin bei einer endlichen Dichte abgebrochen werden. Dies kann ins Plasmainnere sich fortplanzende Fehler zur Folge haben. Deshalb wurde das Differenzenschema an einer adiabatischen Verdünnungswelle, deren

Lösung auch in geschlossener Form angebar ist, getestet. Bei Verwendung der obigen Schrittweiten konnte ausgezeichnete Übereinstimmung erzielt werden. Die Kompressionswelle wurde nach der v. Neumann - Richtmyerschen Methode /16/, S. 215 ff. berechnet, die in der Einführung einer künstlichen quadratischen Viskosität besteht. Bei der Berechnung der Wärmeleitung wurde durch eine entsprechende Randbedingung dafür Sorge getragen, dass keine Wärme ins Vakuum abfließen kann. Energie- und Impulserhaltung wurden durch Integration der entsprechenden Größen über den Ort global getestet. Die relativen Fehler liegen unter 0,1 %.



D) Numerische Ergebnisse

Die Kompressionswelle. Durch die Annahme einer geringen Anfangsionisation $\eta = 0,7 \%$ wird gleich zu Beginn der Einstrahlung ein Teil des Lichts in der Folie absorbiert und in innere Energie umgestzt, wodurch sich η entsprechend der Sahagl. (5) erhöht. Dies führt schon bei Laserintensitäten $\phi_0 = 10^{11} \text{ W/cm}^2$ dazu, dass eine 50μ - Folie rasch undurchsichtig wird. Mit der steigenden Zahl der freien Elektronen zieht sich nämlich die absorbierende Schicht auf die Oberfläche zusammen und heisses Plasma strömt in den Raum aus. Bei der Leistungsdichte $\phi_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$ wird in weniger als 0,5 nsec in der Zone stärkster Lichtabsorption ein Druck von über 300 kbar aufgebaut

Abb. 1
 Stossstelle im Festkörper zu verschiedenen Zeiten bei $\phi_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$. Die Stossgeschwindigkeit ist $2,7 \cdot 10^6 \text{ cm/s}$. Oben ungestörte Folie. Einstrahlung erfolgt von rechts.

und es läuft eine Stossfront mit einer Geschwindigkeit von $2,7 \cdot 10^6$ cm/sec in die Folie hinein (Abb. 1; der Laser strahlt von rechts ein). Hinter der Stossfront hat der auf ungefähr 1:4 verdichtete Wasserstoff durch Kompression die Temperatur $1,5 \cdot 10^4$ °K erreicht. Nach 2 nsec hat

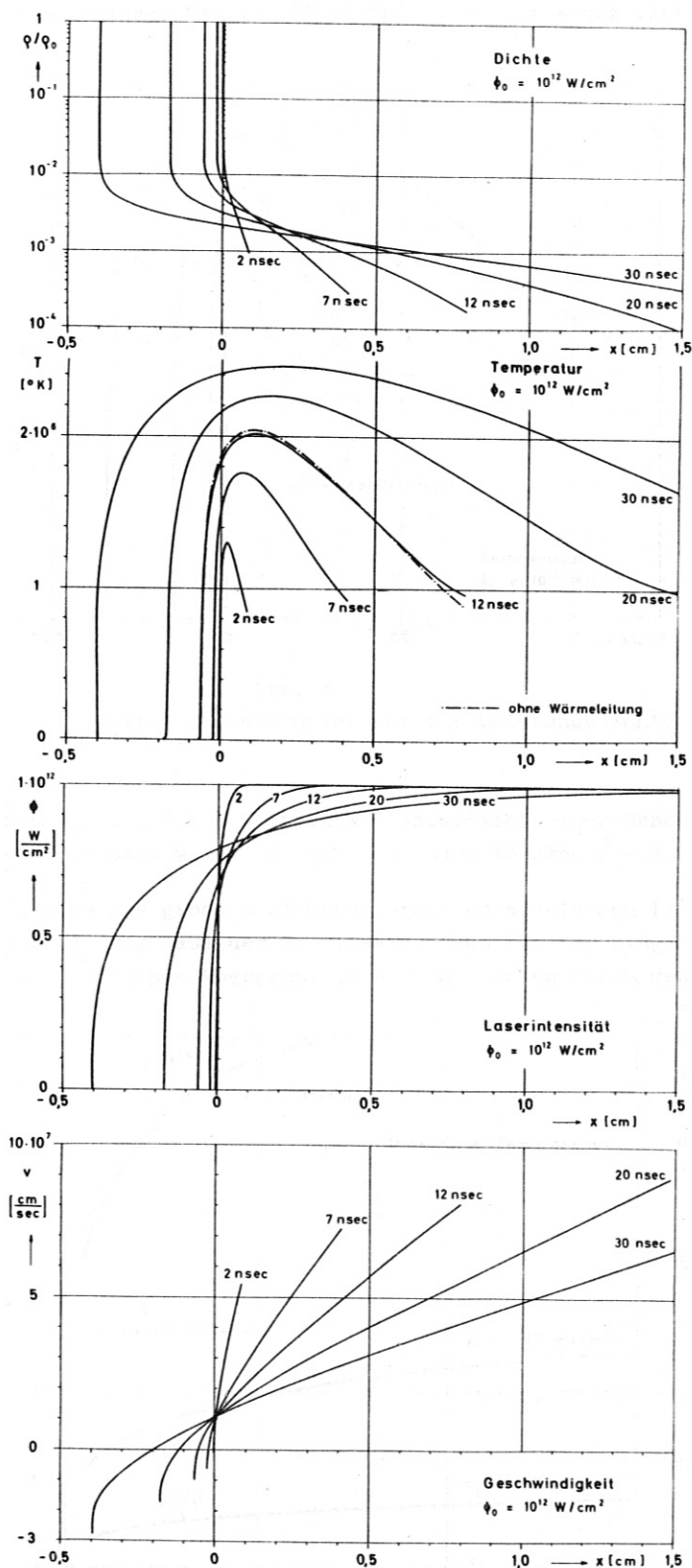


Abb. 2

Plasmodichte (auf Festkörper normiert; logarithmisch), Temperatur, Laserintensität, Geschwindigkeit über dem Ort nach verschiedenen Zeiten. Laser strahlt von rechts ein.

die Kompressionswelle die hintere freie Oberfläche der 50μ - Folie erreicht und eine Verdünnungswelle läuft nach rechts zurück, die Folie beginnt sich als ganze in Bewegung zu setzen. Die Stossgeschwindigkeit ist natürlich von der Laserleistung abhängig. Bei $\phi_0 = 10^{11} W/cm^2$ beträgt sie $1,1 \cdot 10^6$ cm/sec und bei $\phi_0 = 10^{13} W/cm^2$ $6,7 \cdot 10^6$ cm/sec. Das Kompressionsverhältnis liegt in allen Fällen bei etwa 4, wie es bei starkem Stoss in atomaren Gasen sein muss ($\gamma = c_p/c_v = 5/3$). Dass in Abb. 1 die Stossfront ein etwas anderes Profil aufweist als in /17/ liegt daran, dass in den vorliegenden Rechnungen wegen der Verwendung der Sahagleichung γ nicht mehr überall konstant ist.

Das heisse Plasma. Auf der dem Laser zugewandten Seite der komprimierten Folie nimmt die Dichte wegen des starken Temperaturanstieges infolge Heizung steil ab. Wir befinden uns in der Übergangsschicht zum heissen Plasma (in der Skizze im Abschnitt I entspricht dieser Übergangsbereich der Diskontinuitätsfläche F). Die Plasmodichte, Temperatur, Laserintensität und Geschwindigkeit sind in Abb. 2 für $\phi_0 = 10^{12} W/cm^2$ zu den Zeitpunkten 2, 7, 12, 20 und 30 nsec über dem Ort aufgetragen. Man hat sich die linken Endpunkte dieser Kurven in Abb. 1 dort nach rechts angeschlossen zu denken, wo die auf den ungestörten Festkörper normierte Dichte auf den Wert 1 fällt. An dieser Stelle liegt auch wegen der hohen Elektronendichte der Bereich stärkster Absorption, wie aus dem Diagramm für die Laserintensität in Abb. 2 ersichtlich ist. Alle Kurvenscharen zeigen ein charakteristisches Verhalten: Das Übergangsgebiet ist durch sehr hohe Gradienten in Dichte, Temperatur und Geschwindigkeit gekennzeichnet, die sich nach grösseren Zeiten hin nur leicht abschwächen. Die Verschiebung der Kurven nach links rührt im wesentlichen von dem Zurückweichen der Folie her, wodurch der Gesamtimpuls des Systems aufrechterhalten wird. Aus dem Geschwindigkeitsdiagramm ist zu ersehen, dass sich mit fortschreitender Zeit immer mehr Plasma nach links bewegt (negative Geschwindigkeit), wie es ja auch sein muss, denn bei dieser

Laserleistung ist nach etwa 55 nsec die Folie "durchgebrannt", d.h. vollständig in heisses Plasma verwandelt, und wiederum wegen des Impulssatzes wird sich dann ungefähr die Hälfte der Materie nach links bewegen (vgl. hierzu auch Abb. 10 für eine 5 μ - Folie). In den Bereichen geringer Dichte ($\rho/\rho_0 \approx 2 \cdot 10^{-3}$), wo nur wenig Licht absorbiert werden kann, wächst die

Expansionsgeschwindigkeit etwa linear mit dem Ort, wie es für eine adiabatische Verdünnungswelle charakteristisch ist.

