

Messungen der Temperatur und Dichte eines
Argon-Plasmastrahls mit dem Mach-Zehnder-
Interferometer

Measurements of the Density and the Tempera-
ture of an Argon Plasma Jet by Means of a
Mach-Zehnder Interferometer

S. Witkowski

IPP 3/80

Oktober 1968

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Messungen der Temperatur und Dichte eines
Argon-Plasmastrahls mit dem Mach-Zehnder-
Interferometer

Abstract

Measurements of the Density and the Temperature of an Argon Plasma Jet by Means of a Mach-Zehnder Interferometer

S. Witkowski

IPP 3/80

Oktober 1968

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

1. IPP 3/80 S. Witkowski Measurements of the Density and the Temperature of an Argon Plasma Jet by Means of a Mach-Zehnder Interferometer. October 1968 (in German)

Abstract

The interferometric measurements and the evaluation of the local densities and temperatures in the outer regions of a plasma jet are described. Density and temperature profiles are given for a plasma jet with an argon mass flow of $0.14 \text{ m}^3/\text{h}$ generated in an arc burner with a nozzle diameter of 7 mm and an arc current of 200 A.

Ein Parallelstrahlbündel monochromatischen Lichts fällt auf den halbdurchlässigen Spiegel Sp 1, wird zu einem Teil reflektiert und gelangt über den Spiegel Sp 2 und die halbdurchlässige Platte Sp 4 nach P. Das Objektiv l_1 bildet die Ebene G auf die photographische Platte P ab. Der von Sp 1 durchgelassene Teil der Bündels kommt über den Spiegel Sp 3 und Sp 4 ebenfalls nach P. Die beiden Teilbündel interferieren miteinander. Bei parallelen Spiegeln Sp 1, Sp 2, Sp 3 und Sp 4 gelangt kein Licht nach P, wenn der Unterschied in den optischen Wegen der beiden Teilstrahlen ein ungerades ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist. Man erhält grösste Helligkeit auf P, wenn der Unterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Neigt man die beiden Teilstrahlen ein wenig gegeneinander (z.B. durch Kippen von Sp 2 um eine vertikal auf der Zeichenebene stehende Achse), so ist das Bild der Ebene G auf P von parallelen Interferenzstreifen durchzogen. Ändert sich der Brechungsindex im Strahl Sp 2 - Sp 4 auf der Strecke D um den Wert Δn , z.B. durch Erhitzen, so verschoben sich im entsprechenden Bereich auf P die Interferenzstreifen um φ Streifenabstände, wobei φ durch die Gleichung

$$\varphi \lambda = \Delta n \cdot D \quad (1)$$

bestimmt ist. (λ = Wellenlänge des benutzten Lichtes).

1. Ein Argon-Plasmastrahl wird durch den in Bild 1 im Prinzip gezeigten Plasmabrenner erzeugt. Zwischen einer stiftförmigen Wolfram-Kathode und einer trichterförmigen wassergekühlten Kupferanode brennt ein Lichtbogen. An der Kathode vorbei strömt Argon, das beim Durchgang durch die Lichtbogenzone aufgeheizt und beschleunigt wird und beim Austritt aus der Anode einen Plasmastrahl bildet. Die Temperatur in der Umgebung der Achse dieses Strahles kann spektroskopisch gemessen werden. Sie liegt (200 A Bogenstrom und Atmosphärendruck) bei etwa $12\ 000\ ^\circ\text{K}$ /1/. In den äusseren kälteren Zonen ist die spektroskopische Methode nicht mehr anwendbar, da hier keine Spektrallinien mehr emittiert werden. Es liegt nahe, den Temperatur- und Dichteverlauf in diesem Gebiet über interferometrische Messungen des Brechungsindex zu ermitteln. Im folgenden wird über solche Messungen mit einem Mach-Zehnder-Interferometer von Zeiss /2/ berichtet.

2. Das Prinzip des Mach-Zehnder-Interferometers sei kurz an Bild 2 erläutert:

Ein Parallelstrahlbündel monochromatischen Lichts fällt auf den halbdurchlässigen Spiegel Sp 1, wird zu einem Teil reflektiert und gelangt über den Spiegel Sp 2 und die halbdurchlässige Platte Sp 4 nach P. Das Objektiv L_2 bildet die Ebene G auf die photographische Platte P ab. Der von Sp 1 durchgelassene Teil des Bündels kommt über den Spiegel Sp 3 und Sp 4 ebenfalls nach P. Die beiden Teilbündel interferieren miteinander. Bei parallelen Spiegeln Sp 1, Sp 2, Sp 3 und Sp 4 gelangt kein Licht nach P, wenn der Unterschied in den optischen Wegen der beiden Teilstrahlen ein ungerades ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge ist. Man erhält grösste Helligkeit auf P, wenn der Unterschied ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist. Neigt man die beiden Teilstrahlen ein wenig gegeneinander (z.B. durch Kippen von Sp 2 um eine vertikal auf der Zeichenebene stehende Achse), so ist das Bild der Ebene G auf P von parallelen Interferenzstreifen durchzogen. Ändert sich der Brechungsindex im Strahl Sp 2 - Sp 4 auf der Strecke D um den Wert Δn , z.B. durch Erhitzen, so verschieben sich im entsprechenden Bereich auf P die Interferenzstreifen um φ Streifenabstände, wobei φ durch die Gleichung

*) Ablenkungen des Strahles durch die Linse L_2 sind vernachlässigt.
$$\varphi \cdot \lambda = \Delta n \cdot D \quad (1)$$

bestimmt ist. (λ = Wellenlänge des benutzten Lichtes).

Aus der gemessenen Streifenverschiebung kann also bei bekannter Schichtlänge D und Wellenlänge λ die Änderung des Brechungsindex Δn bestimmt werden.

