

Untersuchung des dynamischen Verhal-
tens eines stossfreien Plasmas im Ver-
lauf einer Theta-Pinch Entladung mit
Berücksichtigung stossfreier Energie-
dissipation

P. Igenbergs

IPP 1/61

April 1967

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Untersuchung des dynamischen Verhaltens eines stossfreien Plasmas im Verlauf einer Theta-Pinch Entladung mit Berücksichtigung stossfreier Energie-dissipation

P. Igenbergs

IPP 1/61

April 1967

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Investigation of the
dynamics of a collisionless
theta-pinch plasma with re-
spect to anomalous energy
dissipation

(in German)

Abstract

The dynamic behaviour of a collisionless, weakly diamagnetic plasma with electron densities between 10^{11} cm^{-3} and 10^{13} cm^{-3} is studied during a theta pinch discharge in order to investigate possible collisionless dissipation mechanisms. This is done by treating a special model numerically and comparing it with experimental results [16]. The measurements were made with a 4 mm microwave interferometer end-on and side-on and with magnetic field probes. Besides giving the electron density at the beginning of the discharge, the microwave measurements give the possibility to obtain an estimate of their time variation in the region near the axis. Eight magnetic field probes were applied at various radial points. From measurements made by a difference method it is possible to find the radial distribution of the current density during the theta pinch discharge. The initial electron distribution can be determined from the rise with time of the current density at various points. The time variation of the azimuthal electron velocity can be determined from the spatial distribution of the electron density and the probe measurements. With these measurements limits can be given for the ratio $v_{e\varphi}/v_{th}$ in the time interval up to the first compression, $v_{e\varphi}$ being the directed azimuthal electron velocity and v_{th} the thermal electron velocity. These limits result if two extreme conditions are imposed when evaluating the measuring results: assuming that $v_{e\varphi}/v_{th}$ is spatially constant one obtains for $v_{e\varphi}/v_{th}$ values of about 1, and assuming that the initial density is spatially constant one can determine a lower limit for $v_{e\varphi}/v_{th}$ of about 0.3.

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird das dynamische Verhalten eines stossfreien, schwach diamagnetischen Plasmas mit Elektronendichten zwischen 10^{11} cm^{-3} und 10^{13} cm^{-3} im Verlauf einer Theta-Pinch Entladung untersucht und versucht, daraus Aufschluss über mögliche Dissipationsmechanismen zu gewinnen. Zu diesem Zweck wird ein spezielles Modell numerisch behandelt und mit experimentellen Ergebnissen verglichen [16]. Durch die Messungen können Schranken für das Verhältnis $v_{e\varphi}/v_{th}$ in dem Zeitintervall bis zur ersten Kompression angegeben werden - $v_{e\varphi}$ ist die gerichtete azimuthale und v_{th} die thermische Geschwindigkeit der Elektronen. Mit der Annahme, dass $v_{e\varphi}/v_{th}$ örtlich konstant ist, ergeben sich für $v_{e\varphi}/v_{th}$ Werte der Grössenordnung 1. Aus der Annahme, dass die Anfangsdichte örtlich konstant ist, kann eine untere Schranke für $v_{e\varphi}/v_{th}$ von ungefähr 0,3 bestimmt werden.

Im weiteren Verlauf der Entladung können in der Nähe der Achse des Entladungsgefässes ($R \leq 0,5 \text{ cm}$) stark ausgeprägte Schwingungen der Stromdichte mit einer Frequenz von 9 MHz beobachtet werden. Diese Schwingungen können mit Hilfe der in [16] und [1] angegebenen Modelle und durch die Annahme gedeutet werden, dass auch Verunreinigungen an der Kompression des Plasmas teilnehmen.

Nach etwa 200 nsec bis 300 nsec ergeben die Experimente ein starkes Absinken des Plasmastroms. Dies kann so gedeutet werden, dass das Plasma mit einer Gleichgewichtsgeschwindigkeit komprimiert, bei welcher die Kraftwirkung des von aussen angelegten Feldes E_{φ} im Plasma im Gleichgewicht ist mit der $e(\vec{v} \times \vec{B})_{\varphi}$ Kraft. Da der Plasmastrom dem Druck im Plasma das Gleichgewicht halten muss, muss auch in diesem Fall ein Reststrom fliessen. Dieser Reststrom kann den Messergebnissen entnommen werden.

1. Beschreibung der atomaren Struktur der Plasmen aus der Theorie der Turbulenz 28
2. Gleichungssysteme zur numerischen Behandlung für ein diamagnetisches, stromführendes Plasma in zeitlich veränderlichem Magnetfeld mit Elektronenreibung und isotropem Druck 30
3. Ermittlung der Anfangsdichteverteilung und der Schranken für $v_{e\varphi}/v_{th}$ in der Anfangsphase der Kompression 33
4. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Ergebnissen der numerischen Rechnungen für den Verlauf der Kompression 36

Zusammenfassung

I. Einleitung	1
a) Ziel der Arbeit	1
b) Modell der Teilchenbewegung ohne Energiedissipation	1
c) Einführung der stossfreien Energiedissipation	3
d) Bewegungsablauf mit stossfreier Energiedissipation	4
e) Messmethoden und Messgrößen	4
II. Experimenteller Aufbau	6
1. Dimensionierung des Experiments	6
a) Stossfreiheit	6
b) Anfangsdichte der Elektronen	7
c) Vorionisierung	8
d) Zeitauflösung	9
e) Batteriedaten	11
2. Messmethoden und Messgrößen	13
a) Neutralgas und Elektronendichtemessungen	13
b) Stromdichtemessungen mit Hilfe von Magnetfeldsonden	14
III. Messergebnisse	15
Überblick über die Messergebnisse	15
1. Dichtemessungen	15
a) End-on Messungen	16
b) Side-on Messungen	17
2. Sondenmessungen	19
a) Stromdichteprofil	20
b) Schwingungen der Stromdichte	25
IV. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit numerischen	28
Rechnungen und quantitative Angaben zur stossfreien	
Energiedissipation	
1. Begründung der stossfreien Energiedissipation aus der	28
Theorie der Turbulenzheizung	
2. Gleichungssystem zu numerischen Rechnungen für ein dia-	30
magnetisches, stossfreies Plasma im zeitlich veränderli-	
chen Magnetfeld mit Elektronenreibung und isotropem Druck	30
3. Ermittlung der Anfangsdichteverteilung und der Schranken	33
für in der Anfangsphase der Kompression	
4. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Ergebnissen	36
der numerischen Rechnungen für den Verlauf der Kompression	

Anhang I
Berechnung der Reibungskraft

41

Anhang II
Fehlerabschätzung

44

Anhang III
Abschätzung der kritischen Feldstärke
für run-away Elektronen im Neutralgas

46

Literaturverzeichnis

I. Einleitung

a) Ziel der Arbeit

Es ist das Ziel dieser Arbeit, durch die experimentelle Untersuchung des dynamischen Verhaltens eines stossfreien, schwach diamagnetischen Plasmas im Verlauf einer Theta-Pinch Entladung Aufschluss über die Dissipationsmechanismen während der Kompression zu gewinnen.

Das dynamische Verhalten eines kalten, stossfreien Plasmas im Verlauf einer Theta-Pinch Entladung ohne Dissipation wurde für den Fall eines nicht diamagnetischen Plasmas in analytischer Form von R.Chodura [1] und für diamagnetisches Plasmas für die Anfangsphase der Kompression von H.Keuer [2] in theoretischen Arbeiten behandelt. Der Fall eines diamagnetischen Plasmas mit Elektronenreibung in der azimuthalen Bewegung und Druck in der radialen Bewegung wurde von R.Chodura [16] numerische beschrieben. Durch Vergleich der Ergebnisse aus [16] mit experimentellen Ergebnissen kann Aufschluss über Dissipationsmechanismen während der Kompression gewonnen werden.

b) Modell der Teilchenbewegung ohne Energiedissipation [1]

Die Lösung der Bewegungsgleichungen ergibt, dass sowohl bei der radialen als auch bei der azimuthalen Bewegung der Teilchen im zeitlichen Verlauf der Geschwindigkeitsamplitude Schwingungen auftreten.

Im folgenden wird der Verlauf der ersten Schwingungsperiode für den Fall eines nahezu konstanten zeitlichen Magnetfeldanstiegs beschrieben. Zunächst wird der nicht diamagnetische Fall behandelt. Die Geometrie der Anordnung ist aus Abbildung 1 ersichtlich.

Nach dem Zünden der Kompressionsbatterie werden die Elektronen und Ionen des Plasmas in der Theta-Pinch Spule in Richtung der auf sie wirkenden Kraft $e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ beschleunigt, wobei \vec{E} und \vec{B} die elektrischen bzw. magnetischen Felder in der Theta-Pinch Spule sind. \vec{v} ist die gerichtete Geschwindigkeit der Elektronen. Die Elektronen erhalten aufgrund ihrer geringeren Masse eine grosse azimuthale Geschwindigkeit $v_{e\varphi}$. Die Geschwindigkeit der Ionen in azimuthaler Richtung kann im Vergleich zu $v_{e\varphi}$ vernachlässigt werden. Durch die Lorentzkraft $e(\vec{v} \times \vec{B})$ werden die Elektronen in radialer Richtung beschleunigt. Infolge von Raumladungskräften zwischen den Elektronen
und

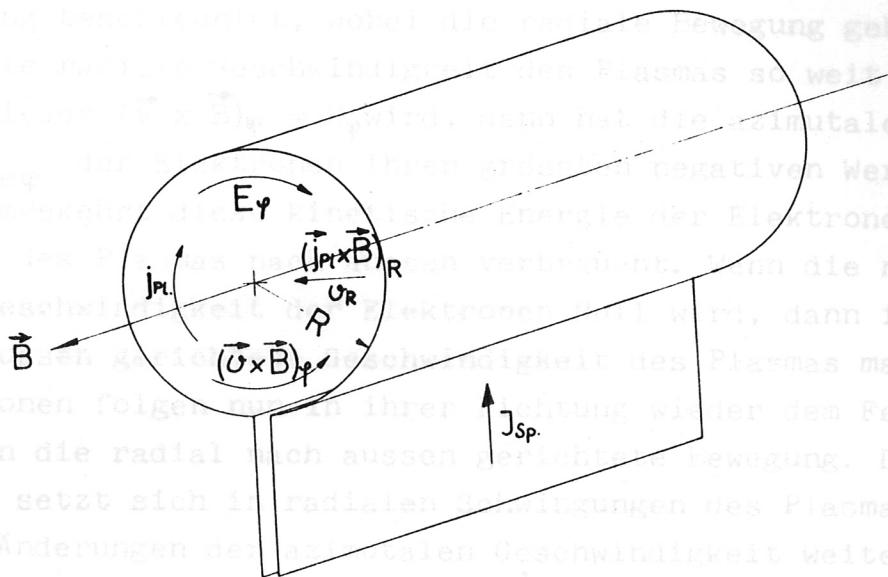


Abb. 1 Richtung der Kräfte und Felder bei Bewegungsbeginn. B ist das durch den Spulenstrom I_{sp} hervorgerufene Magnetfeld. E_φ ist das durch den Feldanstieg \dot{B} induzierte Feld und \vec{j}_{pl} ist die Plasmastromdichte. \vec{v} ist die Geschwindigkeit der Elektronen, v_R ist die gemeinsame radiale Geschwindigkeit der Elektronen und Ionen.

Ionen bewegen sich die Elektronen und Ionen in radialer Richtung gemeinsam mit der Geschwindigkeit v_R .

Man kann nun die Fälle $(\vec{v} \times \vec{B})_\varphi < E_\varphi$ und $(\vec{v} \times \vec{B})_\varphi > E_\varphi$ unterscheiden. So lange $(\vec{v} \times \vec{B})_\varphi < E_\varphi$ ist, werden die Elektronen in Richtung des von aussen angelegten Feldes E_φ beschleunigt. Wenn $(\vec{v} \times \vec{B})_\varphi = E_\varphi$ ist, dann ist $v_{e\varphi}$ maximal. Sobald $(\vec{v} \times \vec{B})_\varphi > E_\varphi$ wird, verbrauchen die Elektronen ihre azimuthale kinetische Energie zur weiteren Beschleunigung der Ionen in radialer Richtung. Wenn $v_{e\varphi}$ Null wird, dann ist v_R maximal. Da zu diesem Zeitpunkt $(\vec{v} \times \vec{B})_\varphi > E_\varphi$ ist, werden die Elektronen weiter in der E_φ entgegengesetzten

der theoretischen Behandlung dieser Instabilität kann man schliessen, Richtung beschleunigt, wobei die radiale Bewegung gebremst wird. Wenn die radiale Geschwindigkeit des Plasmas so weit gesunken ist, dass wieder $(\vec{v} \times \vec{B})_{\varphi} = E_{\varphi}$ wird, dann hat die azimutale Geschwindigkeit $v_{e\varphi}$ der Elektronen ihren grössten negativen Wert erreicht. Nun wird umgekehrt diese kinetische Energie der Elektronen zur Beschleunigung des Plasmas nach aussen verbraucht. Wenn die negative azimutale Geschwindigkeit der Elektronen Null wird, dann ist die radial nach aussen gerichtete Geschwindigkeit des Plasmas maximal. Die Elektronen folgen nun in ihrer Richtung wieder dem Feld E_{φ} und bremsen die radial nach aussen gerichtete Bewegung. Dieser Bewegungsablauf setzt sich in radialen Schwingungen des Plasmas sowie periodischen Änderungen der azimutalen Geschwindigkeit weiter in der beschriebenen Art fort.

Bei dieser qualitativen Beschreibung kann man auch einen diamagnetischen Strom im Plasma berücksichtigen. Dieser Strom bewirkt eine Abschirmung des äusseren Magnetfelds. Da die von der Theorie vorausgesagte Frequenz vom zeitlichen Magnetfeldanstieg abhängt, führt dies zu einer Abnahme dieser Frequenz mit abnehmendem Radius. Im Experiment wird darauf geachtet, dass im diamagnetischen Fall nur ein Bruchteil des Gesamtfeldes abgeschirmt wird. Der Strom fliesst stets im gesamten Plasma.

c) Einführung der stossfreien Energiedissipation [16]

Wie aus dem dargestellten Bewegungsablauf ersichtlich ist, treten bereits bei Bewegungsbeginn zwischen den Ionen und Elektronen in azimutaler Richtung Relativgeschwindigkeiten auf. Wenn die Relativgeschwindigkeit grösser wird als eine kritische Driftgeschwindigkeit der Elektronen gegenüber den Ionen v_D , dann ist die Voraussetzung für das Auftreten einer Zweistrominstabilität gegeben, durch welche elektrostatische Schwingungen angeregt und verstärkt werden können [22]. Die Energie der Schwingungen wird der gerichteten Bewegungsenergie der Elektronen entzogen. Eine Thermalisierung der Oszillationsenergie erfolgt über Wechselwirkungen zwischen den Wellen und dem Plasma. Aus

Wellen [8] und mit Magnetfeldsonden durchgeführt. Mit dem Mikrowellen-

der theoretischen Behandlung dieser Instabilität kann man schliessen, dass sich die Geschwindigkeiten der Elektronen so einstellen, dass die gerichtete Geschwindigkeit kleiner ist als die thermische Geschwindigkeit [21] .

d) Bewegungsablauf mit stossfreier Energiedissipation

Im allgemeinen entspricht der Bewegungsablauf mit Dissipation dem in I b geschilderten Verlauf.

Nach dem Zünden der Kompressionsbatterie bewegen sich die Elektronen beschleunigt entlang des elektrischen Wirbelfeldes E_{φ} . Von Anfang an wird jedoch von der Energie, welche die Elektronen in azimuthaler Richtung aufnehmen, so viel in die thermische Energie der Elektronen dissipiert, dass die gerichtete Geschwindigkeit $v_{e\varphi}$ die kritische Geschwindigkeit v_D nicht übersteigt. Daraus folgt, dass an einem festen Ort zu gleichen Zeiten in den Fällen mit Dissipation $\frac{dv_{e\varphi}}{dt}$ und $\frac{dv_{e\varphi}}{dt}$ kleiner sind als ohne Dissipation. Aus dieser Abweichung vom dissipationsfreien Fall kann auf die Stärke der Energiedissipation geschlossen werden.

Im Fall mit Dissipation ist es möglich, dass das Gleichgewicht zwischen den azimuthalen Kräften so langsam erreicht wird, dass kein Durchschwingen über die Gleichgewichtslage stattfindet. Der Strom nimmt nach einem Maximum wieder ab und geht gegen einen Gleichgewichtswert, bei dem der Plasmastrom gerade dem Druck im Plasma das Gleichgewicht hält.

Eine Energiedissipation, welche bewirkt, dass die gerichtete Geschwindigkeit $v_{e\varphi}$ die kritische Geschwindigkeit v_D der Elektronen nicht übersteigt, wurde von R. Chodura in die Bewegungsgleichungen eingeführt [16] . Die Ergebnisse aus den numerischen Lösungen dieses Gleichungssystems werden mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Aus diesem Vergleich kann man auf die Stärke der Energiedissipation schliessen.

e) Messmethoden und Messgrössen

Die Messungen werden mit einem Mikrowelleninterferometer mit 4 mm Wellen [8] und mit Magnetfeldsonden durchgeführt. Mit dem Mikrowellen-

Interferometer werden end-on und side-on Messungen durchgeführt (Abb. 2). Aus den Mikrowellenmessungen kann man ausser der Elektronendichte am Anfang auch deren zeitlichen Verlauf in einem achsennahen Bereich erhalten. Daraus kann die Zeit bis zum Beginn der radialen Bewegung angegeben werden.

