Berechnung des stationären Magnetfeldes kreiszylindrischer Spulen mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt und gleichmäßiger Stromdichte

R. Pöhlchen

IPP 4/23 April 1967

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Berechnung des stationären Magnetfeldes kreiszylindrischer Spulen mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt und gleichmäßiger Stromdichte

R. Pöhlchen

IPP 4/23 April 1967

Die Programmierung in FORTRAN II für die IBM 7090 wurde von Frau Y. Kovetz und Fräulein H. Müller vorgenommen.

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

IPP 4/23 R. Pöhlchen

Calculation of the time-independent magnetic field of a circular-cylindrical coil with rectangular cross-section and uniform current density

April, 1967 (in German)

Abstract

The core of this report consists of a new method of calculating the field intensity of a semi-infinite circular-cylindrical coil (inner radius zero) with uniform current density in the cross-section. (Brown and Flax, 1964, see (8.9)) The derivation of the term for the vector-potential and the components of the field intensity from the Maxwell equations for the coil mentioned above will be briefly illustrated.

The superposition of the fields from four such coils results in a field of a circular-cylindrical coil with rectangular winding cross-section and uniform current density. The field intensity is also obtained particularly in the region of current flow.

On this basis a FORTRAN-program was written in the Institut für Plasmaphysik at Garching (Munich) for the calculation of the resulting field of a number of coaxial coils of this type. The program has successfully been used for almost two years. The report illustrates the program with examples. Standard methods of numerical mathematics by the use of calculated magnetic field intensities make it possible to evaluate other field properties. In section 3.4 the lines of force of a coil were calculated in this way.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

Kern des Berichtes ist eine neue Methode zur Berechnung der Feldstärke einer semi-infiniten kreiszylindrischen Vollspule (Innenradius Null) mit gleichmäßiger Stromdichte im Querschnitt. (Brown und Flax, 1964, siehe (8,9)). Die Ableitung der Ausdrücke für Vektorpotential und Feldstärkekomponenten aus den Maxwell'schen Gleichungen für die genannte Spule wird kurz skizziert.

Superposition der Felder von vier solchen Spulen liefert das Feld einer kreiszylindrischen Spule mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt und gleichmäßiger Stromdichte. Insbesondere erhält man die Feldstärke auch im stromführenden Gebiet.

Im Institut für Plasmaphysik, Garching, ist auf obiger Basis ein FORTRAN-Programm zur Berechnung des Gesamtfeldes mehrerer koaxialer Spulen der angegebenen Art geschrieben worden. Es hat sich seit nahezu zwei Jahren bewährt. Der Bericht bringt Erläuterungen des Programm's mit Berechnungsbeispielen. Standardmethoden der numerischen Mathematik ermöglichen unter Benutzung der berechneten Feldstärke die Bestimmung sonstiger Feldeigenschaften. Im Abschnitt 3.4 sind so die Feldlinien einer Spule berechnet worden.

Einführung

Das stationäre Magnetfeld linienförmiger Kreisströme läßt sich mathematisch auf unterschiedliche Art beschreiben: mittels elliptischer Integrale, Bessel-, Torus- oder Legendrefunktionen. (Literaturhinweise 1, 3, 4, 5). Entsprechendes gilt für das Feld von Spulen, die aus einer Vielzahl solcher Kreisströme gebildet werden. Die grundlegenden Dinge hierüber findet man teils schon in der gegen Ende des 19. Jahrhunderts entstandenen Fachliteratur.

Dagegen gibt es Aussagen über die Brauchbarkeit der verschiedenen Darstellungsformen für eine exakte numerische Berechnung erst seit der Existenz leistungsfähiger Rechenautomaten, also seit wenig

mehr als zehn Jahren. Im gleichen Zeitraum sind Tabellenwerke entstanden, welche eine wenigstens näherungsweise Berechnung von Feldern ermöglichen sollen, falls kein Rechenautomat zur Verfügung steht. (6, 7, 9)
Zusammenfassend läßt sich folgender Vergleich ziehen:

Die Reihenentwicklung nach Legendre-Funktionen versagt ganz im Gebiet, in dem die Stromdichte ungleich Null ist und konvergiert umso langsamer, je mehr sich der Aufpunkt diesem Gebiet nähert. Andererseits ist es die flexibelste Methode, wenn aus der magnetischen Feldstärke rsultierende Größen - wie Selbst- und Wechselinduktivitäten, Kräfte, Feldgradienten, magnetischer Fluß - zu berechnen sind. Quellpunkt und Aufpunktkoordinaten treten in separaten Faktoren auf (2, 3), was den Entwurf von Spulen und Spulensystemen mit Feldern spezieller Eigenschaften (Homogenität bestimmten Grades, konstanter Feldgradient (1,2)) erleichtert. Integration über die Quellpunktkoordinaten ist häufig geschlossen ausführbar, wie in (1,2) für den kreiszylindrischen Flächenstrom, den ebenen kreisringförmigen Flächenstrom und die kreiszylindrische Spule mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt gezeigt. Im Gebiet genügend rascher Konvergenz ist dies die Methode mit der kürzesten Rechenzeit und daher in der computerlosen Zeit in der Regel benutzt worden (1o).

Bei der Feldberechnung axialsymmetrischer Stromkreise mittels der elliptischen Integrale ist im Fall räumlich ausgedehnter Stromverteilungen eine numerische Integration in radialer Richtung über das stromerfüllte Gebiet erforderlich. Das Feld des semi-infiniten kreiszylindrischen Flächenstroms läßt sich durch die vollständigen elliptischen Integrale 1., 2. und 3. Gattung (K, E, Π) beschreiben, dasjenige eines linienförmigen Kreisstromes durch K und E allein. (11, 12, 13, 14)
Zweckmäßigste Berechnung von K und E und deren Linearkombinationen siehe (15), falls außerdem Π benötigt wird, siehe (16). Für Spulen und Spulensysteme lassen sich hier über die Feldstärke hinaus Vektorpotential, axiale Kräfte zwischen Spulen, mechanische Spannungen

im Spulenkörper, Selbst- und Wechselinduktivitäten berechnen. Ein hierfür im Entstehen begriffenes Rechenprogramm wird im vorliegenden Bericht als Kontrollrechnung benutzt. (Siehe unter Abschnitt 3.12)

Die in diesem Bericht beschriebene Methode vermeidet die Berechnung der elliptischen Integrale. Der Ausdruck für das Vektorpotential bzw. die Feldstärke eines linienförmigen Kreisstromes ist 1964 erstmals von Brown und Flax (8, 9) über die Quellpunktkoordinaten in radialer und axialer Richtung für einen Rechteckquerschnitt geschlossen integriert worden, - übrig bleibt lediglich eine numerische Integration über den Winkel. Die Berechnung der Feldstärke auch im stromführenden Gebiet ist hiernach ohne Komplikationen möglich - was von keinem anderen Berechnungsverfahren gesagt werden kann.

1. Mathematische Formelierung

1.1 Magnetfeld einer kreiszylindrischen Spule mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt und gleichmäßiger Stromdichte.

Aus den Maxwell-Gleichungen für das stationäre Magnetfeld

$$\mathrm{rot}\ \mathfrak{H} = \mathfrak{g}$$
$$\mathrm{div}\ \mathfrak{B} = 0$$

ergibt sich mit $\mathfrak{B} = \mu\,\mathfrak{H} = \mathrm{rot}\,\mathfrak{A}$ und $\mathrm{div}\,\mathfrak{A} = 0$

(μ = Konst. im betrachteten Gebiet)

$$\Delta\mathfrak{A} = -\mu\mathfrak{g}$$

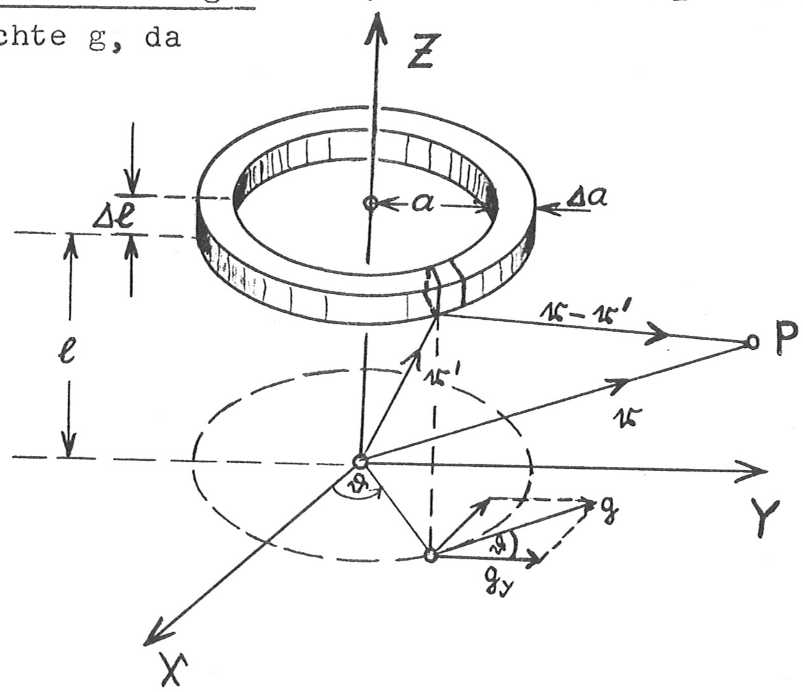
Für die Komponenten von $\mathfrak{A}$ in kartesischen Koordinaten - und nur für diese - folgen daraus drei Gleichungen in Form der Poisson'schen Diff.-Gleichung

$$A_x = -\mu g_x \qquad \text{usw.}$$

deren Lösung (siehe Elektrostatik) lautet:

$$A_x = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{g_x(\mathfrak{r}')\, dV'}{|\mathfrak{r} - \mathfrak{r}'|} \qquad (1.)$$

<u>Speziell gilt für das Vektorpotential A eines stromdurch-flossenen Kreisringes</u> vom Querschnitt $\Delta a \, . \, \Delta l$ und der Stromdichte g, da



Rotationssymmetrie: $g \equiv g_\vartheta$, $A \equiv A_\vartheta$ (R,Z).