3. Ein Plasmabrenner wurde im Mess-Strahlengang etwa in der Mitte zwischen den beiden Schenkeln eines Mach-Zehnder-Interferometers montiert. Als Lichtquelle diente eine Quecksilber-Höchstdrucklampe. Ein Interferenzfilter DEPIIL 437 nm direkt vor dem Kameraobjektiv L_2 diente zum Ausfiltern der Hg-Linie 4358 Å und unterdrückte gleichzeitig das Eigenlicht des Plasmastrahls. In Bild 3 ist eine Serie von Interferenzaufnahmen des Strahles mit verschiedenen Argondurchflussmengen bei 1 atm Aussendruck wiedergegeben. Man erkennt, dass mit zunehmendem Gasdurchsatz Turbulenzen von der "Spitze" des Strahles herunter zur Düse wandern. Diese Turbulenzen machen es bei der verwendeten Belichtungszeit von 1/60 sec unmöglich, einzelne Interferenzstreifen zu erkennen. Ausgewertet wurden deshalb nur Aufnahmen des laminaren Strahls (Bild 3a).
4. Zur quantitativen Auswertung der Interferogramme wurden die Negative mit einem Mikrodensitometer photometriert und damit die Schwärzungsmaxima und -minima der Streifen genau lokalisiert. Auf diese Weise wurde die Streifenverschiebung φ in verschiedenen Abständen z von der Düse als Funktion von der Entfernung x von der Strahlachse bestimmt. Der Mess-Strahl durchsetzt Schichten verschiedener Brechungsindizes $n(x,y)$, die alle zur Streifenverschiebung beitragen. Die beobachtete Streifenverschiebung $\varphi(x)$ ist deshalb durch den Ausdruck^{*}

$$\varphi(x) = \frac{1}{\lambda} \int [n_0 - n(x,y)] dy \quad (2)$$

gegeben (Bild 4a); hierin ist n_0 der Brechungsindex der den Strahl umgebenden Luft von Atmosphärendruck und Zimmertemperatur. Das Integral ist über den gesamten Bereich zu nehmen, in dem $[n_0 - n(x,y)] \neq 0$ ist. Wir definieren die "örtliche Streifenverschiebung pro cm Weglänge" $f(x,y)$ durch

$$f(x,y) = \frac{n_0 - n(x,y)}{\lambda} \quad (3)$$

^{*}) Ablenkungen des Strahles durch Gradienten des Brechungsindex senkrecht zur Strahlrichtung werden vernachlässigt.

Gleichung (2) erhält damit die Form:

$$f(r) = \varphi(x) = \int f(x,y) dy \quad (4)$$

Im Falle von Rotationssymmetrie um z als Achse, die beim Plasmastrahl vorliegt, kann aus dem beobachteten $\varphi(x)$ die dann nur vom Radius r abhängige örtliche Streifenverschiebung $f(r)$ berechnet werden. Man ersetzt die Variable y in (4) durch $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (Bild 5) und erhält mit

$$dy = \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

$$\varphi(x) = \int \frac{f(r) r dr}{\sqrt{r^2 - x^2}} \quad (4a)$$

(4a) ist die bekannte Abelsche Integralgleichung, die in unserem Falle mit einem Analogrechner /3/ nach $f(r)$ aufgelöst wurde. In Bild 6 ist $\varphi(x)$ und das daraus berechnete $f(r)$ für den Plasmastrahl des Interferogramms Bild 3a (200 A Bogenstrom, 7 mm Düsendurchmesser, Argondurchsatz $0,14 \text{ m}^3/\text{h}$, Abstand $z = 25 \text{ mm}$ von der Düsenöffnung) dargestellt.

5. Aus der nun bekannten örtlichen Streifenverschiebung kann mit der auf Rotationssymmetrie spezialisierten Gl. (3) der Brechungsindex im Argonstrahl als Funktion des Radius berechnet werden und daraus dann Dichte und Temperatur des Strahls. Für die Brechungsindizes bei der Wellenlänge der benutzten Hg-Linie 4358 \AA gilt der Zusammenhang^{*})

$$n_{\text{Ar}} - 1 = N_{\text{Ar}} \cdot 1,10 \cdot 10^{-23} \quad \text{bei Argon} \quad (6)$$

$$n_{\text{Luft}} - 1 = N_{\text{Luft}} \cdot 1,15 \cdot 10^{-23} \quad \text{bei Luft}$$

N_{Ar} und N_{Luft} sind hierbei die Zahlen der Atome bzw. Moleküle pro cm^3 der betreffenden Gase.

^{*}) siehe Anhang

Damit wird aus Gl. (3)

Die auf die beschriebene Weise erhaltenen Temperatur- und Dichte-
profile $f(r) = \frac{1}{\lambda} \left\{ N_{\text{Luft}} \cdot 1,15 - N_{\text{Ar}} \cdot 1,10 \right\} 10^{-23}$ (5)

$$= \frac{10^{-23} \cdot 1,15 N_{\text{Luft}}}{\lambda} \left\{ 1 - \frac{N_{\text{Ar}}}{N_{\text{Luft}}} \frac{1,10}{1,15} \right\}$$

$$= \frac{10^{-23} \cdot 1,15 N_{\text{Luft}}}{4,358 \cdot 10^{-5}} \left\{ 1 - 0,96 \frac{N_{\text{Ar}}}{N_{\text{Luft}}} \right\}$$

6. Der Einfluss der Argondichte auf den Brechungsindex wurde in
den Auswertungen vernachlässigt. Für den
Brechungsindex n_e freier Elektronen der Dichte N_e gilt bei 4358 \AA
(siehe Anhang)

$$f(r) = 2,64 \cdot 10^{-19} N_{\text{Luft}} \left\{ 1 - 0,96 \frac{N_{\text{Ar}}}{N_{\text{Luft}}} \right\} \quad (5a)$$

oder nach N_{Ar} aufgelöst

$$N_{\text{Ar}} = 1,04 \cdot N_{\text{Luft}} \left\{ 1 - \frac{f(r)}{2,64 \cdot 10^{-19} N_{\text{Luft}}} \right\} \quad (5b)$$

Für Luft von 20°C und 1 atm ist $N_{\text{Luft}} = 2,51 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ und man er-
hält die Argondichte aus $f(r)$ mit

$$N_{\text{Ar}} = 2,64 \cdot 10^{19} \left\{ 1 - \frac{f(r)}{6,61} \right\} \text{ cm}^{-3} \quad (5c)$$

(Graphische Darstellung in Bild 7)

Nimmt man an, dass der Druck im Plasmastrahl konstant gleich 1 atm
ist, so verhalten sich die Teilchendichten umgekehrt wie die ab-
soluten Temperaturen

$$\frac{N_{\text{Ar}}}{N_{\text{Luft}}} = \frac{T_{\text{Luft}}}{T_{\text{Ar}}} \quad (6)$$

Aus Gl. (5b) erhält man dann

$$\frac{T_{\text{Luft}}}{T_{\text{Ar}}} = 1,04 \left\{ 1 - \frac{f(r)}{2,64 \cdot 10^{-19} N_{\text{Luft}}} \right\} \quad (7)$$

Für Luft von $20^\circ\text{C} \cong 293^\circ\text{K}$ mit 1 atm wird daraus

$$T_{\text{Arg}} = \frac{282}{1 - \frac{f(r)}{6,61}} \text{ } ^\circ\text{K} \quad (7a)$$

(Graphische Darstellung in Bild 7)

Die auf die beschriebene Weise erhaltenen Temperatur- und Dichteprofile des Strahles sind in Bild 8 dargestellt. Aussagen über die achsennahen Bereiche sind interferometrisch nicht zu machen, da hier die absoluten Dichteänderungen zu klein werden und durch die weit stärkeren Einflüsse der äusseren Zonen überdeckt werden.