Bei den Magnetfeldsondenmessungen sind insgesamt 8 Sonden an verschiedenen, radial gelegenen Orten angebracht (Abb.2). Aus Messungen nach einem Differenzverfahren kann man die radiale Verteilung der Stromdichte während der Theta-Pinch Entladung erhalten, wie im Abschnitt 2 b gezeigt wird. Mit Hilfe des gemessenen zeitlichen Anstiegs der Stromdichte an verschiedenen Orten wird die Anfangsverteilung der Elektronendichte bestimmt.

Aus der räumlichen Verteilung der Elektronendichte kann gemeinsam mit den Sondenmessungen auf den zeitlichen Verlauf der azimuthalen Geschwindigkeit der Elektronen geschlossen werden.

Im folgenden Abschnitt wird der experimentelle Aufbau beschrieben.

II. Experimenteller Aufbau

1. Dimensionierung des Experiments

a) Stossfreiheit

Um die stossfreie Energiedissipation untersuchen zu können, ist es wesentlich, dass die Elektronen innerhalb der Messzeit keine Stösse mit den Ionen und dem Neutralgas ausführen. Die Messzeit ist dabei definiert als die halbe Periodendauer der radialen Schwingungen und beträgt für unsere Batteriedaten ungefähr 10^{-7} sec.

Stösse zwischen Elektronen und Ionen kann man vernachlässigen, wenn im Plasma eine elektrische Ringfeldstärke induziert wird, welche grösser ist als die sogenannte kritische Feldstärke E_c für run-away Elektronen. In diesem Fall kann die Energie, welche Elektronen bei Stössen verlieren, vernachlässigt werden gegenüber der Energie, welche sie zwischen zwei Stössen aus dem elektrischen Feld aufnehmen. Die kritische Feldstärke ist nach L. Spitzer [15] für $n_e = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ und $T_e = 1 \text{ eV}$

$$(1) \quad E_c \geq 1 \text{ V/cm}$$

Für höhere Elektronentemperaturen oder geringere Dichten ergeben sich für E_c niedrigere Werte. Da bei dem verwendeten Theta-Pinch die Ringfeldstärke $36 R/R_{Sp} \text{ V/cm}$ beträgt, wobei R_{Sp} der Spulenradius und R der betrachtete radiale Ort ist, können bis auf einen kleinen Bereich um die Spulenachse Stösse zwischen den Elektronen und Ionen vernachlässigt werden.

Die kritischen Feldstärken für run-away Elektronen im Neutralgas in Abhängigkeit von der Elektronendichte und Geschwindigkeit können abgeschätzt werden, indem die Energie, welche die im elektrischen Rotationsfeld des Theta-Pinches beschleunigten

Elektronen zwischen zwei Stößen mit den Wasserstoffatomen aufnehmen, gleich ihrer thermischen Energie gesetzt wird [23].

Die Ergebnisse sind im Anhang III zusammengefasst.

Aus der Tabelle im Anhang III ist ersichtlich, dass bei einer Neutralgasdichte von $3 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ die Elektron Neutralgas Stöße vernachlässigt werden können, da für die zu erwartenden Elektronenenergien von maximal 1000 eV die kritische Feldstärke nur in achsennahen Bereichen mit Radien kleiner als 0,2 cm unterschritten wird.

b) Anfangsdichte der Elektronen

Die höchstzulässige Anfangselektronendichte folgt aus der Forderung, dass sich das Plasma nur schwach diamagnetisch verhalten soll. Dies wird durch die Ungleichung 2 ausgedrückt

$$(2) \quad \frac{\Delta B}{B} \ll 1$$

Für die linke Seite von Gl. 2 ergibt sich

$$(3) \quad \frac{\Delta B}{B} = 4\pi \frac{J_{pl}}{l_{pl} B} = 2\pi \frac{n_{e0} e R_g^2}{B} \dot{\varphi}$$

- B Magnetfeld in dem Entladungsgefäß (Gauss)
- ΔB Abweichung des in der Spulenachse gemessenen Feldes vom Vakuumfeld (Gauss)
- J_{pl} Strom im Plasma (Weber)
- l_{pl} Länge des Plasmas (cm)
- n_{e0} Anfangsdichte der Elektronen im Plasma (cm^{-3})
- e Elementarentladung in elektromagnetischen Einheiten
- R_g Innenradius des Entladungsgefäßes (cm)
- $\dot{\varphi}$ Winkelgeschwindigkeit der Elektronen (sec^{-1})
- ω_{ge} Zyklotronfrequenz der Elektronen (sec^{-1})
- m_e Elektronenmasse (gr)

Zur Berechnung des Stroms wird angenommen, dass $\dot{\varphi}$ über den Radius des Entladungsgefäßes konstant ist. Für den Fall, dass der Bewegungsbeginn der Elektronen mit dem Nulldurchgang des Spulenfeldes zusammenfällt, folgt nach 1

$$(4) \quad \dot{\varphi} = \frac{1}{2} \omega_{ge}$$

Setzt man $\omega_{ge} = \frac{eB}{m_e}$ ein, so erhält man aus den Gleichungen 3 und 4

$$(5) \quad \frac{\Delta B}{B} = \frac{R_g^2 e^2 n_{e0} \pi}{m_e} = 0,9 \cdot 10^{-12} n_{e0} R_g^2$$

Aus der Gleichung 5 und der Ungleichung 2 ergibt sich für n_{e0} die Einschränkung

$$(6) \quad n_{e0} \ll \frac{1}{R_g^2} \cdot 10^{12}$$

Die Experimente zeigen, dass diese Bedingung zu streng ist, denn auch bei höheren Anfangsdichten ist die Ungleichung 2 erfüllt. Dies folgt daraus, dass durch die stossfreie Energiedissipation in der azimutalen Bewegung die Geschwindigkeit der Elektronen und damit der Plasmastrom kleiner ist als es das dissipationsfreie Modell erwarten lässt.

Es wird bei $\frac{\Delta B}{B}$ - Werten zwischen 0,1 und 0,5 gearbeitet.

c) Vorionisierung

In dem untersuchten Druckbereich bereitet die Vorionisierung erhebliche Schwierigkeiten. In den vorliegenden Experimenten wird das Plasma durch einen z-Pinch vorionisiert. Um gut reproduzierbare Entladungen zu erhalten, wird innerhalb des Entladungsvolumens als Zündhilfe für den z-Pinch eine Spitzenentladung zwischen zwei Kupferelektroden erzeugt. Der z-Pinch wird mit Hilfe eines Ohmschen Widerstandes nahezu aperiodisch gedämpft. Der Theta-Pinch wird gezündet, sobald die durch die Vorionisierung hervorgerufene Elektronendichte durch Rekombination auf den gewünschten Wert abgesunken ist (after-

glow). Der Zeitraum zwischen dem Zünden des z-Pinches und des Theta-Pinches liegt in der Grössenordnung von 60 μ sec.

Als Füllgas wird Wasserstoff verwendet. Der Gaseinlass erfolgt kontinuierlich (Durchströmverfahren).

d) Zeitauflösung

Die Zeitauflösung der Messung wird durch die Anstiegszeit der elektronischen Registrieranordnung beschränkt. Die verschiedenen Anstiegszeiten werden in der folgenden Tabelle zusammengefasst. Die kombinierten Anstiegszeiten T_A können mit der Näherungsformel 7 [14] berechnet werden, wobei T_{a_i} die Anstiegszeiten der einzelnen Bauelemente sind.

$$(7) \quad T_A = (T_{a_1}^2 + T_{a_2}^2 + \dots + T_{a_i}^2)^{1/2}$$

Bauelement	Anstiegszeit T_a	kombinierte Anstiegszeit T_A
Oszillograph Tektronix 551	12 nsec	16 nsec
L-Einschub	10 nsec	
Versorgungs- gerät 127	18 nsec	26 nsec
Ca Einschub	10 nsec	

Bei den Mikrowellenmessungen wird die Zeitauflösung durch die Anstiegszeit des verwendeten Oszillographen mit Einschub gegeben und beträgt 16 nsec. Bei den Sondenmessungen beträgt sie aufgrund der grösseren Zahl von Versorgungsgeräten und Einschüben 26 nsec.

Wenn mehrere Bauelemente mit beschränkten Anstiegszeiten hintereinander geschaltet werden, so beobachtet man nicht nur eine Zunahme der Anstiegszeit, welche in erster Näherung durch Gleichung 7 wiedergegeben wird, sondern auch eine Zunahme der Verzögerungszeit bis zum Beginn des Signalanstiegs. Die Zeit, welche das Signal benötigt, um von Null bis auf 50% der Maximalamplitude zu gelangen, T_v , kann in erster Näherung mit Hilfe der Gleichung 8 [14] berechnet werden.

$$(8) \quad T_V = (n - 0,3) T_a$$

Die Formel 8 gilt für n gleiche Bauelemente mit der Anstiegszeit T_a . Um diese Formel näherungsweise auch für Bauelemente mit ungleichen Anstiegszeiten verwenden zu können, kann man zum Beispiel für die Sondensignale zunächst mit Hilfe von Gleichung 7 eine mittlere Anstiegszeit \bar{T}_{aS} definieren

$$(9) \quad T_{A_S} = 26 \text{ nsec} \approx (4 \bar{T}_{a_S}^2)^{1/2}$$

Das ergibt

$$(10) \quad \bar{T}_{a_S} = 13 \text{ nsec}$$

und man erhält dann für die Sondenmessungen

$$(11) \quad T_{V_S} = (4 - 0,3) \cdot 13 = 48 \text{ nsec}$$

Bei den Mikrowellensignalen ergibt sich in ähnlicher Weise

$$(12) \quad T_{V_M} \approx 19 \text{ nsec}$$

Die Zeit, bis das Signal 10% seiner Amplitude erreicht hat ist etwa $T_V - 1/2 T_A$ und beträgt bei ^{den} Sondenmessungen 35 nsec, bei den Mikrowellenmessungen 11 nsec.

Die Sondensignale müssen daher gegenüber dem Mikrowellensignal um etwa 24 nsec verschoben werden, um diesen Effekt auszugleichen.

Die verwendeten Magnetfeldsonden zeigen bis 25 MHz keine Frequenzabhängigkeit ihrer Empfindlichkeit.

Die Zeitkonstante der verwendeten Integrationsglieder beträgt

$$(13) \quad \tau = R \cdot C = 1,2 \cdot 10^3 \cdot 2,2 \cdot 10^{-9} = 2,64 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

Durch den Einfluss der Zeitkonstante kann das Messergebnis in 1. Näherung um $t/2\tau \cdot 100\%$ verfälscht werden. Nach 100 nsec ergibt sich ein Fehler von 2%, nach $t = 265 \text{ nsec}$ von 5%.

Induktivität $L = 5,2 \cdot 10^3 \text{ [cm]}$

Periodendauer $T_2 = 15 \text{ [µsec]}$

Widerstand zur aperiodischen Dämpfung $R_2 = 3,5 \text{ [Ω]}$

e) Batteriedaten

Die folgende Tabelle zeigt eine Zusammenfassung der wesentlichen Daten des Experiments.

Daten der Theta-Pinch Batterie:

$$\text{Ladespannung } U_0 = 24 \text{ [kV]}$$

$$\text{Kondensatorkapazität } C_1 = 0,5 \text{ [\mu F]}$$

$$\text{Gesamtinduktivität } L_1 = 625 \text{ [cm]}$$

$$\text{Periodendauer } \tau = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ [sec]}$$

$$\text{maximaler Spulenstrom } I_{\max} = 19,9 \text{ [kA]}$$

$$\text{maximales Spulenfeld } B_{\max} = 1480 \text{ [Gauss]}$$

$$\text{maximaler Magnetfeldanstieg } \dot{B}_{\max} = 2,9 \cdot 10^9 \text{ [Gauss/sec]}$$

$$\text{Elektrisches Feld } E_{\varphi} = 36,0 \text{ R/R}_{\text{Sp}} \text{ [V/cm]}$$

$$\text{Gefäßradius innen } R_g = 2,5 \text{ [cm]}$$

$$\text{Spulenradius innen } R_{\text{Sp}} = 2,8 \text{ [cm]}$$

$$\text{Spulenlänge } l_{\text{Sp}} = 16 \text{ [cm]}$$

$$\text{Gefäßlänge } l_{\text{gef}} = 27 \text{ [cm]}$$

$$\text{Anfangselektronendichte } n_{e_0} = 10^{11} \text{ bis } 10^{13} \text{ [cm}^{-3}\text{]}$$

$$\text{Neutralgasdichte } n_{n_0} \approx 3 \cdot 10^{13} \text{ [cm}^{-3}\text{]}$$

Um den Beginn der Elektronenbewegung relativ zum Nulldurchgang des \vec{E} -Feldes verschieben zu können, werden positive und negative Felder $B_{\dot{u}_0}$ dem Magnetfeld des Theta-Pinches überlagert.

Daten der Batterie für das überlagerte Feld $B_{\dot{u}_0}$ (die Entladung erfolgt über die Theta-Pinch Spule)

$$\text{Ladespannung } U_{\dot{u}} = 1 \text{ und } 2 \text{ [kV]}$$

$$\text{Kapazität } C_{\dot{u}} = 80 \text{ [\mu F]}$$

$$\text{Induktivität } L_{\dot{u}} = 3 \cdot 10^4 \text{ [cm]}$$

$$\text{Periodendauer } \tau_{\dot{u}} = 300 \text{ [\mu sec]}$$

$$\text{maximales Magnetfeld } B_{\dot{u} \max} = 133 \text{ und } 266 \text{ [G]}$$

Daten des z-Pinches:

$$\text{Ladespannung } U_0 = 24 \text{ bis } 30 \text{ [kV]}$$

$$\text{Kapazität } C_2 = 1,1 \text{ [\mu F]}$$

$$\text{Induktivität } L = 5,2 \cdot 10^3 \text{ [cm]}$$

$$\text{Periodendauer } \tau_2 = 15 \text{ [\mu sec]}$$

$$\text{Widerstand zur aperiodischen Dämpfung } R_2 = 3,5 \text{ [\Omega]}$$

2 Daten des Entladungskreises für die Spitzenentladung:

Ladespannung $U_{OS} = 24 \text{ [kV]}$

Kapazität $C_3 = 0,5 \text{ [\mu F]}$

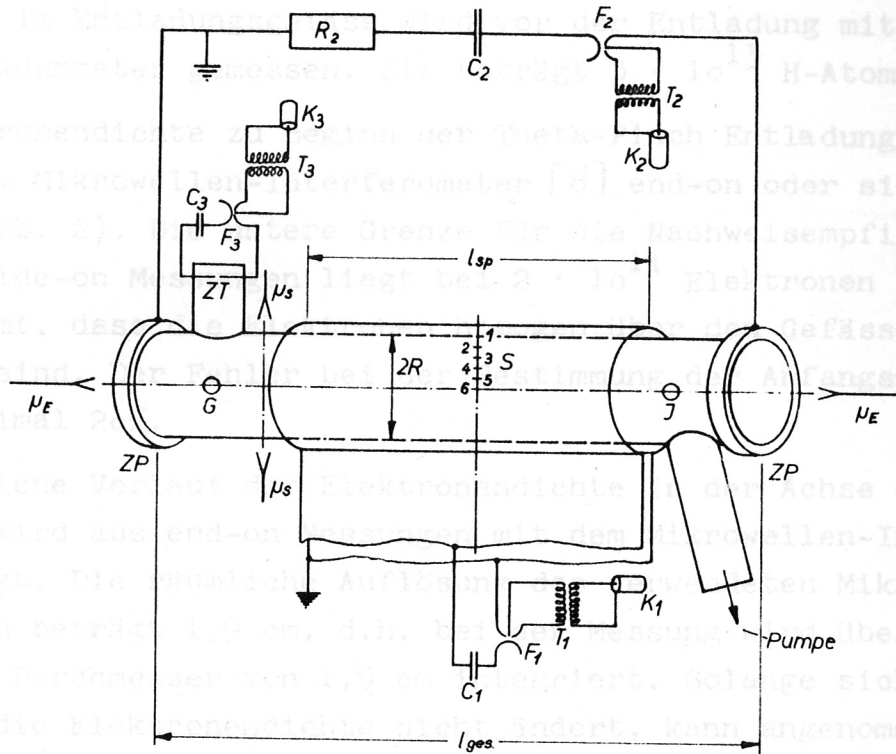


Abb. 2 Versuchsaufbau

- ZP : Ringelektroden des z-Pinches
- ZT : Kupferelektroden der Spitzenentladung
- F : Funkenstrecken, T : Trenntransformatoren
- K : Koaxialkabel
- μ_s : Mikrowellen-Hornantennen side-on
- μ_e : Mikrowellen-Hornantennen end-on
- S : Sondenlage, Abstand der Spulen untereinander 0,5 cm
- G : Gaseinlass
- J : Ionisationsvakuummeter
- R_2 : Dämpfungswiderstand für den z-Pinch

2. Messmethoden und Messgrößen

a) Neutralgas- und Elektronendichte-Messungen

Um zu zeigen, dass sich die Elektronen während der Messzeit stossfrei bewegen, werden zwei Messungen durchgeführt. Die Wasserstoffgasdichte im Entladungsgefäß wird vor der Entladung mit einem Ionisationsvakuummeter gemessen. Sie beträgt $3 \cdot 10^{13}$ H-Atome pro cm^3 .