Für einen Aufpunkt P in Ebene y = 0 ist dann:

$$A_y = A_\vartheta = A$$

$$A = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{g_y \, dV'}{|\mathfrak{r} - \mathfrak{r}'|}$$

$\left.\begin{array}{l} (a, \vartheta, l) \text{ Quellpunkt} \\ (R, 0, Z) \text{ Aufpunkt} \end{array}\right\}$ in Zylinderkoordinaten

$$|\mathfrak{r} - \mathfrak{r}'| = \sqrt{(\mathfrak{r} - \mathfrak{r}')^2} = \sqrt{(Z-l)^2 + R^2 + a^2 - 2Ra\cos\vartheta}$$

$g_y = g \cos\vartheta$ (siehe Skizze)

$$dA\ (R,Z) = \frac{\mu g}{4\pi} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \frac{a \cos\vartheta\ \Delta a\ .\ \Delta l\ .\ d\vartheta}{\left[(Z-l)^2 + R^2+a^2-2\ Ra\cos\vartheta\right]^{1/2}}$$

Integration über den Spulenquerschnitt ergibt

$$(2.)\quad A(R,Z) = \frac{\mu g}{4\pi} \int_{a=R_i}^{Ra} \int_{l=0}^{L} \int_{\vartheta=0}^{2} \frac{a\ .\ \cos\vartheta\ da\ \ dl\ \ d\vartheta}{\left[(Z-l)^2 + R^2+a^2-2\ Ra\cos\vartheta\right]^{1/2}}$$

mit g Stromdichte; konst. über Spulenquerschnitt.

R_a Spulen-Außenradius

R_i Spulen-Innenradius

L Spulenlänge

$\mu = \mu_o \cdot \mu_r$ Permeabilität

bei Rotationssymmetrie folgt für die Feldstärke aus

$\mu \mathfrak{H} = \mathrm{rot}\,\mathfrak{A}$

$$H_r = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_\vartheta}{\partial Z}$$

$$H_z = \frac{1}{\mu}\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial R}\ (R.A_\vartheta) = \frac{1}{\mu}\left[\frac{\partial A_\vartheta}{\partial R} + \frac{A_\vartheta}{R}\right]$$

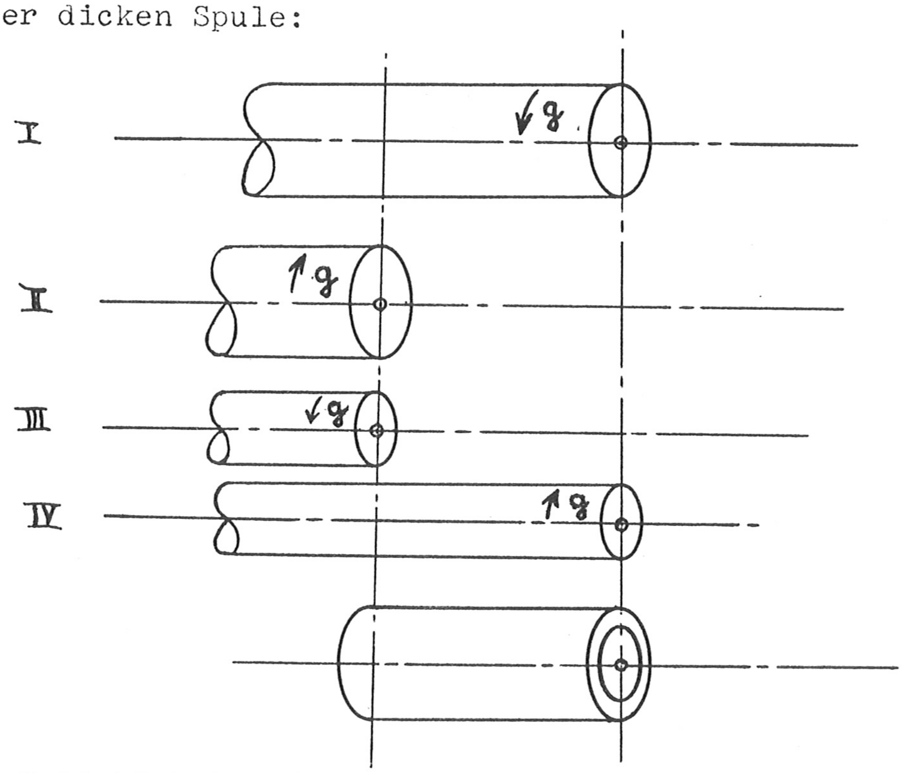
1.11 Feld der semi-infiniten kreiszylindrischen Vollspule

(Innenradius Null, gleichmäßige Stromdichte)

Nach Gleichung (2) ist

$$A = A\ (R,\ Z,\ R_a,\ R_i,\ L)$$

für die Rechteckspule, analoges gilt für H_R und H_Z. Eine Darstellung in Tabellen oder Kurven ist praktisch unmöglich. Dagegen läßt sich das Feld der semi-infiniten Vollspule mit dem Radius 1 in Tabellen darstellen: Es ist nur noch $A = A\ (R,\ Z)$, desgleichen $H_R = H_R\ (R,Z)$ und $H_Z = H_Z\ (R,Z)$. Tabelle und Darstellung in Kurven, siehe Literaturverzeichnis (9). Die Superposition von vier solchen semi-infiniten Vollspulen liefert das Feld einer dicken Spule:



Die Feldstärkebestimmung mit Hilfe derartiger Tabellen wird recht ungenau, da schon die Feldstärke einer semi-infiniten Vollspule in der Regel durch Interpolation aus 4 Tabellenwerten gewonnen werden muß. Besser ist die stets neue Durchrechnung einer Spule oder Spulenanordnung mit der Rechenmaschine.

Für die semi-infinite Vollspule wird aus (2)

$$A\ (R,Z) = \frac{\mu g}{4\pi} \int_{a=0}^{b} \int_{l=-\infty}^{0} \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \ldots\ldots \qquad (3)$$

Differentiation von A (R, Z) nach Z und anschließende geschlossene Integration über a und l (siehe 8, 9) führt nach Einführung von dimensionslosen Koordinaten

$$r = \frac{R}{b} \quad \text{und} \quad z = \frac{Z}{b} \quad \text{auf}$$

$$h_r = \frac{H_r}{gb} = + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \cos\vartheta \cdot (z^2+r^2+1-2r\cos\vartheta)^{1/2} \, d\vartheta \; +$$

$$+ \frac{r}{2\pi} \int_0^{\pi} \cos^2\vartheta \cdot \mathrm{Arsh} \frac{1 - r\cos\vartheta}{(z^2+r^2\sin^2\vartheta)^{1/2}} \qquad (4)$$

Für z = 0 wird das 2. Integral uneigentlich, daher Überführung obigen Ausdrucks durch partielle Integration in

$$h_r\,(r,\; z = 0) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} \cos\vartheta \cdot (1+r^2-2r\cos\vartheta)^{1/2} \, d\vartheta \; +$$

$$+ \frac{r}{2\pi} \int_0^{\pi} \sin^2\vartheta \cdot \mathrm{Arsh} \frac{1 - r\cos\vartheta}{r\sin\vartheta} \, d\vartheta \; - \qquad (5)$$

$$- \frac{r}{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\cos\vartheta\,(r-\cos\vartheta)\, d\vartheta}{(1 + r^2 - 2\cos\vartheta)}$$

Mühsamer ist die Berechnung der axialen Komponente:

Ausgehend vom Ausdruck

$$H_z = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial A}{\partial R} + \frac{A}{R} \right]$$

gewinnt man durch Differentiation nach R aus (3) den ersten Summanden und durch partielle Integration über ϑ das Glied $\frac{A}{R}$;
dann geschlossene Integration über l und a. In dimensionsloser Form lautet der Ausdruck für die z - Komponente der semi-infiniten Spule

$$\boxed{\begin{aligned} h_z(r,z) = {} & -\frac{z}{2\pi}\int_0^{\pi} \ln \frac{2\,[1 - r\cos\vartheta + P^{1/2}(z,r,1)]\,d\vartheta}{|z| + (z^2 + r^2)^{1/2}} \\ & + \frac{zr^2}{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{\sin^2\vartheta \; d\vartheta}{Q(r,1)\,P^{1/2}(z,r,1)} + \qquad (6) \\ & + \frac{rz}{2\pi|z|}\int_0^{\pi} d\vartheta \, \sin\vartheta \;\operatorname{arctg} \frac{|z|(1 - r\cos\vartheta)}{r\sin\vartheta\, P^{1/2}(z,r,1)} + \\ & + \frac{1}{4}\,(1 - r + |1 - r|) \end{aligned}}$$

die Abkürzung P und Q bedeuten darin

$$P(z, r, 1) = z^2 + r^2 + 1 - 2\,r\cos\vartheta \quad = z^2 + Q(z,r,1)$$

$$Q(z, r, 1) = r^2 + 1 - 2\,r\cos\vartheta$$

1.2 Magnetfeld einer Anordnung von N koaxialen Spulen.

Bezeichnungen:

N : Zahl der Spulen

K : laufender Index, $K = 1, 2, 3 \dots N$

R_{a_K} : Außenradius der K.-ten Spule

R_{i_K} : Innenradius der K.-ten Spule

L_K : Länge der K.-ten Spule

a_K : Distanz Ebene $Z = 0$ - Spulenmittelebene

g_K : Stromdichte der K.-ten Spule

$P(R,Z)$: Aufpunkt im Koord.-System R, Z.

Damit lauten die in die Gleichungen (4), (5) und (6) einzusetzenden dimensionslosen Koordinaten

$$r_{IK} = r_{IIK} = R/R_{a_K}$$

$$r_{IIIK} = r_{IVK} = R/R_{i_K}$$

$$z_{IK} = \frac{1}{R_{a_K}} \left[Z - \frac{1}{2} L_K - a_K \right]$$

$$z_{IIK} = \frac{1}{R_{a_K}} \left[Z + \frac{1}{2} L_K - a_K \right]$$

$$z_{IIIK} = \frac{1}{R_{i_K}} \left[Z + \frac{1}{2} L_K - a_K \right]$$

$$z_{IVK} = \frac{1}{R_{i_k}} \left[Z - \frac{1}{2} L_K - a_K \right]$$

$$h_{ZK} = \frac{R_{aK}}{R_{iK}} (h_{ZIK} - h_{ZIIK}) + h_{ZIIIK} - h_{ZIVK}$$

$$h_{RK} = \frac{R_{aK}}{R_{iK}} (h_{RIK} - h_{RIIK}) + h_{RIIIK} - h_{RIVK} \qquad (7)$$

$$H_{Z\ ges.} = \sum_{K=1}^{N} h_{ZK} \cdot g_K \cdot R_{iK}$$

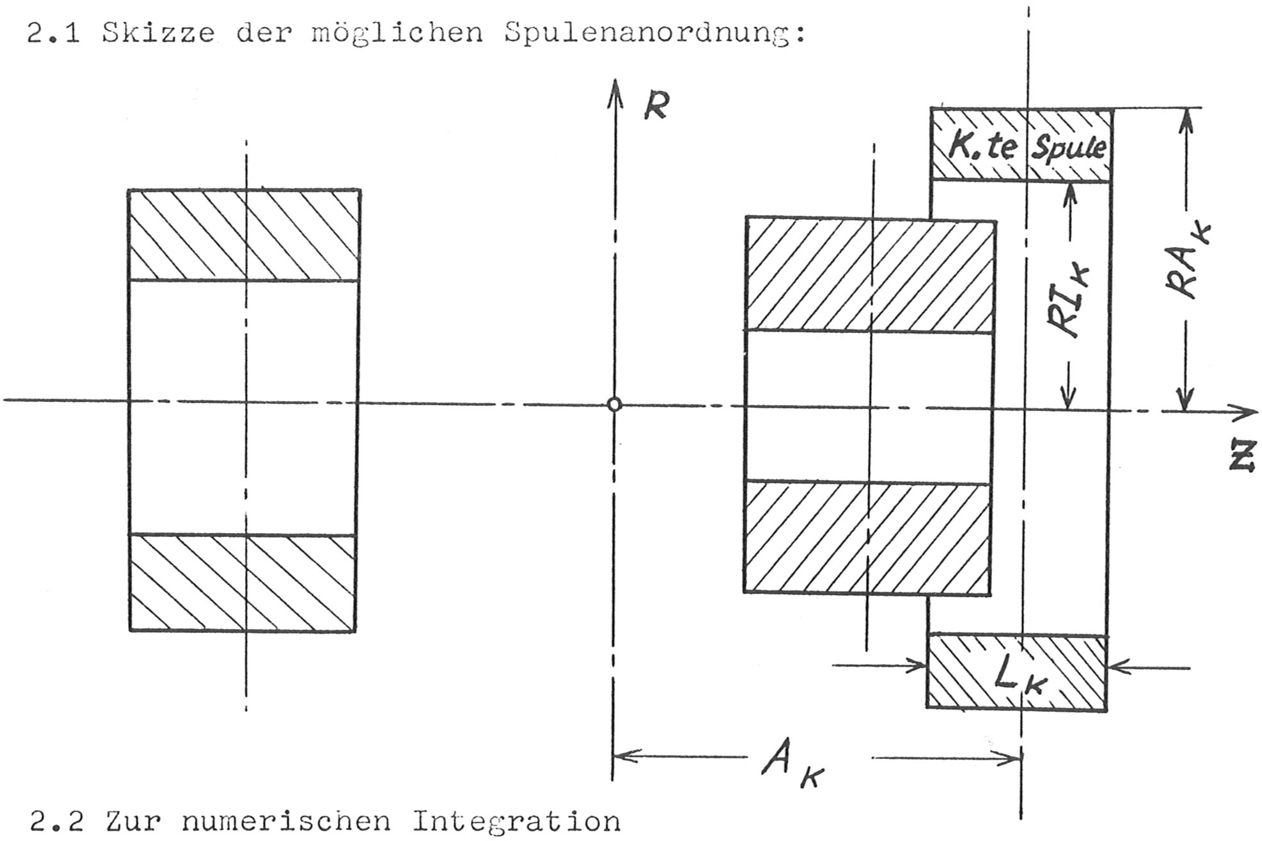
$$H_{R\ ges.} = \sum_{K=1}^{N} h_{RK} \cdot g_K \cdot R_{iK} \qquad (8)$$

H_Z und H_R erhält man in $\frac{A}{cm}$ bei Einsetzung von g_K in $\frac{A}{cm^2}$ und R_{iK} in cm.

2. Erläuterungen zum Programm

Das Programm ist in Fortran II geschrieben. Es berechnet die axiale und die radiale Komponente der Gesamtfeldstärke und deren Resultierende für eine „beliebige" Zahl N koaxialer Spulen. Abmessungen und Stromdichten können von Spule zu Spule variieren.

2.1 Skizze der möglichen Spulenanordnung:



2.2 Zur numerischen Integration

Über die Quellpunktkoordinate ϑ ist eine numerische Integration erforderlich. Die Anwendung der Gauß'schen Methode verkürzt hier die Rechenzeit auf fast 1/1o der bei Verwendung der Simpson-Regel erforderlichen Rechenzeit. Die benutzte Integrations-Subroutine wurde der Programmbibliothek des IPP entnommen. (Progr. 539/P 1/ GLF/GAU 2) In der Subroutine bedeutet die Wahl von N eine Zahl von 1o . N Stützstellen für die numerische Integration.

2.3.Eingabedaten

<u>Stromkreisdaten:</u>

Spulenzahl .... N

Laufender Index .... K = 1, 2, ... N

Innenradien............ R I (K)

Außenradien............ R A (K)

Spulen-Längen.......... FL (K)

Abstände Ebene Z = 0 bis

Spulenmittelebene ..... A (K)

Stromdichte .... G (K)

Angabe des zu berechnenden Gitters
durch

Z MAX, Z MIN
R MAX, R MIN
NPZ: Zahl der Gitterpunkte bei festem R
NPR: Zahl der Gitterpunkte bei festem Z

2.4 Ausgabedaten

Bei Einsetzen von G (K) in A/cm^2 und der Längen in cm erhält man B_Z, B_R, B für das angegebene Gitter in Tabellenform ausgedruckt in Gauß (siehe Rechenbeispiel unter 3.11). Die Werte können gleichfalls auf Magnetband gespeichert werden.

2.5 Genauigkeit

Die Genauigkeit läßt sich durch die Zahl der Stützstellen für die numerische Integration in der Regel erhöhen.