6. Der Einfluss der freien Elektronen auf den Brechungsindex wurde in den Auswertungen der Interferenzbilder vernachlässigt. Für den Brechungsindex n_e freier Elektronen der Dichte N_e gilt bei 4358 \AA (siehe Anhang)

$$n_e - 1 = - N_e \cdot 8,5 \cdot 10^{-23}$$

Im Temperaturbereich bis $4000 \text{ }^\circ\text{K}$ ist der Ionisationsgrad von Argon $\eta < 10^{-6}$. Das bedeutet, dass im gesamten interferometrisch zugänglichen Gebiet wegen $N_e \ll N_{\text{Ar}}$

$$|n_e - 1| \ll |n_{\text{Ar}} - 1|$$

ist und dass also der Einfluss der freien Elektronen (und entsprechend auch der Argonionen) verschwindend klein ist.

In den äusseren Zonen des Plasmastrahls wird eine gewisse Vermischung von Argon mit Luft stattfinden. Die hierdurch auftretenden Fehler in den Temperatur- und Dichtewerten sind wegen des geringen Unterschieds im Brechungsindex zwischen Luft und Argon kleiner als 4 %.

7. Die in diesem Bericht beschriebenen Messungen wurden im September 1961 unter Beteiligung von Fräulein M. Cochius gemacht.

Anhang

Die Brechungsindizes für Argon und Luft unter Normalbedingungen (0 °C und 1 atm) bei der Wellenlänge der Natrium D-Linien (5890 - 5896 Å) wurde dem Buch von Allen, Astrophysical Quantities, entnommen.

$$\text{Für Argon ist } n_{5890} - 1 = 2,837 \cdot 10^{-4},$$

$$\text{für Luft ist } n_{5890} - 1 = 2,918 \cdot 10^{-4}.$$

Zur Umrechnung der Brechungsindizes auf die Wellenlänge der benutzten Hg-Linie 4358 Å wurde die Formel der elementaren Dispersionsstheorie benutzt (z.B. Joos, Lehrbuch der theoretischen Physik). Danach ist

$$n - 1 = \frac{N \frac{e^2}{m}}{2\pi (\nu_0^2 - \nu^2)}$$

Hiermit ist ν die benutzte Lichtfrequenz und ν_0 die Resonanzfrequenz des betreffenden Gases, N die Teilchendichte, e die Ladung und m die Masse des Elektrons. Die zunächst unbekannte Frequenz ν_0 kann aus obiger Gleichung ermittelt werden, wenn man für $N = 2,69 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ und für n und ν die obigen Werte für die Na-D-Linien einsetzt. Man erhält dann für Argon $\nu_0 = 2,03 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ (entsprechend $\lambda_0 = 1480 \text{ Å}$) und für Luft $\nu_0 = 1,99 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ (entsprechend $\lambda_0 = 1510 \text{ Å}$). Nunmehr kann der Brechungsindex für die Wellenlänge der Hg-Linie 4358 Å (entsprechend $\nu = 0,688 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$) berechnet werden. Es gilt für

$$\text{Argon: } n_{\text{Ar}} - 1 = N_{\text{Ar}} \cdot 1,10 \cdot 10^{-23}$$

$$\text{Luft: } n_{\text{Luft}} - 1 = N_{\text{Luft}} \cdot 1,15 \cdot 10^{-23}$$

Für freie Elektronen ist die Resonanzfrequenz $\nu_0 = 0$. Man erhält deshalb für den Brechungsindex durch freie Elektronen der Dichte N_e näherungsweise

$$n_e - 1 = - \frac{N_e \frac{e^2}{m}}{2\pi \nu^2}$$

oder für die Wellenlänge der Hg-Linie 4358 Å

$$n_e - 1 = - N_e \cdot 8,5 \cdot 10^{-23}$$

Literatur

- /1/ B. Ahlborn: Zur Bestimmung von Temperatur und Geschwindigkeit der Plasmaströmung aus einem Plasmabrenner, Z. f. Naturforschung 20a, 466 (1965).
- /2/ W. Kinder: Theorie des Mach-Zehnder-Interferometers und Beschreibung eines Geräts mit Einspiegeleinstellung, Optik 1, 413 (1946).
- /3/ G. Boldt: Ein Gerät zur Lösung der Abelschen Integralgleichung, Laborbericht Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik München, Nov. 1961.

