

July 1967 (in German)

Über die Messbarkeit der Plasmadriftgeschwindigkeit und des Lorentz-Polarisationsterms durch Mikrowellen-Mitführungsexperimente

On the Measurability of Plasma Drift Velocity and Lorentz Polarisation Term by Means of Microwave Dragging Experiments

M. Tutter

IPP 3/55

Juli 1967

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

## GARCHING BEI MÜNCHEN

July 1967 (in German)

Über die Messbarkeit der Plasmadriftgeschwindigkeit und des Lorentz-Polarisationsterms durch Mikrowellen-Mitführungsexperimente

### Abstract

On the Measurability of Plasma Drift Velocity and Lorentz Polarisation Term by Means of Microwave Dragging Experiments

M. Tutter

The possibility of measuring the drift velocity of a plasma by means of its dragging of electromagnetic waves is discussed. As the coefficient of drag is strongly dependent on the Lorentz polarisation term of the internal electric field of the plasma, such measurements should answer the question whether this term has to be taken into consideration in the plasma dispersion or not.

IPP 3/55

Juli 1967

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

IPP 3/55 M. Tutter

On the Measurability of Plasma Drift Velocity and Lorentz Polarisation Term by Means of Microwave Dragging Experiments.

July 1967 (in German)

Abstract

The possibility of measuring the drift velocity of a plasma by means of its dragging of electromagnetic waves is discussed. As the coefficient of drag is strongly dependent on the Lorentz polarisation term of the internal electric field of the plasma, such measurements should answer the question whether this term has to be taken into consideration in the plasma dispersion or not.

Mit einem Oszillator und einer Antenne, die beide im Laborsystem ruhen, soll in einem driftenden Plasma elektromagnetische Wellen angeregt werden. Es ist nach der Phasengeschwindigkeit dieser Wellen in oder entgegen der Driftichtung gefragt, die ein im Laborsystem ruhender Beobachter

Einleitung

Das Plasma bewege sich mit der Geschwindigkeit  $v$ . Für die fragliche Phasengeschwindigkeit  $v_p$  gilt das relativistische Geschwindigkeitsadditionstheorem:

Bei üblichen Mikrowellenmessungen an Plasmen werden aus der Veränderung der Welle durch das Plasma Plasmaparameter ausgerechnet, wobei als gültig angesehene analytische Formeln für das Dispersionsverhalten des Plasmas zugrundegelegt werden. Diese Parameter sind jedoch sehr selten aus anderen Messungen so genau bekannt, dass umgekehrt aus ihnen auf die analytische Form des Brechungsindex geschlossen werden könnte. -

So ist die Zahl der Experimente klein, welche angestellt wurden, um die Frage der Berücksichtigung des Lorentz-Terms (welcher bekanntlich bei Neutralgasen notwendig ist) bei der Herleitung der Plasma-Dispersionsbeziehung zu entscheiden (Ratcliffe 1959). Eines der letzten Experimente ist das von Dellis und Weaver (1964) mit Laboratoriums-Whistlertransmission. die thermische Teilchenbewegung vernachlässigt, und nur die durch

Wie unten gezeigt wird, bietet der Mitführungseffekt eine gute Entscheidungsmöglichkeit dieser Frage, insofern, als der Lorentz-Term in einem stossfreien, unmagnetisierten Plasma die Mitführung, die ohne ihn identisch Null ist, überhaupt erst erzeugt.

$$n' = n(\omega', \omega_p', v', \omega_e') \quad (3)$$

Der Zusammenhang zwischen den im bewegten System und den im Laborsystem gemessenen Frequenzen ist folgender (Lur 1966):

$$\omega' = \omega \frac{1 - \frac{v}{c} \frac{\omega}{v_p}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

$$\omega_p' = \omega_p \quad (5)$$

$$v' = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (6)$$

$$\omega_e' = \frac{\omega_e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

Abseits von Polen und Nullstellen von  $n$  ist nach Taylor:

$$n(\omega', \omega_p', v', \omega_e') \approx n(\omega, \omega_p, v, \omega_e) + \frac{\partial n}{\partial \omega} (\omega' - \omega) + \frac{\partial n}{\partial v} (v' - v) + \frac{\partial n}{\partial \omega_e} (\omega_e' - \omega_e) \quad (8)$$

Mit einem Oszillator und einer Antenne, die beide im Laborsystem ruhen, sollen in einem driftenden Plasma elektromagnetische Wellen angeregt werden. Es ist nach der Phasengeschwindigkeit dieser Wellen in oder entgegen der Driftrichtung gefragt, die ein im Laborsystem ruhender Beobachter misst. Das Plasma bewege sich mit der Geschwindigkeit  $v$ . Für die fragliche Phasengeschwindigkeit  $v_{ph}$  gilt das relativistische Geschwindigkeitsadditionstheorem:

$$v_{ph_I}' = \frac{v_{ph}' \pm v}{1 \pm \frac{v_{ph}' v}{c^2}}, \quad (1)$$

wo  $v_{ph}'$  die Phasengeschwindigkeit im bewegten System, in welchem das Plasma ruht, bedeutet. Für den Brechungsindex

