

Untersuchung über die Ausbreitung von  
elektromagnetischen Wellen in einem  
zylindrischen Plasma mit Magnetfeld +) ++)

Investigation of Electromagnetic Wave  
Propagation in a Cylindrical Plasma  
With a Magnetic Field.

K. Weinhardt

IPP 2/59

März 1967

**INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK**

**GARCHING BEI MÜNCHEN**

IPP **INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK**  
GARCHING BEI MÜNCHEN

March 1967 (in German).

Untersuchung über die Ausbreitung von  
elektromagnetischen Wellen in einem  
zylindrischen Plasma mit Magnetfeld +) ++)

Investigation of Electromagnetic Wave  
Propagation in a Cylindrical Plasma  
With a Magnetic Field.

K. Weinhardt

IPP 2/59

März 1967

- + ) Von der Fakultät für Allgemeine Wissen-  
schaften der Technischen Hochschule Mün-  
chen genehmigte Dissertation.
- ++ ) Über vorläufige Ergebnisse wurde auf der  
Seventh International Conference on  
Phenomena in Ionized Gases, Belgrad 1965  
vorgetragen (Proc. Vol. II, 268 (1966)).

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

Investigation of electromagnetic wave propagation in a cylindrical plasma with a magnetic field.

I. Einleitung und Zusammenfassung 1

March 1967 (in German).

II. Theoretische Grundlagen

1.  $\bar{\epsilon}$ -Tensor und Grundgleichungen 4

2. Ebene Wellen im homogenen Plasma 5

### A b s t r a c t

III. Experimenteller Teil

Propagation of S-band ( $3 \times 10^9$  cps) microwave signals parallel to the magnetic field lines in the positive column of an argon hollow-cathode arc discharge has been studied. The applied frequency was less than both the electron gyrofrequency and the electron plasma frequency. Initially the wave were excited and detected by small stub antennas. The observations could not be explained by whistler mode theory of infinite plasmas. This suggested that the boundaries are important. In a second experiment we, therefore, attempted to excite only circularly symmetric modes. These measurements were compared with dispersion relations for circularly symmetric modes calculated by using the complete maxwell equations, the  $\bar{\epsilon}$ -tensor for a cold collisionless plasma, and suitable boundary conditions. It could be shown that the mode which was excited was most likely determined by the boundary of the coupling system and not by the boundary of the whole vessel as originally expected.

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>I. Einleitung und Zusammenfassung</u>	
I. Einleitung und Zusammenfassung	1
II. Theoretische Grundlagen	
1. $\epsilon$ -Tensor und Grundgleichungen	4
2. Ebene Wellen im homogenen Plasma	5
III. Experimenteller Teil	
1. Die Entladungsapparatur	11
2. Messungen mit Stiftantennen	14
3. Messungen mit rotationssymmetrischer Ankopplung	22
IV. Die Dispersionsbeziehung eines begrenzten rotationssymmetrischen Plasmas	31
V. Vergleich zwischen Theorie und Experiment	37
Anhang	47
Literaturverzeichnis	56

## I. Einleitung und Zusammenfassung

Das Studium von Wellenvorgängen gibt Aufschluß über die inneren Eigenschaften des Mediums, in dem sich die Wellen ausbreiten. In einem Plasma sind besonders elektromagnetische Wellen im Mikrowellengebiet von Interesse, weil bei diesen in relativ einfacher Weise aus der Messung der Phasengeschwindigkeit auf die Elektronendichte und aus der Messung der Dämpfung auf die Stoßfrequenz und damit auf die Elektronentemperatur geschlossen werden kann, wenn die Bewegung der Ionen vernachlässigt werden darf.

Allerdings ist diese diagnostische Methode in einem Plasma ohne Magnetfeld beschränkt auf Frequenzen oberhalb der Plasmafrequenz  $\omega_p = q_0 \sqrt{n_e / (m_e \epsilon_0)}$ , und damit praktisch auf Elektronendichten kleiner  $10^{14} / \text{cm}^3$ . (Es bedeutet:  $q_0$  die Elementarladung,  $n_e$  die Elektronendichte,  $m_e$  die Elektronenmasse und  $\epsilon_0$  die Influenzkonstante.) Wenn ein Magnetfeld vorhanden ist, wird das Plasma anisotrop. Einfache Aussagen lassen sich in diesem Fall nur dann machen, wenn entweder der elektrische Feldvektor oder der Wellenzahlvektor stets parallel zur Richtung des Magnetfeldes steht. Im ersten Fall hat das Magnetfeld keinen Einfluß auf die Wellenausbreitung. Im zweiten Fall erfahren die im elektrischen Feld der Welle mitschwingenden Elektronen eine Lorentzkraft, die immer senkrecht auf ihrer Bewegungsrichtung steht. Dies hat zur Folge, daß sich die Wellen zirkular polarisiert ausbreiten. Dabei ist die Ausbreitung der, in Bezug auf die Richtung des Magnetfeldes  $\vec{B}_0$ , linksdrehenden Wellen wiederum beschränkt auf große Frequenzen bzw. kleine Elektronendichten. Dagegen können sich die rechtsdrehenden Wellen - bei denen sich die Feldvektoren im gleichen Sinne drehen, wie die Elektronen um das Magnetfeld gyrieren - in einem stoßfreien Plasma beliebiger Dichte ausbreiten, sofern nur ihre Frequenz  $\omega$  kleiner als die Gyrofrequenz der Elektronen  $\omega_g = q_0 B_0 / m_e$  ist. Der Brechungsindex dieser sogenannten Elektronenzyklotronwellen ist immer  $> 1$  und in der Nähe der Gyroresonanz ( $\omega = \omega_g$ ) stark dispersiv. Ist außerdem noch  $\omega < \omega_p$ , keine

dann ist die Ausbreitung beschränkt auf einen schmalen Kegel um /11/ mit dieser Anregungsart in einem toroidalen  $\theta$ -Pinch keine befriedigenden Ergebnisse erzielen konnten, lag es nahe, diese Methode

die Richtung des Magnetfeldes /1/. In diesem Fall werden die Wellen whistler-mode genannt, weil sich mit ihnen atmosphärische Störungen im elektromagnetischen Spektrum unterhalb 20 kHz erklären lassen, die sich im Empfänger als "Pfeifen" mit fallender Tonhöhe darbieten /2/. Ist ihre Frequenz sehr klein gegen  $\omega_g$ , aber immer noch groß gegen die Gyrofrequenz der Ionen, spricht man von Heliconwellen /21/. Ihre Dispersionsbeziehung ist unabhängig von der Elektronen- und Ionenmasse; diese Wellen spielen besonders in Festkörperplasmen eine Rolle /22/.

Wegen der angeführten Eigenschaften, sollte sich die whistler-mode außerordentlich gut für diagnostische Zwecke in einem Plasma mit Magnetfeld eignen. Sie ist aber auch interessant im Zusammenhang mit der Nachrichtenübermittlung durch die Plasmaschicht, die sich um eine Raumkapsel beim Wiedereintritt in die Erdatmosphäre bildet /3/, und als "Strahlungsfenster" in einem leitenden Festkörper /4/.

Im Labor wurde die whistler-mode zum ersten Mal von Gallet /5/ beobachtet, der in der Zeta-Entladung Signalübertragung zwischen zwei gekreuzten kurzen Stiftantennen - die ins Plasma hinein ragten - nur dann erhielt, wenn der Entladungsstrom und damit das Magnetfeld ausreichend groß waren. Im Anschluß daran wurden im wesentlichen alle Eigenschaften der whistler-mode experimentell bestätigt /6-9/. Diese Experimente wurden an gepulsten Entladungen ausgeführt, bei denen die Abmessungen des Plasmas quer zur Richtung des Magnetfeldes groß waren gegen die Vakuumwellenlänge der anregenden Schwingung, also erst recht groß gegen die Wellenlänge der whistler-mode. Die Wellen wurden immer außerhalb des Plasmas angeregt und nachgewiesen, meist mit Hornantennen.

In einer Reihe von Entladungstypen, bei denen man wegen ihrer großen Dichte sehr gern die whistler-mode diagnostisch ausnutzen möchte, ist jedoch eine Anregung außerhalb des Plasmas nicht möglich (z.B. in toroidalen Entladungen). Für diese Fälle bietet sich die Gallettsche Methode der Anregung mit kurzen Stiftantennen an. Da sich aber unter den komplizierten Bedingungen am Zeta keine Phasengeschwindigkeit messen ließ /10/ und auch Hopf und Tutter /11/ mit dieser Anregungsart in einem toroidalen  $\theta$ -Pinch keine befriedigenden Ergebnisse erzielen konnten, lag es nahe, diese Methode

einmal unter ganz einfachen Bedingungen zu untersuchen. Diese Überlegungen waren der Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit.

Die Experimente wurden ausgeführt in der positiven Säule eines stationären Argon-Hohlkathodenbogens, der entlang eines homogenen Magnetfeldes brannte. Leider zeigte sich auch unter diesen einfachen Versuchsbedingungen nur eine qualitative Übereinstimmung zwischen den Messungen und der Theorie. Als Hauptursache muß angenommen werden, daß der Durchmesser des Bogenkernes nicht groß genug war im Vergleich zur Wellenlänge im Plasma, so daß die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Theorie ebener Wellen in einem unendlichen ausgedehnten homogenen Plasma nicht ausreichend erfüllt waren. In einem zweiten Experiment wurde deshalb von Anfang an der endlichen Ausdehnung und der Rotations-symmetrie des Plasmas Rechnung getragen, indem mit einem geeigneten Koppelsystem versucht wurde, nur rotationssymmetrische Wellen anzuregen, die sich wie in einem Wellenleiter ausbreiten. Die neuen Anregungsbedingungen erlaubten eine saubere Bestimmung der Wellenlänge bzw. der Phasengeschwindigkeit der angeregten Wellen im Plasma. Diese Messungen wurden mit Dispersionsbeziehungen verglichen, die aus den vollständigen Maxwellgleichungen berechnet wurden mit Hilfe des  $\epsilon$ -Tensors für ein kaltes stoßfreies Plasma und geeigneten Randbedingungen unter Benutzung der Rechnungen von Wieder /12/. Die Struktur der Dispersionsbeziehung und die Bedingungen am Ort der Anregung sowie eine Reihe qualitativer Beobachtungen legten die Vermutung nahe, daß von der Vielzahl der möglichen Wellentypen gerade jener angeregt worden war, der von Wieder "isolated mode" genannt wurde. Die für diesen Wellentyp berechneten Dispersionskurven decken sich relativ gut mit den Meßkurven, verglichen mit den theoretischen Vereinfachungen und der Unsicherheit der Elektronendichtebestimmung. Die Übereinstimmung konnte verbessert werden durch Änderungen am Koppelsystem, die zum Ziele hatten, die theoretischen Voraussetzungen besser zu realisieren. Es ist deshalb ziemlich sicher, daß die "isolated mode" in kontrollierter Weise angeregt und nachgewiesen wurde.

$$(2) \quad \epsilon_1 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega^2 - \omega_g^2)}$$

$$(3) \quad \epsilon_2 = \frac{\omega_p^2 \cdot \omega_g}{\omega(\omega^2 - \omega_g^2)}$$

$$(4) \quad \epsilon_3 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega \cdot \omega}$$

## II. Theoretische Grundlagen

### 1. $\epsilon$ -Tensor und Grundgleichungen

Diese Arbeit handelt von elektromagnetischen Wellen, die sich in einem quasineutralen Plasma ausbreiten, das sich in einem homogenen Magnetfeld befindet. Dabei wird angenommen, daß die Ionen ruhen und lediglich einen neutralisierenden positiven Untergrund bilden, weil ihre Masse sehr groß gegen die der Elektronen ist und weil wir uns nur für sehr hochfrequente Wellen interessieren. Die thermische Bewegung der Elektronen wird vernachlässigt gegenüber der Bewegung, die die Elektronen durch das elektromagnetische Feld erfahren. Andererseits wird aber ein Impulsaustausch zwischen den Elektronen und den Ionen zugelassen, der durch eine effektive Stoßfrequenz  $\nu$  charakterisiert wird.

Die Ladungen und Ströme im Plasma werden nicht explizit beschrieben, vielmehr wird das Plasma als verlustbehaftetes Dielektrikum behandelt. Da das Magnetfeld eine Richtung auszeichnet, ist das Plasma anisotrop und muß durch einen Tensor charakterisiert werden. Dieser sogenannte  $\epsilon$ -Tensor ergibt sich aus den linearisierten Gleichungen des Zwei-Flüssigkeitsmodells (Anhang 1). Wird die Richtung des Magnetfeldes zur z-Achse eines orthogonalen Koordinatensystems gewählt, dann folgt in diesem

$$(1) \quad (\epsilon) = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

mit

$$(2) \quad \epsilon_1 = 1 - \omega_p^2 \bar{\omega} / \omega (\bar{\omega}^2 - \omega_g^2)$$

$$(3) \quad \epsilon_2 = \omega_p^2 \omega_g / \omega (\bar{\omega}^2 - \omega_g^2)$$

$$(4) \quad \epsilon_3 = 1 - \omega_p^2 / (\omega \bar{\omega}) \quad ,$$



wobei  $\bar{\omega} = \omega - i\nu$  ist. Die Grundgleichungen reduzieren sich auf die Maxwellgleichungen. Damit ist das Problem auf die Elektrodynamik zurückgeführt und muß auch durch deren Rand- und Grenzsichtenbedingungen ergänzt werden, wenn es solcher bedarf. Führen wir die elektrische Verschiebung  $\vec{D} = (\epsilon)\epsilon_0 \vec{E}$  ein, und nehmen wir für alle Feldgrößen eine harmonische Zeitabhängigkeit  $\sim \exp(i\omega t)$  an, dann lauten die Maxwellgleichungen im MKSA-System

$$(5) \quad \text{rot } \vec{B} = i\omega\mu_0 \vec{D}$$

$$(6) \quad \text{rot } \vec{E} = -i\omega \vec{B}$$

$$(7) \quad \text{div } \vec{D} = 0$$

$$(8) \quad \text{div } \vec{B} = 0$$

wobei wie üblich  $\vec{E}$  die elektrische und  $\vec{B}$  die magnetische Feldstärke sowie  $\mu_0$  die Induktionskonstante bedeuten.

## 2. Ebene Wellen im homogenen Plasma

In einem homogenen Plasma hängen die Elemente des  $\epsilon$ -Tensors nicht vom Ort ab. Ebene Wellen sind dann Lösungen der Grundgleichungen (5) - (8), bei denen alle Feldgrößen in der Form  $\exp(i\omega t - ikz)$  von Ort und Zeit abhängen, wenn die Ausbreitungsrichtung zur z-Achse eines kartesischen Koordinatensystems gewählt wird. Dabei kann sich eine Welle mit vorgegebenem  $\omega$  nur mit einer ganz bestimmten Wellenzahl  $k$  bzw. einer ganz bestimmten Ausbreitungskonstanten

$$(9) \quad N = k/k_0 = c/V = \lambda_0/\lambda = \frac{c}{\omega} k$$

fortpflanzen. (Dabei bedeutet:  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  die Vakuumwellenzahl,  $c$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $\lambda_0$  und  $\lambda$  die Wellenlänge im Vakuum und im Plasma.) Der Zusammenhang zwischen  $N$  und  $\omega$  wird Dispersionsbeziehung genannt. Sie folgt als eine

Art Verträglichkeitsbedingung aus den Grundgleichungen (Anhang 2). Im vorliegenden Fall ist sie mit dem strahlenoptisch definierten Brechungsindex identisch.

Ist kein äußeres Magnetfeld vorhanden, dann sind die Wellen transversal und linear polarisiert, wobei  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{k}$  rechtshändig paarweise aufeinander senkrecht stehen. Die Dispersionsbeziehung ergibt sich zu

$$(10) \quad N = \sqrt{\epsilon_1} = \sqrt{\epsilon_3} \\ = \sqrt{1 - \omega_p^2 / (\omega \cdot \bar{\omega})}$$

Beschränken wir uns auf ein stoßfreies Plasma  $\bar{\omega} = \omega$ , dann ist offensichtlich nur für  $\omega > \omega_p$  Wellenausbreitung möglich, wobei die Ausbreitungskonstante immer  $\leq 1$  ist. - Anderenfalls wird sie imaginär, d.h. bei der Einstrahlung einer ebenen Mikrowelle in ein begrenztes homogenes Plasma tritt Totalreflexion auf. - Durch Messung der Phasenverschiebung  $\Delta\varphi = Nk_0 s$ , die eine Welle längs des Weges  $s$  erfährt, kann also auf  $\omega_p$  und damit auf die Elektronendichte geschlossen werden. Da aber Mikrowellen nur bis zu einer Frequenz von rd. 100 GHz mit ausreichender Intensität kohärent erzeugt werden können, ist die Anwendung dieses Meßverfahrens beschränkt auf Elektronendichten kleiner  $10^{14}/\text{cm}^3$ .

Die Dispersionsbeziehung für ein Plasma, das sich in einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B}_0$  befindet, ist kompliziert, so daß sie in der Praxis nur unter besonderen Bedingungen angewendet werden kann:

- a) Steht der elektrische Feldvektor  $\vec{E}$  immer parallel zu  $\vec{B}_0$ , dann erfahren die Elektronen im Plasma keine Lorentzkraft, und es gilt deshalb die gleiche Beziehung wie ohne Magnetfeld.
- b) Breiten sich die Wellen parallel zur Richtung von  $\vec{B}_0$  aus, dann steht die Lorentzkraft immer senkrecht auf der Bewegungsrichtung der Elektronen. Die Wellen sind deshalb zirkular polarisiert und ebenfalls transversal. Ihre Dispersionsbeziehung

ergibt sich zu

$$(11) \quad N^2 = \epsilon_1 \pm \epsilon_2$$

$$= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\bar{\omega} \pm \omega_g)}$$

Das positive Vorzeichen gehört zu den in bezug auf die Richtung von  $\vec{B}_0$  linksdrehenden Wellen und das negative zu den rechtsdrehenden, deren Feldvektoren sich im gleichen Sinne drehen, wie die Elektronen um das Magnetfeld gyrieren. Beschränken wir uns wieder auf den stoßfreien Fall  $\bar{\omega} = \omega$ , dann können sich die linksdrehenden Wellen ausbreiten für

$$\omega_p^2 < \omega^2 \cdot (1 + \omega_g/\omega)$$

und die rechtsdrehenden für  $\omega < \omega_g$  oder wenn gleichzeitig

$$\omega > \omega_g \quad \text{und} \quad \omega_p^2 < \omega^2 \cdot (1 - \omega_g/\omega)$$

ist. Dieser Sachverhalt ist in Abb. 1 in einem sogenannten Allis-Diagramm /13,14/ veranschaulicht, d.h. praktisch in einer  $n_e, B$  - Ebene dargestellt.

Während die Ausbreitung der linksdrehenden Wellen und die der rechtsdrehenden für  $\omega > \omega_g$  beschränkt ist auf große Frequenzen bzw. auf kleine Elektronendichten (mit  $N < 1$ ), haben die rechtsdrehenden Wellen für  $\omega < \omega_g$  bemerkenswerte Eigenschaften:

1. Diese Wellen können sich bei jeder Elektronendichte ausbreiten.

2. Ihre Ausbreitungskonstante ist immer  $> 1$  und in der Nähe der Gyroresonanz ( $\omega = \omega_g$ ) stark dispersiv (Abb. 2).

3. Ist außerdem noch  $\omega < \omega_g$ , dann ist die Ausbreitung beschränkt auf einen schmalen Kegel um die Richtung des Magnetfeldes /1/. Die Wellen werden dann - wie schon erwähnt - whistler-mode genannt.

