

Methode zur Anpassung einer mit Plasma belasteten Hochfrequenzspule an einen Generator

G. Siller

IPP 2/-

Technische Notiz

November 1967

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Methode zur Anpassung einer mit Plasma belasteten Hochfrequenzspule an einen Generator

Abstract

G. Siller

IPP 2/-

Technische Notiz

November 1967

In this paper a method is described to match a plasma-loaded high frequency coil to a generator. In detail electric circuits are described, which allow this matching. It is shown, that in the general case one must use at the minimum two reactances for the transformation of the coil-impedance. For this there are four possible circuits, which are investigated to their applicability. The computation of the circuits is made graphically by means of the in-
version-diagram.

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

1. EINLEITUNG

Eine der am häufigsten angewandten Methoden zur Erzeugung von Plasma durch Hochfrequenz ist folgende: Das zu ionisierende Gas befindet sich in einem meist zylindrischen Glasgefäß. Um dieses Gefäß wickelt man eine

Abstract

In this paper a method is described to match a plasma-loaded high frequency coil to a generator. In detail the possible electric circuits are discussed, which allow this matching. It is shown, that in the general case one must use at the minimum two reactances for the transformation of the coil-impedance. For this there are four possible circuits, which are investigated to their applicability. The computation of the circuits is made graphically by means of the in-

Die Spule hat nun einen induktiven Widerstand $j\omega L$. Die Verluste in der vom Plasma unbelasteten Spule werden vernachlässigt. Die in das Plasma eingekoppelte Leistung macht sich dadurch bemerkbar, daß zu der induktiven noch eine ohmsche Widerstandskomponente hinzukommt. Diese wird für die folgenden Betrachtungen als Serienwiderstand R zum Spulenwiderstand $j\omega L$ betrachtet. Es ist nun dieser Scheinwiderstand $Z = R + j\omega L$, der an den Sender angepaßt werden muß. Man kann R aus den Daten des Plasmas errechnen, wie es z.B. Stix [1] getan hat. Er ermittelte den R -Wert für den speziellen Fall, daß der Entladung noch ein Magnetfeld überlagert ist und die Senderfrequenz bei der lokalen Ionengyrofrequenz liegt. Der Wert von R wird in

1. EINLEITUNG

Eine der am häufigsten angewandten Methoden zur Erzeugung von Plasma durch Hochfrequenz ist folgende: Das zu ionisierende Gas befindet sich in einem meist zylindrischen Glasgefäß. Um dieses Gefäß wickelt man eine Spule, die mit Hochfrequenz gespeist wird. In manchen Fällen wird der Entladung auch noch ein Magnetfeld überlagert. Schließt man die Spule ohne besondere Vorkehrungen an den Sender an, so ergeben sich in der Praxis oft erhebliche Schwierigkeiten. Man findet Bereiche der Betriebsparameter (Gasart, Gasdruck, Frequenz des Senders, Stärke des Magnetfeldes usw.), in denen man viel Leistung einkoppelt und Bereiche, in denen die Entladung erlischt. Der Grund für die letztgenannte Erscheinung liegt ganz offensichtlich in einer Fehlanpassung des Verbrauchers an die Hochfrequenzquelle, während die gute Leistungseinkopplung auf einen angepaßten Verbraucher schließen läßt.

Die Spule hat nun einen induktiven Widerstand ωL . Die Verluste in der vom Plasma unbelasteten Spule werden vernachlässigt. Die in das Plasma eingekoppelte Leistung macht sich dadurch bemerkbar, daß zu der induktiven noch eine ohmsche Widerstandskomponente hinzukommt. Diese wird für die folgenden Betrachtungen als Serienwiderstand R zum Spulenwiderstand $j\omega L$ betrachtet. Es ist nun dieser Scheinwiderstand $Z = R + j\omega L$, der an den Sender angepaßt werden muß. Man kann R aus den Daten des Plasmas errechnen, wie es z.B. Stix [1] getan hat. Er ermittelte den R -Wert für den speziellen Fall, daß der Entladung noch ein Magnetfeld überlagert ist und die Senderfrequenz bei der lokalen Ionengyrofrequenz liegt. Der Wert von R wird im

allgemeinen je nach den Parametern des Plasmas (Gasart, Plasmadichte, Ionisationsgrad, Magnetfeldstärke usw.) sehr unterschiedliche Werte ergeben und der Rechenaufwand zu seiner Ermittlung ist erheblich. Die Aufgabe dieses Berichtes ist es nun, die Möglichkeiten zu ermitteln, um ohne Kenntnis des für den jeweiligen Fall geltenden R-Wertes eine maximale Leistungseinkopplung zu erreichen.

Das Problem kann gelöst werden, das man zwischen dem Verbraucher mit dem komplexen Widerstand $Z_L = R + j\omega L$ und dem Sender eine variable Transformationsschaltung einbaut. Damit ist es zunächst überhaupt möglich, bei unbekanntem R eine optimale Einkopplung zu erreichen. Außerdem kann man bei geänderten Versuchsbedingungen im Entladegefäß jeweils wieder nachstimmen. Die Transformation des komplexen Widerstandes Z_L wird mit Induktivitäten und Kapazitäten durchgeführt, die im folgenden als verlustfrei angenommen werden.

Nun zunächst noch eine ganz allgemeine Betrachtung zur Transformation. Man verwendet bei Sendern zur Erzeugung von Hochfrequenzplasma meist höhere Frequenzen. Benutzt man daher zwischen dem Sender und der das Entladegefäß umgebenden Spule ein nicht angepaßtes Kabel, so transformiert dieses oft in einer unerwünschten Weise. Die Transformation kann nur durch Variation der Kabellänge geändert werden. Dies verlangt die Kenntnis der Grundgesetze der Leitungstheorie. Es ist daher zweckmäßiger, zwischen dem Sender und der Spule mit einem angepaßten Kabel vom Wellenwiderstand W zu arbeiten. Damit ist man zunächst einmal unabhängig von der Kabellänge. Für die Betrachtungen wird das Kabel als verlustfrei angenommen. Dies ist in der Praxis meistens gegeben. Damit wird der Wellenwiderstand W eine reelle Zahl. Nun ist aber auch sofort klar, was die Transformationsschaltung bezwecken muß. Der kom-

2. TRANSFORMATIONSSCHALTUNG

Wie schon eingangs erwähnt wurde, handelt es sich bei der hier gestellten Aufgabe um das Anpassungsproblem eines Hochfrequenzsenders an einen unbekanntem Verbraucher, der außerdem noch je nach den Versuchsbedingungen verschiedene Werte annimmt. Das Problem kann dadurch gelöst werden, daß man zwischen dem Verbraucher mit dem komplexen Widerstand $Z = R + j\omega L$ und dem Sender eine variable Transformationsschaltung einbaut. Damit ist es zunächst überhaupt möglich, bei unbekanntem R eine optimale Einkopplung zu erreichen. Außerdem kann man bei geänderten Versuchsbedingungen im Entladegefäß jeweils wieder nachstimmen. Die Transformation des komplexen Widerstandes Z wird mit Induktivitäten und Kapazitäten durchgeführt, die im folgenden als verlustfrei angenommen werden.

Nun zunächst noch eine ganz allgemeine Betrachtung zur Transformation. Man verwendet bei Sendern zur Erzeugung von Hochfrequenzplasmen meist höhere Frequenzen. Benutzt man daher zwischen dem Sender und der das Entladegefäß umgebenden Spule ein nicht angepaßtes Kabel, so transformiert dieses oft in einer unerwünschten Weise. Die Transformation kann nur durch Variation der Kabellänge geändert werden. Dies verlangt die Kenntnis der Grundelemente der Leitungstheorie. Es ist daher zweckmäßiger, zwischen dem Sender und der Spule mit einem angepaßten Kabel vom Wellenwiderstand W zu arbeiten. Damit ist man zunächst einmal unabhängig von der Kabellänge. Für die Betrachtungen wird das Kabel als verlustfrei angenommen. Dies ist in der Praxis meistens gegeben. Damit wird der Wellenwiderstand W eine reelle Zahl. Nun ist aber auch sofort klar, was die Transformationsschaltung bezwecken muß. Der kom-

plexe Widerstand $Z = R + j\omega L$ der mit Plasma belasteten Spule muß transformiert werden in einen Wert

$Z' = R' + j\omega L'$ mit $R' = W$ und $\omega L' = 0$ d.h. $Z' = W$. Allgemein ist es nun so, daß $R \ll W$ ist, d.h. die Transformationsschaltung muß die Blindkomponente von Z zu Null machen und die Wirkkomponente auf einen meist erheblich größeren Wert $R' = W$ bringen. Die Verhältnisse sind nun vom Sender her betrachtet denkbar einfach; denn der Sender arbeitet auf ein Kabel mit dem Wellenwiderstand W , welches mit einer rein ohmschen Last W abgeschlossen ist. Als Beispiel sei hier gezeigt (Abb. 1), wie ein derartiges Kabel von einem Sender mit Parallelresonanzkreis gespeist wird.

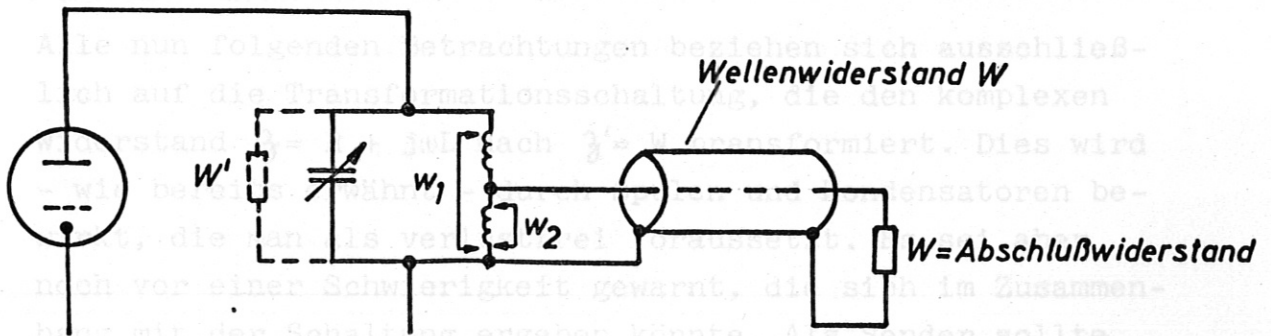


Abb. 1 Beispiel eines von einem Parallelkreis gespeisten angepassten Kabels

Ist w_1 die gesamte Windungszahl der Schwingkreisspule und w_2 die zwischen den Kabelklemmen, so erscheint parallel zum Schwingkreis ein Widerstand W' , der gegeben ist durch

$$W' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \cdot W$$

Dieses W' muß gleich jenem Widerstand sein, an den die Röh-

re maximale Leistung abgibt. Natürlich kann die Transformation des Kabels auf die Senderröhre auch anders erfolgen als über die Schwingkreisspule (z.B. über ein Collins-Filter).

