

Über die Verschleppung der Ionisation  
im Plasma durch Teilchenströme  
in Richtung eines Temperaturgradienten

(Displacement of Ionization in a Plasma  
due to Particle Currents in the  
Direction of a Temperature Gradient)

K. Bergstedt

IPP 3/64

Dezember 1967

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

## GARCHING BEI MÜNCHEN

### Über die Verschiebung der Ionisation im Plasma durch Teilchenströme in Richtung eines Temperaturgradienten

### (Displacement of Ionization in a Plasma due to Particle Currents in the Direction of a Temperature Gradient)

K. Bergstedt

IPP 3/64

Dezember 1967

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

## Abstract

=====

In a homogenous, stationary plasma of electron temperature  $T_e$  and electron density  $n_e$ , the "static" ionization is merely a function of the ionization and recombination rates. In a real plasma with gradients of  $T_e$  and  $n_e$ , on the other hand, the ionization is displaced by particle currents of atoms and ions (ambipolar diffusion, plasma flow) in the direction of the gradients. The degree of ionization in such a plasma then depends as well on these gradients and particle currents.

A magnetically stabilized quasi-stationary He plasma with large temperature gradients is taken as an example to measure the ionization of HeII as a function of the radius. The radial profiles of  $T_e$  and  $n_e$  are also determined experimentally. These experimental values are used to calculate the partial pressures of the plasma components and the total pressure as a function of the radius. Evaluation of the momentum balance of the plasma components enables both a radial centre-of-mass velocity of the plasma and the ion current due to the ambipolar diffusion of the He ions to be determined. It is found that the latter is mainly responsible for displacing the HeII ionization. By graph integration of the local balance equation for doubly charged He ions, it is possible to obtain independently a second method of determining the ion current. The values obtained by the two methods for the ion current, which is responsible for displacing the ionization, are in agreement.

Discussion of the continuity equation for all He particles, moreover, allows the displacement of the HeI ionization by ambipolar diffusion and plasma flow to be estimated. It is found that the neutral particle density decreases much more slowly with rising temperature than is the case in static ionization, this being consistent with other observations.

To determine spectroscopically the variables of state in the region of the axis, the He gas of the discharge was seeded with less than 1 % C particles. The displacement of the CIV ionization was observed experimentally. Without knowledge of the separation of the various species discussion of the equations of motion for CV and CIV ions does not provide any quantitative information about the motion of the C ions, which is responsible for displacing the CIV ionization.

From this investigation there emerge two important facts for the spectroscopic diagnostics of plasmas with large temperature gradients and density gradients:

1. Determination of the electron temperature often yields incorrect results when the ionization equilibrium is calculated with the static ionization theory. This eliminates the possibility of determining the temperature reliably from the intensity ratio of two lines from successive stages of ionization of an element.
2. If, on the one hand, the densities of ions from neighbouring ionization stages and, on the other, ionization and recombination rates are known, the ion motion responsible for displacing the ionization equilibrium can be calculated. This enables relatively small ion velocities in the direction of large temperature gradients to be determined.

Plasmastromung und Zustandgrößen in Plasma

1. Plasmastromung und Massenkontinuität

2. Ionenbewegung und Druckprofil

Literaturverzeichnis

# Inhaltsverzeichnis

=====

Zusammenfassung

Einleitung

Seite 1

I. Entladung und Plasma

1. Versuchsanordnung

2. Plasmaeigenschaften

2

2

4

II. Messung der Plasmazustandsgrößen

1. Elektronendichte

2. Elektronentemperatur

3. Iontemperatur

7

7

9

13

III. Die Bewegung der Ionenkomponenten und ihr Einfluß auf den Ionisationsgrad infolge endlicher Relaxationszeiten: Verschleppung der Ionisation

17

1. Lokale Strömungsbilanz und Verschleppung der Ionisation

17

2. Bewegungsgleichungen des Heliumplasmas

19

3. Radiale Profile von Teilchendichten, Gesamtdruck und Partialdrucken

25

4. Radiales Profil der Teilchenströme der Ionenkomponenten

26

5. Ionisationsverhältnis von Helium und Ionenbewegung

29

6. Verschleppung der Ionisation von CIV-Ionen

38

7. Verschleppung der Ionisation und Bestimmung der Elektronentemperatur

42

Anhang

A Profile von Spektrallinien im Plasma

1. Druckverbreiterung von Spektrallinien

2. HeII-Linien

3. CIV-Linien

4. HeI-Linie

44

44

45

47

B Besetzungsdichten und Relaxationen für angeregte Zustände

1. Angeregte HeII-Zustände

2. Ionisation von CIV und Besetzungsdichten angeregter Zustände

47

48

C Plasmaströmung und Zustandsgrößen im Plasma

1. Plasmaströmung und Massenkontinuität

2. Ionenbewegung und Druckprofil

49

50

Literaturverzeichnis

52

## Zusammenfassung

=====

In einem homogenen, stationären Plasma bestimmter Elektronentemperatur  $T_e$  und -dichte  $n_e$  ist die "statische" Ionisation nur eine Funktion der Ionisations- und Rekombinationsrate. Dagegen findet in einem realen Plasma mit Gradienten von  $T_e$  und  $n_e$  eine Verschleppung der Ionisation infolge der Teilchenströme von Atomen und Ionen (ambipolare Diffusion, Plasmaströmung) in Richtung der Gradienten statt. In einem solchen Plasma hängt dann der Ionisationsgrad ausserdem von diesen Gradienten und Teilchenströmen ab.

Am Beispiel eines magnetfeldstabilisierten, quasistationären He-Plasmas mit großen Temperaturgradienten wird die Ionisation von HeII als Funktion des Radius' gemessen. Ausserdem werden die radialen Profile von  $T_e$  und  $n_e$  experimentell bestimmt. Mit diesen gemessenen Größen werden die Partialdrucke der Plasmakomponenten und der Gesamtdruck als Funktion des Radius' berechnet.

Die Auswertung der Impulsbilanz der Plasmakomponenten führt sowohl zur Bestimmung einer radialen Schwerpunktschwindigkeit des Plasmas als auch zur Bestimmung des Ionenstroms infolge der ambipolaren Diffusion der He-Ionen. Es stellt sich heraus, dass letztere die Verschleppung der HeII-Ionisation im wesentlichen bestimmt.

Durch graphische Integration der lokalen Bilanzgleichung für zweifach geladene He-Ionen gewinnt man unabhängig davon ein zweites Verfahren, den Teilchenstrom der Ionen zu bestimmen. Im Rahmen der abgeschätzten Genauigkeiten stimmen die nach beiden Berechnungen erhaltenen Werte für den Teilchenstrom der Ionen, der die Ursache für die Verschleppung der Ionisation ist, überein.

Die Diskussion der Kontinuitätsgleichung für alle He-Teilchen lässt ausserdem einen Schluß auf die Verschleppung der HeI-Ionisation durch ambipolare Diffusion und Plasmaströmung zu. Es ergibt sich, daß die Neutralteilchendichte mit wachsender Temperatur sehr viel langsamer abnimmt als es bei statischer Ionisation der Fall wäre, was mit anderen Beobachtungen konsistent ist.

Um die Zustandsgrößen in Achsenumgebung spektroskopisch zu bestimmen, waren dem He-Gas der Entladung weniger als 1 % C-Teilchen beigemischt. Die Verschiebung der CIV-Ionisation wurde experimentell beobachtet. Eine Diskussion der Bewegungsgleichungen für CV- und CIV-Ionen lässt ohne Kenntnis der Entmischung keine quantitativen Aussagen über die Bewegung der C-Ionen zu, die die Ursache für die Verschleppung der CIV-Ionisation bildet.

Für die spektroskopische Diagnostik von Plasmen mit großen Temperatur- und Dichtegradienten ergeben sich aufgrund dieser Arbeit zwei wichtige Gesichtspunkte:

1. Eine Bestimmung der Elektronentemperatur ergibt oft falsche Werte, wenn das Ionisationsgleichgewicht mit der statischen Ionisationstheorie berechnet wird. Damit entfällt die Möglichkeit, aus dem Intensitätsverhältnis zweier Linien aus aufeinanderfolgenden Ionisationsstufen eines Elementes die Temperatur zuverlässig zu bestimmen.

2. Wenn die Dichten von Ionen aus benachbarten Ionisationsstufen einerseits und Ionisations- und Rekombinationsraten andererseits bekannt sind, kann die zur Verschleppung des Ionisationsgleichgewichtes führende Bewegung der Ionen berechnet werden. Es gelingt auf diese Weise, relativ kleine Ionengeschwindigkeiten in Richtung großer Temperaturgradienten zu ermitteln.

Die Bewegungsgleichungen der Plasmakomponenten quantitativ die Ionenströme infolge ambipolärer Diffusion und Plasmaströmung. Mit den verfügbaren Temperaturgradienten und den gemessenen Rekombinationsraten für die Einstellung der statischen Ionisation erwartet man dann eine sehr beträchtliche Verschleppung der lokalen Ionisation gegenüber ihrem statischen Wert. - Umgekehrt werden aus der Abweichung der gemessenen lokalen Ionisation von der statischen die zu dieser Verschleppung führenden Ionenströme bestimmt. Die Konsistenz aller Ergebnisse wird überprüft.

Sehr kompliziert wird das Bewegungsverhalten der Ionen von geringfügigen Verunreinigungenzusätzen (Kohlenstoff). In diesem Falle wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine qualitative Interpretation der beobachteten Ionisationsverschleppung durchgeführt.

## Einleitung

In einem inhomogenen stationären Plasma mit großen Elektronentemperatur- oder Elektronendichtegradienten wird sich ein Gradient des Ionisationsgrades stationär einstellen. Stationär meint, daß alle lokalen zeitlichen Ableitungen verschwinden. Das Plasma habe z.B. einen Gradienten der Elektronentemperatur. Es werden dann Partialdruckgradienten der Ionenarten eines Elementes auftreten. Diese Partialdruckgradienten werden ambipolare Diffusionsströme der Ionen im Übergangsbereich zweier Ionenarten in Richtung des Elektronentemperaturgradienten treiben. Ebenso kann eine Plasmaströmung eine Komponente in dieser Richtung haben. Von Bewegungen der Ladungsträger infolge eines elektrischen Stromes in dieser Richtung werde abgesehen.

Es gelangen also Ionen einer bestimmten Ionisationsstufe eines Elementes z.B. aus Bereichen mit niedriger Elektronentemperatur in Bereiche mit höherer Elektronentemperatur. Sie erfahren Stöße mit den dort energiereicheren Elektronen und zwar elastische und inelastische Stöße. Die ersteren führen dazu, daß die kinetische Energie der Ionen erhöht wird; die letzteren verursachen, daß die Ionen angeregt oder ionisiert werden. Man darf voraussetzen, daß die Relaxationszeit für die Einstellung einer Maxwellverteilung der Ionen, also einer Iontemperatur, wesentlich kleiner ist als die Zeit, in der sich Ionen- und Elektronentemperatur durch die sehr ineffektiven elastischen Stöße von Teilchen stark verschiedener Masse einander angleichen. Die inelastischen Stöße der Ionen mit den Elektronen führen dazu, daß der Ionisationsgrad demjenigen angeglichen wird, der nach Maßgabe der örtlichen Elektronentemperatur an der betrachteten Stelle vorliegen sollte. Man berechnet ihn in dichten Plasmen meistens mit dieser lokalen Elektronentemperatur aus der Sahagleichung. Die so berechnete "statische Ionisation" stellt sich nur in einem homogenen Plasma mit der Temperatur  $T_e$  exakt ein. Im inhomogenen Plasma unterscheidet sich die lokale Ionisation von der statischen. Wie groß diese "Verschleppung der Ionisation" im konkreten Falle ist, hängt bei gegebener Ionenbewegung und gegebenem Elektronentemperaturgradienten von der Ionisations- und Rekombinationsrate bzw. von der Relaxationszeit ab, in der solche Unterschiede abgebaut werden. Die Formulierung und das Verständnis dieser Probleme ist für die spektroskopische Diagnostik aller Plasmen mit großen Temperaturgradienten ausserordentlich wichtig. Die vorliegende Diskussion befaßt sich mit dieser Verschleppung der Ionisation in einer quasistationären magnetfeldstabilisierten Entladung hoher Dichte und Temperatur. In einer derartigen Entladung baut sich ein radialer Druckgradient auf, so daß der Achsendruck um mindestens eine Größenordnung über dem Gasdruck in der Umgebung des eigentlichen Plasmas liegt. In axialer Richtung können nur Trägheitskräfte diesen hohen Druck auffangen. Es kommt daher zu einer axialen Abströmung des Plasmas. Aus Kontinuitätsgründen muß sich eine radiale Gaszuströmung ausbilden. Es führen also ambipolare Diffusion und Plasmaströmung zu einer radialen Bewegung der Ionenkomponenten des Plasmas.