Diese Wellen erlauben also Messungen oberhalb der kritischen Dichte  $n_k = \omega^2 m_e \epsilon_0 / q_0^2$  und versprechen wegen ihrer großen Dis-

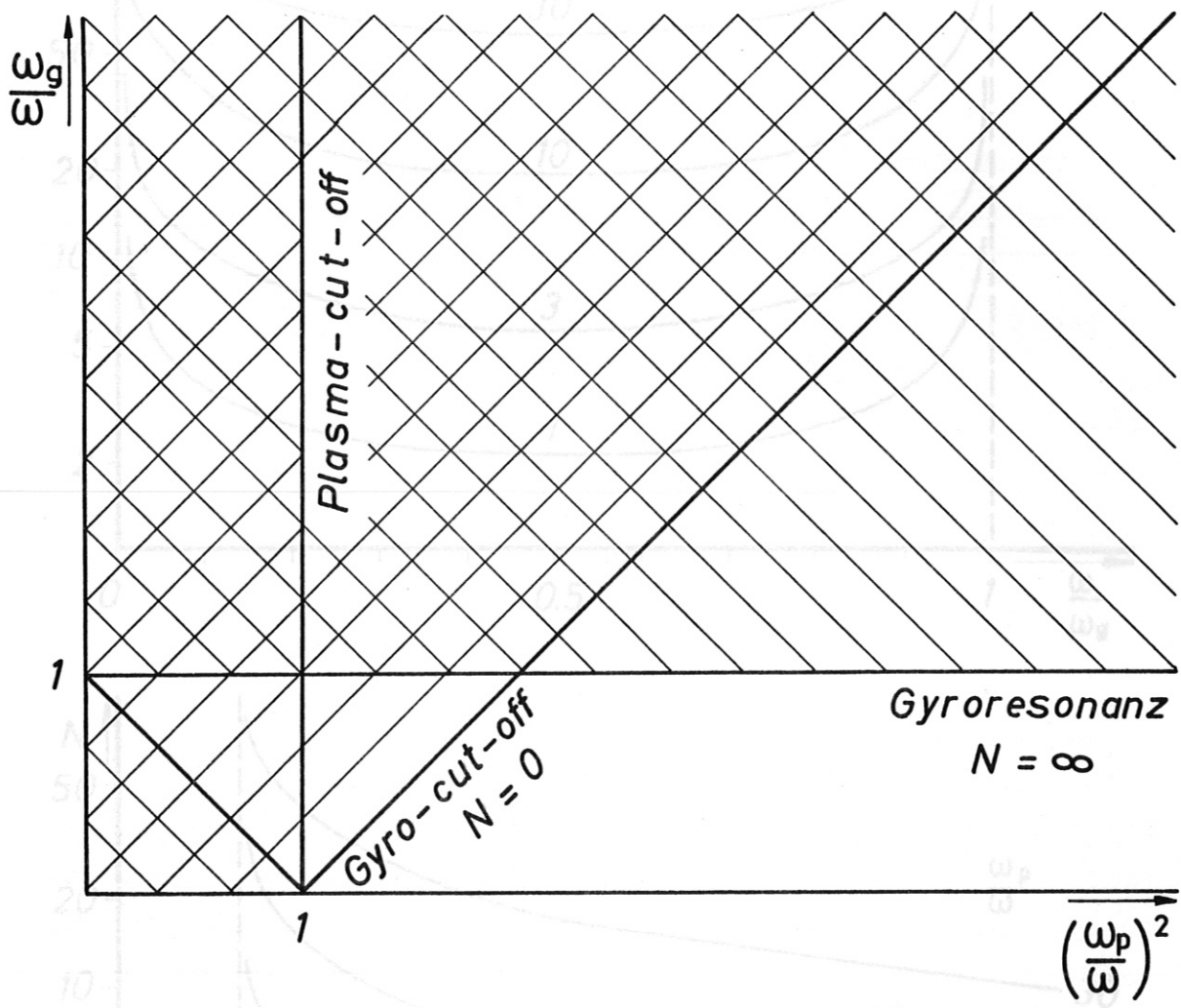


Abb. 1 Parameterbereiche in denen die Ausbreitung zirkular polarisierter Wellen möglich ist.

Abb. 2 Dispersion des Whistler-mode  
////// linksdrehend  
\\\\\\\\ rechtsdrehend

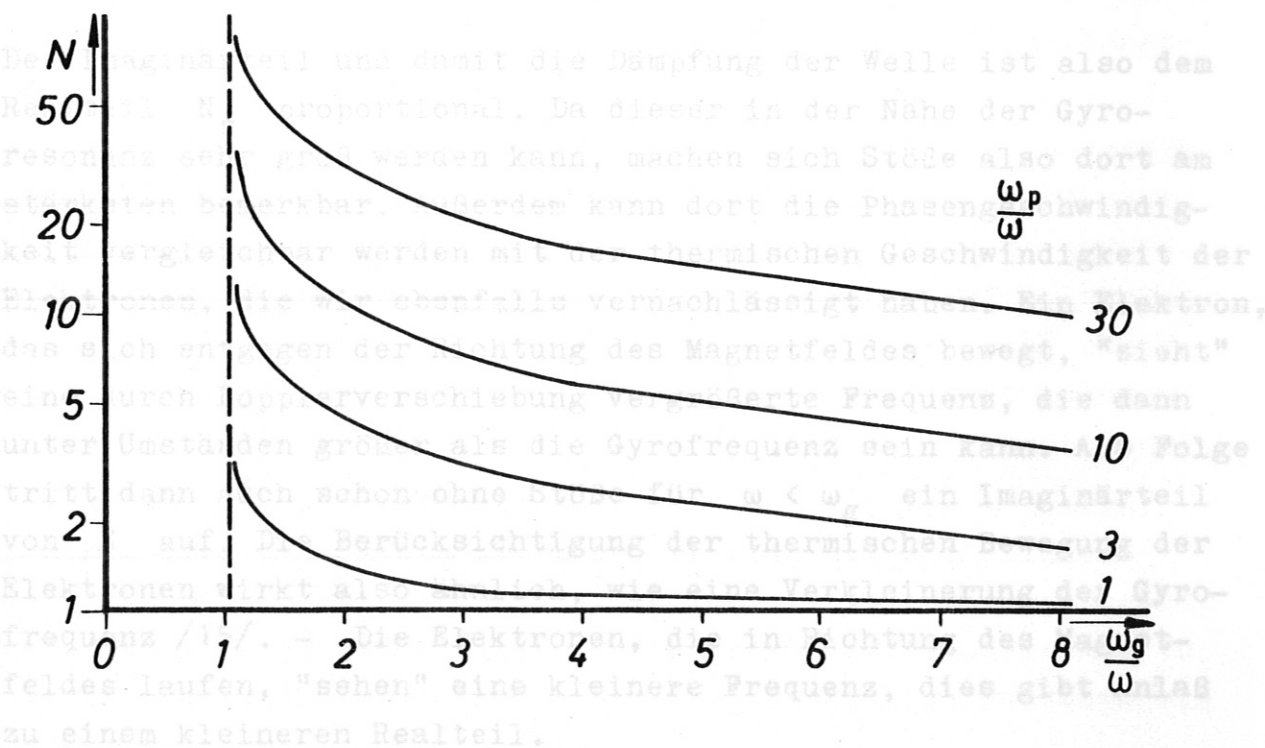
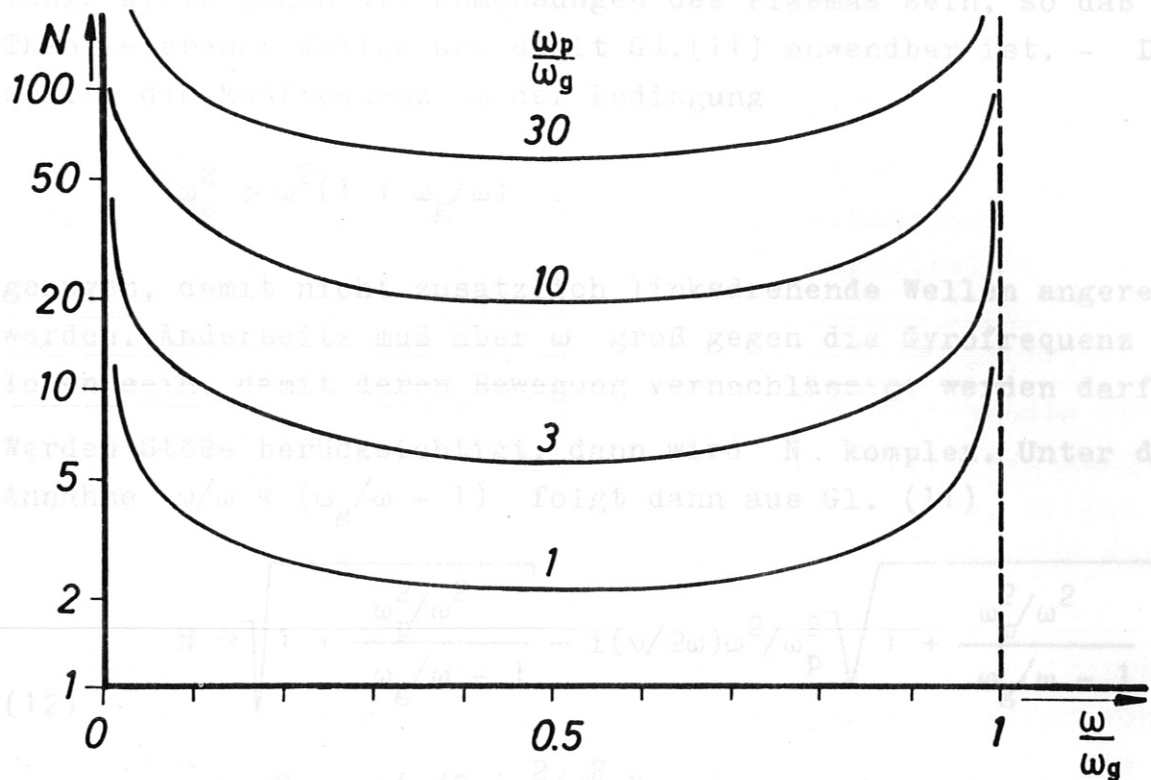


Abb.2 Dispersionskurven der Whistler-mode

persion auch eine gute Meßgenauigkeit. Da die Ausbreitungskonstante sehr groß werden kann, wird in vielen Fällen die Wellenlänge klein gegen die Abmessungen des Plasmas sein, so daß die Theorie ebener Wellen und damit Gl.(11) anwendbar ist. - Dabei sollte die Meßfrequenz  $\omega$  der Bedingung

$$\omega_p^2 > \omega^2(1 + \omega_g/\omega)$$

genügen, damit nicht zusätzlich linksdrehende Wellen angeregt werden. Andererseits muß aber  $\omega$  groß gegen die Gyrofrequenz der Ionen sein, damit deren Bewegung vernachlässigt werden darf.

Werden Stöße berücksichtigt, dann wird  $N$  komplex. Unter der Annahme  $v/\omega \ll (\omega_g/\omega - 1)$  folgt dann aus Gl. (11)

$$(12) \quad N \approx \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2/\omega^2}{\omega_g/\omega - 1}} - i(\nu/2\omega)\omega^2/\omega_p^2 \sqrt{1 + \frac{\omega_p^2/\omega^2}{\omega_g/\omega - 1}}$$
$$= N_r - i(\nu/2\omega)\omega^2/\omega_p^2 \cdot N_r$$

Der Imaginärteil und damit die Dämpfung der Welle ist also dem Realteil  $N_r$  proportional. Da dieser in der Nähe der Gyroresonanz sehr groß werden kann, machen sich Stöße also dort am stärksten bemerkbar. Außerdem kann dort die Phasengeschwindigkeit vergleichbar werden mit der thermischen Geschwindigkeit der Elektronen, die wir ebenfalls vernachlässigt haben. Ein Elektron, das sich entgegen der Richtung des Magnetfeldes bewegt, "sieht" eine durch Dopplerverschiebung vergrößerte Frequenz, die dann unter Umständen größer als die Gyrofrequenz sein kann. Als Folge tritt dann auch schon ohne Stöße für  $\omega < \omega_g$  ein Imaginärteil von  $N$  auf. Die Berücksichtigung der thermischen Bewegung der Elektronen wirkt also ähnlich, wie eine Verkleinerung der Gyrofrequenz /15/. - Die Elektronen, die in Richtung des Magnetfeldes laufen, "sehen" eine kleinere Frequenz, dies gibt Anlaß zu einem kleineren Realteil.

Die Zündung erfolgt mit Hilfe eines HP-Zündgerätes, das nach dem Stoßkreisprinzip arbeitet und das in rascher Folge stark

### III. Experimenteller Teil

#### 1. Die Entladungsapparatur

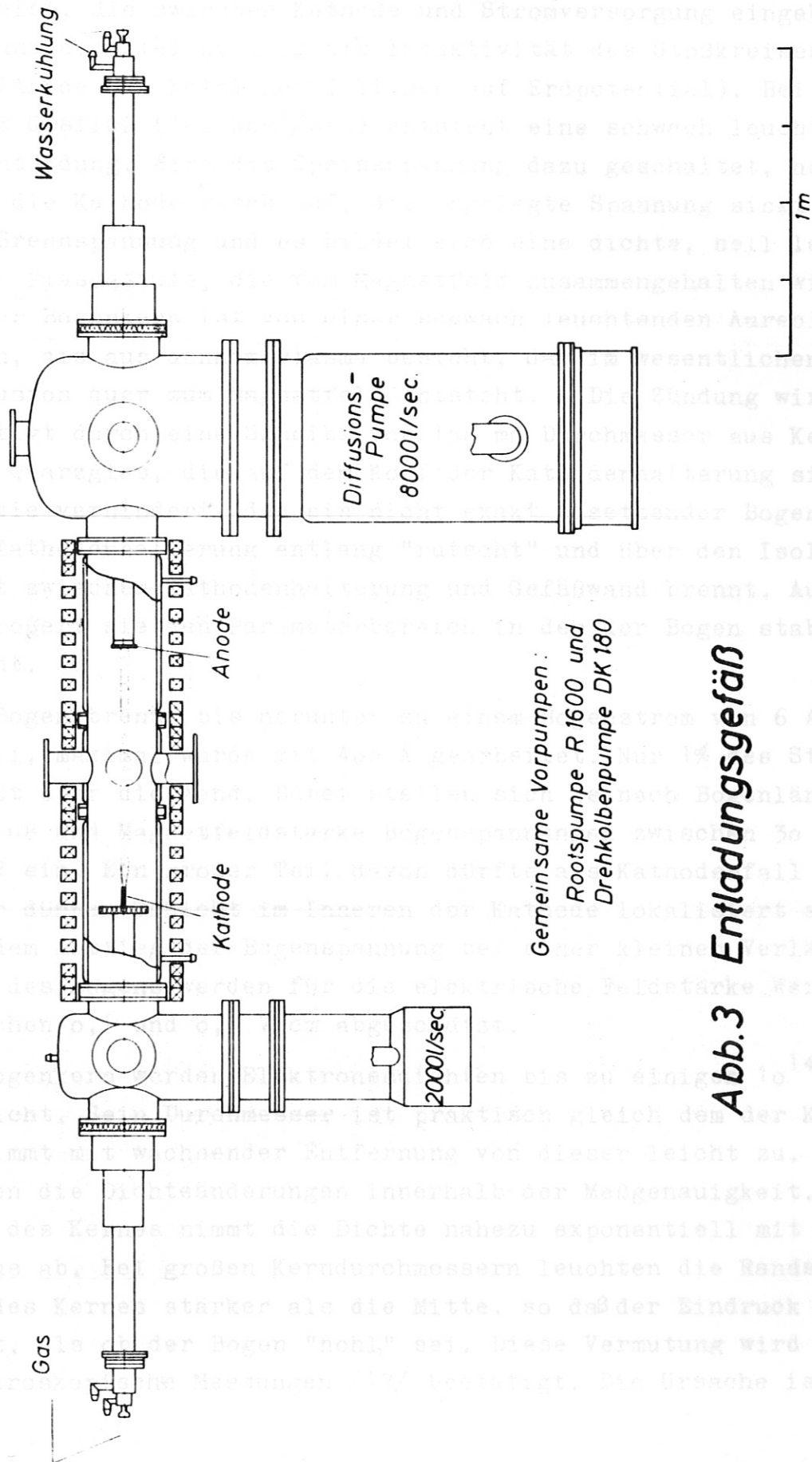
Für die Messungen stand der in Abb. 3 schematisch dargestellte Hohlkathodenbogen zur Verfügung. Es handelt sich um einen stationären Gasbogen, der aus einer hohlen zylindrischen Tantal-kathode heraus und entlang eines axialen Magnetfeldes zu einer ebenen Wolframkathode brennt. Die aufprallenden Ionen erhitzen die Kathode auf 2-3000 °C. Durch ihr mit Plasma gefülltes Innere strömt von außen Argon ein, das dort nahezu vollständig ionisiert wird /16,17/. Das durch Rekombination entstehende Neutralgas wird mit zwei kräftigen Diffusionspumpen abgesaugt, so daß der vom Magnetfeld geführte und stabilisierte Bogen nur von einer dünnen Neutralgasatmosphäre umgeben ist.

Die Entladung erfolgt innerhalb eines wassergekühlten Doppelwandgefäßes aus V2A-Stahl mit einem inneren Durchmesser von 22 cm, welches von 24 wassergekühlten Spulen umgeben ist, die ein Magnetfeld von maximal 4500 G stationär erzeugen. In der Mitte des Gefäßes befinden sich vier um 90° versetzte Beobachtungsstutzen. Ihr innerer Durchmesser beträgt 10 cm.

Als Kathoden werden kreisrunde Tantalrohre von 1 mm Wandstärke und einem inneren Durchmesser zwischen 3 und 30 mm verwendet. Um eine möglichst hohe Ionisation zu erzielen, ist es zweckmäßig, die Länge 6-8 mal größer als den Durchmesser zu wählen. Bei Strömen bis zu 100 A beträgt ihre Lebensdauer mehr als 20 Stunden, wenn beim Abschalten der Bogenstrom langsam heruntergeregelt wird, so daß sich die Kathode langsam abkühlen kann.

Die Bogenlänge kann während des Betriebes verändert werden, maximal über den ganzen homogenen Bereich des Magnetfeldes (180 cm). Der Bogen wird aus einem 150 V -Gleichstromgenerator gespeist und mit einem Vorwiderstand stabilisiert, der aus 40 Tauchsiedererelementen besteht. Der Gasfluß beträgt zwischen 0,4 und 6 Ncm<sup>3</sup>/sec.

Die Zündung erfolgt mit Hilfe eines HF-Zündgerätes, das nach dem Stoßkreisprinzip arbeitet und das in rascher Folge stark



Gemeinsame Vorpumpen:  
Rootspumpe R 1600 und  
Drehkolbenpumpe DK 180

**Abb.3 Entladungsgesäß**



gedämpfte 1,5 MHz -Schwingungen mit einer Spitzenspannung von 4 kV erzeugt. Die Impulse werden über eine HF-Drossel eingespeist, die zwischen Kathode und Stromversorgung eingebaut ist und die gleichzeitig die Induktivität des Stoßkreises bildet (Anode und Metallgefäß liegen auf Erdpotential). Bei geeignetem Gasfluß ( $1-2 \text{ Ncm}^3/\text{sec}$ ) entsteht eine schwach leuchtende HF-Entladung. Wird die Speisespannung dazu geschaltet, heizt sich die Kathode rasch auf, die angelegte Spannung sinkt auf die Brennspannung und es bildet sich eine dichte, hell leuchtende Plasmasäule, die vom Magnetfeld zusammengehalten wird. Dieser Bogenkern ist von einer schwach leuchtenden Aureole umgeben, die aus dünnem Plasma besteht, das im wesentlichen durch Diffusion quer zum Magnetfeld entsteht. - Die Zündung wird begünstigt durch eine Scheibe von 150 mm Durchmesser aus Keramik oder Quarzglas, die auf dem Kopf der Kathodenhalterung sitzt und die verhindert, daß ein nicht exakt ansetzender Bogen an der Kathodenhalterung entlang "rutscht" und über den Isolierspalt zwischen Kathodenhalterung und Gefäßwand brennt. Außerdem vergrößert sie den Parameterbereich in dem der Bogen stabil brennt.

Der Bogen brennt bis herunter zu einem Bogenstrom von 6 A stabil, maximal wurde mit 400 A gearbeitet. Nur 1% des Stromes fließt über die Wand. Dabei stellen sich je nach Bogenlänge, Gasfluß und Magnetfeldstärke Bogenspannungen zwischen 30 und 100 V ein. Ein großer Teil davon dürfte als Kathodenfall in einer dünnen Schicht im Inneren der Kathode lokalisiert sein. Aus dem Anstieg der Bogenspannung bei einer kleinen Verlängerung des Bogens werden für die elektrische Feldstärke Werte zwischen 0,1 und 0,5 V/cm abgeschätzt.

Im Bogenkern werden Elektronendichten bis zu einigen  $10^{14}/\text{cm}^3$  erreicht. Sein Durchmesser ist praktisch gleich dem der Kathode. Er nimmt mit wachsender Entfernung von dieser leicht zu. Dabei liegen die Dichteänderungen innerhalb der Meßgenauigkeit. Außerhalb des Kernes nimmt die Dichte nahezu exponentiell mit dem Radius ab. Bei großen Kerndurchmessern leuchten die Randschichten des Kernes stärker als die Mitte, so daß der Eindruck entsteht, als ob der Bogen "hohl" sei. Diese Vermutung wird durch spektroskopische Messungen /17/ bestätigt. Die Ursache ist ver-

mutlich die, daß in unmittelbarer Nähe der inneren Kathodenoberfläche die Ionisation größer ist als auf der Kathodenachse.

Bei einem Bogenstrom von 100 A, einem Gasfluß von  $1,25 \text{ Ncm}^3/\text{sec}$  und einem Magnetfeld von 4000 G beträgt die Elektronendichte ca.  $3 \cdot 10^{14}/\text{cm}^3$  und der Neutralgasdruck im Beobachtungsraum rd.  $10^{-4}$  Torr. (Bei gleichem Gasfluß beträgt der Neutralgasdruck ohne Bogen  $\sim 1,3 \cdot 10^{-3}$  Torr.) An ähnlichen Bögen und bei vergleichbaren Parametern /16,17/ werden Elektronentemperaturen zwischen 1 und 10 eV und Ionentemperaturen der gleichen Größenordnung gemessen.

Wegen des homogenen Magnetfeldes und der geringen Dichteveränderung in Richtung des Magnetfeldes sollte sich diese stationäre Entladung gut zur Untersuchung der whistler-mode eignen.

## 2. Messungen mit Stiftantennen

Da die Ausbreitung der whistler-mode auf einem schmalen Kegel um die Richtung des Magnetfeldes beschränkt ist, liegt den Versuchen zunächst die Annahme zugrunde, daß sich die angeregten Wellen in erster Näherung wie ebene Wellen zwischen Sende- und Empfangsantenne ausbreiten, zumindest dann, wenn die Messungen in nicht zu großer Entfernung von der Gyroresonanz ausgeführt werden, weil dort die Ausbreitungskonstante groß und die Wellenlänge klein ist. Dabei ist es unerheblich, daß die zur Anregung und zum Nachweis verwendeten Stiftantennen linear polarisiert strahlen, weil sich jede linear polarisierte Welle als Überlagerung einer links und einer rechts zirkular polarisierten Welle auffassen läßt.