Die Benutzung eines angepaßten Kabels zwischen Sender und Verbraucher bringt außer den klaren und übersichtlichen Verhältnissen auch noch einen anderen Vorteil mit sich. Über dieses Kabel fließt nur die im Abschlußwiderstand verbrauchte Wirkleistung. Sie kann daher mit einem Richtkoppler relativ einfach gemessen werden. Anders liegen die Verhältnisse beim nichtangepaßten Kabel; denn nun fließen auch große Blindströme im Kabel und die Messung der Wirkleistung gestaltet sich sehr problematisch.

Alle nun folgenden Betrachtungen beziehen sich ausschließlich auf die Transformationsschaltung, die den komplexen Widerstand $Z = R + j\omega L$ nach $Z' = W$ transformiert. Dies wird - wie bereits erwähnt - durch Spulen und Kondensatoren bewirkt, die man als verlustfrei voraussetzt. Es sei aber noch vor einer Schwierigkeit gewarnt, die sich im Zusammenhang mit der Schaltung ergeben könnte. Als Sender sollte man stets einen fremderregten nehmen. Dadurch ist seine Frequenz fixiert. Benutzt man einen selbsterregten Sender, so ist der Ausgangskreis der Röhre, verbunden mit dem Kabel, der Transformationsschaltung und dem Verbraucher meist ein vieldeutiges Gebilde und es werden sich je nach den Versuchsbedingungen verschiedene Frequenzen erregen. Mit der geänderten Frequenz ändern sich auch die Größen der Blindwiderstände im Transformationskreis und es ergibt Fehlanpassung.

Bei der Ermittlung einer geeigneten Transformationsschaltung werden hier zwei Wege beschritten. Zunächst wird -

ausgehend von bekannten und bewährten Schaltungen - versucht, jene Bedingungen mathematisch zu ermitteln, die $Z = R + j\omega L$ in $Z' = W$ überführen mit der Nebenbedingung $W \gg R$. Es wird sich zeigen, daß selbst bei einem Minimum an Schaltelementen die Bedingungsgleichungen sich schon bald sehr unübersichtlich gestalten. Die Auswertungsmöglichkeit mit einer Rechenmaschine macht das Problem nicht leichter, wenn man am Experiment zunächst noch gar nicht einmal weiß, in welcher Größenordnung von R man sich überhaupt bewegt. Außerdem ist man kaum imstande, allgemeine Aussagen derart zu machen, ob z.B. die verwendete Schaltung unter allen möglichen diejenige ist, die mit einem minimalen Aufwand an Induktivitäten und Kapazitäten die gewünschte Transformation bewerkstelligt. Außerdem wird es auch interessieren, wieviele gleichwertige Schaltungen es gibt, die bei gleichem Aufwand an Blindelementen dieselbe Aufgabe erfüllen und welche von ihnen praktisch vorzuziehen ist. Die Lösung aller dieser Probleme bringt die Verwendung des aus der Hochfrequenztechnik bekannten Inversionsdiagrammes [2]. Hier ist es mittels einer graphischen Lösungsmethode möglich, Fragen der oben erwähnten Art ganz allgemein zu beantworten. Ein Vergleich mit der schwerfälligen Rechenmethode bei komplexen Widerständen zeigt die Überlegenheit des graphischen Verfahrens.

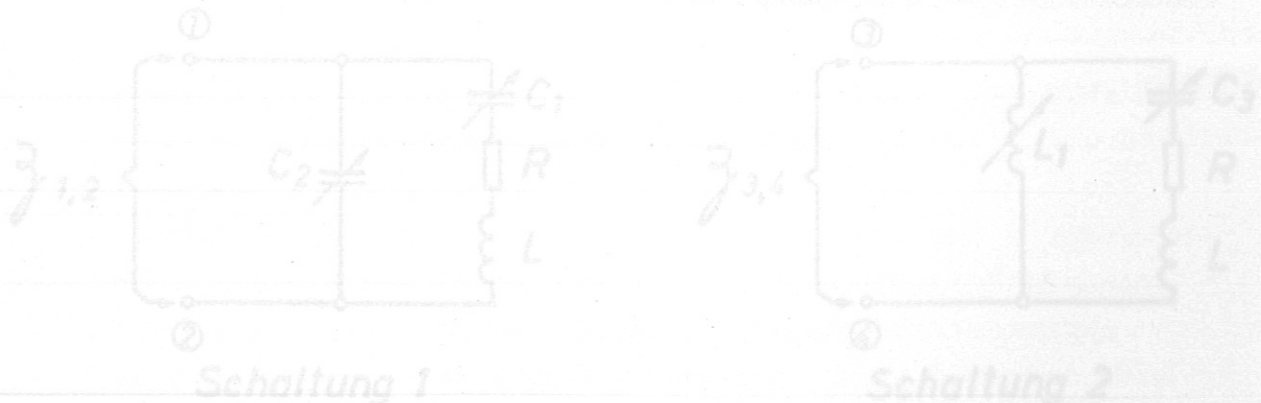


Abb. 2 Schaltungen zur Transformation von Z nach Z'

3. BERECHNUNG EINER TRANSFORMATIONSSCHALTUNG

Von den in Abb. 2 und 3 angegebenen Transformations-schaltungen wird später im Abschnitt 4 gezeigt werden, daß sie nicht nur die Transformation von $Z = R + j\omega L$ nach $Z' = W$ gestatten (mit der Nebenbedingung $W \gg R$), sondern sie kommen auch mit dem minimalsten Aufwand von nur 2 Blindelementen - das sind die variablen Größen in Abb. 2 und 3 - aus. Die Transformation mit nur einem Blindelement, z.B. einer Induktivität oder einer Kapazität ist nur in Spezialfällen möglich, wie auch später gezeigt wird. Für den allgemeinen Fall der Transformation von Z nach Z' braucht man jedoch mindestens zwei Blindelemente. Vergleicht man diese vier Schaltungen miteinander - wie dies später im Abschnitt 4 getan wird - so erhält man folgendes Ergebnis: Stellt man die Zusammenschaltung der Elemente graphisch im Inversionsdiagramm dar, d.h. beschreibt man im Diagramm z.B. den Weg gemäß Schaltung 1, also R plus $j\omega L$ plus $-j \frac{1}{\omega C_1}$ plus Parallelschaltung von C_2 , so gelangt man vom gegebenen Widerstand $Z = R + j\omega L$ im allgemeinsten Fall zu dem Wi-

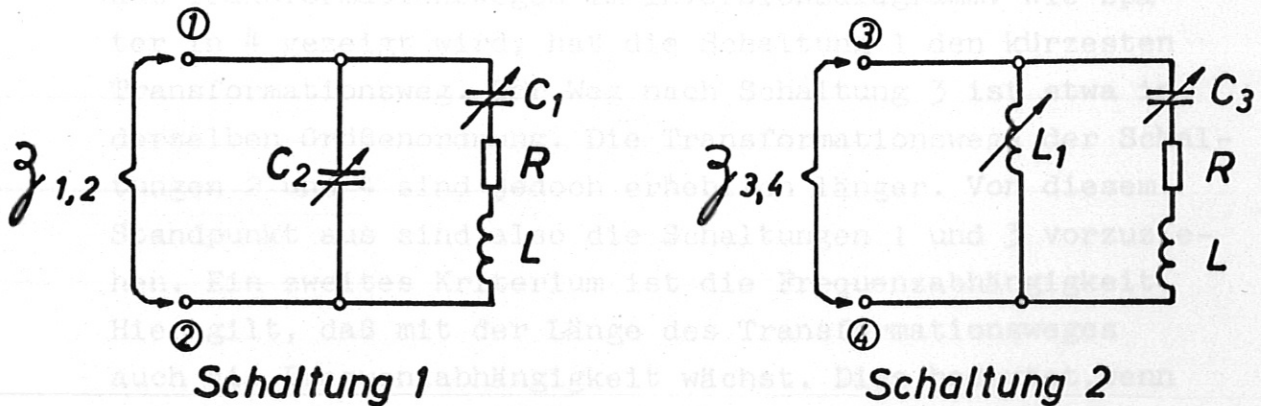
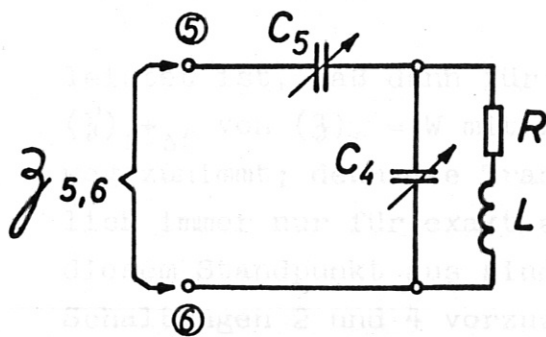
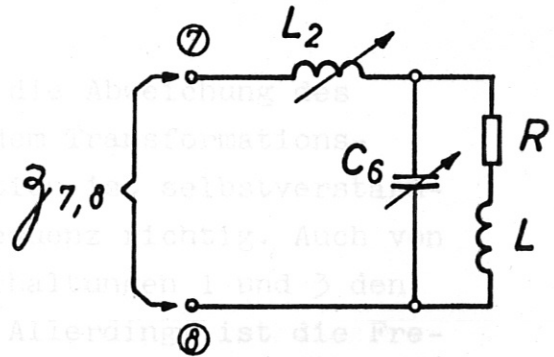


Abb. 2 Schaltungen zur Transformation von Z nach Z'



