

Rechnungen zur Entstehung dichter Plasmen bei
Bestrahlung von Festkörpern mit Lasern

Numerical Computation of the Production of a
Dense Plasma by Irradiation of a Solid by a
Laser

P. Mulser, S. Witkowski

IPP 3/74

Juni 1968

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K
G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK
GARCHING BEI MÜNCHEN

Rechnungen zur Entstehung dichter Plasmen bei
Bestrahlung von Festkörpern mit Lasern

Abstract
Numerical Computation of the Production of a
Dense Plasma by Irradiation of a Solid by a
Laser

P. Mulser, S. Witkowski

IPP 3/74

Juni 1968

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

IPP 3/74 P. Mulser
S. Witkowski

Numerical Computation of the
Production of a Dense Plasma
by Irradiation of a Solid by
a Laser.

June 1968 (in German)

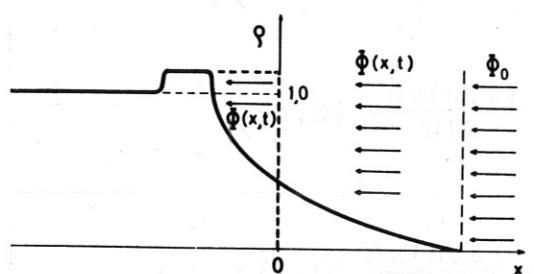
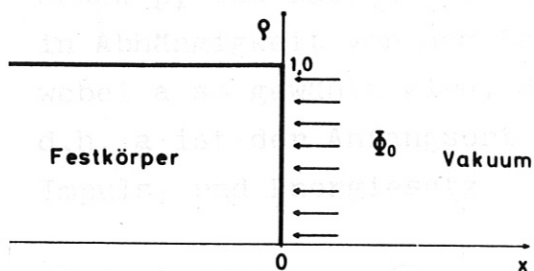
Abstract

The process of formation of a plasma by focussing a high energy laser on the surface of a solid body is calculated numerically. A one-dimensional one-fluid model is assumed, in which the light energy is absorbed in the produced plasma corresponding to the local coefficient of absorption and the local light intensity. The degree of ionization is determined by the Saha equation, heat conductivity was neglected. Numerical results are given for irradiation of a block of solid hydrogen with a light intensity of 10^{12} W/cm⁻². The ratio between thermal and kinetic energy proves to be approximately constant. Temperatures of more than $2 \cdot 10^6$ °K and expansion velocities up to $3 \cdot 10^7$ cm/sec are achieved.

Adäquat wird der Vorgang der Plasmaerzeugung, Aufheizung und Expansion als instationärer gasdynamischer Prozess zu behandeln sein, handelt es sich doch um zwei konkurrierende Vorgänge: Einerseits die Zunahme an innerer Energie durch Lichtabsorption, andererseits deren Verminderung durch Expansionsarbeit.

Eindimensional ist der Prozess der Plasmaerzeugung studiert worden: Einmal durch Anwendung globaler Erhaltungssätze – zementprechend sind die berechneten Größen Mittelwerte in jeweils bestimmten Bereichen /1/, zum anderen wurden genäherte Randwertlösungen der eindimensionalen gasdynamischen Gleichungen gefunden bei Zugrundelegung bestimmter Voraussetzungen, deren Tragweite schwer abzuschätzen ist /2,3/.

Ein hinreichend intensiver Laserstrahl, z.B. 10^{12} W/cm², schafft in einem festen oder flüssigen Isolator nach einigen 10^{-11} sec ähnliche Absorptionsverhältnisse, wie sie bei guten Leitern vorliegen, mit Absorptionskoeffizienten um $5 \cdot 10^5$ cm⁻¹.



Skizze

Im eindimensionalen Fall (von dem hier allein die Rede sein soll) wird man sich die Vorgänge folgendermassen vorzustellen haben (siehe Skizze): Die Oberflächenschicht des hier einen Halbraum erfüllenden Festkörpers mit konstanter Dichte wird stark aufgeheizt und verdampft und es bildet sich ein in der Zeit veränderliches Dichteprofil von heissem Plasma aus, das entsprechend seiner Dichte, Ionisation und Temperatur Licht absorbiert. Dadurch ändert sich aber auch (zumindest für kleine Zeiten) die bis zur "Grenzschicht" Plasma -

Festkörper vordringende Intensität und somit auch die Vorrückgeschwindigkeit dieser Trennschicht. Wegen des Impulserhaltungssatzes muss der Vorgang mit einer Kompressionswelle in Richtung des Laserstrahls begleitet sein.

Adäquat wird der Vorgang der Plasmaerzeugung, Aufheizung und Expansion als instationärer gasdynamischer Prozess zu behandeln sein, handelt es sich doch um zwei konkurrierende Vorgänge: Einerseits die Zunahme an innerer Energie durch Lichtabsorption, andererseits deren Verminderung durch Expansionsarbeit

Eindimensional ist der Prozess der Plasmaerzeugung studiert worden: Einmal durch Anwendung globaler Erhaltungssätze - dementsprechend sind die berechneten Grössen Mittelwerte in jeweils bestimmten Bereichen /1/, zum anderen wurden genäherte Ähnlichkeitslösungen der eindimensionalen gasdynamischen Gleichungen gefunden bei Zugrundelegung bestimmter Voraussetzungen, deren Tragweite schwer abzuschätzen ist /2,3/.