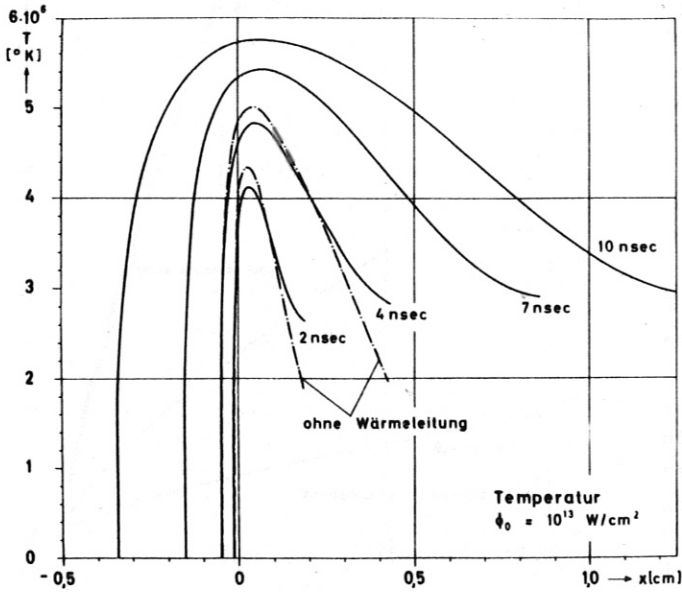


Abb. 3

50 μ - Folie, Temperaturverlauf für Leistungsdichte $\phi_0 = 10^{13} \text{ W/cm}^2$.

Zunahme von d pro Zeiteinheit entspricht einer Geschwindigkeit, die wesentlich geringer ist als die der Stosswelle. So ist z.B. nach 10 nsec $\dot{d} = 1,04 \cdot 10^5 \text{ cm/sec}$ für $\phi_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$.

Infolge des grossen Dichteunterschiedes zwischen Plasma und komprimiertem Festkörper (s. Abb. 1 und 2) folgt aus dem Impulssatz, dass von der eingestrahlteten Laserenergie der Überwiegende Teil auf das Plasma übergeht. In der Tat werden durch den Druck des Plasmas nur etwa 8 % der Gesamtenergie auf die dichte kalte Phase übertragen.

Die Aufteilung der Laserenergie in thermische und kinetische erfolgt während der Einstrahlungsdauer und solange noch ein Rest an kalter Materie vorhanden ist im Verhältnis von etwa 45 zu 55 %.

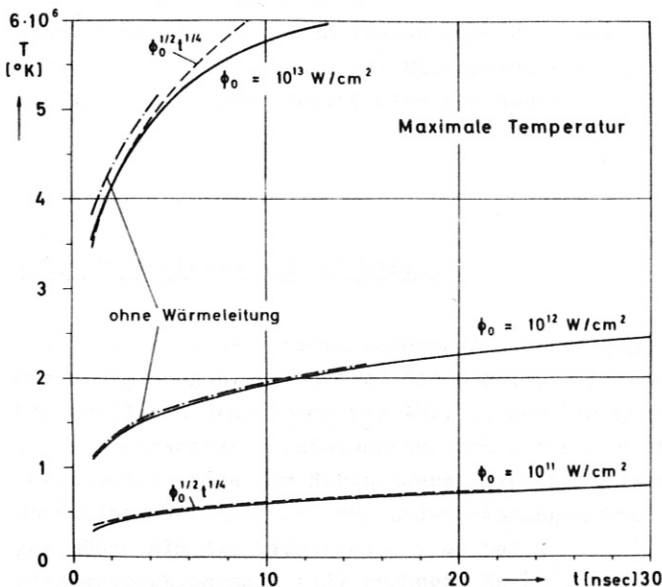


Abb. 4

Zeitliche Entwicklung des Temperaturmaximums für $\phi_0 = 10^{11}, 10^{12}, 10^{13} \text{ W/cm}^2$. Es gilt ungefähr $T_{\text{max}} \sim \phi_0^{1/2} t^{3/4}$.

sie eingezeichnet werden könnte. Bei $\phi_0 = 10^{13} \text{ W/cm}^2$ ist die Abhängigkeit vor allem in der Zeit

Ähnlichkeitsrelationen. In /5/ wird für die bei der Aufheizung unendlich dicker Folien interessierenden Grössen eine Dimensionsanalyse durchgeführt. Man hat damit unter der Annahme Erfolg, dass der Prozess der Aufheizung von der Anfangsdichte, der Ionisierungsarbeit, der Wärmeleitung und der Viskosität nicht abhängt. Für die Menge des erzeugten Plasmas ergibt sich dann eine Abhängigkeit

$$N \sim \phi_0^{1/2} t^{3/4} \quad (14)$$

Obwohl in der vorliegenden Arbeit alle diese Grössen mit in Rechnung gestellt sind, entnimmt man Abb. 5, dass Beziehung (14) sehr gut erfüllt ist. Bei den unteren zwei Kurven ist die Abweichung zu gering, als dass

nicht mehr so genau durch (14) beschreibbar, die Abweichungen sind jedoch zur Hauptsache auf die endliche Foliendicke zurückzuführen. Der Proportionalitätsfaktor kann in Strenge nur aus

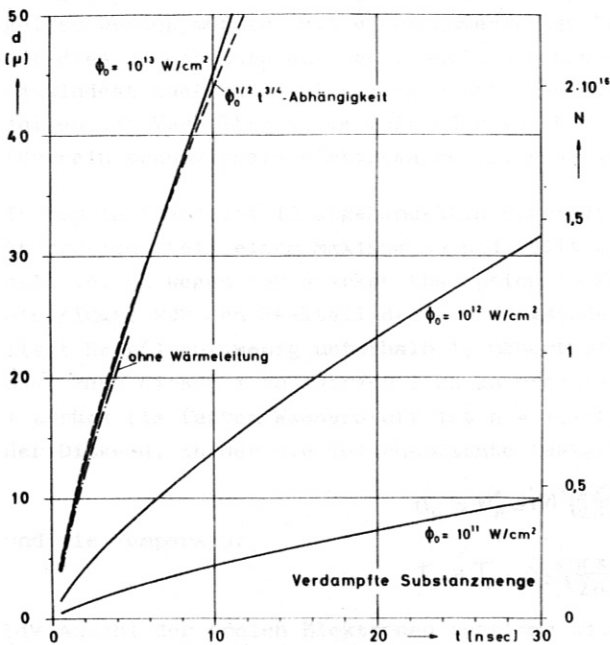


Abb. 5

Menge des erzeugten Plasmas in Abhängigkeit von der Zeit für verschiedene Intensitäten. Ordinate links Dicke der verdampften Schicht, rechts die Teilchenzahl pro 10^{-4} cm^2 . Beziehung $N \sim \phi_0^{1/2} t^{3/4}$ ist gut erfüllt.

der numerischen Rechnung gewonnen werden und weicht erheblich von dem in /5/ bestimmten ab (ungefähr Faktor 2; vgl. /7/, Abb. 5).

Nimmt man ferner an, dass die Kurvenscharen der Abb. 2 auch bei anderen zeitunabhängigen Laserleistungen einander ähnlich bleiben, so kann man aus dem Energiesatz eine weitere Beziehung für die maximale Temperatur ableiten: $NT_{\text{max}} \sim \phi_0 t$, also

$$T_{\text{max}} \sim \phi_0^{1/2} t^{1/4} \quad (15)$$

Auch diese Relation ist gut erfüllt (Abb. 4). Geht man nämlich von $\phi_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$ aus und wählt die Konstante so, dass bei 15 nsec T_{max} aus Gl.(15) mit dem ohne Wärmeleitung numerisch ermittelten Wert zusammenfällt, dann liegt diese Kurve zwischen der ausgezogenen und der strichpunktieren. Bei $\phi_0 = 10^{11} \text{ W/cm}^2$ macht sich bereits die Ionisierungsenergie bemerkbar: Die wahre Temperatur (ausgezogene Kurve) liegt unterhalb der aus Beziehung (15) errechneten Kurve, bei der die Ionisierungsenergie ausser Acht gelassen ist. Die grössten Abweichungen liegen wiederum bei $\phi_0 = 10^{13} \text{ W/cm}^2$ vor.