Bei 3o Stützstellen (N_G = 3) hat man das Ergebnis außerhalb des Spulenkörpers auf etwa 6 Stellen richtig. Für kleine Spulenlänge L oder kleine Wicklungshöhe (R_a - R_i) kann das Ergebnis ungenau werden infolge Verlust von geltenden Ziffern bei der Subraktion fast gleich großer Feldstärkewerte der semi-infiniten Vollspulen.

2.6 Die Rechenzeit beträgt bei 3o Stützstellen auf der IBM 7o9o für die Berechnung des Zahlentripels B_Z, B_R, B für einen Aufpunkt und eine Spule ca. 1 Sekunde.

3. Rechenbeispiele

Als Beispiel wird das Feld von drei koaxialen, dicht gepackten Spulen von Typ Sp 3oo/12 berechnet. Die Sp 3oo/12 ist eine von der Gruppe Magnetfeldtechnik des IPP entwickelte wassergekühlte Spule. In den Tabellen ist die beim max. zulässigen Dauerstrom erzeugte Feldstärke ausgedruckt, hier ausnahmsweise mit sechs Ziffern, sonst in der Regel mit vier.

Für die numerische Integration der Differentialgleichung der Feldlinien (Abschnitt 3.4) wird ein von M. Larkin im Culham-Bericht CLM - R 31 angegebenes Programm benutzt. Es basiert auf einem Runge-Kutta Verfahren 4. Ordnung. Als Schrittweite kann ein Stück Bogenlänge (DS) vorgegeben werden. Ein im eben zitierten Bericht angegebenes Programm zur Bestimmung der H = const. Linien ist gleichfalls wiederholt benutzt worden.

3.11

Feldstärke einer Spule, berechnet analog der Methode von Brown und Flax :

CASE NUMBER 1

RMIN = 0. RMAX = 0.2400E 02 ZMIN = 0. ZMAX = 0.2100E 02

AUSSENRADIEN
0.2700E 02
INNENRADIEN
0.1500E 02
LAENGEN DER SPULEN
0.1200E 02
ABSTAENDE
0.
STROMDICHTEN
0.3833E 04

Für die numerische Integration nach Gauß 30 Stützstellen gewählt.

BZ IN GAUSS

R IN CM
Z IN CM

	0.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00	24.00	
0.	0.162467E 05	0.164851E 05	0.172506E 05	0.187130E 05	0.212230E 05	0.252213E 05	0.163866E 05	0.837268E 04	0.247972E 03	
3.00	0.157878E 05	0.159955E 05	0.166566E 05	0.179038E 05	0.200580E 05	0.238312E 05	0.154044E 05	0.799761E 04	0.510851E 03	
6.00	0.145255E 05	0.146557E 05	0.150541E 05	0.157401E 05	0.167373E 05	0.180265E 05	0.123406E 05	0.674465E 04	0.114335E 04	
9.00	0.127485E 05	0.127904E 05	0.128966E 05	0.129870E 05	0.128181E 05	0.116833E 05	0.888585E 04	0.530273E 04	0.178299E 04	
12.00	0.107910E 05	0.107661E 05	0.106653E 05	0.103986E 05	0.978220E 04	0.855764E 04	0.663939E 04	0.433588E 04	0.211671E 04	
15.00	0.891436E 04	0.885458E 04	0.865628E 04	0.826229E 04	0.758492E 04	0.654801E 04	0.517282E 04	0.362356E 04	0.214407E 04	
18.00	0.726228E 04	0.719250E 04	0.697329E 04	0.657799E 04	0.597504E 04	0.515289E 04	0.415032E 04	0.306592E 04	0.203101E 04	
21.00	0.588128E 04	0.581531E 04	0.561371E 04	0.526790E 04	0.477233E 04	0.413662E 04	0.339641E 04	0.261393E 04	0.186429E 04	

BR IN GAUSS

R IN CM
Z IN CM

	0.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00	24.00	
0.	-0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3.00	-0.994354E-05	0.463446E 03	0.102201E 04	0.181254E 04	0.305787E 04	0.488985E 04	0.638649E 04	0.674172E 04	0.601950E 04	
6.00	-0.927498E-04	0.810366E 03	0.176456E 04	0.307059E 04	0.514817E 04	0.992244E 04	0.140709E 05	0.146942E 05	0.134839E 05	
9.00	-0.13[illegible]E-04	0.980097E 03	0.208731E 04	0.347854E 04	0.536076E 04	0.778130E 04	0.967216E 04	0.101045E 05	0.912017E 04	
12.00	0.314752E-04	0.988118E 03	0.205157E 04	0.325702E 04	0.462144E 04	0.599035E 04	0.695762E 04	0.716874E 04	0.656589E 04	
15.00	-0.11[illegible]06E-03	0.894660E 03	0.181744E 04	0.277839E 04	0.374089E 04	0.458884E 04	0.514186E 04	0.525442E 04	0.490581E 04	
18.00	0.104094E-03	0.759516E 03	0.151883E 04	0.226437E 04	0.295608E 04	0.352204E 04	0.387527E 04	0.395352E 04	0.375481E 04	
21.00	0.510182E-04	0.621154E 03	0.122952E 04	0.180507E 04	0.231549E 04	0.271718E 04	0.296580E 04	0.303379E 04	0.292479E 04	

$B = \sqrt{BZ^2 + BR^2}$ IN GAUSS

R IN CM
Z IN CM

	0.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00	24.00	
0.	0.162467E 05	0.164851E 05	0.172506E 05	0.187130E 05	0.212230E 05	0.252213E 05	0.163866E 05	0.837268E 04	0.247972E 03	
3.00	0.157879E 05	0.160022E 05	0.166879E 05	0.179953E 05	0.202898E 05	0.243277E 05	0.166758E 05	0.104601E 05	0.604114E 04	
6.00	0.145255E 05	0.146781E 05	0.151572E 05	0.160368E 05	0.175111E 05	0.205769E 05	0.187158E 05	0.161682E 05	0.135323E 05	
9.00	0.127485E 05	0.128279E 05	0.130644E 05	0.134448E 05	0.138940E 05	0.140373E 05	0.131343E 05	0.114114E 05	0.929282E 04	
12.00	0.107910E 05	0.108114E 05	0.108609E 05	0.108967E 05	0.108189E 05	0.104459E 05	0.961717E 04	0.837799E 04	0.689865E 04	
15.00	0.891436E 04	0.889967E 04	0.884502E 04	0.871693E 04	0.845726E 04	0.799587E 04	0.729361E 04	0.638272E 04	0.535388E 04	
18.00	0.726228E 04	0.723249E 04	0.713678E 04	0.695682E 04	0.666630E 04	0.624156E 04	0.567828E 04	0.500302E 04	0.426891E 04	
21.00	0.588128E 04	0.584839E 04	0.574678E 04	0.556858E 04	0.530440E 04	0.494921E 04	0.450906E 04	0.400456E 04	0.346843E 04	

END OF FILE TAPE B 2

Für die numerische Integration nach Gauß 40 Stützstellen gewählt:

BZ IN GAUSS

R IN CM
Z IN CM

	0.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00	24.00	
0.	0.162467E 05	0.164851E 05	0.172506E 05	0.187132E 05	0.212148E 05	0.252209E 05	0.163689E 05	0.838275E 04	0.199764E 03	
3.00	0.157878E 05	0.159955E 05	0.166566E 05	0.179039E 05	0.200499E 05	0.238336E 05	0.153880E 05	0.800560E 04	0.458362E 03	
6.00	0.145255E 05	0.146557E 05	0.150541E 05	0.157402E 05	0.167332E 05	0.180264E 05	0.123319E 05	0.674946E 04	0.112036E 04	
9.00	0.127485E 05	0.127904E 05	0.128966E 05	0.129870E 05	0.128182E 05	0.116807E 05	0.888464E 04	0.530449E 04	0.178966E 04	
12.00	0.107910E 05	0.107661E 05	0.106653E 05	0.103986E 05	0.978223E 04	0.855782E 04	0.663948E 04	0.433563E 04	0.211772E 04	
15.00	0.891436E 04	0.885458E 04	0.865628E 04	0.826229E 04	0.758492E 04	0.654802E 04	0.517282E 04	0.362339E 04	0.214371E 04	
18.00	0.726228E 04	0.719250E 04	0.697329E 04	0.657799E 04	0.597504E 04	0.515289E 04	0.415033E 04	0.306590E 04	0.203091E 04	
21.00	0.588128E 04	0.581532E 04	0.561371E 04	0.526790E 04	0.477233E 04	0.413662E 04	0.339642E 04	0.261394E 04	0.186430E 04	