In der Hoffnung auf gute räumliche Auflösung des Dichteprofiles und weil die effektive Länge einer Antenne wie  $1/\sqrt{\epsilon}$  abnimmt, wurden die Stiftantennen sehr kurz gewählt. Sie werden gebildet von einem 2 mm langen Stück Draht, das aus einem speziell von uns angefertigten Koaxialkabel herausragt. Dieses Kabel hat einen Wellenwiderstand von  $50 \Omega$  und ist von einem 1,5 mm starken V2A-Rohr schützend umgeben, welches am Ende mit einem 25 mm langen Quarzglasüberzug versehen ist, um zu verhindern, daß der Mantel Strom aus dem Bogen zieht. Der äußere Durchmesser des

Glasüberzuges beträgt 3 mm. Wegen der hohen Temperatur im Bogenkern können die Antennen dort nicht stationär verbleiben. Deshalb wurden die beiden starren Koaxialkabel, die die Sende- und Empfangsantenne tragen, zu einem doppelsondenartigen System zusammengefaßt, welches mit einem Hebelmechanismus durch den Bogenkern mit einer Geschwindigkeit von rd. 10 cm/sec "hindurch geschlagen" wird. Der Antennenabstand betrug zwischen 1 und 10 cm. Er konnte bei brennendem Bogen um kleine Beträge definiert verändert werden.

Da für die Ausbreitung der whistler-mode die Bedingung  $\omega < \omega_g$  erfüllt sein muß, muß die Meßfrequenz dem Variationsbereich des Magnetfeldes angepaßt werden. Sie wurde zu 3 GHz gewählt. Die Gyroresonanz liegt dann bei 1070 G, und die kritische Elektrodendichte beträgt  $1,1 \cdot 10^{11}/\text{cm}^3$ , so daß unter den normalen Betriebsbedingungen des Bogens ( $n_e = 10^{13} - 10^{14}/\text{cm}^3$ ) die Plasmafrequenz 10-30 mal größer als die Meßfrequenz ist. Da die Gyrofrequenz der Argonionen rd.  $10^{-5} \cdot \omega_g$  beträgt, darf sie vernachlässigt werden.

Die Sendeantenne wird direkt aus einem unmodulierten 3 GHz -Generator gespeist. Die Empfangsantenne ist an dem in Abb. 4 dargestellten phasenempfindlichen Empfänger angeschlossen. In diesem wird das empfangene Signal nach einer Amplitudenmodulation mit einer 100 kHz -Rechteckschwingung an zwei Dioden geführt und zwar einmal direkt und einmal nach einer  $90^\circ$  Phasenverschiebung. Außerdem liegt an den Dioden eine dem Generator entnommene Referenzspannung, die wesentlich größer als das Signal ist. Durch Mischung treten dann in den Richtströmen der Dioden 100 kHz -Schwingungen auf, deren Amplitude ( $S \cdot \sin \emptyset$ ) bzw. ( $S \cdot \cos \emptyset$ ) proportional ist, wobei S die Amplitude des Signals und  $\emptyset$  der Phasenunterschied zwischen Signal und Referenzspannung ist. Werden diese beiden Schwingungen je auf ein Plattenpaar eines x,y-Oszillographen gegeben, dann entsteht auf dem Schirm als Lissajou-Figur eine Gerade, deren Länge proportional zu S und deren Winkel mit der x-Achse gleich  $\emptyset$  ist. Um die Winkelmessung eindeutig zu machen, wird ein Extremum der 100 kHz -Schwingung durch einen Helltastimpuls markiert. Aus der so gewonnenen Polardarstellung von S und  $\emptyset$ , kann nun die Phasenverschiebung und die Dämpfungsänderung abgelesen

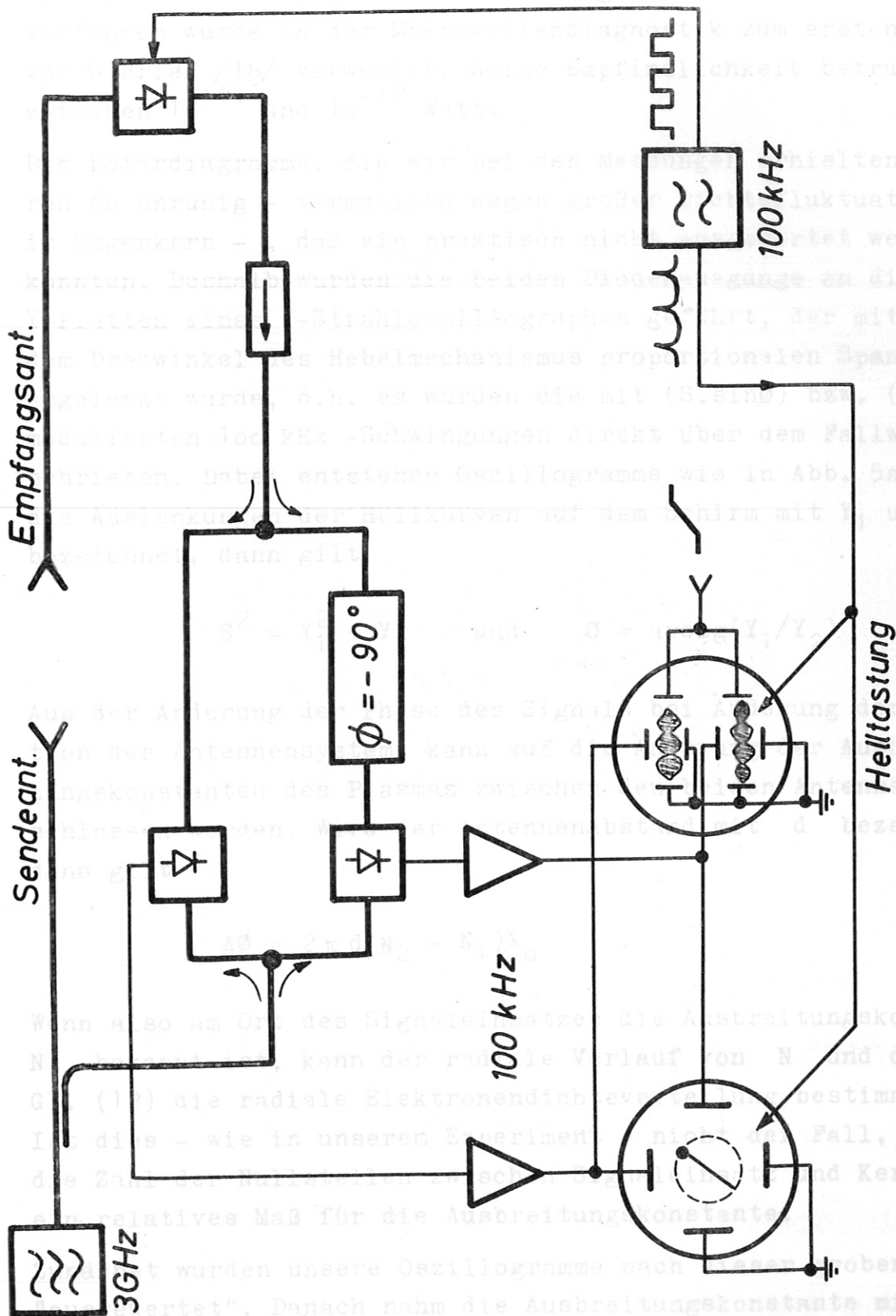


Abb. 4 Phasenempfindlicher Mikrowellenempfänger

werden, die eine sich zwischen den beiden Antennen ausbreitende elektromagnetische Welle erfährt, wenn das Antennensystem durch den Bogen hindurch bewegt wird. - Dieses Meßverfahren wurde in der Mikrowellendiagnostik zum ersten Mal von O'Brien /18/ verwendet. Seine Empfindlichkeit beträgt zwischen  $10^{-11}$  und  $10^{-12}$  Watt.

Die Polardiagramme, die wir bei den Messungen erhielten, waren so unruhig - vermutlich wegen großer Dichtefluktuationen im Bogenkern - , daß sie praktisch nicht ausgewertet werden konnten. Deshalb wurden die beiden Diodenausgänge an die Y-Platten eines 2-Strahloszillographen geführt, der mit einer dem Drehwinkel des Hebelmechanismus proportionalen Spannung abgelenkt wurde, d.h. es wurden die mit  $(S \cdot \sin \varnothing)$  bzw.  $(S \cdot \cos \varnothing)$  modulierten 100 kHz -Schwingungen direkt über dem Fallweg geschrieben. Dabei entstehen Oszillogramme wie in Abb. 5a. Werden die Auslenkungen der Hüllkurven auf dem Schirm mit  $Y_1$  und  $Y_2$  bezeichnet, dann gilt

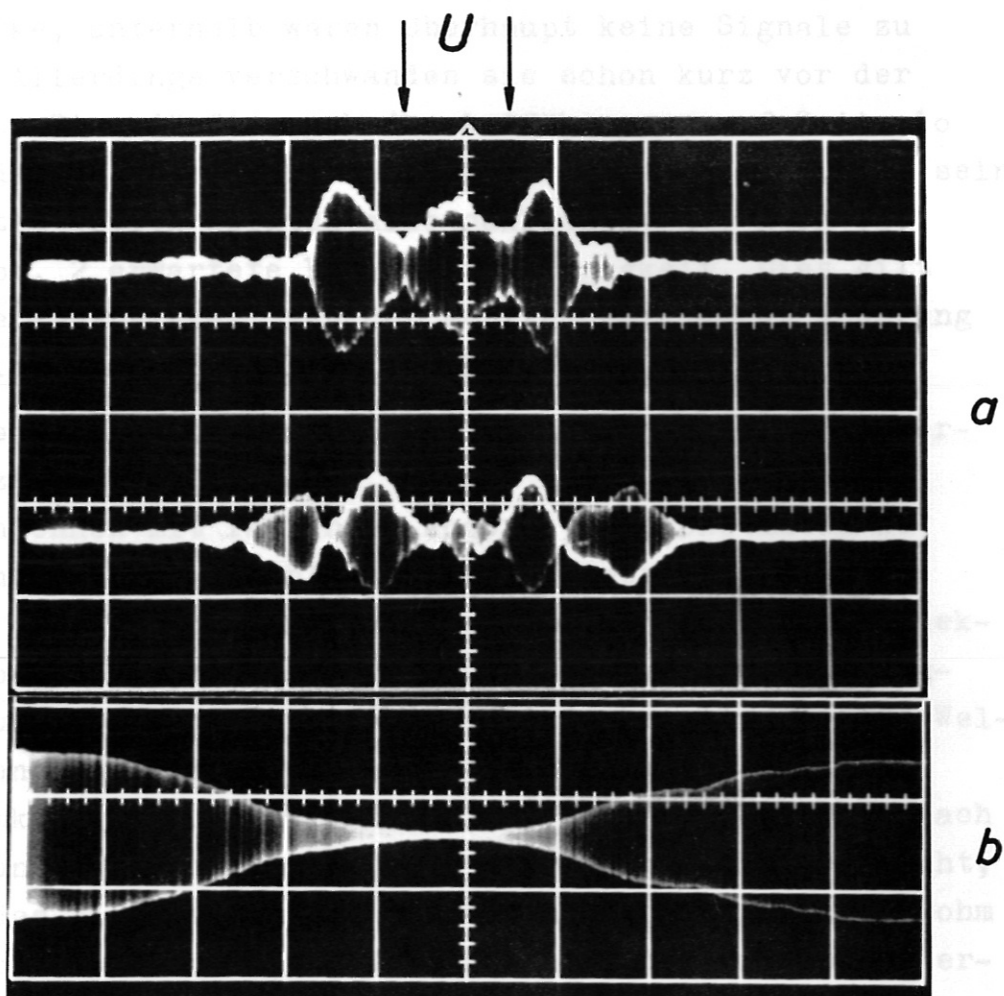
$$S^2 = Y_1^2 + Y_2^2 \quad \text{und} \quad \varnothing = \arctg(Y_1/Y_2) \quad .$$

Aus der Änderung der Phase des Signals bei Änderung der Position des Antennensystems kann auf die Änderung der Ausbreitungskonstanten des Plasmas zwischen den beiden Antennen geschlossen werden. Wird der Antennenabstand mit  $d$  bezeichnet, dann gilt

$$\Delta \varnothing = 2 \pi d (N_2 - N_1) \lambda_0 \quad .$$

Wenn also am Ort des Signaleinsatzes die Ausbreitungskonstante  $N_1$  bekannt ist, kann der radiale Verlauf von  $N$  und damit aus Gl. (12) die radiale Elektronendichteverteilung bestimmt werden. Ist dies - wie in unserem Experiment - nicht der Fall, dann ist die Zahl der Nullstellen zwischen Signaleinsatz und Kernmitte ein relatives Maß für die Ausbreitungskonstante.

Zunächst wurden unsere Oszillogramme nach dieser groben Methode "ausgewertet". Danach nahm die Ausbreitungskonstante mit steigendem Bogenstrom und Gasfluß zu und mit steigendem Abstand von der Bogenachse ab, d.h. die Ausbreitungskonstante nahm ganz all-



**Abb.5** a) *Typischer Spannungsverlauf am Ausgang des phasenempfindlichen Empfängers ( $U \approx$  Umkehrpunkt der Phase)*  
b) *Verlauf der von der Sendeantenne reflektierten Mikrowellenamplitude*

gemein mit steigender Dichte zu. Bei Magnetfeldern oberhalb der Gyroresonanz stieg die Ausbreitungskonstante mit fallender Feldstärke, unterhalb waren überhaupt keine Signale zu beobachten. Allerdings verschwanden sie schon kurz vor der Gyroresonanz. Dies dürfte nach den Ausführungen auf Seite 10 auf Stöße oder auf die Elektronentemperatur zurückzuführen sein. Die angeregten Wellen zeigten also qualitativ die nach Gl. (12) bzw. Abb. 2 erwartete Parameterabhängigkeit. Dies gilt auch für die Abhängigkeit von der Meßfrequenz, deren Änderung jedoch nur in sehr geringem Umfang möglich war.

Das schnelle Verschwinden der Signale außerhalb des Bogenkernes dürfte zwei Ursachen haben. Einmal nimmt die effektive Länge der Antennen mit fallender Ausbreitungskonstanten zu, d.h. die Sendeantenne strahlt weniger ab, weil sie dann zu kurz ist. - In der Tat zeigt die von der Sendeantenne reflektierte Mikrowellenamplitude gerade dort ein Minimum, wo Signalübertragung vorliegt (Abb. 5b). - Andererseits ist die Wellenausbreitung nur für  $\omega < \omega_p$  auf einem schmalen Kegel um  $\vec{B}_0$  beschränkt /1/, während für  $\omega > \omega_p$  die Sendeenergie nach allen Richtungen verteilt wird. Für diese Möglichkeit spricht, daß am Ort des Signaleinsatzes durch Sondenmessungen nach Bohm /19/ Elektronendichten in der Größenordnung der kritischen ermittelt werden.

Werden die Versuche in nicht zu großer Entfernung von der Kathode ausgeführt, zeigen die Oszillogramme Stellen, an denen die Phase rückläufig wird, d.h. Stellen extremaler Dichte (Abb. 5a). Diese Umkehrpunkte lagen ziemlich genau am Rand des Bogenkernes, unabhängig vom Antennenabstand. Diese Beobachtung ist im Einklang mit der bereits erwähnten Annahme, daß der Bogenkern "hohl" ist. Das Verschwinden der Umkehrpunkte mit größer werdendem Abstand des Antennensystems von der Kathode, kann durch die Annahme plausibel gemacht werden, daß sich das anfängliche Dichteminimum auf der Kernachse mit wachsendem Abstand von der Kathode durch Diffusion ausgleicht.

Diese vorläufigen Messungen schienen also nicht nur die Anregung der whistler-mode zu bestätigen, sondern legten auch die Vermutung nahe, daß Diagnostik mit guter räumlicher Auflösung

möglich sein sollte.

Um quantitative Aussagen machen zu können, wurden Oszillogramme verglichen, die mit einem um  $\Delta d$  verschiedenen Antennenabstand aufgenommen worden waren (Spreizung). Für den Phasenunterschied am gleichen Ort des Antennensystems folgt dann

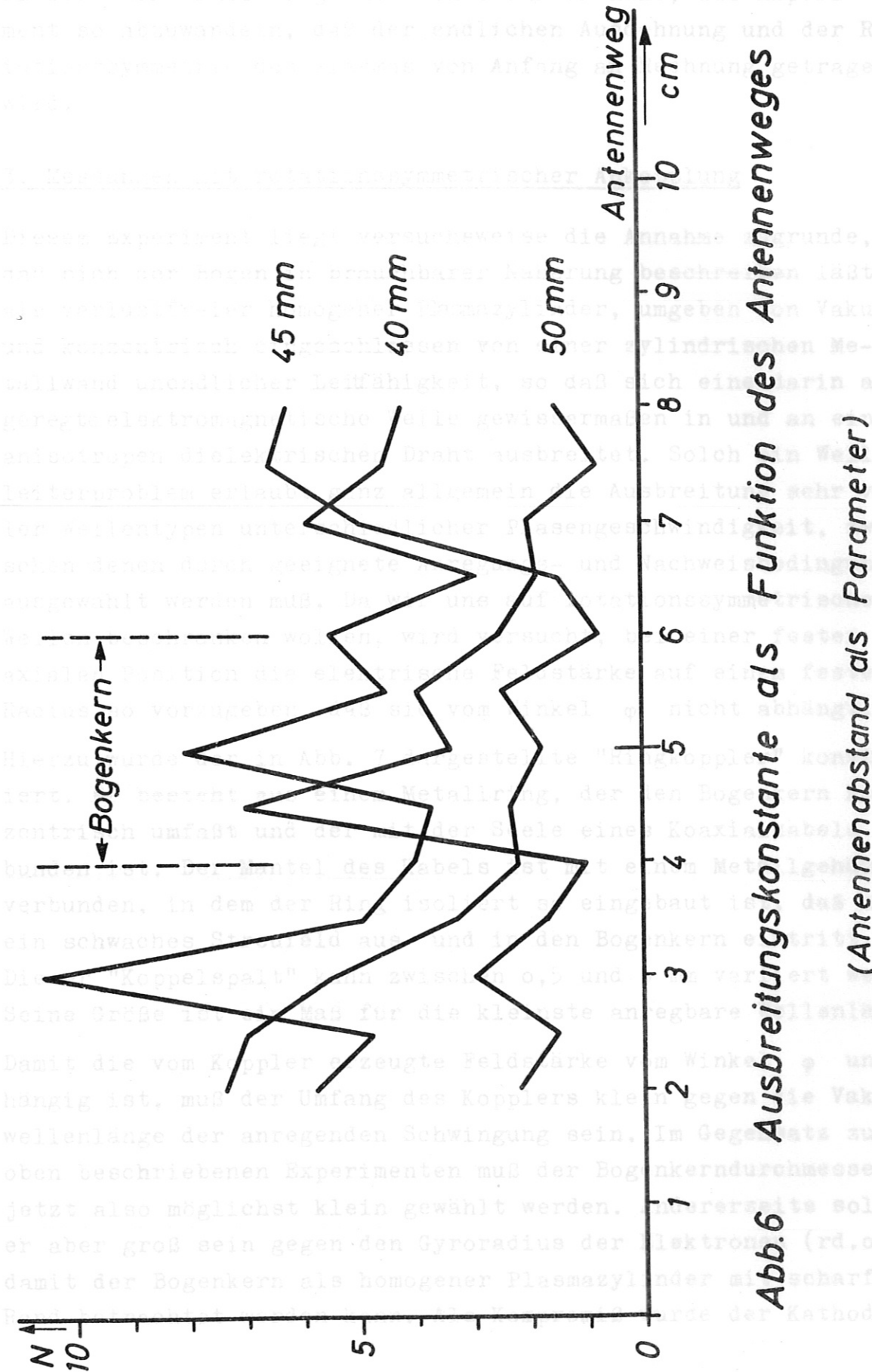
$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda_0)N\Delta d \quad .$$

Auf diese Weise konnte die Wellenlänge und die Phasengeschwindigkeit im Plasma direkt bestimmt werden. Die punktweise Auswertung der Oszillogramme bei den verschiedensten Parameterwerten und Antennenabständen lieferte nun ein in Anbetracht der Vorversuche völlig überraschendes Ergebnis:

Die nach dieser Methode aufgenommene Radialverteilung der Ausbreitungskonstanten zeigte besonders am Rand des Bogenkernes große Fluktuationen (Abb. 6), deren spezielle Struktur nicht nur von den Plasmaparametern sondern vor allem auch vom Antennenabstand abhing. Die gemittelten  $N$ -Werte lagen fast immer unter den theoretisch erwarteten. Insbesondere schwankten auch die  $N$ -Werte der Umkehrpunkte, obwohl diese immer am gleichen Ort gefunden wurden. Außerdem wurden die Ergebnisse durch die spezielle Ausführung der Antennen beeinflusst. Schon winzige Änderungen der Verglasung sowie deren allmähliche Verspiegelung durch sich niederschlagendes Kathodenmaterial machte sich stark bemerkbar. Obwohl sehr viele Oszillogramme ausgewertet wurden, war es nicht möglich, Systematik in diese Erscheinungen zu bringen. - Generell hatte man den Eindruck, daß mehrere Wellen unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit in völlig unkontrollierter Weise angeregt wurden und interferierten. Dabei konnte aber die Reflexion an den Elektroden als Ursache ausgeschlossen werden.