$$n' = \frac{c}{v_{ph}'} \quad (2)$$

im bewegten System gelten die bekannten Formeln. Wird ein parallel zur Driftrichtung orientiertes statisches Magnetfeld in die Betrachtung einbezogen, die thermische Teilchenbewegung vernachlässigt, und nur die durch das Wellenfeld verursachte, als Störungsgrösse 1. Ordnung betrachtete, Bewegung der Plasmaelektronen berücksichtigt, so ist  $n'$  eine Funktion der Wellenfrequenz, der Elektronenzahldichte, der Stossfrequenz der Elektronen und des statischen Magnetfeldes. Es sind dafür diejenigen Grössen einzusetzen, die ein im bewegten System ruhender Beobachter messen würde:

$$n' = n(\omega', \omega_p', v', \omega_e') \quad (3)$$

Der Zusammenhang zwischen den im bewegten System und den im Laborsystem gemessenen Frequenzen ist folgender (Unz 1966):

$$\omega' = \omega \frac{1 - \frac{v}{v_{ph}'}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

$$\omega_p' = \omega_p \quad (5)$$

$$v' = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (6)$$

$$\omega_e' = \frac{\omega_e}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (7)$$

Abseits von Polen und Nullstellen von  $n$  ist nach Taylor:

$$n(\omega', \omega_p', v', \omega_e') \approx n(\omega, \omega_p, v, \omega_e) + \frac{\partial n}{\partial \omega} (\omega' - \omega) + \frac{\partial n}{\partial v} (v' - v) + \frac{\partial n}{\partial \omega_e} (\omega_e' - \omega_e) \quad (8)$$

Die Gl.(2) bis (8) in (1) eingesetzt ergeben bei Vernachlässigung von Gliedern mit höherer als 1. Ordnung in  $v/c$ :

$$v_{ph\pm} = \frac{c}{n} \pm v \left( 1 - \frac{1}{n^2} + \frac{\omega}{n} \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) \quad (9)$$

(Lorentz 1895), mit  $n = n(\omega, \omega_p, \nu, \omega_e)$ .

Da

$$n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} = \frac{c}{v_{ph}} = n_{gr}$$

der Brechungsindex für die Gruppengeschwindigkeit ist, lässt sich (9) schreiben als

$$v_{ph\pm} = \frac{c}{n} \left[ 1 \pm \frac{v}{cn} (n \cdot n_{gr} - 1) \right], \quad (10)$$

d.h.: In einem Plasma, in dem

$$v_{ph} \cdot v_{gr} = c^2$$

ist, verschwindet in der benutzten Näherung die Mitführung. Die zu  $v_{ph}$  gehörige Wellenzahl ist

$$k_{\pm} = \frac{\omega}{c} n \pm \frac{\omega}{c} \cdot \frac{v}{c} \left[ 1 - n \left( n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) \right], \quad (11)$$

wobei das positive Zeichen wieder für Fortpflanzung in Driftrichtung und negative für entgegengesetzte Richtung gilt. Unter den oben gemachten Voraussetzungen heisst der Brechungsindex der Plasmaelektronen für die beiden zueinander entgegengesetzt zirkularpolarisierten Wellen (Ratcliffe 1959):

$$n_r = \left\{ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + l\omega_p^2 - i\nu\omega \mp \omega\omega_e} \right\}^{1/2} \quad (12)$$

Der Faktor  $l$  ist entweder  $1/3$  oder Null, je nachdem, ob das wirksame elektrische Feld im Plasma mit oder ohne den Lorentz-Polarisationsterm geschrieben wird.

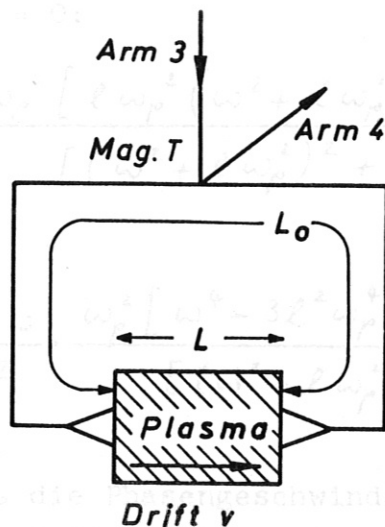
Aus (12) folgt:

$$\left[ 1 - n \left( n + \omega \frac{\partial n}{\partial \omega} \right) \right]_{\chi} = \frac{\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 2l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - i \frac{v}{\omega} \mp \frac{\omega_e}{\omega} \right)}{\left( 1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - i \frac{v}{\omega} \mp \frac{\omega_e}{\omega} \right)^2} \quad (13)$$

Im folgenden werden Methoden zur Messung des Mitführungseffektes im Mikrowellenbereich vorgeschlagen.