BR IN GAUSS

R IN CM
Z IN CM

	0.	3.00	6.00	9.00	12.00	15.00	18.00	21.00	24.00	
0.	-0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	
3.00	-0.435351E-04	0.463447E 03	0.102201E 04	0.181255E 04	0.305776E 04	0.489170E 04	0.639290E 04	0.675060E 04	0.602485E 04	
6.00	0.225824E-04	0.810366E 03	0.176456E 04	0.307061E 04	0.514663E 04	0.992253E 04	0.140744E 05	0.146956E 05	0.134804E 05	
9.00	-0.865022E-05	0.980097E 03	0.208731E 04	0.347855E 04	0.536065E 04	0.778316E 04	0.967852E 04	0.101131E 05	0.912527E 04	
12.00	0.108278E-04	0.988118E 03	0.205157E 04	0.325703E 04	0.462143E 04	0.599018E 04	0.695725E 04	0.716873E 04	0.656687E 04	
15.00	0.137890E-03	0.894660E 03	0.181744E 04	0.277839E 04	0.374090E 04	0.458885E 04	0.514180E 04	0.525423E 04	0.490557E 04	
18.00	-0.991108E-04	0.759516E 03	0.151883E 04	0.226437E 04	0.295608E 04	0.352205E 04	0.387528E 04	0.395352E 04	0.375478E 04	
21.00	0.387738E-04	0.621154E 03	0.122952E 04	0.180508E 04	0.231549E 04	0.271718E 04	0.296581E 04	0.303380E 04	0.292480E 04	

3.12

Kontrollrechnung mittels der vollst. elliptischen Integrale 1., 2. und 3. Gattung.

RA(T)	RI(T)	L(T)	GL(T)	D(T)	T
0.2700E 02	0.1500E 02	0.1200E 02	0.3833E 04	0.	1.

10 BZ IN GAUSS

	0.	6.00	12.00	18.00	24.00	30.00
0.	0.162452E 06	0.172491E 06	0.212129E 06	0.156794E 06	0.887660E 04	-0.582233E 05
3.00	0.157864E 06	0.166552E 06	0.200482E 06	0.146987E 06	0.114618E 05	-0.524582E 05
6.00	0.145242E 06	0.150523E 06	0.167318E 06	0.119867E 06	0.146422E 05	-0.355668E 05
9.00	0.127473E 06	0.128955E 06	0.128170E 06	0.888382E 05	0.178955E 05	-0.168481E 05
12.00	0.107901E 06	0.106644E 06	0.978139E 05	0.663891E 05	0.211752E 05	-0.497282E 04
15.00	0.891358E 05	0.865553E 05	0.758426E 05	0.517237E 05	0.214352E 05	0.164700E 04
18.00	0.726165E 05	0.697268E 05	0.597452E 05	0.414997E 05	0.203074E 05	0.520372E 04
21.00	0.588077E 05	0.561323E 05	0.477192E 05	0.339612E 05	0.186413E 05	0.699611E 04

Für Simpson-Integration
14 Stützstellen gewählt.

10 BR IN GAUSS

	0.	6.00	12.00	18.00	24.00	30.00
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3.00	0.	0.102192E 05	0.305745E 05	0.639237E 05	0.602435E 05	0.247370E 05
6.00	0.	0.176441E 05	0.514633E 05	0.136145E 06	0.130259E 06	0.420513E 05
9.00	0.	0.208713E 05	0.536014E 05	0.967771E 05	0.912451E 05	0.447402E 05
12.00	0.	0.205139E 05	0.462102E 05	0.695666E 05	0.656631E 05	0.399744E 05
15.00	0.	0.181728E 05	0.374057E 05	0.514136E 05	0.490515E 05	0.339068E 05
18.00	0.	0.151869E 05	0.295583E 05	0.387495E 05	0.375446E 05	0.282649E 05
21.00	0.	0.122942E 05	0.231529E 05	0.296555E 05	0.292455E 05	0.234337E 05

Für numerische Integration nach Simps. 26 Stützstellen gewählt.

10 BZ IN GAUSS

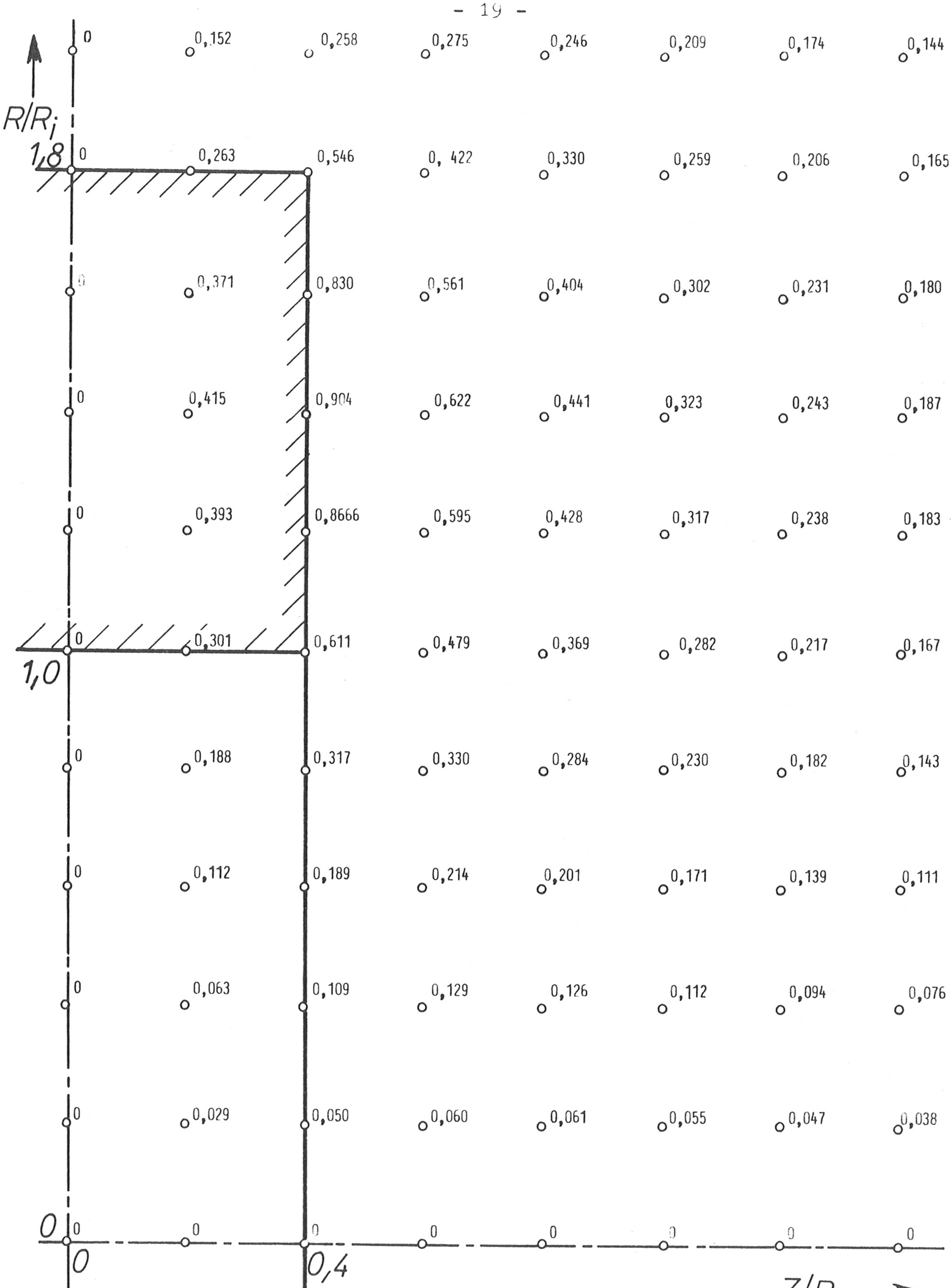
	14.00	16.00	18.00	20.00	22.00	24.00	26.00	28.00	30.00
0.	0.236942E 06	0.217418E 06	0.167380E 06	0.121242E 06	0.461754E 05	-0.170967E 04	-0.550111E 05	-0.787318E 05	-0.582233E 05
3.00	0.223204E 06	0.204302E 06	0.157572E 06	0.115435E 06	0.444797E 05	0.876002E 03	-0.487267E 05	-0.714359E 05	-0.524572E 05
6.00	0.175629E 06	0.159202E 06	0.125160E 06	0.916248E 05	0.432992E 05	0.934909E 04	-0.254513E 05	-0.428531E 05	-0.355668E 05
9.00	0.122373E 06	0.109118E 06	0.888387E 05	0.652273E 05	0.409227E 05	0.178951E 05	-0.112742E 04	-0.126414E 05	-0.168486E 05
12.00	0.904607E 05	0.798678E 05	0.663890E 05	0.511718E 05	0.356301E 05	0.211753E 05	0.913334E 04	0.413983E 03	-0.497281E 04
15.00	0.693467E 05	0.612131E 05	0.517237E 05	0.414432E 05	0.310977E 05	0.214352E 05	0.130950E 05	0.647485E 04	0.164703E 04
18.00	0.544972E 05	0.483458E 05	0.414997E 05	0.342825E 05	0.270864E 05	0.203074E 05	0.142793E 05	0.921969E 04	0.520374E 04
21.00	0.436212E 05	0.389856E 05	0.339612E 05	0.287461E 05	0.235654E 05	0.186414E 05	0.141625E 05	0.102600E 05	0.699612E 04