Mit den spektroskopisch gemessenen Zustandsgrößen erhält man aus den Bewegungsgleichungen der Plasmakomponenten quantitativ die Ionenströme infolge von ambipolarer Diffusion und Plasmaströmung. Mit den vorliegenden Temperaturgradienten und den bekannten Relaxationszeiten für die Einstellung der statischen Ionisation erwartet man dann eine sehr deutliche Verschiebung der lokalen Ionisation gegenüber ihrem statischen Wert. - Umgekehrt werden aus der Abweichung der gemessenen lokalen Ionisation von der statischen die zu dieser Verschiebung führenden Ionenströme bestimmt. Die Konsistenz aller Ergebnisse wird überprüft.

Sehr kompliziert wird das Bewegungsverhalten der Ionen von geringfügigen Verunreinigungszusätzen (Kohlenstoff). In diesem Falle wird im Rahmen der vorliegenden Arbeit eine qualitative Interpretation der gemessenen Ionisationsverschleppung durchgeführt.

Zielung genügender zweckmäßiger ...  
heftliche Sorgfalt darauf verwendet, die ...  
zu machen. Kritisch sind vor allem die ...  
Entladung. Die für das Einfließen der ...  
"Wicklung", d.h. die Verkleinerung der ...  
lauf, also auch ein ...

<sup>1)</sup> Die Spule wurde von Dipl.-Ing. B. Oswald konstruiert.

## I. Entladung und Plasma

### 1. Versuchsanordnung

Die hier ausgewerteten Messungen wurden an einem magnetfeldstabilisierten Plasma in einer linearen Anordnung durchgeführt, wie sie zuerst von Wulff<sup>1</sup> angegeben wurde. Abb. 1 zeigt Entladungsgefäß, Stromversorgung und Magnetfeldkonfiguration. Der elektrische Strom wird zwischen den beiden ringförmigen Elektroden innerhalb der Magnetfeldspule durch das magnetische Feld und außerhalb durch der Feldgeometrie angepaßte Quarztrichter geführt. Um ein einfaches Auswechseln der Aluminiumelektroden oder einzelner Teile des Entladungsgefäßes zu ermöglichen, wurde das Gefäß mit Viton-Ringen zusammengeflanscht. Die ringförmigen Elektroden gestatten end-on Beobachtung durch eingesetzte Glas- oder Quarzfenster.

Der für etwa 700  $\mu$ s konstante Entladungsstrom (Abb.2) wird von einer Verzögerungskette (Kette von Tiefpaßfiltern) mit  $m = 15$  Gliedern geliefert. Für sehr große  $m$  ergibt sich bei Abschluß mit dem reellen Wellenwiderstand der "Leitung" ein rechteckiger Stromimpuls. In unserem Fall besteht der Abschlußwiderstand aus einem induktionsarmen Vorwiderstand, der mit dem Widerstand des Plasmas in der Entladung in Reihe liegt. Der Strom ist gegeben durch

$$i_F = \frac{U}{2Z} \quad (I,1)$$

mit

- U - Kondensatorspannung
- $Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$  - reeller Wellenwiderstand
- L - Induktivität der Kette
- C - Kapazität der Kette

Durch Vorwahl der Ladespannung der Kondensatorbatterie läßt sich die gewünschte Stromstärke einstellen.

Das Magnetfeld wird von einem für die Dauer von 2 ms konstanten Strom  $i_F$  erzeugt. (Abb.2). Eine Kondensatorbatterie mit großem Energieinhalt ( $\frac{1}{2} C_2 U_2^2$ ;  $C_2$  - Kapazität,  $U_2$  - Ladespannung) speichert die magnetische Feldenergie und bildet zusammen mit der Feldspule einen Schwingungskreis mit schwacher Dämpfung. Im ersten Strommaximum ( $\frac{di}{dt} = 0$ ;  $U_2 = 0$ ) wird eine weitere Verzögerungskette mit zeitlich konstantem Strom zugeschaltet, die jetzt die Feldspule nur noch als reellen Widerstand "sieht" und ein konstantes Feld aufrechterhält.<sup>2</sup> Die Stromstärke beträgt

$$i_F = \frac{U_2}{\sqrt{\frac{L_F}{C_2}}} = \frac{U_1}{2 \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}} \quad (I,2)$$

wobei die Indizes "1" Ladespannung, Induktivität und Kapazität der Verzögerungskette und "2" die Daten der die Feldenergie speichernden Batterie bezeichnen.  $L_F$  ist die Induktivität der Feldspule. Der Strom und die ihm proportionale gewünschte Magnetfeldstärke kann also wieder durch Vorwahl der in einem bestimmten Anpassungsverhältnis zueinander stehenden Ladespannungen eingestellt werden.

Die Magnetfeldspule\* hat eine Länge von 59,4 cm. Die stromführenden Windungen bestehen aus 2 mm starken halbringförmigen Kupferscheiben (Äusserer Durchmesser 16 cm, innerer Durchmesser 9 cm), die stufenlos gegeneinander gelötet wurden, sodaß beim Übergang von einer Scheibe zur nächsten kein Strom in z -Richtung fließen kann. Insgesamt ergibt sich so eine "Ziehharmonikastruktur", in die Isolierscheiben eingelegt sind. Die gesamte Sp.-Konstruktion wurde zur Isolation und zur Erzielung genügender mechanischer Festigkeit mit Gießharzen vergossen. Beim Bau der Spule wurde erhebliche Sorgfalt darauf verwandt, die Magnetfeldkonfiguration möglichst rotationssymmetrisch zu machen. Kritisch sind vor allem die Bereiche der Sechschlitze für die side-on Beobachtung der Entladung. Die für das Einfügen der Sechschlitze erforderliche Vergrößerung der Ganghöhe der "Wicklung", d.h. die Verkleinerung der Windungszahldichte ist gleichmässig auf einen vollen Umlauf, also einen Azimutwinkel von 360° verteilt.

\* Die Spule wurde von Dipl.Ing. B. Oswald konstruiert.

# Magnetfeld - Stromversorgung

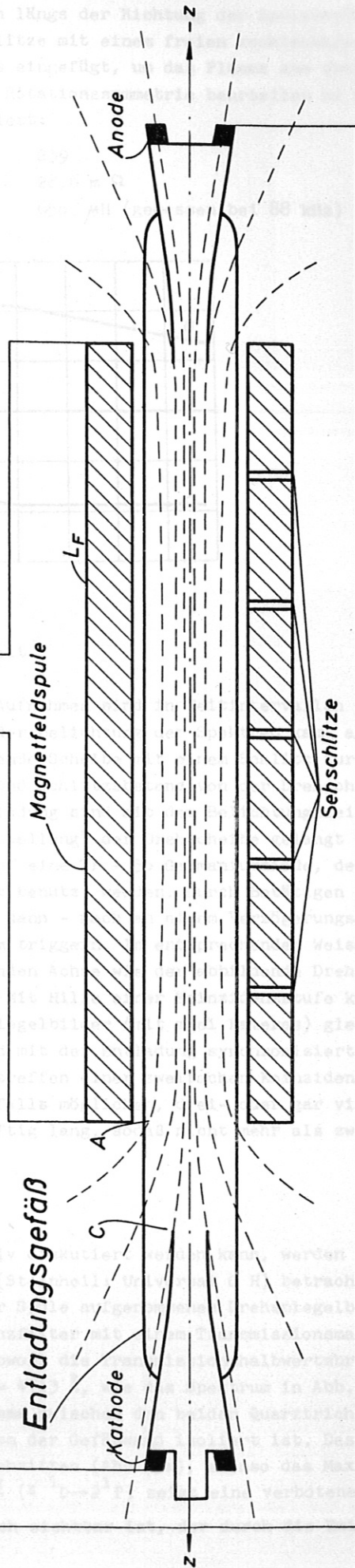
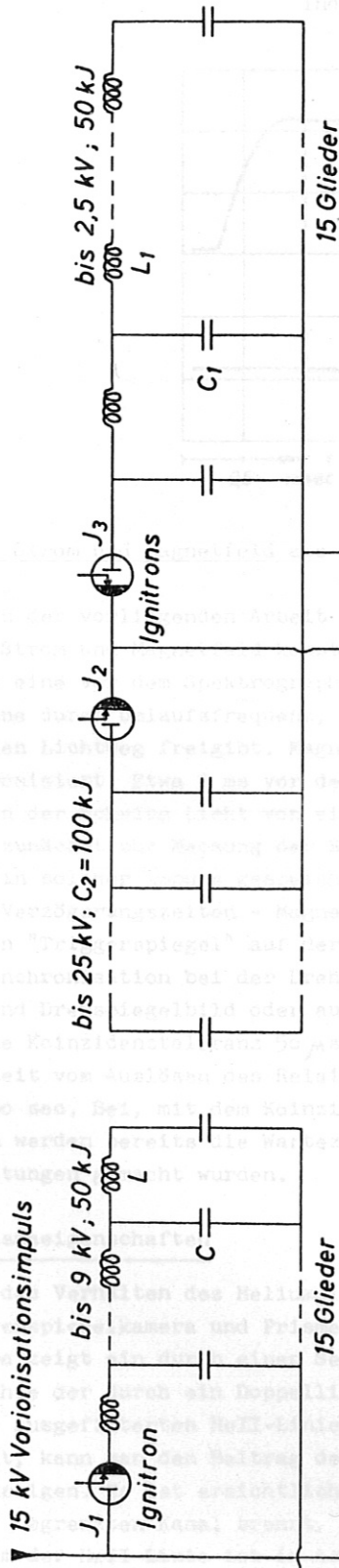


Abb.1 Versuchsanordnung: Entladungsgefäß mit Magnetfeldkonfiguration und Energieversorgung



In jeder der 5 äquidistanten Beobachtungsebenen längs der Richtung der Spulenchse sind zwei um  $90^\circ$  im Azimuth gegeneinander versetzte Sehschlitze mit einem freien rechteckigen Querschnitt von  $4 \times 40$  mm in die Gußmasse des Spulenkörpers eingefügt, um das Plasma aus zwei zueinander senkrechten Richtungen beobachten und so seine Rotationssymmetrie beurteilen zu können. Die Spule ist durch folgende Daten charakterisiert:

Windungszahl	239
Widerstand	28,6 m $\Omega$
Induktivität	650 $\mu$ H (gemessen bei 88 kHz)

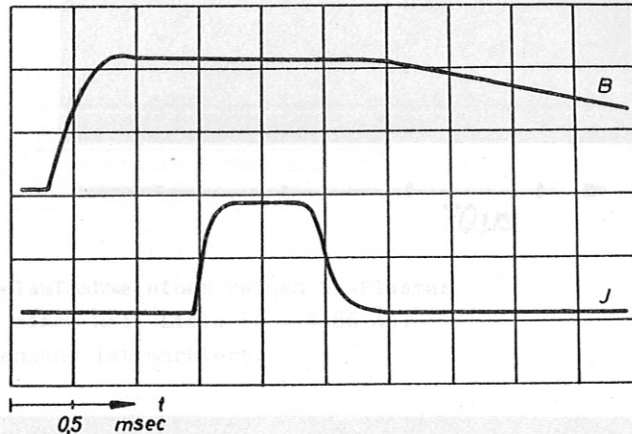


Abb.2 Strom und Magnetfeld als Funktion der Zeit

Alle in der vorliegenden Arbeit ausgewerteten Aufnahmen sind in Zeitintervallen aufgenommen, in denen Strom und Magnetfeld konstant sind. Bei der Belichtung der Spektren kam als Kurzzeitverschluss eine vor dem Spektrographenspalt rotierende Scheibe mit einem Schlitz zur Anwendung, der für eine durch Umlauffrequenz, Schlitzbreite und Schlitzabstand von der Drehachse definierte Zeit den Lichtweg freigibt. Magnetfeld und Entladung sind mit dem Belichtungszeitpunkt elektronisch synchronisiert. Etwa 2 ms vor der "Belichtungsstellung" der Drehscheibe gelangt durch ein zweites Loch in der Scheibe Licht von einem Lämpchen auf eine TP - 50 Germaniumdiode, deren Spannungsimpulse zunächst zur Messung der Scheibenfrequenz benutzt werden. Durch Betätigen eines Relais' kann ein solcher Impuls gespeichert werden und dann - nach an einem Verzögerungsgerät einstellbaren Verzögerungszeiten - Magnetfeld und Strom triggern. In entsprechender Weise - mit einem kleinen "Triggerspiegel" auf derselben rotierenden Achse wie der abbildende Drehspiegel - gelingt die Synchronisation bei der Drehspiegelkamera. Mit Hilfe einer Koinzidenzstufe können auch Spektrum und Drehspiegelbild oder auch zwei Drehspiegelbilder (mit zwei Kameras) gleichzeitig (gemessene Koinzidenztoleranz 50  $\mu$ s) belichtet und mit der Entladung synchronisiert werden. Die Wartezeit vom Auslösen des Relais' bis zum Eintreffen einer zweifachen Koinzidenz ist maximal etwa 30 sec. Bei, mit dem Koinzidenzgerät ebenfalls möglichen, drei- oder gar vierfachen Koinzidenzen werden bereits die Wartezeiten unvernünftig lang, sodaß nicht mehr als zwei gleichzeitige Belichtungen gemacht wurden.