Einfluss von Wärmeleitung und Viskosität. Schon durch einen Vergleich der Ausdrücke für die Koeffizienten der Wärmeleitung und Viskosität, die dieselbe funktionale Abhängigkeit in der Temperatur haben, wird man erwarten, dass nur bei sehr hohen Leistungen die Viskosität des Plasmas ins Gewicht fällt (Anhang III d). Die numerischen Rechnungen mit und ohne Viskosität weisen für $\phi_0 = 10^{13} \text{ W/cm}^2$ auch nur Abweichungen von maximal 4 % auf. Der mittlere Fehler liegt unter 1 %. Bedeutender ist der Einfluss der Wärmeleitung. Zum Vergleich sind in den Abbildungen 2, 3, 4, 5 die numerischen Ergebnisse der Bewegungsgleichungen ohne Wärmeleitung strichpunktieren eingezeichnet. Bis zu Leistungen um 10^{12} W/cm^2 kann sie zwar noch vernachlässigt werden. So liegt z.B. in Abb. 5 die mittlere Kurve für die erzeugte Plasmamenge bei Nichtberücksichtigung der Wärmeleitfähigkeit nur um 1 % tiefer. Bei $\phi_0 = 10^{13} \text{ W/cm}^2$ jedoch sind die Abweichungen schon recht deutlich.

III. ZUR REFLEXION DES LASERLICHTS

Die Verwendung des Absorptionskoeffizienten (13) in Verbindung mit der Sahagleichung führt in dem Übergangsgebiet, wo sich die normierte Dichte η/ρ_0 zwischen $2 \cdot 10^{-2}$ und 1 bewegt, zu den hohen örtlichen Gradienten der Abb. 2. Der Übergang von vorgegebener zu voller Ionisation erfolgt in dem betrachteten Leistungsbereich auf einer Strecke zwischen 0,6 und 1μ , also auf etwa einer Vakuumwellenlänge des Rubinlasers. Dies bedingt beträchtliche Änderungen des Brechungsindex (11) über einer Wellenlänge. Für Laserleistungen über $1,8 \cdot 10^{11} \text{ W/cm}^2$ wird die Plasmafrequenz ω_p sogar höher als die Lichtfrequenz ω , bei $\phi_0 = 10^{13} \text{ W/cm}^2$ bis zu einem Faktor 3, wenn man die Lichtabsorption nach (13) rechnet. Es erhebt sich die Frage, wie die Lichtfortpflanzung in dem Übergangsgebiet vor sich geht. Sicher wird man hier starke Reflexion zu erwarten haben. Unseres Wissens ist in diesem Zusammenhang das Problem bisher nur einmal, und zwar unter recht vereinfachenden Annahmen (WKB-Bedingung) diskutiert worden /19/.

In optisch so inhomogenen Schichten muss für die Berechnung von Reflexion und Absorption die Wellenstruktur des Lichts berücksichtigt werden. In unserem Fall bedeutet das, dass in dem Übergangsbereich die Wellengleichung (9) simultan mit den Bewegungsgleichungen (1), (2), (3) gelöst werden müsste. Mit einem numerischen Verfahren, wie es hier verwendet wurde (Anhang II), ist dies jedoch auch auf den schnellsten Computern nicht sinnvoll zu bewältigen. Um doch zu (zumindest qualitativen) Aussagen über die Lichtfortpflanzung im Übergangsbereich zu gelangen, sollen die Verhältnisse im folgenden an charakteristischen, zeitunabhängigen Dichteprofilen für rein transversale elektromagnetische Wellen untersucht werden.

In den in Abschnitt II abgehandelten Ergebnissen strebt die Elektronendichte im Bereich grösster Absorption steil einem Maximum zu und fällt dann sehr rasch gegen die Stossstelle hin auf fast null ab, da wegen der starken Absorption im Maximum nur mehr wenig Licht weiter in das Medium eindringt. Für den Realteil des Brechungsindex ergibt das folgenden Verlauf: Im dünnen Plasma liegt $\text{Re}(n^2)$ nur wenig unterhalb 1, nähert sich mit zunehmender Elektronendichte dem Wert null oder kann diesen auch beträchtlich unterschreiten und geht dann schliesslich auf einen Wert um 1 zurück (im festen Wasserstoff ist $n = 1,112$). Deshalb betrachten wir eine inhomogenen Schicht der Dicke d , in der die Teilchendichte festgelegt ist durch

$$n_H = n_H^0 \sin^2\left(\frac{\pi x}{2d}\right), \quad 0 \leq x \leq d$$

und die Temperatur

$$T = T_0 \cos^2\left(\frac{\pi x}{2d}\right), \quad 0 \leq x \leq d.$$

Die Anzahl der freien Elektronen bestimme sich dann wieder nach der Sahagl. (5). Für T_0 wird der Wert $5 \cdot 10^5$ °K gewählt, während n_H^0 den Bereich von 10^{21} bis einige 10^{22} cm^{-3} durchlaufen soll. Der lokale Brechungsindex n wird dann durch (11) festgelegt. Links und rechts von dem Profil soll $n = 1$ sein.

Aus den Maxwellgleichungen von Abschnitt IIa leitet sich in bekannter Weise der Energiesatz der Elektrodynamik ab:

$$j\mathcal{E} + \epsilon_0 c^2 \nabla(\mathcal{E} \times \mathcal{L}) + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathcal{E}^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 c^2 \mathcal{L}^2 \right\} = 0.$$

In reeller Schreibweise stellt dabei $j\mathcal{E}$ gerade die vom elektromagnetischen Feld irreversibel geleistete Arbeit pro Zeit- und Volumeneinheit dar. Da wir hier $E = E(x)e^{-i\omega t}$ und entsprechend j komplex setzen, ergibt sich für die über einer Schwingungsperiode gemittelte Lichtabsorption

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \langle \text{Re}(j) \cdot \text{Re}(E) \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\sigma) E E^*. \quad (16)$$

E muss der stationären Wellengleichung (9) genügen und σ hängt mit n über Beziehung (10) zusammen. An die Stelle des einfachen Absorptionsgesetzes $\frac{\partial \Phi}{\partial x} = \alpha \Phi$, wie es aus Gl.(12) folgt und der numerischen Rechnung in Abschnitt II zugrundeliegt, muss also in stark inhomogenen Medien Beziehung (16) treten. Im Falle schwacher optischer Inhomogenität führt (16) natürlich wieder auf den Ausdruck (12). Bei der Lösung der Wellengleichung, die für obige Profile nur numerisch durchgeführt werden kann, ist die Bedingung zu erfüllen, dass hinter der Schicht nur eine auslaufende Welle auftreten darf. Wir zerlegen die Wellengleichung deshalb in das äquivalente System erster Ordnung

$$\begin{aligned} (E^+ + E^-)' &= ik(E^+ - E^-) \\ (E^+ - E^-)' &= ikn^2(x)(E^+ + E^-) \end{aligned}$$

mit $E^+ + E^- = E$ (s. /18/, S. 11). $E^+(x)$ stellt dabei ausserhalb der Schicht eine reine auslaufende und $E^-(x)$ die reflektierte Welle dar. Auf der Seite der austretenden Welle muss $E^- = 0$ gesetzt werden. Reflexions- und Transmissionskoeffizient R und T_r errechnen sich aus

$$R = \left(\frac{E^- E^{-*}}{E^+ E^{+*}} \right)_{x=0} \quad \text{und} \quad T_r = \left(\frac{E^+ E^{+*}}{E^+ E^{+*}} \right)_{x=d}$$

Die Ergebnisse für vier verschiedenen Profile sind nun in Abb. 6 dargestellt. Die unterste Kurve gibt jeweils den Verlauf des Realteils von n^2 innerhalb einer Schicht der Dicke $d = \lambda$ für vier

verschiedene Werte von n_H^0 wieder. Solange die Elektronendichte n_e überall unter dem Wert $2,34 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ bleibt, ist die Plasmafrequenz ω_p kleiner als die Rubinlaserfrequenz ω und $\text{Re}(n^2)$ ist überall positiv. Dieser Fall liegt in den zwei oberen Bildern vor; in den unteren zwei Bildern erreicht die Elektronendichte im Innern der Schicht auch höhere Werte und $\text{Re}(n^2)$ wird hier negativ. An den Rändern der Schicht $x = 0$ und $x = d$ sinkt die Elektronendichte auf null ab und n^2 geht stetig in den Wert 1 über. Die mittlere Kurve gibt den Betrag des elektrischen Feldes $|E^+ + E^-|$ für eine von links einfallende monochromatische Welle mit der Amplitude $|E^+| = 5$ Einheiten wieder (strichpunktierte Gerade bei 5). Links über jedem Bild steht der Reflexionskoeffizient R des Profils. Dieser bleibt unter 25 %, solange die Plasmafrequenz überall unter der Lichtfrequenz liegt. In den vier gezeichneten Schichten tritt eine Überlagerung von einfallender und reflektierter Welle auf, sodass $|E|$ moduliert und teilweise überhöht erscheint, im vierten Bild fast um den Faktor 2. Die Differenz zwischen der oberen strichpunktierten Geraden durch 10 und der mit I bezeichneten Kurve stellt für jeden Ort die bis zu diesem Punkt in der Schicht absorbierte Energie