Hier soll eine numerische Lösung des Problems unter stark vereinfachenden Annahmen angestrebt werden.

Wir drücken die Dichte ρ , Geschwindigkeit v , den Ort x , den Druck p , die Energie pro Masseneinheit ϵ und die Laserintensität ϕ in Abhängigkeit von dem Lagrange-Parameter a und der Zeit t aus, wobei a so gewählt wird, dass x zur Zeit $t = 0$ mit a identisch ist, d.h. a ist der Anfangsort der Materie. Kontinuitätsgleichung, Impuls- und Energiesatz

$$\frac{\rho(a,t)}{\rho(a,0)} \frac{\partial x(a,t)}{\partial a} = 1$$

$$\rho(a,0) \frac{\partial v(a,t)}{\partial t} = - \frac{\partial p(a,t)}{\partial a}$$

$$\rho(a,0) \frac{\partial \epsilon(a,t)}{\partial t} = - p(a,t) \frac{\partial v(a,t)}{\partial a} + \frac{\rho(a,0)}{\rho(a,t)} \frac{\partial \phi(a,t)}{\partial x}$$

zusammen mit der Beziehung

$$v(a,t) = \frac{\partial x(a,t)}{\partial t}$$

erlauben nun die raum-zeitliche Beschreibung der Vorgänge. Der Ionisationsgrad soll durch die Sahagleichung beschrieben werden:

$$\frac{\eta^2}{1-\eta} = 2 \left(\frac{2\pi m_e k}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{T^{3/2} e^{-U_i/kT}}{n}$$

der Druck p durch die ideale Gasgleichung:

$$p = \frac{3}{2} (1 + \eta) n k T$$

In der Energie pro Masseneinheit

$$\epsilon = \frac{3}{2} \frac{k}{m_A} (1 + \eta) T + \frac{U_i}{m_A} \eta$$

wird die Ionisierungsenergie $\eta U_i/m_A$ vernachlässigt (m_A ist die Masse des Wasserstoffatoms).

Der Laser wird zur Zeit $t = 0$ eingeschaltet und für alle $t > 0$ soll seine Intensität ϕ_0 betragen (zeitlich veränderliche Laserimpulse machen prinzipiell für die Rechnung keine Schwierigkeit). Ortlich und zeitlich ist dann ϕ durch den Ausdruck beschrieben:

$$\phi = \phi_0 e^{-\int_x^\infty \alpha dx}$$

mit dem Absorptionskoeffizienten

$$\alpha = \left[A \eta (1 - \eta) + B \frac{\eta^2}{T^{3/2}} \right] \left(\frac{\rho(a,t)}{\rho(a,0)} \right)^2,$$

$$A = 1,9 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}, \quad B = 9,6 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-1} \text{ grad}^{3/2}$$

wobei der mit A behaftete Term die Elektronen-Neutralteilchen-, der mit B versehene die Elektronen-Ionen-Stöße berücksichtigt (B ist nach einer Arbeit von Dawson /4/ berechnet).

Die Hauptarbeit und -schwierigkeit besteht nun darin, ein stabiles Rechenschema für die Maschine zu finden.

Für die Integration der Erhaltungssätze erwies sich folgendes implizite Differenzensystem als günstig:

$$\rho_0 \cdot \frac{v_m^{1+1} - v_m^1}{\Delta t} = - \frac{1}{2} \left\{ \frac{p_{m-1/2}^1 - p_{m+1/2}^1}{\Delta a} + \frac{p_{m-1/2}^{1+1} - p_{m+1/2}^{1+1}}{\Delta a} \right\}$$

$$\frac{1}{2} (v_m^{1+1} + v_m^1) = \frac{x_m^{1+1} - x_m^1}{\Delta t}$$

$$\rho_{m+1/2}^{l+1} \frac{x_m^{l+1} - x_{m+1}^{l+1}}{\Delta a} = \rho_0$$

$$\phi_{m+1}^{l+1/2} = \phi_m^{l+1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \alpha_{m+1/2}^{l+1/2} \cdot (x_m^l - x_{m+1}^l + x_m^{l+1} - x_{m+1}^{l+1}) \right\}$$

$$\rho_0 \frac{\epsilon_{m+1/2}^{l+1} - \epsilon_{m+1/2}^l}{\Delta t} = -\frac{1}{4} \left(p_{m+1/2}^{l+1} + p_{m+1/2}^l \right) \cdot \frac{v_m^l + v_m^{l+1} - v_{m+1}^l - v_{m+1}^{l+1}}{\Delta a} +$$

$$+ \frac{1}{\Delta a} \left(\phi_m^{l+1/2} - \phi_{m+1}^{l+1/2} \right)$$

Δa ist der Orts-, Δt der Zeitschritt; die Schreibweise z.B. für $p_{m+1/2}^{l+1}$ bedeutet den Druck p am Ort $a = (m+\frac{1}{2}) \cdot \Delta a$ und zur Zeit $t = (l+1) \cdot \Delta t$. Die Unbekannten $\rho_{m+1/2}^{l+1}$, v_m^{l+1} usw. werden iterativ bestimmt (8 Iterationen lieferten eine relative Genauigkeit von etwa $3 \cdot 10^{-6}$).