## 2. Plasmaeigenschaften

Damit das Verhalten des Heliumplasmas qualitativ diskutiert werden kann, werden side-on Aufnahmen mit Drehspiegelkamera und Prismenspektrograph (Steinheil: Universal G H) betrachtet (Abb.3). Abb. 3a zeigt ein durch einen Sehschlitze in der Spule aufgenommenes Drehspiegelbild der Entladung im Lichte der durch ein Doppellinien-Interferenzfilter mit einem Transmissionsmaximum bei  $\lambda = 4690 \text{ \AA}$  ausgefilterten HeII-Linie  $\lambda = 4686 \text{ \AA}$ . Obwohl die Transmissionshalbwertsbreite etwa 80  $\text{\AA}$  beträgt, kann man den Beitrag der HeI-Linie  $\lambda = 4713 \text{ \AA}$ , wie das Spektrum in Abb. 3b zeigt, vernachlässigen. Es ist ersichtlich, dass das Plasma zwischen den beiden Quarztrichtern in einem scharf begrenzten Kanal brennt, der deutlich von der Gefäßwand isoliert ist. Das Intensitätsmaximum der HeII-Linie ist in Achsennähe überschritten (Abb. 3a), ebenso das Maximum der Kontinuumsstrahlung (Abb.3b). Die HeI-Linie  $\lambda = 4921 \text{ \AA}$  ( $4 \text{ } ^1\text{D} \rightarrow 2 \text{ } ^1\text{P}$ ) zeigt eine verbotene Komponente ( $4 \text{ } ^1\text{F} \rightarrow 2 \text{ } ^1\text{P}$ ), die auch außerhalb des Kanals noch sichtbar ist, der durch die Emission des

Kontinuums bestimmt ist, d.h. man hat auch außerhalb dieses Bereiches noch Ladungsträgerdichten, die wenig unter  $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  liegen.

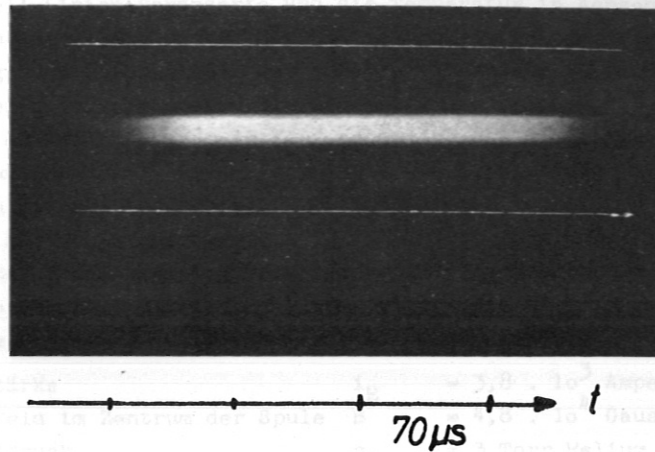


Abb. 3a Drehspegelaufnahme eines reinen He-Plasmas im Lichte einer HeII-Linie ( $\lambda = 4686 \text{ \AA}$ ). Gefäßbegrenzung ist markiert.

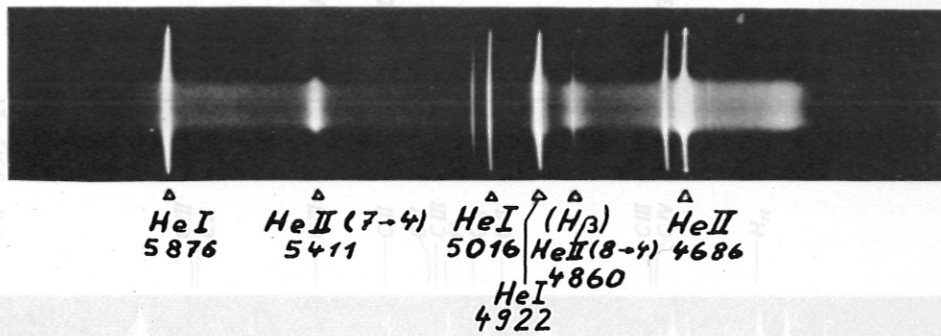


Abb. 3b Side-on Spektrum eines reinen He-Plasmas

Über die Lage der Anregungsmaxima des Kontinuums oder der HeII-Linien in der Temperaturskala lassen sich, auch für den Fall statischer Besetzungsverhältnisse ohne eingehendere Diskussion nur Abschätzungen machen. Danach sollte das Anregungsmaximum der HeII-Linie für konstante Elektrodendichte im Falle einer Beschreibung der Ionisation durch die Sahagleichung bei  $48000 \text{ }^\circ\text{K}$  und durch die Koronagleichung bei  $75000 \text{ }^\circ\text{K}$  liegen. Ähnliche Werte erhält man für das Kontinuum: in achsennahen Bereichen konstanter Elektrodendichte liegt das Strahlungsmaximum des frei-frei-Kontinuums von doppelt geladenem Helium mit temperaturunabhängigem Gaunfaktor bei

$$T_{\text{max}}^{f-f} = \frac{2,88 \cdot 10^8}{\lambda (\text{\AA})} \quad (I,3)$$

Für die Betrachtung des Gesamtkontinuums darf man jedoch den Beitrag des einfach geladenen Heliums nicht vernachlässigen. Man erhält bei  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  im Falle einer Ionisation gemäß der Sahagleichung  $T_{\text{max}} = 53000 \text{ }^\circ\text{K}$ , gemäß der Koronagleichung  $T_{\text{max}} = 80000 \text{ }^\circ\text{K}$ .

Aus der Verbreiterung der starkeffekttempfindlichen HeII-Linien der Pickeringserie (unterer Zustand mit der Hauptquantenzahl  $p = 4$ ) kann man schließen, daß die Ladungsträgerdichte zumindest bis zum Anregungsmaximum dieser Linien nicht wesentlich abnimmt (Abb.3b). Der Druck steigt also von aussen nach innen an (s.auch<sup>3</sup>). Dem spektralreinen Heliumgas mit einem Einfülldruck von 3 Torr wurden Verunreinigungen zugesetzt, um auch in achsennahen Bereichen aus den Spektren hochionisierter Atome Aussagen über die Zustandsgrößen des Plasmas zu erhalten. Zunächst wurde die Beeinflussung des Plasmas durch Verunreinigungen qualitativ studiert. Bei von Entladung zu Ent-

ladung gesteigertem Zusatz von Sauerstoff zeigte es sich, daß bereits 1 % Sauerstoffatome (entsprechend  $1,5 \cdot 10^{-3}$  Torr  $O_2$ ) bezogen auf die Zahl der He-Atome im Füllgas die radiale Intensitätsverteilung der HeII-Linien veränderte und die Temperatur in Achsennähe reduzierte. Geringere Zusätze von  $O_2$  ließen keine Veränderung des He-Spektrums erkennen. Wahrscheinlich entsprachen diese Dosen bereits größenordnungsmäßig dem ohnehin vorhandenen Verunreinigungspegel. Nach dem Ergebnis dieses Vorversuches wurde dem Heliumgas Propan ( $C_3H_8$ ) zugemischt. Dabei wurde eine Reduzierung der Achsentemperatur in Kauf genommen. Die Beimengung wurde so festgelegt, daß CIV-Linien im Spektrum möglichst gut aus dem Kontinuum heraustreten. Abb.4 zeigt die im sichtbaren Spektralbereich erscheinenden Kohlenstoffionenlinien. Strom und Magnetfeld wurden so dimensioniert, daß das Plasma im Drehspiegelbild im Lichte einer HeII-Linie einen deutlich begrenzten Kanal bildete. Es gelang nicht, das "Wackeln" der Kanalränder völlig zu vermeiden. (Abb.5). An diesem rotationssymmetrischen Plasma wurden die hier zu beschreibenden Messungen durchgeführt. Für die Entladung wurden folgende Parameter gewählt:

Stromstärke	$i_E$	= $3,8 \cdot 10^3$ Ampere	
Magnetfeld im Zentrum der Spule	B	= $4,8 \cdot 10^4$ Gauss	
Einfülldruck	$p_{He}$	= 3 Torr Helium	
Zusatz	$p_{C_3H_8}$	= $8 \cdot 10^{-3}$ Torr Propan	
d.h. Mischungsverhältnis	$\alpha_C = \frac{n_C}{n_{He}}$	= 8 %	(I,4)

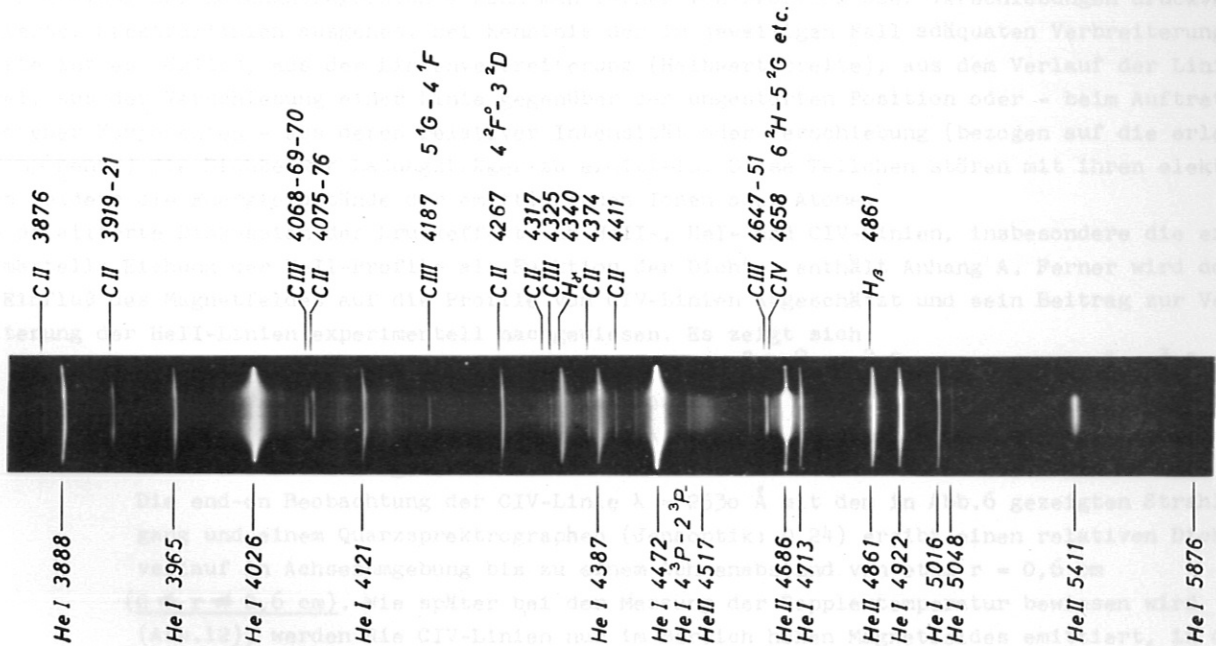


Abb. 4 Side-on Spektrum eines He-Plasmas mit einem Zusatz von 3 % Propan (8 % C).