Die Elektronendichte zu Beginn der Theta-Pinch Entladung wird mit einem 4 mm Mikrowellen-Interferometer [8] end-on oder side-on gemessen (Abb. 2). Die untere Grenze für die Nachweisempfindlichkeit bei den side-on Messungen liegt bei $2 \cdot 10^{11}$ Elektronen pro cm^3 , wenn man annimmt, dass die Elektronen homogen über den Gefäßquerschnitt verteilt sind. Der Fehler bei der Bestimmung der Anfangsdichte beträgt maximal 20%.

Der zeitliche Verlauf der Elektronendichte in der Achse des Entladungsgefäßes wird aus end-on Messungen mit dem Mikrowellen-Interferometer abgeschätzt. Die räumliche Auflösung des verwendeten Mikrowellen-Interferometers beträgt 1,9 cm, d.h. bei der Messung wird über einen Zylinder mit einem Durchmesser von 1,9 cm integriert. Solange sich in diesem Zylinder die Elektronendichte nicht ändert, kann angenommen werden, dass keine Kompression des Plasmas stattfindet. Man kann aus diesen Messungen die Zeit entnehmen, während der sich das Plasma radial nicht bewegt. Die Genauigkeit, mit der der Kompressionsbeginn aus den Dichtemessungen bestimmt werden kann, beträgt ± 10 nsec.

Aus den end-on Messungen kann auch der radiale Verlauf des Plasmazylinders abgeschätzt werden. Hierzu müssen jedoch folgende Annahmen gemacht werden. Zum Zündzeitpunkt des Theta-Pinches soll die Elektronendichte homogen im Entladungsgefäß verteilt sein. Diese homogene Verteilung soll während der Kompression erhalten bleiben. Weiter sollen bei der Kompression keine Teilchen aussen zurückbleiben. Aus den Messungen der Stromdichteverteilung wird ersichtlich, dass diese letzte Bedingung nicht erfüllt ist. Mit diesen drei Annahmen kann aus der end-on Messung der Elektronendichte der zeitliche Verlauf der radialen Plasmabewegung bestimmt werden.

geprüft, ob die Bedingung $\Delta B/B \ll 1$ erfüllt ist.

Die Umrechnung von den Elektronendichtemessungen auf die radiale Bewegung des Plasmazylinders erfolgt dann mit Hilfe der Gleichung 14

$$(14) \quad \left(\frac{R_p}{R_g} \right)^2 = \frac{n_{e0}}{n_e}$$

R_p : Plasmazylinderradius

n_e : Elektronendichte

b) Stromdichtemessungen mit Hilfe von Magnetfeldsonden

Der zeitlich und räumlich aufgelöste Verlauf der Plasmastromdichte wird mit Hilfe von Magnetfeldsonden gemessen. Die räumliche Lage der Sonden ist aus Abb. 2 ersichtlich. Die Sonden bestehen aus Spulen mit 20 Windungen. Der Durchmesser des Spulenkerns beträgt 0,8 mm.

Aus der Maxwell'schen Gleichung

$$(15) \quad \text{rot } \vec{B} = 4 \pi \vec{j}(R,t)$$

folgt für Zylindersymmetrie in Zylinderkoordinaten

$$(16) \quad \left(\frac{\partial B_z}{\partial R} \right)_\varphi = -4 \pi j_\varphi(R,t)$$

Die Differenz zweier Sondensignale wird mit einem Differenzverstärker gebildet, verstärkt und mit einem Oszillographen aufgenommen. Da der Abstand der Sonden bekannt ist, ergibt diese Messung entsprechend Gleichung 17 eine mittlere Stromdichte

$$(17) \quad \overline{j} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial B_z}{\partial R} = -\frac{1}{4\pi} \frac{\Delta B}{\Delta R}$$

$\frac{\partial B_z}{\partial R}$ und \overline{j} sind Mittelwerte gemittelt über den Sondenabstand ΔR .

Für die Stromdichte gilt

$$(18) \quad j_\varphi(R,t) = -n_e(R,t) \cdot e \cdot v_\varphi(R,t)$$

Aus der gemessenen Stromdichte kann man also auf die Geschwindigkeit der Elektronen am Ort R schliessen, wenn man die Dichte an diesem Ort kennt.

Mit den Gleichungen 17 und 18 wird aus den gemessenen Grössen $j_\varphi(R,t)$ und $v_\varphi(R,t)$ bestimmt. Mit den Sondenmessungen wird ausserdem stets geprüft, ob die Bedingung $\Delta B/B \ll 1$ erfüllt ist.

III. Messergebnisse

Überblick über die Messergebnisse

Die Messungen mit dem Mikrowellen-Interferometer zeigen eine Kompression des Plasmas. Die side-on Messungen geben Aufschluss über das Ausströmen des Plasmas aus den Enden.

Die Magnetfeldsondensignale zeigen einen kurzdauernden "Strombuckel". Dieser Plasmastrom ist viel kleiner als der Spulenstrom. Am Ende des Strombuckels, nach etwa 300 nsec, fällt der Plasmastrom nicht auf Null ab, sondern behält einen Restwert von 100 A bis 500 A.

In achsennahen Gebieten treten ausserdem Schwingungen des Plasmastroms auf. Stark ausgeprägt können diese Schwingungen nur bei Plasmaradien $R_p \leq 0,5$ cm beobachtet werden. Ihre Frequenz liegt bei 9 MHz und ist in dem untersuchten Dichtebereich unabhängig von der Anfangsdichte und der Zeit.

Aus den Stromkurven und der Kenntnis der radialen Bewegung des Plasmazylinders kann der räumliche und zeitliche Verlauf der Geschwindigkeit bestimmt werden. Der Vergleich der gemessenen mit den theoretisch zu erwartenden Geschwindigkeiten und Stromdichten deutet auf eine merkliche Energiedissipation in der azimuthalen Bewegung der Elektronen hin. Diese Energiedissipation erfolgt stossfrei und führt zu einer wirkungsvollen Aufheizung des Plasmas.

1. Dichtemessungen

Aus der gemessenen Phasenverschiebung der Mikrowellen kann die Elektronendichte auf der Achse des Entladungsgefässes mit Hilfe der Gleichung 19 angegeben werden.

$$(19) \quad \Delta \varphi = 1,83 \cdot 10^{-14} l \Delta n_e$$

Diese Gleichung gilt für 4 mm Mikrowellen, wobei homogene Dichte längs des Integrationsweges angenommen wurde. $\Delta \varphi$ ist die gemessene Phasenverschiebung bezogen auf eine Wellenlänge, l ist die Integrationslänge, Δn_e ist die Änderung der Elektronendichte.

a) End-on Messungen

Die Abbildungen 3 und 4 zeigen Auswertungen von end-on Dichtemessungen mit dem Mikrowellen-Interferometer. Zur Auswertung der gemessenen Phasenverschiebung bei den end-on Messungen werden zwei Längen, die Spulenlänge und die Gefäßslänge benutzt. Damit ergeben sich obere und untere Grenzen für den Dichteverlauf in der Achse des Entladungsgefäßes. Mit Hilfe von Gl. 14 kann aus dem Dichteverlauf die radiale Bewegung des Plasmazylinders, $R_p(t)$, abgeschätzt werden.

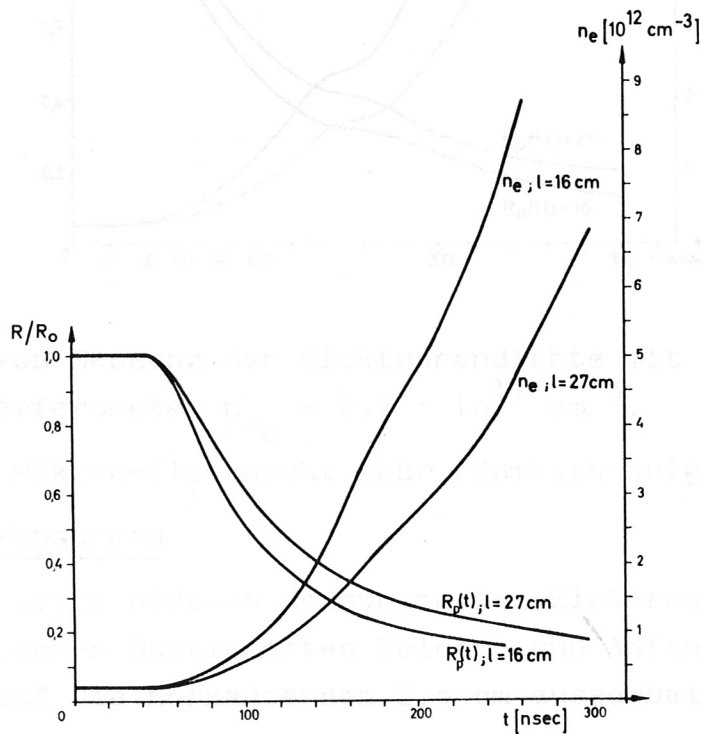


Abb. 3 End-on Messung der Elektronendichte mit einem Mikrowellen-Interferometer. $n_{e0} \leq 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. n_e ist die über die Gefäßlänge und den Mikrowellenstrahlquerschnitt gemittelte Dichte, n_{e0} die entsprechende Anfangsdichte.

Man kann aus Abbildung 4 erkennen, dass bei $t = 130 \text{ nsec}$ eine Schwankung im Anstieg des Dichtesignals auftritt. Zu diesem Zeitpunkt zeigen Stromdichtemessungen in Achsennähe Schwingungen, während an weiter aussen liegenden Orten keine Schwingungen zu beobachten sind. Die Schwankungen der Stromdichte treten im Gebiet $R \leq 0,5 \text{ cm}$ auf, so dass

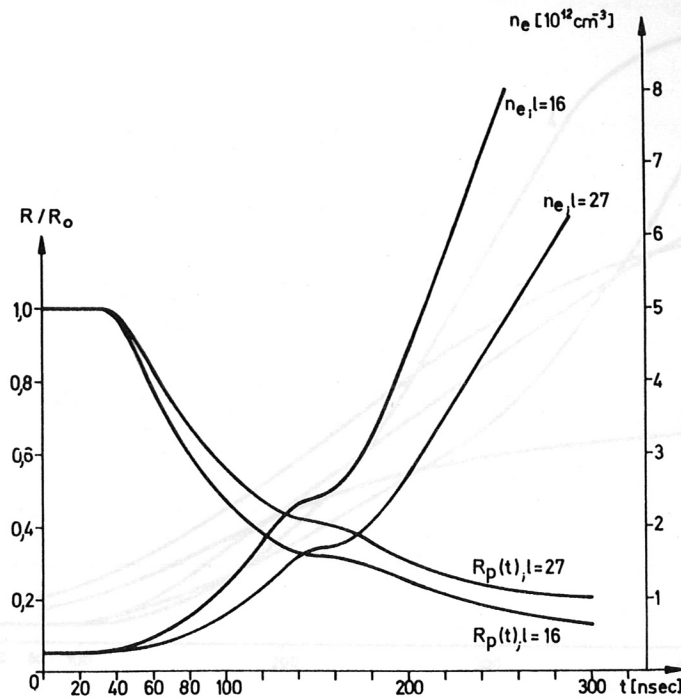


Abb. 4 End-on Messung der Elektronendichte mit einem Mikrowellen-Interferometer $n_{e_0} = 2,7 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$.

sie von den Mikrowellen nicht mehr räumlich aufgelöst werden können.

b) Side-on Messungen

Abbildung 5 zeigt side-on Messungen der Elektronendichte in Entladungen mit verschiedenen überlagerten Feldern und Anfangsdichten. Bei diesen Messungen sind die Hornantennen 2,0 cm ausserhalb der Spule angebracht (Abb. 2).

Zur Deutung der side-on Messungen dient die in Abb. 6 skizzierte geometrische Überlegung, wobei angenommen wird, dass das Plasma auch knapp ausserhalb der Theta-Spule zylindersymmetrisch komprimiert wird.

Zur Zeit $t_0 = 0$ werden von der Messung pro Längeneinheit N_0 Elektronen erfasst:

$$(20) \quad N_0 \approx 4 \bar{n}_{e_0} R_g R_2$$

Zur Zeit t_1 werden N_1 Elektronen von der Messung erfasst:

$$(21) \quad N_1 \approx 4 \bar{n}_{e_0} R_g^2 \frac{R_2}{R_1}$$

Abb. 6 Querschnitt durch das Entladungsgefäss. R_0 : Innenradius des Gefässe, R_1 und R_2 Plasmaradien zu den Zeiten t_1 und t_0 , wobei R_2 gleich dem halben Durchmesser des Mikrowellenstrahls gewählt ist. MH: Mikrowellenhornantennen. Im Experiment sind $R_g = 2,5 \text{ cm}$, $R_1 = 1 \text{ cm}$, $R_2 = 0,5 \text{ cm}$.

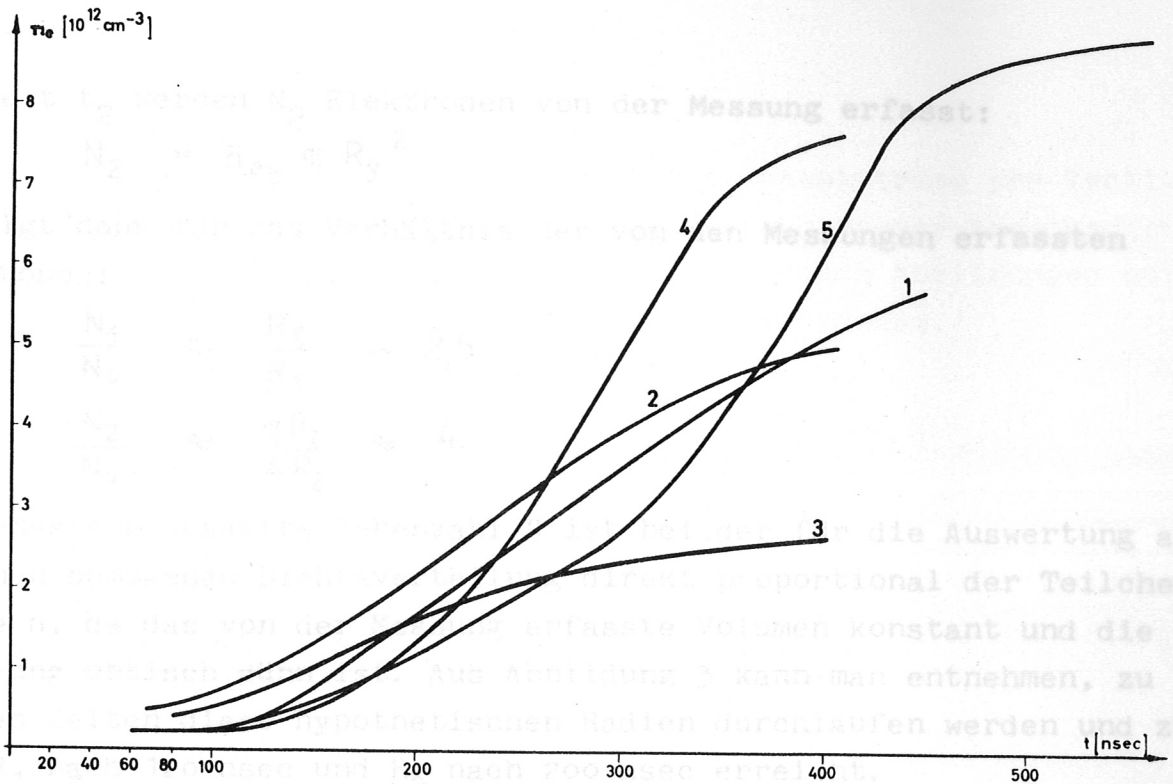


Abb. 5 Side-on Messungen der Elektronendichte mit einem Mikrowellen-Interferometer. \bar{n}_{e0} ist die über dem Gefässdurchmesser gemittelte Anfangselektronendichte.

- Kurve 1 ($\bar{n}_{e0} = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\perp 0} = 0$)
- Kurve 2 ($\bar{n}_{e0} = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\perp 0} = 0$)
- Kurve 3 ($\bar{n}_{e0} \approx 4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\perp 0} \approx + 83 \Gamma$)
- Kurve 4 ($\bar{n}_{e0} \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\perp 0} = - 83 \Gamma$)
- Kurve 5 ($\bar{n}_{e0} \approx 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\perp 0} = - 165 \Gamma$)

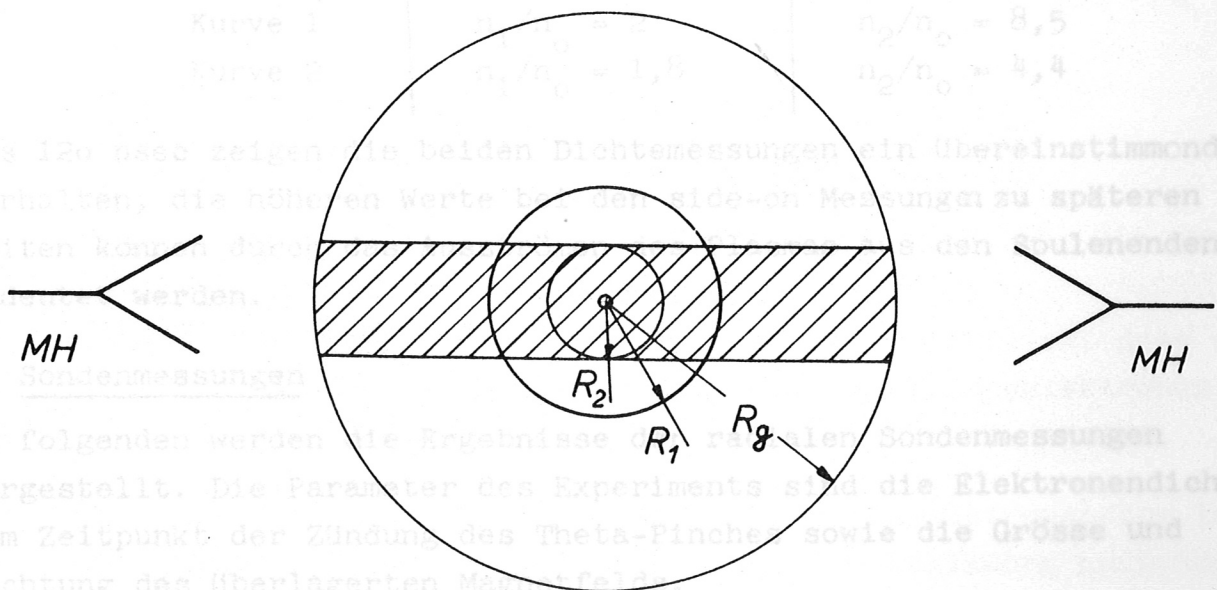


Abb. 6 Querschnitt durch das Entladungsgefäss. R_g : Innenradius des Gefässe, R_1 und R_2 Plasmaradien zu den Zeiten t_1 und t_2 , wobei R_2 gleich dem halben Durchmesser des Mikrowellenstrahls gewählt ist. MH: Mikrowellenhornantennen. Im Experiment sind $R_g = 2,5 \text{ cm}$, $R_1 = 1 \text{ cm}$, $R_2 = 0,5 \text{ cm}$.