Man wird gut tun, ein so diffiziles Schema an geschlossen berechenbaren Vorgängen zu testen. Ein solcher Vorgang ist z.B. eine adiabatische Verdünnungswelle, die die Ausströmung eines Gases von konstanter Anfangsdichte ρ_0 und konstanter Anfangstemperatur T_0 ins Vakuum beschreibt. Der raum-zeitliche Dichteverlauf hierfür ist durch folgende Formel gegeben:

$$\rho(x, t) = \rho_0 \left\{ 1 - \frac{k-1}{k+1} \left(1 + \frac{x-d}{c_0 t} \right) \right\}^{\frac{2}{k-1}}$$

Dabei ist c_0 die adiabatische Schallgeschwindigkeit, d die Koordinate der Grenzfläche Gas - Vakuum zur Zeit $t = 0$. Abb. 1 zeigt nun die Berechnung dieser Verdünnungswelle nach obigem Differenzschema für $T_0 = 10^5$ °K und $d = 1$ cm zu verschiedenen Zeiten (durchgezogene Kurven) im Vergleich zur geschlossenen Formel. Betrachtet man die steilen Gradienten, dann muss die Übereinstimmung als gut bezeichnet werden.

Die eigentliche Rechnung mit Einstrahlung eines konstanten Lichtimpulses wurden für eine Laserintensität von $10^{12} \text{ W/cm}^{-2}$ durchgeführt unter Vernachlässigung der Wärmeleitung, der Eigenstrahlung des Plasmas und der Kompressibilität des festen Wasserstoffs, d.h. der Festkörper wird als unendlich starr angenommen. Letztere Annahme beeinflusst nur geringfügig die Energiebilanz (vgl. hierzu /3/), beschleunigt jedoch wesentlich den Rechenvorgang. Als Anfangsbedingung wird der Ionisationsgrad im festen Block zu 1 % angenommen. Bei Gültigkeit der Sahagleichung entspricht dies einer Temperatur von $2 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$. Diese Annahme ist unkritisch für das gesamte hier betrachtete Zeitintervall, wie Vergleichsrechnungen mit einem Anfangs- $\eta = 0,001 \%$, entsprechend einer Temperatur von $10^4 \text{ }^\circ\text{K}$, zeigten. Gerechnet wird in Ortsschritten von $0,2 \mu$ und in Zeitschritten von $4 \cdot 10^{-3} \text{ nsec}$. (Reine Rechenzeit für einen Laserimpuls von 17 nsec Dauer betrug auf der IBM 7090 8,2 Stunden.)

Abb. 2 (Abszisse in cm, Festkörperdichte auf 1 normiert) zeigt nun die zeitliche Entwicklung des an den Festkörper anschliessenden Dichteprofiles nach 1, 5, 9, 13, 17 nsec.

Der räumliche Verlauf der Temperatur und der Intensität ist in Abb. 3 wiederum für 1, 5, 9, 13 und 17 nsec festgehalten (Abszisse gibt den Ort in cm an, an der Ordinate steht links die Temperatur, rechts die Laserintensität). Nach 1 nsec ist erst wenig Plasma gebildet, die Absorptionskurve ändert sich entsprechend rasch. Zu grösseren Zeiten wird das Plasma weiter aufgeheizt und mehr Substanz verdampft, so dass die Intensitätskurven flacher werden. In dem hier gerechneten Modell kann sich die eingestrahelte Laserenergie nur in thermische und kinetische Energie des Plasmas aufteilen. Zu den Zeiten, auf die sich die Kurven in Abb. 3 beziehen, entfallen jeweils 43,94, 43,08, 42,98, 42,92, 42,88 % auf die Wärmeenergie des bis zur entsprechenden Zeit erzeugten Plasmas; das Verhältnis der Energien bleibt also nahezu konstant.

Die Beschreibung im Lagrange-Schema erlaubt es, eine einzelne Schicht raum-zeitlich zu verfolgen. Die in Abb. 3 durch einen Kreis gekennzeichnete Schicht stammt aus einer Tiefe von 5μ von der ursprünglichen Oberfläche des Festkörpers ab gerechnet. Man sieht, das jeweilige Temperaturmaximum verschiebt sich fortwährend zu Schichten hin, die aus immer weiter innen im Festkörper liegen-

den Bereichen stammen, was ja auch qualitativ zu erwarten war. Das Maximum der Temperatur wird jeweils in Bereichen erreicht, wo die Dichte schon weit abgesunken ist (auf einige 10^{-3} der Festkörperdichte).

(Das Hineinwandern der Temperatur- und Dichteprofile in den Festkörper, der für Zeiten $t \leq 0$ bis $x = 0$ reichte, tritt in Abb. 2 und 3 wegen des grossen Massstabes nicht in Erscheinung. Vergleiche hierzu Abb. 5.)

Abb. 4 zeigt mit der Zeit als Abszisse und der Temperatur (links) bzw. der Geschwindigkeit (rechts) als Ordinate Wasserstoffschichten von $0,2 \mu$ ursprünglicher Dicke, die aus verschiedenen Tiefen des Wasserstoffblocks stammen. So z.B. gibt das mit $8,6 \mu$ beschriftete Kurvenpaar den zeitlichen Verlauf der Temperatur und Geschwindigkeit der Wasserstoffschicht wieder, die zur Zeit $t \leq 0$ von der Oberfläche des festen Wasserstoffs (Front) $8,6 \mu$ entfernt war. Für die zwei anderen Kurvenpaare gilt Entsprechendes.