Der Quotient der zugeführten Leistungen ist im logarithmischen Mass:

### 1. Mikrowellenmessbrücke mit linearpolarisierenden Antennen



$\beta > 0$  bedeutet, dass die Phasengeschwindigkeit in Driftrichtung kleiner ist als die gegen die Driftrichtung,  $\beta < 0$  bedeutet, dass die Dämpfung in Driftrichtung grösser ist als die gegen die Driftrichtung. Damit das Plasma für die Wellen gut durchlässig ist und wenig reflektiert, muss Das äussere Magnetfeld sei zunächst Null. Die Wellenzahlen im Plasma nach Gl. (11) werden abkürzend geschrieben:

sein. Dann:  $k_{\pm} = k \pm \beta \quad (|k| \gg |\beta|)$  (14)

Die Wellenzahl auf der Strecke  $L_0$  sei  $k_0$ . Die Reflexionen an den Plasma-begrenzungen seien vernachlässigbar<sup>x)</sup>. Die vom Sender kommende, in den Arm des magischen Tes eintretende Welle der Kreisfrequenz  $\omega$  habe die Amplitude Eins und die Phase Null. Dann ist die Feldstärke der aus Arm 3 bzw. Arm 4 kommenden Welle:

x) Reflexionen müssen durch symmetrischen Aufbau oder durch Abstimm-elemente gleich gross (am Ort des magischen Tes) gemacht werden.

$$\begin{aligned} \varphi_{3,4} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-ik_0 L_0} e^{-ik_+ L} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-ik_0 L_0} e^{-ik_- L} \right) \\ \varphi_3 &\approx e^{-i(k_0 L_0 + k_R L)} e^{+k_I L} \\ \varphi_4 &\approx -i e^{-i(k_0 L_0 + k_R L)} e^{+k_I L} (\beta_R + i\beta_I) L \end{aligned} \quad (15)$$

wo  $k_R + ik_I = k$  und  $\beta_R + i\beta_I = \beta$  ist.

Der Quotient der zugehörigen Leistungen ist im logarithmischen Mass:

$$10 \log \frac{|\varphi_3|^2}{|\varphi_4|^2} = 10 \log \frac{1}{(\beta_R^2 + \beta_I^2) L^2} \quad [db] \quad (16)$$

Nach (13) ist bei  $\omega_e = 0$ :

$$\beta_R = \frac{\omega}{c} \frac{v}{c} \cdot \frac{\omega_p^2 \left[ l \omega_p^2 (\omega^2 + l \omega_p^2)^2 + v^2 \omega^4 \right]}{\left[ (\omega^2 + l \omega_p^2)^2 + v^2 \omega^2 \right]^2} > 0 \quad (17)$$

$$\beta_I = -\frac{\omega}{c} \frac{v}{c} \frac{v \omega}{2} \cdot \frac{\omega_p^2 \left[ \omega^4 - 3l^2 \omega_p^4 - 2l \omega^2 \omega_p^2 - v^2 \omega^2 \right]}{\left[ (\omega^2 + l \omega_p^2)^2 + v^2 \omega^2 \right]^2} \quad (18)$$

$\beta_R > 0$  bedeutet, dass die Phasengeschwindigkeit in Driftrichtung kleiner ist als die gegen die Driftrichtung.  $\beta_I < 0$  bedeutet, dass die Dämpfung in Driftrichtung grösser ist als die gegen die Driftrichtung. Damit das Plasma für die Wellen gut durchlässig ist und wenig reflektiert, muss

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \lesssim 0,5, \quad \frac{v}{\omega} \lesssim 0,1 \quad (19)$$

sein. Dann ist nach (17) und (18) genähert:

$$\beta_R \approx \frac{\omega}{c} \frac{v}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[ l \cdot \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 - 2l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) + \frac{v^2}{\omega^2} \right] \quad (20)$$

$$\beta_I \approx -\frac{\omega}{c} \frac{v}{c} \frac{v}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (21)$$



Als Beispiel wird die positive Säule einer Glimmentladung betrachtet, deren mittlere Elektronendichte  $n_e = 6 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ , deren Elektronendrift  $v = 2 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$  und deren effektive Elektronenstossfrequenz  $\nu = 400 \text{ MHz}$  betrage. Die Messfrequenz sei  $\omega = 2\pi \cdot 10 \text{ GHz}$ . Damit ist

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 0,5, \quad \frac{v}{c} = 6 \cdot 10^{-4}, \quad \frac{\nu}{\omega} = 7 \cdot 10^{-3} \quad (22)$$

Lässt man den Lorentzterm wegfällen ( $l = 0$ ), so erhält man mit den Grössen (22):

$$\beta_I = -2,1 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}, \quad \beta_R \ll |\beta_I|$$

und, bei einer Plasmalänge von  $L = 10 \text{ cm}$ , nach Gl.(16) ein Leistungsverhältnis von 93 db.

Nimmt man den Lorentzterm aber mit ( $l = 1/3$ ), so erhält man

$$\beta_R = 7 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}, \quad |\beta_I| \ll \beta_R$$

und ein Leistungsverhältnis von 63 db.