Schaltung 3



Schaltung 4

Abb. 3 Schaltungen zur Transformation von Z nach Z'

derstand $Z_{1,2} = A + j \cdot B$, der erst bei geeigneter Wahl von C_1 und C_2 in $Z' = W + j \cdot 0$ übergeht. Den zurückgelegten Weg im Inversionsdiagramm bezeichnet man als Transformationsweg. Nun sind die verwendeten Blindelemente, also C_1 und C_2 in Schaltung 1 zwar hier als verlustfrei angenommen, aber in Wirklichkeit sind sie doch verlustbehaftet. Die Theorie [2] solcher Schaltungen lehrt nun, daß die Verluste in den Blindelementen mit der Länge des Transformationsweges anwachsen. Das erste Kriterium, welche von den vier möglichen Schaltungen man wählen soll, die als einzige mit dem Minimalaufwand von nur zwei Blindelementen (C_1 und C_2 , bzw. C_3 und L_1 , bzw. C_4 und C_5 , bzw. C_6 und L_2) die Transformation von Z nach Z' gestatten, ist also die Länge des Transformationsweges im Inversionsdiagramm. Wie später in 4 gezeigt wird, hat die Schaltung 1 den kürzesten Transformationsweg. Der Weg nach Schaltung 3 ist etwa in derselben Größenordnung. Die Transformationswege der Schaltungen 2 und 4 sind jedoch erheblich länger. Von diesem Standpunkt aus sind also die Schaltungen 1 und 3 vorzuziehen. Ein zweites Kriterium ist die Frequenzabhängigkeit. Hier gilt, daß mit der Länge des Transformationsweges auch die Frequenzabhängigkeit wächst. Dies bedeutet, wenn die Transformation von Z nach Z' für die Frequenz f gewähr-

leistet ist, daß dann für $f \pm \Delta f$ die Abweichung des $(\mathcal{Z}')_{f \pm \Delta f}$ von $(\mathcal{Z}')_f = W$ mit wachsendem Transformationsweg zunimmt; denn die Transformation ist selbstverständlich immer nur für exakt eine Frequenz richtig. Auch von diesem Standpunkt aus sind die Schaltungen 1 und 3 den Schaltungen 2 und 4 vorzuziehen. Allerdings ist die Frequenz des Senders meist konstant, so daß dieses Argument hier nicht zum Tragen kommt. Ein drittes Kriterium bei der Wahl zwischen den vier Möglichkeiten ist die technische Realisierbarkeit. In den Kreisen nach Abb. 2 und 3 fließen meist größere Blindströme. Deshalb sind die Schaltungen 2 und 4 sehr ungünstig, da sie die variablen Spulen L_1 bzw. L_2 enthalten, welche sich für große Ströme technisch nur schwer herstellen lassen.

Aus den gesamten Betrachtungen folgt also, daß unter den vier möglichen Schaltungen, die mit nur zwei Blindelementen die Transformation von \mathcal{Z} nach \mathcal{Z}' bewirken, die Schaltungen 1 und 3 den übrigen vorzuziehen sind. Als Beispiel für die nun folgende Berechnung wurde die Schaltung 1 gewählt.

Die Zahl der möglichen Transformationsschaltungen mit drei oder mehr Blindelementen wächst stark an. Mit ihnen ist die Transformation von \mathcal{Z} nach \mathcal{Z}' ebenfalls möglich, allerdings meist auf Kosten größerer Transformationswege und Wirkleistungsverluste in den Schaltelementen. Allgemein sollte man Transformationsschaltungen mit mehr als drei variablen Blindelementen vermeiden, weil dann die Verhältnisse rasch sehr unübersichtlich werden. Bei der Verwendung von drei Blindelementen an Stelle von zweien kann man z.B. dann noch Zusatzbedingungen stellen, etwa daß $\mathcal{Z}' = W$ innerhalb gewisser Grenzen variabel ist, aber doch angenähert reell bleibt. Dies ist in dem vorliegenden einfachen

Anpassungsfall nicht gefordert und die mögliche Verwendung von drei Blindelementen zur Transformation würde die Verhältnisse nur unübersichtlicher machen, ohne daß man einen Vorteil davon hätte.

Als Beispiel soll nun ganz allgemein der Eingangswiderstand $Z_{1,2} = A + j \cdot B$ der Schaltung 1 nach Abb. 2 berechnet werden, wenn also C_1 und C_2 zunächst beliebige Werte haben. Man erhält

$$Z_{1,2} = \frac{R \cdot \frac{1}{(\omega C_2)^2}}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2})^2} + j \frac{(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2})(\frac{1}{\omega^2 C_1 C_2} - \frac{L}{C_2}) - R^2 \frac{1}{\omega C_2}}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2})^2} \quad (1)$$

Gesucht ist die Transformation von $Z = R + j\omega L$ nach $Z' = W + j \cdot 0$ mit $W \gg R$. Die Bedingung dafür, daß der Imaginärteil von $Z_{1,2}$ gleich 0 wird, kann einfach formuliert werden.

Man erhält

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{1}{LC_1} + \frac{1}{2LC_2} - \frac{R^2}{2L^2} \pm \frac{1}{2L^2 C_1} \sqrt{R^4 C_1^2 + (\frac{C_1}{C_2})^2 L^2 - 2R^2 LC_1 (2 + \frac{C_1}{C_2})} \quad (2)$$

Für die gegebene Senderkreisfrequenz ω , für das ebenfalls bekannte Spulen-L und den noch unbekanntem und zu transformierenden Widerstand R ergibt die Gleichung (2) den Zusammenhang von C_1 und C_2 für den Fall, daß die Blindkomponente von $Z_{1,2}$ gleich 0 ist. Rechnerisch ergeben sich 2 Lösungen entsprechend den beiden Vorzeichen der Wurzel. Eine anschauliche Erklärung hierfür findet sich, wenn man $R=0$ setzt. Dann erhält man für B (aus $Z_{1,2} = A + j \cdot B$)

$$(B)_{R=0} = -j \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right) \left(\frac{L}{C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}\right)}{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2} \quad (3)$$

Auch jetzt hat der Zähler zwei Nullstellen, aber eine liegt da, wo ebenfalls der Nenner eine Nullstelle hat.

Kürzt man durch $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right)$,

so haben Zähler und Nenner nur eine Nullstelle und damit erhält man

$$(B)_{R=0} = 0 \text{ für } \frac{L}{C_2} = \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2} \quad (6)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC_1} \quad \text{Serienresonanz.}$$

$$(B)_{R=0} \rightarrow \infty \text{ für } \omega^2 = \frac{1}{L} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right) = \frac{1}{LC_{\text{result}}} \quad \text{Parallelresonanz}$$

$$C_{\text{result}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Im letzteren Fall ist die Serienschaltung aus L und C_1 insgesamt induktiv, d.h. $\left|\omega L\right| > \left|\frac{1}{\omega C_1}\right|$ und diese resultierende Induktivität $\omega L^+ = \omega L - \frac{1}{\omega C_1}$ ist¹ mit dem Kondensator C_2 in Parallelresonanz.

Die Gleichung (2) liefert also die Bedingung, daß der Imaginärteil von $\mathfrak{Z}_{1,2}$ gleich 0 ist. Nunmehr muß noch die zweite Bedingung formuliert werden, daß nämlich A in $\mathfrak{Z}_{1,2} = A + j \cdot B$ so transformiert wird, daß $A \gg R$ ist. Man erhält hierfür

$$0 \gg R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2 - 2\left(\frac{L}{C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}\right) \quad (4)$$

Da sowohl der erste wie der zweite Ausdruck der rechten Seite dieser Ungleichung > 0 ist, kann diese Bedingung (4) nur erfüllt werden, wenn

$$2\left(\frac{L}{C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}\right) \gg R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1}\right)^2 \quad (5)$$

d.h., es muß $\frac{L}{C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2}$ - abgesehen von dem Betrag - überhaupt erst einmal positiv sein. Dies bedeutet

$$\frac{L}{C_2} - \frac{1}{\omega^2 C_1 C_2} \gg 0 \quad (6)$$

Die Bedingung (6) umgerechnet ergibt

$$\omega^2 \gg \frac{1}{LC_1}$$

Die Senderkreisfrequenz ω muß also größer sein als die Resonanzfrequenz des Serienkreises aus L und C_1 , d.h. der Serienwiderstand $\omega L - \frac{1}{\omega C_1}$ muß > 0 , also induktiv sein.

Alle bisher abgeleiteten Bedingungen sind recht unübersichtlich, wenn man bedenkt, daß man nur das L kennt und C_1 und C_2 so einstellen soll, daß das ebenfalls unbekannte R angepaßt ist.

Alle Bedingungen zusammengefaßt, die ein $\mathcal{Z}' = W$ liefern, mit $W \gg R$, ergeben

$$\frac{1}{L^2 C_2} \gg \frac{\omega^2}{2} \quad (7)$$

wobei L^+ sich errechnet aus

$$\omega L^+ = \omega L - \frac{1}{\omega C_1} \quad (8)$$

und $L^+ > 0$ sein muß.

Dazu kommt die Bedingungsgleichung (5) und alles ist abgeleitet unter der Vernachlässigung $R \ll \omega L^+$. Diese letzte Bedingung braucht aber nicht unbedingt immer erfüllt zu sein, wie sich später aus dem Inversionsdiagramm ablesen läßt. Ohne diese Vernachlässigung werden aber die Bedingungen noch unübersichtlicher. Zu all dem kommt dann die Bedingungsgleichung (2), die gewährleistet, daß der Imaginärteil des transformierten Widerstandes gleich 0 wird. (9)

Es zeigt sich, daß man bei der Transformation des Widerstandes $Z = R + j\omega L$ nach $Z_{12} = A + j \cdot B$ mit dem minimal möglichen Aufwand von zwei Blindelementen C_1 und C_2 schon recht unübersichtliche Bedingungsgleichungen bekommt, wenn Z_{12} übergehen soll in $Z' = W + j \cdot 0$ mit $W \gg R$. Dabei ist es aber bis jetzt aus den Rechnungen noch nicht einmal bewiesen, ob man die oben formulierten Bedingungsgleichungen auch wirklich alle gleichzeitig erfüllen kann, sondern dieses Wissen kommt aus der graphischen Methode. Sie zeigt, daß man von Z aus das Z' mit der obigen Schaltung 1 wirklich erreichen kann. Dies mühsam aus den Bedingungsgleichungen zu ermitteln ist sehr schwierig, da man beim Experiment meist nur ω und L kennt. R ist völlig unbekannt und die Größenordnung von C_1 und C_2 muß zunächst einmal auf anderen Wegen abgeschätzt werden. (10)

Natürlich müssen alle obigen Bedingungsgleichungen auch aus dem Inversionsdiagramm ablesbar sein, aber es ist kaum der Mühe wert, sie zu verifizieren; denn das Diagramm ergibt direkt eine wesentlich einfachere Lösung. Die Bedin-

gungsgleichung (6) ist allerdings dem Diagramm sofort zu entnehmen. Sie besagt, daß

$$\omega L - \frac{1}{\omega C_1} > 0 \quad (9)$$

sein muß. In dieser Forderung liegt der wesentliche Unterschied der Schaltung 1 von der Schaltung 2. Bei der letzteren ist

$$\omega L - \frac{1}{\omega C_3} < 0 \quad (10)$$

und dies bedingt, daß man hier das C_2 von Schaltung 1 durch L_1 ersetzen muß. Im Abschnitt 4 wird die Bedeutung dieser Behauptung an Hand des Inversionsdiagrammes sofort klar und verständlich.