Über die Durchbrennstrecke in Abhängigkeit von der Zeit gibt Abb. 5 Aufschluss. Zwischen 8 und 17 nsec ist die Durchbrenngeschwindigkeit zeitlich konstant. Dies wurde auch für andere Laserimpulse mit Leistungen zwischen 10^{11} und $5 \cdot 10^{12} \text{ W/cm}^{-2}$ und für grössere Zeitspannen bei verschiedenen Absorptionskoeffizienten numerisch bestätigt. Die Kurven a, c, d wurden nach folgenden Formeln berechnet:

$$a: \frac{\mu(t)}{\rho_0} = \frac{1}{\rho_0} \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot 4^{-\frac{1}{4}} \cdot \phi_0^{\frac{1}{2}} \cdot t^{\frac{3}{4}} (\alpha=1)$$

$$b: \frac{\mu(t)}{\rho_0} = \frac{0,4104}{\rho_0} \cdot a^{-\frac{1}{4}} \cdot \phi_0^{\frac{1}{2}} \cdot t^{\frac{3}{4}}$$

$$d: \frac{\mu(t)}{\rho_0} = \frac{0,37}{\rho_0} \cdot a^{-\frac{1}{4}} \cdot \phi_0^{\frac{1}{2}} \cdot t^{\frac{3}{4}}$$

$\rho_0 = 0,0763 \text{ gcm}^{-3}$ (Dichte des festen Wasserstoffs bei -260°C),
 $a = 1,56 \text{ (cgs)}$, ($\text{Dawson, } \ln \Lambda = 8$).

Der feste Wasserstoffblock wurde, zum Unterschied von anderen Arbeiten, als nur sehr schwach ionisiert angenommen. Deshalb wird für die vorliegenden Rechnungen die Saha- oder eine entsprechende Gleichung benötigt. Die Rechnungen ergaben jedoch überall einen Ionisationsgrad $\eta = 1$ bis auf jeweils eine höchstens 1μ dicke Schicht, die das durch Strahlung vollständig ionisierte Plasma vom Festkörper trennt.

Zusammenfassend kann gesagt werden:

- 1.) Die Temperatur des aufgeheizten Plasmas ist so hoch, dass die Vernachlässigung der Ionisierungsenergie in der Energiebilanz keine wesentliche Verfälschung zur Folge hat.
- 2.) Die Bereiche starker Temperatur- und starker Dichteänderung haben verschiedene Ausdehnung.
- 3.) Das dem Festkörper vorgelagerte, schon stark verdünnte Plasma absorbiert einen erheblichen Teil des Laserlichts, so dass die Vorstellung einer dünnen Schicht, in der im wesentlichen alles Licht absorbiert werden soll, nur eine grobe Näherung bedeutet.
- 4.) Das Verhältnis von thermischer zu kinetischer Energie im erzeugten Plasma bleibt über die Dauer der Lasereinstrahlung nahezu konstant.
- 5.) Die sich aus den vorliegenden Rechnungen ergebenden Werte für die Durchbrenngeschwindigkeit liegen um das 20- bis 50-fache niedriger als die in /5/ gemessenen. Der Grund hierfür liegt in der Abweichung von der in der Rechnung vorausgesetzten ebenen Geometrie und der Vernachlässigung der Kompressibilität im festen Wasserstoff: Wegen des endlichen Durchmessers des Laser-Brennflecks herrscht der durch das Plasma hervorgerufene hohe Druck nur in einem kleinen Gebiet. Der Laser-Brennfleck wirkt deshalb wie ein Stempel, der die vor ihm liegende Materie grösstenteils seitlich verdrängt und deshalb wesentlich schneller eindringt, als es dem blossen Abdampfprozess entspricht /3/.

Literatur

- 1 A. CARUSO, B. BERTOTTI, P. GIUPPONI, Nuovo Cim. 45B, 176 (1966)
- 2 Iu.V. AFANAS'EV, V.M. KROL', O.N. KROKHIN, I. V. Nemchinov, Appl. Math. Mech. 30, 1218 (1967)
- 3 A. CARUSO, R. GRATTON, Rapporto Interno L.G.I. 68/2 (1968)
- 4 J.M. DAWSON, C.R. OBERMAN, Phys. Fluids 5, 517 (1962)
- 5 R. SIGEL et al., Phys. Lett. 26A, No. 10, 498-499 (1968)