Argon Kathode

Bild 1 Prinzip des Plasmabrenners



Bild 2 Prinzip des Mach-Zehnder-Interferometers

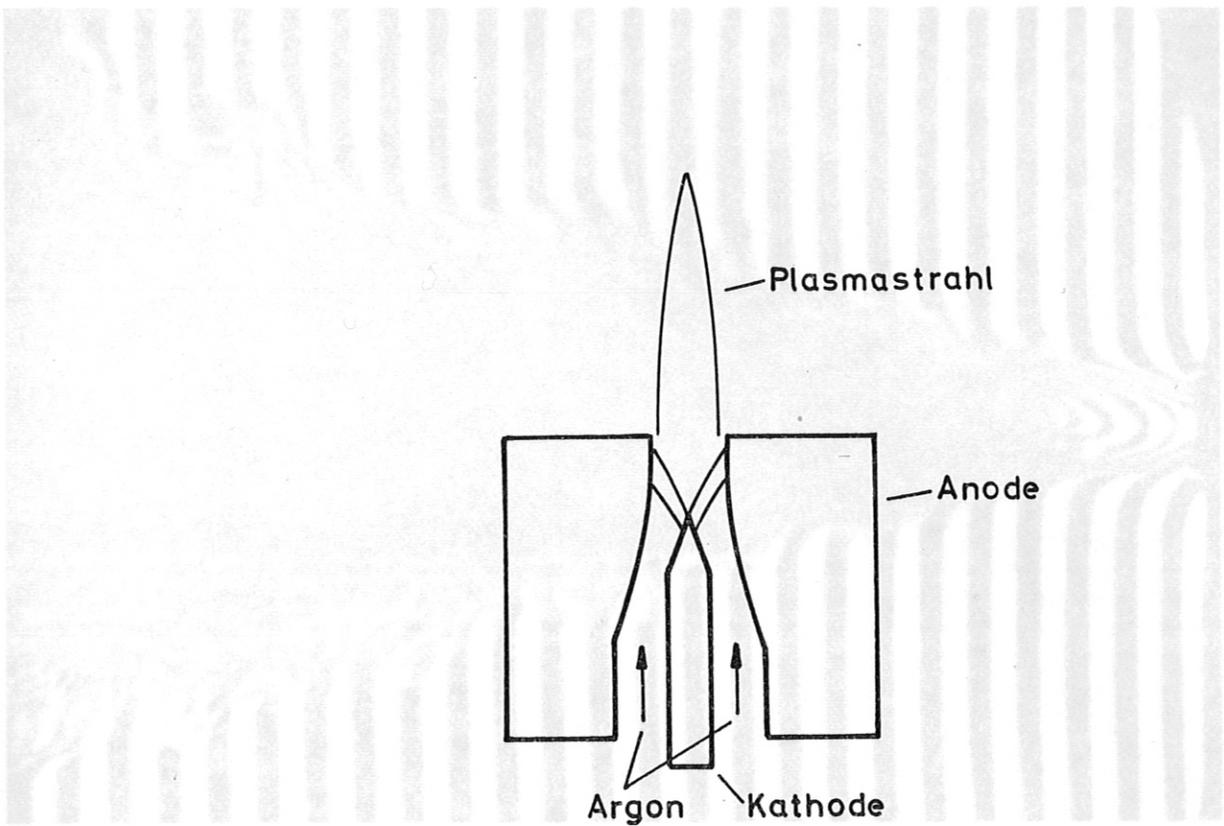


Bild 3b
0,35 m³/h

Bild 1 Prinzip des Plasmabrenners

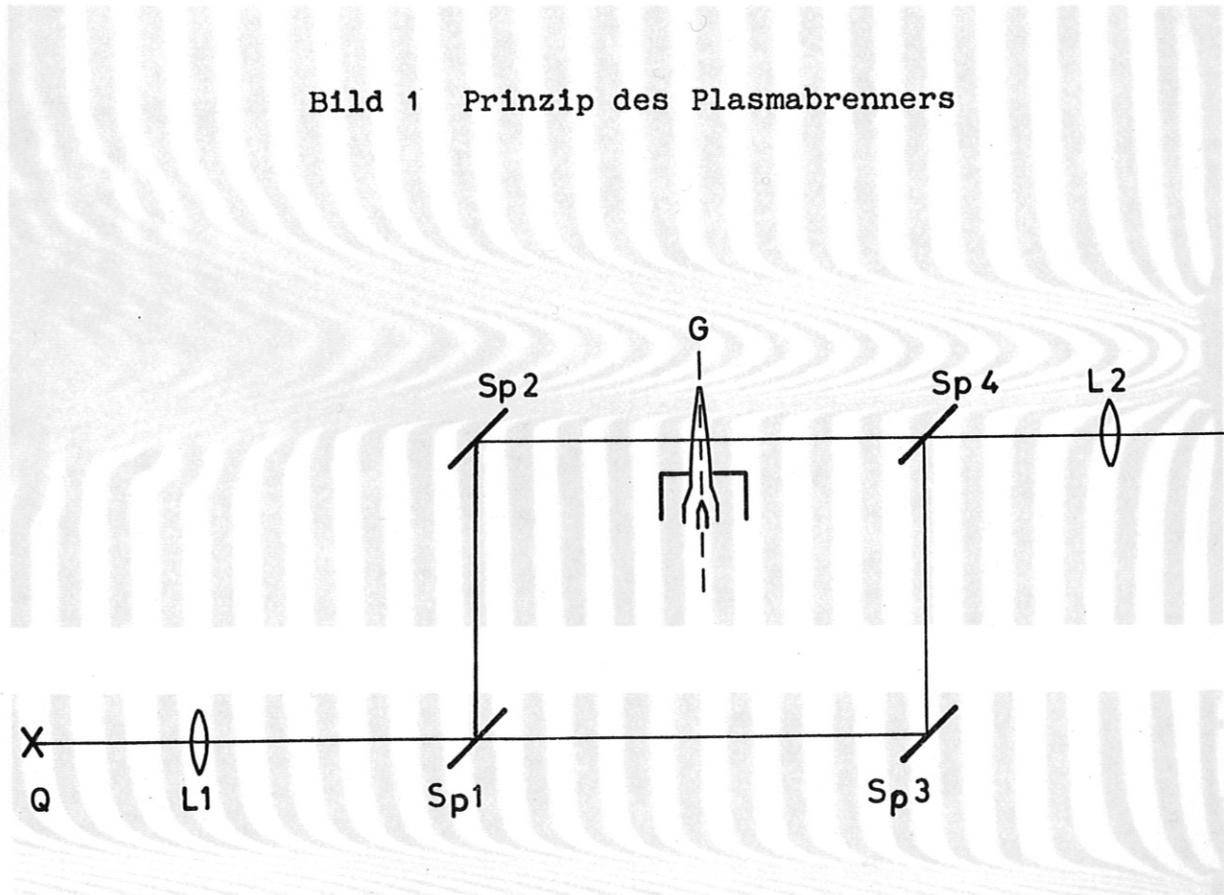


Bild 3b
0,20 m³/h