Die graphische Behandlung des Problems beruht auf den bekannten Inversionsdiagrammen, von denen hier nur soviel angegeben werden soll, als zum Verständnis notwendig ist, um also z.B. nach Schaltung 1 in Abb. 3 die Größe von C_1 und C_2 berechnen zu können. Ausgangspunkt der Betrachtungen ist die komplexe Widerstandsebene. Auf der Abszisse wird der Realteil R und auf der Ordinate der Imaginärteil $\pm jX$ aufgetragen. Ist $Z = R + jX$ ein komplexer Widerstand und $Y = G + jB$ der zugehörige Leitwert, so gilt zwischen Z und Y der einfache Zusammenhang

$$Z = R + jX = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad (11)$$

$$Y = G + jB = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (12)$$

4. DAS INVERSIONSDIAGRAMM [2] UND SEINE ANWENDUNG

Die eingangs mehrfach erwähnte Aufgabe, einen gegebenen komplexen Widerstand Z durch Serien- oder Parallelschaltung von möglichst verlustfreien Blindwiderständen in einen anderen Wert Z' umzuwandeln, soll nunmehr graphisch ausgeführt werden. Z' soll in diesem speziellen Fall ein reiner Wirkwiderstand werden. Ergänzend sei zu den in Abb. 2 und 3 angegebenen Transformationsschaltungen, durch welche die gestellte Aufgabe praktisch gelöst wird, noch hinzugefügt, daß die günstigste technische Darstellbarkeit solcher Transformationen, bei denen der Verlust an Wirkleistung innerhalb der Transformationsschaltung sehr klein bleibt, bei Widerstandswerten in der Größenordnung von 20 bis 500 Ω liegt.

Die graphische Behandlung des Problems beruht auf den bekannten Inversionsdiagrammen, von denen hier nur soviel angegeben werden soll, als zum Verständnis notwendig ist, um also z.B. nach Schaltung 1 in Abb. 2 die Größe von C_1 und C_2 berechnen zu können. Ausgangspunkt der Betrachtungen ist die komplexe Widerstandsebene. Auf der Abszisse wird der Realteil R und auf der Ordinate der Imaginärteil $+jX$ aufgetragen. Ist $Z = R + jX$ ein komplexer Widerstand und $Y = G + jB$ der zugehörige Leitwert, so gilt zwischen Z und Y der einfache Zusammenhang

$$Z = R + jX = \frac{1}{G + jB} = \frac{G}{G^2 + B^2} - j \frac{B}{G^2 + B^2} \quad (11)$$

$$Y = G + jB = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (12)$$

Aus Gleichung (12) ergibt sich die erste, für das Diagramm wichtige Beziehung

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad (13)$$

Gefragt ist nach dem Lagenort aller Widerstände $z = R + jX$ in der komplexen Widerstandsebene, die den gleichen Wirkleitwert $G = \frac{1}{R_p}$ haben. Setzt man diesen Wert in (13) ein, so erhält man die Gleichung eines Kreises. Der gesuchte Lagenort aller Widerstände z mit dem gleichen Wirkleitwert $\frac{1}{R_p}$ ist deshalb ein Kreis, der durch den Nullpunkt geht und dessen Mittelpunkt auf der reellen Achse liegt. R_p ist der Punkt, in dem dieser Kreis die reelle Achse schneidet, d.h. der Kreisdurchmesser ist ebenfalls gleich R_p .

Eine weitere wichtige Beziehung aus Gleichung (12) ist

$$Y = - \frac{X}{R^2 + X^2} \quad (14)$$

Gefragt ist jetzt nach dem Lagenort aller Widerstände z in der komplexen Widerstandsebene, die den gleichen negativen (=induktiven) Blindleitwert $Y = - \frac{1}{X_p}$ haben. Wie oben für den Wirkleitwert ergibt sich als Lagenort wieder ein Kreis, der durch den Nullpunkt geht. Sein Mittelpunkt liegt nun aber auf der positiven imaginären Achse. X_p ist wieder der Punkt, in dem der Kreis die imaginäre Achse schneidet. Der Kreisdurchmesser ist gleich X_p . Wählt man statt des negativen (=induktiven) Blindleitwertes einen positiven (=kapazitiven), also $Y = \frac{1}{X_p}$, so erhält man dieselben Verhältnisse, nur daß jetzt der Kreismittelpunkt auf der negativen imaginären Achse liegt.

Zeichnet man diese Kreise in die komplexe Widerstandsebene ein, so erhält man das gesuchte Inversionsdiagramm (Abb. 4).

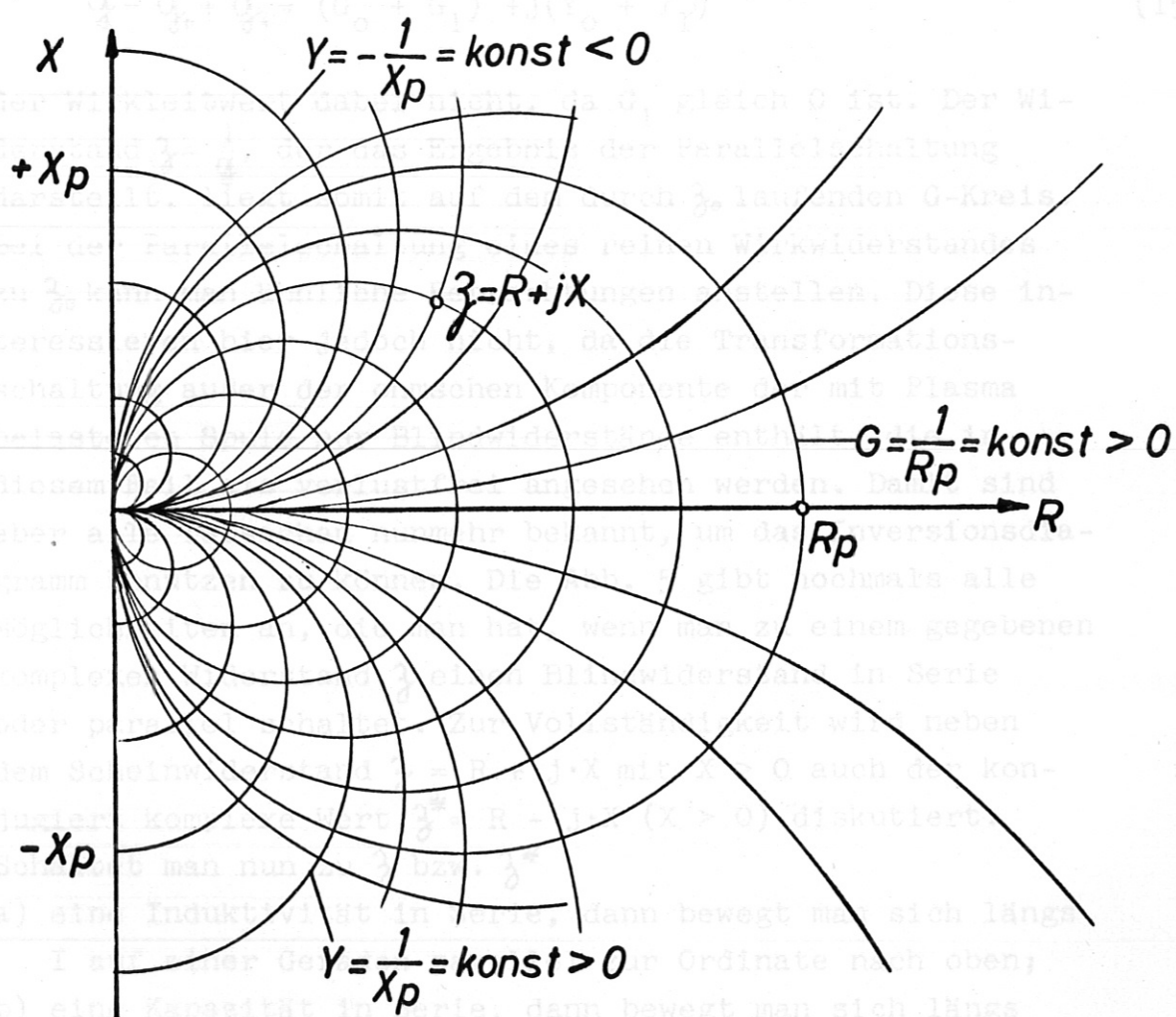


Abb. 4 Das Inversionsdiagramm

Trägt man den komplexen Widerstand $z = R + j \cdot X$ in dieses Diagramm ein, so kann man aus den Parametern des G- bzw. Y-Kreises, die sich in z schneiden, sofort die zu z gehörigen Werte des Leitwertes $g = G + j \cdot Y$ ablesen. Wichtig ist nun folgendes für die Widerstandstransformation: Wenn man parallel zu einem gegebenen komplexen Widerstand z_0 mit dem Leitwert $g_0 = G_0 + j \cdot Y_0$

einen reinen Blindwiderstand Z_1 schaltet, der den Leitwert $G_1 = j \cdot Y_1$ hat, dann ändert sich gemäß

$$G = G_0 + G_1 = (G_0 + G_1) + j(Y_0 + Y_1) \quad (15)$$

der Wirkleitwert dabei nicht, da G_1 gleich 0 ist. Der Widerstand $Z = \frac{1}{G}$, der das Ergebnis der Parallelschaltung darstellt, liegt somit auf dem durch Z_0 laufenden G-Kreis. Bei der Parallelschaltung eines reinen Wirkwiderstandes zu Z_0 kann man ähnliche Betrachtungen anstellen. Diese interessieren hier jedoch nicht, da die Transformations-schaltung außer der ohmschen Komponente der mit Plasma belasteten Spule nur Blindwiderstände enthält, die in diesem Fall als verlustfrei angesehen werden. Damit sind aber alle Tatsachen nunmehr bekannt, um das Inversionsdiagramm benutzen zu können. Die Abb. 5 gibt nochmals alle Möglichkeiten an, die man hat, wenn man zu einem gegebenen komplexen Widerstand Z einen Blindwiderstand in Serie oder parallel schaltet. Zur Vollständigkeit wird neben dem Scheinwiderstand $Z = R + j \cdot X$ mit $X > 0$ auch der konjugiert komplexe Wert $Z^* = R - j \cdot X$ ($X > 0$) diskutiert. Schaltet man nun zu Z bzw. Z^*

- a) eine Induktivität in Serie, dann bewegt man sich längs I auf einer Geraden parallel zur Ordinate nach oben;
- b) eine Kapazität in Serie, dann bewegt man sich längs II auf einer Geraden parallel zur Ordinate nach unten;
- c) eine Induktivität parallel, dann bewegt man sich - da der Wirkleitwert konstant bleibt - auf dem durch Z bzw. Z^* gehenden G-Kreis in Richtung III, d.h. im Gegenuhrzeigersinn;
- d) eine Kapazität parallel, dann bewegt man sich wie bei c) auf demselben G-Kreis, allerdings nunmehr im Uhrzeigersinn (Richtung IV).