Zur Zeit t_2 werden N_2 Elektronen von der Messung erfasst:

$$(22) \quad N_2 = \bar{n} e_0 \pi R_g^2$$

Es folgt dann für das Verhältnis der von den Messungen erfassten Elektronen:

$$(23) \quad \frac{N_1}{N_0} \approx \frac{R_g}{R_1} = 2,5$$

$$(24) \quad \frac{N_2}{N_0} \approx \frac{\pi R_g}{4 R_2} \approx 4$$

Die gemessene Gesamtteilchenzahl N ist bei der für die Auswertung angenommenen homogenen Dichteverteilung direkt proportional der Teilchendichte n , da das von der Messung erfasste Volumen konstant und die Strahlung optisch dünn ist. Aus Abbildung 3 kann man entnehmen, zu welchen Zeiten diese hypothetischen Radien durchlaufen werden und zwar wird R_1 nach 120 nsec und R_2 nach 200 nsec erreicht.

Andererseits kann man aus Abbildung 5 für diese Zeitpunkte aus den Kurven 1 und 2 die folgenden Verhältnisse ablesen. (Es wird hier angenommen, dass das Plasma im Bereich des Mikrowellenstrahls ähnlich komprimiert wie innerhalb der Spule).

Zeitpunkt	$t_1 = 120 \text{ nsec}$	$t_2 = 200 \text{ nsec}$
Kurve 1	$n_1/n_0 = 2$	$n_2/n_0 = 8,5$
Kurve 2	$n_1/n_0 = 1,8$	$n_2/n_0 = 4,4$

Bis 120 nsec zeigen die beiden Dichtemessungen ein übereinstimmendes Verhalten, die höheren Werte bei den side-on Messungen zu späteren Zeiten können durch das Ausströmen des Plasmas aus den Spulenenden gedeutet werden.

2. Sondenmessungen

Im folgenden werden die Ergebnisse der radialen Sondenmessungen dargestellt. Die Parameter des Experiments sind die Elektronendichte zum Zeitpunkt der Zündung des Theta-Pinches sowie die Größe und Richtung des überlagerten Magnetfelds.

a) Stromdichteprofil

Abbildung 7 zeigt den zeitlichen Verlauf des Gesamtstroms pro Zentimeter Plasmalänge für zwei Entladungen mit verschiedener Anfangsdichte. Das überlagerte Feld $B_{\dot{u}_0}$ ist Null. Bei den folgenden Abbildungen entspricht $t = 0$ stets dem Zündzeitpunkt des Theta-Pinches.

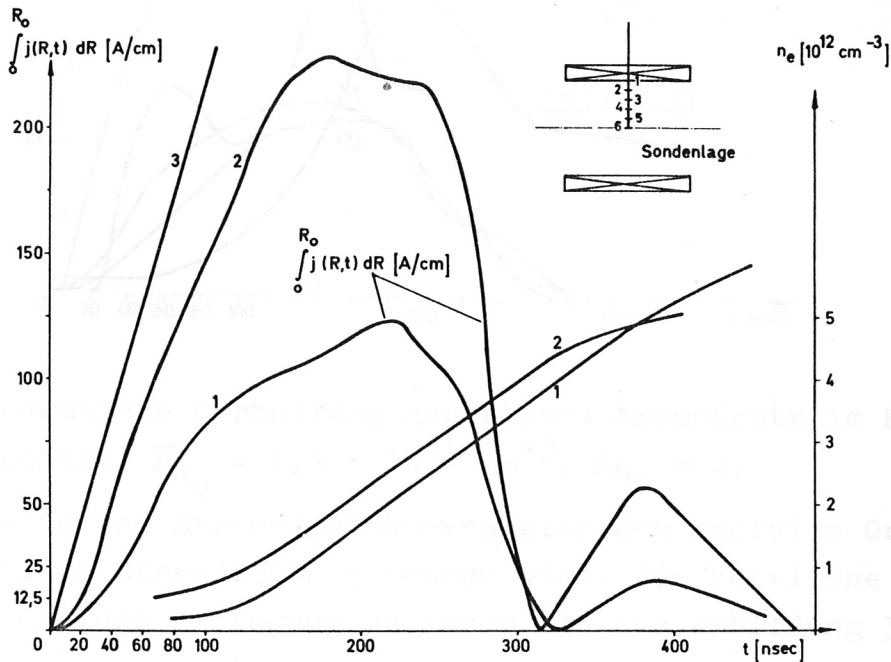


Abb. 7 Zeitlicher Verlauf des Plasmastroms pro Längeneinheit und der side-on gemessenen Dichte.

Kurve 1 ($\bar{n}_{e_0} = 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\dot{u}_0} = 0$)

Kurve 2 ($\bar{n}_{e_0} = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\dot{u}_0} = 0$)

Kurve 3 Spulenstrom pro Längeneinheit

Die eine Magnetfeldsonde war in der Spulenmitte (6) die zweite am Spuleninnenrand (1) angebracht.

Aus dem Vergleich dieser beiden Entladungen ist ersichtlich, dass der qualitative Verlauf der Stromkurve nicht von der Anfangselektronendichte abhängt, wohl aber die absolute Grösse des Plasmastroms.

Abbildung 8 zeigt die räumliche Verteilung der Plasmastromdichte im Entladungsgefäss. Alle Kurven sind bei derselben Entladung aufgenommen.

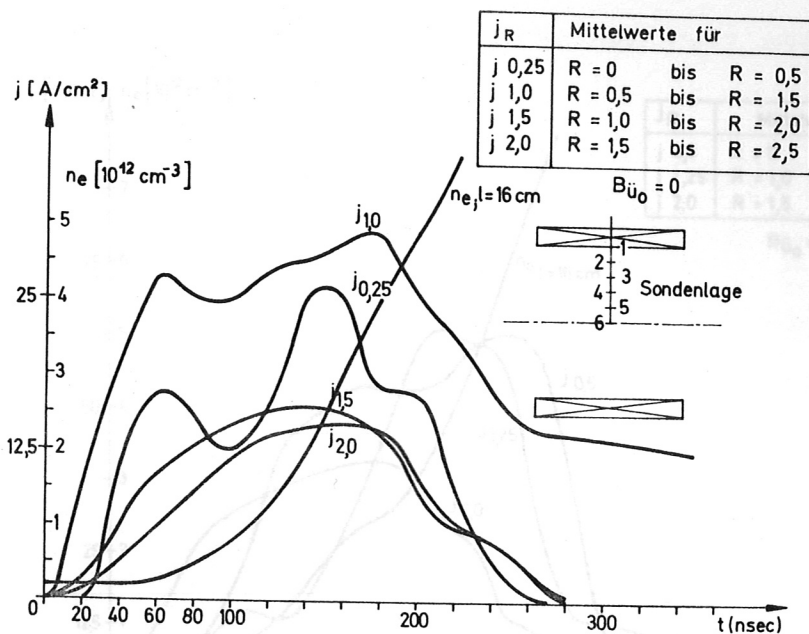


Abb. 8 Räumliche Verteilung der Plasmastromdichte im Entladungsgefäß. $\bar{n}_{e0} = 1,4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{u0} = 0$.

Der Index an den Stromdichtekurven gibt den radialen Ort an, an dem die jeweilige Stromdichte gemessen wird. Der zeitliche Dichteverlauf in der Achse des Entladungsgefäßes ist aus Abbildung 3 entnommen.

Man erkennt aus Abbildung 8, dass der Plasmastrom im gesamten Volumen fließt. Der nichtlineare Anstieg der Kurve $j_{0,25}$ zu Beginn der Entladung kann durch Auswertefehler erklärt werden.

Die Abbildungen 8, 9, und 10 zeigen zum Vergleich die räumliche Verteilung der Stromdichte bei verschiedenen Anfangsdichten. $B_{u0} = 0$.

Der zeitliche Dichteverlauf in Abbildung 9 ist der Abbildung 4 entnommen. Man kann den zeitlichen Zusammenhang zwischen der Schwankung im Dichteanstieg und der Schwankung der Stromamplitude in achsennahen Bereichen erkennen.

Die Abbildungen 8 und 10 werden im Abschnitt IV zu weiteren Auswertungen herangezogen.

Die Amplitudenschwingungen der Kurven $j_{0,5}$ und $j_{0,25}$ auf den Abbildungen 8, 9 und 10 werden im nächsten Abschnitt behandelt.

Abb. 10 Räumliche Verteilung der Plasmastromdichte im Entladungsgefäß. $\bar{n}_{e0} = 9 \cdot 10^{11}$, $B_{u0} = 0$.

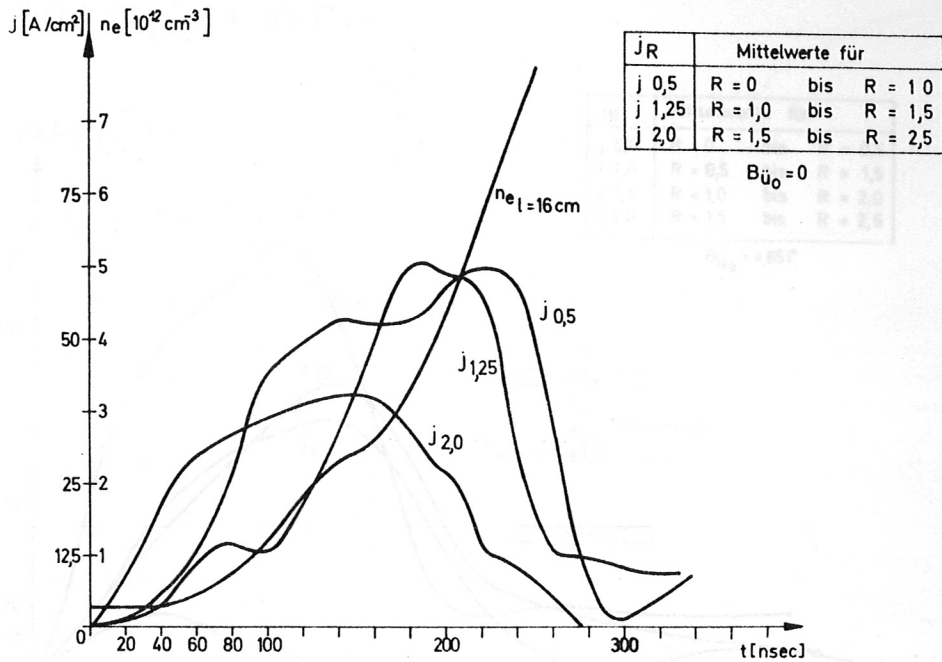


Abb. 9 Räumliche Verteilung der Plasmastromdichte im Entladungsgefäß. $\bar{n}_{e0} = 3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{ü0} = 0$.

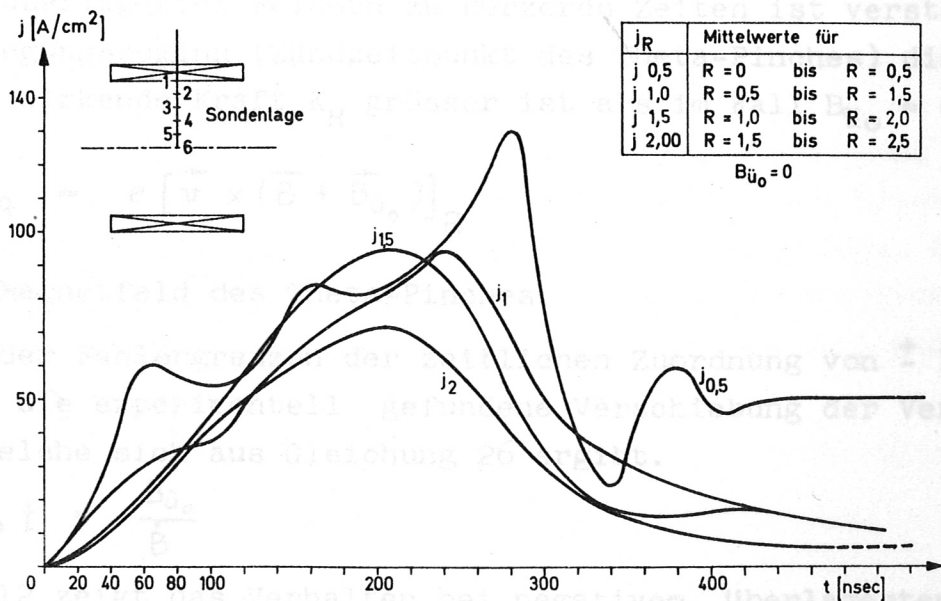


Abb. 10 Räumliche Verteilung der Plasmastromdichte im Entladungsgefäß, $\bar{n}_{e0} = 9 \cdot 10^{11}$, $B_{ü0} = 0$.

Die Abbildung 11 zeigt Ergebnisse für den Fall mit positivem überlagerten Feld $B_{\dot{u}_0} = + 85 \Gamma$.

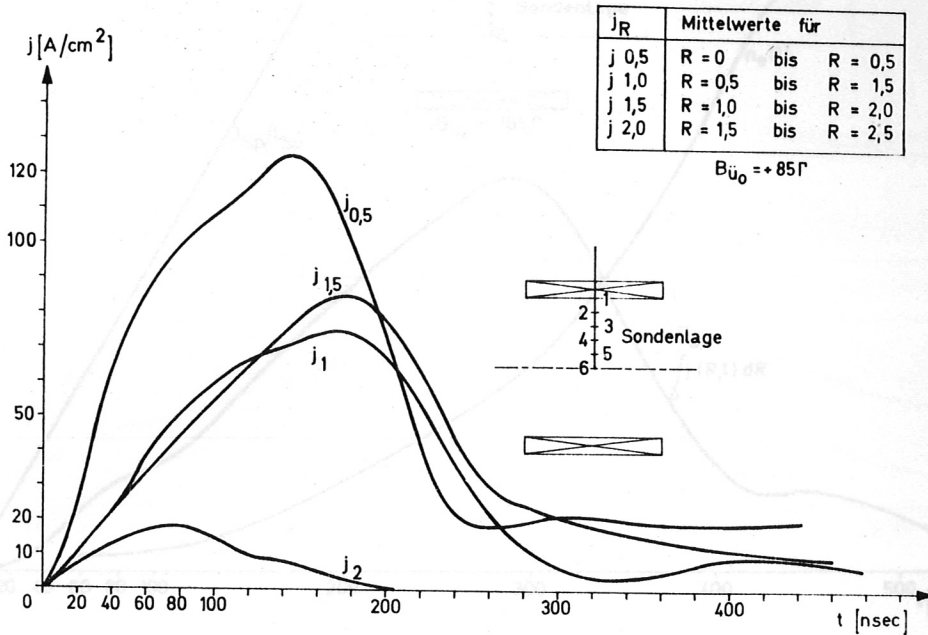


Abb. 11. Räumliche Verteilung der Plasmastromdichte im Entladungsgefäß, $n_{e0} = 6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{\dot{u}_0} = + 85 \Gamma$.

Der Stromdichteverlauf entspricht dem bei $B_{\dot{u}_0} = 0$, das Maximum liegt jedoch bei früheren Zeiten. Diese Verschiebung des Maximums bei positiven überlagerten Feldern zu kürzeren Zeiten ist verständlich, da bei Bewegungsbeginn (Zündzeitpunkt des Theta-Pinches) die radial nach innen wirkende Kraft K_R grösser ist als im Fall $B_{\dot{u}_0} = 0$, nämlich

$$(25) \quad K_R = e [\vec{v} \times (\vec{B} + \vec{B}_{\dot{u}_0})]_R$$

\vec{B} ist das Magnetfeld des Theta-Pinches.

Innerhalb der Fehlergrenzen der zeitlichen Zuordnung von $\pm 10 \text{ nsec}$ entspricht die experimentell gefundene Verschiebung der Verschiebungszeit Δt , welche sich aus Gleichung 26 ergibt.

$$(26) \quad \Delta t = \frac{B_{\dot{u}_0}}{\dot{B}}$$

Abbildung 12 zeigt das Verhalten bei negativem, überlagerten Feld $B_{\dot{u}_0} = - 165 \Gamma$. Das Maximum der Stromkurve ist hier zu späteren Zeiten verschoben. Die Kurven können bezüglich ihrer Anfangsdichten nur schlecht mit den Kurven für $B_{\dot{u}_0} = 0$ bzw. $B_{\dot{u}_0} = + 85 \Gamma$ verglichen werden.