10 BR IN GAUSS

	14.00	16.00	18.00	20.00	22.00	24.00	26.00	28.00	30.00
0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
3.00	0.424024E 05	0.550281E 05	0.639235E 05	0.675408E 05	0.662808E 05	0.602432E 05	0.494132E 05	0.360269E 05	0.247373E 05
6.00	0.755384E 05	0.120390E 06	0.138288E 06	0.148549E 06	0.146522E 06	0.132333E 06	0.110955E 06	0.648405E 05	0.420498E 05
9.00	0.694907E 05	0.855458E 05	0.967768E 05	0.101297E 06	0.993832E 05	0.912448E 05	0.771967E 05	0.599691E 05	0.447406E 05
12.00	0.555442E 05	0.637968E 05	0.695664E 05	0.719071E 05	0.705326E 05	0.656630E 05	0.580300E 05	0.489564E 05	0.399745E 05
15.00	0.432919E 05	0.481462E 05	0.514136E 05	0.526951E 05	0.518562E 05	0.490515E 05	0.447046E 05	0.394357E 05	0.339069E 05
18.00	0.335251E 05	0.366713E 05	0.387495E 05	0.395924E 05	0.391576E 05	0.375446E 05	0.349800E 05	0.317758E 05	0.282649E 05
21.00	0.259804E 05	0.281870E 05	0.296555E 05	0.303145E 05	0.301567E 05	0.292455E 05	0.277067E 05	0.257087E 05	0.234337E 05

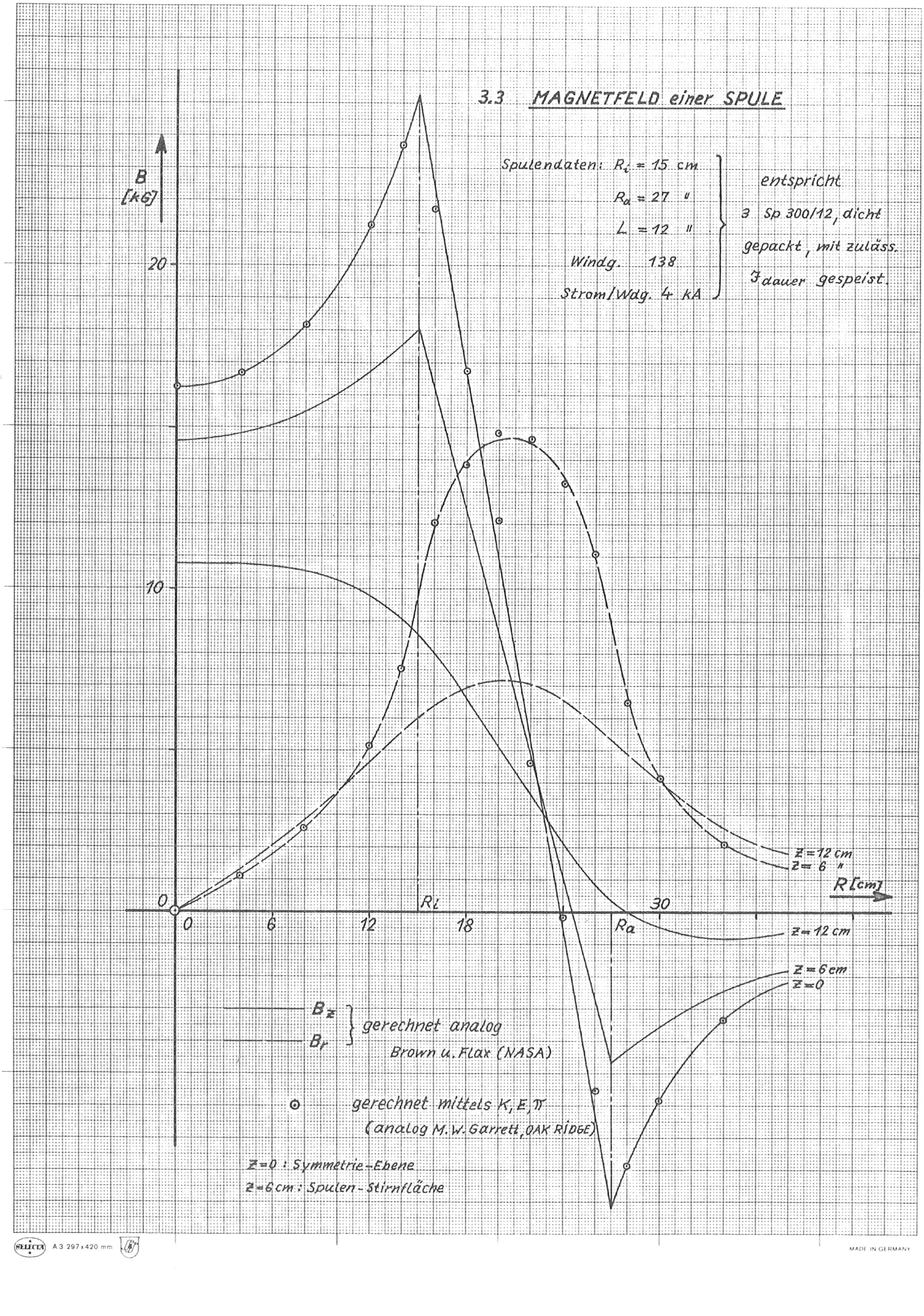
3.21 AXIALE KOMPONENTE

der FELDSTÄRKE einer kreiszylindrischen Spule.



3.22 RADIALE KOMPONENTE

der FELDSTÄRKE einer kreiszylindrischen Spule.


3.3 MAGNETFELD einer SPULE
Spulendaten: R_i = 15 cm
R_a = 27 "
L = 12 "
Windg. 138
Strom/Wdg. 4 kA
entspricht
3 Sp 300/12, dicht gepackt, mit zuläss. J_{dauer} gespeist.
B [kG]
R [cm]
R_i
R_a
z = 12 cm
z = 6 "
z = 12 cm
z = 6 cm
z = 0
B_z
B_r
gerechnet analog Brown u. Flax (NASA)
gerechnet mittels K, E, π (analog M.W. Garrett, OAK RIDGE)
z = 0 : Symmetrie-Ebene
z = 6 cm : Spulen-Stirnfläche

3.41

STARTING POINTS OF FIELD LINES

XPB-WERTE	YPB-WERTE	ZPB-WERTE
0.3000E 01	-0.	-0.
0.1200E 02	-0.	-0.