Das Auftreten mehrerer Wellen unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit deutet darauf hin, daß die Ausdehnung des Plasmas nicht genügend groß gegen die angeregte Wellenlänge ist, so daß die Begrenzung eine entscheidende Rolle spielt, d.h. daß die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit einer Theorie ebener Wellen





**Abb.6 Ausbreitungskonstante als Funktion des Antennenweges**  
(Antennenabstand als Parameter)

in einem homogenen Medium nicht ausreichend erfüllt sind. Dieser Sachverhalt legt nun den Gedanken nahe, das Experiment so abzuwandeln, daß der endlichen Ausdehnung und der Rotationssymmetrie des Plasmas von Anfang an Rechnung getragen wird.

### 3. Messungen mit rotationssymmetrischer Ankopplung

Diesem Experiment liegt versuchsweise die Annahme zugrunde, daß sich der Bogen in brauchbarer Näherung beschreiben läßt als verlustfreier homogener Plasmazylinder, umgeben von Vakuum und konzentrisch eingeschlossen von einer zylindrischen Metallwand unendlicher Leitfähigkeit, so daß sich eine darin angeregte elektromagnetische Welle gewissermaßen in und an einem anisotropen dielektrischen Draht ausbreitet. Solch ein Wellenleiterproblem erlaubt ganz allgemein die Ausbreitung sehr vieler Wellentypen unterschiedlicher Phasengeschwindigkeit, zwischen denen durch geeignete Anregungs- und Nachweisbedingungen ausgewählt werden muß. Da wir uns auf rotationssymmetrische Wellen beschränken wollen, wird versucht, bei einer festen axialen Position die elektrische Feldstärke auf einem festen Radius so vorzugeben, daß sie vom Winkel  $\varphi$  nicht abhängt.

Hierzu wurde der in Abb. 7 dargestellte "Ringkoppler" konstruiert. Er besteht aus einem Metallring, der den Bogenkern konzentrisch umfaßt und der mit der Seele eines Koaxialkabels verbunden ist. Der Mantel des Kabels ist mit einem Metallgehäuse verbunden, in dem der Ring isoliert so eingebaut ist, daß nur ein schwaches Streufeld aus- und in den Bogenkern eintritt. Dieser "Koppelspalt" kann zwischen 0,5 und 6 mm variiert werden. Seine Größe ist ein Maß für die kleinste anregbare Wellenlänge.

Damit die vom Koppler erzeugte Feldstärke vom Winkel  $\varphi$  unabhängig ist, muß der Umfang des Kopplers klein gegen die Vakuumwellenlänge der anregenden Schwingung sein. Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Experimenten muß der Bogenkerndurchmesser jetzt also möglichst klein gewählt werden. Andererseits sollte er aber groß sein gegen den Gyroradius der Elektronen (rd. 0,1 mm) damit der Bogenkern als homogener Plasmazylinder mit scharfem Rand betrachtet werden kann. Als Kompromiß wurde der Kathoden-

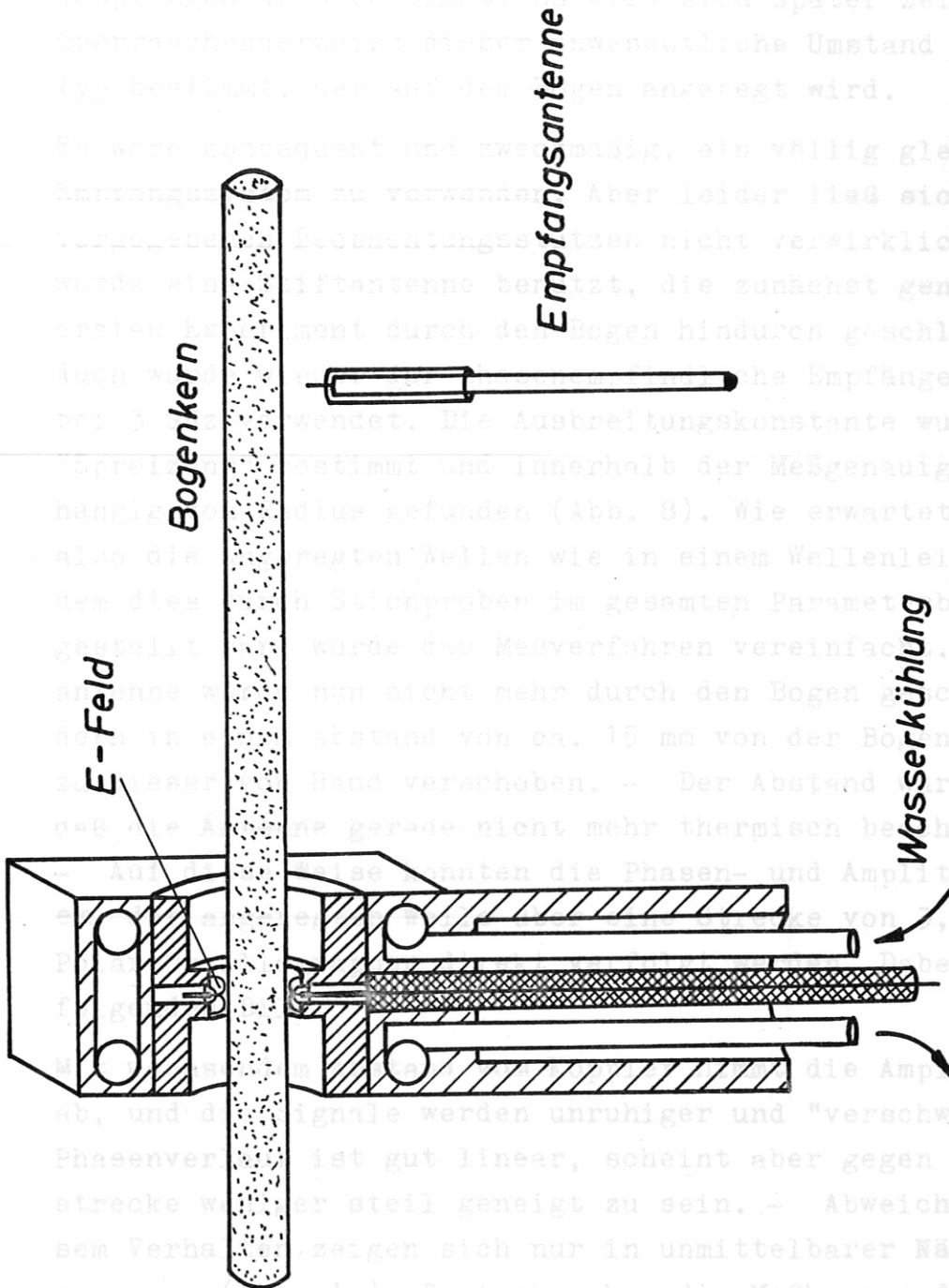


Abb.7 Ringkoppler (1. Ausführung)

durchmesser, durch den ja der Bogendurchmesser bestimmt ist, von 5,5 mm gewählt, ein Wert, bei dem der Bogen in einem ausreichend großen Parameterbereich stabil brennt. Da der Kopppler aus einem Material gefertigt werden soll, das sich gut kühlen lässt, wird sich später zeigen, daß ein Material mit dieser wesentlichen Umstand den Wellentyp bestimmt, der auf dem Bogen angeregt wird.

Es wäre denkbar und zweckmäßig, ein völlig gleichartiges Bauelement zu verwenden. Aber leider ließ sich dies im vorliegenden Beobachtungsfall nicht verwirklichen. Deshalb wurde eine Stabantenne benutzt, die zunächst genau wie im ersten Versuch durch den Bogen hindurch geschlagen wurde.

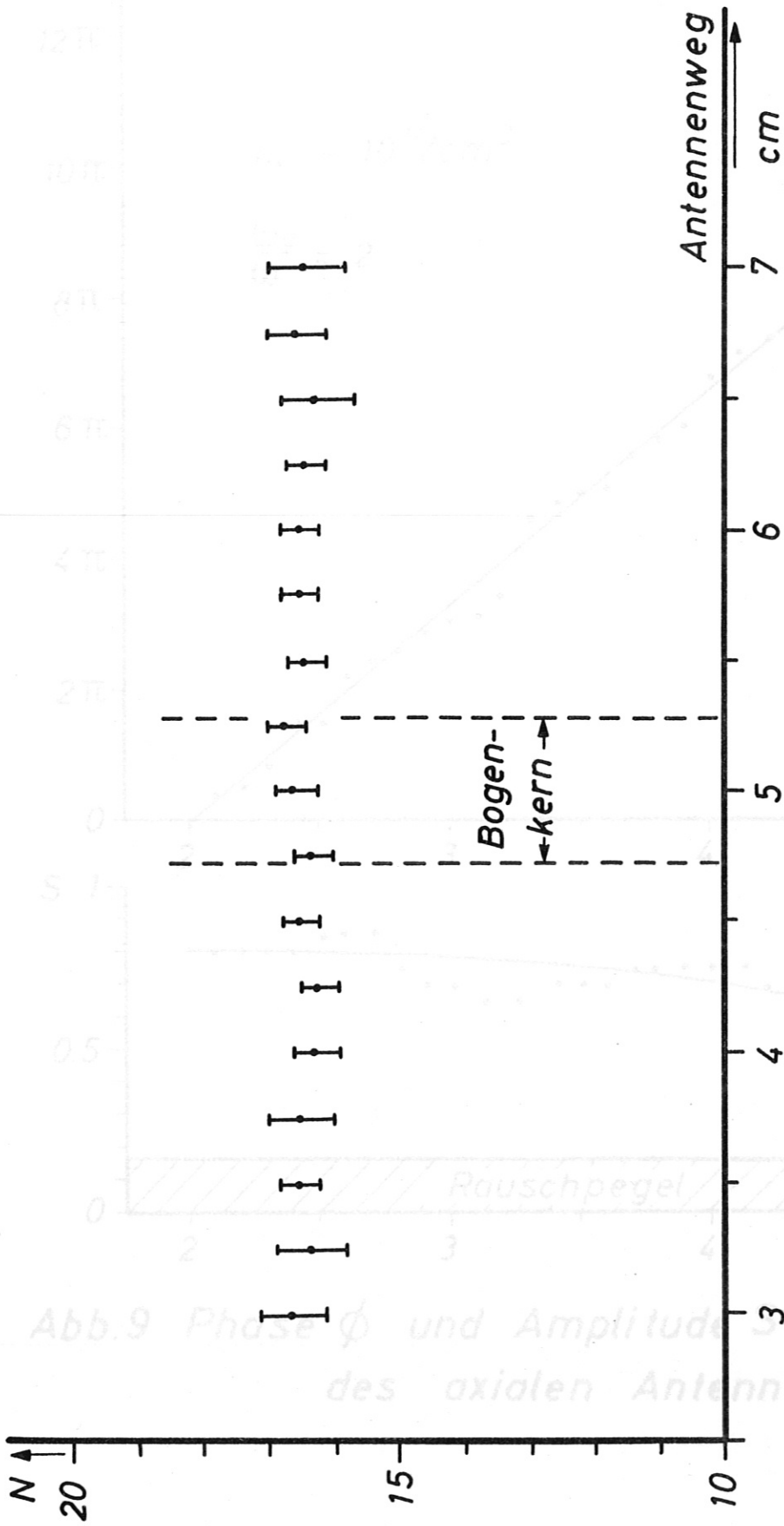
Auch wenn die Empfangsantenne nach Abb. 4 bei 3 mm Durchmesser gewählt wurde, die Ausbreitungskonstante wurde durch die Spreizung bestimmt und innerhalb der Meßgenauigkeit unabhängig von der Frequenz gefunden (Abb. 8). Wie erwartet, breiten sich also die angeregten Wellen wie in einem Wellenleiter aus. Nach dem dies festgestellt wurde, wurde das Meßverfahren vereinfacht. Die Empfangsantenne wurde nun nicht mehr durch den Bogen geschlagen, sondern in einem Abstand von ca. 15 mm von der Bogenseele parallel zur Bogenachse verschoben. - Der Abstand wurde so gewählt, daß die Antenne gerade nicht mehr thermisch beschädigt wurde.

Die Ausbreitungskonstanten die Phasen- und Amplitudenänderungen über eine Strecke von 0,6 cm auf einer Wellenlänge bei ergibt sich zu  $k = 0,15$  cm<sup>-1</sup>. Die Amplitude leicht ab, und die Signale werden unruhiger und "verschwommener". Die Phasenveränderung ist gut linear, scheint aber gegen Ende der Meßstrecke wieder steil geneigt zu sein. - Abweichungen von diesem Verhalten zeigen sich nur in unmittelbarer Nähe der Gyroresonanz (Abb. 10). Dort erwecken die Meßkurven den Eindruck, als ob mehrere Wellen interferierten. Diese Erscheinung setzt bei einem um so größeren Magnetfeld ein, je kleiner der Koppelpalt und die Elektronendichte ist. - Abgesehen von die-

durchmesser, durch den ja der Bogendurchmesser bestimmt ist, zu 5,5 mm gewählt, ein Wert, bei dem der Bogen in einem ausreichend großen Parameterbereich stabil brennt. Da der Koppler den Bogen möglichst eng umschließen soll, muß er gekühlt werden. Dadurch sind im wesentlichen Form und Abmessung des Kopplergehäuses bestimmt. Es wird sich später zeigen, daß überraschenderweise dieser unwesentliche Umstand den Wellentyp bestimmt, der auf dem Bogen angeregt wird.

Es wäre konsequent und zweckmäßig, ein völlig gleichartiges Empfangssystem zu verwenden. Aber leider ließ sich dies im vorgegebenen Beobachtungsstutzen nicht verwirklichen. Deshalb wurde eine Stiftantenne benutzt, die zunächst genau wie im ersten Experiment durch den Bogen hindurch geschlagen wurde. Auch wurde wieder der phasenempfindliche Empfänger nach Abb. 4 bei 3 GHz verwendet. Die Ausbreitungskonstante wurde durch "Spreizung" bestimmt und innerhalb der Meßgenauigkeit unabhängig vom Radius gefunden (Abb. 8). Wie erwartet, breiten sich also die angeregten Wellen wie in einem Wellenleiter aus. Nachdem dies durch Stichproben im gesamten Parameterbereich sichergestellt war, wurde das Meßverfahren vereinfacht. Die Empfangsantenne wurde nun nicht mehr durch den Bogen geschlagen, sondern in einem Abstand von ca. 15 mm von der Bogenseele parallel zu dieser von Hand verschoben. - Der Abstand war so gewählt, daß die Antenne gerade nicht mehr thermisch beschädigt wurde. - Auf diese Weise konnten die Phasen- und Amplitudenänderungen der angeregten Welle über eine Strecke von 3,6 cm auf einem Polar-Oszillographen direkt verfolgt werden. Dabei ergab sich folgendes Bild.

Mit wachsendem Abstand vom Koppler nimmt die Amplitude leicht ab, und die Signale werden unruhiger und "verschwommener". Der Phasenverlauf ist gut linear, scheint aber gegen Ende der Meßstrecke weniger steil geneigt zu sein. - Abweichungen von diesem Verhalten zeigen sich nur in unmittelbarer Nähe der Gyroresonanz (Abb. 10). Dort erwecken die Meßkurven den Eindruck, als ob mehrere Wellen interferierten. Diese Erscheinung setzt bei einem um so größeren Magnetfeld ein, je kleiner der Koppelpalt und die Elektronendichte ist. - Abgesehen von die-



**Abb.8 Ausbreitungskonstante als Funktion des radialen Antennenweges**

(gemittelt über axiale Antennenabstände zwischen 2 und 5 cm)

Am Anfang und am Ende des Antennenweges lagen die Signale unterhalb des Rauschpegels.

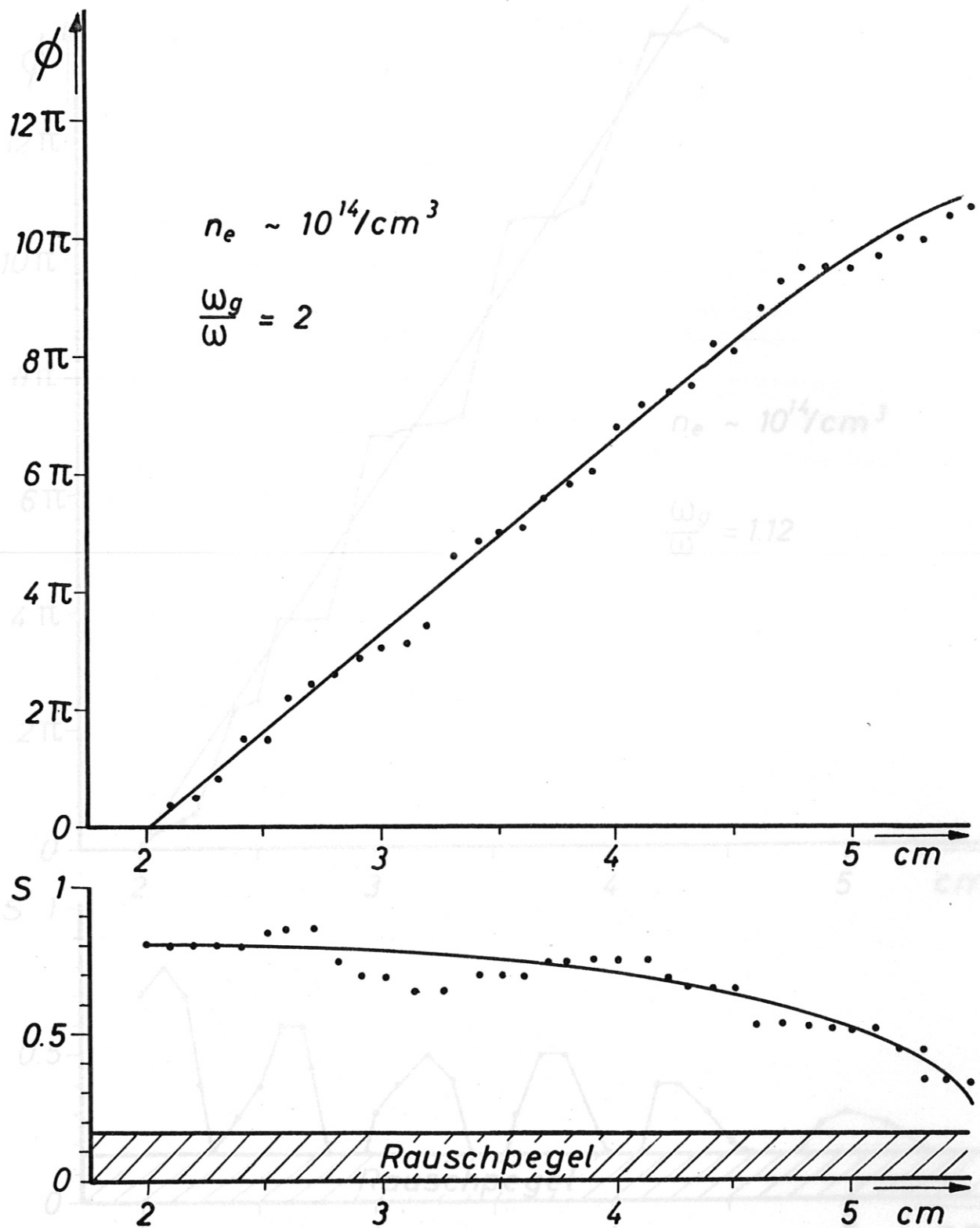


Abb.9 Phase  $\phi$  und Amplitude  $S$  als Funktion des axialen Antennenweges.