Wird in Driftrichtung des Plasmas ein homogenes äusseres Magnetfeld angelegt, so wird das Ergebnis (15) modifiziert. An die Stelle der Gl.(14) treten, entsprechend der Aufspaltung in rechts- und linkszirkularpolarisierte Wellen, die Gleichungen:

$$k_{\pm r} = k_r \pm \beta_r \quad (23)$$

$$k_{\pm l} = k_l \pm \beta_l$$

Ist das Magnetfeld genügend schwach, dass zusätzlich zu den Bedingungen (23) die Bedingung:

$$\frac{\omega_e}{\omega} \lesssim 0,1 \quad (24)$$

erfüllt wird, so gilt genähert:

$$k_{\pm r} \approx k \pm \delta k, \quad \beta_{\pm r} \approx \beta \pm \delta \beta \quad (25)$$

Die Feldstärke  $\mathcal{E}_4$  ist dann:

$$\mathcal{E}_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-ik_0 L_0} \cdot \frac{1}{2} (e^{-ik_{+r} L} + e^{-ik_{+e} L}) - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-ik_0 L_0} \cdot \frac{1}{2} (e^{-ik_{-r} L} + e^{-ik_{-e} L}) \right] \approx -i e^{-i(k_0 L_0 + k_R L)} e^{+k_I L} [\beta L - i \delta k \delta \beta L^2] \quad (26)$$

Für  $\delta k$  und  $\delta \beta$  ergibt sich aus Gl. (12) bzw. (13) genähert:

$$\delta k_R + i \delta k_I \approx -\frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \frac{\omega_e}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 + i \frac{2\nu}{\omega} \right) \quad (27)$$

$$\delta \beta_R + i \delta \beta_I \approx -\frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \frac{\nu}{c} \frac{\omega_e}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 + i \frac{4\nu}{\omega} \right)$$

Anstelle des Leistungsverhältnisses (16) erhält man mit (27) ( $\mathcal{E}_3$  bleibt nahezu un geändert) den Ausdruck:

$$10 \log \frac{|\mathcal{E}_3|^2}{|\mathcal{E}_4|^2} \approx 10 \log \frac{1}{\beta_R^2 L^2 + (\beta_I L - \delta k_R \delta \beta_R L^2)^2} \quad (28)$$

Mit den Zahlenwerten (22), einer Länge  $L = 10$  cm und einem Magnetfeld von 350 Gauss ( $\omega_e/\omega = 0,1$  bei 10 GHz) liefert (28) 75 db für  $l = 0$  und 63 db für  $l = 1/3$ . Ein Anlegen dieses Magnetfeldes vergrößert also im ersten Fall die zu messende Leistung um 18 db und lässt sie im zweiten Fall unverändert.

Wenn zunächst wieder das äussere Magnetfeld gleich Null gesetzt wird, gilt für den Zusammenhang von  $\omega_1$  mit  $\omega_2$  die Gleichung:

$$k_{eR}(\omega_1) L_0 + k_{eR}(\omega_1) L = k_{eR}(\omega_2) L_0 + k_{eR}(\omega_2) L \quad (29)$$

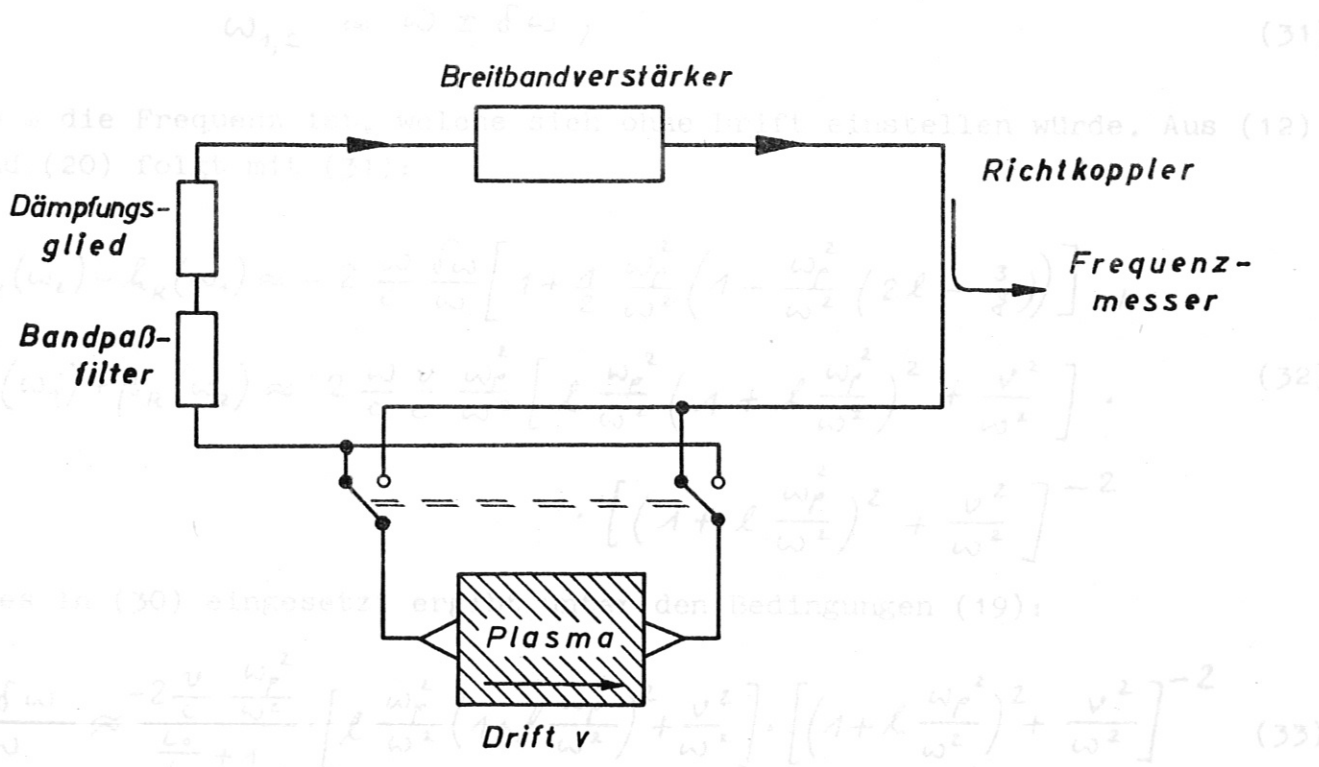
Die Wellenzahl  $k_0$  der Leitung  $L_0$  wird konstant gleich der im Vakuum gesetzt:

$$k_0 = \frac{\omega}{c}$$

Mit der Gl. (14) lässt sich Gl. (29) schreiben als:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{c} \cdot \frac{L_0}{\beta} = [k_R(\omega_2) - k_R(\omega_1)] - [\beta_R(\omega_1) + \beta_R(\omega_2)] \quad (30)$$

2. Mikrowellenringoszillator mit linear polarisierenden Antennen



Plasmalänge  $L$ , übrige effektive Ringlänge  $L_0$ .

Als Beispiel wird angenommen, dass der Ringoszillator bei einer Frequenz  $\omega$  oszilliert. Der Oszillator kann bei denjenigen Frequenzen schwingen, welche eine phasenrichtige Rückkopplung liefern. Mittels des Bandpasses wird aus den möglichen Frequenzen eine ausgewählt. Diese Frequenz ist etwas verschieden, je nachdem, ob das Plasma in oder entgegen der Driftrichtung durchlaufen wird ( $\omega_1$  und  $\omega_2$ ). Wenn zunächst wieder das äußere Magnetfeld gleich Null gesetzt wird, gilt für den Zusammenhang von  $\omega_1$  mit  $\omega_2$  die Gleichung:

$$k_{0R}(\omega_1)L_0 + k_{+R}(\omega_1)L = k_{0R}(\omega_2)L_0 + k_{-R}(\omega_2)L \quad (29)$$

Die Wellenzahl  $k_0$  in der Leitung  $L_0$  wird genähert gleich der im Vakuum gesetzt:

$$k_0 = \frac{\omega}{c}$$

Mit der Gl.(14) lässt sich Gl.(29) schreiben als:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{c} \cdot \frac{L_0}{L} = [k_R(\omega_2) - k_R(\omega_1)] - [\beta_R(\omega_1) + \beta_R(\omega_2)] \quad (30)$$

$$= k_{0R}(\omega_2)L_0 + k_{-R}(\omega_2)L + [(\delta k - \delta \beta_0) \cdot (\delta k - \beta_I)](\omega_2)L^2$$

Da  $|\omega_1 - \omega_2|$  entsprechend  $v/c$  sehr klein ist, gilt genähert:

$$\omega_{1,2} \approx \omega \pm \delta\omega, \quad (31)$$

wo  $\omega$  die Frequenz ist, welche sich ohne Drift einstellen würde. Aus (12) und (20) folgt mit (31):

$$\begin{aligned} h_R(\omega_2) - h_R(\omega_1) &\approx -2 \frac{\omega}{c} \frac{\delta\omega}{\omega} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 2l - \frac{3}{8} \right) \right) \right], \\ \beta_R(\omega_1) + \beta_R(\omega_2) &\approx 2 \frac{\omega}{c} \frac{v}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left[ l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right] \cdot \\ &\quad \cdot \left[ \left( 1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right]^{-2} \end{aligned} \quad (32)$$

Dies in (30) eingesetzt ergibt unter den Bedingungen (19):

$$\frac{2 \delta\omega}{\omega} \approx \frac{-2 \frac{v}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{\frac{L_0}{L} + 1} \cdot \left[ l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left( 1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right] \cdot \left[ \left( 1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right]^{-2} \quad (33)$$

Als Beispiel wird angenommen, dass der Ringoszillator bei einer Frequenz von  $\omega = 2\pi \cdot 10$  GHz funktioniert. Es werde wieder die positive Säule einer Glimmentladung mit denselben Daten wie oben (22) verwendet. Die Plasmalänge sei wieder  $L = 10$  cm, die effektive Ringlänge  $L_0 = 6$  m. Aus (33) erhält man mit diesen Werten bei  $l = 1/3$ :  $2 \cdot \delta\omega = -2\pi \cdot 12$  kHz und bei  $l = 0$ :  $2 \cdot \delta\omega = -2\pi \cdot 3$  Hz. Das negative Vorzeichen bedeutet, dass die Frequenz niedriger ist, wenn das Plasma in Driftrichtung durchlaufen wird.