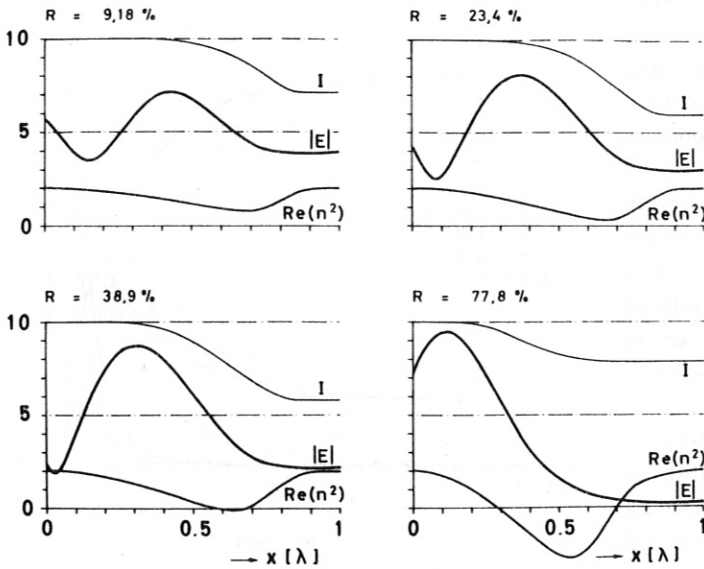


Abb. 6

Verlauf des Realteils von n^2 und des Betrages von E sowie Abnahme der Intensität I infolge Absorption für Profile unterschiedlicher Elektronendichte. R Reflexionskoeffizient. Laser strahlt von links ein. Ordinate willkürliche Einheiten.

dar; $\langle \text{Re}(j) \cdot \text{Re}(E) \rangle$ legt die Steigung von I fest. Die durchgehende Intensität ist dem Wert von $|E|^2$ an der Stelle $x = \lambda$ proportional. Berechnet man für die vorliegenden Profile die absorbierte Energie nach Formel (12), so ergibt sich für den ersten Fall noch gute Übereinstimmung mit

Gl.(16), mit zunehmender Reflexion werden die Abweichungen immer grösser. Gl.(12) würde gerade für das Profil mit der höchsten Elektronendichte die stärkste Absorption ergeben, was nach (16) durchaus nicht der Fall ist: Wegen der starken Reflexion dringt nur wenig Licht in den Bereich hoher Elektronendichte ein und die Absorption geht zurück.

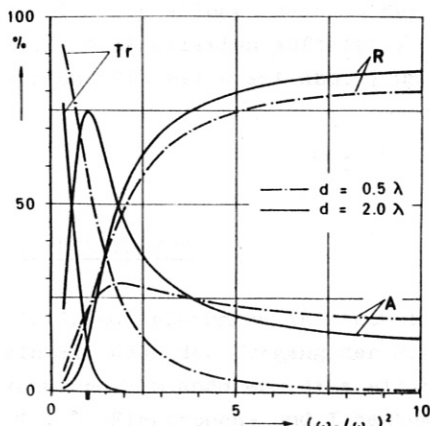


Abb. 7

Transmission Tr , Reflexion R und Absorption A in Funktion der maximalen normierten Plasmafrequenz für Schichtdicken $d = 0,5$ und 2λ .

Abb. 7 auch das entsprechende Verhalten für $d = 1$ und $1,5 \lambda$ eingetragen.

Aus der oben durchgeführten Analyse über die Lichtfortpflanzung im Übergangsbereich des Plasmas können drei wichtige Schlüsse gezogen werden:

1) In den Rechnungen über lasererzeugte Plasmen (Abschnitt II) treten im Übergangsbereich sehr steile Brechungsindexprofile auf. Für Laserleistungen $\phi_0 = 1,8 \cdot 10^{11} \text{ W/cm}^2$ überschreitet an Stellen nahe am komprimierten Festkörper die Plasmafrequenz die des Lasers. Aus den Abb. 7 und

unteren zwei Bildern erreicht die Elektronendichte im Innern der Schicht auch höhere Werte und $\text{Re}(n^2)$ wird hier negativ. An den Rändern der Schicht $x = 0$ und $x = d$ sinkt die Elektronendichte auf null ab und n^2 geht stetig in den Wert 1 über. Die mittlere Kurve gibt den Betrag des elektrischen Feldes $|E^+ + E^-|$ für eine von links einfallende monochromatische Welle mit der Amplitude $|E^+| = 5$ Einheiten wieder (strichpunktierte Gerade bei 5). Links über jedem Bild steht der Reflexionskoeffizient R des Profils. Dieser bleibt unter 25 %, solange die Plasmafrequenz überall unter der Lichtfrequenz liegt. In den vier gezeichneten Schichten tritt eine Überlagerung von einfallender und reflektierter Welle auf, sodass $|E|$ moduliert und teilweise überhöht erscheint, im vierten Bild fast um den Faktor 2. Die Differenz zwischen der oberen strichpunktierten Geraden durch 10 und der mit I bezeichneten Kurve stellt für jeden Ort die bis zu diesem Punkt in der Schicht absorbierte Energie

8 und dem Vergleich der Formeln (12) und (16) geht hervor, dass für $\omega_p/\omega < 1$ die Ergebnisse in Abschnitt II nahezu korrekt sind. Es kann daher als erwiesen betrachtet werden, dass schon für relativ niedrige Intensitäten $\phi_0 \gg 2 \cdot 10^{11}$ W/cm² im Plasma ein überdichter Bereich ($\omega_p > \omega$)

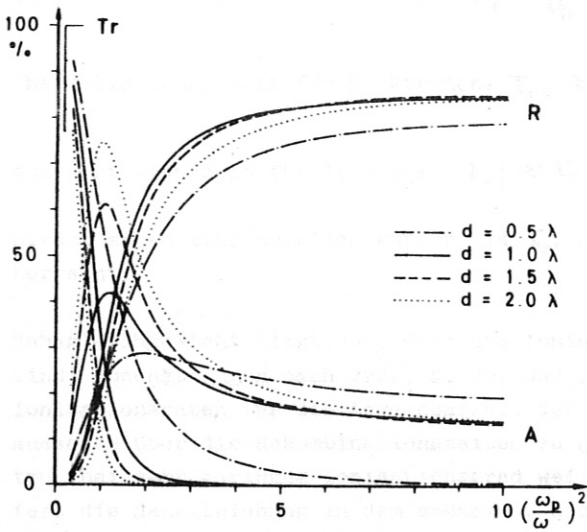


Abb. 8

Transmission Tr, Reflexion R und Absorption A in Funktion der maximalen normierten Plasmafrequenz für Schichtdicken $d = 0,5, 1, 1,5$ und 2λ .

in der unmittelbaren Nähe der kalten Phase auftritt, denn bei $\phi_0 = 1,8 \cdot 10^{11}$ W/cm² liefert die numerische Rechnung von Abschnitt II an einer Stelle $\omega_p = \omega$. Die Grenzintensität wird wahrscheinlich noch niedriger liegen; in unseren Rechnungen wurde nämlich die Erniedrigung der Ionisierungsenergie, die bei den hohen Dichten ganz beträchtlich sein kann, aber wohl nur sehr schwer in Zahlen fassbar ist (nach der Debye-Theorie sollte sie etwa 8 eV betragen), nicht berücksichtigt, und ausserdem gibt die Sahagleichung in der Aufheizphase immer zu niedrige Werte für den Ionisationsgrad, falls die Rekombinationszeit nicht genügend kurz ist (vgl. Abschnitt IV). Sobald $\omega_p > \omega$ wird, muss natürlich die Wellengleichung gelöst werden, wenn man zu richtigen Aussagen über die tatsächlich sich einstellenden Elektronendichten gelangen will.

durch Absorption auf mindestens $1/4$ abgesunken. Selbst wenn diese noch vorhandene Leistung dort vollständig reflektiert würde, wären an der Plasmafront nur noch etwa 6 % Reflexion zu erwarten, da in dem Gültigkeitsbereich der optischen Näherung die verbliebene Intensität auf ihrem Rückweg ohne nennenswerte Reflexion wiederum um mindestens $3/4$ geschwächt wird. Experimentell wurde denn auch festgestellt, dass die Plasmawolke insgesamt kaum reflektiert /20/. Erst bei Subnanosekunden - Laserimpulsen extrem hoher Intensität tritt hohe Reflexion auf (bis zu 45 %) /21/, da in diesem Fall das der Übergangsschicht vorgelagerte weit expandierte Plasma fehlt.

2) An der Stelle im Plasma, wo die WKB-Bedingung nicht mehr erfüllt ist, ist in unserem Leistungsbereich die ursprüngliche Laserintensität ϕ_0

3) Die Vorstellung, dass an der Stelle im Innern des Plasmas, wo $\omega_p = \omega$ erreicht wird, einfach Totalreflexion auftritt /19/, kann in unserem Leistungsbereich nicht aufrechterhalten werden. Ein Blick auf Abb. 7 und 8 zeigt deutlich, dass die Verhältnisse verwickelter sind.