Bild 2 Prinzip des Mach-Zehnder-Interferometers

Bild 3a
0,14 m³/h

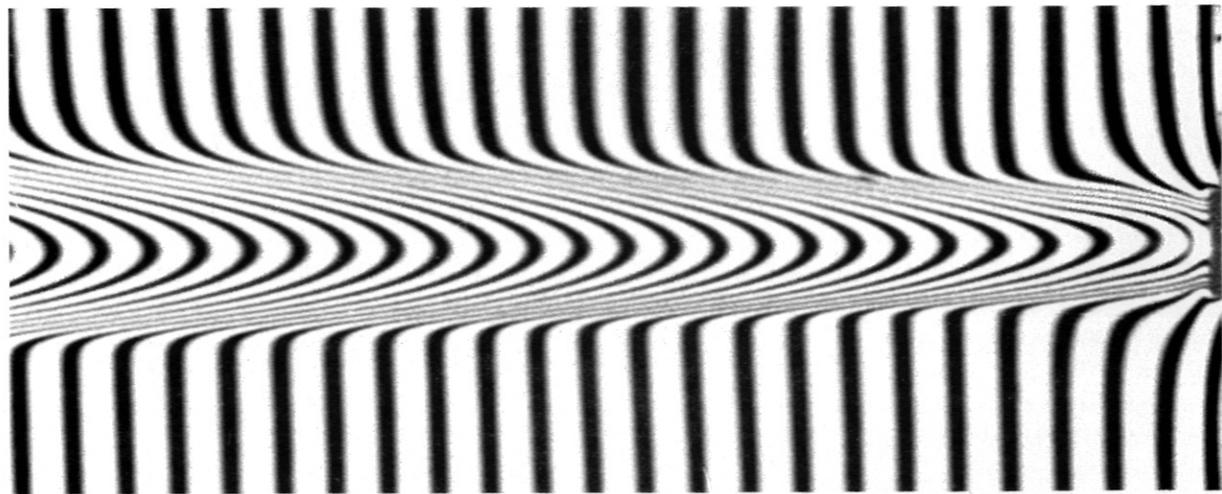


Bild 3a
 $0.14 \text{ m}^3/\text{h}$

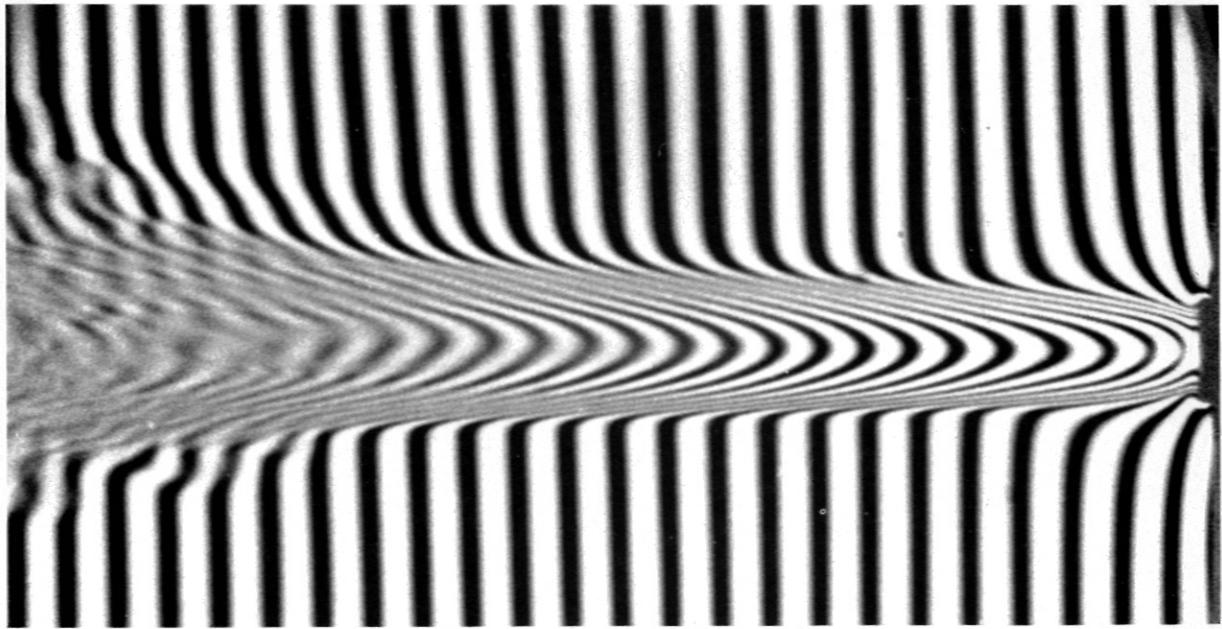


Bild 3b
 $0.20 \text{ m}^3/\text{h}$

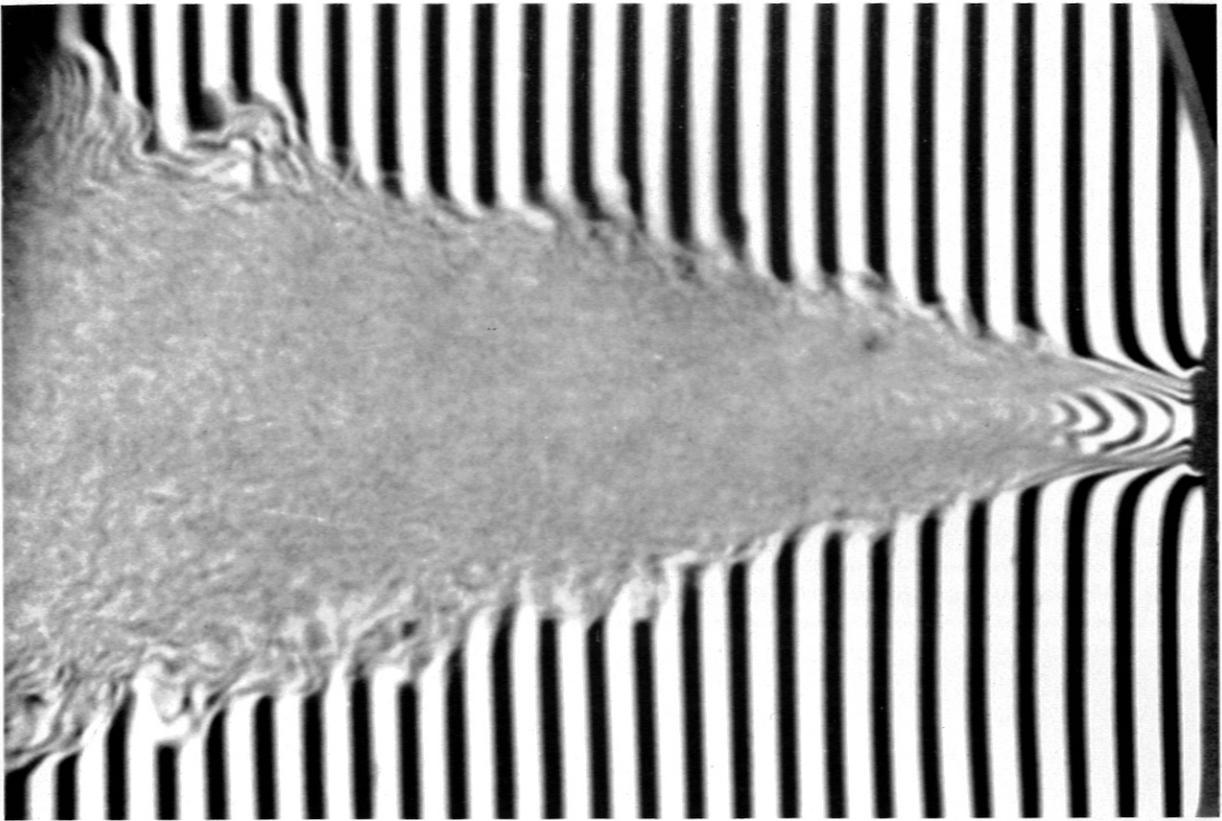


Bild 3c