Kommt ein äusseres, längsgerichtetes Magnetfeld hinzu, welches die Bedingung (24) erfüllt, so erbringt die Berücksichtigung beider zirkularpolarisierter Wellen:

$$e^{-i h_{+R} L} + e^{-i h_{+I} L} \approx e^{-i [h_{+} L + (\delta h \pm \delta\beta)_R (\delta h \pm \delta\beta)_I L^2]} \quad (34)$$

Mit dem so veränderten Phasenfaktor werden die Gleichungen (29), (30) und (33) modifiziert zu:

$$\begin{aligned} h_{0R}(\omega_1) L_0 + h_{+R}(\omega_1) L + [(\delta h + \delta\beta)_R \cdot (\delta h + \delta\beta)_I] (\omega_1) L^2 = \\ = h_{0R}(\omega_2) L_0 + h_{-R}(\omega_2) L + [(\delta h - \delta\beta)_R \cdot (\delta h - \delta\beta)_I] (\omega_2) L^2 \end{aligned} \quad (35)$$

Bei dieser Anordnung wird das Plasma in jeder Richtung von einer zirkularpolarisierten Welle durchdrungen. Die Wellenlänge  $\lambda/4$ -Polarisatoren ist so gewählt, dass der Umlaufsinn des elektrischen Vektors an einem festgelegten Punkt in Plasma bei den beiden Wellen derselbe ist, also in  $(\delta k + \delta \beta)_R$  und  $(\delta k - \delta \beta)_I$  (36)

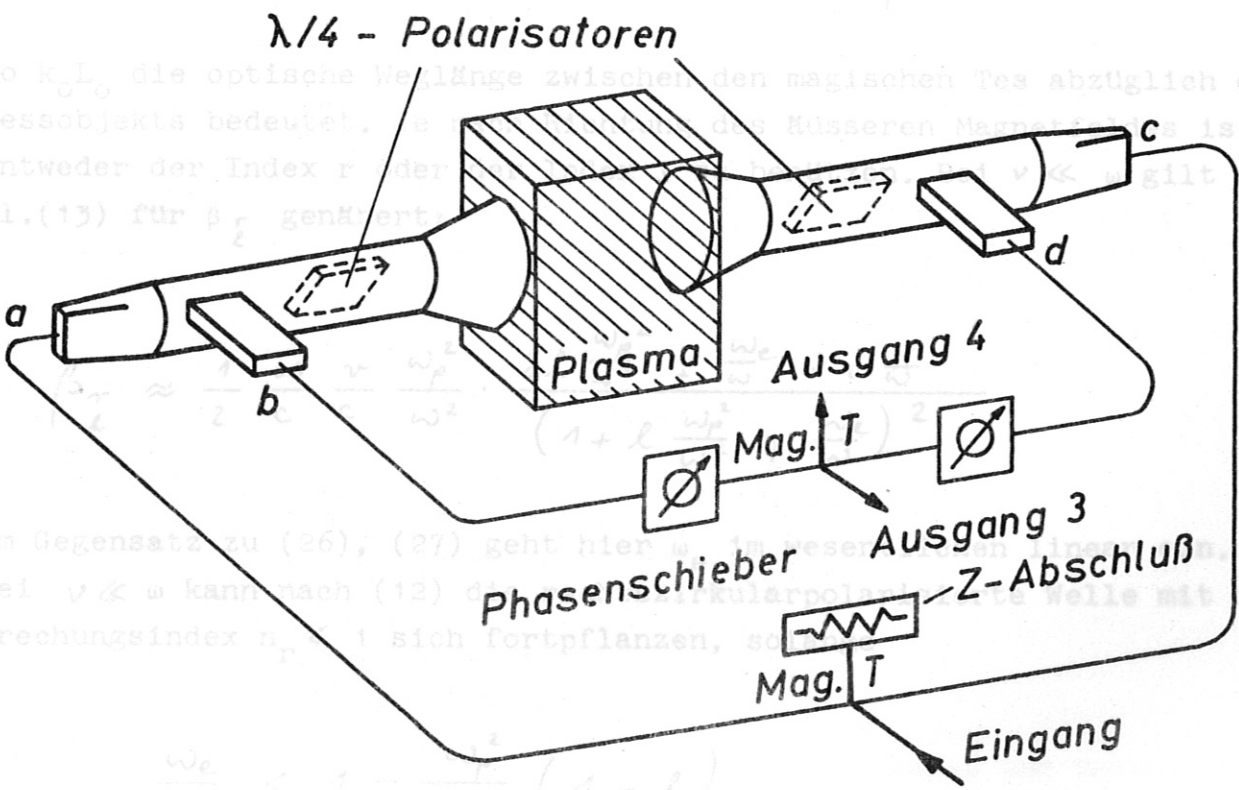
$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{c} L_0 = [k_R(\omega_2) - k_R(\omega_1)] L - [\beta_R(\omega_1) + \beta_R(\omega_2)] L + [(\delta k - \delta \beta)_R (\delta k - \delta \beta)_I] (\omega_2) L^2 - [(\delta k + \delta \beta)_R (\delta k + \delta \beta)_I] (\omega_1) L^2 \quad (36)$$

Empfang wird jeweils eine zirkularpolarisierte Welle in eine linearpolarisierte zurückverwandelt, deren Polarisationssebene um 90 Grad gegen die der ursprünglichen gedreht ist und daher nicht mehr zum Eingangs-magischen T zurückkehrt.

$$\frac{2\delta\omega}{\omega} \approx \frac{-2 \frac{v}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{\frac{L_0}{L} + 1} \left\{ \frac{l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}{\left[\left(1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{v^2}{\omega^2}\right]^2} + \frac{3}{2} \frac{v}{c} \frac{\omega_e^2}{\omega^2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \cdot L \right\} \quad (37)$$