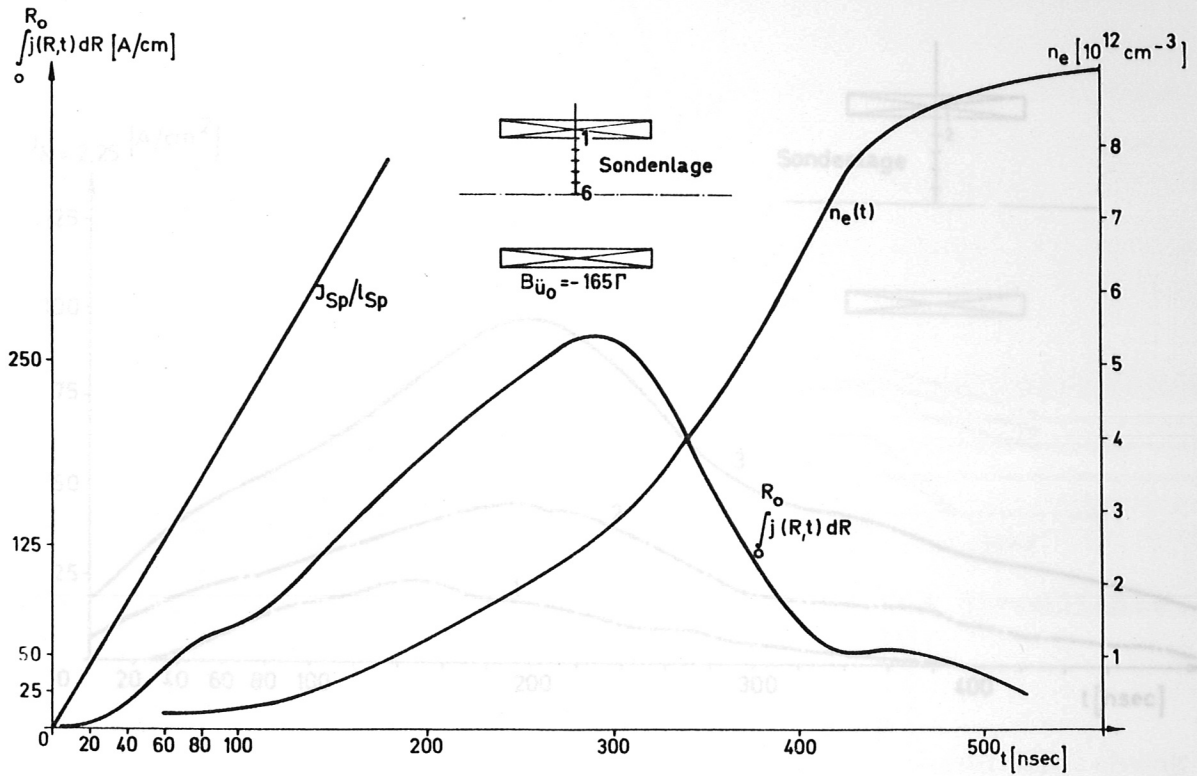


Abb. 12 Verlauf des Plasmastroms pro Längeneinheit $/2 \text{ cm}$ von der $\bar{n}_{e0} \leq 2 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $B_{ü_0} = -165 \Gamma$, n_e ist side-on gemessen. j_{Sp}/l_{Sp} ist der Spulenstrom pro Längeneinheit. Die eine Magnetfeldsonde war in der Spulenmitte (6) und die zweite am Spuleninnenrand (1) angebracht.

Bis zum Nulldurchgang des Spulenfeldes ($\vec{B} + \vec{B}_{ü_0}$) wirkt in diesem Fall entsprechend Gleichung 25 auf die Ionen und Elektronen eine Kraft nach aussen und die Teilchen bewegen sich in Richtung auf die Gefässwand. Dies bewirkt eine Nachionisation an der Gefässwand, wodurch die Anfangsdichten verändert werden. Dies wird durch die Stromkurven auf Abb. 13 bestätigt, die zeigen, dass bei negativem $B_{ü_0}$ in Wandnähe eine viel höhere Stromdichte fliesst als bei positivem $B_{ü_0}$. Plasmastromdichte beobachtet (Abbildung 14 und 15). Die Stromdichten sind in den Abbildungen 14, 15 und 16 Mittelwerte über einen Bereich von 0,5 cm.

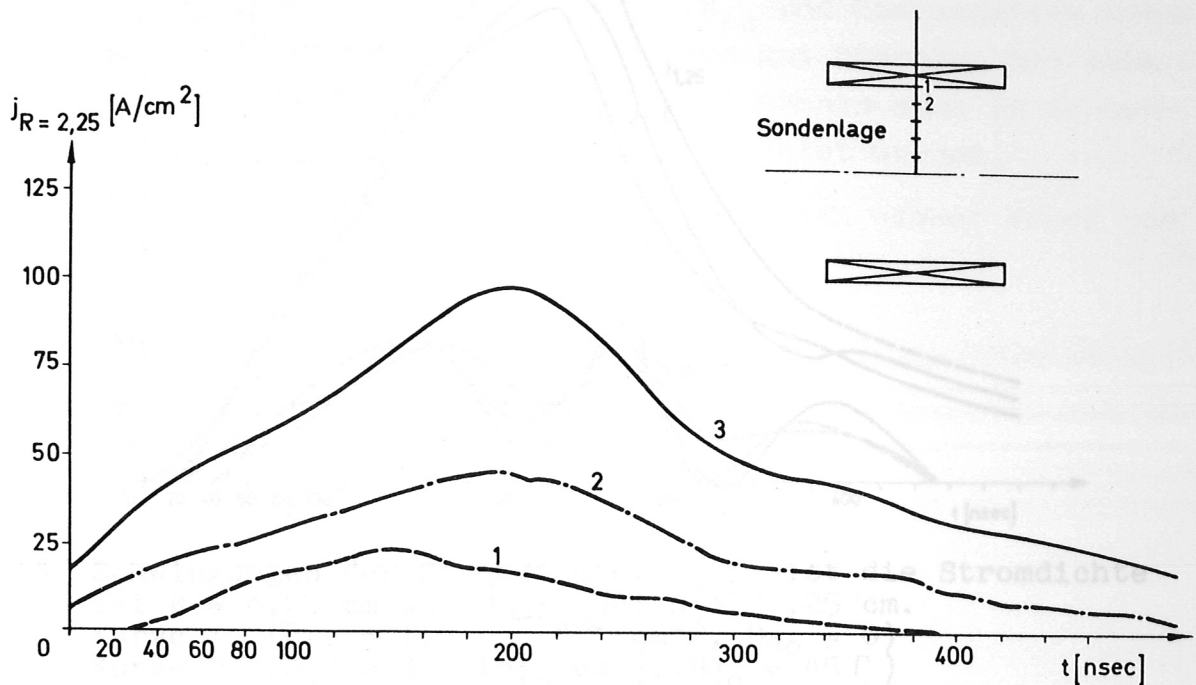


Abb. 13 Stromdichte am Innenrand des Entladungsgefäßes. Die Sonden waren am Spulinnenrand (1) und 1/2 cm von der Innenwand des Entladungsgefäßes (2) angebracht.
 Kurve 1 ($\bar{n}_{e_0} = 5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $B_{ü_0} = 60 \Gamma$)
 Kurve 2 ($\bar{n}_{e_0} = 5,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $B_{ü_0} = - 62 \Gamma$)
 Kurve 3 ($\bar{n}_{e_0} = 7,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, $B_{ü_0} = - 150 \Gamma$)
 Die Nullpunkte der Zeitskalen der drei Kurven sind entsprechend Gleichung 26 so verschoben, dass bei $t = 0$ für alle Kurven das Spulenfeld ($\vec{B} + \vec{B}_{ü_0}$) Null ist.

b) Schwingungen der Stromdichte

Arbeitet man bei hohen Anfangselektronendichten $\bar{n}_{e_0} \geq 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, so tritt ein zusätzlicher Effekt auf. In der Nähe der Spulenachse ($R \leq 0,5 \text{ cm}$) werden stark ausgeprägte periodische Schwingungen der Plasmastromdichte beobachtet (Abbildung 14 und 15). Die Stromdichten sind in den Abbildungen 14, 15 und 16 Mittelwerte über einen Bereich von 0,5 cm.

Abb. 15 Schwingungen der Stromdichte $B_{ü_0} = 0$, Parameter ist die Anfangselektronendichte \bar{n}_{e_0} . Kurve 1 $\bar{n}_{e_0} = 1,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, Kurve 2 $\bar{n}_{e_0} = 2,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, Kurve 3 $\bar{n}_{e_0} = 3,5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

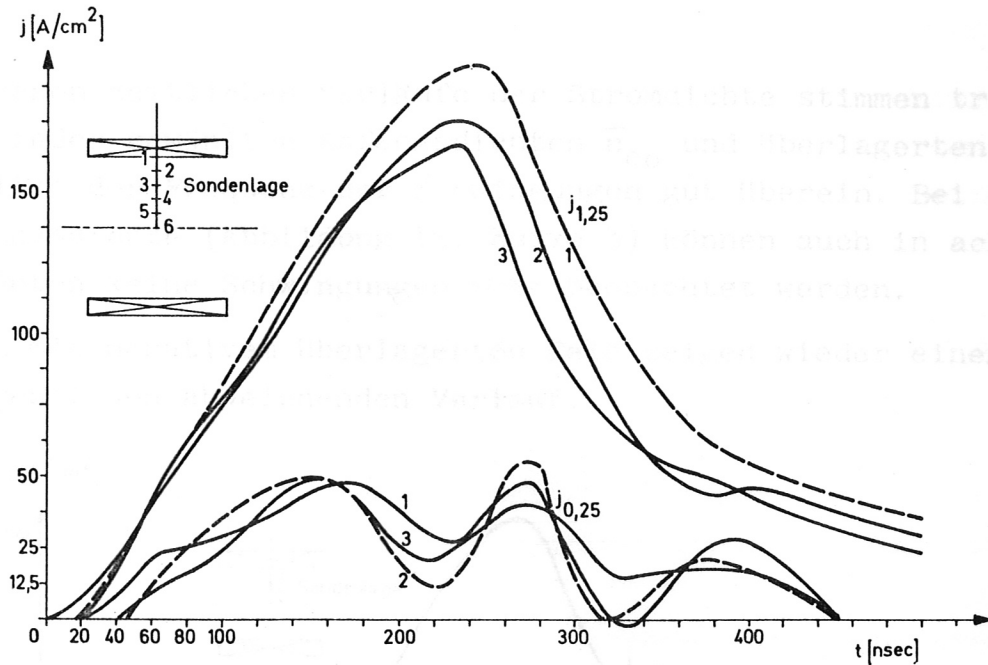


Abb. 14

Schwingungen der Stromdichte. $j_{0,25}$ ist die Stromdichte bei $R = 0,25$ cm und $j_{1,25}$ bei $R = 1,25$ cm.
 Kurve 1 $\left\{ \begin{array}{l} \bar{n}_{e0} = 1,8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}, B_{i0} = 0 \\ \bar{n}_{e0} = 3 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}, B_{i0} = 45 \Gamma \\ \bar{n}_{e0} = 6 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}, B_{i0} = 60 \Gamma \end{array} \right\}$
 Kurve 2
 Kurve 3
 Die Nullpunkte der Zeitskala sind entsprechend Gleichung 26 so verschoben, dass für $t = 0$ das Gesamtfeld in der Spule Null ist.

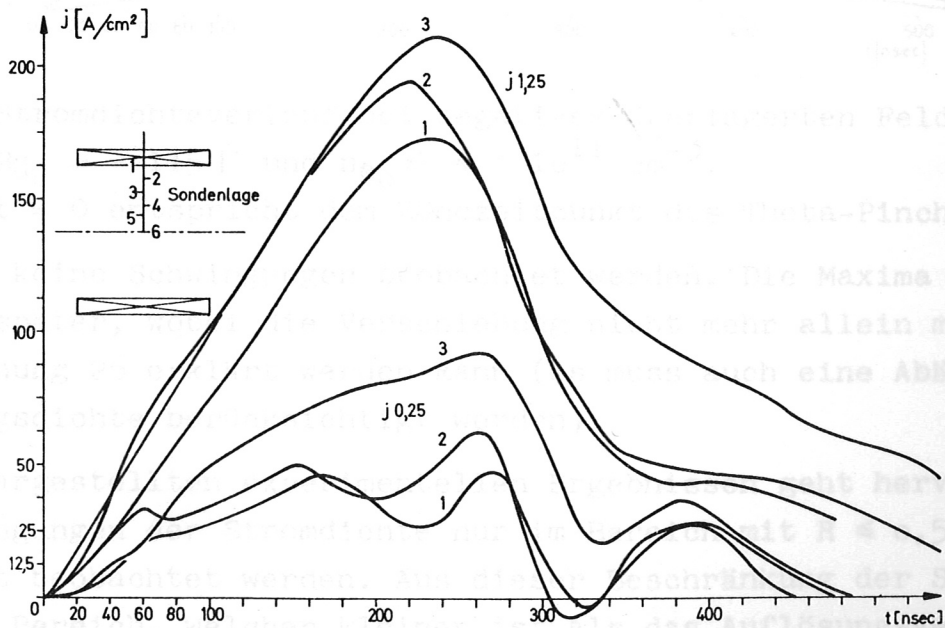


Abb. 15

Schwingungen der Stromdichte. $B_{i0} = 0$, Parameter ist die Anfangselektronendichte.
 Kurve 1 $n_{e0} = 1,8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$
 Kurve 2 $n_{e0} = 2,75 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$
 Kurve 3 $n_{e0} = 5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$

Die gemessenen zeitlichen Verläufe der Stromdichte stimmen trotz der verschieden gewählten Anfangsdichten \bar{n}_{e0} und überlagerten Felder $B_{\perp 0}$ bezüglich der Frequenz der Schwingungen gut überein. Bei sehr hoher Anfangsdichte (Abbildung 15, Kurve 3) können auch in achsen-nahen Gebieten keine Schwingungen mehr beobachtet werden.

Die Kurven mit negativem überlagerten Feld zeigen wieder einen von diesen Ergebnissen abweichenden Verlauf.

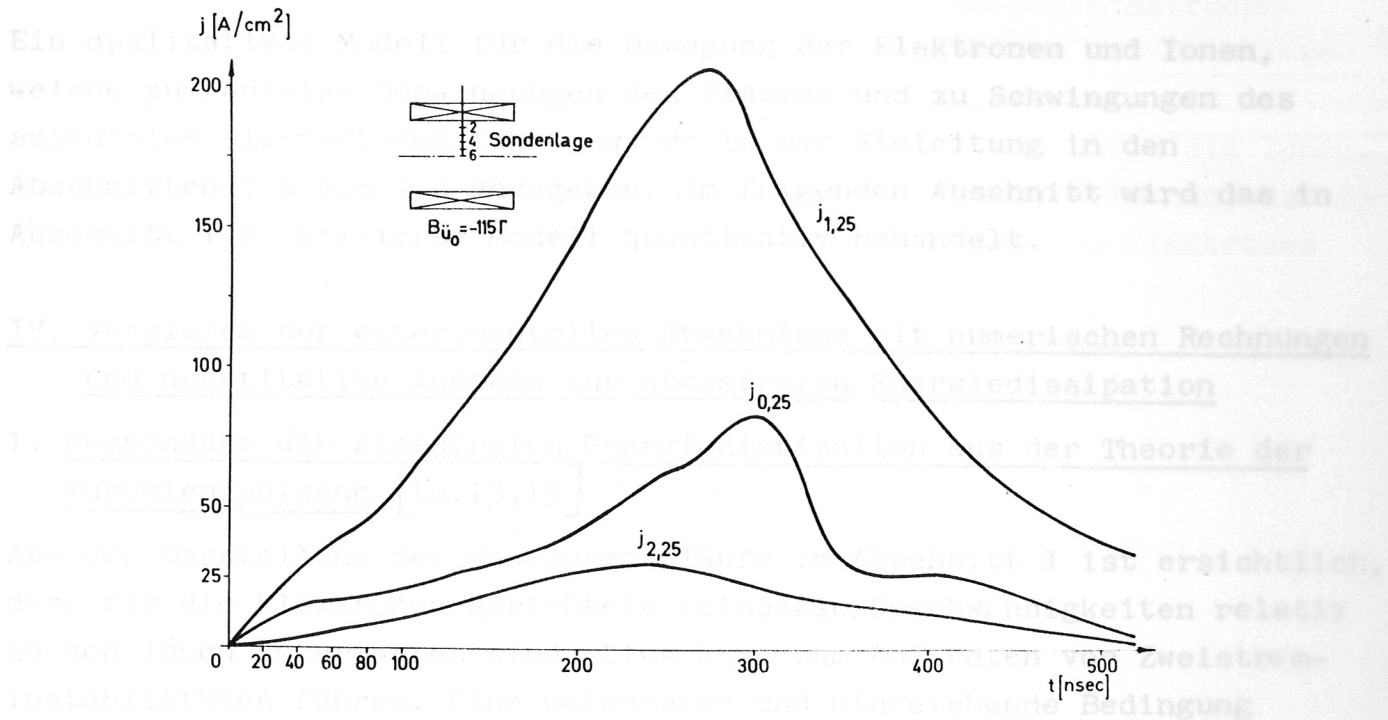


Abb. 16 Stromdichteverlauf bei negativem überlagerten Feld $B_{\perp 0} = -115 \Gamma$ und $n_{e0} \leq 4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. $t = 0$ entspricht dem Zündzeitpunkt des Theta-Pinches.