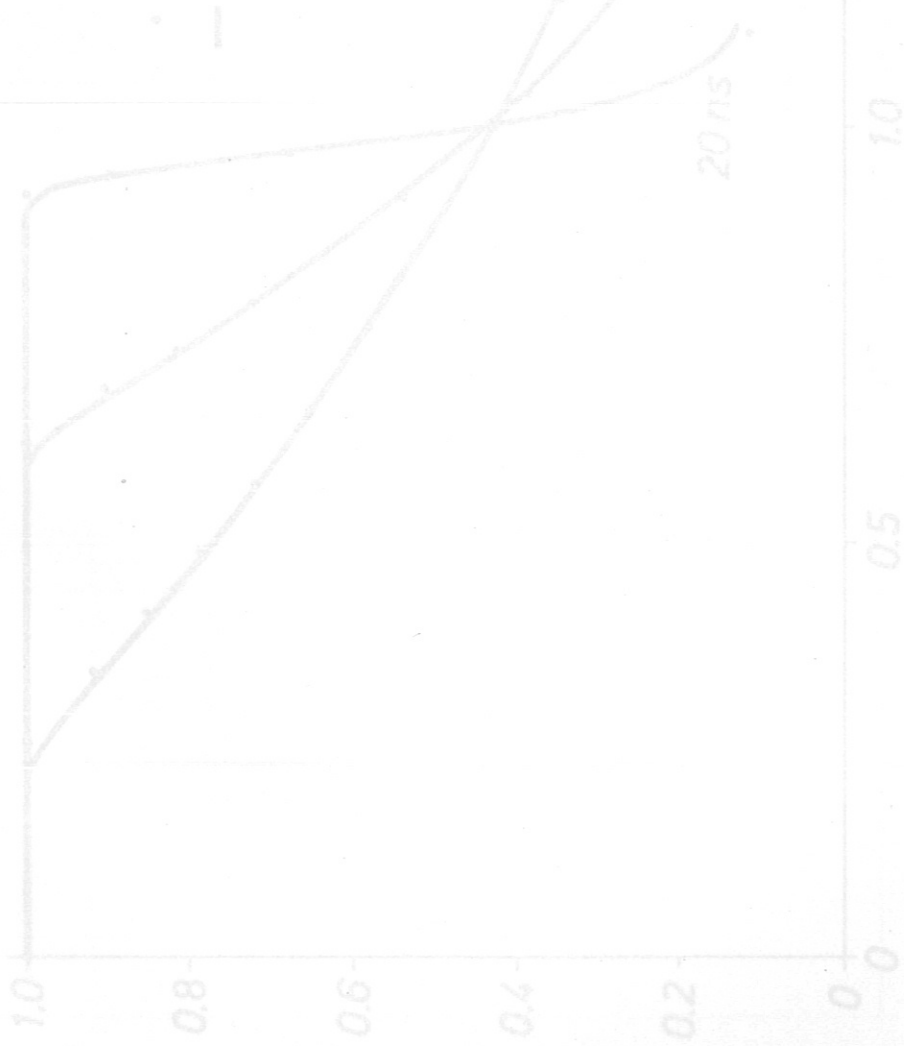


Abb. 1 (Test)

Verdünnungswelle

Dichte

- geschlossene Formel
- numerisch

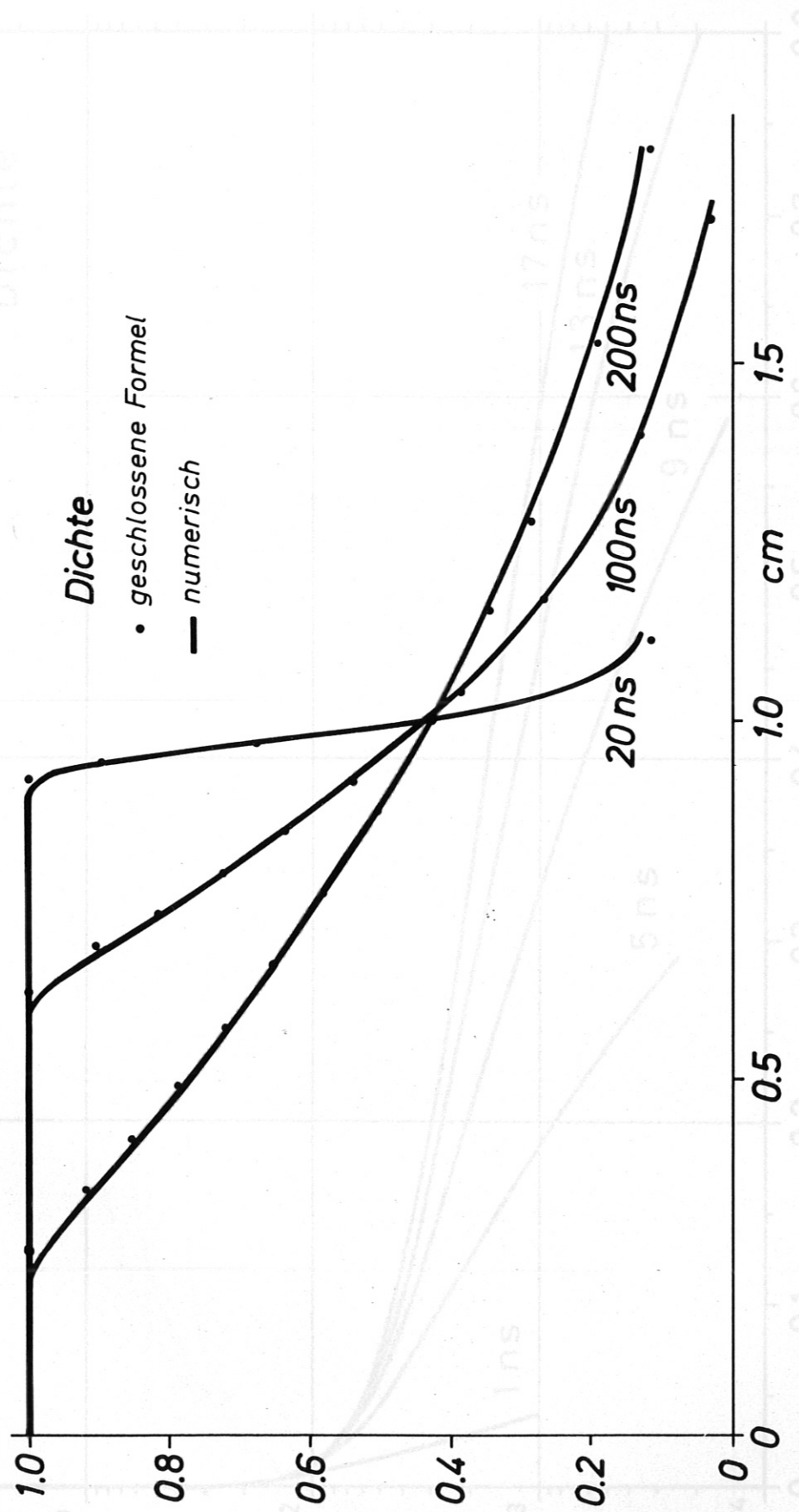


Abb. 1 (Test)