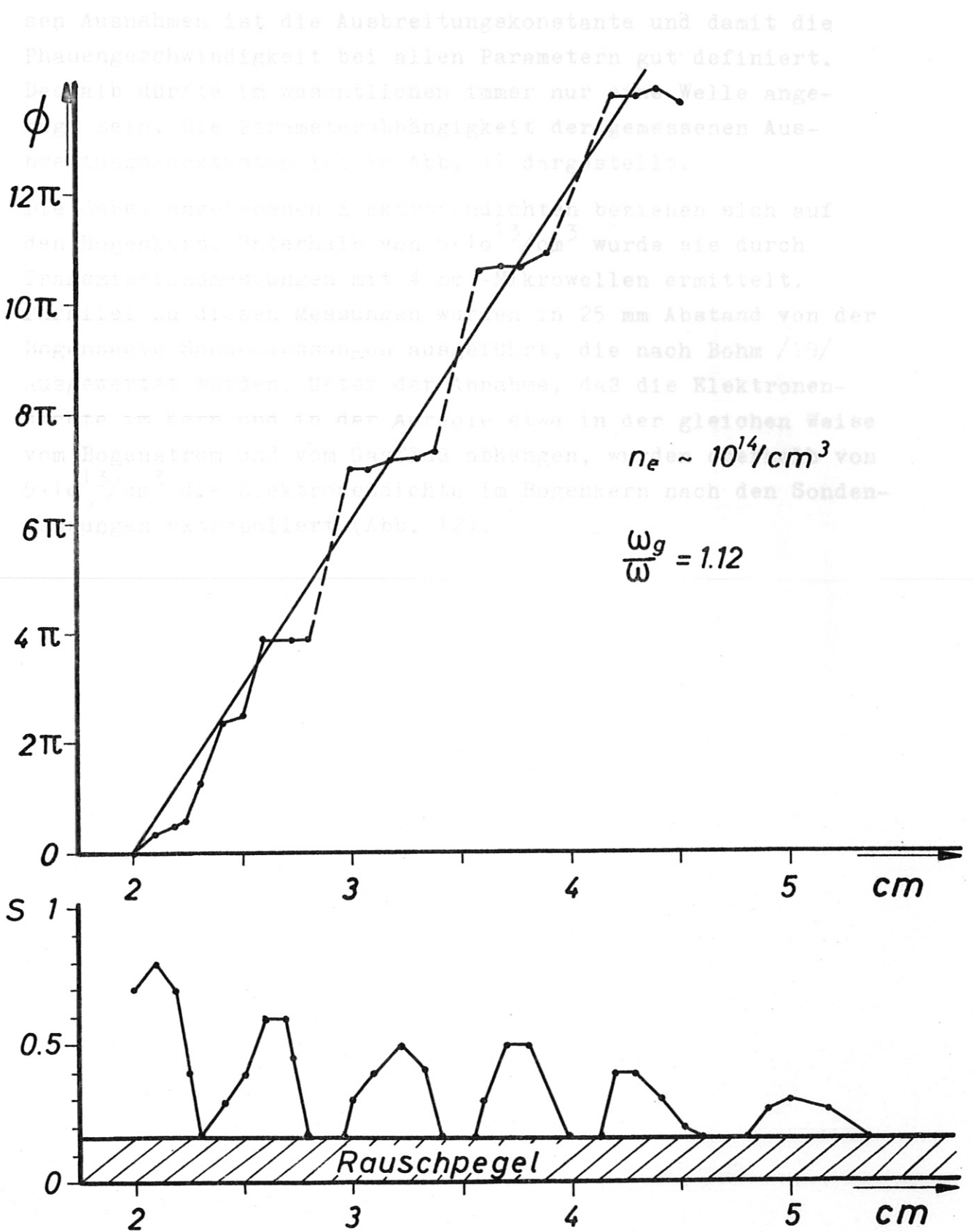


Abb.10 Phase  $\phi$  und Amplitude  $S$  als Funktion des axialen Antennenweges

sen Ausnahmen ist die Ausbreitungskonstante und damit die Phasengeschwindigkeit bei allen Parametern gut definiert. Deshalb dürfte im wesentlichen immer nur eine Welle angeregt sein. Die Parameterabhängigkeit der gemessenen Ausbreitungskonstanten ist in Abb. 11 dargestellt.

Die dabei angegebenen Elektronendichten beziehen sich auf den Bogenkern. Unterhalb von  $5 \cdot 10^{13}/\text{cm}^3$  wurde sie durch Transmissionsmessungen mit 4 mm -Mikrowellen ermittelt. Parallel zu diesen Messungen wurden in 25 mm Abstand von der Bogenseele Sondenmessungen ausgeführt, die nach Bohm /19/ ausgewertet wurden. Unter der Annahme, daß die Elektronendichte im Kern und in der Aureole etwa in der gleichen Weise vom Bogenstrom und vom Gasfluß abhängen, wurden oberhalb von  $5 \cdot 10^{13}/\text{cm}^3$  die Elektronendichte im Bogenkern nach den Sondenmessungen extrapoliert (Abb. 12).

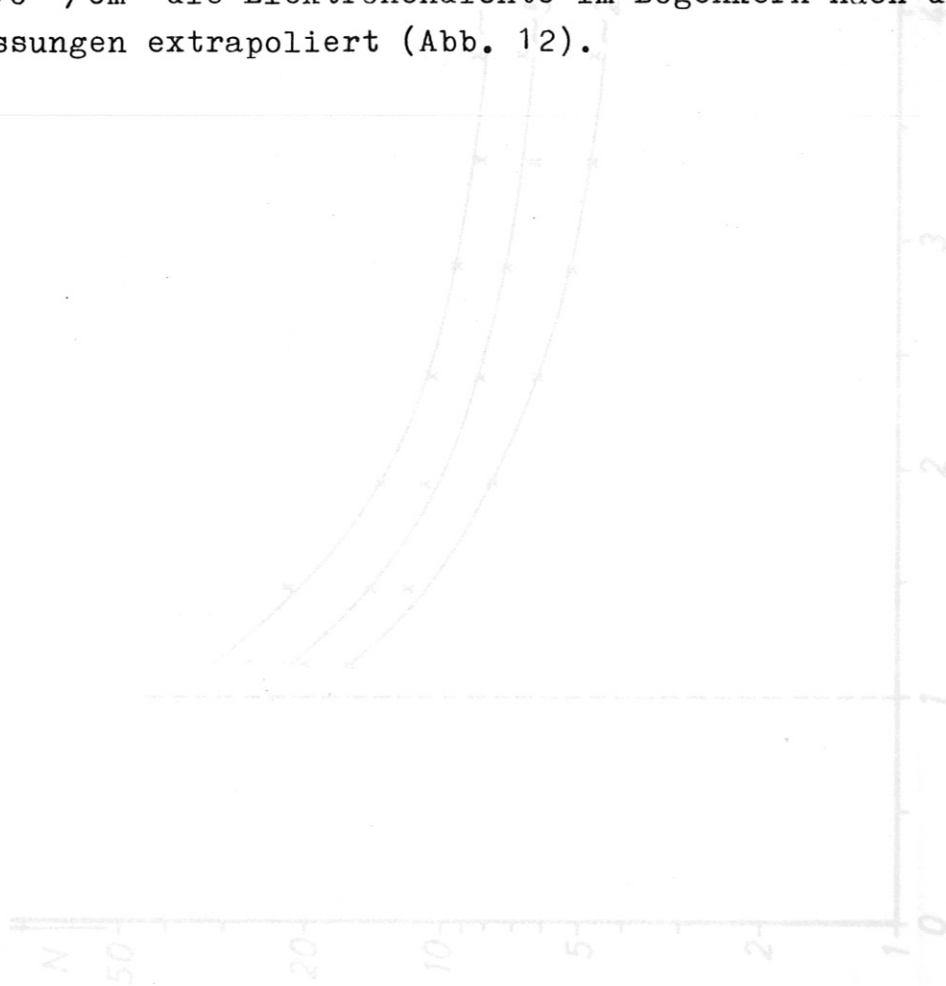


Abb.11 Ausbreitungskonstante N als Funktion der Elektronendichte (bei relationsym. Anregung mit 4 mm Mikrowellen)



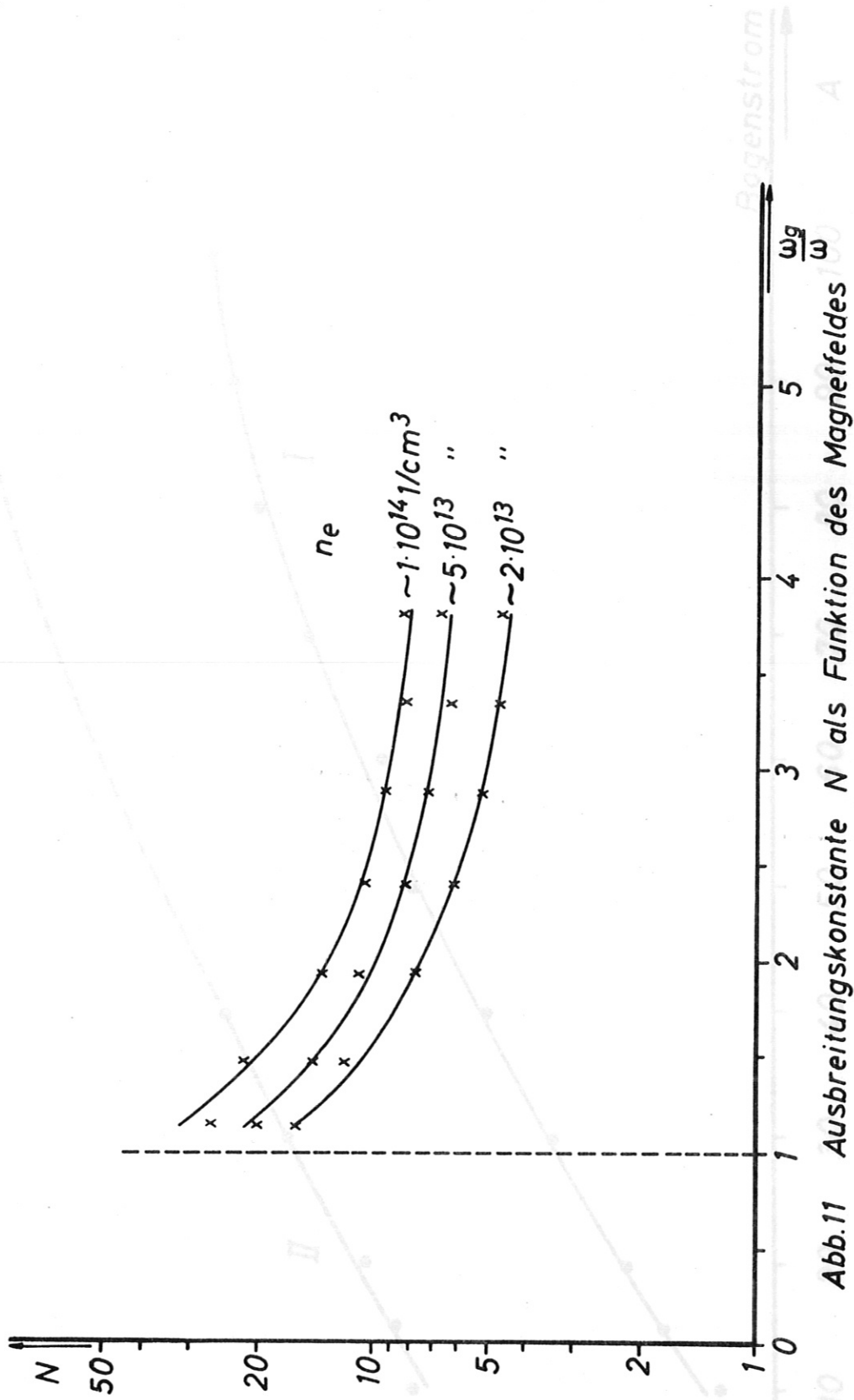


Abb.11 Ausbreitungskonstante  $N$  als Funktion des Magnetfeldes  $\frac{\omega_g}{\omega}$

(bei rotationssym. Anregung mit 3GHz)

Abb.12 I) Elektronendichte in der Äureole gemessen mit einer Sonde  
 II) " " im Kern, aus 4mm Transmissionmessungen  
 III) " " " " extrapoliert nach I

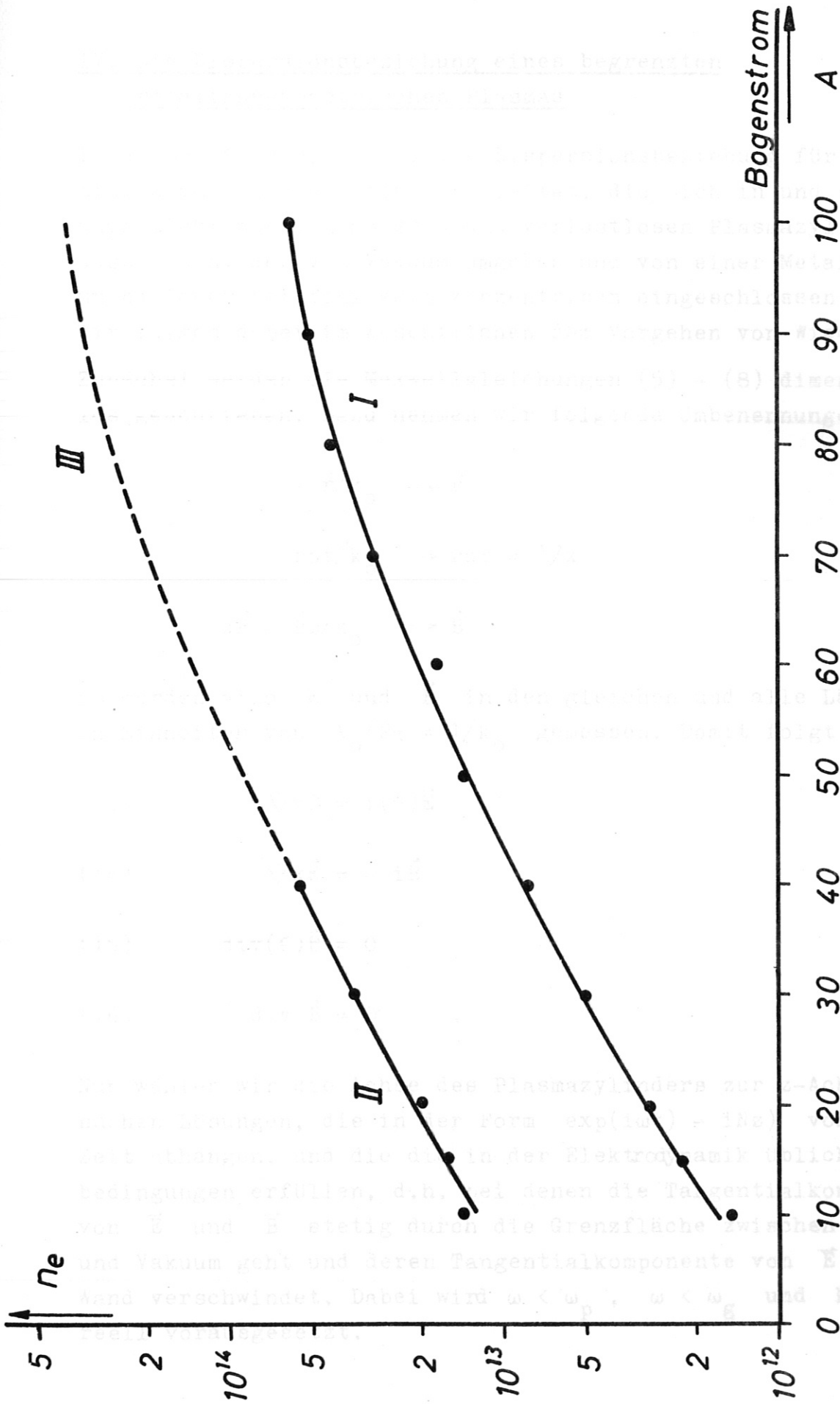


Abb.12 I) Elektronendichte in der Aureole gemessen mit einer Sonde  
II) " " im Kern, aus 4mm Transmissionsmessungen  
III) " " " " extrapoliert nach I

IV. Die Dispersionsbeziehung eines begrenzten rotationssymmetrischen Plasmas

In diesem Abschnitt wird die Dispersionsbeziehung für rotationssymmetrische Wellen abgeleitet, die sich in und an einem unendlichlangen, homogenen und verlustlosen Plasmazylinder ausbreiten, der von Vakuum umgeben und von einer Metallwand unendlicher Leitfähigkeit konzentrisch eingeschlossen ist. Wir folgen dabei im wesentlichen dem Vorgehen von Wieder /12/. Zunächst werden die Maxwellgleichungen (5) - (8) dimensionslos geschrieben. Dazu nehmen wir folgende Umbenennungen vor:

$$\vec{r}/k_0 \longrightarrow \vec{r}$$

$$\text{rot}/k_0 \longrightarrow \text{rot} = \nabla \times$$

$$c\vec{B} = \vec{B}\omega/k_0 \longrightarrow \vec{B}$$

Es werden also  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  in den gleichen und alle Längen in Einheiten von  $\lambda_0/2\pi = 1/k_0$  gemessen. Damit folgt

$$(13) \quad \nabla \times \vec{B} = i(\epsilon)\vec{E}$$

$$(14) \quad \nabla \times \vec{E} = -i\vec{B}$$

$$(15) \quad \text{div}(\epsilon)\vec{E} = 0$$

$$(16) \quad \text{div} \vec{B} = 0$$

Nun wählen wir die Achse des Plasmazylinders zur z-Achse und suchen Lösungen, die in der Form  $\exp(i\omega t) - iNz$  von Ort und Zeit abhängen, und die die in der Elektrodynamik üblichen Randbedingungen erfüllen, d.h. bei denen die Tangentialkomponenten von  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  stetig durch die Grenzfläche zwischen Plasma und Vakuum geht und deren Tangentialkomponente von  $\vec{E}$  in der Wand verschwindet. Dabei wird  $\omega < \omega_p$ ,  $\omega < \omega_g$  und  $N$  als reell vorausgesetzt.

Wird nun in der zur z-Achse transversalen Ebene ein orthogonales Koordinatensystem eingeführt, und werden die Elemente des  $\epsilon$ -Tensors im Raum als stückweise konstant vorausgesetzt, dann läßt sich aus den Maxwellgleichungen (13) - (16) ein Gleichungssystem

$$(17) \quad \nabla_t^2 E_z + A E_z + B B_z = 0$$

$$(20) \quad \nabla_t^2 B_z + C B_z + D E_z = 0$$

für die z-Komponenten alleine herleiten (Anhang 3). Dabei bedeutet  $\nabla_t$  den transversalen Teil des Nablaoperators und

$$A = \epsilon_3(\epsilon_1 - N^2)/\epsilon_1$$

$$B = iN\epsilon_2/\epsilon_1$$

$$(23) \quad C = (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2)/\epsilon_1 - N^2$$

$$D = -iN\epsilon_2\epsilon_3/\epsilon_1$$

Diese Gleichungen können zusammengefaßt werden zu einer Differentialgleichung 4. Ordnung

$$(18) \quad (\nabla_t^2 + S_1^2)(\nabla_t^2 + S_2^2) \begin{pmatrix} E_z \\ B_z \end{pmatrix} = 0$$

die für jede der beiden z-Komponenten allein erfüllt sein muß. Dabei bedeutet

$$(19) \quad S_{1,2}^2 = u \pm \sqrt{u^2 - v}$$

$$= (A + C)/2 \pm \sqrt{(A + C)^2/4 - (AC - BD)}$$

wobei  $J_n$  und  $Y_n$  die Besselfunktion 1. und 2. Art sind. Solange also  $S_1 \neq S_2$  ist, ergeben sich aus

$$(20) \quad (\nabla_t^2 + S_{1,2}^2)\Psi = 0$$

Die Lösungen für  $S_{1,2} = 0$  brauchen wir nicht aufzuschreiben. Dann durch Einsetzen der Gl. (21) und (22) in die Maxwellgleichungen (13) - (16) ergeben sich die übrigen Komponenten von  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  ebenfalls nur unter der Bedingung  $S_{1,2} \neq 0$  (Anhang 3). Zur Erfüllung der Randbedingungen benötigen wir

gerade vier linear unabhängige Lösungen, deren Linearkombination die allgemeine Lösung von Gl. (18) bzw. (17) darstellt. Es gilt also

$$(21) \quad E_z = \Psi_1 + \Psi_2 \quad .$$

Wird nun  $E_z$  in Gl. (17) eingesetzt, folgt

$$(22) \quad B_z = g_1 \Psi_1 + g_2 \Psi_2 \quad ,$$

mit

$$g_{1,2} = (S_{1,2}^2 - A)/B = (C - S_{2,1}^2)/B \quad .$$

Führen wir in der transversalen Ebene ebene Polarkoordinaten ein, dann hat Gl. (20) die Form

$$(23) \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + S_{1,2}^2 \right) \Psi = 0 \quad .$$

Diese Gleichung zerfällt mit Hilfe des Separationsansatzes  $\Psi(s, \varphi) = R(s) \cdot \vartheta(\varphi)$  in

$$(24) \quad - \frac{1}{\vartheta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \vartheta = n^2$$

und in die Besselsche Differentialgleichung

$$(25) \quad \left[ \frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} + \left( S_{1,2}^2 - \frac{n^2}{s^2} \right) \right] R = 0 \quad .$$

Für  $S_{1,2} \neq 0$  folgt also

$$(26) \quad \Psi_{1,2} = \left[ A_{1,2} J_n(S_{1,2} s) + B_{1,2} Y_n(S_{1,2} s) \right] e^{in\varphi} \quad ,$$

wobei  $J_n$  und  $Y_n$  die Besselfunktion 1. und 2. Art sind.

Die Lösungen für  $S_{1,2} = 0$  brauchen wir nicht aufzuschreiben. Denn durch Einsetzen der Gl. (21) und (22) in die Maxwellgleichungen (13) - (16) ergeben sich die übrigen Komponenten von  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  ebenfalls nur unter der Bedingung  $S_{1,2} \neq 0$  (Anhang 3). - Zur Erfüllung der Randbedingungen benötigen wir

nur die  $\varphi$ -Komponenten

$$(27) \quad \begin{aligned} E_{\varphi} &= (ig_1/S_1)\Psi_1' + (ig_2/S_2)\Psi_2' \\ B_{\varphi} &= -i\epsilon_3(\Psi_1'/S_1 + \Psi_2'/S_2) \end{aligned}$$

wobei ' die Ableitung nach dem Argument bedeutet.