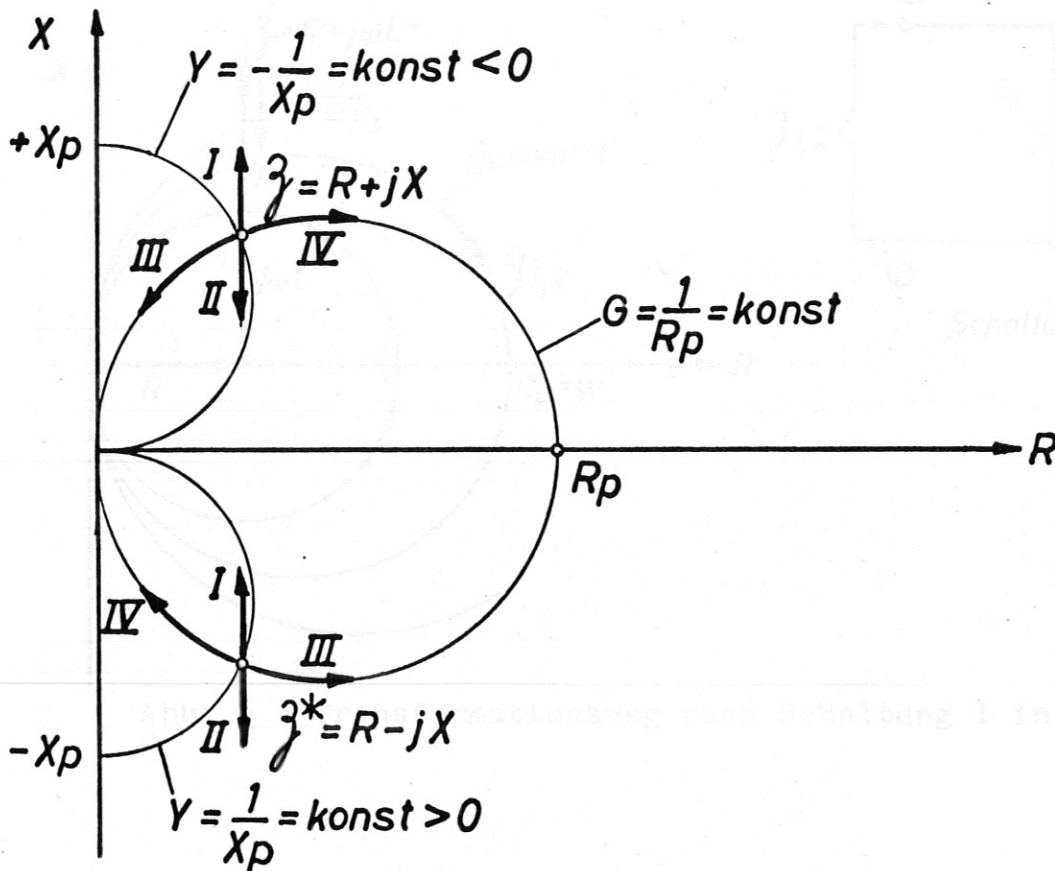


Abb. 5 Mögliche Transformationswege im Inversionsdiagramm

Wesentlich ist - wie sich aus der Diskussion der zugehörigen Gleichungen ergibt - daß dabei in keinem Fall der Ursprung ($R = 0, X = 0$) überschritten werden kann. Er ist nur ein asymptotischer Punkt. Ein Überschreiten des mit R_p bezeichneten Schnittpunktes des G -Kreises mit der reellen Achse ist jedoch jederzeit möglich.

Die Diskussion der Transformationswege, welche man mit den Schaltungen nach Abb. 2 bzw. Abb. 3 beschreibt, ist nunmehr nur noch reine Formsache. Man hat zum Spulenwiderstand R den Blindanteil $+j\omega L$ zu addieren und erreicht den Punkt $z = R + j\omega L$. Die Serienschaltung von C_1 nach Schaltung 1 bewirkt, daß man sich auf einer zur Ordinate parallelen Geraden nach unten bewegt zum Punkt P (Abb.6).

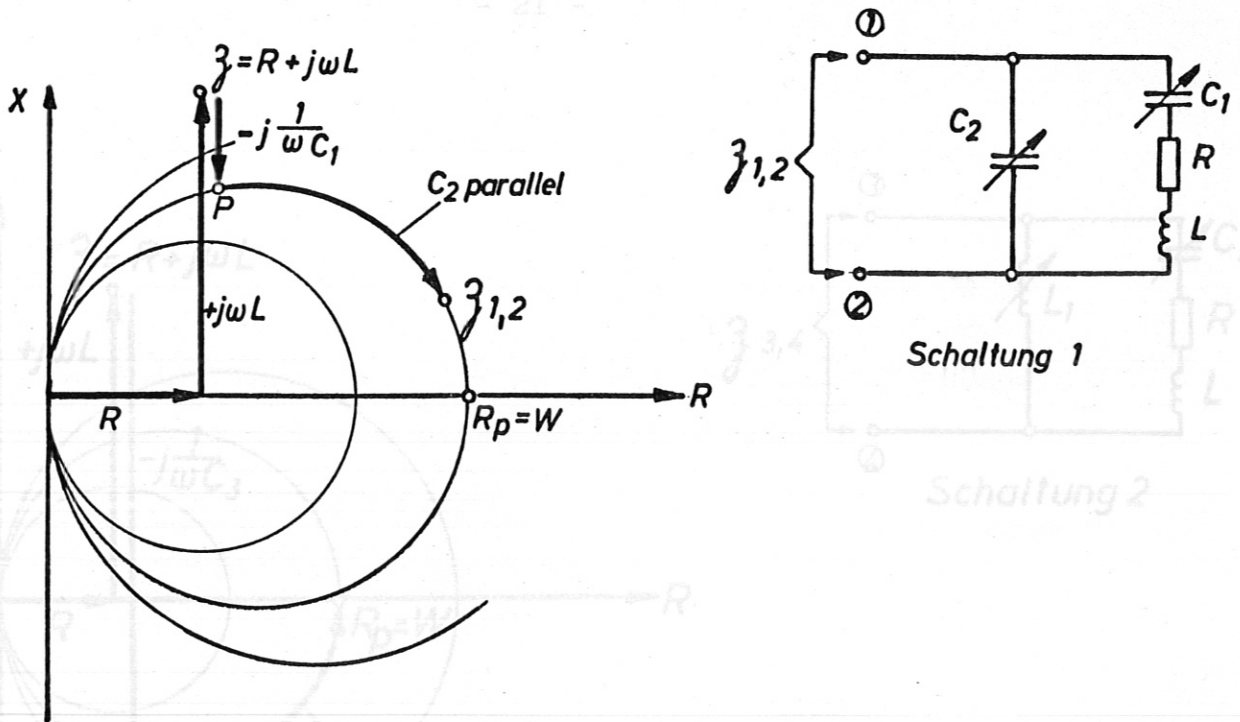


Abb. 6 Transformationsweg nach Schaltung 1 in Abb. 2

Die Parallelschaltung von C_2 ergibt ein Wandern auf dem durch P gehenden G-Kreis im Uhrzeigersinn zu dem allgemeinen Wert $z_{1,2}$. Man ersieht leicht aus dem Diagramm, daß die gewünschte Transformation von $z = R + j\omega L$ nach $z' = W$ ($W = \text{reell}$) möglich ist. Dazu schaltet man zu $z = R + j\omega L$ eine solche Kapazität C_1 in Serie, daß der Punkt P auf dem G-Kreis liegt, der die reelle Achse im Punkt $R_p = W$ schneidet. Die Parallelschaltung einer geeigneten Kapazität C_2 ergibt die gewünschte Transformation. Ein Vergleich mit der im Abschnitt 3 dargelegten schwerfälligen Rechenmethode mit komplexen Zahlen zeigt nicht nur die Übersichtlichkeit dieser Methode, sondern gestattet überhaupt eine Aussage darüber, ob die Transformation prinzipiell möglich ist.

Die Schaltung 2 nach Abb. 2 ergibt einen Transformationsweg, wie ihn die Abb. 7 zeigt.