Abb. 2

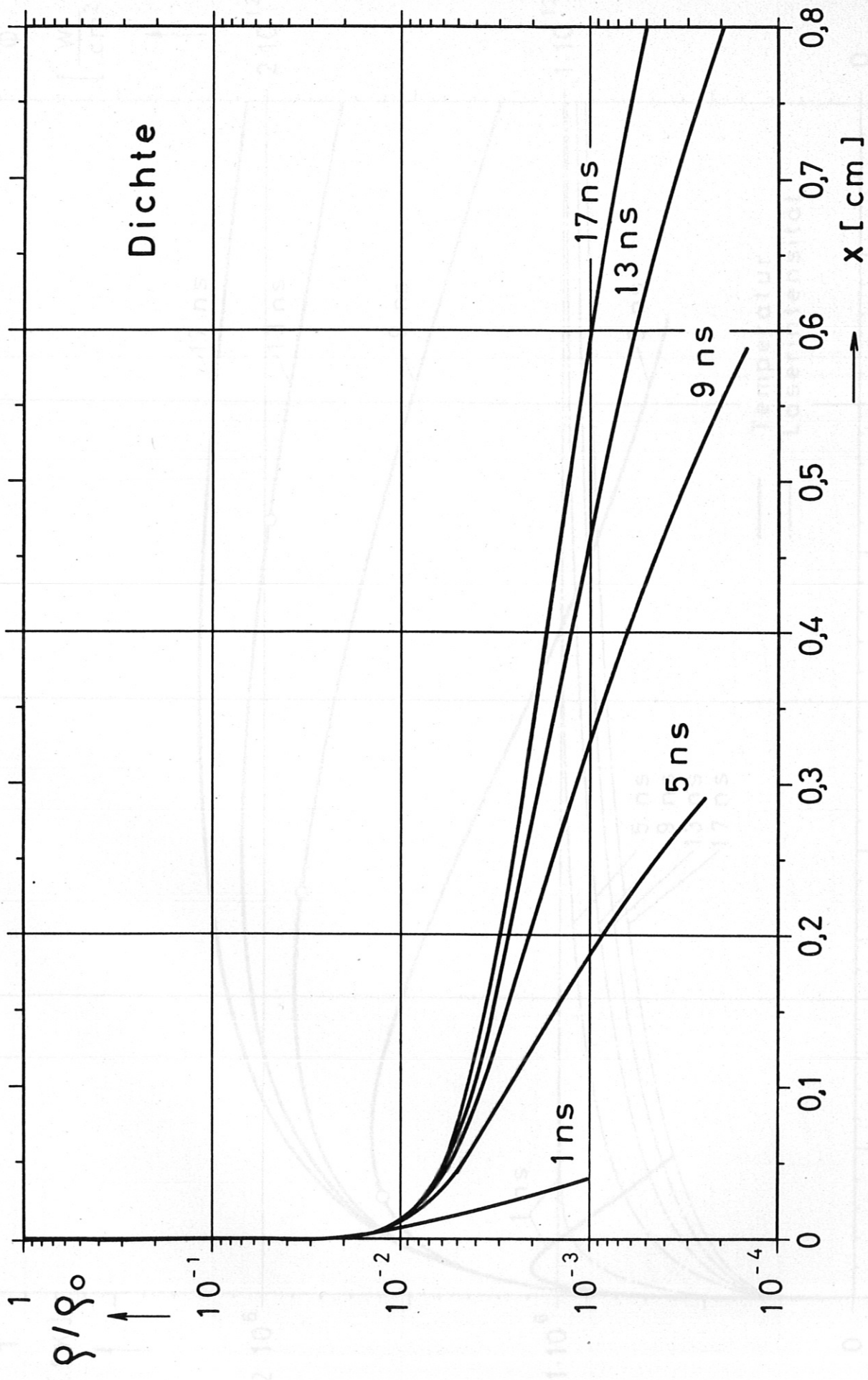


Abb. 2

Abb. 3