Weil für  $S=0$  alle Feldkomponenten endlich bleiben müssen, können nur Besselfunktionen 1. Art vorkommen. Mit  $J_0' = -J_1$  folgt schließlich

$$(28) \quad \begin{aligned} E_z &= J_0(S_1 S) \cdot A_1 + J_0(S_2 S) \cdot A_1 \\ B_z &= g_1 J_0(S_1 S) \cdot A_1 + g_2 J_0(S_2 S) \cdot A_2 \\ E_{\varphi} &= -(ig_1/S_1)J_1(S_1 S) \cdot A_1 - (ig_2/S_2)J_1(S_2 S) \cdot A_2 \\ B_{\varphi} &= (i\epsilon_3/S_1)J_1(S_1 S) \cdot A_1 + (i\epsilon_3/S_2)J_1(S_2 S) \cdot A_2 \end{aligned}$$

Im Vakuum ist

$$\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1, \quad \epsilon_2 = 0$$

Dies ist ein  $A = C = (1 - N^2)$ ,  $B = D = 0$  Ordnung zur Bestimmung der unbestimmten Koeffizienten  $A, \dots, C_2$ . Es hat nur dann Gl. (17) ist also entkoppelt, und es gilt

$$(29) \quad (\nabla_t^2 + S_0^2) \begin{pmatrix} E_z \\ B_z \end{pmatrix} = 0,$$

mit

$$S_0^2 = 1 - N^2.$$

Damit folgt analog oben

$$(30) \quad \begin{aligned} E_z &= J_0(S_0 S) \cdot B_1 + Y_0(S_0 S) \cdot B_2 \\ B_z &= J_0(S_0 S) \cdot C_1 + Y_0(S_0 S) \cdot C_2 \end{aligned}$$

Dabei bedeutet

$$(31) \quad \begin{aligned} E_{\varphi} &= -(i/S_0)J_1(S_0 \varrho) \cdot C_1 - (i/S_0)Y_1(S_0 \varrho) \cdot C_2 \\ B_{\varphi} &= (i/S_0)J_1(S_0 \varrho) \cdot B_1 + (i/S_0)Y_1(S_0 \varrho) \cdot B_2 \end{aligned}$$

Wird der Radius des Plasmazyllinders mit  $a$  und der Radius der Metallwand mit  $b$  bezeichnet, dann lauten die Randbedingungen

$$\begin{aligned} J_0(S_1 a)A_1 + J_0(S_2 a)A_2 - J_0(S_0 a)B_1 - J_0(S_0 a)B_2 &= 0 \\ g_1 J_0(S_1 a)A_1 + g_2 J_0(S_2 a)A_2 - J_0(S_0 a)C_1 - J_0(S_0 a)C_2 &= 0 \\ -(ig_1/S_1)J_1(S_1 a)A_1 - (ig_2/S_2)J_1(S_2 a)A_2 \\ + (i/S_0)J_1(S_0 a)C_1 + (i/S_0)Y_1(S_0 a)C_2 &= 0 \\ (i\varepsilon_3/S_1)J_1(S_1 a)A_1 + (i\varepsilon_3/S_2)J_1(S_2 a)A_2 \\ - (i/S_0)J_1(S_0 a)B_1 - (i/S_0)Y_1(S_0 a)B_2 &= 0 \\ J_0(S_0 b)B_1 + Y_0(S_0 b)B_2 &= 0 \\ J_0(S_0 b)C_1 + Y_0(S_0 b)C_2 &= 0 \end{aligned}$$

Dies ist ein homogenes Gleichungssystem 6. Ordnung zur Bestimmung der unbekanntenen Koeffizienten  $A_1 \dots C_2$ . Es hat nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Koeffizientendeterminante

$$(32) \quad \begin{aligned} \text{Det} &= (S_1^2 - A)(D_1 \varepsilon_3 J_1(S_2 a)/S_2 - D_2 J_0(S_2 a)/S_0) \\ &\quad \cdot (D_3 J_1(S_1 a)/S_1 - D_4 J_0(S_1 a)/S_0) \\ &\quad - (S_2^2 - A)(D_1 \varepsilon_3 J_1(S_1 a)/S_1 - D_2 J_0(S_1 a)/S_0) \\ &\quad \cdot (D_3 J_1(S_2 a)/S_2 - D_4 J_0(S_2 a)/S_0) \end{aligned}$$

verschwindet. - Bei vorgegebenen  $n_e$ ,  $\omega$  und  $B_0$  ist die Bedingung  $\text{Det}=0$  eine transzendente Bestimmungsgleichung für  $N$ , d.h. die gesuchte Dispersionsgleichung.

Dabei bedeutet zwischen Theorie und Experiment

$$D_1 = J_0(S_0 b) Y_0(S_0 a) - Y_0(S_0 b) J_0(S_0 a)$$

$$D_2 = J_0(S_0 b) Y_1(S_0 a) - Y_0(S_0 b) J_1(S_0 a)$$

$$D_3 = J_1(S_0 b) Y_0(S_0 a) - Y_1(S_0 b) J_0(S_0 a)$$

$$D_4 = J_1(S_0 b) Y_1(S_0 a) - Y_1(S_0 b) J_1(S_0 a)$$

Ist der Metallzylinder vollständig mit Plasma gefüllt ( $a=b$ ), dann reduziert sich Gl. (32) auf

$$(33) \quad \text{Det} = (S_1^2 - A) S_2 J_0(S_2 a) J_1(S_1 a) - (S_2^2 - A) S_1 J_0(S_1 a) J_1(S_2 a)$$

Ist, d.h. wenn  $N$  gerade die Dispersionsbeziehung der Wellenleiter erfüllt,  $\text{Det} = 0$  werden gleich, wenn

$$N^2 = \epsilon_1 \epsilon_2 (\epsilon_1 + \epsilon_2) - \epsilon_2^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2) \pm \epsilon_1 \epsilon_2 \left[ \epsilon_2^2 - (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 \right] / (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2$$

Der Verlauf dieser "verbotenen" Werte ist in Abb. 13 dargestellt. Die ausgezogene Kurve ( $v = 0$ ) und die gestrichelte Kurve ( $S_1 = S_2$ ) berühren sich für

$$\omega_p / \omega = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$$

Diese Kurven begrenzen gleichzeitig jene Bereiche, in denen reelle, imaginäre oder komplexe  $S$  vorkommen, d.h. in denen die dazu gehörigen Besselfunktionen oszillatorisch, monoton oder komplex sind. - Mit wachsenden  $(\omega_p / \omega)$  rücken diese Grenzkurven weiter auseinander und umgekehrt.

Um mit unseren Messungen vergleichen zu können, wurde  $a = 0,6$  cm,  $b = 11$  cm und  $\omega / (2\pi) = 3$  GHz gesetzt. Die Elektronendichte wurde als Parameter zwischen  $10^{13}$  und  $10^{14} / \text{cm}^3$  variiert. Dann wurde Gl. (32) in der oben beschriebenen Weise in Abhängigkeit vom Magnetfeld ausgewertet. Das Ergebnis für



V. Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Die numerische Auswertung der Dispersionsbeziehung ist praktisch nur mit Hilfe einer elektronischen Rechenmaschine möglich, indem mit vorgegebenen N-Werten aus Gl. (19)  $S_{1,2}$  und damit aus Gl. (32) Det berechnet wird. Durch Variation von N in sehr kleinen Schritten werden so systematisch alle Nullstellen von Gl. (32) im interessierenden Parameter- und N-Bereich aufgesucht. Dabei sind aber nur solche N-Werte zugelassen, die weder  $S = 0$  noch  $S_1 = S_2$  zur Folge haben, weil sonst Gl. (32) nicht gültig ist (siehe Seite 32 und 33).

Da wir  $\omega < \omega_g$ ,  $\omega < \omega_p$  und N reell vorausgesetzt haben, kann nur dann ein S verschwinden, wenn  $v = 0$  bzw. wenn

$$N^2 = \epsilon_1 - \epsilon_2$$

ist, d.h. wenn N gerade die Dispersionsbeziehung der whistler-mode erfüllt. - Beide S werden gleich, wenn

$$N^2 = \epsilon_1(\epsilon_1 - \epsilon_3)^2 - \epsilon_2^2(\epsilon_1 + \epsilon_2) \pm 2\epsilon_2 \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_3 [\epsilon_2^2 - (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2]} / (\epsilon_1 - \epsilon_3)^2$$

ist.

Der Verlauf dieser "verbotenen" Werte ist in Abb. 13 dargestellt. Die ausgezogene Kurve ( $v = 0$ ) und die gestrichelte Kurve ( $S_1 = S_2$ ) berühren sich für

$$\omega_g / \omega = 2 \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{\omega_p^2 - 2\omega^2} .$$

Diese Kurven begrenzen gleichzeitig jene Bereiche, in denen reelle, imaginäre oder komplexe S vorkommen, d.h. in denen die dazu gehörigen Besselfunktionen oszillatorisch, monoton oder komplex sind. - Mit wachsendem ( $\omega_p / \omega$ ) rücken diese Grenzkurven weiter auseinander und umgekehrt.

Um mit unseren Messungen vergleichen zu können, wurde  $a = 0,6$  cm,  $b = 11$  cm und  $\omega / (2\pi) = 3$  GHz gesetzt. Die Elektronendichte wurde als Parameter zwischen  $10^{13}$  und  $10^{14} / \text{cm}^3$  variiert. Dann wurde Gl. (32) in der oben beschriebenen Weise in Abhängigkeit vom Magnetfeld ausgewertet. Das Ergebnis für

Abb.13 Grenzkurven der verschiedenen Lösungstypen

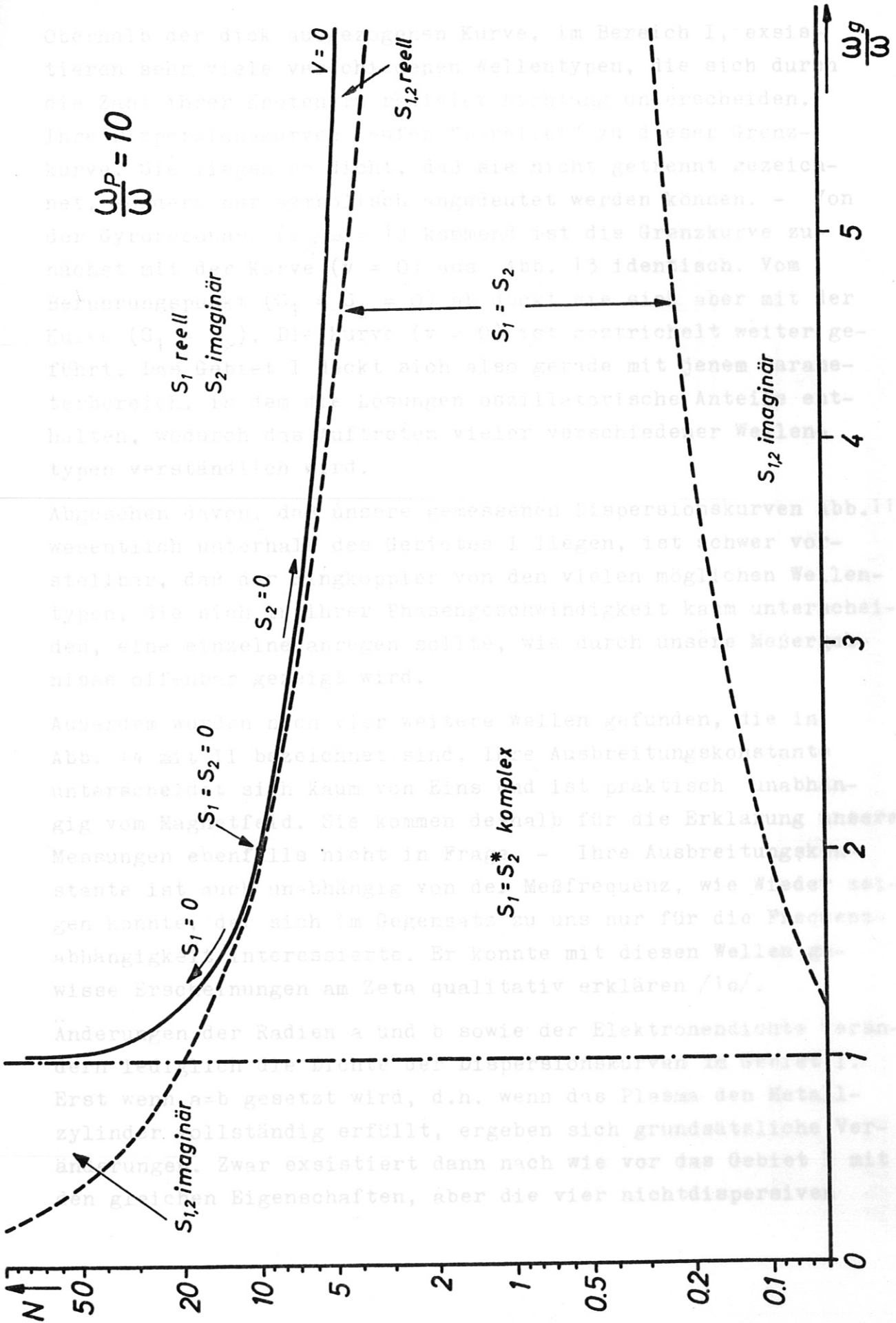


Abb.13 Grenzkurven der verschiedenen Lösungstypen

$n_e = 10^{14}/\text{cm}^3$  ist in Abb. 14 dargestellt.

Oberhalb der dick ausgezogenen Kurve, im Bereich I, existieren sehr viele verschiedenen Wellentypen, die sich durch die Zahl ihrer Knoten in radialer Richtung unterscheiden. Ihre Dispersionskurven laufen "parallel" zu dieser Grenzkurve. Sie liegen so dicht, daß sie nicht getrennt gezeichnet, sondern nur symbolisch angedeutet werden können. - Von der Gyroresonanz ( $\omega_g/\omega = 1$ ) kommend ist die Grenzkurve zunächst mit der Kurve ( $v = 0$ ) aus Abb. 13 identisch. Vom Berührungspunkt ( $S_1 = S_2 = 0$ ) ab deckt sie sich aber mit der Kurve ( $S_1 = S_2$ ). Die Kurve ( $v = 0$ ) ist gestrichelt weiter geführt. Das Gebiet I deckt sich also gerade mit jenem Parameterbereich, in dem die Lösungen oszillatorische Anteile enthalten, wodurch das Auftreten vieler verschiedener Wellentypen verständlich wird.

Abgesehen davon, daß unsere gemessenen Dispersionskurven Abb. 11 wesentlich unterhalb des Gebietes I liegen, ist schwer vorstellbar, daß der Ringkoppler von den vielen möglichen Wellentypen, die sich in ihrer Phasengeschwindigkeit kaum unterscheiden, eine einzelne anregen sollte, wie durch unsere Meßergebnisse offenbar gezeigt wird.

Außerdem wurden noch vier weitere Wellen gefunden, die in Abb. 14 mit II bezeichnet sind. Ihre Ausbreitungskonstante unterscheidet sich kaum von Eins und ist praktisch unabhängig vom Magnetfeld. Sie kommen deshalb für die Erklärung unserer Messungen ebenfalls nicht in Frage. - Ihre Ausbreitungskonstante ist auch unabhängig von der Meßfrequenz, wie wieder zeigen konnte, der sich im Gegensatz zu uns nur für die Frequenzabhängigkeit interessierte. Er konnte mit diesen Wellen gewisse Erscheinungen am Zeta qualitativ erklären /10/.

Änderungen der Radien  $a$  und  $b$  sowie der Elektronendichte verändern lediglich die Dichte der Dispersionskurven im Gebiet I. Erst wenn  $a=b$  gesetzt wird, d.h. wenn das Plasma den Metallzylinder vollständig erfüllt, ergeben sich grundsätzliche Veränderungen. Zwar existiert dann nach wie vor das Gebiet I mit den gleichen Eigenschaften, aber die vier nichtdispersiven

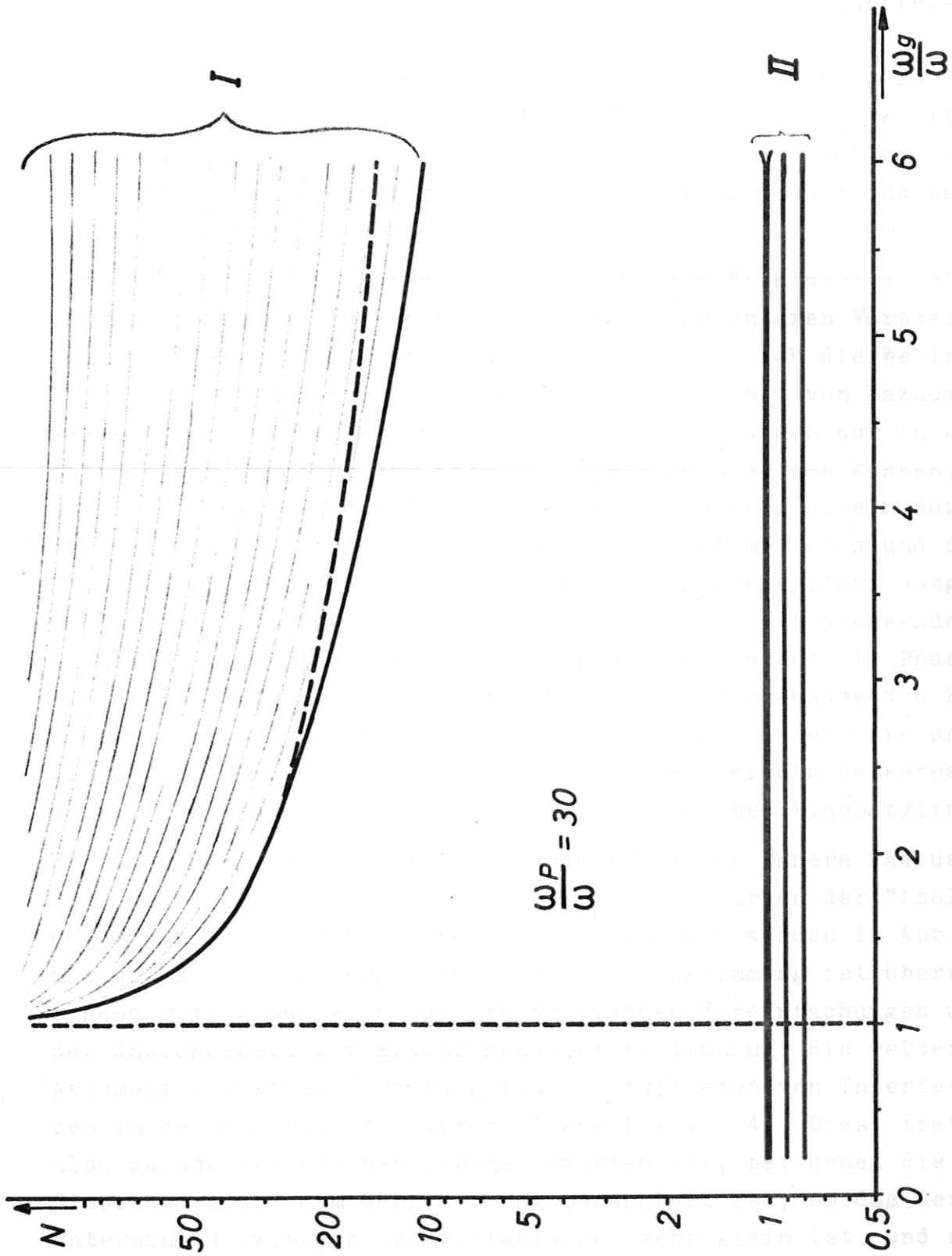


Abb.14 Dispersionskurven rotationssymmetrischer Wellen für einen teilweise mit Plasma gefüllten Metallzylinder

Wellen verschwinden, und an ihre Stelle tritt eine stark dispersive Welle, deren Dispersionskurve in einem deutlichen Abstand unterhalb des Gebietes I liegt (Abb. 15). Sie wurde deshalb von Wieder "isolated mode" genannt /10/. Ihre Ausbreitungskonstante hängt nur sehr schwach vom Radius ab und liegt in der Größenordnung unserer Meßwerte. Es gilt deshalb zu prüfen, ob nicht mit diesem Wellentyp unsere Messungen erklärt werden können. Denn die Einführung komplizierter Dichteprofile würde das Rechenprogramm sehr viel umfangreicher und unübersichtlicher gestalten.

Zunächst ist aber nicht zu sehen, wieso die "isolated mode" mit unseren Messungen zu tun haben sollte. Denn unseren Vorstellungen liegt ja die Auffassung zugrunde, daß sich die Wellen in und an einem homogenen Plasmazylinder umgeben von Vakuum ausbreiten. Bedenkt man aber, daß unsere Messungen nur in unmittelbarer Umgebung des Kopplers ausgeführt werden können, so ist es denkbar, daß die nachgewiesenen Wellen allein durch die Randbedingungen am Ort der Anregung bestimmt sind und die Messungen gewissermaßen im Streufeld des Koppelsystems ausgeführt werden. Dafür spricht die Tatsache, daß mit wachsendem Abstand vom Koppler die Signale "diffus" werden und die Phasengeschwindigkeit leicht abnimmt. Da das Kopplergehäuse den Bogen relativ eng umschließt (Abb. 7), ist am Ort der Anregung ein mit Plasma gefüllter Metallzylinder sicher ein besseres Modell des Bogens, als ein von Vakuum umgebener Plasmazylinder.