Für die Feldstärke am Ausgang 3 gilt wieder (vergl. (15)); Der zusätzliche Term in (37) gegenüber (33) führt mit den Werten (22) und einem Magnetfeld von 350 Gauss ( $\omega_e/\omega = 0,1$  bei 10 GHz) zu einer Erhöhung von  $-2 \cdot \delta\omega$  um etwa 50 Hz über die oben ausgerechneten Werte hinaus. und für die Feldstärke am Ausgang 4:

3. Mikrowellenbrücke mit zirkularpolarisierenden Antennen



Bei dieser Anordnung wird das Plasma in jeder Richtung von einer zirkularpolarisierten Welle durchlaufen. Die Richtung der dielektrischen  $\lambda/4$ -Polarisatoren ist so gewählt, dass der Umlaufsinn des elektrischen Vektors an einem festgehaltenen Punkt im Plasma bei den beiden Wellen derselbe ist, also in Gl.(12) dasselbe Vorzeichen vor  $\omega_e$  zu setzen ist. Beim Empfang wird jeweils eine zirkularpolarisierte Welle in eine linearpolarisierte zurückverwandelt, deren Polarisationssebene um 90 Grad gegen die der ursprünglichen gedreht ist und daher nicht mehr zum Eingangsmagischen T zurückläuft. Ein zweites magisches T liefert aus Arm 3 bzw. 4 die Summe bzw. Differenz der empfangenen Wellen. (Die Phasenschieber dienen zum Abgleich des Ausgangssignals 4 auf den Wert Null ohne Plasma.)

Für die Feldstärke am Ausgang 3 gilt wieder (vergl. (15)):

$$\psi_3 \approx e^{-i(k_0 L_0 + k_{\pm R} L)} e^{+k_{\pm I} L} \quad (42)$$

und für die Feldstärke am Ausgang 4:

$$\begin{aligned} \psi_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i k_0 L_0} e^{-i k_{+I} L} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i k_0 L_0} e^{-i k_{-I} L} \right] \\ &\approx -i e^{-i(k_0 L_0 + k_{\pm R} L)} e^{+k_{\pm I} L} \cdot \beta_{\pm} L \end{aligned} \quad (38)$$

wo  $k_0 L_0$  die optische Weglänge zwischen den magischen Tes abzüglich des Messobjekts bedeutet. Je nach Richtung des äusseren Magnetfeldes ist entweder der Index r oder der Index l zu benutzen. Bei  $\nu \ll \omega$  gilt nach Gl.(13) für  $\beta_{\pm}$  genähert:

$$\beta_{\pm} \approx \frac{1}{2} \frac{\omega}{c} \frac{\nu}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \cdot \frac{2l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mp \frac{\omega_e}{\omega} - i \frac{\nu}{\omega}}{\left(1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mp \frac{\omega_e}{\omega}\right)^2} \quad (39)$$

Im Gegensatz zu (26), (27) geht hier  $\omega_e$  im wesentlichen linear ein. Bei  $\nu \ll \omega$  kann nach (12) die rechtszirkularpolarisierte Welle mit einem Brechungsindex  $n_r < 1$  sich fortpflanzen, solange

$$\frac{\omega_e}{\omega} < 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} (1 - l) \quad (40)$$

Für die Differenz  $\omega_e - \omega$  z.B. der Frequenzen, mit denen der Oszillator in den beiden Richtungen schwingt, gilt wieder Gl.(39) oder genähert:

$$\frac{\omega_e}{\omega} = 2l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (41)$$

Mit den Parameterwerten (22) und einem äusseren Magnetfeld, welches der Ungleichung (40) und der Gleichung (41) genügt, nämlich  $\omega_e/\omega = 1/3$  (1200 Gauss bei 10 GHz) liefert (39) mit  $l = 0$ :  $\beta_r = -2,35 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$  und mit  $l = 1/3$ :  $\beta_r = -1,3,14 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$ . Der Quotient der Leistungen der beiden Ausgangssignale ist nach Gl.(16) bei  $L = 10 \text{ cm}$  im ersten Fall 53 db und im zweiten 90 db.

Wenn

$$\frac{\omega_e}{\omega} > 1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (42)$$