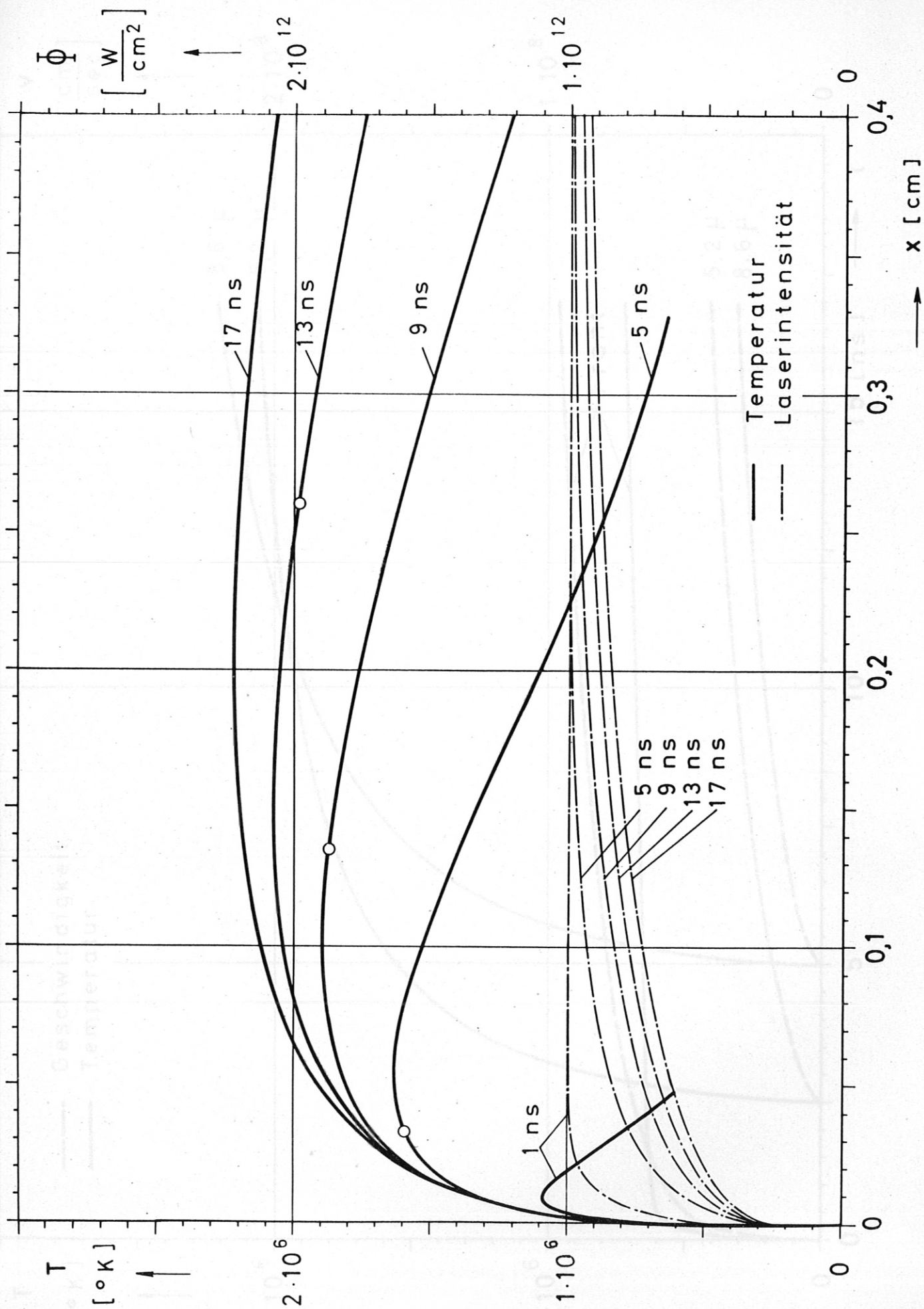


Abb. 3

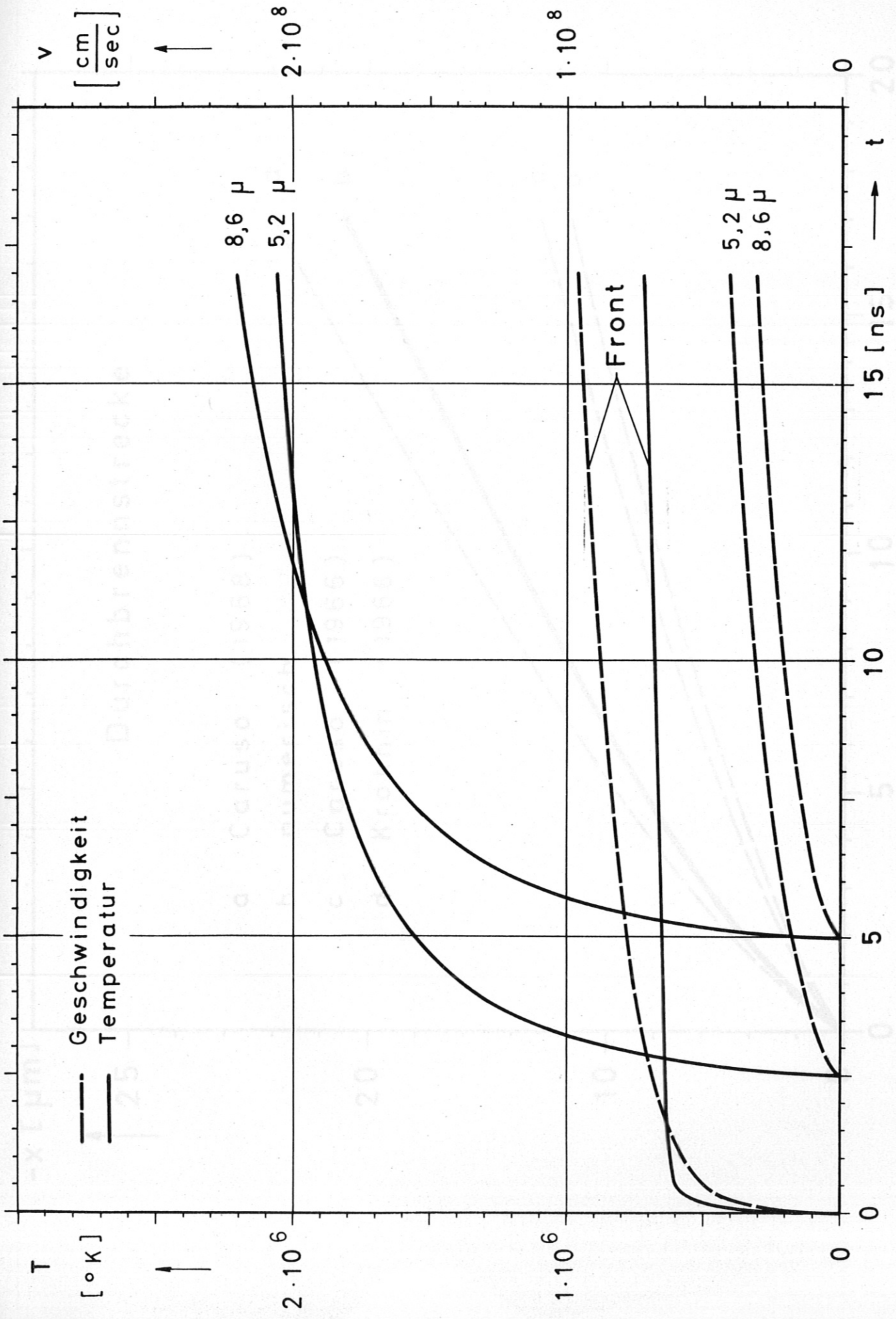