Es können keine Schwingungen beobachtet werden. Die Maxima erscheinen später, wobei die Verschiebung nicht mehr allein mit Hilfe der Gleichung 26 erklärt werden kann (es muss auch eine Abänderung der Anfangsdichte berücksichtigt werden).

Aus den dargestellten experimentellen Ergebnissen geht hervor, dass die Schwingungen der Stromdichte nur im Bereich mit $R \leq 0,5 \text{ cm}$ stark ausgeprägt beobachtet werden. Aus dieser Beschränkung der Schwingungen auf einen Bereich, welcher kleiner ist als das Auflösungsvermögen des Mikrowellen-Interferometers (das radiale Auflösungsvermögen des Mikrowellen-Interferometers beträgt $1,9 \text{ cm}$) ist es verständlich, dass

diese Schwingungen auf den Mikrowellensignalen nicht eindeutig festgestellt werden können. Man kann jedoch auf den Mikrowellensignalen bei Experimenten mit $\bar{n}_{e0} \geq 3 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ zu den Zeiten, während der mit den Magnetfeldsonden Schwingungen beobachtet wurden, überlagerte Signale beobachten. Diese Signale wurden mit einem Doppelinterferometer untersucht und die Ergebnisse deuten darauf hin, dass das Plasma innerhalb des räumlichen Auflösungsbereichs der Mikrowellen radiale Schwingungen ausführt.

Ein qualitatives Modell für die Bewegung der Elektronen und Ionen, welche zu radialen Schwingungen des Plasmas und zu Schwingungen des azimuthalen Plasmastroms führt, wurde in der Einleitung in den Abschnitten I b bis I d angegeben. Im folgenden Abschnitt wird das in Abschnitt I d skizzierte Modell quantitativ behandelt.

IV. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit numerischen Rechnungen und quantitative Angaben zur stossfreien Energiedissipation

1. Begründung der stossfreien Energiedissipation aus der Theorie der Turbulenzheizung [10,13,15]

Aus der Darstellung der Bewegungsabläufe im Abschnitt I ist ersichtlich, dass für die Elektronen gerichtete azimuthale Geschwindigkeiten relativ zu den Ionen zu erwarten sind. Dies kann zum Auftreten von Zweistrominstabilitäten führen. Eine notwendige und hinreichende Bedingung für das Auftreten der Zweistrominstabilität wird durch das Penrose-Kriterium [19,20] gegeben. Das Penrose-Kriterium kann folgendermassen formuliert werden:

Notwendig und hinreichend für Instabilität ist die Existenz einer Geschwindigkeit $v_{\varphi 0}$ oder eines Bereichs für $v_{\varphi 0}$, in dem die reduzierte Verteilungsfunktion $F(v_{\varphi})$ ein relatives Minimum besitzt. Ausserdem muss die Ungleichung 27 erfüllt sein

$$(27) \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial F(v_{\varphi}) / \partial v_{\varphi}}{v_{\varphi} - v_{\varphi 0}} dv_{\varphi} > 0$$

Die reduzierte Verteilungsfunktion wird durch die Gleichungen 28 und 29 definiert.

$$(28) \quad F(v_\varphi) = \int f(v_R, v_\varphi, v_z) dv_R dv_z$$

$$(29) \quad f(v_R, v_\varphi, v_z) = f_e(v_R, v_\varphi, v_z) + \frac{m_e}{m_i} f_i(v_R, v_\varphi, v_z)$$

f_e und f_i sind die Verteilungsfunktionen für die Elektronen und Ionen. A. Jacksen [11] hat die Dispersionsrelation für die Ausbreitung von longitudinalen Wellen in einem Plasma, dessen Ionen- und Elektronen-Komponente Maxwell-Verteilung besitzt und um den Betrag der Relativgeschwindigkeit v gegeneinander verschoben sind, ausgewertet. Die kritische Relativgeschwindigkeit $v = v_k$ der Elektronen durch die Ionen, oberhalb der im Plasma Zweistrominstabilitäten auftreten können, ist in Abbildung 17 als Funktion des Temperaturverhältnisses von Elektronen und Ionen dargestellt.

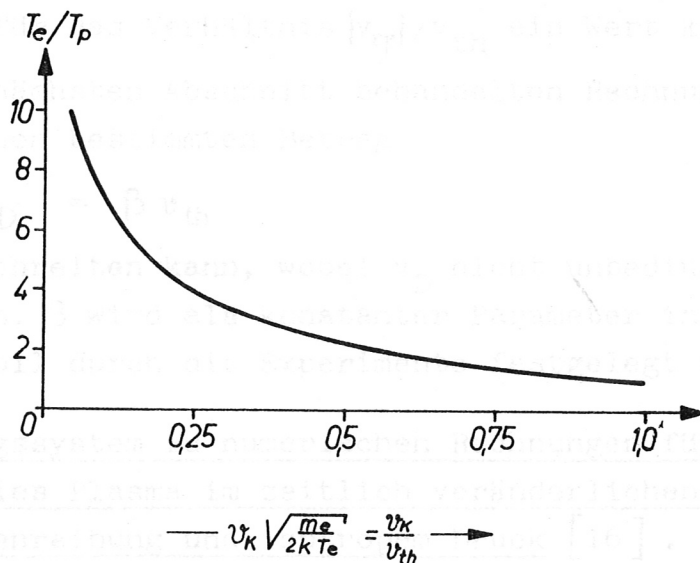


Abb. 17 Kritische Relativgeschwindigkeit v_k
 v_k ist die kritische Relativgeschwindigkeit, oberhalb der im Plasma Zweistrominstabilitäten auftreten können. v_{th} ist die thermische Geschwindigkeit der Elektronen.
 T_e und T_p sind die Elektronen- und Ionentemperaturen.

Es zeigt sich, dass mit wachsendem Verhältnis T_e/T_p das Verhältnis v_k/v_{th} abnimmt. Für $T_e/T_p \gg 1$ ist v_k von der Grössenordnung der Geschwindigkeit akkustischer Ionenwellen $\sqrt{kT_e/m_i}$ und für $T_e/T_p \approx 1$ ist $v_k \approx v_{th}$.

P. Kellog [12] hat in einer theoretischen Arbeit nichtlineare Effekte berücksichtigt. Aus dieser Arbeit kann man das Verhältnis entnehmen, in welchem die Heizung der Elektronen zu der Heizung der Ionen steht. Es ergibt sich

$$(30) \quad \frac{dT_e}{dT_i} \approx \left(\frac{m_i}{m_e}\right)^{1/2}$$

Es werden also im wesentlichen die Elektronen aufgeheizt, so dass im allgemeinen $T_e/T_i \gg 1$ erfüllt ist. Für $T_e/T_i > 1$ kann man der Abbildung 17 für das Verhältnis v_k/v_{th} einen Betrag kleiner als 1 entnehmen. Nimmt man an, dass die azimutale Elektronengeschwindigkeit $|v_{ep}|$ maximal einen Betrag in der Nähe der kritischen Relativgeschwindigkeit v_k für das Auftreten von Zweistrominstabilitäten erreichen kann, so folgt auch für das Verhältnis $|v_{ep}|/v_{th}$ ein Wert kleiner als 1.

Für die im nächsten Abschnitt behandelten Rechnungen wird angenommen, dass $|v_{ep}|$ einen bestimmten Betrag

$$(31) \quad v_D = \beta v_{th}$$

nicht überschreiten kann, wobei v_D nicht unbedingt mit v_k übereinstimmen muss. β wird als konstanter Parameter in die Rechnungen eingeführt und soll durch die Experimente festgelegt werden.

2. Gleichungssystem zu numerischen Rechnungen für ein diamagnetisches, stossfreies Plasma im zeitlich veränderlichen Magnetfeld mit Elektronenreibung und isotropem Druck [16].

Die Rechnungen wurden für einen linearen, zylindersymmetrischen Theta-Pinch (Abb. 1) durchgeführt.

Der Ort eines Volumelements zur Zeit t wird durch $R(R_0, t)$ beschrieben, wobei R_0 der Ort zur Zeit $t = 0$ ist. Jedes Volumelement ist so durch eine Grösse R_0 gekennzeichnet. R_0 ist die Lagrangekoordinate des Volumelements.

Im folgenden werden alle Gleichungen als Lagrangegleichungen geschrieben, wobei Glieder der Ordnung m_e/m_i vernachlässigt werden.

Zur Abkürzung wird folgende Schreibweise eingeführt

$$(32) \quad R_0 = R(R_0, 0)$$

$$R = R(R_0, t)$$

$$(33) \quad n_0 = n(R_0, 0)$$

$$n = n(R_0, t)$$

$$(34) \quad v_R = \frac{\partial R}{\partial t}$$

v_R ist die radiale Geschwindigkeit der Elektronen und Ionen, v_R ist für die Elektronen und Ionen gleich gross, da sie sich aufgrund der Raumladungskräfte in radialer Richtung gemeinsam bewegen.

Die Kontinuitätsgleichung lautet

$$(35) \quad \frac{n_0}{n} = \frac{R}{R_0} \frac{\partial R}{\partial R_0}$$

Die Bewegungsgleichung für die radiale Bewegung lautet

$$(36) \quad \frac{\partial v_R}{\partial t} = \frac{m_e}{m_i} \frac{v_{e\varphi}^2}{R} - \frac{e}{m_i} v_{e\varphi} B_z - \frac{1}{m_i} \frac{R}{n_0 R_0} \frac{\partial p}{\partial R_0}$$

B_z ist das zylindersymmetrische Magnetfeld der Theta-Pinch Spule, e ist die Elementarladung und $p = p(R_0, t)$ ist der Elektronendruck. Der Ionendruck wird vernachlässigt, da angenommen wird, dass im wesentlichen die Elektronen aufgeheizt werden. Aufgrund der Energiedissipation in der azimuthalen Bewegung und der damit verbundenen Aufheizung der Elektronen muss der Druck in die radiale Bewegung eingeführt werden.

Die Bewegungsgleichung für die azimuthale Bewegung lautet

$$(37) \quad m_e \frac{\partial v_{e\varphi}}{\partial t} = -m_e \frac{v_R v_{e\varphi}}{R} - e(E_\varphi - v_R B_z) + F$$

E_φ ist das rotationssymmetrische elektrische Wirbelfeld innerhalb der Theta-Pinch Spule. F stellt die Reibungskraft dar. Durch die Grösse F

soll die Wirkung der stossfreien Energiedissipation in der azimutalen Bewegung beschrieben werden.

Erstmals hat R.Z. Sagdeev [3] vorgeschlagen, die stossfreie Energiedissipation als Reibung zu behandeln. Dieses Verfahren wurde auch von G. Bardotti, A. Cavaliere und F. Engelmann [21] sowie J. Adlam und L.S. Holmes [17] verwendet.

Die hier eingeführte Reibungskraft F wird so gewählt, dass die Relativgeschwindigkeit v_φ zwischen Elektronen und Ionen niemals grösser wird als eine kritische Driftgeschwindigkeit v_D . Die Elektronen beginnen sich ungedämpft zu bewegen, bis sie die kritische Geschwindigkeit erreichen. Dann setzt die stossfreie Energiedissipation ein und bewirkt, dass die azimutale Geschwindigkeit $v_{e\varphi}$ (die azimutale Geschwindigkeit der Ionen wird vernachlässigt, so dass $v_\varphi = v_{e\varphi} - v_{i\varphi} \approx v_{e\varphi}$ ist) gleich bleibt der kritischen Geschwindigkeit v_D . Die Reibungskraft F wirkt so lange, wie die Geschwindigkeit $v_{e\varphi}$ ohne Reibung die kritische Geschwindigkeit v_D übersteigen würde. Sie wird wieder Null gesetzt, sobald dies nicht mehr der Fall ist. Diese Bedingung für F ist gleichbedeutend damit, dass die Reibungsleistung stets $F v_{e\varphi} \leq 0$ ist. Es wird weiter angenommen, dass die Arbeit, welche die Elektronen gegen die Reibungskraft leisten, in thermische Energie der Elektronen übergeführt wird. Dadurch wird, da $v_D = \beta v_{th}$ ist, bei konstantem β die kritische Geschwindigkeit durch die Erhöhung der thermischen Geschwindigkeit erhöht. In die Rechnungen kann man noch einen Parameter α einführen. α stellt den Bruchteil der dissipierten Energie dar, der in thermische Energie übergeht. Die Parameter α und β treten in den Bewegungsgleichungen nur in der Kombination

$$(38) \quad \gamma = \frac{1}{\alpha \beta^2}$$

auf (siehe Gleichung 39).

In der vorliegenden Arbeit wird der Fall $\alpha = 1$ betrachtet, die gesamte dissipierte Energie soll in thermische Energie übergehen ($\gamma = \beta^{-2}$). Im Anhang 1 wird für diese Bedingungen die Reibungskraft F explizit berechnet. Es ergibt sich

$$(39) \quad F = \frac{\gamma}{1+\gamma} \left\{ e(E_\varphi - v_R B_z) + m_e \frac{v_R v_{e\varphi}}{R} - \frac{1}{2} m_e \frac{n}{n_0} \frac{v_{e\varphi}}{R_0} \frac{\partial}{\partial R_0} (R v_R) \right\}$$

Für die Energiegleichung folgt aus Anhang 1

$$(40) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -p \cdot 2 \frac{n}{n_0 R_0} \frac{\partial}{\partial R_0} (R v_R) - n v_{e\varphi} \alpha F$$

Die Gleichungen 35, 36, 37, 39 und 40 werden durch die Maxwell'schen Gleichungen ergänzt.

Die Ergebnisse der numerischen Lösung dieses Gleichungssystems werden im nächsten Abschnitt mit experimentellen Ergebnissen verglichen [16].

3. Ermittlung der Anfangsdichteverteilung und der Schranken für γ in der Anfangsphase der Kompression.

Aus der gemessenen radialen Verteilung des zeitlichen Anstiegs der Stromdichte $\partial j'(R,t)/\partial t$ können $\dot{B}(R,t)$, $E_\varphi(R,t)$, n_0 und Schranken für γ bestimmt werden [18].

t_1 sei die Zeit, bis zu der v_R vernachlässigt werden darf, d.h. bis zu der $v_R \ll |E_\varphi|/B_z$ ist. \dot{B} und E_φ lassen sich durch Integration der Maxwell-Gleichungen aus dem gemessenen $\partial j'(R,t)/\partial t$ bestimmen.

$$(41) \quad \dot{B}_z(R,t) = \dot{B}_a + 4\pi \int_0^R \frac{\partial j'(R',t)}{\partial t} dR'$$

$$(42) \quad E_\varphi(R,t) = -\frac{1}{R} \int_0^R \dot{B}_z(R',t) R' dR'$$

\dot{B}_a ist der zeitliche Anstieg des Magnetfelds am Spuleninnenrand.

Bei Vernachlässigung der radialen Bewegung gilt

$$(43) \quad \frac{\partial j'(R,t)}{\partial t} = -n_0 e \frac{\partial v_{e\varphi}(R,t)}{\partial t}$$

Zusammen mit den Gleichungen 37 und 39 folgt daraus

$$(44) \quad n_0 = \frac{\partial j'(R,t)}{\partial t} \cdot \frac{m_e (1+\gamma)}{e^2 E_\varphi(R,t)}$$

Unter der Annahme, dass eine Reibungskraft der Form 39 mit zur Zeit $t_2 \leq t_1$ örtlich konstantem γ, γ_m , wirkt, kann man also aus der Messung von $\partial j'/\partial t$ (und damit E_φ) den Verlauf der Anfangsdichteverteilung n_0 bis auf einen konstanten Faktor $(1 + \gamma_m)$ ermitteln. Diesen Faktor kann

man bestimmen, wenn man zusätzlich das Ergebnis einer side-on Mikrowellenmessung heranzieht, welche $\int_0^{R_g} n_o dR$ angibt.

Für γ_M folgt dann aus der Gleichung 44

$$(45) \quad \gamma_M = \frac{e^2}{m_e} \int_0^{R_g} n_o dR \cdot \left\{ \int_0^{R_g} \frac{\frac{\partial j(R, t_2)}{\partial t}}{E_\varphi(R, t_2)} dR \right\}^{-1} - 1$$

Eine andere Abschätzung für γ erhält man, wenn man annimmt, dass wiederum die Reibungskraft nach 39 wirken soll, dass aber nun die Anfangsdichte örtlich konstant ist und mit dem aus den Mikrowellenmessungen gefundenen Mittelwert 46 übereinstimmt

$$(46) \quad \bar{n}_{e_0} = \frac{1}{2R_g} \int_{-R_g}^{+R_g} n_o dR$$

Es ergibt sich dann für das nun ortsabhängige γ

$$(47) \quad \gamma(R) = \frac{e^2}{m_e} \bar{n}_{e_0} \frac{E_\varphi(R, t=0)}{\frac{\partial j(R, t=0)}{\partial t}} - 1$$

Mit Hilfe der Gleichungen 45 und 47 können für die in den Abbildungen 8 und 10 dargestellten Experimente Werte für $\gamma(R = 0,5 \text{ cm})$, $\gamma(R = R_g)$ und γ_M angegeben werden.

	$\gamma(R = 0,5 \text{ cm})$	$\gamma(R = R_g)$	γ_M
Abbildung 8	- 0,2	8	1
Abbildung 10	- 0,3	15	1

Da γ_M monoton nach aussen anwächst, kann man erkennen, dass $\beta = \gamma^{-1/2}$ (Gleichung 38) bei diesen Experimenten grösser ist als 0,26. β_M ergibt sich zu 1.