IV. DISKUSSION

Die Grundgleichungen in Abschnitt II sind an zwei wesentliche Voraussetzungen geknüpft; einmal, dass der Vorgang der Plasmaerzeugung und -aufheizung hydrodynamisch beschrieben werden kann und zum anderen, dass ein thermisches Modell verwendet werden darf mit $T_i = T_e = T$ (T_e, T_i Elektronen- und Iontemperatur). Die Verwendbarkeit der Kraftgleichung (2) ist gesichert, wenn sich der Druck in den numerischen Ergebnissen über eine freie Weglänge nur wenig ändert, also $l_i \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} \ll 1$, oder nach Anhang III d und mit Hilfe von Gl.(1)

$$4,3 \cdot 10^{-18} \frac{T^2}{\ln \Lambda} \frac{1}{n_i T} \frac{\partial(n_i T)}{\partial a} \ll 1 \quad [\text{cgs}].$$

Diese Ungleichung ist tatsächlich in allen Rechnungen erfüllt. - Die kritische Stelle für die Anwendung eines thermischen Modells mit Elektronen- gleich Iontemperatur liegt im Übergangsbereich von der kalten Phase zum dünnen heißen Plasma. Aus Abb. 3 und 5 geht hervor, dass hier die Temperatur bis 10^6 °K nahezu linear ansteigt und dieser Verlauf zwischen 0,5 und 1 nsec mit der Geschwindigkeit $d = 6,5 \cdot 10^5$ cm/sec in die dichte Phase hineinwandert. Da der Anstieg in der Rechnung über vier Ortsschritte $\Delta a = 2 \cdot 10^{-5}$ cm erfolgt, ergibt sich die charakteristische Vergleichszeit $\tau_0 = \frac{4 \Delta a}{d} = 1,2 \cdot 10^{-10}$ sec. An der Stelle $T = 10^6$ °K ist die normierte Teilchendichte

$N = n_H/n_O = 0,1$. Für diese Werte errechnen sich nun folgende Ausgleichszeiten (siehe Anhang III und /15/, S. 306; $\ln \Lambda = 5$):

Thermalisierungszeit für Ionen: $\tau_{ii} \approx \frac{1}{v_{ii}} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ sec}$

Thermalisierungszeit für Elektronen: $\tau_{ee} \approx \tau_{ii} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ sec}$

Aquipartitionszeit für $T_i = T_e$: $\tau_{ei} \approx \tau_{ee} \frac{m_i}{4m_e} = 6,5 \cdot 10^{-11} \text{ sec}$

Diese Zeiten sind merklich kürzer als τ_0 , so dass wohl auch im Übergangsbereich Gleichgewicht herrscht.

Sahagleichgewicht liegt vor, wenn die Ionisations- und Rekombinationsraten hinreichend gross sind. Abschätzungen nach /22/, S. 70, und /13/ Bd. I, S. 389 ff., ergeben bei weitem hinreichende Ionisationsraten für die Anwendbarkeit der Sahagleichung. Schwieriger ist es, zu verbindlichen Aussagen über die Rekombinationszeiten zu gelangen. Falls diese tatsächlich recht lang sein sollten (bei sehr geringem Ionisationsgrad weit unterhalb 0,7 % liegt dieser Fall sicher vor), liefert die Sahagleichung in dem schmalen, nicht nahezu vollionisierten Teil des Übergangsbereiches eine untere Grenze für die Elektronendichte. Diese ist für unsere Zwecke jedoch vollkommen hinreichend, denn in der vorliegenden Arbeit kam es uns hauptsächlich darauf an zu zeigen, dass sich im Plasma eine stark absorbierende Schicht ausbilden muss und in dem Übergangsbereich Stellen auftreten können, an denen das Plasma überdichtet wird ($\omega_p > \omega$). Der in Abschnitt II C zugrundegelegte Wert für die Anfangsionisation $\eta = 0,7 \%$ ist bis zu einem gewissen Grad willkürlich. Er darf aber auch nicht zu klein gewählt werden (z.B. 10^{-10}), da in diesem Fall noch kein Rekombinationsgleichgewicht vorliegt.

Der Übergangsbereich zeichnet sich durch hohe Dichten und starke Gradienten aus. Bezüglich Zustandsgleichung und Transportgrössen herrscht hier eine gewisse Unsicherheit; so kann der Absorptionskoeffizient (13) hier unwahrscheinlich hohe Werte annehmen. Numerische Testrechnungen mit stark variierten Koeffizienten für den dichten Bereich - beim Absorptionskoeffizienten über mehr als drei Zehnerpotenzen - ergaben zwar Unterschiede im Dichte-, Temperatur- und Geschwindigkeitsverlauf in der unmittelbaren Nähe des Festkörpers (bis zu 100 %), auf die Eigenschaften des dünnen Plasmas ($\rho/\rho_0 \leq 10^{-2}$) hat eine solche Variation jedoch fast keinen Einfluss ($\leq 6\%$) und das charakteristische, in Abschnitt II beschriebene Verhalten bleibt in allen Bereichen erhalten. Als besonders unempfindlich erwiesen sich die Kurven der Abb. 5 über die Menge des erzeugten Plasmas (Abweichungen unter 2 %).

Im Absorptionskoeffizienten ist in den vorliegenden Rechnungen die Stossfrequenz als rein thermisch bestimmt angenommen. Dies ist gerechtfertigt, solange die Schwingungsenergie nur einen kleinen Bruchteil der thermischen Energie des Plasmas darstellt. Für unsere Laserleistungen trifft dies nach Anhang III c zu. Im Wärmeleitungskoeffizienten wurde nur der vollionisierte Anteil berücksichtigt. Auch dies ist berechtigt, da das Plasma nur ganz nahe am Festkörper nicht vollionisiert ist und dort die Wärmeleitung fast keine Rolle mehr spielt. Ausserdem kann der Wärmeleitungskoeffizient durch Berücksichtigung der Elektronen - Neutralteilchenstösse nur herabgesetzt werden, d.h. im Übergangsbereich nur noch weniger zur Wirkung kommen.

Die wahre Zustandsgleichung für Wasserstoff in der kalten komprimierten Phase ist nicht bekannt. Die experimentellen Untersuchungen in /23/ ergeben eine recht niedrige Kompressibilität für flüssigen Wasserstoff, die Annahme einer Lennard-Jones-Wechselwirkung zwischen den Molekülen führt nicht zu korrekten Ergebnissen. Andererseits sind wir hier auch nicht primär an der Stossquelle interessiert, sondern nur insofern, als diese die Rechenergebnisse für das heisse Plasma modifizieren kann. Mit Sicherheit kann gesagt werden, dass die wahre Kompressibilität des festen Wasserstoffs zwischen Null (inkompressibler Festkörper) und der eines idealen Gases liegt, jedoch näher bei letzterer. Um den Einfluss der Zustandsgleichung der kalten Phase auf die Aufheizung des Plasmas übersehen zu können, wurde auch der Fall eines inkompressiblen Festkörpers durchge-

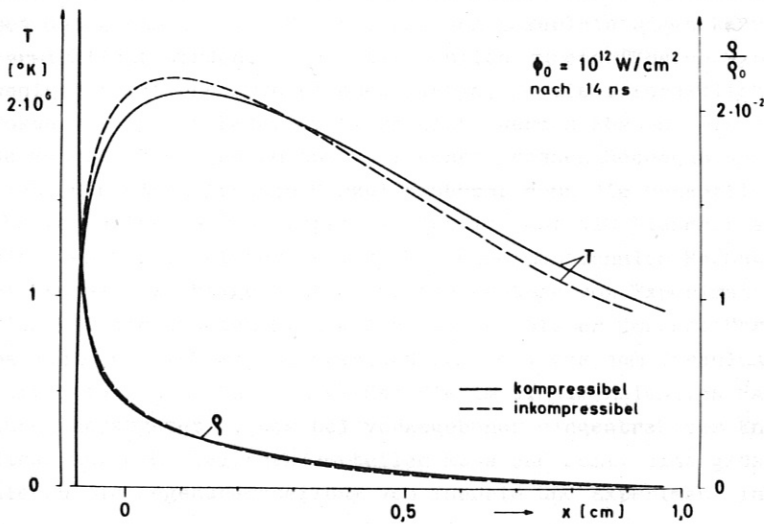


Abb. 9

Temperatur- und Dichteunterschiede im Plasma bei kompressiblem (ideale Gasgleichung) und inkompressiblem Festkörper.

Nach 20 nsec liegt die Differenz in der Menge des erzeugten Plasmas für kompressiblen und inkompressiblen Wasserstoff unter 1 %.