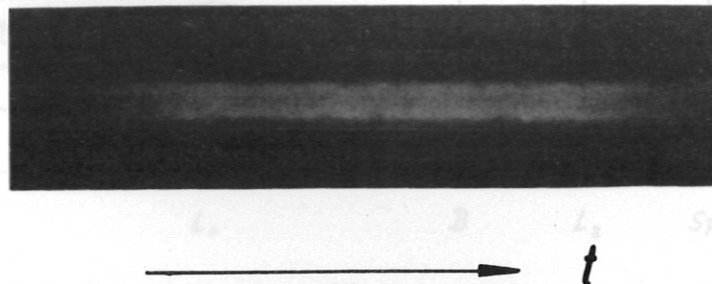


Abb. 5 Drehspiegelaufnahme eines He-Plasmas mit einem Zusatz von 3 % Propan (8 % C) im Lichte einer HeII-Linie ( $\lambda = 4686 \text{ \AA}$ ).

II. Messung der Plasmazustandsgrößen

1. Elektronendichte

Man kann aus der Messung der Intensität (A) und des Profils (B) einer Spektrallinie Informationen über die Elektronendichte n\_e gewinnen. Das gesamte Dichteprofil wird in mehreren Schritten gewonnen.

A Linienintensität.

Eine Möglichkeit, den relativen Verlauf der Elektronendichte zu bestimmen, ergibt sich, wenn man beachtet, daß die Intensität einer thermisch angeregten HeII-Linie eine eindeutige Funktion von Elektronentemperatur T\_e und -dichte n\_e bei experimentell bekanntem Ionisationsgleichgewicht n\_2/n\_1 von Helium ist (n\_2 - Besetzungsdichte im Grundzustand des Ions mit der Ionenladung Z). Mit gemessenem Temperaturprofil und Ionisationsgrad kann man aus dem Verlauf der Intensität von HeII-Linien das relative radiale Elektronendichteprofil ermitteln.

Aus dem Intensitätsverlauf der HeII-Linien lambda = 4686 Angstrom and 5412 Angstrom ergibt sich so der relative Verlauf von n\_e in einem Radiusbereich 0,4 < r < 0,9 cm.

Analog kann man aus dem relativen Intensitätsverlauf des Kontinuums an einer Stelle lambda auf den Dichteverlauf in diesem Bereich schließen.

B Linienverbreiterung.

Zur Ermittlung der Ladungsträgerdichte kann man ferner von Profilen oder Verschiebungen druckverbreiterter Spektrallinien ausgehen. Bei Kenntnis der im jeweiligen Fall adäquaten Verbreiterungstheorie ist es möglich, aus der Linienverbreiterung (Halbwertsbreite), aus dem Verlauf der Linienflügel, aus der Verschiebung einer Linie gegenüber der ungestörten Position oder - beim Auftreten verbotener Komponenten - aus deren relativer Intensität oder Verschiebung (bezogen auf die erlaubte Komponente) die Dichte der Ladungsträger zu ermitteln. Diese Teilchen stören mit ihren elektrischen Feldern die Energiezustände der emittierenden Ionen oder Atome.

Eine detaillierte Diskussion der Druckeffekte an HeII-, HeI- und CIV-Linien, insbesondere die experimentelle Eichung der HeII-Profile als Funktion der Dichte, enthält Anhang A. Ferner wird dort der Einfluß des Magnetfeldes auf die Profile von CIV-Linien abgeschätzt und sein Beitrag zur Verbreiterung der HeII-Linien experimentell nachgewiesen. Es zeigt sich:

- a) Die Halbwertsbreiten der CIV-Linien lambda = 2530 Angstrom (5^2G -> 4^2F^0) und lambda = 2524 Angstrom (5^3F^0 -> 4^2D) sind in guter Näherung der Elektronendichte direkt proportional (A,3). Im Spektrum ist die rotverschobene Linie lambda = 2524 Angstrom durch eine Si-Linie überlagert, sodaß sie nicht ausgewertet werden kann.

Die end-on Beobachtung der CIV-Linie lambda = 2530 Angstrom mit dem in Abb.6 gezeigten Strahlengang und einem Quarzspektrographen (Jenaoptik: Q 24) ergibt einen relativen Dichteverlauf in Achsenumgebung bis zu einem Achsenabstand von etwa r = 0,6 cm

(0 <= r <= 0,6 cm). Wie später bei der Messung der Dopplertemperatur bewiesen wird (Abb.12), werden die CIV-Linien nur im Bereich hohen Magnetfeldes emittiert, in dem die Dichte in Achsenrichtung im Rahmen der Meßgenauigkeit konstant bleibt.

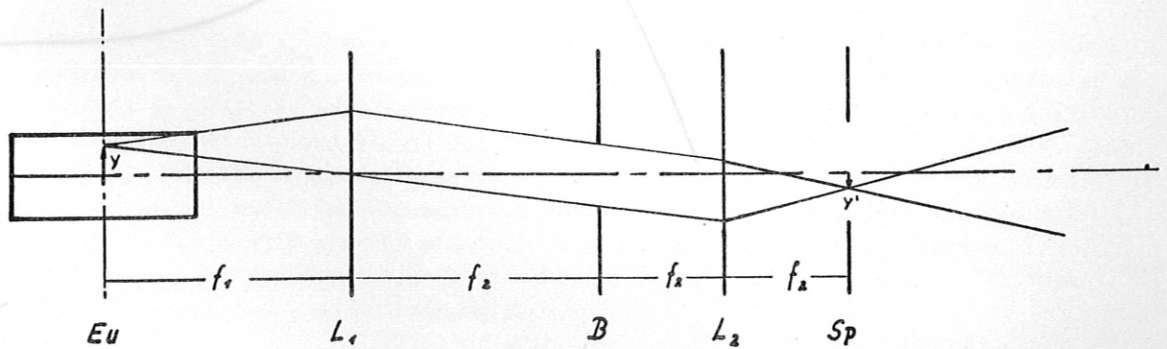


Abb.6 Schematische Versuchsanordnung für end-on Aufnahmen mit radialer Auflösung: E -Entladungsgefäß, L1 bzw. L2 Achsomate mit Brennweiten f1 bzw. f2, B - Irisblende, Sp - Spektrographenspalt. Vergrößerung y/y' = f1/f2

Abb.7 Radiales Profil der Elektronendichte.

b) Wegen der Beeinflussung der Linienprofile durch das Magnetfeld eignen sich nur die HeII-Linien  $\lambda = 2733 \text{ \AA}$  (Fowlerserie:  $p = 6 \rightarrow p = 3$ ) und  $\lambda = 5412 \text{ \AA}$  (Pickeringserie:  $p = 7 \rightarrow p = 4$ ) und höhere Glieder beider Serien zur Bestimmung der Elektronendichte (A,2). Im Spektrum sind die höheren Glieder der Fowlerserie durch Verunreinigungslinien gestört, während diejenigen der Pickeringserie mit H-Linien aus der Balmerserie zusammenfallen bzw. sich nicht genügend vom Kontinuum abheben.

Das relative Dichteprofil wird durch side-on Beobachtung der Verbreiterung der HeII-Linie  $\lambda = 5412 \text{ \AA}$  geeicht. Obwohl die radiale Intensitätsverteilung rotations-symmetrisch war, wurde von einer Umrechnung der auf der Photoplatte erhaltenen Intensitäten auf eine räumliche Intensitätsverteilung (Abelinversion) in der Entladung abgesehen. Man hätte dazu an vielen Stellen des Linienprofils jeweils parallel zum Plasmaradius die Intensitäten photometrisch zu ermitteln und durch Abelinversion die räumlichen Verteilungen zu finden. Dann würde sich durch Zusammensetzen dieser Werte für jeden Achsenabstand ein komplettes Linienprofil ergeben. Da jedoch auch leichte Abweichungen von der Rotationssymmetrie der Entladung sehr empfindlich in diese Auswertung eingehen, muß von einem derartigen Verfahren Abstand genommen werden. Es erweist sich jedoch, dass alle Ionenlinien (HeII- und Verunreinigungslinien) mit merklicher Intensität nur aus Bereichen emittiert werden, die kleiner als der Plasmaradius sind. So treten die HeII-Linien mit nennenswerter Intensität bei etwa  $r = 0,85 \text{ cm}$  auf, während ihr Anregungsmaximum bereits bei  $r = 0,65 \text{ cm}$  liegt. Nach Ausweis des bisher erhaltenen relativen Dichteverlaufes ändert sich  $n_e$  in diesem Bereich um 15 - 20 %. Die direkte Ausmessung der Halbwertsbreite im side-on Spektrum, z.B. in einem Abstand  $r = 0,75 \text{ cm}$  von der Entladungssachse, sollte ein recht gutes Maß für die Elektronendichte an dieser Stelle sein. Mit einem relativen Meßfehler von  $\pm 5 \%$  in der Halbwertsbreite und der - relativ geringen - Unsicherheit in der Beschreibung der Abhängigkeit der Halbwertsbreite von der Dichte dürfte der relative Fehler in der Bestimmung der Elektronendichte mit 20 % richtig abgeschätzt sein.

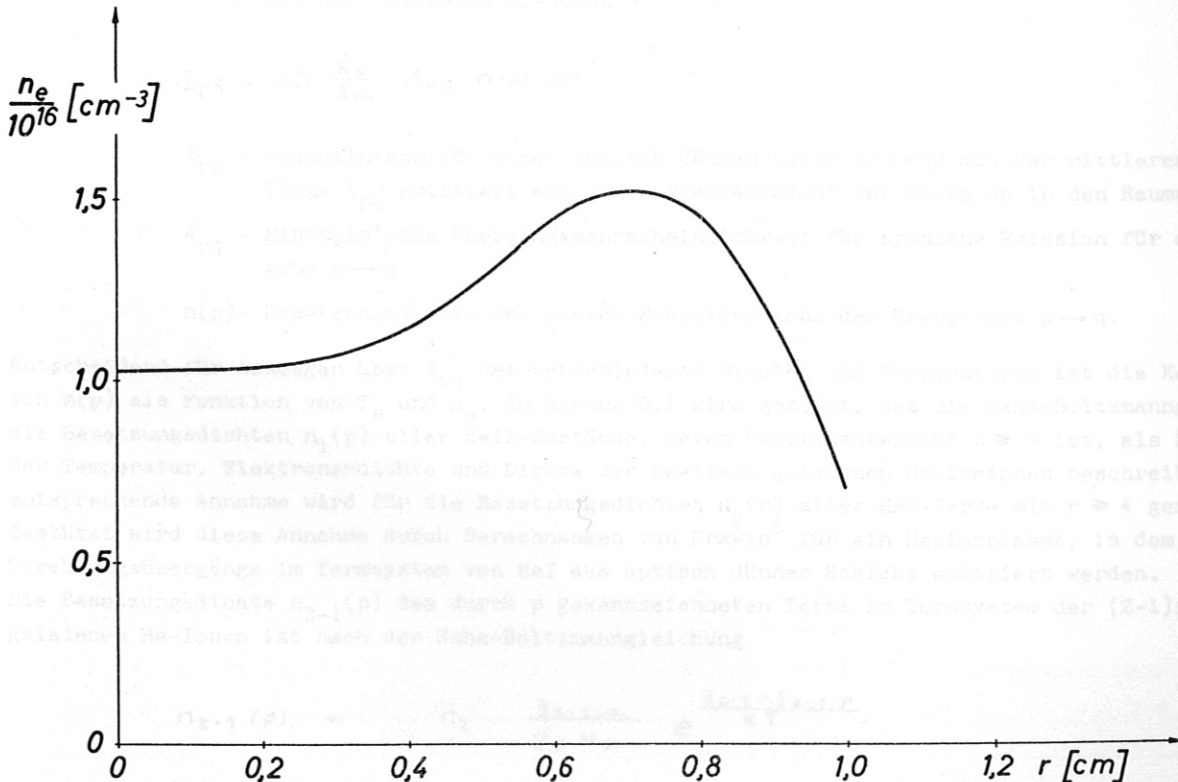


Abb. 7 Radiales Profil der Elektronendichte.