 $0.35 \text{ m}^3/\text{h}$

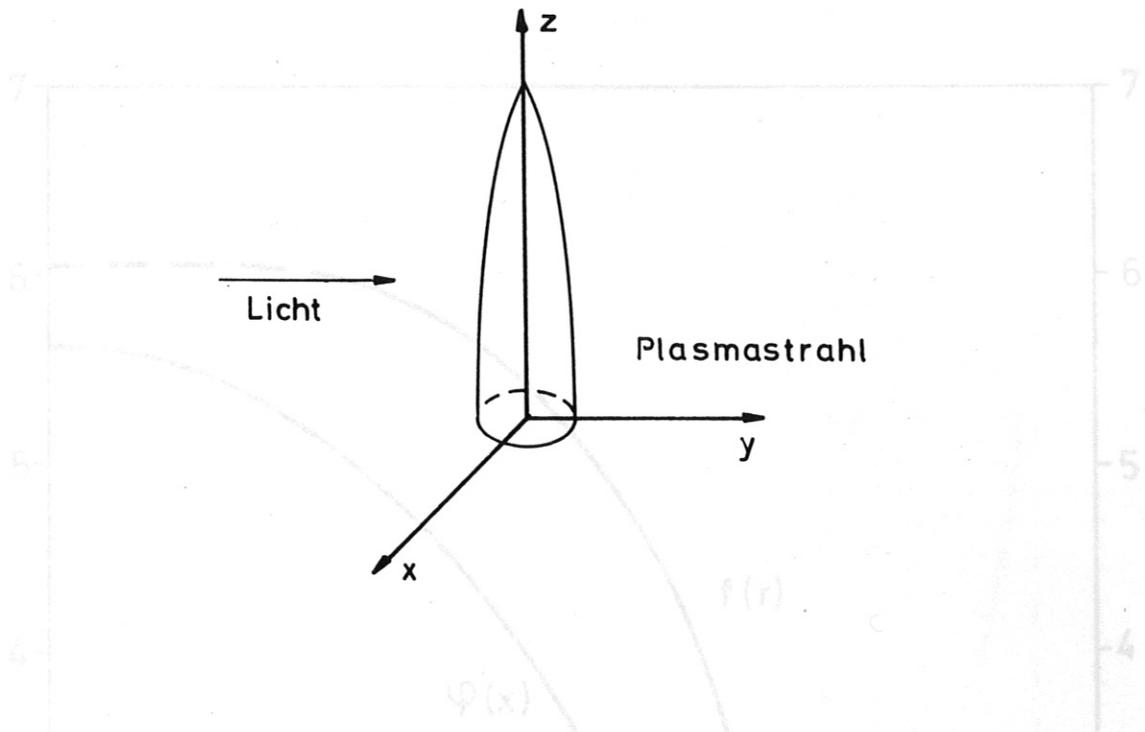


Bild 4 Lage der Koordinatenachsen

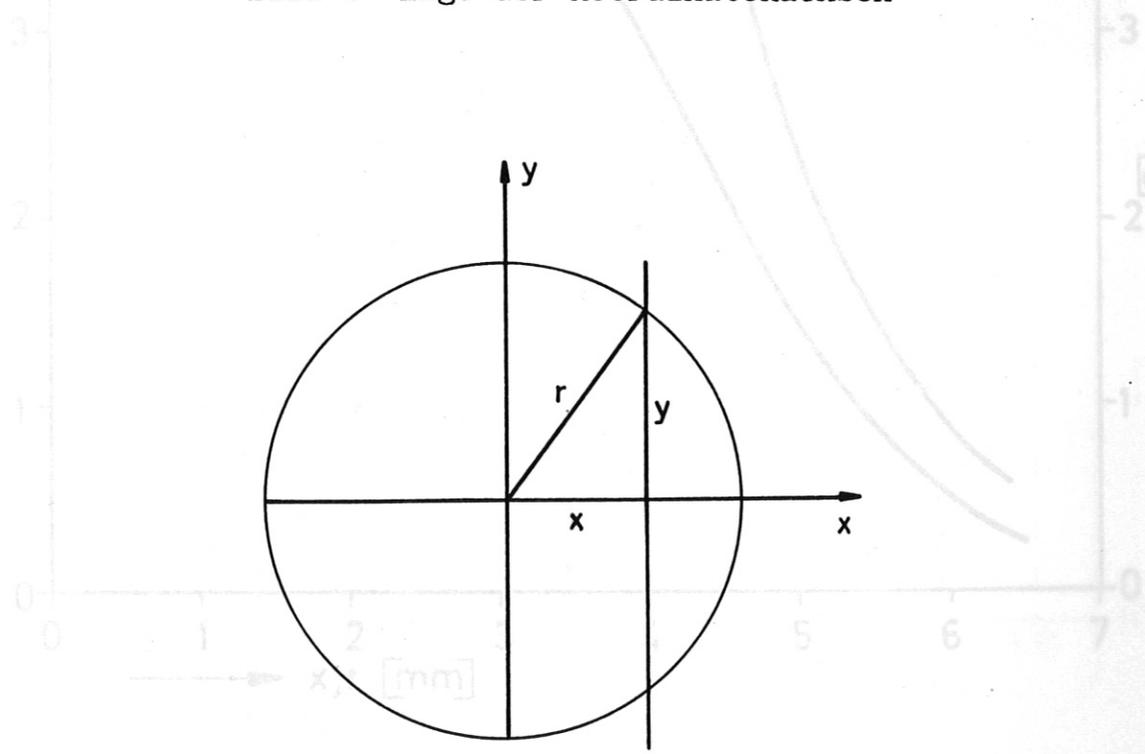


Bild 6 Gemessene Streifenverschiebung $\varphi(x)$ und daraus abgeleitete örtliche Streifenverschiebung $\frac{d\varphi}{dx} = f(r)$