Selbst wenn die aufgrund der Sahagleichung errechneten Elektronendichten in der Übergangsschicht zu niedrig sein sollten, so reichen sie doch für die Bildung der sehr stark absorbierenden Schicht aus, die in Abschnitt II D eine gleichmässige Aufheizung von Folien verhindert und zur Entstehung

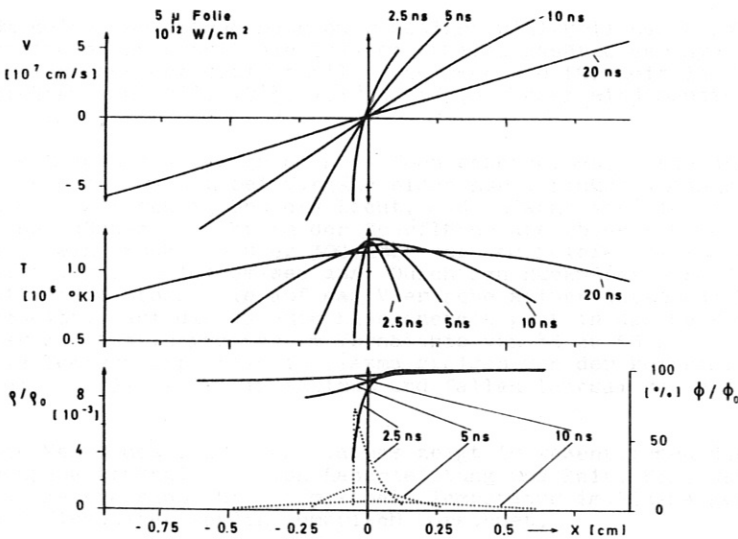


Abb. 10

Aufheizung einer 5μ dicken Folie und Entwicklung einer symmetrischen Plasmaverteilung. Ausgezogene Kurven unten geben Intensitätsverlauf wieder, punktierte die Dichteverteilung. $O_0 = 10^{12} \text{ W/cm}^2$, Laser strahlt von rechts ein.

kann sich nach beiden Seiten hin erst bemerkbar machen, sobald der letzte Rest an kaltem komprimierten Material verschwunden ist.

rechnet. Die Unterschiede in Temperatur und Dichte nach 14 nsec sind für das erzeugte Plasma aus Abb. 9 zu ersehen. Der maximale Fehler in der Dichte beträgt 18 %, liegt jedoch in weiten Bereichen unter 10 %. Der grösste relative Fehler in der Temperatur ergibt sich zu 7,2 %. Es sei jedoch noch darauf hingewiesen, dass Abb. 9 zu hohe Unterschiede vortäuscht, die dadurch bedingt sind, dass der inkompressible Fall nur für einen unendlich ausgedehnten Festkörper gerechnet werden konnte (Rückstoss fehlt), während die ausgezogenen Kurven sich auf eine nach links beschleunigte 50μ dicke Folie bezieht. Auf die Menge des erzeugten Plasmas hat die spezielle Form der Zustandsgleichung in der festen Phase sehr geringen Einfluss:

einer starken Stosswelle führt. Es besteht kein Zweifel, dass auch bei der Aufheizung von Tropfen die Verhältnisse ähnlich liegen, wenn nur die Laserintensität genügend rasch ansteigt. Im Falle einer Folie wurde das einseitige "Durchbrennen" experimentell überzeugend nachgewiesen /20/. Dies spricht jedoch nicht gegen den anderen experimentellen Befund, dass das Plasma, das man durch Verdampfung eines Tropfens erhält, schon nach relativ kurzer Zeit fast isotrop expandiert. Verfolgt man nämlich die Aufheizung einer dünnen Folie über ihre Durchbrennzeit hinaus in unserem ebenen Modell, so ergibt sich das Bild von Abb. 10. Man kann hier sehr gut die Entwicklung zu einer symmetrischen Verteilung von Geschwindigkeit, Temperatur und Dichte verfolgen. Der Einfluss der Wärmeleitung ist dabei verhältnismässig gering und

Alle Ergebnisse in der vorliegenden Studie beziehen sich auf ein eindimensionales ebenes Modell. Bei den heute zur Verfügung stehenden Laserleistungen kann ein solcher Fall experimentell nicht verwirklicht werden. In den tatsächlich durchgeführten Experimenten entsteht immer ein mehr oder weniger rotationssymmetrisches Plasma, da die erforderlichen hohen Strahlungsdichten nur durch Fokussierung des Laserlichts erreicht werden können. Die analogen Rechnungen für eine solche Geometrie wären jedoch auch auf einer grossen Rechenanlage viel zu aufwendig. Man wird dies aber nicht als einen grossen Mangel ansehen, denn die wesentlichen Erscheinungen der Wechselwirkung Laserstrahlung - Festkörper im Hinblick auf die Plasmaerzeugung treten gerade in einem eindimensionalen Modell klarer hervor. Die eindimensionalen Rechnungen legen alle Grössenordnungen fest, bilden eine wichtige Stütze für die Deutung von Experimenten und lassen erkennen, in welche Richtung die Abweichungen gehen. In den bisher durchgeführten Experimenten kann das heisse Plasma auch seitlich expandieren und zum Teil aus dem Strahlungsfeld des Lasers schon nach kurzer Zeit entweichen. Dadurch werden die im eindimensionalen Fall theoretisch erreichbaren Temperaturen herabgesetzt, was bei vorgegebener eingestrahelter Energie zugleich bedeutet, dass sich diese auf mehr Teilchen verteilen muss und somit eine grössere Menge an Plasma erzeugt wird (vgl. hierzu die Gegenüberstellung von Theorie und Experiment in /20/).

Z u s a m m e n f a s s u n g

Der fokussierte Strahl eines Impulslasers kann in einem Festkörper ein dichtes heisses Plasma erzeugen. Die bisher für diesen Vorgang entwickelten Modelle lassen sich im wesentlichen in zwei Gruppen zusammenfassen. Die einen Autoren versuchen, die Vorgänge an kleinen Tropfen unter der Annahme zu studieren, dass alle Volumenelemente $g l e i c h$ aufgeheizt werden und die Expansion des gebildeten Plasmas kugelförmig erfolgt. Die anderen legen ein ebenes Modell zugrunde und gehen von der Vorstellung aus, dass während der Lasereinstrahlung drei klar getrennte Materiebereiche existieren: ungestörter Festkörper, durch eine Stosswelle verdichtete Phase und vorgelagertes dünnes, heisses Plasma. In jedem Bereich sollen Dichte, Temperatur und Geschwindigkeit konstant sein. Mit Hilfe von Ähnlichkeitsbetrachtungen werden dann diese Grössen abgeschätzt.

Um keine der obigen mehr oder weniger willkürlichen Annahmen machen zu müssen, werden in der vorliegenden Arbeit die lokalen Erhaltungssätze der Hydrodynamik zusammen mit den entsprechenden Gleichungen der Optik zu Hilfe genommen und für zeitlich konstante Rubinlaser-Impulse mit Intensitäten von 10^{11} , 10^{12} , 10^{13} W/cm² in ebener eindimensionaler Geometrie numerisch integriert.

Die Ergebnisse lassen sich einfach beschreiben. Durch die Einstrahlung mit Leistungsdichten von 10^{12} W/cm² wächst bei Vorgabe einer nur geringen Anfangsionisation die Dichte an freien Elektronen sehr rasch an und das Licht, das anfangs tief in den Festkörper eindringen konnte, wird in einer dünnen Schicht an der Oberfläche absorbiert. Durch die starke Temperaturerhöhung baut sich dort ein Druck von über 300 kbar auf und heisses Plasma strömt mit einer mittleren Geschwindigkeit von rund 10⁷ cm/sec aus. Durch den Rückstoss wird der feste Wasserstoff hinter der sich ausbildenden Stosswelle auf das Vierfache seiner Anfangsdichte komprimiert und auf $1,5 \cdot 10^4$ OK aufgeheizt. Fast die gesamte Laserenergie geht in das heisse Plasma und verteilt sich dort während der Einstrahlungsdauer im Verhältnis von 45 zu 55 % auf die thermische und kinetische Energie. Die Temperaturprofile im Plasma steigen von der komprimierten Phase her sehr steil an, erreichen bei rund $2 \cdot 10^6$ OK ein Maximum und fallen langsam gegen die Plasmafront hin ab.

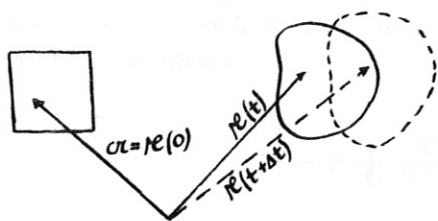
Die Menge des erzeugten Plasmas zeigt im wesentlichen die aus den Ähnlichkeitsbetrachtungen gewonnene Abhängigkeit von Laserleistung und Zeit. Eine weitere einfache Abhängigkeit von diesen Parametern kann für die maximale Temperatur im Plasma gefunden werden. Einfluss von Wärmeleitung und Viskosität werden numerisch berechnet.

Die Dichte des dünnen Plasmas geht in einem sehr schmalen Bereich in die des komprimierten Wasserstoffs über. Hier treten bei Laserintensitäten ab $2 \cdot 10^{11}$ W/cm² so hohe Elektronendichten auf, dass die Plasmafrequenz über die des Lasers anwächst. Die dadurch bedingten Absorptions- und Reflexionsverhältnisse werden anhand der elektromagnetischen Wellengleichung erörtert. Bemerkenswert ist in diesem Bereich der Verlauf der elektrischen Feldstärke und des Absorptionsvermögens in Abhängigkeit von der Plasmafrequenz.