- c) Der Abstand der erlaubten ( $4\ ^1D \rightarrow 2\ ^1P^0$ ) und verbotenen ( $4\ ^1F^0 \rightarrow 2\ ^1P^0$ ) Komponente der HeI-Linie  $\lambda = 4922\ \text{\AA}$  und die Verbreiterung dieser Linie sind als Funktion der Elektronendichte aus Theorie und Experiment bekannt. Aus dem Abstand von erlaubter und verbotener Komponente dieser Linie wird nach der einfachen Störungsbetrachtung von Sadjian et.al.<sup>4</sup> das Dichteprofil für größere Achsenabstände ergänzt. Ausserdem wird die Halbwertsbreite  $h$  der Linie benutzt. In unserem Fall mit  $h = 7,7\ \text{\AA}$  führt die Extrapolation des Proportionalitätsgesetzes  $h \sim n_e^{2/3}$  (A,4) zu  $n_e = 8 \cdot 10^{15}\ \text{cm}^{-3}$ . Das gesamte Elektronendichteprofil zeigt Abb. 7.
- d) Es zeigt sich, daß das letzte vor der Seriegrenze getrennt erscheinende Glied der Fowlerserie von HeII die Linie mit der oberen Hauptquantenzahl  $p_m = 11$  ist. Linien, von noch höheren Energiezuständen ausgehend, sind durch die Mikrofelder im Plasma so verbreitert, daß sie miteinander verschmelzen. Es kommt dann sozusagen zu einem Vorrücken des Seriegrenzkontinuums. Die Anwendung der Inglis-Teller-Beziehung<sup>5</sup> (Linienverbreiterung durch Holtsmark'sche Mikrofeldverteilung) ergibt eine Elektronendichte zwischen  $n_e = 1,3$  und  $1,8 \cdot 10^{16}\ \text{cm}^{-3}$ . Dabei sind gemäß Tab. 9 (Anhang A,2) Elektronen und Ionen ( $Z = 2$ ) als quasistatisch verbreiternde Störteilchen betrachtet.

## 2. Elektronentemperatur

Die Bestimmung des radialen Profils der Elektronentemperatur  $T_e$  wird in drei Schritten durchgeführt (A - C).

A Ein Volumenelement mit dem Querschnitt  $df$  und der Dicke  $dh$  emittiert in den Raumwinkel  $\Delta\Omega$  senkrecht zu  $df$  im Frequenzbereich einer Linie (Übergang:  $p \rightarrow q$ ) die Strahlungsleistung

$$\xi_{pq} \Delta\Omega df dh = \Delta\Omega h\nu A_{pq} n(p) df dh = I_{pq} df \quad (\text{II,1})$$

Es bedeuten:

$\xi_{pq}$  - Emissionskoeffizient integriert über den Frequenzbereich der Linie ( $p \rightarrow q$ ) mit der mittleren Frequenz  $\nu$

$$I_{pq} = \Delta\Omega \frac{hc}{\lambda_{pq}} A_{pq} n(p) dh \quad (\text{II,2})$$

$I_{pq}$  - Gesamtintensität einer optisch dünnen Linie ( $p \rightarrow q$ ) mit der mittleren Wellenlänge  $\lambda_{pq}$  emittiert aus einer Plasmaschicht der Dicke  $dh$  in den Raumwinkel  $\Delta\Omega$

$A_{pq}$  - Einstein'sche Übergangswahrscheinlichkeit für spontane Emission für den Übergang  $p \rightarrow q$

$n(p)$  - Besetzungsdichte des oberen Energieniveaus des Überganges  $p \rightarrow q$ .

Entscheidend für Aussagen über  $I_{pq}$  bei verschiedenen Dichten und Temperaturen ist die Kenntnis von  $n(p)$  als Funktion von  $T_e$  und  $n_e$ . In Anhang B,1 wird gezeigt, daß die Saha-Boltzmann-Gleichung die Besetzungsdichten  $n_1(p)$  aller HeII-Zustände, deren Hauptquantenzahl  $p \geq 4$  ist, als Funktion der Temperatur, Elektronendichte und Dichte der zweifach geladenen Heliumionen beschreibt. Eine entsprechende Annahme wird für die Besetzungsdichten  $n_0(r)$  aller HeI-Terme mit  $r \geq 4$  gemacht. Gestützt wird diese Annahme durch Berechnungen von Drawin<sup>6</sup> für ein Heliumplasma, in dem alle Strahlungsübergänge im Termsystem von HeI aus optisch dünner Schicht emittiert werden. Die Besetzungsdichte  $n_{Z-1}(p)$  des durch  $p$  gekennzeichneten Terms im Termsystem der  $(Z-1)$ -fach geladenen He-Ionen ist nach der Saha-Boltzmann-Gleichung

$$n_{Z-1}(p) = \frac{n_Z}{n_e} \cdot \frac{g_{Z-1,p}}{g_e u_Z} \cdot e^{\frac{\chi_{Z-1} - \epsilon_{Z-1,p}}{kT}} \quad (\text{II,3})$$

Es bedeuten

$Z$  bzw.  $Z-1$  - Ionenladung

$\chi_{Z-1}$  - Ionisationsenergie der Ionisationsstufe  $Z-1$

$\epsilon_{Z-1,p}$  - Anregungsenergie des Zustandes  $p$  in der Ionisationsstufe  $Z-1$

- $u_Z$  - Zustandssumme der Z-fach geladenen Ionen
- $g_p$  - statistisches Gewicht des Zustandes p in der Ionisationsstufe Z-1
- $g_e$  - statistisches Gewicht der freien Elektronen

$$g_e = \frac{2(2\pi m_e kT)^{3/2}}{h^3} \frac{1}{n_e}$$

Durch Einsetzen von (II,3) für einen Strahlungsübergang  $p \rightarrow q$  von HeII ( $Z = 2$  in (II,3)) und für  $r \rightarrow s$  von HeI ( $Z = 1$  in (II,3)) in (II,2) und Division beider Resultate erhält man das Intensitätsverhältnis  $V_{LL} = \frac{I_{pq}}{I_{rs}}$  von HeII- und HeI-Linie.

$$V_{LL} = \frac{\lambda_{rs}}{\lambda_{pq}} \frac{g_{1,p}}{g_{0,r}} \frac{A_{pq}}{A_{rs}} \frac{u_1}{u_2} \exp \left[ \frac{(\chi_1 - \chi_0) - (\epsilon_{1,p} - \epsilon_{0,r})}{kT} \right] \frac{n_2}{n_1} \quad (II,4)$$

Man darf die Zustandssumme  $u_1$  von HeII gleich dem statistischen Gewicht  $g_{1,1} = 2$  des Grundzustandes setzen, da die Zahl aller angeregten HeII-Partikel für alle in Frage kommenden Temperaturen sehr klein ist gegenüber der Zahl der im Grundzustand befindlichen HeII-Ionen (Anhang B,1). In abgekürzter Schreibweise ist

$$V_{LL} = a(T) \cdot \frac{n_2}{n_1} \quad (II,5)$$

Betrachtet wird das Intensitätsverhältnis der HeII-Linie  $\lambda_{pq} = 4686 \text{ \AA}$  ( $p = 4, q = 3$ ) und der HeI-Linie  $\lambda_{rs} = 4472 \text{ \AA}$  ( $r \cong 4 \text{ } ^3D, s \cong 2 \text{ } ^3P$ ). Dann ist für  $kT > 3,5 \text{ eV}$   $a(T)$  nur eine schwache Temperaturfunktion ( $a(T) = 23,7 \exp(\frac{2,52 \text{ eV}}{kT})$ ) (vgl. Abb.8), und man kann bei ungefährem Kenntnis der Temperatur aus dem gemessenen Intensitätsverhältnis  $V_{LL}$  das Ionisationsverhältnis  $\frac{n_2}{n_1}$  bestimmen.

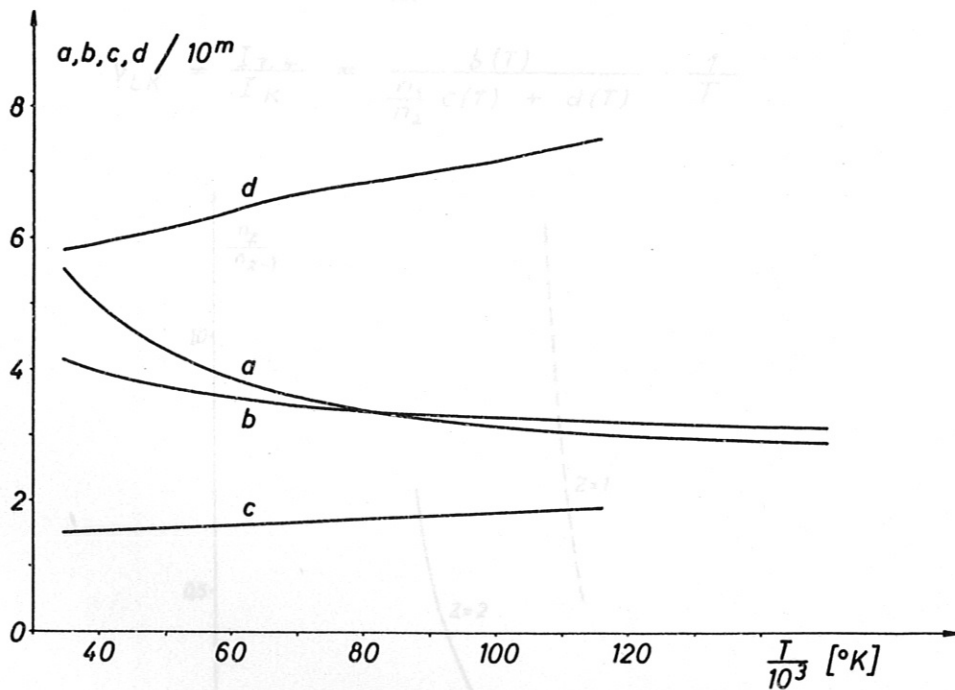


Abb. 8 Größen a, b, c, d aus Gl.(II,5) und Gl.(II,9) als Funktionen der Temperatur. Exponent m:  $a(T) m = 1, b(T) m = -20, c(T), d(T) m = -26$  (cgs-Einheiten).

Im ersten Schritt eines Iterationsverfahrens wird man  $a(T) = \text{const.}$  setzen. Man kann dann die Kenntnis von  $\frac{n_2}{n_1}$  dazu verwenden, aus einer zusätzlichen Intensitätsmessung, deren Ansatz  $T_e$  sowie  $\frac{n_2}{n_1}$  bzw.  $n_2$  und  $n_1$  als unabhängige Variable enthält, die Elektronentemperatur zu gewinnen; denn  $n_2$  und  $n_1$  lassen sich mit Hilfe der Quasineutralitätsbeziehung

$$n_e = n_1 + 2 n_2 \quad (II,6)$$

durch  $\frac{n_2}{n_1}$  und  $n_e$  ausdrücken. Gemessen wird zu diesem Zwecke das Intensitätsverhältnis  $V_{LK}$  der

HeII-Linie  $\lambda = 5412 \text{ \AA}$  ( $p = 7, q = 4$ ) und des Kontinuums bei derselben Wellenlänge mit einer Wellenlängenbandbreite  $\Delta\lambda$  von  $25 \text{ \AA}$ . Experimentell wurde das Kontinuum in genügend großem Abstand beiderseits der Linie gemessen und dann durch lineare Interpolation der Intensitätswert bei  $\lambda = 5410 \text{ \AA}$  gewonnen.

Durch Einsetzen von (II,3) für  $n_1(7)$  in (II,2) erhält man

$$I_{7,4} \sim n_e n_2 \frac{e^{\frac{11eV}{kT}}}{T^{3/2}}$$

sodaß die durch

$$I_{7,4} = b(T) \frac{n_e n_2}{T^{3/2}} \tag{II,7}$$

definierte Größe  $b(T)$  für  $kT > 3,0 \text{ eV}$  nur eine sehr schwache Temperaturfunktion ist. (Abb.8) Zur Beschreibung der Intensität des Kontinuums im Wellenlängenbereich  $\Delta\lambda$  ( $\Delta\lambda$  wird zweckmäßigerweise so klein gewählt, dass die Wellenlängenabhängigkeit der Kontinuumsintensität in diesem Bereich zu vernachlässigen ist) lassen sich wieder zwei nur geringfügig (Abb.8) von der Temperatur abhängige Größen  $c(T)$  und  $d(T)$  derart einführen, dass

$$I_K = \frac{1}{\sqrt{T}} (n_e n_1 c(T) + n_e n_2 d(T)) \tag{II,8}$$

wird.