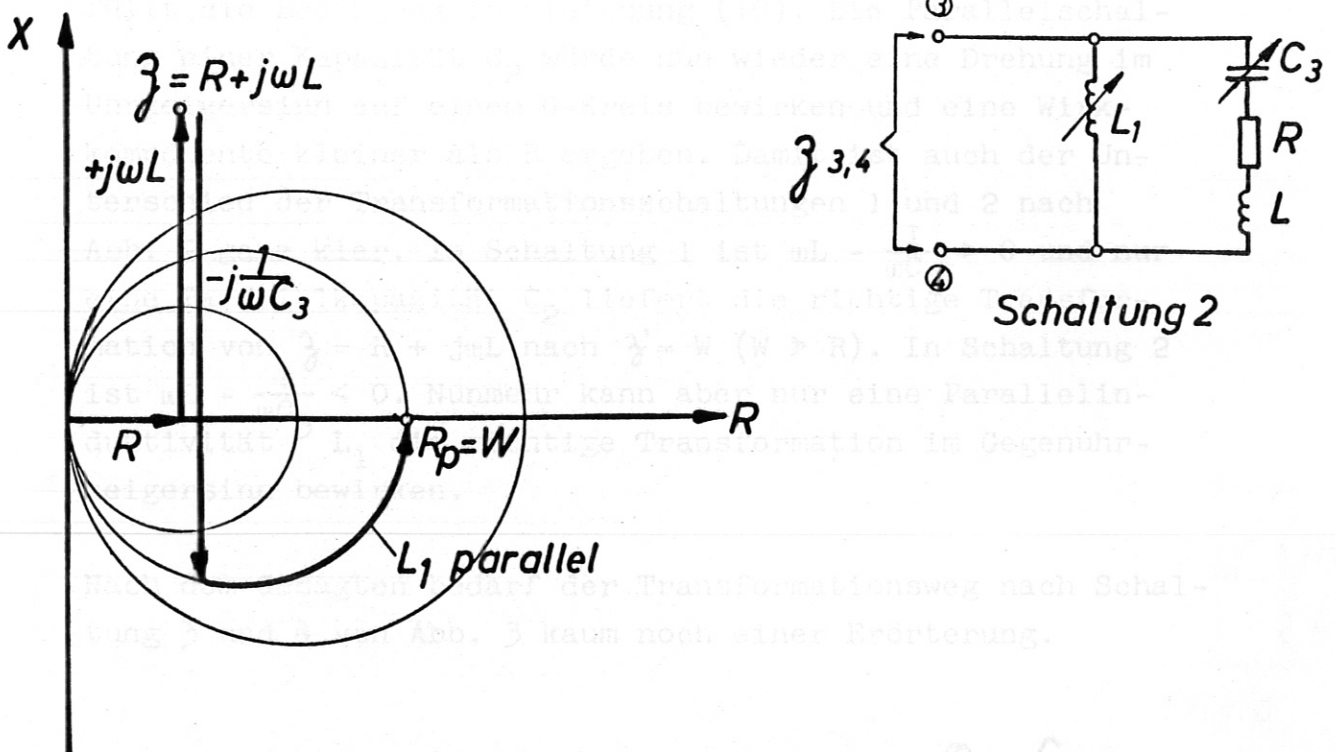


Abb. 7 Transformationsweg nach Schaltung 2 in Abb. 2

Die Addition von $R + j\omega L$ führt zum Punkt \mathcal{Z} . Die Serienschaltung von $-j\frac{1}{\omega C_3}$ endet auf dem G-Kreis, der im gewünschten $R_p = W$ die reelle Achse schneidet. Die Parallelschaltung eines geeigneten L_1 bewirkt dann, daß der zunächst allgemeine Widerstand $\mathcal{Z}_{3,4}$ nach $\mathcal{Z}' = W = R_p$ übergeführt wird. Nunmehr ist auch die Bedingung in Gleichung (9) leicht einzusehen, die sich aus den Rechnungen im Abschnitt 3 ergibt. Es sollte $\omega L - \frac{1}{\omega C_1} > 0$ sein, d.h. insgesamt induktiv oder anders ausgedrückt, das X sollte > 0 sein. Dies ist klar, denn ein parallelgeschaltetes C_2 dreht nun auf dem G-Kreis im Uhrzeigersinn zurück zur reellen Achse mit $R' = W \gg R$. Wäre nun $\omega L - \frac{1}{\omega C_1} < 0$, so

ist man damit unterhalb der reellen Achse, d.h. man erfüllt die Bedingung in Gleichung (10). Die Parallelschaltung einer Kapazität C_2 würde nun wieder eine Drehung im Uhrzeigersinn auf einem G-Kreis bewirken und eine Wirkkomponente kleiner als R ergeben. Damit ist auch der Unterschied der Transformationsschaltungen 1 und 2 nach Abb. 2 ganz klar. In Schaltung 1 ist $\omega L - \frac{1}{\omega C_1} > 0$ und nur eine Parallelkapazität C_2 liefert die richtige Transformation von $Z = R + j\omega L$ nach $Z' = W$ ($W \gg R$). In Schaltung 2 ist $\omega L - \frac{1}{\omega C_3} < 0$. Nunmehr kann aber nur eine Parallelinduktivität L_1 die richtige Transformation im Gegenuhrzeigersinn bewirken.

Nach dem Gesagten bedarf der Transformationsweg nach Schaltung 3 und 4 von Abb. 3 kaum noch einer Erörterung.

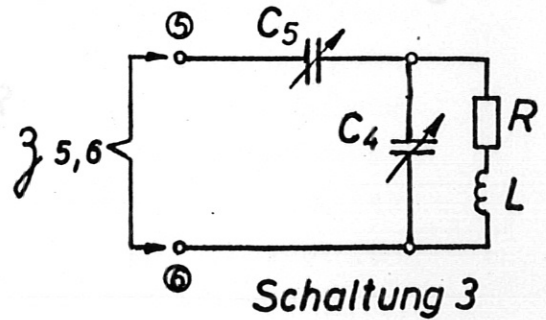
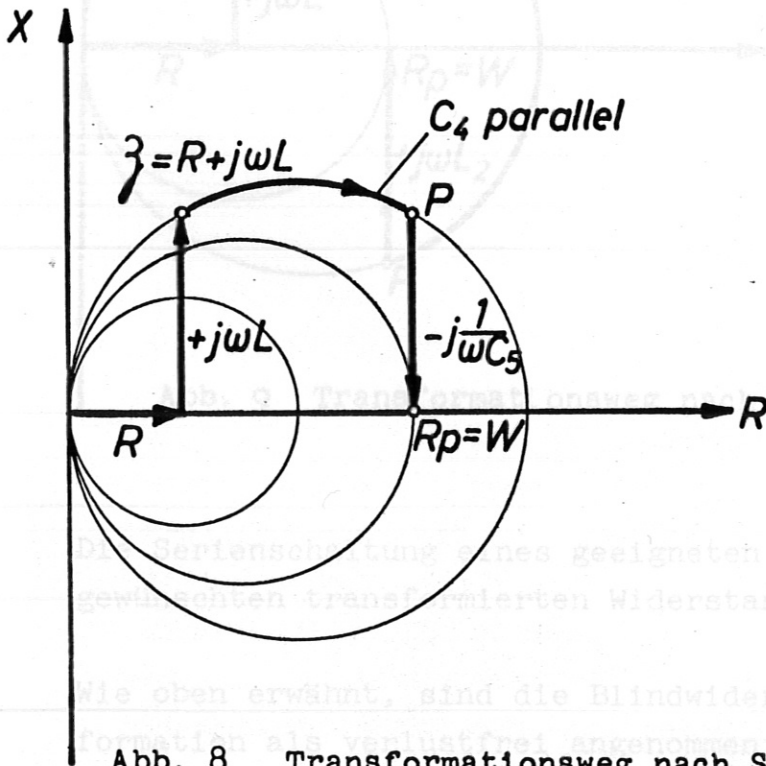


Abb. 8 Transformationsweg nach Schaltung 3 in Abb. 3

Vom komplexen Spulenwiderstand $Z = R + j\omega L$ führt bei Schaltung 3 (Abb. 8) eine Parallelkapazität C_4 zum Zwischenpunkt P, der genau senkrecht über $R_p = W$ liegt. Die Serienschaltung eines geeigneten C_5 transformiert $Z = R + j\omega L$ nach $Z' = W$. Gemäß Schaltung 4 von Abb. 3 führt schließlich - wie die Abb. 9 zeigt - die Parallelkapazität C_6 von Z zu dem Zwischenpunkt P, der genau lotrecht unter $R_p = W$ liegt.

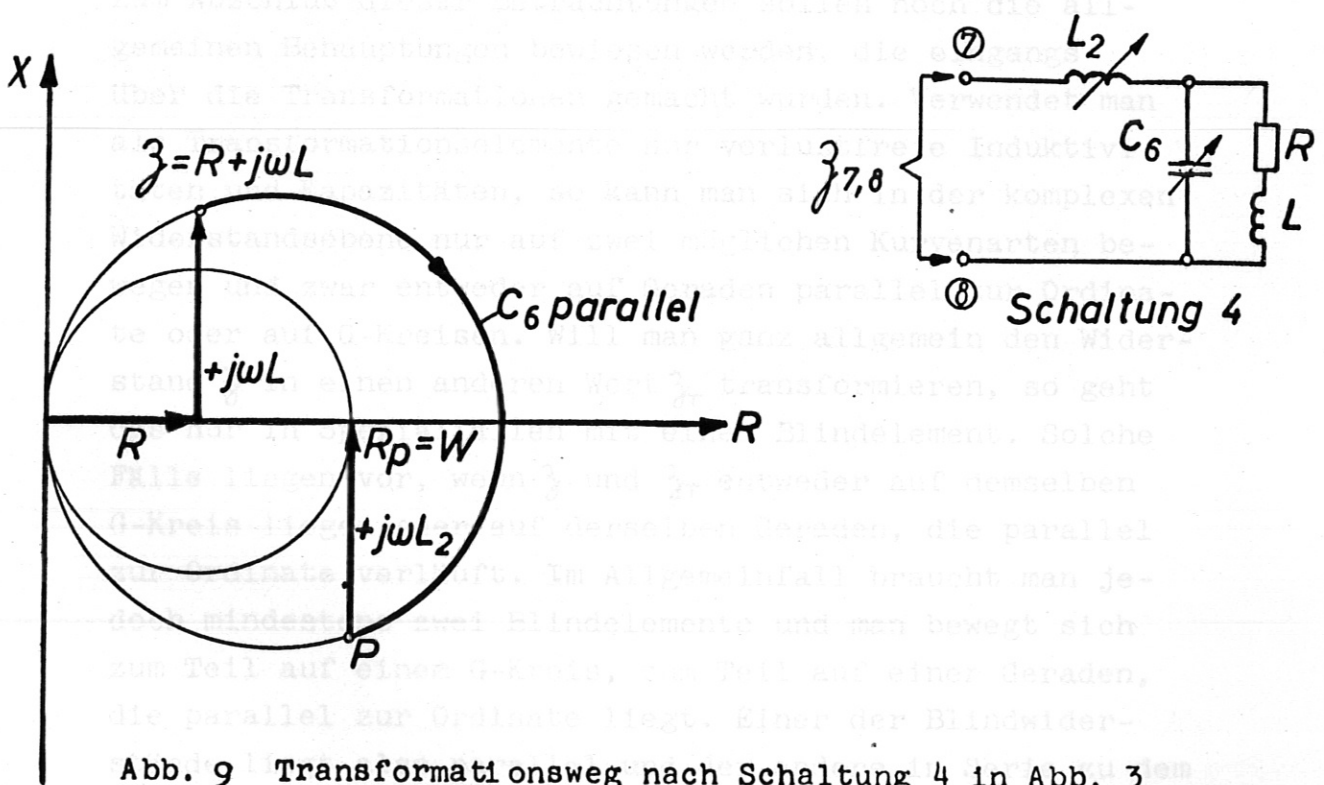


Abb. 9 Transformationsweg nach Schaltung 4 in Abb. 3

Die Serienschaltung eines geeigneten L_2 ergibt dann den gewünschten transformierten Widerstand $Z' = W$.