Ein wichtiges Ergebnis der numerischen Rechnungen ist die Tatsache, dass eine $g l e i c h - m ä s s i g e$ Aufheizung von Festkörpern durch Laser oberhalb einer bestimmten Intensität nicht mehr eintritt. Der Temperaturengleich im erzeugten Plasma erfolgt - wenn überhaupt - zu wesentlich späteren Zeiten.

ANHANG I - Ableitung der Erhaltungssätze in der Lagrange-Form

Hier soll eine besonders einfache Ableitung der Bewegungsgleichungen der Gasdynamik angegeben werden. In der Newtonschen Mechanik werden Massenpunkte durch Indizes gekennzeichnet. Die Lagrange-Form der Bewegungsgleichungen besteht nun einfach im Übergang zum Kontinuum, wobei die Indizierung der Massenelemente kontinuierlich zu erfolgen hat. Wir wollen hier ein einzelnes



Element durch dessen Ortsvektor α zur Zeit $t = 0$ markieren. Im Übrigen seien der Übersichtlichkeit halber nur senkrecht wirkende Oberflächenkräfte (Druck p) zugelassen. Eine bestimmte Masse habe zur Zeit $t = 0$ die Dichte $\rho(\alpha, 0)$, das Volumen $V(0)$ und die Oberfläche $O(0)$. Nach der Zeit $t > 0$ wird sich die Flüssigkeit deformiert und weiterbewegt haben (Skizze); die entsprechenden Größen seien nun mit $\rho(\alpha, t)$, $V(t)$ und $O(t)$ bezeichnet. Die Massenerhaltung fordert dann

$$\int_{V(0)} \rho(\alpha, 0) d\alpha = \int_{V(t)} \rho(r, t) dr \tag{1'}$$

Das zweite Integral kann nach einem bekannten Satz mit Hilfe der Jacobi-Determinante $\left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_t$, die für die Zeit t gebildet werden muss, umgeformt werden:

$$\int_{V(t)} \rho(r, t) dr = \int_{V(0)} \rho(\alpha, t) \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_t d\alpha \tag{2'}$$

Da diese Gleichheit für ein beliebig gewähltes Volumen gilt, folgt durch Gleichsetzung von (1') und (2') sofort die Kontinuitätsgleichung

$$\rho(\alpha, 0) = \rho(\alpha, t) \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_t \tag{3'}$$

Die Impulserhaltung lautet bei Abwesenheit von Volumenkräften

$$\int_{V(t+\Delta t)} \rho(r, t+\Delta t) w(r, t+\Delta t) dr - \int_{V(t)} \rho(r, t) w(r, t) dr = - \int_{\Delta t} \left\{ \int_{O(t')} p dO(t') \right\} dt' = - \int_{\Delta t} \left\{ \int_{V(t')} \nabla_r p dV \right\} dt', \quad t \leq t' \leq t + \Delta t$$

Durch Gebietstransformation und Division beider Seiten durch Δt ergibt sich

$$\frac{1}{\Delta t} \int_{V(0)} \left\{ \rho(\alpha, t+\Delta t) w(\alpha, t+\Delta t) \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_{t+\Delta t} - \rho(\alpha, t) w(\alpha, t) \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_t \right\} d\alpha = - \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \left\{ \int_{V(0)} \nabla_r p \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_t d\alpha \right\} dt' = - \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_{V(0)} \nabla_r p d\alpha dt' \tag{4'}$$

Nun ist aber wegen (3') $\rho(\alpha, t+\Delta t) \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_{t+\Delta t} = \rho(\alpha, t) \left| \frac{\partial(r)}{\partial(\alpha)} \right|_t = \rho(\alpha, 0)$, also kann (4') geschrieben werden:

$$\int_{V(0)} \rho(\alpha, 0) \frac{w(\alpha, t+\Delta t) - w(\alpha, t)}{\Delta t} d\alpha = - \frac{1}{\Delta t} \int_{\Delta t} \int_{V(0)} \nabla_r p d\alpha dt' \tag{5'}$$

mit $\Delta t \rightarrow 0$ geht (5') über in die Kraftgleichung

$$\rho(\alpha, 0) \frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial \alpha} \tag{6'}$$

$\frac{\partial w}{\partial t}$ ist dabei die substantielle Geschwindigkeit (α wird festgehalten).

Ganz genau so ist die Energiegleichung abzuleiten. Man geht von der zeitlichen Änderung der Gesamtenergie (kinetische + thermische) aus, führt unter Zuhilfenahme von (3') den Grenzübergang durch und subtrahiert von dem Ergebnis die mit w skalar multiplizierte Kraftgleichung (6'). Man erhält so mit der Energie pro Masseneinheit ϵ und der eingestrahelten Leistung $\phi(\alpha, t)$

$$\rho(\alpha, 0) \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = - \nabla_r \phi - p \nabla_r w \tag{7}$$

Bei der Transformation der Stokesschen Gleichung, die im eindimensionalen Fall die Form hat (siehe /15/, S. 462 ff)

$$\rho \frac{dv}{dt} = - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ p - \frac{4}{3} \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right\},$$

in die Lagrange-Form ist einfach die Kettenregel $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x}$ anzuwenden, die wegen (3') auch geschrieben werden kann $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\rho(\alpha, t)}{\rho(\alpha, 0)} = \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial \alpha}$. Entsprechendes gilt für die Transformation der Wärmeleitungsgleichung.

ANHANG II - Differenzenschema für die Integration der Bewegungsgleichungen

Für die numerische Integration der Bewegungsgleichungen (1), (2), (3) und der Geschwindigkeit (4) erwies sich das im folgenden aufgeführte explizite Differenzenschema als günstig. Die Gitterpunkte sind mit (l,m) indiziert, l für die Zeit, m für den Ort, der Zeitschritt ist Δt , der Ortsschritt Δa . Mit q ist die künstliche quadratische Viskosität bezeichnet, für die die Ausdrücke in /16/, S. 216, verwendet wurden. Der Ausdruck für den Wärmestrom wurde folgendermassen umgeformt:

$$- \kappa \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial T}{\partial a} = - \kappa' \frac{\rho}{\rho_0} T^{5/2} \frac{\partial T}{\partial a} = - \frac{2}{7} \frac{\rho}{\rho_0} \kappa' \frac{\partial T^{7/2}}{\partial a} .$$

Differenzenschema

$$1) \quad \rho_0 \frac{v_m^{l+1/2} - v_m^{l-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta a} \left\{ p_{m+1/2}^l - p_{m-1/2}^l + \frac{4}{3\Delta a} \left[\rho_{m-1/2}^l \mu_{m-1/2}^l (v_{m-1}^{l-1/2} - v_m^{l-1/2}) - \rho_{m+1/2}^l (v_m^{l-1/2} - v_{m+1}^{l-1/2}) \right] \frac{1}{\rho_0} \right\} - \frac{\Delta q}{\Delta a}$$

$$2) \quad v_m^{l+1/2} = \frac{x_m^{l+1} - x_m^l}{\Delta t}$$

$$3) \quad \rho_{m+1/2}^{l+1} = \frac{\rho_0 \Delta a}{x_m^{l+1} - x_{m+1}^{l+1}}$$

$$4) \quad \rho_0 \frac{\epsilon_{m+1/2}^{l+1} - \epsilon_{m+1/2}^l}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta a} \left\{ \phi_m^l - \phi_{m+1}^l + (v_{m+1}^{l-1/2} - v_m^{l-1/2}) \left[\rho_{m+1/2}^l + q_{m+1/2}^l - \frac{4}{3\rho_0 \Delta a} \rho_{m+1/2}^l \mu_{m+1/2}^l (v_{m+1}^{l-1/2} - v_m^{l-1/2}) \right] \right. \\ \left. + \frac{2}{7\rho_0 \cdot 2\Delta a} \left[(\rho_{m-1/2}^l \kappa_{m-1/2}^{ll} + \rho_{m+1/2}^l \kappa_{m+1/2}^{ll}) (T_{m-1/2}^{7/2 l} - T_{m+1/2}^{7/2 l}) \right] \right. \\ \left. - \frac{2}{7\rho_0 \cdot 2\Delta a} \left[(\rho_{m+1/2}^l \kappa_{m+1/2}^{ll} + \rho_{m+3/2}^l \kappa_{m+3/2}^{ll}) (T_{m+1/2}^{7/2 l} - T_{m+3/2}^{7/2 l}) \right] \right\} .$$

Das Vorzeichen der einzelnen Terme erklärt sich dadurch, dass die m-Indizierung entgegen der a-Richtung vorgenommen wurde. Die Auflösung von ϵ nach der Temperatur T erfolgte nach dem Einschachtelungsprinzip.