Der erste Summand berücksichtigt den Beitrag von frei-frei und frei-gebunden Kontinua (Rekombination HeII  $\rightarrow$  HeI) von HeII, der zweite Summand die entsprechenden Beiträge der zweifach geladenen He-Ionen. Das Intensitätsverhältnis  $V_{LK}$  von He-Linie und Kontinuum ist dann

$$V_{LK} = \frac{I_{7,4}}{I_K} = \frac{b(T)}{\frac{n_1}{n_2} c(T) + d(T)} \cdot \frac{1}{T} \tag{II,9}$$

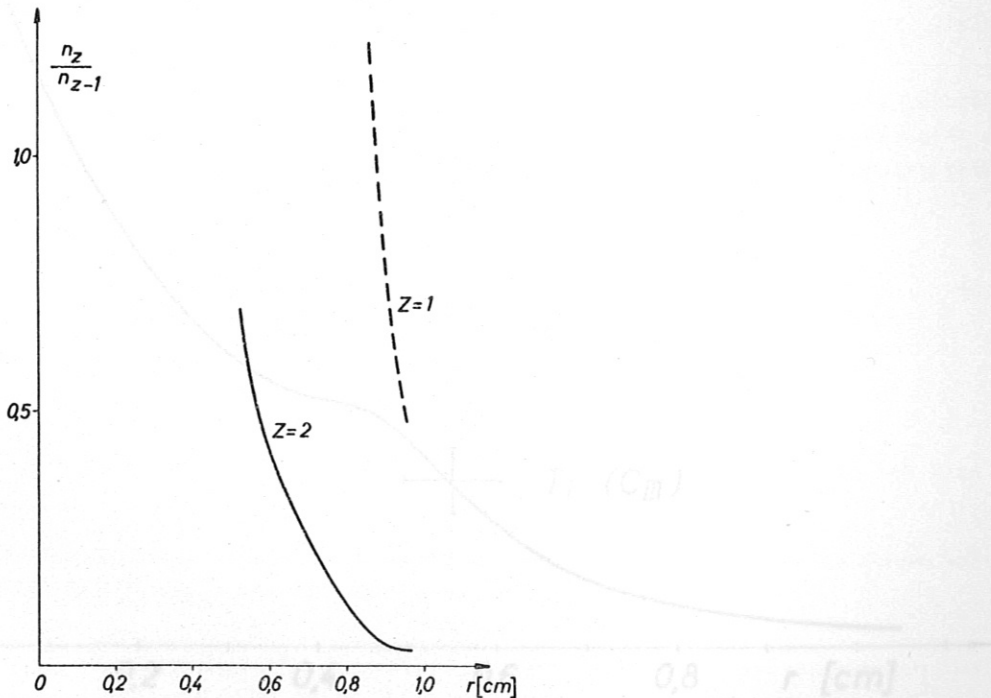


Abb.9 Radiales Profil des Ionsationsverhältnisses  $\frac{n_2}{n_1}$  ( $Z = 2$ ) und des abgeschätzten Verhältnisses  $\frac{n_2}{n_0}$  ( $Z = 1$ ) (Tab.3)



Durch Einsetzen von  $\frac{n_1^{(0)}}{n_2}$  aus (II,5) und Benutzung der durch Abelinversion erhaltenen radialen Verläufe von  $V_{LL}$  und  $V_{LK}$  erhält man den Temperaturverlauf  $T^{(0)}(r)$ . Damit läßt sich aus (II,5)  $\frac{n_2^{(1)}}{n_1}(r)$  und dann aus (II,9) wieder ein  $T^{(1)}(r)$  bestimmen. Man erhält durch diese Iteration die Temperaturverteilung und den Verlauf des Ionisationsverhältnisses  $\frac{n_2}{n_1}$  für den Bereich  $3,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K} < T < 6,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ , entsprechend  $0,55 \text{ cm} \leq r \leq 0,9 \text{ cm}$ . Leider lassen sich  $V_{LL}$  und  $V_{LK}$  nicht aus demselben Spektrum entnehmen, da die photographische Platte die enormen Intensitätsunterschiede der Linie  $\lambda = 4686 \text{ \AA}$  und des Kontinuums (Abb.3b) nicht bewältigen kann. Es zeigte sich jedoch, daß von Entladung zu Entladung die Messungen ( $V_{LL}$  bzw.  $V_{LK}$ ) innerhalb der vermuteten Meßfehler ( $\pm 10 \%$ ) reproduzierbar sind. Man darf also unbedenklich zur gesamten Temperaturbestimmung zwei Entladungen mit unterschiedlicher Belichtung der Photoplatte benutzen.

B Im Temperaturbereich  $T > 7,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  wird  $\frac{n_1}{n_2} < 1$  sein. Da ferner  $c(T) \approx 1/4 d(T)$  ist, (vgl. Abb.8) liefert in (II,9)  $\frac{n_1}{n_2} c(T)$  verglichen mit  $d(T)$  nur noch einen geringen Beitrag und  $V_{LK}$  wird praktisch unabhängig von  $\frac{n_2}{n_1}$  eine reine Temperaturfunktion. Aus dem radialen Verlauf von  $V_{LK}$  läßt sich das Temperaturprofil gewinnen für  $7,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K} < T < 1,3 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ , entsprechend  $0,2 < r < 0,5 \text{ cm}$ .

C Wie bereits erwähnt (II,8), ist bei bekanntem Ionisationsgleichgewicht  $\frac{n_2}{n_1}$  der relative Intensitätsverlauf des Kontinuums eine eindeutige Funktion von  $n_e$  und  $T_e$ . Nach Abb. 7 kann man  $n_e$  in Achsenumgebung ( $r \leq 0,3 \text{ cm}$ ) als konstant ansehen (vgl. Anhang C, 2). Bei Temperaturen  $T > 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$  ist  $n_2 \gg n_1$  und nach (II,6)  $2n_2 = n_e = \text{const}$ . Unter Ausnutzung dieses Faktums läßt sich das Temperaturprofil bis zur Entladungsachse ergänzen. (Abb.10).

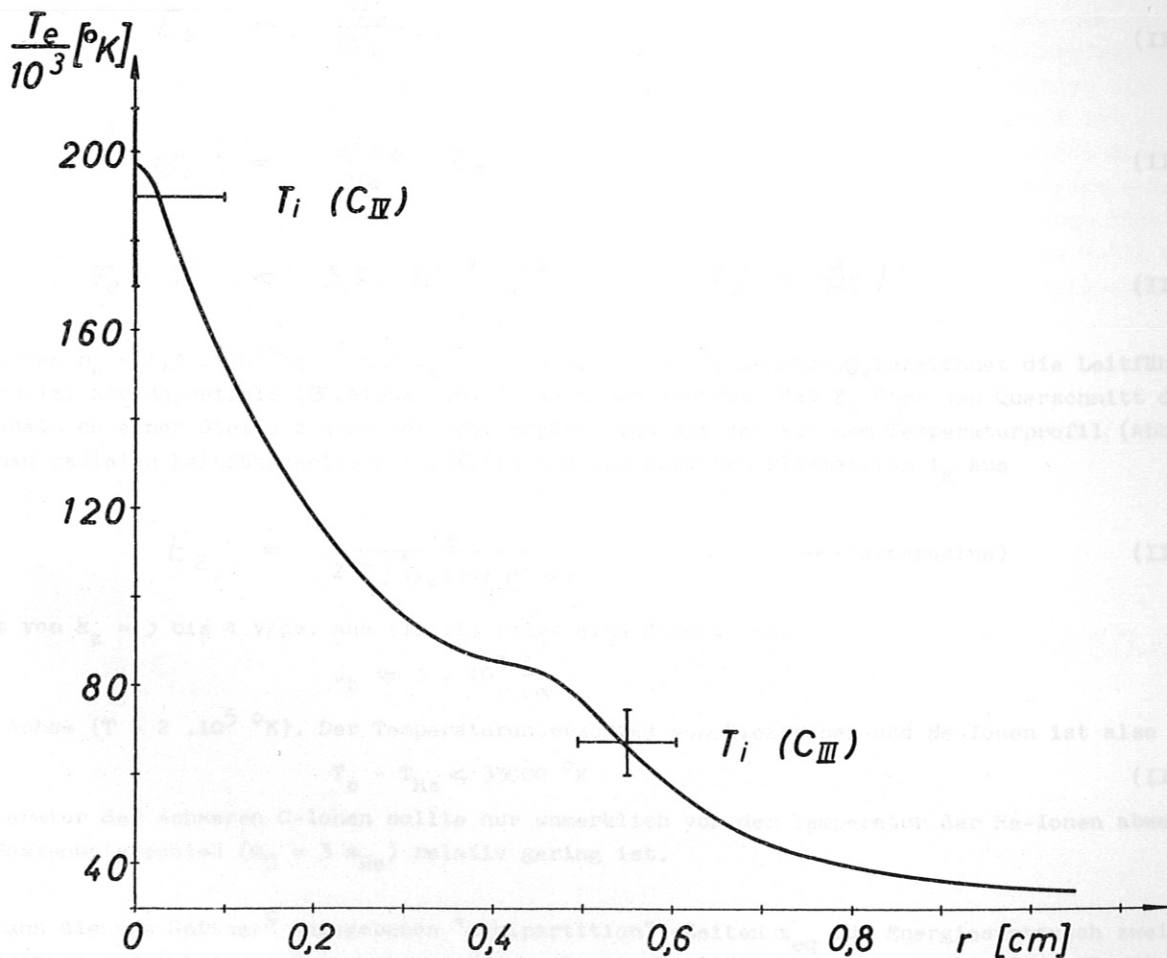


Abb. 10 Radiales Profil der Elektronentemperatur ( $T_e$ ) mit Iontemperaturen ( $T_i$ ) von CIV und CIII.

### 3. Iontemperatur

Zunächst wird die Frage untersucht, ob in unserem Plasma wesentliche Unterschiede zwischen Elektronen- und Iontemperatur ( $T_e$  und  $T_i$ ) zu erwarten sind. Man hat dabei zwei Gesichtspunkte zu beachten (A und B).

A In einem Plasma sei eine elektrische Feldstärke  $E_z$  in z-Richtung vorhanden. Ein Elektron nimmt längs einer freien Flugstrecke  $l_z$  in Feldrichtung aus dem Feld eine Energie  $-e E_z l_z$  auf. Durch Integration der Elektronenbewegungsgleichung für die Feldrichtung und Mittelung über alle vorkommenden Stoßzeiten und Geschwindigkeiten in dieser Richtung erhält man die mittlere freie Flugstrecke  $\overline{l_z} = -\frac{e E_z}{m_e} \tau_e^2$  ( $\tau_e$  - mittlere freie Flugzeit, siehe<sup>7</sup>) und für die mittlere Energieaufnahme eines Elektrons  $\frac{e^2 E_z^2}{m_e} \tau_e^2$ . Andererseits gibt ein Elektron mit der Geschwindigkeit  $v_e$  bei jedem elastischen Stoß mit einem Ion (Masse  $m_i$ , Geschwindigkeit  $v_i$ ) einen Betrag  $\frac{2 m_e}{m_i} \cdot (1/2 m_e v_e^2 - 1/2 m_i v_i^2)$  seiner Energie an das Ion ab. Im Gleichgewicht gilt für die gesamte Elektronenkomponente pro Zeit- und Volumeneinheit, wenn man die Abweichung der Verteilungsfunktion für die Ionengeschwindigkeit von einer Maxwellverteilung vernachlässigt

$$\frac{e^2 E_z^2 \tau_e^2}{m_e} \frac{n_e}{\tau_e} = \frac{m_e}{m_i} 3k (T_e - T_i) \frac{n_e}{\tau_e} + \text{weitere Energieverluste der Elektronen.}$$

Es wird also

$$\frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} E_z^2 > 3 \frac{m_e}{m_i} k (T_e - T_i) \frac{n_e}{\tau_e} \quad (\text{II,10})$$

Mit

$$E_z = \frac{j_z}{\sigma_{||}} \quad (\text{II,11})$$

und

$$\sigma_{||} = \frac{e^2 n_e}{m_e} \tau_e \quad (\text{II,12})$$

wird

$$T_e - T_i < 3,7 \cdot 10^{-3} j^2 \quad (j \rightarrow \frac{A}{cm^2}) \quad (\text{II,13})$$

Dabei wurden  $n_e = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und  $m_i = m_{\text{He}} = 6,7 \cdot 10^{-24} \text{ g}$  benutzt.  $\sigma_{||}$  bezeichnet die Leitfähigkeit parallel zum Magnetfeld ( $\sigma_{||}$  siehe z.B.<sup>8</sup>). Wenn man annimmt, daß  $E_z$  über den Querschnitt des Plasmakanals an einer Stelle z konstant ist, ergibt sich mit dem aus dem Temperaturprofil (Abb.10) erhaltenen radialen Leitfähigkeitsprofil  $\sigma_{||}(r)$  und dem gesamten Plasmastrom  $i_E$  aus

$$E_z = \frac{i_E}{2\pi \int_0^R \sigma_{||}(r') r' dr'} \quad (R \rightarrow \text{Plasmaradius}) \quad (\text{II,14})$$

ein Wert von  $E_z = 3$  bis  $4 \text{ V/cm}$ . Aus (II,11) folgt eine Stromdichte

$$j_z \approx 3 \cdot 10^3 \frac{A}{cm^2}$$

auf der Achse ( $T = 2 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ ). Der Temperaturunterschied von Elektronen und He-Ionen ist also

$$T_e - T_{\text{He}} < 33000 \text{ }^\circ\text{K} \quad (\text{II,15})$$

Die Temperatur der schweren C-Ionen sollte nur unmerklich von der Temperatur der He-Ionen abweichen, da der Massenunterschied ( $m_C = 3 m_{\text{He}}$ ) relativ gering ist.