Um diese Hypothese zu prüfen, wurde für  $a$  der innere Radius des Kopplers eingesetzt und die Dispersionskurven der "isolated mode" aus Gl. (33) berechnet. Die Ergebnisse werden in Abb. 16 mit den Meßkurven verglichen. Die Übereinstimmung ist überraschend gut, gemessen an den theoretischen Vereinfachungen und der Unsicherheit der Elektronendichtebestimmung. Ein weiteres Argument für diese Vermutung ist das Auftreten von Interferenzen in der Umgebung der Gyroresonanz (Seite 24). Diese treten also gerade bei solchen Parameterwerten auf, bei denen die "isolated mode" dem Gebiet I eng benachbart ist, so daß der Unterschied zwischen den Wellenlängen sehr klein ist, und somit eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür besteht, daß außer der

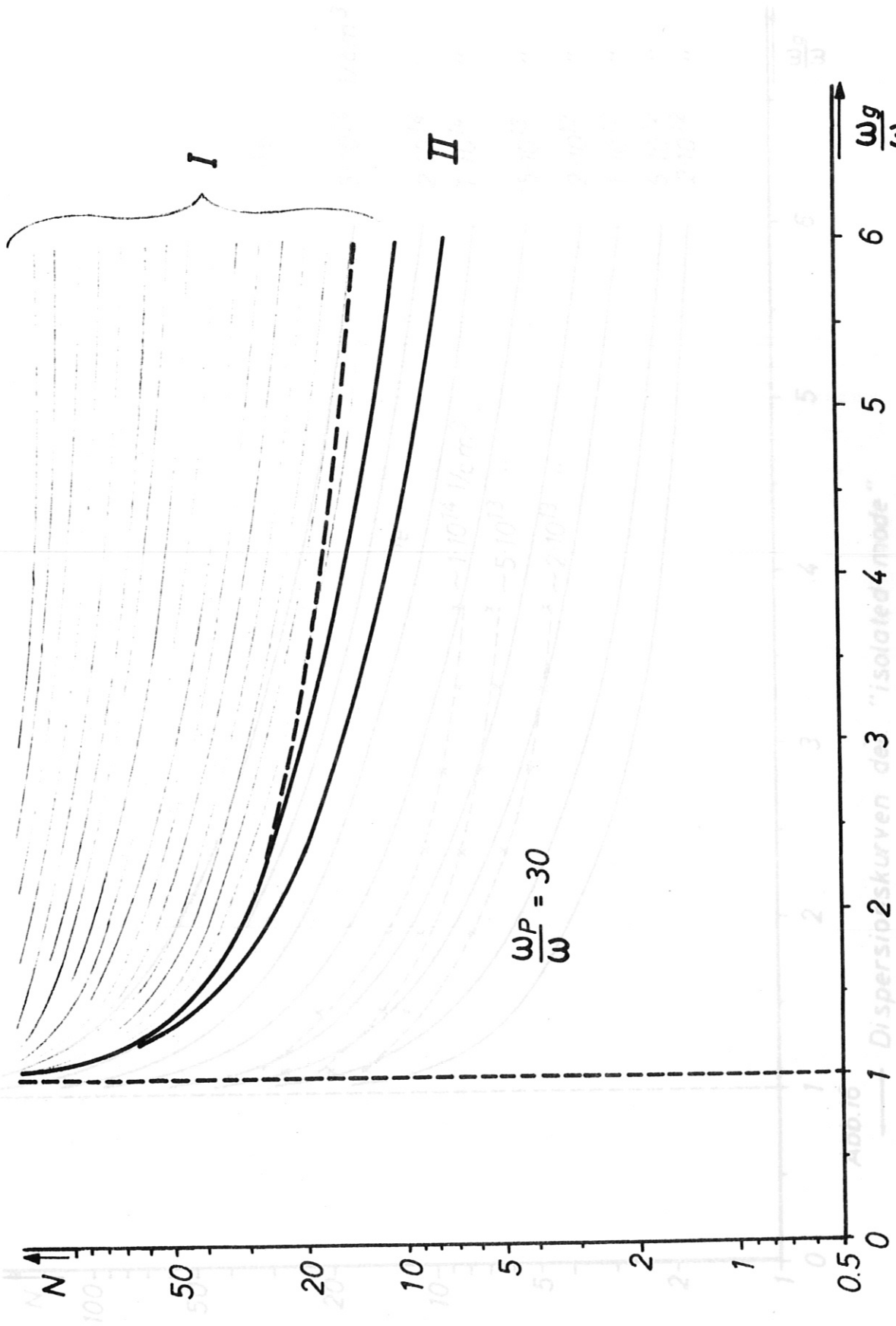


Abb.15 Dispersionskurven rotationssymmetrischer Wellen für einen vollständig mit Plasma gefüllten Metallzylinder

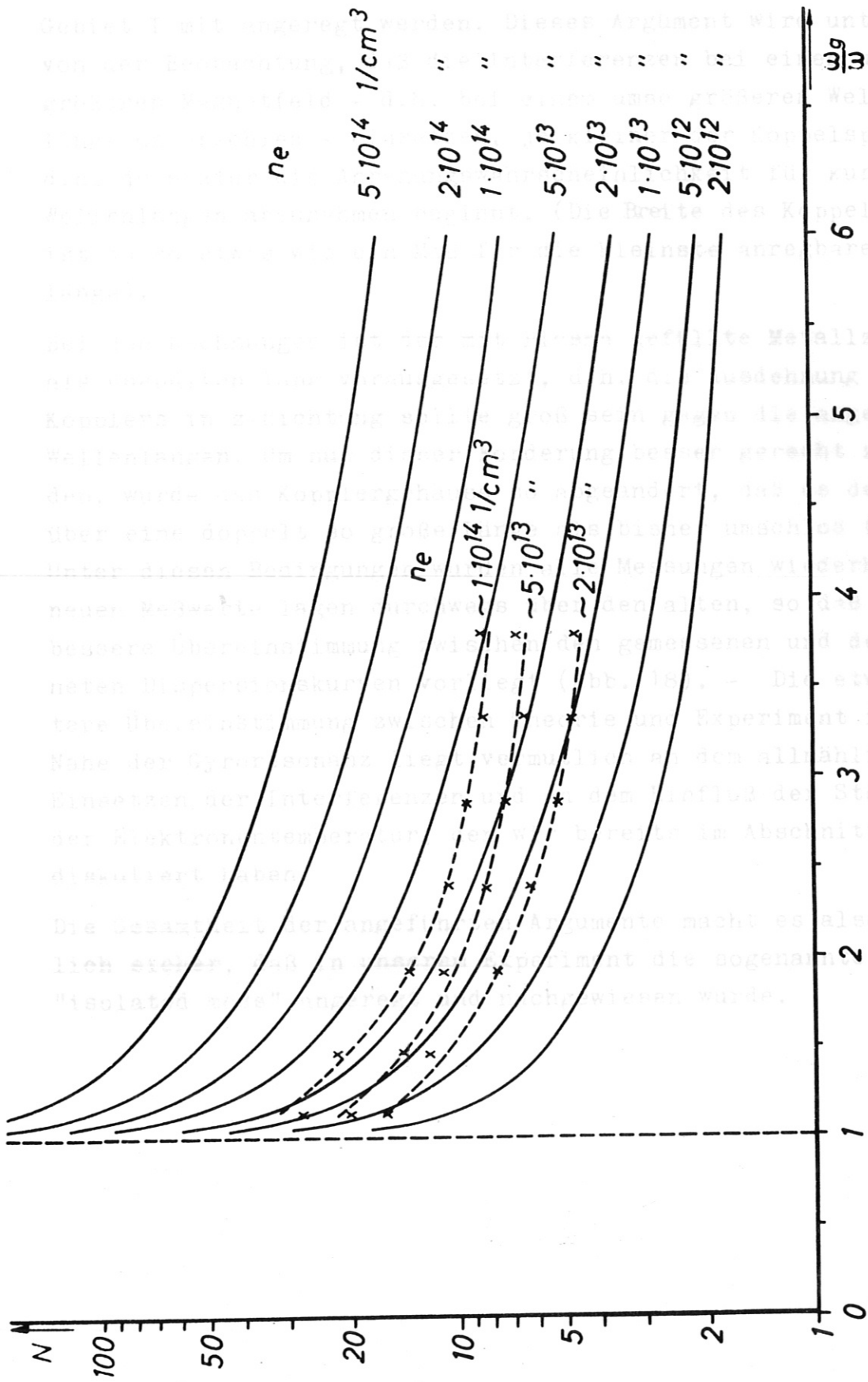
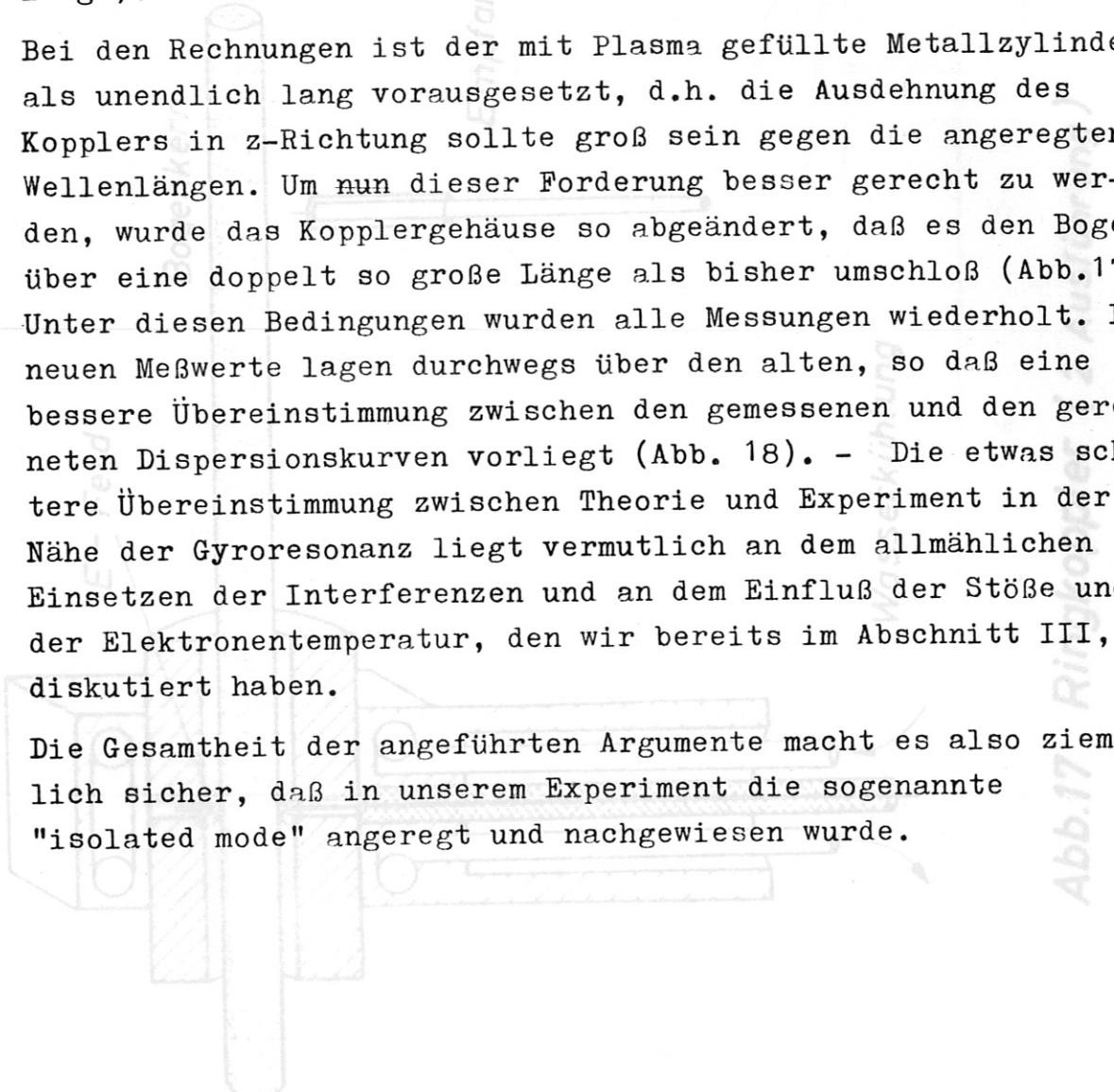


Abb.16 — Dispersionkurven der "isolated mode"  
— " " " gemessen mit Ringkoppler (1. Ausführung)

"isolated mode" auch noch eine oder mehrere Wellen aus dem Gebiet I mit angeregt werden. Dieses Argument wird unterstützt von der Beobachtung, daß die Interferenzen bei einem um so größeren Magnetfeld - d.h. bei einem umso größeren Wellenlängenunterschied - einsetzen, je kleiner der Koppelspalt ist, d.h. je später die Anregungswahrscheinlichkeit für kurze Wellenlängen abzunehmen beginnt. (Die Breite des Koppelspaltes ist ja so etwas wie ein Maß für die kleinste anregbare Wellenlänge).

Bei den Rechnungen ist der mit Plasma gefüllte Metallzylinder als unendlich lang vorausgesetzt, d.h. die Ausdehnung des Kopplers in z-Richtung sollte groß sein gegen die angeregten Wellenlängen. Um nun dieser Forderung besser gerecht zu werden, wurde das Kopplergehäuse so abgeändert, daß es den Bogen über eine doppelt so große Länge als bisher umschloß (Abb.17). Unter diesen Bedingungen wurden alle Messungen wiederholt. Die neuen Meßwerte lagen durchwegs über den alten, so daß eine bessere Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den gerechneten Dispersionskurven vorliegt (Abb. 18). - Die etwas schlechtere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment in der Nähe der Gyroresonanz liegt vermutlich an dem allmählichen Einsetzen der Interferenzen und an dem Einfluß der Stöße und der Elektronentemperatur, den wir bereits im Abschnitt III,2 diskutiert haben.

Die Gesamtheit der angeführten Argumente macht es also ziemlich sicher, daß in unserem Experiment die sogenannte "isolated mode" angeregt und nachgewiesen wurde.





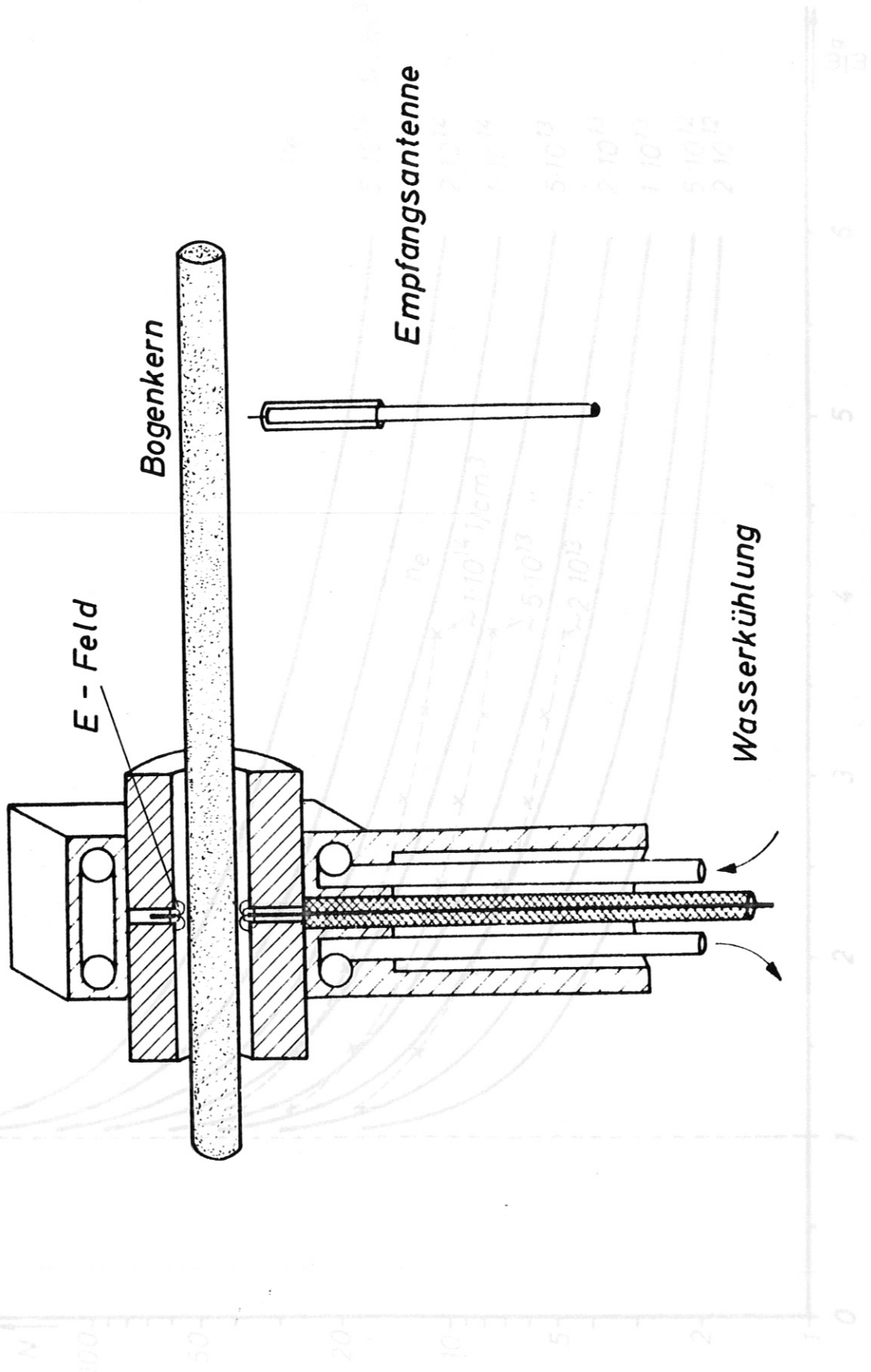


Abb.17 Ringkoppler ( 2. Ausführung )

Abb.18

— Dispersionkurven der "isolated mode"  
 - - - " " " gemessen mit Ringkoppler (2. Ausführung)

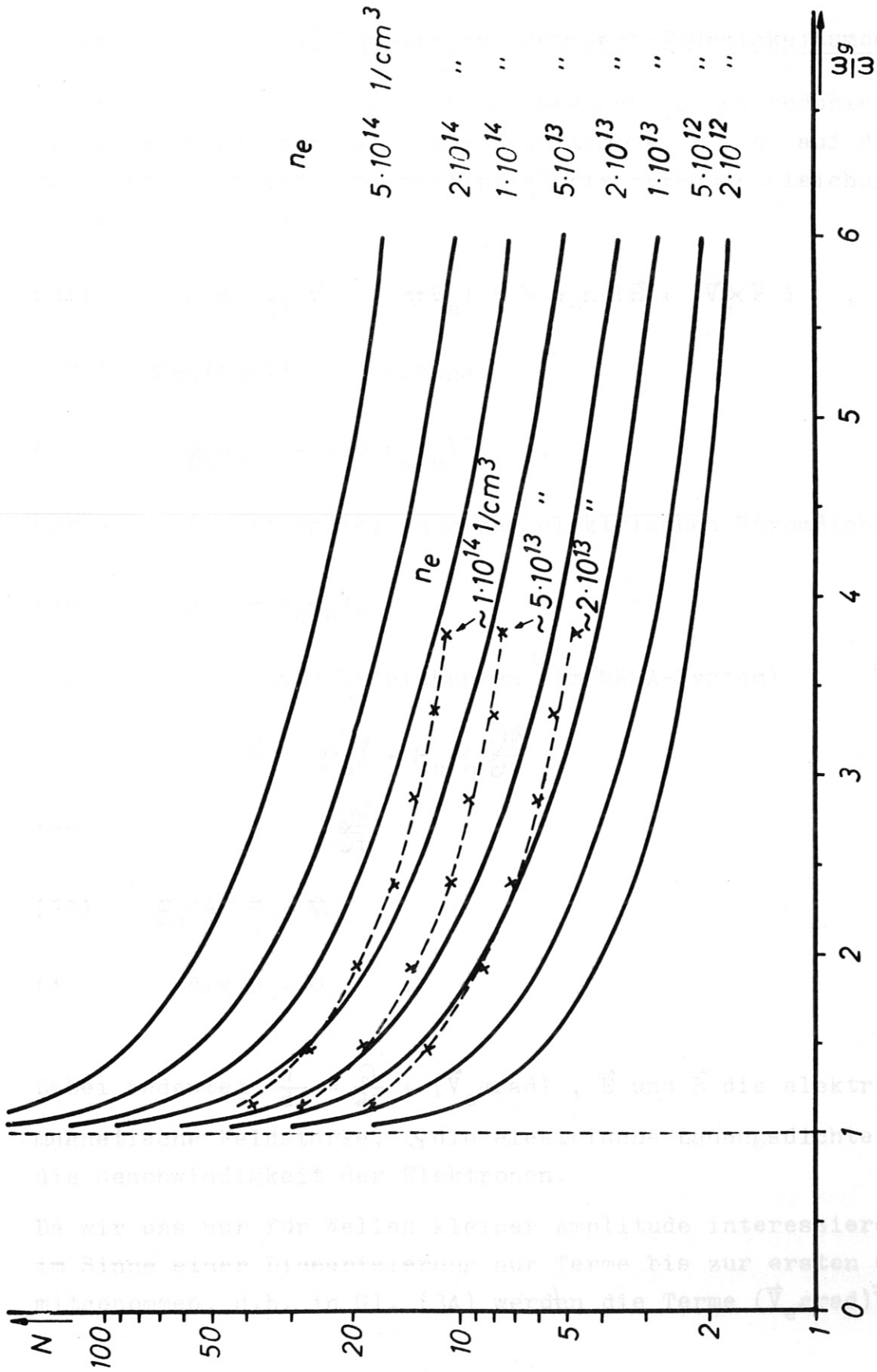


Abb.18

— Dispersionkurven der "isolated mode"  
 --- " " gemessen mit Ringkoppler (2. Ausführung)

Anhang 1 :

Ableitung des  $\epsilon$ -Tensors aus dem Zwei-Flüssigkeitsmodell

Unter den auf Seite 4 gemachten Voraussetzungen reduzieren sich die Gleichungen des Zwei-Flüssigkeitsmodells /20/ auf die mit der Elektronendichte  $n_e$  multiplizierte Bewegungsgleichung eines "mittleren" Elektrons

$$(34) \quad n_e m_e \left( \frac{d}{dt} \vec{v}_e + \nabla \vec{v}_e \right) = - q_0 n_e (\vec{E} + \vec{v}_e \times \vec{B}) \quad ,$$

auf die Kontinuitätsgleichung

$$(35) \quad \frac{\partial}{\partial t} n_e = - \operatorname{div}(n_e \vec{v}_e) \quad ,$$

auf die Definitionsgleichung der elektrischen Stromdichte

$$(36) \quad \vec{j} = - n_e q_0 \vec{v}_e$$

sowie auf die Maxwellgleichungen (im MKSA-System)

$$(37) \quad \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$(38) \quad \operatorname{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(39) \quad \epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = \rho$$

$$(40) \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad .$$

Dabei bedeutet:  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{v}_e \operatorname{grad})$  ,  $\vec{E}$  und  $\vec{B}$  die elektrische und magnetische Feldstärke,  $\rho$  die elektrische Ladungsdichte und  $\vec{v}_e$  die Geschwindigkeit der Elektronen.