Setzt man γ_M in Gleichung 44 ein, so kann n_o bestimmt werden. Die Abbildungen 18 und 19 zeigen die so erhaltenen Anfangselektronendichteverteilungen. Diese Dichteverteilungen wurden als Anfangsbedingungen in die numerischen Rechnungen eingesetzt.

4. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Ergebnissen der numerischen Berechnung des Verlaufes der Kompression [16].

Der Vergleich wurde an Hand der Abbildungen 20 und 21 durchgeführt. In Abbildung 20 sind die experimentell gefundenen Kurven aus Abb. 8 aufgetragen. In Abbildung 21 sind die Kurven aus Abbildung 18 eingesetzt.

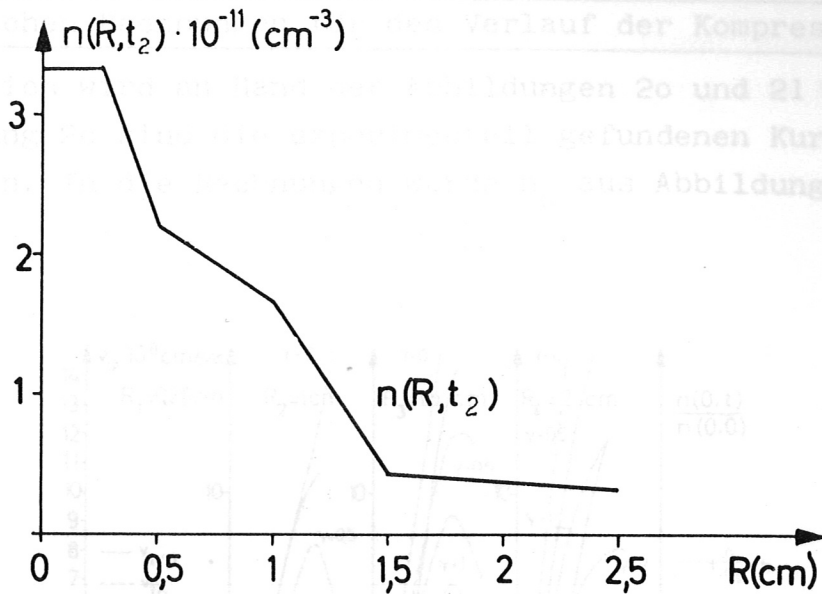


Abb. 18 Auswertung zu Abb. 8
 $t_2 = 50 \text{ nsec}$, Dichteverteilung $n(R, t_2)$, berechnet aus Gleichung 44

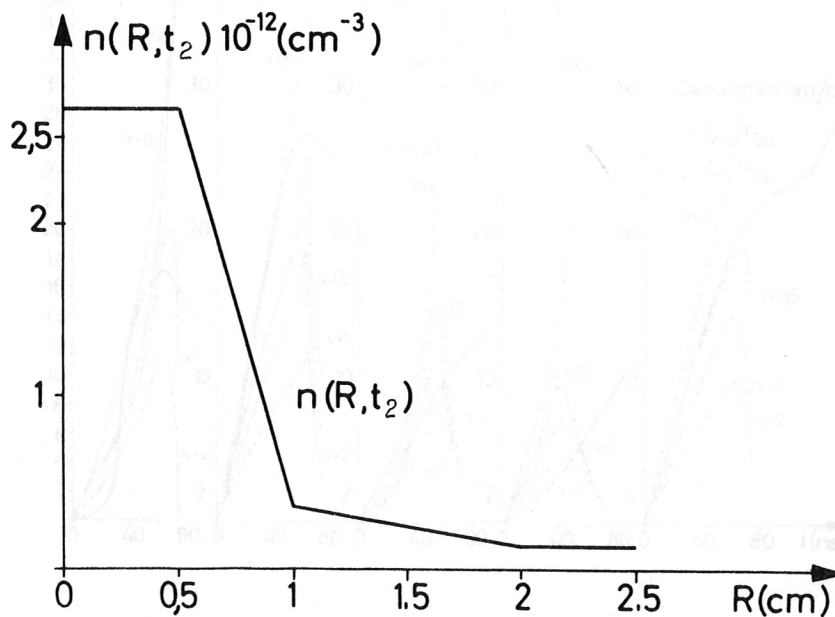


Abb. 19 Auswertung zu Abb. 10 Die Rechnungen wurden für $\alpha = 1$
Dichteverteilung $n(R, t_2)$ berechnet aus Gleichung 44
 $t_2 = 50 \text{ nsec}$

4. Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Ergebnissen der numerischen Rechnungen für den Verlauf der Kompression [16].

Der Vergleich wird an Hand der Abbildungen 20 und 21 durchgeführt. In Abbildung 20 sind die experimentell gefundenen Kurven aus Abb. 8 aufgetragen. In die Rechnungen wurde n_0 aus Abbildung 18 eingesetzt.

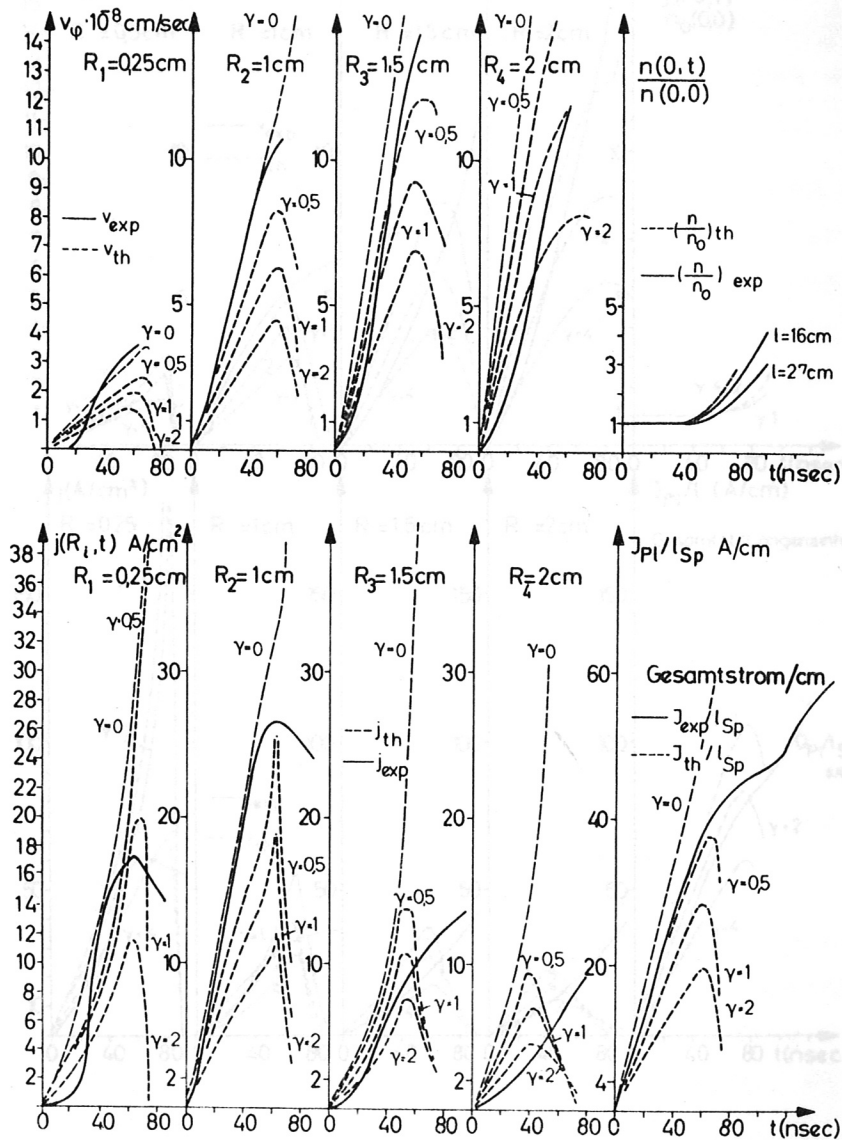


Abb. 20 Auswertungen zu Abb. 8 und Vergleich mit Ergebnissen der numerischen Rechnungen. Die Rechnungen wurden für $\alpha = 1$ und $\gamma = 0; 0,5; 1$ und 2 durchgeführt. Der Vergleich mit den Ergebnissen der numerischen Rechnungen wird für $t \leq 90 \text{ nsec}$ durchgeführt, da bisher für grössere Zeiten keine rechnerischen Ergebnisse vorliegen.

Die Abb. 21 zeigt den entsprechenden Vergleich der experimentellen Ergebnisse aus Abb. 10 mit Ergebnissen aus numerischen Rechnungen. In den Rechnungen wurde die Dichteverteilung n_0 aus Abbildung 19 verwendet.

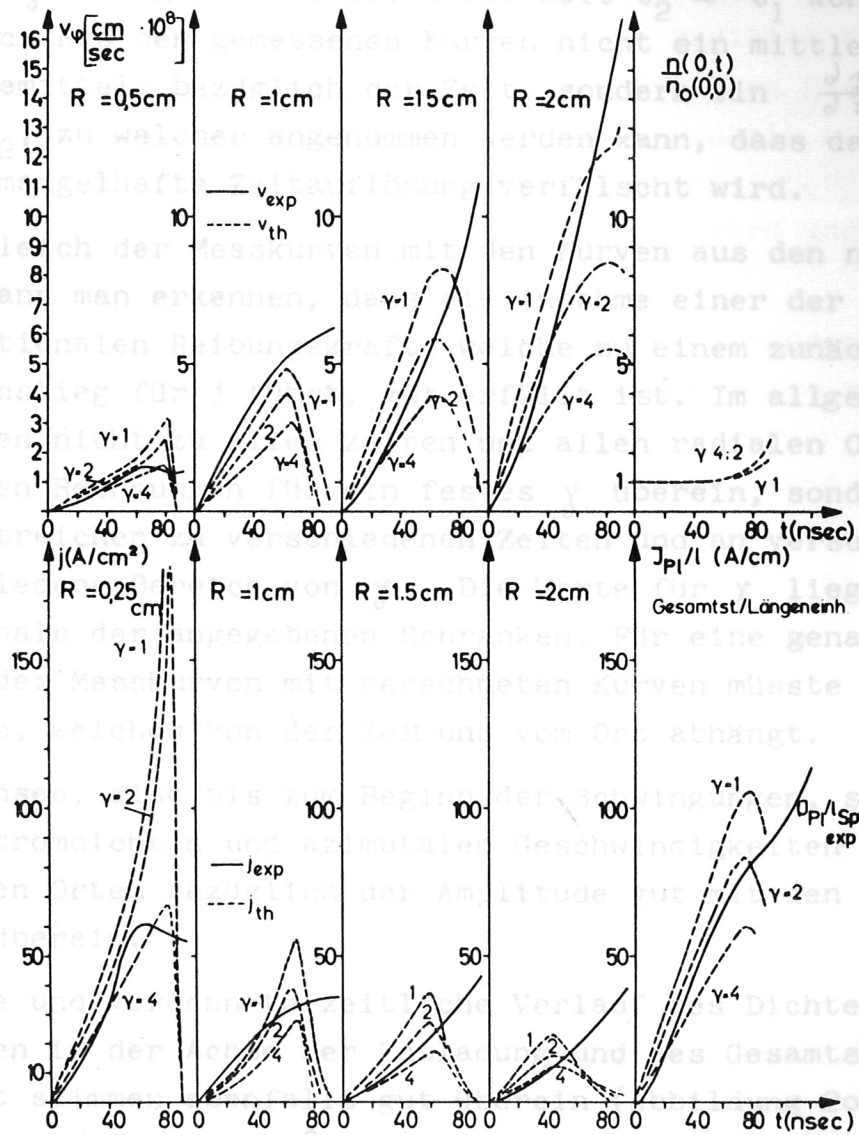


Abb. 21 Auswertungen zu den Abb. 9 und 19 und Vergleich mit Ergebnissen aus numerischen Rechnungen. Für die Rechnungen wurde $\gamma = 1, 2$ und 4 sowie $\alpha = 1$ eingesetzt.

Der Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den Ergebnissen der numerischen Rechnungen wird für $t \leq 90$ nsec durchgeführt, da bisher für grössere Zeiten keine rechnerischen Ergebnisse vorliegen.

Es werden die Verläufe der Stromdichte und der azimuthalen Elektronengeschwindigkeit an verschiedenen radialen Orten verglichen. In den Rechnungen wird angenommen, dass γ konstant ist bezüglich der Zeit und des Radius.

Bei der Bestimmung der Anfangsdichteverteilung wird ebenfalls angenommen, dass γ bezüglich des Ortes zur Zeit $t_2 \leq t_1$ konstant ist, es wird jedoch aus den gemessenen Kurven nicht ein mittleres $\frac{\partial j'(R,t)}{\partial t}$ entnommen, gemittelt bezüglich der Zeit, sondern ein $\frac{\partial j'(R,t)}{\partial t}$ zu einer Zeit t_2 , zu welcher angenommen werden kann, dass das Ergebnis nicht durch mangelhafte Zeitauflösung verfälscht wird.

Aus dem Vergleich der Messkurven mit den Kurven aus den numerischen Rechnungen kann man erkennen, dass die Annahme einer der Beschleunigung $\dot{v}_{e\varphi}$ proportionalen Reibungskraft, welche zu einem zunächst linearen zeitlichen Anstieg für j führt, gut erfüllt ist. Im allgemeinen stimmen die Messkurven nicht zu allen Zeiten und allen radialen Orten mit den Kurven aus den Rechnungen für ein festes γ überein, sondern die Messkurven überstreichen zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten verschiedene Bereiche von γ . Die Werte für γ liegen im wesentlichen innerhalb der angegebenen Schranken. Für eine genauere Übereinstimmung der Messkurven mit berechneten Kurven müsste ein γ angenommen werden, welches von der Zeit und vom Ort abhängt.

Bis etwa 60 nsec, also bis zum Beginn der Schwingungen, stimmen die gemessenen Stromdichten und azimuthalen Geschwindigkeiten an verschiedenen radialen Orten bezüglich der Amplitude gut mit den rechnerischen Ergebnissen überein.

Der gemessene und gerechnete zeitliche Verlauf des Dichteanstiegs der Elektronen in der Achse der Entladung und des Gesamtstromes pro Längeneinheit stimmen ebenfalls gut überein (Abbildung 20). Daraus und aus den Berechnungen von β aus den Gleichungen 38, 45 und 47 (mit $\alpha = 1$) kann man erkennen, dass im wesentlichen

$$(48) \quad \beta \leq 1$$

erfüllt ist (ausser in Achsennähe bei der Annahme von örtlich konstanter Anfangsdichte), dass aber andererseits β nicht wesentlich kleiner als 1 ist. Die experimentellen Stromdichtekurven im achsen-nahen Bereich zeigen Andeutungen für das von den numerischen Ergebnissen geforderte Maximum bei $t \approx 80$ nsec.

Der weitere Verlauf und die Frequenz der in Achsennähe gemessenen Schwingungen zeigen nicht das erwartete Verhalten. Bei der gemessenen Stromdichte an Orten mit $R > 0,5$ cm treten überhaupt keine Schwingungen auf.

Diese Abweichungen vom Modell können daher rühren, dass in den Aussen- gebieten mehr Verunreinigungen vorhanden sein können. Auf die Ergeb- nisse bis $t = 50$ nsec, also bis zum Beginn der radialen Bewegung, haben Verunreinigungen keinen Einfluss, da Stösse und Nachionisation zu vernachlässigen sind. Erst wenn die radiale Dynamik eine Rolle spielt, muss die grössere Masse der Verunreinigungen berücksichtigt werden, da das Plasma dann langsamer komprimiert wird und die Frequenz der Schwingungen kleiner wird.

Diese Hypothese wird durch die im Experiment auftretenden Zeitskalen bei den Stromdichtekurven unterstützt. Die Zeit bis zur ersten maximalen Kompression geht ungefähr proportional mit der vierten Wurzel aus der Ionenmasse. Als Verunreinigungen sind bei diesem Experiment vor allem Sauerstoff und Silizium aus dem Glas sowie Kupfer aus den Triggerelektroden zu erwarten. Für Sauerstoff, Silizium und Kupfer ergeben sich folgende auf Wasserstoff normierte Kompressions- zeiten:

Sauerstoff

$$(49) \quad \frac{t_o}{t_H} = 2$$

Silizium

$$(50) \quad \frac{t_{Si}}{t_H} = 2,3$$

Kupfer

$$(51) \quad \frac{t_{Cu}}{t_H} = 2,8$$

Verändert man bei den Strom- und Geschwindigkeitskurven aus den numerischen Rechnungen den Zeitmasstab, so muss im gleichen Verhältnis auch der Ordinatenmasstab geändert werden.

Der Vergleich der Abb. 8 mit 20 und Abb. 10 mit 21 zeigt, dass die Schwankungen durch die verschiedenen Kompressionszeiten gedeutet werden könnten. Der gesamte Kurvenverlauf kann dann durch die Mischung der Stromdichteverläufe der einzelnen Plasmakomponenten erklärt werden.

Für $t \geq 200$ nsec kann ausserdem nicht mehr mit Stossfreiheit gegenüber dem Neutralgas gerechnet werden. Der Abfall des Stromes für $t > 200$ nsec

kann durch die Annahme erklärt werden, dass das gesamte Plasma mit einer Geschwindigkeit komprimiert, bei welcher die $e(\vec{v} \times \vec{B})_{\varphi}$ Kraft gerade gleich gross aber entgegengesetzt gerichtet ist der Kraft $e E_{\varphi}$. Der Reststrom, welcher zu späteren Zeiten fliesst, hält dann dem Plasmadruck das Gleichgewicht.