B Man kann die von Spitzer<sup>9</sup> angegebenen "equipartition"-Zeiten  $t_{\text{eq}}$  für Energieaustausch zweier Teilchensorten verschiedener Temperaturen durch elastische Stöße als Relaxationszeiten für die Einstellung einer einheitlichen Temperatur ansehen. Es ergeben sich für Stöße zwischen HeIII- bzw.

CIV-Ionen und Elektronen sowie zwischen CIV- und HeIII-Ionen die Werte in Tab.1.

Tabelle 1

T	$t_{eq}$ (e - HeIII)	$t_{eq}$ (e - CIV)	$t_{eq}$ (HeIII - CIV)
$5 \cdot 10^4$ °K	$3 \cdot 10^{-8}$ sec	$4,4 \cdot 10^{-8}$ sec	$4,2 \cdot 10^{-10}$ sec
10 "	7,2 "	11 "	9,9 "
15 "	12 "	18 "	17 "
20 "	18 "	26 "	24 "

Man sieht leicht ein, daß folgende Beziehung erfüllt sein muß, um die angenäherte Gleichheit  $T_e = T_i$  in einem stationären Plasma zu gewährleisten, in dem sich Ionen mit der Geschwindigkeit  $v_d$  parallel zu einem radialen Elektronentemperaturgradienten bewegen.

$$\frac{\Delta T_e}{T_e} \cdot \frac{v_d \tau_E}{\Delta r} \Rightarrow \frac{\nabla_r T_e}{T_e} v_d \tau_E \ll 1 \quad (II,16)$$

Die bewegten Ionen legen innerhalb einer Relaxationszeit  $\tau_E$  den Weg  $v_d \tau_E$  zurück. Dieser Weg soll kleiner oder höchstens vergleichbar sein mit einem Intervall  $\Delta r$ , in dem die relative Elektronentemperaturänderung  $\frac{\Delta T_e}{T_e}$  noch keine Rolle spielt.  $\tau_E$  ist so klein, daß auch bei Geschwindigkeiten der He-Ionen  $v_d \approx 10^5 \frac{cm}{s}$  parallel zur Richtung  $\nabla_r T_e$  mit  $\frac{\nabla_r T_e}{T_e} \approx 1$  die Ungleichung (II,16) erfüllt bleibt (Tab.1).

Da die Halbwertsbreite  $h_D$  einer dopplerverbreiterten Linie  $h_D \sim \sqrt{T_i}$  ist, würde ein Fehler bei ihrer Messung von 15 % zu einem Fehler in der Temperatur von 30 % führen. Obwohl nach dem soeben Erläuterten  $T_e > T_i$  ist, sollte dieser Unterschied (vgl.(II,15) innerhalb der Meßfehlergrenzen liegen. Eine Messung der Iontemperatur aus dem Dopplerprofil von Verunreinigungslinien bietet also eine Kontrollmöglichkeit für das erhaltene Elektronentemperaturprofil. Aus Tab.1 ist abzulesen, daß das CIV-Dublett  $3^2P_{3/2,1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$  ( $\lambda = 5801/5812 \text{ \AA}$ ) einen quadratischen Stark-effekt haben sollte. Die gemäß<sup>10</sup> berechneten Konstanten für den quadratischen Stark-effekt sind klein. Aus ihnen wurden nach der Gleichung für die Stoßdämpfungsbreite der adiabatischen Theorie<sup>11</sup> Halbwertsbreiten für  $n_e = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  berechnet ( $h < 3 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}$ ). Sie sind in jedem Falle klein gegen die erwarteten Dopplerbreiten. Andererseits ergibt sich folgendes Aufspaltungsbild durch den Zeemaneffekt (Abb.11).

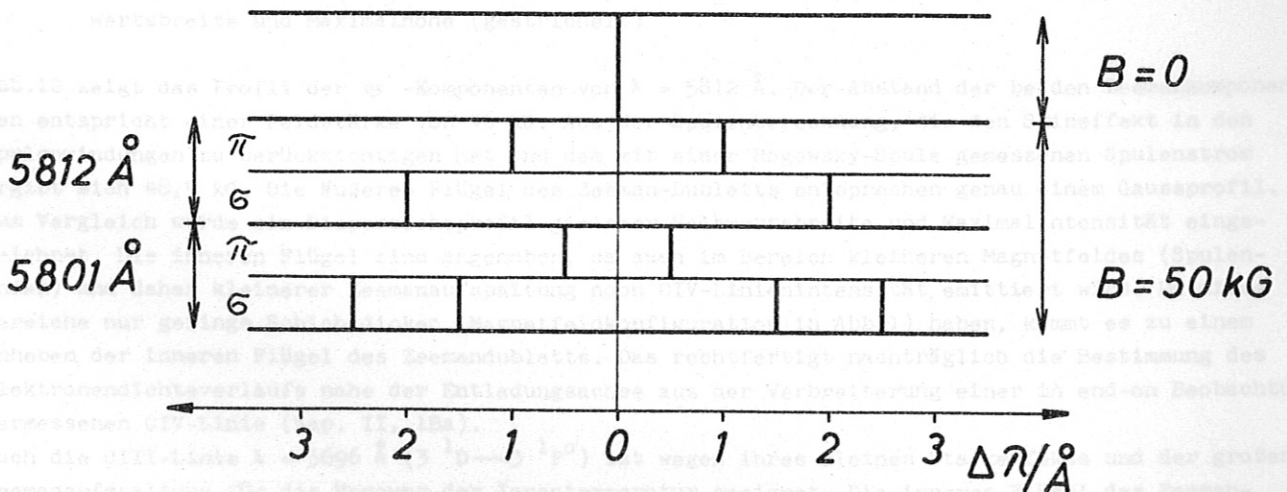


Abb.11 Aufspaltung der Feinstrukturkomponenten  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$  ( $3^2P_{1/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ ) und  $\lambda = 5801 \text{ \AA}$  ( $3^2P_{3/2} \rightarrow 3^2S_{1/2}$ ) der CIV-Linie  $3^2P \rightarrow 3^2S$  in einem Magnetfeld von  $B = 5 \cdot 10^4$  G. Oben feldfreie Lage; Mitte  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$ ; unten  $\lambda = 5801 \text{ \AA}$  getrennt nach  $\sigma$ - und  $\pi$ -Komponenten.

Es ist ersichtlich, daß die im Abstand von  $2 \text{ \AA}$  liegenden  $\sigma$ -Komponenten (Polarisation zirkular mit Polarisationsebene senkrecht zu den Feldlinien) der Feinstrukturkomponente  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$  für die

Beobachtung des Dopplereffekts geeignet sind. Bei side-on Beobachtung hat man die  $\pi$ -Komponenten (Polarisation linear, elektrischer Vektor in Feldrichtung) mit einem Polarisationsfilter zu unterdrücken, bei end-on Beobachtung in unserer Feldgeometrie verbleiben nur die  $\sigma$ -Komponenten. Aus Intensitätsgründen gelang es weder mit einem Fabry-Perot-Interferometer (Metallverspiegelung) noch mit dem 2 m -Plangitterspektrographen (Jenaoptik), auswertbare side-on Aufnahmen zu erhalten. Daher wurden nur end-on Belichtungen gemacht. Das Apparateprofil des Spektrographen wurde durch Aufnahme von HeI-Linien aus einer Glimmentladung gewonnen. Es ließ sich befriedigend durch eine Voigtfunktion (Elste<sup>12</sup>) mit der Formzahl  $b_1 = 0,27$  und der Halbwertsbreite  $h_A = 0,085 \text{ \AA}$  approximieren. Van Cittert<sup>13</sup> erhielt durch Faltung einer durch Beugung an einer rechteckigen Spektrographenaperturbende (Eingangsspalt  $s \rightarrow o$ ) entstandenen Intensitätsverteilung mit der für endliche Spaltbreiten in der Plattenebene erhaltenen Rechteckverteilung das Apparateprofil. Mit den Aufnahmedaten (Spaltbreite, Apertur) ergibt sich danach eine Apparatebreite  $h_A = 0,07 \text{ \AA}$ . Die Übereinstimmung ist gut.

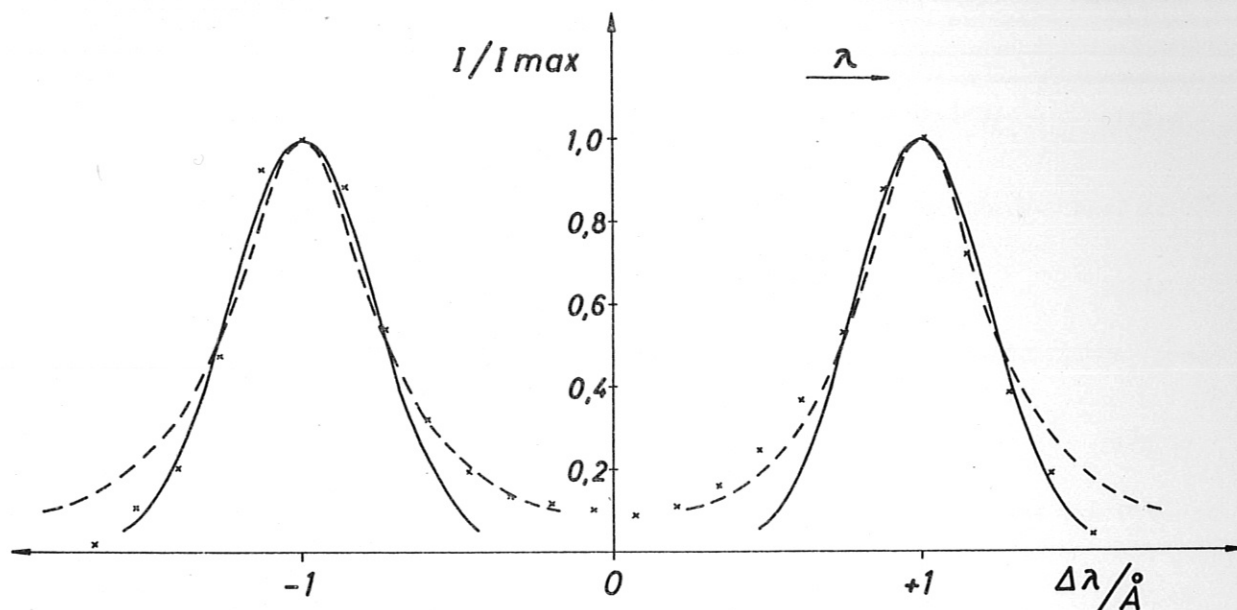


Abb.12 Profile der  $\sigma$ -Komponenten von CIV  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$ :  
 Meßpunkte (x), Gaussprofil (ausgezogen), Dispersionsprofil mit derselben Halbwertsbreite und Maximalhöhe (gestrichelt)

Abb.12 zeigt das Profil der  $\sigma$ -Komponenten von  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$ . Der Abstand der beiden Zeemankomponenten entspricht einer Feldstärke von 46 kG. Aus der Spulenberechnung, die den Skineffekt in den Spulenwindungen zu berücksichtigen hat und dem mit einer Rogowsky-Spule gemessenen Spulenstrom ergibt sich 48,5 kG. Die äußeren Flügel des Zeeman-Dubletts entsprechen genau einem Gaussprofil. Zum Vergleich wurde ein Dispersionsprofil gleicher Halbwertsbreite und Maximalintensität eingezeichnet. Die inneren Flügel sind angehoben, da auch im Bereich kleineren Magnetfeldes (Spulenden) und daher kleinerer Zeeman aufspaltung noch CIV-Linienintensität emittiert wird. Da diese Bereiche nur geringe Schichtdicken (Magnetfeldkonfiguration in Abb.1) haben, kommt es zu einem Anheben der inneren Flügel des Zeemadubletts. Das rechtfertigt nachträglich die Bestimmung des Elektronendichteverlaufs nahe der Entladungssachse aus der Verbreiterung einer in end-on Beobachtung vermessenen CIV-Linie (Kap. II, 1Ba).