Abb. 4

Abb. 5

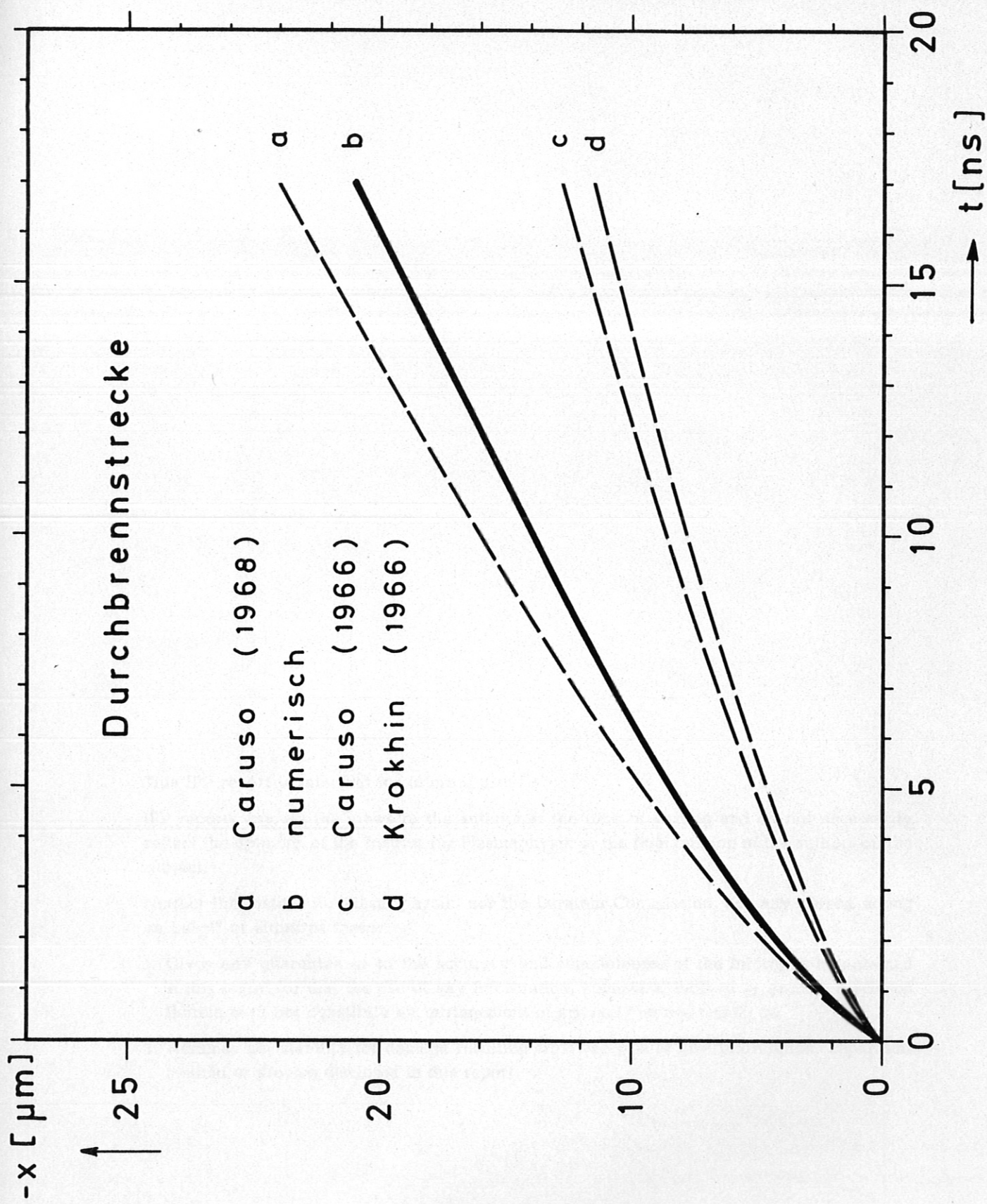


Abb. 5