Bild 5 Zur Herleitung der Abel'schen Integralgleichung

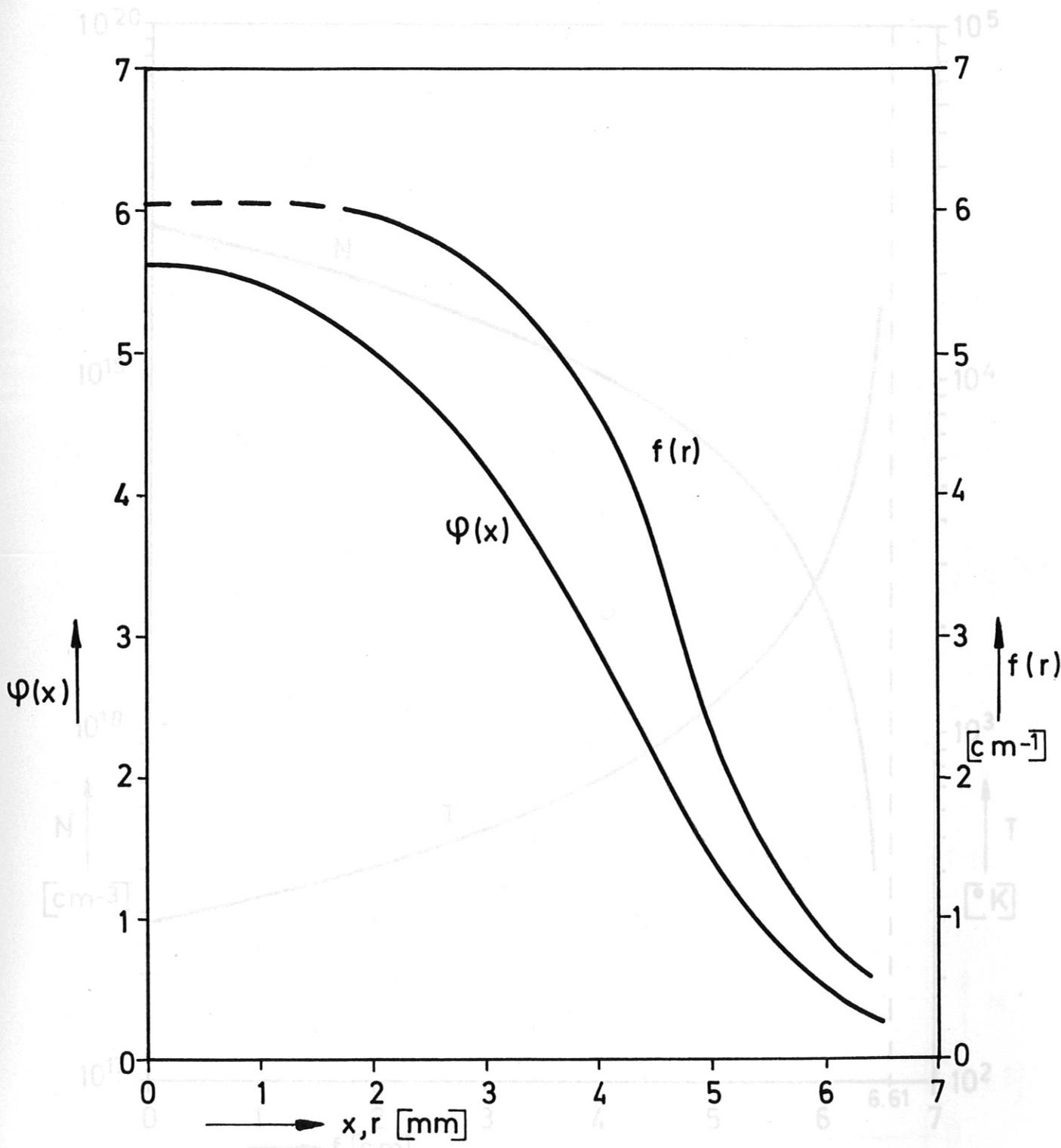


Bild 6 Gemessene Streifenverschiebung $\varphi(x)$ und daraus abgeleitete "örtliche Streifenverschiebung pro cm" $f(r)$