ANHANG III - Daten und Konstanten

a) Wasserstoffatom bzw. -molekül

$H + 13,6 \text{ eV} = H^+ + e$

Bohrscher Radius $a_0 = 0,529 \text{ \AA}$

E-Feld im Abstand $a_0: 5,34 \cdot 10^9 \text{ Vcm}^{-1}$

$H_2 + 15,427 \text{ eV} = H_2^+ + e$

$H_2 + 4,476 \text{ eV} = 2H$

$H_2^+ + 2,6481 \text{ eV} = H + H^+$

Kernabstand von $H_2: 0,7417 \text{ \AA}$

Kernabstand von $H_2^+: 1,06 \text{ \AA}$

Lineare Ausdehnung von $H_2: 2,18 \text{ \AA}$

b) Fester Wasserstoff (13 °K)

Dichte $\rho_0 = 0,0763 \text{ gcm}^{-3}$

Teilchenzahl (Atome) $n_0 = 4,56 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Mittlerer Atomabstand $n_0^{-1/3} = 2,8 \text{ \AA}$

Mittlerer Molekülabstand $n_{H_2}^{-1/3} = 3,52 \text{ \AA}$

Schallgeschwindigkeit (17 °K, flüssig): $1,187 \cdot 10^5 \text{ cmsec}^{-1}$

Brechungsindex ($\lambda = 6560 \text{ \AA}$) $n = 1,112$

c) Rubinlaser

$\omega = 2,73 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$

$\lambda = 6943 \text{ \AA}$

$\hbar\omega = 1,8 \text{ eV}$

Amplitude des elektrischen Feldes $E_0 = \left(\frac{2 \Phi_0}{\epsilon_0 c} \right)^{1/2} = 27,4538 \Phi_0^{1/2} \text{ Vcm}^{-1}$, Φ_0 in Wcm^{-2}

Auslenkungsamplitude des freien Elektrons $x_0 = \frac{e E_0}{m_e \omega^2} = 2,36 \cdot 10^{-8} \cdot E_0 \text{ \AA}$, E_0 in Vcm^{-1}

Maximale Geschwindigkeit des freien Elektrons $x_{\text{max}} = \frac{e E_0}{m_e \omega} = 0,6443 \cdot E_0 \text{ cmsec}^{-1} \approx 2,947 \cdot 10^{-12} \cdot E_0^2$
 °K, E_0 in Vcm^{-1}

Normierte Elektronendichte $N_e = n_e / n_0$

Plasmafrequenz $\omega_p = \left(\frac{e^2 n_e}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2} = 5,646 \cdot 10^4 \cdot n_e^{1/2} \text{ sec}^{-1}$, n_e in cm^{-3}

Normierte Plasmafrequenz: $(\omega_p / \omega)^2 = 19,4738 \cdot N_e$

$\omega_p = \omega: n_e = 2,34187 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$; $N_e = 5,135104 \cdot 10^{-2}$

d) Wasserstoffplasma - vollionisiert (T in °K)

Entartungstemperatur bei Festkörperdichte $T_e = 5,2 \cdot 10^4$, $T_p = 28 \text{ °K}$

Stoßfrequenz $\nu_{ei} = \frac{\pi^{3/2} e^4 n_e \ln \Lambda}{2 m_e^2 (2kT)^{3/2} \gamma_E} = 8,386 \cdot 10^{22} \ln \Lambda \frac{N_e}{T^{3/2}} \text{ sec}^{-1}$, $\frac{\nu_{ei}}{\omega} = 3,072 \cdot 10^7 \ln \Lambda \frac{N_e}{T^{3/2}}$

$\nu_{ii} = \frac{4(2\pi)^{1/2}}{3} \left(\frac{e^2}{kT} \right)^2 \left(\frac{kT}{m_i} \right)^{1/2} \ln \Lambda \cdot n_i = 2,99 \cdot 10^{21} \ln \Lambda \frac{N_i}{T^{3/2}} \text{ sec}^{-1}$

Freie Weglänge (Ion)

$l_i = \left(\frac{2kT}{m_i} \right)^{1/2} \frac{1}{\nu_{ii}} = 4,3 \cdot 10^{-18} \frac{T^2}{N_i \ln \Lambda} \text{ cm}$

Wärmeleitungskoeffizient

$\kappa = 20 \left(\frac{2}{\pi} \right)^{3/2} \frac{(kT)^{5/2} k}{m_e^{3/2} e^4 \ln \Lambda} \frac{e \sigma_T}{\ln \Lambda} = 1,857 \cdot 10^{-5} \frac{T^{5/2}}{\ln \Lambda} \text{ [cgs]}$

Viskositätskoeffizient

$\mu = 1,365 \frac{n_i kT}{\nu_{ii}} = 2,22 \cdot 10^{-15} \frac{T^{5/2}}{\ln \Lambda} \text{ [cgs]}$

$\Lambda = \Lambda_K = \frac{3 k T^{3/2}}{2 e^3 \pi^{1/2} n_e^{1/2}} = 5,802 \cdot 10^{-8} \frac{T^{3/2}}{N_e^{1/2}}$ für $T \approx 4,2 \cdot 10^5 \text{ °K}$

$\Lambda = \left(\frac{4,2 \cdot 10^5}{T} \right)^{1/2} \Lambda_K = 3,759 \cdot 10^{-5} \frac{T}{N_e^{1/2}}$ für $T \geq 4,2 \cdot 10^5 \text{ °K}$

L i t e r a t u r v e r z e i c h n i s

- 1 A. Caruso, B. Bertotti, P. Giupponi, "Ionization and Heating of Solid Material by Means of a Laser Pulse", N. Cim. XLV B, 176 (1966)
- 2 J. M. Dawson, "On the Production of Plasma by Giant Pulse Lasers", Phys. Fluids 7, 981 (1964)
- 3 A. F. Haught, D. H. Polk, "High Temperature Plasma Produced by Laser Beam Irradiation of Single Solid Particles", Phys. Fluids 9, 2047 (1966)
- 4 W. J. Fader, "Hydrodynamic Model of a Spherical Plasma Produced by Q-Spoiled Laser Irradiation of a Solid Particle", Phys. Fluids 11, 2200 (1968)
- 5 Yu. V. Afanasyev, O. N. Krokhin, G. V. Sklizkov, "Evaporation and Heating of a Substance Due to Laser Radiation", IEEE J. Quant. El. QE - 2, 483 (1966)
- 6 A. Caruso, R. Gratton, "Some Properties of the Plasma Produced by Irradiating Light Solids by Laser Pulses", Plasma Phys. 10, 867 (1968)
- 7 P. Mulser, S. Witkowski, "Numerical Computation of the Production of a Dense Plasma by Irradiation of a Solid by a Laser", IPP 3/74 (1968)
- 8 P. Mulser, S. Witkowski, "Numerical Calculations of the Dynamics of Laser Produced Plasmas", Phys. Letters 28 A, 151 (1968)
- 9 H. Hora, "Nonlinear Confining Forces Associated with the Interaction of Laser Radiation with Plasma", Phys. Fluids 12, 182 (1969)
- 10 V. L. Ginzburg, "The Propagation of Electromagnetic Waves in Plasmas", Perg. Press LTD., Oxford 1964
- 11 L. Spitzer, "Physics of Fully Ionized Gases", Intersc. Publishers, Inc., N. York 1956
- 12 W. P. Allis, S. C. Brown, "High Frequency Electrical Breakdown of Gases", Phys. Rev. 87, 419 (1952)
- 13 Ya. B. Zeldovich, Yu. P. Raizer, "Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena", Acad. Press. N. York 1966
- 14 L. Spitzer, R. Härm, "Transport Phenomena in a Completely Ionized Gas", Phys. Rev. 89, 977 (1953)
- 15 I. P. Shkarofsky, T. W. Johnston, M. P. Bachynski, "The Particle Kinetics", Addison - Wesley Publ. Co., Reading Mass. 1966
- 16 R. D. Richtmyer, "Difference Methods for Initial-Value Problems", Intersc. Publ., Inc., N. York 1957
- 17 P. Mulser, S. Witkowski, "Numerical Calculations of the Dynamics of a Laser Irradiated Solid Hydrogen Foil", Phys. Letters 28 A, 703 (1969)
- 18 P. Mulser, "Transmission and Reflection of Electromagnetic Waves in Inhomogeneous Media", IPP 3/85 (1969)
- 19 J. Dawson, P. Kaw, B. Green, "Laser Production of Plasmas", AIAA Paper No. 68 - 676 (1968)
- 20 R. Sigel, Dissertation TH München (1969) und IPP 3/96 (1969)
- 21 N. G. Basov, B. A. Boiko, O. N. Krokhin, O. G. Semenov, G. V. Sklizkov, "Reduction of the Reflection Coefficient for High Power Laser Radiation from the Surface of a Solid Material", ZHTF 38, 1973 (1968)
- 22 C. Mahn, "The Difference between the Ionization Equilibria of the Hydrogen-like and Alkali-like Ions in Optically thin Plasmas", IPP 3/52 (1967)
- 23 M. van Thiel, B. J. Alder, "Shock Compression of Liquid Hydrogen", Molecular Phys. 10, 427 (1966)