Wie oben erwähnt, sind die Blindwiderstände bei der Transformation als verlustfrei angenommen worden. Beim praktischen Aufbau hat man jedoch diese Verluste zu berücksichti-

gen. Da sie mit der Länge des Transformationsweges in der komplexen Widerstandsebene anwachsen, sind daher die Schaltungen 1 und 3 den Schaltungen 2 und 4 vorzuziehen. Die beiden erstgenannten Schaltungen haben etwa denselben, die letzteren hingegen einen deutlich größeren Transformationsweg. Außerdem ist für die großen Blindströme eine variable Spule L_1 bzw. L_2 schwierig herzustellen.

Zum Abschluß dieser Betrachtungen sollen noch die allgemeinen Behauptungen bewiesen werden, die eingangs über die Transformationen gemacht wurden. Verwendet man als Transformationselemente nur verlustfreie Induktivitäten und Kapazitäten, so kann man sich in der komplexen Widerstandsebene nur auf zwei möglichen Kurvenarten bewegen und zwar entweder auf Geraden parallel zur Ordinate oder auf G-Kreisen. Will man ganz allgemein den Widerstand Z in einen anderen Wert Z_T transformieren, so geht das nur in Spezialfällen mit einem Blindelement. Solche Fälle liegen vor, wenn Z und Z_T entweder auf demselben G-Kreis liegen oder auf derselben Geraden, die parallel zur Ordinate verläuft. Im Allgemeinfall braucht man jedoch mindestens zwei Blindelemente und man bewegt sich zum Teil auf einem G-Kreis, zum Teil auf einer Geraden, die parallel zur Ordinate liegt. Einer der Blindwiderstände liegt also parallel und der andere in Serie zu dem zu transformierenden Widerstand. Im Falle der Transformation $Z = R + j\omega L$ nach $Z' = W$ hat man entweder die Möglichkeit, sich zuerst auf der Geraden zum G-Kreis zu bewegen (Schaltungen nach Abb. 2) und dann längs des Kreisbogens nach W . Dies ergibt zwei Möglichkeiten. Im zweiten Fall bewegt man sich zuerst auf dem durch $Z = R + j\omega L$ laufenden G-Kreis durch ein Parallel-C (Schaltungen nach Abb. 3), bis man direkt ober- bzw. unterhalb von W ist. Ein Serien-

C im ersten Fall oder ein Serien-L im zweiten Fall ergibt das gewünschte $Z' = W$. Dies ergibt nochmals zwei Möglichkeiten.

Natürlich sind auch Transformationen mit drei oder mehreren Blindelementen möglich, indem man - abwechselnd G-Kreise und Gerade benutzend - von Z nach Z_T gelangt. Wie aber oben bereits erwähnt, wird man dies nicht ohne triftigen Grund tun, da die Schaltung unübersichtlicher wird; es sei denn, man will noch zusätzliche Bedingungen erfüllen. Das ist in unserem Fall nicht gegeben. Die Gefahr bei der Verwendung von mehreren Schaltelementen zur Transformation liegt bei der dann gegebenen Unübersichtlichkeit darin, daß man große Transformationsumwege macht und man sich eventuell einer Resonanzschaltung annähert, welche eine unnötig große Frequenzabhängigkeit besitzt und nennenswerte Verluste an Wirkleistung in den zur Transformation benutzten Blindwiderständen aufweist.

Für die praktische Anwendung ergeben sich nach den obigen Erörterungen folgende Richtlinien, um den unbekanntem Serienwiderstand R der belasteten Spule L an den Sender gemäß Schaltung 1 in Abb. 2 anzupassen: Man wickelt die Spule, welche das Glasgefäß umgibt, nach den gegebenen physikalischen Anforderungen, also z.B. im Fall der Erzeugung von Ionenzyklotronwellen eine Stix-Spule [1], die eine bestimmte räumliche Periodizität der Feldverteilung vorgibt. Im allgemeinen Fall der Plasmaerzeugung wird man einfach einen Teil des Entladerohres bewickeln. Damit ist der induktive Widerstand ωL der Spule bekannt. In die komplexe Widerstandsebene zeichnet man sich eine zur Abszisse parallele Gerade ein, welche die Ordinate bei $X = \omega L$ schneidet, wie dies in Abb. 10 zu sehen ist. Dann wählt man den Wellenwiderstand W des Kabels, welches man als angepaßte Lei-

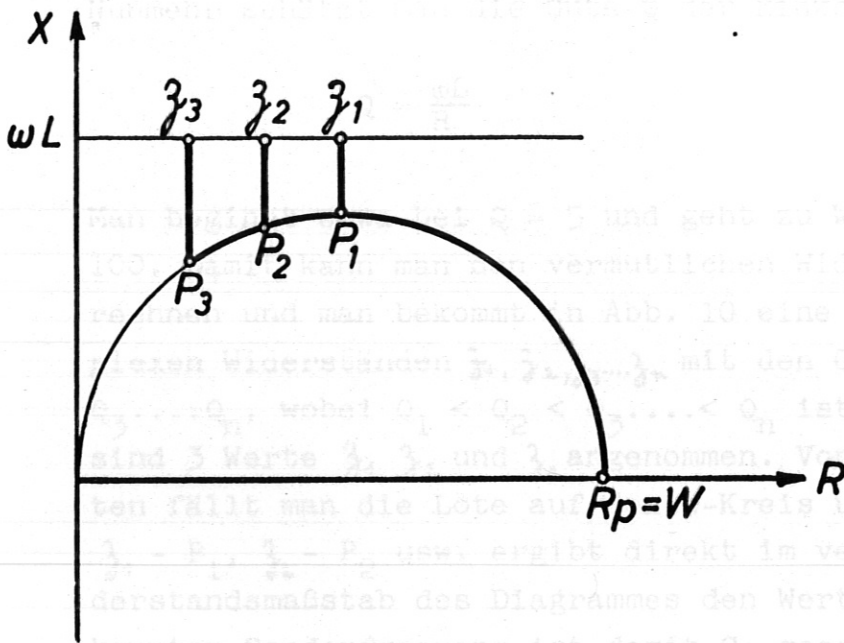


Abb. 10 Praktische Anwendung des Inversionsdiagrammes
 $R_p = W$ ist proportional zu C_2 . Die praktische Auswertung und Berechnung von C_2 wird im Anschluß an diese Betrachtungen beschrieben.

tung zwischen dem Sender und dem Transformationskreis verwenden will. Der Anschluß an den Sender erfolgt z. B. wie in Abb. 1 angegeben. Im Diagramm (Abb. 10) zeichnet man einen G-Kreis mit dem Durchmesser W , dessen Mittelpunkt also auf der reellen Achse liegt und der durch den Ursprung und den Punkt $R_p = W$ geht. Durch geeignete Wahl von ωL und W kann man die Verhältnisse wie in Abb. 10 erreichen. Dies besagt folgendes: Benutzt man die Schaltung 1 in Abb. 2, so muß selbstverständlich der Punkt $z = R + j\omega L$ außerhalb des G-Kreises liegen, der die reelle Achse im Punkt W schneidet; denn durch die Serienschaltung des C_1 zu z läuft man parallel zur Ordinate nach unten. Man kommt mit der parallelen Kapazität C_2 niemals nach W , wenn z innerhalb des besagten Kreises liegt.

Verbraucher fließt. Gegebenenfalls kann man auch die

Nunmehr schätzt man die Güte Q der Einkoppelspule

$$Q = \frac{\omega L}{R}$$

Man beginnt etwa bei $Q = 5$ und geht zu Werten bis etwa 100. Damit kann man den vermutlichen Widerstand R errechnen und man bekommt in Abb. 10 eine Reihe von komplexen Widerständen $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ mit den Güten $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$, wobei $Q_1 < Q_2 < Q_3, \dots, < Q_n$ ist. Im Diagramm sind 3 Werte Z_1, Z_2 und Z_3 angenommen. Von diesen Punkten fällt man die Lote auf den G-Kreis und der Abstand $Z_1 - P_1, Z_2 - P_2$ usw. ergibt direkt im verwendeten Widerstandsmaßstab des Diagrammes den Wert $\frac{1}{\omega C_1}$. Mit bekannter Senderfrequenz ist damit C_1 gegeben. Die Bogenlänge längs des G-Kreises von P_1 bzw. P_2 usw. bis $R_p = W$ ist proportional zu C_2 . Die praktische Auswertung und Berechnung von C_2 wird im Anschluß an diese Betrachtungen beschrieben.

Man kann nun nach der Auswertung des Diagrammes eine Tabelle anlegen. Aus dieser geht folgendes hervor: Verwendet man eine - eventuell durch physikalische Gegebenheiten geforderte - Spule der Induktivität L , einen Sender der Kreisfrequenz ω und benutzt zwischen Sender und Verbraucher ein angepaßtes Kabel vom Wellenwiderstand W , so ergibt die Tabelle jeweils die Kombination der zwei Kondensatoren C_1 und C_2 der Schaltung 1 nach Abb. 2, welche für eine geschätzte Güte Q , d.h. für ein geschätztes R optimale Anpassung ergibt. Man stellt also nacheinander die zu den verschiedenen geschätzten Q - bzw. R -Werten gehörenden Kombinationen von C_1 und C_2 ein und mißt z.B. mit einem Richtkoppler, wann maximale Leistung durch das angepaßte Kabel vom Sender zum Verbraucher fließt. Gegebenenfalls kann man auch die

Dichte des Plasmas als Maßstab wählen und auf Optimum abgleichen. Umgekehrt kann man aus empirisch eingestellten Werten von C_1 und C_2 , für die sich eine maximale Leistungseinkopplung ergibt, über das Diagramm rückwärts den Q-Wert und damit R berechnen. Analog verfährt man bei der Verwendung einer anderen Schaltung gemäß den Abb. 2 und 3. Wie eingangs erwähnt, kann man den Wert von R - wenn auch recht aufwendig - aus den Plasmadaten ermitteln. Er wird von verschiedenen Plasmaparametern abhängen. Ist der Zusammenhang hinreichend einfach und gut zu überblicken, so ist damit die Möglichkeit einer Plasmadiagnostik aus der Messung von R und der Kenntnis einiger in die Formel eingehender Plasmaparameter gegeben.