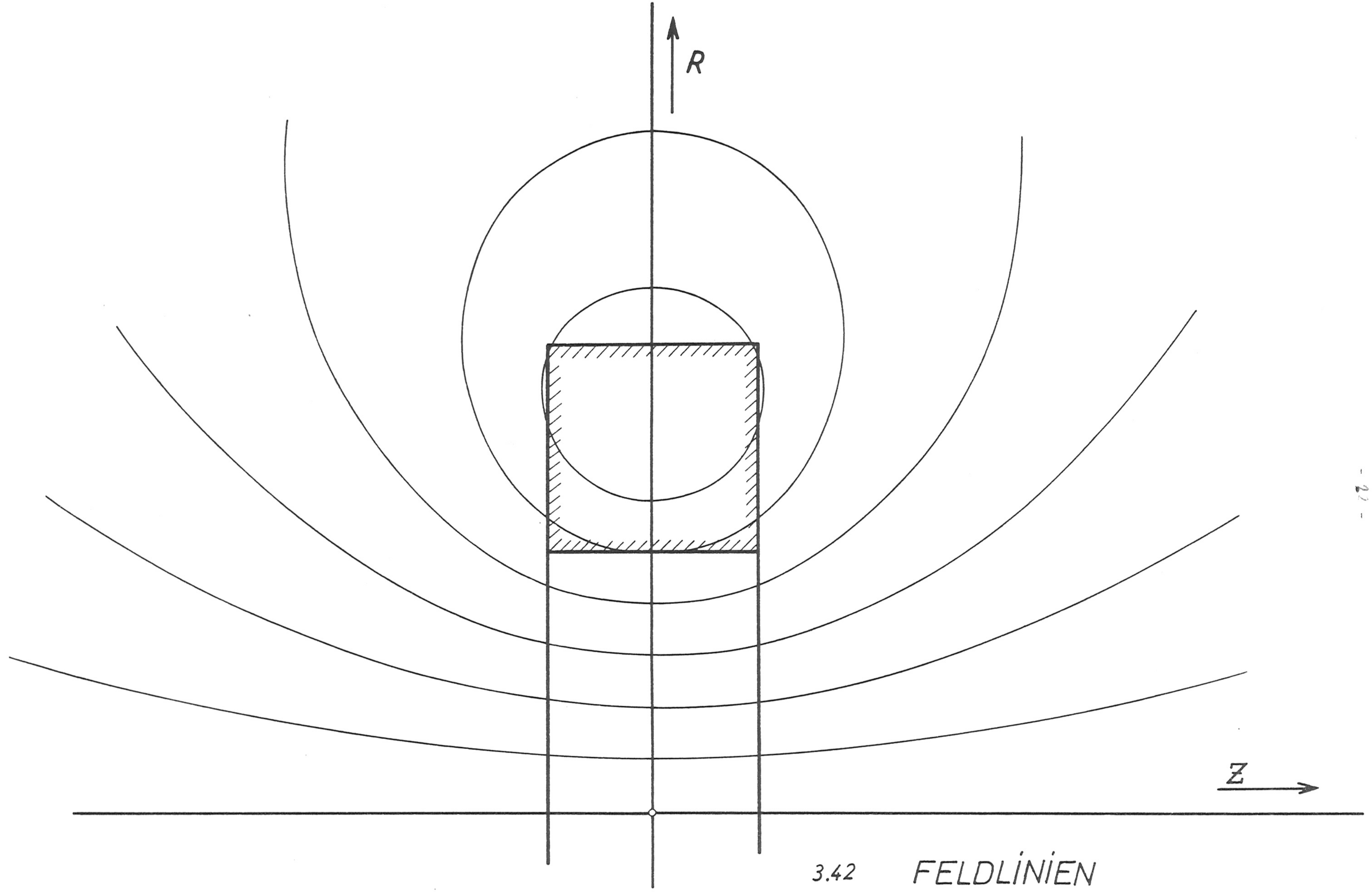
CO-ORDINATES OF POINTS ALONG FIELD LINE

X	Y	Z	R LINE NUMBER	THETA 1	DS =	MOD(B) 4.0000000
3.0000000	-0.	-0.	3.0000000	360.0000000		
3.0784011	0.	3.9989755	3.0784011	-0.		12454.7667236
3.3123038	0.	7.9918839	3.3123038	-0.		10748.3507080
3.6946832	0.	11.9733499	3.6946832	-0.		8624.7784424
4.2114111	0.	15.9396621	4.2114111	-0.		6624.8419800
4.8462148	0.	19.8888354	4.8462148	-0.		4992.5299683
5.5848742	0.	23.8199358	5.5848741	-0.		3751.5621643
6.4160528	0.	27.7325392	6.4160528	-0.		2836.8846130
7.3307703	0.	31.6264739	7.3307703	-0.		2168.9027710
8.3217919	0.	35.5017023	8.3217919	-0.		1679.9180450

CO-ORDINATES OF POINTS ALONG FIELD LINE

X	Y	Z	R LINE NUMBER	THETA 2	DS =	MOD(B) 4.0000000
12.0000000	-0.	-0.	12.0000000	360.0000000		
12.4100168	0.	3.9713904	12.4100168	-0.		15898.4020996
13.7347668	0.	7.7340052	13.7347668	-0.		12670.1394043
15.8954115	0.	11.0921646	15.8954115	-0.		8903.3977051
18.6183479	0.	14.0160060	18.6183479	-0.		6183.3209229
21.7635902	0.	16.4744799	21.7685900	-0.		4318.7065430
25.2505200	0.	18.4359064	25.2505198	-0.		3058.8362427
28.9773738	0.	19.8794029	28.9773738	-0.		2209.2652893
32.8687248	0.	20.7913530	32.8687243	-0.		1631.5116119
36.8484545	0.	21.1603277	36.8484545	-0.		1232.6585999

END OF FILE TAPE B 2



3.42 FELDLINIEN

einer kreiszylindrischen Spule mit rechteckigem Wicklungsquerschnitt und gleichmäßiger Stromdichte.

4.

```
      BERECHNUNG DES STATIONAEREN MAGNETFELDES N KOAXIALER ZYLINDRISCHER      13/05/04      PAGE 1
C SPULEN MIT RECHTECKIGEM QUERSCHNITT UND HOMOGENER STROMDICHTE
C      PROGRAMMIERT VON HANNELORE MUELLER
C      GARCHING, DEN 2. FEBRUAR 1966

      DIMENSION HR(11,91),HZ(11,91)      ,H(11,91)
      DIMENSION RD(10),ZD(91    )
      DIMENSION RA(20),RI(20) ,FL(20),A(20),G(20)
      COMMON R,Z
      COMMON RA,RI,FL,A,G

      REWIND 13
      READ INPUT TAPE 12,102,NUMBER ,N
      IF(NUMBER)10,20,10
   10 DO 11 I = 1,NUMBER
      CALL SKPFIL(13)
   11 CONTINUE
   20 READ INPUT TAPE 12,101,RMIN,RMAX,ZMIN,ZMAX
      READ INPUT TAPE 12,102,NPR,NPZ
         NUM = NUMBER+1
      WRITE OUTPUT TAPE 3,103,NUM
      READ INPUT TAPE 12,150,(RA(K),K=1,N)
      READ INPUT TAPE 12,150,(RI(K),K=1,N)
      READ INPUT TAPE 12,150,(FL(K),K=1,N)
      READ INPUT TAPE 12,150,(A (K),K=1,N)
      READ INPUT TAPE 12,150,(G(K),K=1,N)
      WRITE OUTPUT TAPE 3,104,RMIN,RMAX,ZMIN,ZMAX
      WRITE OUTPUT TAPE 3,151,(RA(K),K=1,N)
      WRITE OUTPUT TAPE 3,152,(RI(K),K=1,N)
      WRITE OUTPUT TAPE 3,153,(FL(K),K=1,N)
      WRITE OUTPUT TAPE 3,154,( A(K),K=1,N)
      WRITE OUTPUT TAPE 3,155,( G(K),K=1,N)
         PI=3.1415927
         ANPZ=NPZ
         ANPR=NPR
         DZ=(ZMAX-ZMIN)/(ANPZ-1.)
         DR=(RMAX-RMIN)/(ANPR-1.)
         NPZ=ANPZ
         NPR=ANPR
      DO 1 KZ=1,NPZ
         KZ=KZ
         ZD(KZ)=DZ*(FLOATF(KZ-1))+ZMIN
      DO 2 KR=1,NPR
         KR=KR
         RD(KR)=DR*(FLOATF(KR-1))+RMIN
         HRT=0.
         HZT=0.
      DO 19 K=1,N
         K=K
      CALL FIELD(RD(KR),ZD(KZ),HRT,HZT,K)
   19 CONTINUE
         H(KR,KZ)=SQRTF(HZT**2+HRT**2)
         HR(KR,KZ)=HRT
         HZ(KR,KZ)=HZT
    2 CONTINUE
```

```
    1 CONTINUE
      WRITE TAPE 13,((HR(KR,KZ),KR=1,NPR),KZ=1,NPZ),((HZ(KR,KZ),KR=1,NPR
     1),KZ=1,NPZ)
      END FILE 13
         NUMBER = NUMBER+1


      WRITE CUTPUT TAPE 3,170
      WRITE OUTPUT TAPE 3,173,(RD(KR),KR=1,NPR)
      WRITE CUTPUT TAPE 3,174,(ZD(KZ),(HZ(KR,KZ),KR=1,NPR),KZ=1,NPZ)
      WRITE CUTPUT TAPE 3,171
      WRITE OUTPUT TAPE 3,173,(RD(KR),KR=1,NPR)
      WRITE CUTPUT TAPE 3,174,(ZD(KZ),(HR(KR,KZ),KR=1,NPR),KZ=1,NPZ)
      WRITE CUTPUT TAPE 3,172
      WRITE CUTPUT TAPE 3,173,(RD(KR),KR=1,NPR)
      WRITE OUTPUT TAPE 3,174,(ZD(KZ),(H (KR,KZ),KR=1,NPR),KZ=1,NPZ)


      GO TO 20

C        FORMATE

  101 FORMAT(6E12.4)
  103 FORMAT(1H1,50X,12HCASE NUMBER I5///)
  102 FORMAT (4I12)
  151 FORMAT(1H ,12HAUSSENRADIEN/,
     1    1H ,10E12.4/)
  152 FORMAT(1H ,11HINNENRADIEN/,
     1    1H ,10E12.4/)
  153 FORMAT(1H ,16HLAENGEN DER SPULEN/,
     1    1H ,10E12.4/)
  154 FORMAT(1H , 9HABSTAENDE/,
     1    1H ,10E12.4/)
  155 FORMAT(1H ,12HSTROMDICHTEN/,
     1    1H ,10E12.4/)
  104 FORMAT(10X,6HRMIN =E12.4,5X,6HRMAX =E12.4,5X,6HZMIN =E12.4,5X,6HZM
     1AX =E12.4//)
  150 FORMAT(6E12.4)
  170 FORMAT(1H1,40X,14HHZ IN A PRO CM////,
     1    5X,7HR IN CM/,
     2    1X,7HZ IN CM)
  171 FORMAT(1H1,40X,14HHR IN A PRO CM////,
     1    5X,7HR IN CM/,
     2    1X,7HZ IN CM)
  172 FORMAT(1H1,40X,14H H IN A PRO CM////,
     1    5X,7HR IN CM/,
     2    1X,7HZ IN CM)
  173 FORMAT(10X,   (F8.2,4X)//)
  174 FORMAT(F7.2,3X,   E12.4)

      END(1,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0)
```