Aus den Messungen kann man erkennen, dass die stossfreie Reibung, wie sie hier in die Bewegungsgleichungen der numerischen Rechnungen eingeführt wird, die Dissipation in einem gewissen Zeitbereich etwa richtig beschreibt.

Durch die Messergebnisse können Schranken für den Parameter β innerhalb dieses Zeitintervalls angegeben werden. Mit der Annahme, dass β örtlich konstant ist, ergeben sich für β Werte der Grössenordnung 1. Mit der Annahme, dass die Dichte örtlich konstant ist, ergibt sich eine untere Schranke für β von ungefähr 0,3, so dass kritische Geschwindigkeiten von der Grössenordnung der Geschwindigkeit akustischer Ionenwellen ($\sqrt{kT_e/m_i}$, siehe Abschnitt IV,1) ausgeschlossen werden können.

Die zeitliche Entwicklung der physikalischen Größen wird durch die zeitlichen Änderungen der Geschwindigkeit v und der Drehmomente L der Elektronen ohne Reibung beschrieben. Die Gleichungen 52 und 57 sind äquivalent. Wenn die Drehmomente L vernachlässigt werden, wird $P = 0$ gesetzt. Für L und v ist bekannt, dass sie die Bedingungen 52 mit 55 erfüllt. Für diese Rechnung kann man annehmen, dass sich die thermische Energiedichte in einem Volumen dV zeitlich nur durch adiabatische Kompression dV und durch einströmende Energie ändert. Dies beschreibt die Energieerhaltung in zylindrischen Koordinaten)

$$(58) \quad \frac{\partial P}{\partial t} = \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_{v=0} + \left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_{v \neq 0}$$

$\left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_{v \neq 0}$ ist die durch die adiabatische Kompression zugeführte Energie, dV ist die Volumenänderung bei adiabatischer Kompression.

$\left(\frac{\partial P}{\partial t} \right)_{v=0}$ kann mit Hilfe der Adiabategleichung 59 berechnet werden. Man nimmt an, dass die Kompression nur in der R- φ -Ebene stattfindet.

$$(59) \quad P_0 n_0^{-2} = P n^{-2}$$

Die zeitliche Ableitung der Gleichung 59 ergibt

Anhang 1

Berechnung der Reibungskraft F.

Die Reibungskraft F soll folgende Bedingungen erfüllen:

Wenn

$$(52) \quad |v_{e\varphi}| < \beta v_{th}$$

ist, dann soll

$$(53) \quad F = 0 \quad \text{gelten.}$$

Wenn

$$(54) \quad |v_{e\varphi}| = \beta v_{th}$$

wird, dann wird $F \neq 0$ und erzwingt, dass

$$(55) \quad |v_{e\varphi}| \equiv \beta v_{th}$$

ist, so lange durch die Reibungskraft keine Beschleunigungsarbeit am Plasma geleistet wird. Diese Bedingung lautet

$$(56) \quad F v_{e\varphi} \leq 0$$

oder

$$(57) \quad \left. \frac{\partial v_{e\varphi}^2}{\partial t} \right|_{F=0} - \beta^2 \left. \frac{\partial v_{th}^2}{\partial t} \right|_{F=0} > 0$$

Der Index $F = 0$ bedeutet, dass die zeitlichen Änderungen der gerichteten bzw. der thermischen Energie der Elektronen ohne Reibungskraft verglichen werden. Die Ungleichungen 56 und 57 sind äquivalent. Wenn die Ungleichungen 56 und 57 verletzt werden, wird $F \neq 0$ gesetzt. F soll nun so berechnet werden, dass es die Bedingungen 52 mit 55 erfüllt. Für diese Berechnung kann man davon ausgehen, dass sich die thermische Energiedichte in einem Volumenelement zeitlich nur durch adiabatische Kompressionsarbeit und durch Zufuhr dissipierter Energie ändert. Dies beschreibt Gleichung 58 (in Lagrange Koordinaten)

$$(58) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial q=0} + \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial V=0}$$

∂q ist die durch die Reibungsarbeit zugeführte Energie, dV ist die Volumänderung bei adiabatischer Kompression.

$\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial V=0}$ kann mit Hilfe der Adiabatengleichung 59 berechnet werden. Man nimmt an, dass die Kompression nur in der R- φ -Ebene stattfindet.

$$(59) \quad p_0 n_0^{-2} = p n^{-2}$$

Die zeitliche Ableitung der Gleichung 59 ergibt

$$(60) \quad \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial q=0} = + p \cdot 2 \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial t}$$

Die zeitliche Ableitung der Kontinuitätsgleichung 35 ergibt

$$(61) \quad \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{n}{n_0} \frac{1}{R_0} \frac{\partial}{\partial R_0} (R v_R)$$

Aus den Gleichungen 60 und 61 folgt

$$(62) \quad \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial q=0} = -p \frac{n}{n_0} \frac{2}{R_0} \frac{\partial}{\partial R_0} (R v_R)$$

Gleichung 62 beschreibt die zeitliche Änderung der Energiedichte in einem Volumenelement bei adiabatischer Kompression.

$\left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial V=0}$ kann mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung 63 und des Äquipartitionsgesetzes 64 berechnet werden, wenn angenommen wird, dass die Arbeit, welche gegen die Reibungskraft F geleistet wird, in thermische Bewegung der Elektronen in der $R-\psi$ -Ebene übergeführt wird.

$$(63) \quad p = n k T$$

$$(64) \quad \frac{1}{2} m_e v_{th}^2 = k T.$$

v_{th} ist die thermische Elektronengeschwindigkeit. Aus Gleichung 63 folgt für die Zeitableitung, wenn $\frac{\partial}{\partial t} T_R$ die durch die Reibungsarbeit bewirkte Temperaturerhöhung ist.

$$(65) \quad \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial V=0} = n \frac{\partial}{\partial t} k T_R$$

Die thermische Energie wird durch die Reibung entsprechend Gleichung 66 erhöht, wobei α der Faktor der Reibungsarbeit ist, welcher in thermische Energie übergeht.

$$(66) \quad k T_R = -\alpha \int_0^t F v_{e\psi} dt$$

Aus den Gleichungen 65 und 66 folgt:

$$(67) \quad \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{\partial V=0} = -n v_{e\psi} \alpha F$$

Gleichung 67 stellt die Erhöhung der Energiedichte durch stossfreie

Energiedissipation bei konstantem Volumen dar. Für die gesamte zeitliche Änderung der Energiedichte in einem Volumelement kann man also schreiben:

$$(68) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -p \cdot 2 \frac{n}{n_0 R_0} \frac{\partial}{\partial R_0} (R v_R) - n v_{e\varphi} \alpha F$$

Aus den Gleichungen 63 und 64 folgt weiter

$$(69) \quad p = \frac{n m_e v_{th}^2}{2}$$

Für die Zeitableitung ergibt sich

$$(70) \quad \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{m_e}{2} v_{th}^2 \frac{\partial n}{\partial t} + m_e n v_{th} \frac{\partial v_{th}}{\partial t}$$

Setzt man 79, 61, 69 und 70 in 68 ein und berechnet dann unter Benutzung der Bedingung 55 $\frac{\partial v_{e\varphi}}{\partial t}$, so ergibt sich, wenn man in Gleichung 37 einsetzt, ein expliziter Ausdruck für die Reibungskraft F

$$(71) \quad F = \frac{\gamma}{1+\gamma} \left\{ e(E_\varphi - v_R B_z) + m_e \frac{v_R v_{e\varphi}}{R} - \frac{1}{2} m_e \frac{n}{n_0} \frac{v_{e\varphi}}{R_0} \frac{\partial}{\partial R_0} (R v_R) \right\}$$

Anhang II

Fehlerabschätzung

Mikrowellenmessungen

Bei den Mikrowellenmessungen müssen drei verschiedene Fehlermöglichkeiten berücksichtigt werden:

1. Die Integrationslänge bei der Auswertung der Messsignale ist nicht genau bekannt. Bei den end-on Messungen wird diese Tatsache dadurch berücksichtigt, dass die Mikrowellenmessungen für die Spulenlänge als Minimallänge und für die Gefäßlänge als Maximallänge ausgewertet werden. Die richtigen Werte liegen dazwischen.

Bei den side-on Messungen wird stets nur der Mittelwert über den Gefäßdurchmesser gemessen. Mit Hilfe dieser Messungen können die nach Gleichung 44 bestimmten relativen Dichteverteilungen geeicht werden.

2. Bei dem hier verwendeten Mikrowellen-Interferometer wird die Anfangsdichte n_{e0} zum Zeitpunkt der Zündung des Theta-Pinches durch die Abweichung der Signalamplitude von der Nulllage (definiert durch die Strahlage am Oszillographenschirm ohne Plasma) gemessen.

Der Fehler bei dieser Messung und bei der Messung des zeitlichen Verlaufs der Dichte im Bereich des Mikrowellenstrahles ist im wesentlichen ein Ablesefehler.

Für die Elektronendichte ergibt sich aus dem Ablesefehler ein Fehler von $\Delta n_e = \pm 135 \cdot 10^{10} \frac{1}{l} \text{ cm}^{-3}$, l ist die Integrationslänge bei den Mikrowellenmessungen.

3. Bei der Bestimmung des zeitlichen Nullpunktes muss ein Fehler von $t = \pm 10 \text{ nsec}$ berücksichtigt werden.

Die Grenzen der Zeitauflösung bei den Mikrowellenmessungen werden im Abschnitt II.1.d ausführlich behandelt.

Sondenmessungen

Der Fehler bei den Sondenmessungen kann in mehrere Teile aufgeteilt werden.

1. Bei den Sondenmessungen wird die Differenz des Magnetfeldes an zwei verschiedenen Orten im Entladungsvolumen, gegeben durch die Sonden-

lage, gemessen. Der Sondenabstand beträgt 5 mm, der Durchmesser des Sondenpulenkerns beträgt 0,8 mm. Als Sondenort wird der Mittelpunkt der Sonde angenommen.

Der Fehler bei der Bestimmung des Sondenabstands von 5 mm beträgt 0,1 mm. Dadurch ergibt sich bei den Messungen ein Fehler von $\pm 2\%$.

2. Der Eichfehler der Sonde beträgt $\pm 2\%$.
3. Aus der Auswertung des Differenzsignals resultiert ein systematischer Fehler von $\pm 6 \text{ A/cm}^2$, der dem gesamten zeitlichen Verlauf der $j(R,t)$ Kurven überlagert ist.
4. Der Ablesefehler bei der Auswertung beträgt $\pm 4 \text{ A/cm}^2$.
5. Die Störungen des Plasmastroms durch die Sonde werden nicht berücksichtigt.
6. Bei der Bestimmung des zeitlichen Nullpunktes muss ein Fehler von $\pm 10 \text{ nsec}$ berücksichtigt werden.

Die Zeitauflösung der Messanordnung wurde bereits im Abschnitt II.1.d behandelt.

Die verschiedenen Wirkungsquerschnitte können aus 7.24, 25 entnommen werden. Der totale Wirkungsquerschnitt kann der folgenden Tabelle entnommen werden. ϵ_{tot} wird dabei entsprechend den Gleichungen 76 bzw. 77 bestimmt.

$$(76) \quad \epsilon_{\text{tot}} = \frac{m_e}{\rho} n_n \langle \sigma_{\text{el}} \sigma_{\text{el}} \rangle \sigma_{\text{el}}$$

$$(77) \quad \epsilon_{\text{tot}} = 0,7 n_n l \langle \sigma_{\text{el}} \sigma_{\text{el}} \rangle \sigma_{\text{el}} 10^{-16}$$

Anhang III

Abschätzung der kritischen Feldstärke für run-away Elektronen im Neutralgas.

Zur Abschätzung der kritischen Feldstärke kann man die Geschwindigkeitszunahme der Elektronen zwischen zwei Stößen mit den Wasserstoffatomen gleich der thermischen Elektronengeschwindigkeit setzen.

$$(72) \quad \frac{e}{m} E_{cn} \frac{1}{v_{en}} \approx v_{eth}$$

v_{en} ist die Stossfrequenz für Elektron Neutralgas Stösse. Im Neutralgas in Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit

$$(73) \quad v_{en} = n_n \langle \tau_{en} v_e \rangle \approx n_n \sigma(v_{eth}) \cdot v_{eth}$$

Die Mitteilung erfolgt über die bei der Beschleunigung durchlaufenen Geschwindigkeiten.

$$(74) \quad \tilde{\sigma}_{en} = \tilde{\sigma}_{el} + \tilde{\sigma}_{nel}$$

$\tilde{\sigma}_{el}$ ist der Wirkungsquerschnitt für elastische und $\tilde{\sigma}_{unel}$ der für unelastische Stösse.

$$(75) \quad \tilde{\sigma}_{unel} = \sigma_{ionisation} + \sigma_{diss} + \sigma_{Anreg}$$

Die verschiedenen Wirkungsquerschnitte können aus 7,24,25 entnommen werden. Der totale Wirkungsquerschnitt kann der folgenden Tabelle entnommen werden. E_{cn} wird dabei entsprechend den Gleichungen 76 bzw. 77 bestimmt.

$$(76) \quad E_{cn} \approx \frac{m_e}{e} n_n \langle \sigma_{en} v_e \rangle v_{eth}$$

$$(77) \quad = 5,7 \cdot n_n t \cdot \langle \sigma_e v_e \rangle v_{eth} \cdot 10^{-16}$$

v_e [eV]	1	10	100	1000	10.000
σ_{en} [10^{-15} cm ²]	1,4	0,9	0,28	0,032	0,00426
E_{cn}	0,12	0,78	2,55	2,91	3,9

Tabelle für die kritischen run-away Feldstärken von Elektronen im Neutralgas in Abhängigkeit von der Elektronengeschwindigkeit bei $n_{e0} = 3 \cdot 10^{13}$ cm⁻³ sowie der totale Wirkungsquerschnitt für Elektron Neutralgasstöße in Abhängigkeit von der Elektronenenergie.

[1] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, 2, 1 (1965)
 [2] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, 10, 29 (1946)
 [3] G. Bekefi, *High Frequency Discharges and Digital Circuits*, McGraw-Hill
 [4] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, Interscience
 [5] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, Numerical and experimental investigations
 [6] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, of a plasma with anomalous friction,
 [7] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, Conference on Plasma Physics and
 [8] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, Research, München 1966 sowie auf
 [9] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, and Millisecond Shock Waves in
 [10] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, Cleveland, USA,
 [11] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, 62 (1963)
 [12] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, B. Chodura
 [13] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, 78c (1960)
 [14] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, Institut für Physik und Astrophysik,
 [15] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, München, 1971-1974
 [16] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, E. Engelsmann, Nucl. Fusion 6; 46 (1966)
 [17] G. Bekefi, *High Frequency Discharges*, The Theory of Plasma Waves, McGraw-Hill (1962)

Literaturverzeichnis

- [1] R. Chodura, Z.f.Naturf. 19a, 679 (1964)
- [2] H. Kever, Institut für Plasmaphysik der Kernforschungsanlage Jülich, Jül - 157 - PP, (1964)
- [3] R.Z. Sagdeev, Symposium on Electrodynamics and Fluid Dynamics of Gaseous Plasma, Brooklin, April 1961
- [4] V.I. Karpman, Zhurnal Tekhnicheskoi Fisiki 33, 959 (1963)
- [5] M.V. Babykin et al., Soviet Physics Jept. 19, 2 (1964)
- [6] Y.E. Nesterikhin, Private Communication pp. 1-36 (1964)
- [7] H.S.W. Massey, E.H.S. Burhop, Electronic and Ionic Impact at the Phenomena, Oxford Clarendon Press (1956)
- [8] A. Hirt, Institut für Plasmaphysik, Garching, IPP 1/24 (1964)
- [9] F. Pohl, H. Herold, Institut für Plasmaphysik, Garching, IPP 1/31 (1964)
- [10] B.B. Kadomtsev, Plasma Turbulence, Academic Press (1965)
- [11] E.A. Jackson, Phys. of Fluids 3, 5 (1960)
- [12] P.J. Kellog, Phys. of Fluids 8, 1 (1965)
- [13] L.D. Landau, J. Phys. (USSR) 10, 25 (1946)
- [14] J. Millman, H. Taub, Pulse and Digital Circuits, McGraw-Hill Book Company, Inc., (1956)
- [15] L. Spitzer, Physics of Fully Ionized Gases Nr. 3, Interscience Publishers (1962)
- [16] R. Chodura, P. Igenbergs, Numerical and experimental investigations on collision-free compression of a plasma with anomalous friction, Vortrag auf der 1st. European Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, München 1966 sowie auf The Conference on Turbulence and Collisionfree Shock Waves in Plasmas, Case Institute of Technology, Cleveland, USA, October 3rd - November 1st, 1966
- [17] J.H. Adlam, L.S. Holmes, Nuclear Fusion 3, 62 (1963)
- [18] Persönliche Mitteilung von R. Chodura
- [19] O. Penrose, Phys. Fluids 3, 786 (1960)
- [20] D. Pfirsch, Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München, MPI/Pa - 8/64
- [21] G. Bardotti, A. Cavaliere, F. Engelmann, Nucl. Fusion 6, 46 (1966)
- [22] T.H. Stix, The Theory of Plasma Waves, McGraw-Hill (1962)

- [23] persönliche Mitteilung von M. Keilhacker
- [24] J.L. Delcroix, Introduction to the Theory of ionized Gas, Interscience Publishers 1960
- [25] Mott, N.F., Massey H.S.W., The Theory of Atomic Collisions, Oxford, At the Clarendon Press, 1952