Da wir uns nur für Wellen kleiner Amplitude interessieren, werden im Sinne einer Linearisierung nur Terme bis zur ersten Ordnung mitgenommen, d.h. in Gl. (34) werden die Terme  $(\vec{v}_e \operatorname{grad}) \vec{v}_e$  und

$V_e \times (B - B_0)$  vernachlässigt ( $B_0$  und  $n_e$  sind von nullter Ordnung). Nehmen wir für alle Größen harmonische Zeitabhängigkeit ( $\sim e^{i\omega t}$ ) an, dann folgt für die Gl. (34), (35), (37) und (38) mit Hilfe von Gl. (36)

$$(41) \quad -i \frac{m_e}{q_0} \bar{\omega} \vec{j} = -q_0 n_e (\vec{E} + \vec{j} \times \vec{B}_0)$$

$$(42) \quad i\omega \varrho = -\text{div } \vec{j}$$

$$(43) \quad \text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + i\epsilon_0 \mu_0 \omega \vec{E}$$

$$(44) \quad \text{rot } \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad ,$$

wobei  $\bar{\omega} = \omega - i\nu$  ist. Durch skalare und vektorielle Multiplikation der Gl.(41) mit  $\vec{B}_0$  ergeben sich zwei weitere Gleichungen, mit deren Hilfe Gl. (41) nach  $\vec{j}$  aufgelöst werden kann:

$$(45) \quad \vec{j} = \epsilon_0 \left[ i \frac{\omega_p^2}{(\omega_g^2 - \bar{\omega}^2)} \vec{E} - \frac{\omega_p^2}{(\omega_g^2 - \bar{\omega}^2)} (\vec{E} \times \vec{\omega}_g) - i \frac{\omega_p^2}{\bar{\omega}(\omega_g^2 - \bar{\omega}^2)} (\vec{E} \cdot \vec{\omega}_g) \vec{\omega}_g \right]$$

$$= (\mathcal{G}) \cdot \vec{E} \quad \text{mit} \quad \vec{\omega}_g = \left( \frac{q_0 B_0}{m_e} \right) \cdot \frac{\vec{B}_0}{B_0} \quad .$$

Offensichtlich sind nun  $\vec{j}$  und  $\vec{E}$  nicht parallel, so daß der Zusammenhang zwischen ihnen durch einen Tensor  $(\mathcal{G})$  vermittelt wird. Es ist üblich und zweckmäßig von diesem Leitfähigkeits-tensor zum sogenannten  $\mathcal{E}$ -Tensor

$$(46) \quad (\mathcal{E}) = (1) + \frac{(\mathcal{G})}{i\omega\epsilon_0}$$

überzugehen, der gerade so definiert ist, daß sich mit ihm die rechte Seite von Gl. (37) bzw. (43) auf einen Term reduziert. Wird die Richtung des Magnetfeldes  $\vec{B}_0$  zur z-Achse eines orthogonalen Koordinatensystems gewählt, dann gilt in diesem System

Anhang B :

$$(47) \quad (\epsilon) = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & -i\epsilon_2 & 0 \\ i\epsilon_2 & \epsilon_1 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}$$

mit

$$(48) \quad \epsilon_1 = 1 - \omega_p^2 \bar{\omega} / (\omega(\bar{\omega}^2 - \omega_g^2))$$

$$(49) \quad \epsilon_2 = \omega_p^2 \omega_g / (\omega(\bar{\omega}^2 - \omega_g^2))$$

$$(50) \quad \epsilon_3 = 1 - \omega_p^2 / (\omega \bar{\omega})$$

Somit werden die Ladungen und Ströme im Plasma nicht mehr explizit beschrieben, sondern das Plasma wird als ein verlustbehaftetes anisotropes Dielektrikum aufgefaßt. Konsequenterweise werden auch die Quellen des elektrischen Feldes durch das Feld selbst ausgedrückt. Dazu wird in Gl. (39) jene Ladungsdichte eingesetzt, die im elektrischen Feld durch Ladungstrennung entsteht. - Eine andere ist auch nicht vorhanden, weil wir Quasineutralität vorausgesetzt haben. - Mit Hilfe der Gl. (42) und (45) folgt für Gl. (39)

$$(51) \quad \epsilon_0 \operatorname{div} \vec{E} = - \operatorname{div} (\epsilon) \vec{E} / (i\omega)$$

$$\epsilon_0 \operatorname{div} (\epsilon) \vec{E} = 0$$

Führen wir nun noch die Vakuumwellenzahl  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  ein, Führen wir die elektrische Verschiebung  $\vec{D} = \epsilon_0 (\epsilon) \vec{E}$  ein, dann reduzieren sich die Grundgleichungen auf die Maxwellgleichungen

$$(52) \quad \operatorname{rot} \vec{B} = i\omega \mu_0 \vec{D}$$

$$(53) \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -i\omega \vec{B}$$

$$(54) \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0$$

$$(55) \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

Anhang 2 :

Ableitung der Dispersionsbeziehung der whistler-mode

Wir suchen Lösungen der Gl. (37) - (40) bei denen alle Feldgrößen proportional zu  $\exp(i\omega t - i\vec{k}\vec{r})$  sind, unter der Voraussetzung, daß die Elemente des  $\epsilon$ -Tensors Gl. (47) nicht vom Ort abhängen. Dazu führen wir ein kartesisches Koordinatensystem so ein, daß die z-Achse mit der Ausbreitungsrichtung der ebenen Welle zusammenfällt. Dann gilt  $(\vec{k}\vec{r}) = kz$ , so daß alle Feldgrößen nur von z abhängen. Aus Gl. (39) und (40) folgt dann

$$(56) \quad D_z = B_z = 0$$

$\vec{D}$  und  $\vec{B}$  reduzieren sich also auf die transversalen Vektoren  $\vec{D}_t$  und  $\vec{B}_t$ . Nun können Gl. (37) und (38) zusammengefaßt werden zu

$$(57) \quad \text{rot} \cdot \text{rot} \vec{E} = \omega^2 \mu_0 \vec{D}_t$$

Die linke Seite läßt sich umformen zu

$$(58) \quad \begin{aligned} \text{rot} \cdot \text{rot} \vec{E} &= \text{grad} \cdot \text{div} \vec{E} - \Delta \vec{E} \\ &= \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E}_z - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \vec{E} \end{aligned}$$

Führen wir nun noch die Vakuumwellenzahl  $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  ein, so folgt schließlich für Gl. (57)

$$(59) \quad \begin{aligned} k^2 \cdot \vec{E}_t &= k_0^2 \cdot \vec{D}_t / \epsilon_0 \\ &= k_0^2 \cdot (\epsilon) \cdot \vec{E} \end{aligned}$$

Diese Gleichung erlaubt - gewissermaßen in Form einer Verträglichkeitsbedingung - die Bestimmung der bisher unbekanntenen relativen Wellenzahl oder Ausbreitungskonstanten  $N = k/k_0$  in

abhängigkeit von der Frequenz, also die Bestimmung der Dispersionsbeziehung. folgt aus Gl. (61)

In einem Plasma ohne Magnetfeld reduziert sich der  $\epsilon$ -Tensor auf drei gleiche Diagonalelemente, d.h. auf einen Skalar. Aus Gl. (59) folgt dann

$$(60) \quad N = \sqrt{\epsilon_1} = \sqrt{\epsilon_3} = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\bar{\omega})}}$$

und  $E_z = 0$ . Die Wellen sind transversal und linear polarisiert, wobei  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{k}$  rechtshändig paarweise aufeinander senkrecht stehen, wie aus Gl. (53) unschwer abzulesen ist.

Befindet sich das Plasma in einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B}_0$ , und breitet sich die Welle parallel zu  $\vec{B}_0$  aus ( $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$ ), dann folgt aus Gl. (59) mit Gl. (47)

$$(61) \quad \begin{aligned} (N^2 - \epsilon_1)E_x + i\epsilon_2 E_y &= 0 \\ -i\epsilon_2 E_x + (N^2 - \epsilon_1)E_y &= 0 \\ \epsilon_3 E_z &= 0 \end{aligned}$$

Dies ist ein homogenes Gleichungssystem zur Bestimmung der unbekanntenen Komponenten von  $\vec{E}$ . Es hat nur dann eine nichttriviale Lösung, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix verschwindet, d.h. wenn

$$(62) \quad (N^2 - \epsilon_1)^2 - \epsilon_2^2 = 0$$

ist. Hieraus folgt die gesuchte Dispersionsbeziehung

$$(63) \quad \begin{aligned} N^2 &= \epsilon_1 \pm \epsilon_2 \\ &= 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\bar{\omega} \pm \omega_g)} \end{aligned}$$

Wegen  $\epsilon_3 E_z = 0$  und Gl. (56) sind diese Wellen wieder transversal. Außerdem folgt aus Gl. (61)

$$(64) \quad E_y/E_x = \pm i,$$

d.h. die beiden Komponenten sind gegeneinander um  $\pi/2$  phasenverschoben. Die Welle ist also zirkular polarisiert. Dabei gehört das positive Vorzeichen in Gl. (63) und (64) zu der in bezug auf die Richtung des Magnetfeldes  $B_0$  linksdrehenden Wellen und das negative zu den rechtsdrehenden, d.h. zu jenen Wellen, bei denen sich die Feldvektoren im gleichem Sinne drehen, wie die Elektronen um das Magnetfeld gyrieren.

und beachten

$$(15) \quad \epsilon_1 \vec{E}_t + i\epsilon_2 \vec{k} \times \vec{E}_t + \epsilon_3 E_z \vec{k}$$

denn folgt für Gl. (13)

$$(65) \quad \vec{k} \times (i\epsilon_2 \vec{E}_t + \nabla_t E_z) = -i\epsilon_1 \vec{E}_t + \epsilon_2 \vec{k} \times \vec{E}_t$$

$$(66) \quad \nabla_t E_z = i\epsilon_3 E_z \vec{k}$$

und für Gl. (14)

$$(67) \quad \vec{k} \times (i\epsilon_2 \vec{E}_t + \nabla_t E_z) = i\epsilon_1 \vec{E}_t$$

$$(68) \quad \nabla_t \times \vec{E}_t = -i\epsilon_2 \vec{k} \times \vec{E}_t$$

Nun wird auf Gl. (65) und (67)  $\nabla_t \times$  angewendet. Die entstehenden Kreuzprodukte werden mit Hilfe von Gl. (66) und (68) entfernt und die entstehenden Skalarprodukte mit Hilfe der Divergenzgleichungen (15) und (16). Auf diese Weise ergibt sich



Anhang 3 : weiteres Gleichungssystem

Aufspaltung der Maxwellgleichungen in einen axialen und einen transversalen Teil

Wir bezeichnen den Einheitsvektor in der z-Richtung eines orthogonalen Koordinatensystems mit  $\vec{k}$  und nehmen an, daß alle Feldvektoren in der Form  $\exp(i\omega t - iNz)$  von Ort und Zeit abhängen. Der Nablaoperator läßt sich dann zerlegen in

$$\nabla \times = \nabla_t \times - iN\vec{k} \times$$

Benutzen wir die allgemeinen Beziehungen

$$\begin{aligned} \nabla_t \times \vec{A} &= \nabla_t \times \vec{A}_t + (\nabla_t A_z) \times \vec{k} \\ \vec{k} \times \vec{A} &= \vec{k} \times \vec{A}_t \end{aligned}$$

und beachten

$$(\epsilon) \vec{E} = \epsilon_1 \vec{E}_t + i\epsilon_2 \vec{k} \times \vec{E}_t + \epsilon_3 E_z \vec{k},$$

dann folgt für Gl. (13)

$$(65) \quad \vec{k} \times (iN\vec{B}_t + \nabla_t B_z) = -i\epsilon_1 \vec{E}_t + \epsilon_2 \vec{k} \times \vec{E}_t$$

$$(66) \quad \nabla_t \times \vec{B}_t = i\epsilon_3 E_z \vec{k}$$

und für Gl. (14)

$$(67) \quad \vec{k} \times (iN\vec{E}_t + \nabla_t E_z) = i\vec{B}_t$$

$$(68) \quad \nabla_t \times \vec{E}_t = -i \cdot B_z \vec{k}$$

Nun wird auf Gl. (65) und (67)  $\nabla_t \times$  angewendet. Die entstehenden Kreuzprodukte werden mit Hilfe von Gl. (66) und (68) entfernt und die entstehenden Skalarprodukte mit Hilfe der Divergenzgleichungen (15) und (16). Auf diese Weise ergibt sich

ein gekoppeltes Gleichungssystem

$$(69) \quad \nabla_{\perp}^2 E_z + A E_z + B B_z = 0$$

$$\nabla_{\perp}^2 B_z + C B_z + D E_z = 0$$

für die beiden z-Komponenten allein, mit

$$A = \epsilon_3(\epsilon_1 - N^2)/\epsilon_1$$

$$B = iN\epsilon_2/\epsilon_1$$

$$C = (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2)/\epsilon_1 - N^2$$

$$D = -iN\epsilon_2\epsilon_3/\epsilon_1$$

Werden in der transversalen Ebene ebene Polarkoordinaten eingeführt, dann folgt aus Gl. (13) und (14)

$$(70) \quad \frac{1}{\varrho} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_{\varphi}}{\partial z} = -iB_{\varrho}$$

$$\frac{\partial E_{\varrho}}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \varrho} = -iB_{\varphi}$$

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial B_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial B_{\varphi}}{\partial z} = i\epsilon_1 E_{\varrho} + \epsilon_2 E_{\varphi}$$

$$\frac{\partial B_{\varrho}}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial \varrho} = -\epsilon_2 E_{\varrho} + i\epsilon_1 E_{\varphi}$$

Sind nun die Lösungen von Gl. (69) von der Form  $R(\varrho)e^{i(n\varphi + \omega t - Nz)}$ , wie in Abschnitt IV, dann folgt

$$\partial/\partial \varphi \equiv in \quad \text{und} \quad \partial/\partial z \equiv -iN$$

Damit wird Gl. (70) zu einem linearen Gleichungssystem zur Bestimmung der  $\varrho$  und  $\varphi$ -Komponenten, das nach der Cramerschen Regel aufgelöst werden kann, wenn die Koeffizientendeterminante

LITERATURVERZEICHNIS

$$\begin{aligned} \text{Det} &= (N^2 - \epsilon_1 - \epsilon_2)(N^2 - \epsilon_1 + \epsilon_2) \\ &= s_1^2 s_2^2 \epsilon_1 / \epsilon_3 \end{aligned}$$

nicht verschwindet, d.h. wenn beide S von Null verschieden sind. Auf diese Weise ergeben sich die im Abschnitt IV allein interessierenden  $\varphi$ -Komponenten zu

$$\begin{aligned} E_\varphi &= \left[ -\epsilon_2 N \frac{\partial E_z}{\partial s} + i(\epsilon_1 - N^2) \frac{\partial B_z}{\partial s} \right] / \text{Det} \\ B_\varphi &= \left[ i(N^2 \epsilon_1 + \epsilon_2^2 - \epsilon_1^2) \frac{\partial E_z}{\partial s} - \epsilon_2 N \frac{\partial B_z}{\partial s} \right] / \text{Det} \end{aligned}$$

Ich danke Herrn Privatdozent Dr. E.W. Blauth für sein Interesse an dieser Arbeit und für die Annahme als Dissertation.

Herrn Dr. G. von Gierke danke ich für die Möglichkeit, diese Arbeit durchführen zu dürfen und für sein förderndes Interesse.

Mein besonderer Dank gilt Herrn H. Stöckermann für seine tatkräftige Hilfe bei der Konstruktion und dem Aufbau der Apparatur sowie bei der Durchführung der Messungen, und den Herren M. Tutter und B. O'Brien für wertvolle Diskussionen und Hinweise.

/12/ B. Wieder Phys. Fluids 7, 964 (1964)  
 /13/ R.J. Papa Planetary and Space Sci. 6, 100 (1961)  
 W.P. Allis  
 /14/ T.H. Stix The Theory of Plasma Waves  
 McGraw-Hill 1962  
 /15/ J.E. Drummond Phys. Rev. 112, 1460 (1958)

LITERATURVERZEICHNIS

- /1/ J.A. Ratcliffe      The Magneto-Ionic Theory and Its Applications to the Ionosphere (Cambr. Univ. Press 1959)
- /2/ L.R.O. Storey      Phil. Trans. Roy. Soc. (London) A 246, 113 (1953)
- /3/ R.L. Phillips      J. Appl. Phys. 32, 551 (1961)  
R.G. DeLosh  
D.E. White
- /4/ O.F. Konstantinov      Soviet Phys. - JETP 11, 117 (1960)  
V.I. Perel
- /5/ R.M. Gallet      Phys. Rev. Letters 4, 347 (1960)  
J.M. Richardson  
B. Wieder  
G.D. Ward  
G.N. Harding
- /6/ T. Consoli      Phys. Letters 1, 267 (1962)  
L. Dupas  
G. Ichtchenko
- /7/ D.W. Mahaffey      Phys. Rev. 129, 1481 (1963)
- /8/ A.N. Dellis      Proc. Phys. Soc. 83, 473 (1964)  
J.M. Weaver
- /9/ T. Consoli u.a.      Compt. Rend. VI. Conf. Intern. Phenoments Ionisation Gaz, Paris 1963 Vol. III, 75, 145, 149 (1963)
- /10/ B. Wieder      NBS-Report 7237 (1962)
- /11/ U. Hopf      Mündliche Mitteilungen und in T. Consoli, Survol des Techniques pour l'Etude des Plasmes, PA.IGN/RT. 233 (1963)  
M. Tutter
- /12/ B. Wieder      Phys. Fluids 7, 964 (1964)
- /13/ R.J. Papa      Planetary and Space Sci. 6, 100 (1961)  
W.P. Allis
- /14/ T.H. Stix      The Theory of Plasma Waves McGraw-Hill 1962
- /15/ J.E. Drummond      Phys. Rev. 112, 1460 (1958)

- /16/ L.M. Lidsky J. Appl. Phys. 38, 2490 (1962)  
S.D. Rothleder  
D.J. Rose  
S. Yoshikawa
- /17/ R.A. Gibbons Proc. Fifth. Int. Conf. Ioniz. Phen.  
R.J. Mackin, Jr. in Gases, Munich 1961, Vol. II, 1768
- /18/ B. O'Brien European Study Group on Fusion,  
Stockholm, April 1963
- /19/ D. Bohm Characteristics of Electrical Dis-  
charges in Magnetic Fields, ed. by  
A. Guthrie and R.K. Wakerling,  
(McGraw-Hill, N.Y., 1949), Ch. 2 and 3
- /20/ A. Schlüter Z. Naturforschg. 5a, 73 (1950)
- /21/ J.P. Klozenberg J. Fluid Mech. 21, 545 (1965)  
B. McNamara  
P.C. Thonemann
- J.A. Lehane Proc. Phys. Soc. 85, 301 (1965)  
P.C. Thonemann
- /22/ A.G. Chynoweth Phys. Today Nov. 1965  
S.J. Buchsbaum

This report is to be treated as strictly confidential.

The Institut für Plasmaphysik holds the exclusive rights of publication, reproduction, propagation and translation into foreign languages of the original text, figures, drawings, tables, wholly or partially, also of extracts or resumes, as well as of the published contents of this report. Exceptions to these restrictions require written permission.

Furthermore, the Institut für Plasmaphysik reserves the right of exclusive authorship of the information contained in this report, for the purpose of obtaining protective rights, in particular patent and utility patent rights at home and abroad. Actions of this nature taken on the basis of the knowledge gained from this report cannot be regarded as grounds for obtaining the right of prior use (Vorbenutzungsrecht) according to article 7 paragraph 1, first sentence of the German Patent Law. The residue is taken care of by the patent law. For reasons stipulated by the Patent Law, the report may be published in patent libraries, or left out indiscriminately.

The Institut does not guarantee that the information given in this report is free of protective rights, such as patent rights, utility patent rights or trade-mark rights.

The guarantee is given in respect of the accuracy, completeness or veridicality of the information contained in this report. Thus, no liability can be accepted for damage resulting from use of the information, or of the apparatus, methods and procedures described.