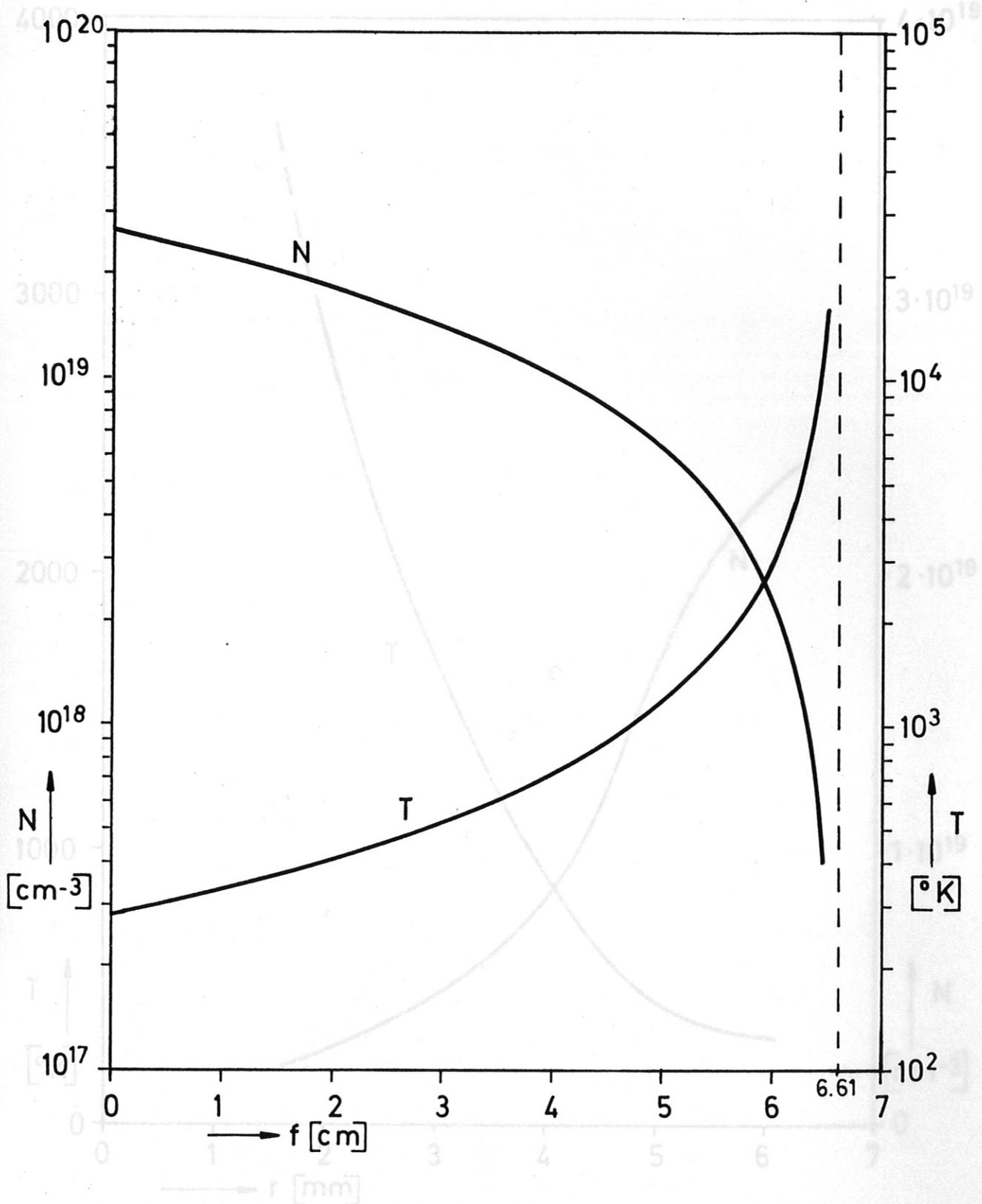


Bild 7 Zusammenhang zwischen örtlicher Streifenverschiebung pro cm $f(r)$ und Dichte N bzw. Temperatur T

Bild 8 Radiales Dichte- und Temperaturprofil des Plasmastrahls 2,5 cm von der Düsenöffnung entfernt

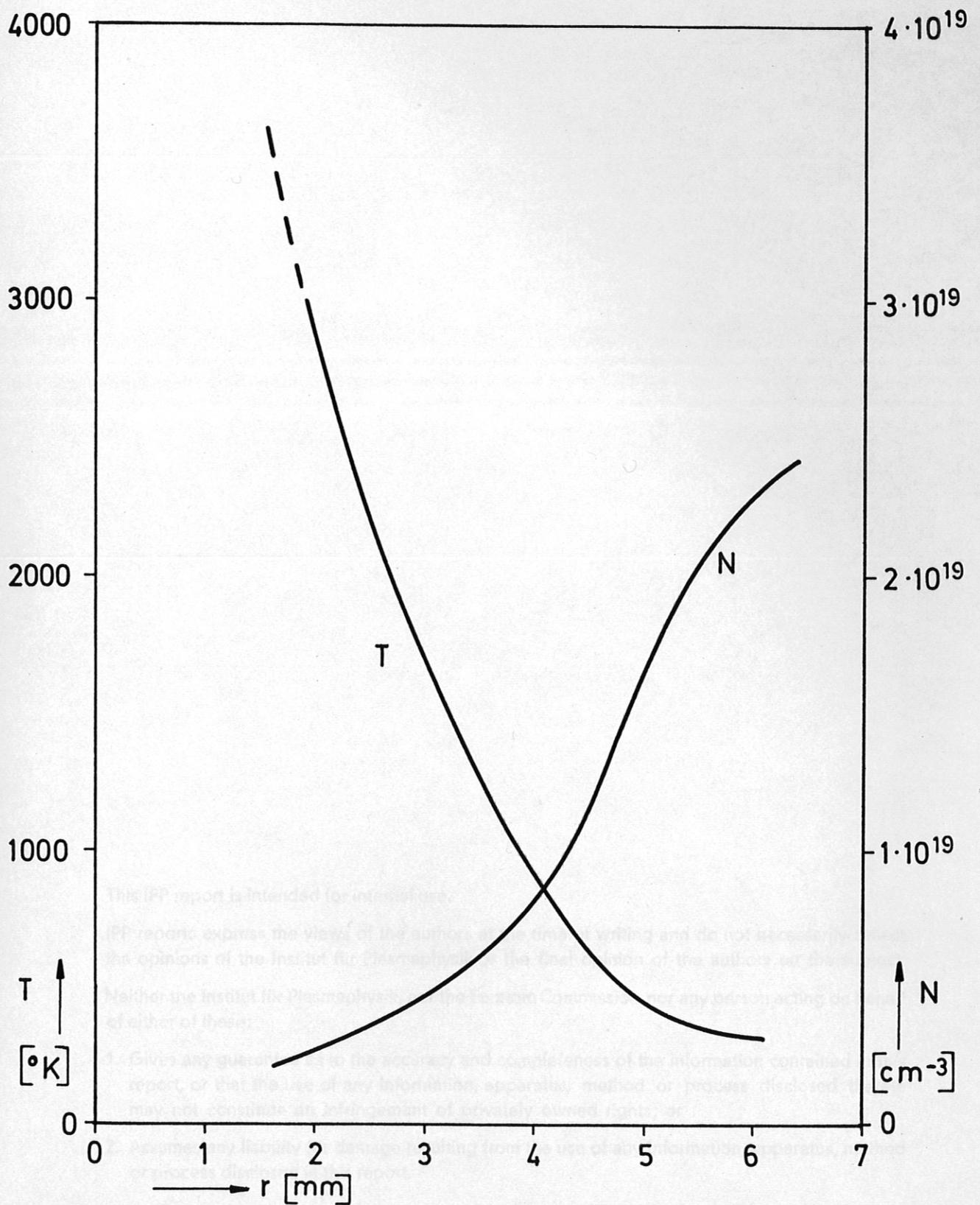


Bild 8 Radiales Dichte- und Temperaturprofil des Plasmastrahls 2,5 cm von der Düsenöffnung entfernt