- 24 -

```
      SUBROUTINE FIELD(RAT,Y,ZED,HR,HY,HZ,H)


      DIMENSION RA(20),RIE(20) ,FL(20),A(20),G(20)

      COMMON R,Z
      COMMON RA,RIE,FL,A,G


         HR=0.
         HZ=0.
         Y=0.
      DO 10 K=1,N
         K=K
         FAK1=1./RA(K)
         FAK2=1./RIE(K)

         Z1    =FAK1*(ZED-FL(K)/2.-A(K))
         Z2    =FAK1*(ZED+FL(K)/2.-A(K))
         Z3    =FAK2*(ZED+FL(K)/2.-A(K))
         Z4    =FAK2*(ZED-FL(K)/2.-A(K))

         R1    =RAT/RA(K)
         R2=R1
         R3    =RAT/RIE(K)
         R4=R3

         HR1=HRIN(R1,Z1)
         HR2=HRIN(R2,Z2)
         HR3=HRIN(R3,Z3)
         HR4=HRIN(R4,Z4)
         HR11    =SUM(HR1,HR2,HR3,HR4,K)
         HR=HR+HR11    *RIE(K)*G(K)

         HZ1=HZIN(R1,Z1)
         HZ2=HZIN(R2,Z2)
         HZ3=HZIN(R3,Z3)
         HZ4=HZIN(R4,Z4)
         HZ11    =SUM(HZ1,HZ2,HZ3,HZ4,K)
         HZ=HZ+RIE(K)*G(K)*HZ11
   10 CONTINUE
         H=SQRTF(HR**2+HZ**2)
      RETURN
      END



      FUNCTION SUM(AB,B,C,DE ,K)
      DIMENSION RA(20),RIE(20) ,FL(20),A(20),G(20)
      COMMON R,Z
      COMMON RA,RIE,FL,A,G
         K=K
         ALFA=RA(K)/RIE(K)
         SUM=ALFA*(AB-B)+C-DE
      RETURN
      END


      FUNCTION HRIN(RAD,ZET)

      COMMON R,Z

         PI =3.1415927
         R=RAD
         Z=ZET
```

```
      WINTGR=GAUSS(0.,PI,4,X)
      WINTGR=TYPE4(X)
      HRIN =1./(2.*PI)*WINTGR

      RETURN
      END


      FUNCTION HZIN(RAD,ZET)


      COMMON R,Z
         PI = 3.1415927
         R=RAD
         Z=ZET
         WINT=GAUSS(0.,PI,4,X)
         WINT=TYPE1(X)
         A =-ZET*WINT

         WINT=GAUSS(0.,PI,4,X)
         WINT=TYPE2(X)
         B =RAD*RAD*ZET*WINT

      IF DIVIDE CHECK 20,20
   20 IF QUOTIENT OVERFLOW 30,30
   30    WINT=GAUSS(0.,PI,4,X)
         WINT=TYPE3(X)
         C =RAD*ZET/ABSF(ZET)*WINT

         HZIN =(1./(2.*PI))*(A+B+C+(PI/2.)*(1.-RAD+ABSF(1.-RAD)))

      RETURN
      END


      FUNCTION TYPE1(THETA)
      COMMON R,Z
         QUADS=Z*Z+R*R
         PROD=R*COSF(THETA)
         ZAEHL=2.*(1.-PROD+SQRTF(QUADS+1.-2.*PROD))
         ANEN=ABSF(Z)+SQRTF(QUADS)
         B=ZAEHL/ANEN
      IF(B-1.E-10)2,2,3
    2    TYPE1=-1.E36
      RETURN
    3    TYPE1=LOGF(B)
    4 RETURN
      END


      FUNCTION TYPE2(THETA)
      COMMON R,Z
         PROD=2.*R*COSF(THETA)
         ZAEHL=SINF(THETA)*SINF(THETA)
         ANEN=(1.+R*R-PROD)*(SQRTF(Z*Z+R*R+1.-PROD))
         TYPE2=ZAEHL/ANEN
      RETURN
      END


      FUNCTION TYPE3(THETA)
      COMMON R,Z
         PI=3.1415927
```

```
      ARGUM=((1.-R*COSF(THETA))*ABSF(Z))/(R*(Z*Z+R*R+1.-2.*R*COSF(THE
     1TA))**0.5*SINF(THETA))
      IF DIVIDE CHECK 1,2
    2 IF QUOTIENT OVERFLOW 1,3
    1    Y=PI/2.
      GO TO 53
    3    Y=ATANF(ARGUM)
   53    TYPE3=SINF(THETA)*Y
      RETURN
      END


      FUNCTION TYPE4(X)

         PI=3.1415927
      IF(Z) 1,2,1
    1    X=(1.-R*COSF(THETA))/(Z**2+(R*SINF(THETA))**2)**0.5
      ARSH=LOGF(X+SQRTF(X**2+1.))
         TYPE4=(Z**2+R**2+1.-2.*P*COSF(THETA))**0.5*COSF(THETA)+R*(COSF(
     1THETA))**2*ARSH
      GO TO 3
    2    Y=SINF(THETA)
      IF(ABSF(Y)-0.001) 4,4,9
    9    X=(1.-R*COSF(THETA))/(R*SINF(THETA))
      GO TO 6
    4    ARSH=0.
      GO TO 7
    6    PUKI=X+SQRTF(X*X+1.)
         ARSH=LOGF(PUKI)
    7    TEIL=R*COSF(THETA)
         TYPE4=(1.+R*R-2.*TEIL)**0.5*COSF(THETA)+R*SINF(THETA)**2*ARSH-R
     1*(TEIL-COSF(THETA)**2)/(1.+R*R-2.*TEIL)**0.5
    3 RETURN
      END(1,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,)
```

Es folgt: „Gauss Quadrature Method" Progr. 539/D1/GLF/GAU 2

Literaturverzeichnis

1. M.W. Garrett: "Axially symmetric systems for generating and measuring magnetic fields".
J. of Applied Physics /Vol. 22/9/1951

2. M.W. Garrett: "Computer programs using zonal harmonics for magnetic properties of current-systems with special reference to the IBM 7o9o"
OAK RIDGE NAT.LAB. - 3318/Nov. 1962

3. W. Bundke: "Ein Beitrag zur Berechnung von Potential, Feldstärke und Feldindex von Luftspulen"
Zeitschrift für angewandte Physik/XVIII/3/1964

4. G.W. Carter, S.C. Lab. C.Y.K.Po:
"The field of current in a thin wire ring"
Proc. Camb. Phil. Soc./6o/1964/613

5. Handbuch der Physik, Band 16/ Springer-Verlag 1958

6. M.W. Garrett: "Tables for the internal magnetic source functions U_n for thick solenoids and disk coils"
Dep. of Phys./ Swarthmore College/Oct. 1953

7. N.B. Alexander, A.C. Downing:
"Tables for a semi infinite current sheet"
OAK RIDGE NAT. LAB. - 2828

8. G.V. Brown, L. Flax: "Superposition of semi-infinite solenoids for calculating magnetic fields of thick solenoids"
J. of Applied Physics/Vol. 35/6/June 1964

9. G.V. Brown, L. Flax: "Superposition calculation of thick solenoid fields from semi-infinite solenoid tables"
NASA T.N. D - 2494

10. J. Hak: "Eisenlose Drosselspulen"
K.F. Kohler Verlag/Leipzig 1939

11. J.V. Jones: "Calculation of the coefficient of mutual induction of a circle"
Proc. of the Roy. Soc./Vol. LXIII/1898

12. Chr. Snow: "Mutual inductance and force between two coaxial helical wires"
J. of Res. of the Nat. Bur. of Stand. Vol. 22/ Febr. 1939

13. M.W. Garrett: "An elliptic integral computer package for magnetic fields, forces and mutual inductances of axisymmetric systems, and a versatile line-tracing routine"
OAK RIDGE NAT. LAB.- 3575 April 1965

14. M.W. Garrett: "Calculation of fields, forces and mutual inductances of current systems by elliptic integrals"
J. of Appl. Physics/Vol. 34/9/1963

15. C. Hastings: "Approx. for Digital Computer"
Princeton/New Yersey 1955

16. R. Bulirsch: "Numeriaal calculation of elliptic integrals and elliptic functions"
Numerische Mathematik 7/78-9o/ (1965) und Bericht des Math. Institutes der TH München/Nr. 66o4.