Zum Abschluß soll nun noch die praktische Ermittlung der Blindleitwerte angegeben werden, wenn man sich auf einem G-Kreis bewegt. In unserem speziellen Fall der Schaltung 1 interessiert die Berechnung von ωC_2 . Hierzu sind die bei der Diskussion des Inversionsdiagrammes erwähnten Y-Kreise notwendig. In der komplexen Widerstandsebene trägt man auf der Abszisse R und auf der Ordinate $X = \omega L$ in einem bestimmten Widerstandsmaßstab auf. Die Addition $R + j\omega L$ führt zum Punkt \mathcal{Z} , der durch diese Koordinaten festgelegt ist. Gemäß den Beziehungen von Gleichung (13) und (14) ist \mathcal{Z} aber auch durch die beiden Koordinaten G und Y bestimmt. Diese Koordinaten findet man, indem man in die komplexe Widerstandsebene die G- und Y-Kreise einzeichnet (Abb. 4). Jeder dieser Kreise trägt einen bestimmten Zahlenwert. Es ist der Betrag des konstanten Wirkleitwertes $G = \frac{1}{R_p} > 0$ bzw. des konstanten Blindleitwertes $Y = \pm \frac{1}{X_p}$ (mit $X_p > 0$, - für den oberen Quadranten, + für den unteren Quadranten der rechten Halbebene). Für den G-Kreis ist R_p der Wert auf der reellen Achse, in dem

der Kreis diese schneidet. Zum Beispiel hat der G-Kreis, der bei $R_p = 1 \Omega$ die reelle Achse schneidet, den Parameterwert $G = 1 \text{ S}$ ($\text{S} = \text{Siemens} = \frac{1}{\Omega}$), der bei $R_p = 5 \Omega$ schneidet den Parameterwert $G = 0,2 \text{ S}$ usw. Je größer der Kreisdurchmesser ist, desto kleiner wird der Parameterwert. Analog ist es bei den Y-Kreisen. Auch hier ist der Kreisparameter gleich dem Kehrwert des Widerstandes X_p , in dem der betreffende Kreis die imaginäre Achse schneidet. Man zeichnet also den komplexen Widerstand $Z = R + jX$ in die Widerstandsebene ein. In jedem Punkt Z schneiden sich je ein G- und ein Y-Kreis. Die Parameterwerte dieser Kreise ergeben den Wirk- und Blindleitwert des Widerstandes Z , wie er durch die Gleichungen (13) und (14) gegeben ist. Schaltet man nun zum komplexen Widerstand $Z = R + jX$ eine Kapazität parallel, wie dies gemäß den Schaltungen 3 und 4 in Abb. 3 getan wird, so bleibt der Wirkleitwert G des Widerstandes Z erhalten. Man bewegt sich also auf dem durch Z gehenden G-Kreis im Uhrzeigersinn. Die Frage, wie weit man sich bei einem bestimmten Parallel-C bewegt, ist leicht zu beantworten. Im Punkt $Z = R + jX$ kann man aus dem Schnittpunkt des dortigen G- und Y-Kreises die Werte G und Y ermitteln. Schaltet man nun z.B. nach Schaltung 3 in Abb. 3 ein C_4 parallel, so berechnet man den Blindleitwert $Y_4 = \omega C_4$ dieser Parallelkapazität. Den Wert addiert man zum Y-Wert des Punktes Z , also man bildet $Y + Y_4$. Da das G dabei konstant bleibt, braucht man jetzt nur den Punkt in der komplexen Widerstandsebene zu suchen, in dem der Y-Kreis mit dem Parameter $Y + Y_4$ den ursprünglichen, durch Z gehenden G-Kreis schneidet. Die Leitwerte dieses neuen Punktes sind G und $Y + Y_4$; den zugehörigen Wirk- und Blindwiderstand kann man auf der Abszisse bzw. Ordinate des Widerstandsdiagrammes ablesen. In dem hier interessierenden

speziellen Fall soll der transformierte Widerstand Z' rein reell, d.h. gleich dem Kabelwellenwiderstand W sein. Man muß also immer auf dem G-Kreis bis zum Schnittpunkt mit der reellen Achse laufen. Die reelle Achse ist aber auch ein Y-Kreis, und zwar jener mit unendlich großem Durchmesser, also mit dem Parameterwert 0. Er trennt die negativen Parameterwerte der Y-Kreise oberhalb der reellen Achse von den positiven unterhalb. Will man also die Größe eines Parallel-C ermitteln, wenn man bei konstantem G von Z nach Z' geht, so muß man die Differenz der zu Z und Z' gehörenden Y-Parameter ermitteln. Dieser Wert ist gleich dem Blindleitwert der Parallelkapazität. Im Spezialfall der Transformation eines beliebigen komplexen Widerstandes Z in einen reellen Widerstand $Z' = W$ ist aber der Y-Wert der reellen Achse gleich 0. Dies vereinfacht die Auswertung erheblich; denn befindet man sich - wenn man Schaltung 1 nach Abb. 2 benutzt - durch die Serienschaltung von R plus $j\omega L$ plus $-j \frac{1}{\omega C_1}$ auf dem richtigen G-Kreis, der bei dem gewünschten $R_p = W$ die reelle Achse schneidet, so ist der Y-Wert des Punktes $R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C_1})$ direkt gleich ωC_2 . Besonderes Augenmerk bei der Auswertung des Diagrammes ist auf die Vorzeichen zu richten.

Damit man mit einem Diagramm für die verschiedensten Widerstandswerte auskommt, benutzt man ein Diagramm nach Abb. 11, welches der entsprechenden Fachliteratur [2] entnommen ist. Es ist für die Umgebung des Punktes 1 auf der reellen und imaginären Achse gezeichnet. Zur Benutzung dieses Diagrammes teilt man den komplexen Widerstand $Z = R + jX$ zu Beginn durch eine geeignete reelle positive Zahl a , so daß man mit dem normierten Wert $\frac{1}{a} \cdot Z$ im Bereich dieses Diagrammes liegt.

Zum Abschluß sei zur Vollständigkeit noch erwähnt, daß man die Auswertung auch in der komplexen Leitwertsebene anstatt in der Widerstandsebene ausführen kann.

Aus Meinke: Theorie der Hochfrequenzschaltungen, Verlag von R. Oldenbourg, München

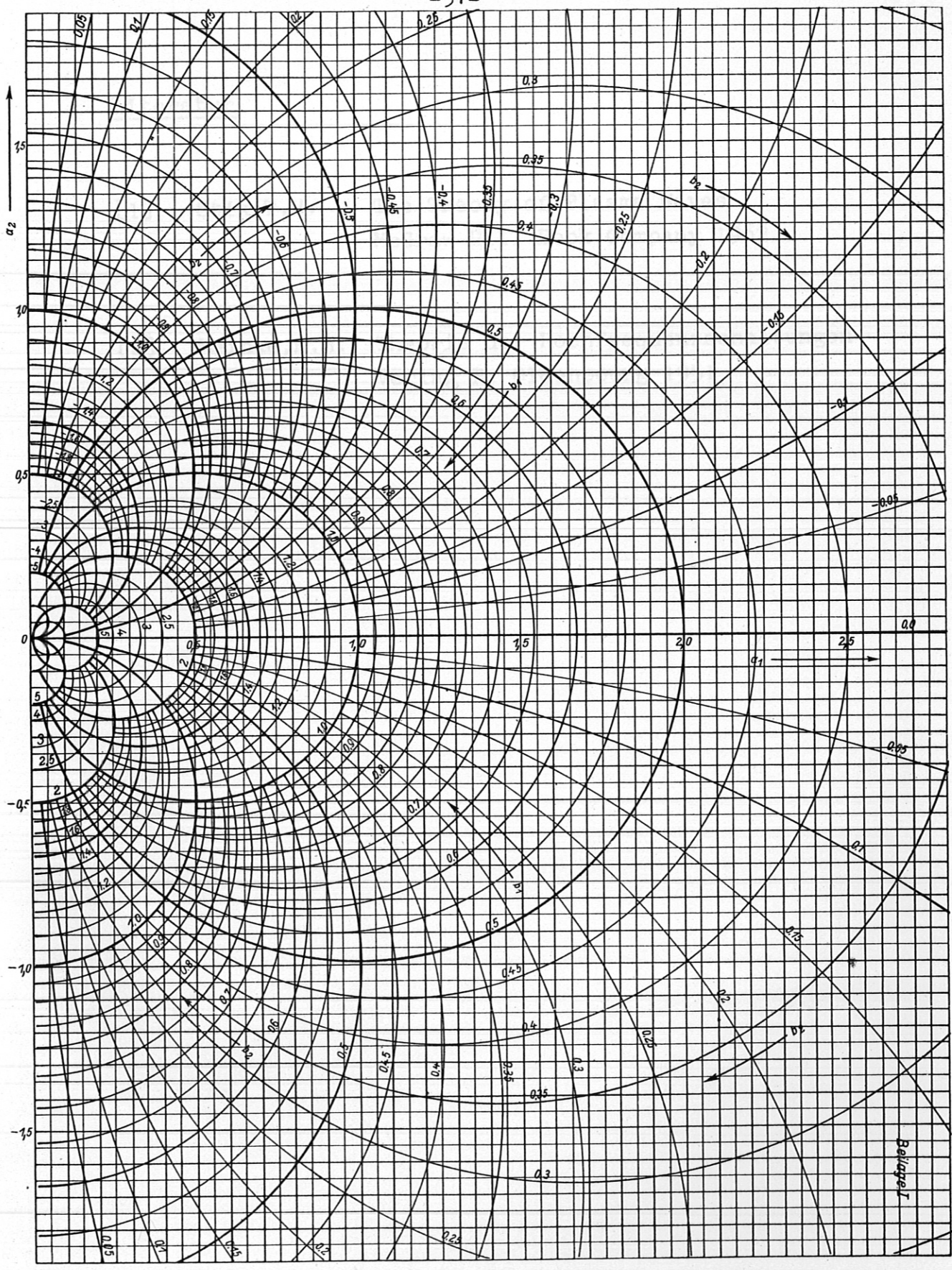


Abb. 11 Das Inversionsdiagramm

Literatur

- [1] Stix, T.H. The Theory of Plasma Waves
McGraw-Hill Book Company 1962
- [2] Meinke, H.H. Theorie der Hochfrequenzschaltungen
Verlag R. Oldenbourg 1951