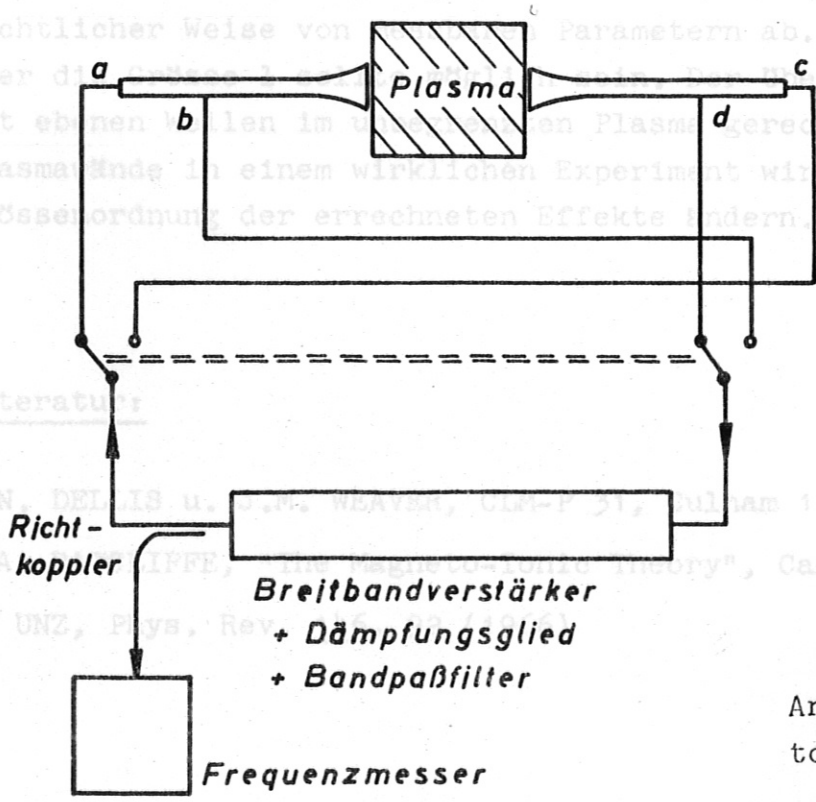
ist, pflanzt sich die rechtszirkularpolarisierte Welle mit einem Brechungsindex  $n_r > 1$  fort (Whistler). Wird das äussere Magnetfeld z.B. so gewählt, dass  $\omega_e/\omega = 1,3$  ist (4700 Gauss bei 10 GHz), so liefert (39) mit  $l = 0$ :  $\beta_r = -4,5 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$  (entsprechend: 27 db) und mit  $l = 1/3$ :  $\beta_r = -1,7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$  (entsprechend: 15 db).

4. Ringoszillator mit zirkularpolarisierenden Antennen

Die errechneten Werte liegen gut im Bereich des Messbaren und hängen in übersichtlicher Weise von den Parametern ab. Eine eindeutige Aussage über die Richtungsabhängigkeit der zirkularpolarisierenden Antennen im Plasma berechneten. Der Einfluss der Plasmaänderung in einem wirklichen Experiment wird jedoch sicher nicht die Grössenordnung der errechneten Effekte ändern.

Literatur:

- A.N. DEBELIS u. J.M. WEAVER, GIN-P 31, Januar 1964
- J.A. IFFER, "The Theory of Whistler Waves", Cambridge Univ. Press 1959
- H. UNZ, Phys. Rev.



Antennen und Polarisatoren wie bei 3.

Für die Differenz  $\omega_1 - \omega_2 = 2 \cdot \delta\omega$  der Frequenzen, mit denen der Oszillator in den beiden Schalterstellungen schwingt, gilt wieder Gl.(30) oder genähert:

$$\frac{2 \delta\omega_I}{\omega} \approx -2 \beta_{IR} \cdot \frac{c}{\omega} \cdot \frac{1}{\frac{L_0}{L} + 1} \quad (43)$$

wobei je nach Richtung des äusseren Magnetfeldes entweder  $\beta_{rR}$  oder  $\beta_{lR}$  zu nehmen ist. Nach Gl.(13) ist

$$2 \frac{c}{\omega} \beta_{IR} = \frac{v}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \cdot \frac{(2l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mp \frac{\omega_e}{\omega}) (1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mp \frac{\omega_e}{\omega})^2 + \frac{v^2}{\omega^2} (2 \mp \frac{\omega_e}{\omega})}{\left[ (1 + l \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \mp \frac{\omega_e}{\omega})^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \right]^2} \quad (44)$$

Mit den Parameterwerten (22) und  $\omega_e/\omega = 1/3$  erhält man aus (43) und (44) bei  $l = 0$ :  $2 \cdot \delta\omega_r = 2\pi \cdot 37,5$  kHz, bei  $l = 1/3$ :  $2 \cdot \delta\omega_r = -2\pi \cdot 6$  Hz und mit  $\omega_e/\omega = 1,3$  bei  $l = 0$ :  $2 \cdot \delta\omega_r = 2\pi \cdot 3,65$  MHz, bei  $l = 1/3$ :  $2 \cdot \delta\omega_r = 2\pi \cdot 2,72$  MHz.

Zusammenfassend ist festzustellen, dass Experimente mit zirkularpolarisierten Wellen, wie sie unter 3. und 4. skizziert sind, Erfolg versprechen. Bei den numerischen Beispielen wurden Parameterwerte eingesetzt, welche mit positiven Säulen von Glimmentladungen erreichbar sind. Die errechneten Werte liegen gut im Bereich des Messbaren und hängen in übersichtlicher Weise von messbaren Parametern ab. Eine eindeutige Aussage über die Grösse  $l$  sollte möglich sein. Der Übersichtlichkeit halber wurde mit ebenen Wellen im unbegrenzten Plasma gerechnet. Der Einfluss der Plasmawände in einem wirklichen Experiment wird jedoch sicher nicht die Grössenordnung der errechneten Effekte ändern.

#### Literatur:

- A.N. DELLIS u. J.M. WEAVER, CLM-P 31, Culham 1964  
 J.A. RATCLIFFE, "The Magneto-Ionic Theory", Cambridge Univ. Press 1959  
 H. UNZ, Phys. Rev. 146, 92 (1966)