Auch die CIII-Linie  $\lambda = 5696 \text{ \AA}$  ( $3^1D \rightarrow 3^1P^0$ ) ist wegen ihres kleinen Starkeffekts und der großen Zeeman aufspaltung für die Messung der Iontentemperatur geeignet. Die inneren Flügel des Zeeman-Dubletts sind stärker als im Falle der CIV-Linie angehoben, da sich das Gebiet der CIII-Linienemission weiter in Bereiche kleineren Magnetfeldes hinein ausdehnt. Nach Entzerrung der gemessenen Halbwertsbreiten mit dem oben erhaltenen Apparateprofil ergeben sich die in Abb.10 eingezeichneten Resultate, die für beide Linien Mittelwerte aus je 3 Messungen darstellen. Der relative Fehler in der Bestimmung der Iontentemperatur wird mit weniger als 30 % abgeschätzt. Da die optische Achse bei der end-on Beobachtung (Versuchsanordnung s.Abb.6) trotz sorgfältiger Justierung sicher nicht genau parallel zur Achse des Entladungskanals ist, wird die aus der CIV-Linie gewonnene Ionen-

temperatur als Temperatur in Achsenumgebung ( $r \leq 0,1$  cm), der aus der CIII-Linie erhaltene Wert als Temperatur im Schwerpunkt der radialen Intensitätsverteilung von CIII bei  $r \approx 0,6$  cm angesprochen. Innerhalb der Meßgenauigkeit stimmen Elektronen- und Ionentemperatur überein.

In dieser Arbeit werden auf der Basis der Gleichungen der Plasmakomponenten mit Berücksichtigung der lokalen Zustandsgrößen und deren Abhängigkeit die radialen Strömungs- und Diffusionsgleichungen für die Ionen hergeleitet. In einer zweiten Partikellösung des radialen Ionenstromes wird ein quantitativer Vergleich mit experimentellen Beobachtungen über die Ionisation. Die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Ein Konsistenzbeweis für die Theorie der Teilchenbilanz der Ionen mit der Lösung der Bewegungsgleichungen in Richtung von Temperatur- und Dichteverteilungen wird ebenfalls erbracht.

### 1. Lokale Teilchenbilanz und Verschleppung der Ionisation

Bevor wir die lokale Teilchenbilanz der Ionen mit der Ionenladung  $Z$  diskutieren, die durch den Faktor  $Z$  in einem Volumenelement  $dV = 4\pi r^2 dr$  ist gegeben durch

$$\frac{dn_z}{dt} = I_{z-1} n_{z-1} - R_z n_z + \text{div}(n_z v_z) \quad (III.1)$$

$I_{z-1}$  bzw.  $R_z$  sind ionisierte bzw. Rekombinationsraten der Ionenkomponente  $Z-1$  bzw.  $Z$ . Die radiale Geschwindigkeit wird aus (III.1)

$$Q_z + I_{z-1} n_{z-1} - R_z n_z = \text{div}(n_z v_z) \quad (III.2)$$

Eine analoge Betrachtung kann man für die Ionenkomponente  $Z-1$  statt im Vierkomponentenplasma (Ionen der Sorten  $Z, Z-1$  und Elektronen) anstellen. Es wird im stationären Falle

$$Q_{z-1} = R_{z-1} n_{z-1} - (I_{z-1} + R_z) n_{z-1} + I_{z-2} n_{z-2} = \text{div}(n_{z-1} v_{z-1}) \quad (III.3)$$

woher  $I_{z-2}, I_{z-1}, R_{z-1}$  die Ionisations- und Rekombinationsraten der durch die Indizes bezeichneten Ionenarten sind. Für die Ionenart  $Z-2$  wird

$$Q_{z-2} = R_{z-2} n_{z-2} - I_{z-2} n_{z-2} = \text{div}(n_{z-2} v_{z-2}) \quad (III.4)$$

Für Teilchenart  $Z$  ergibt die Addition von (III.2), (III.3) und (III.4) die Kontinuitätsgleichung aller He-Teilchen

$$Q_z + Q_{z-1} + Q_{z-2} = \text{div}(n_z v_z + n_{z-1} v_{z-1} + n_{z-2} v_{z-2}) = 0 \quad (III.5)$$

Wenn ein Volumenelement  $dV$  durch Einström und Ausström von Ionen der Ladung  $Z$  einen Gewinn an Teilchen dieser Sorte erleidet, ist an dieser Stelle wegen (III.2)

$$\text{div}(n_z v_z) < 0 \quad (III.6)$$

und damit

$$\frac{n_z}{n_{z-1}} > \frac{I_{z-1}}{R_z} \quad (III.7)$$

Wenn das Volumenelement als Folge der Stoßung einen Verlust an  $Z$ -Teilchen erfährt, wird

$$\text{div}(n_z v_z) > 0 \quad (III.8)$$

und

$$\frac{n_z}{n_{z-1}} < \frac{I_{z-1}}{R_z} \quad (III.9)$$

Wenn

$$\text{div}(n_z v_z) = 0$$

ist

$$\frac{n_z}{n_{z-1}} = \frac{I_{z-1}}{R_z} = K_z = \frac{n_z^0}{n_{z-1}^0} \quad (III.10)$$

III. Die Bewegung der Ionenkomponenten und ihr Einfluß auf den Ionisationsgrad infolge endlicher Relaxationszeiten: Verschleppung der Ionisation.

In diesem Kapitel werden aus den Bewegungsgleichungen der Plasmakomponenten mit den gemessenen lokalen Zustandsgrößen und deren Gradienten die radialen Strömungs- und Diffusionsgeschwindigkeiten der He-Ionen berechnet. Zu einer zweiten Bestimmung des radialen Ionenflusses kommt man durch quantitativen Vergleich von statischer und gemessener Ionisation. Die Übereinstimmung der unabhängig voneinander erhaltenen Ergebnisse stellt einen Konsistenzbeweis für die Verschleppung des Ionisationsgrades infolge der Ionenbewegung in Richtung von Temperatur- und Dichtegradienten dar. Für C-Ionen werden entsprechende Abschätzungen gemacht.

1. Lokale Strömungsbilanz und Verschleppung der Ionisation.

Zunächst wird die lokale Teilchenbilanz der Ionen mit der Ionenladung Z diskutiert. Die Dichteänderung in einem Volumenelement  $dV_r$  am Orte  $r'$  ist gegeben durch

$$\frac{\partial n_z(r')}{\partial t} = I_{Z-1}(r') n_{Z-1}(r') - R_Z(r') n_Z(r') - \text{div}(n_Z(r') w_Z(r')) \quad (\text{III},1)$$

$I_{Z-1}$  bzw.  $R_Z$  sind lokale Ionisations- bzw. Rekombinationsraten der Ionenkomponente Z-1 bzw. Z. Im stationären Fall wird aus (III,1)

$$Q_Z = I_{Z-1} n_{Z-1} - R_Z n_Z = \text{div}(n_Z w_Z) \quad (\text{III},2)$$

Eine analoge Betrachtung kann man für die Ionenkomponente Z-1 etwa im Vierkomponentenplasma (Ionen der Sorten Z, Z-1 und Z-2 und Elektronen) anstellen. Es wird im stationären Falle

$$Q_{Z-1} = R_Z n_Z - (I_{Z-1} + R_{Z-1}) n_{Z-1} + I_{Z-2} n_{Z-2} = \text{div}(n_{Z-1} w_{Z-1}) \quad (\text{III},3)$$

wobei  $I_{Z-2}$ ,  $I_{Z-1}$ ,  $R_{Z-1}$ ,  $R_Z$  Ionisations- und Rekombinationsraten der durch die Indizes bezeichneten Ionenarten sind. Für die Ionensorte Z-2 wird

$$Q_{Z-2} = R_{Z-1} n_{Z-1} - I_{Z-2} n_{Z-2} = \text{div}(n_{Z-2} w_{Z-2}) \quad (\text{III},4)$$

Für Helium mit  $Z = 2$  ergibt die Addition von (III,2), (III,3) und (III,4) die Kontinuitätsgleichung aller He-Teilchen

$$Q_2 + Q_1 + Q_0 = \text{div}(n_2 w_2 + n_1 w_1 + n_0 w_0) = 0 \quad (\text{III},5)$$

Wenn ein Volumenelement  $dV$  durch Einstrom und Ausstrom von Ionen der Ladung Z einen Gewinn an Teilchen dieser Sorte verzeichnet, ist an dieser Stelle wegen (III,2):

$$\text{div}(n_Z w_Z) < 0 \quad (\text{III},6)$$

und damit

$$\frac{n_Z}{n_{Z-1}} > \frac{I_{Z-1}}{R_Z} \quad (\text{III},7)$$

Wenn das Volumenelement als Folge der Strömung einen Verlust an "Z"-Teilchen erfährt, wird

$$\text{div}(n_Z w_Z) > 0 \quad (\text{III},8)$$

und

$$\frac{n_Z}{n_{Z-1}} < \frac{I_{Z-1}}{R_Z} \quad (\text{III},9)$$

Wenn ist

$$\text{div}(n_Z w_Z) = 0$$

$$\frac{n_Z}{n_{Z-1}} = \frac{I_{Z-1}}{R_Z} = K_Z = \frac{n_Z^0}{n_{Z-1}^0} \quad (\text{III},10)$$

und die Strömung der Ionenkomponente Z erfolgt quellenfrei. In diesem Falle ergibt sich also ein Ionisationsverhältnis, wie es in einem homogenen, stationären Plasma mit den den lokalen Zustandsgrößen  $n_e$  und T entsprechenden Ionisations- und Rekombinationsraten  $I_{Z-1}(n_e T)$  und  $R_Z(n_e T)$  vorliegen würde. Die durch (III,10) definierte Ionisation wird im folgenden als statische Ionisation bezeichnet. Wäre die Relaxationszeit  $\tau_Z$  für die Einstellung des statischen Ionisationsverhältnisses  $\tau_Z = 0$ , so würde sich an jeder Stelle die den lokalen Werten von  $n_e$  und T entsprechende statische Ionisation einstellen. Wegen der endlichen Relaxationszeiten verschiebt sich das Ionisationsverhältnis in inhomogenen Plasmen gegenüber dem statischen Wert, wie es durch (III,7) bzw. (III,9) zum Ausdruck gebracht wird. Um bei vorgegebener Relaxationszeit einen Anhalt dafür zu gewinnen, bei welchen Ionengeschwindigkeiten eine deutliche Verschiebung der Ionisation auftreten wird, kann man eine zu (II,16) analoge Bedingung konstruieren: Innerhalb der Relaxationszeit  $\tau_Z$  legen mit der Geschwindigkeit  $v_{Zr}$  bewegte Ionen einen Weg  $v_{Zr} \tau_Z$  zurück.

Ferner sei

$$\frac{\Delta K_Z}{K_Z} = \frac{\Delta \left( \frac{n_Z^0}{n_{Z-1}^0} \right)}{\left( \frac{n_Z^0}{n_{Z-1}^0} \right)}$$

die relative Änderung der statischen Ionisation längs eines Weges  $\Delta r$  infolge der Änderung von T und  $n_e$  in diesem Bereich. Dann ist die "Verschleppung" der Ionisation nur dann unwesentlich, wenn

$$\frac{\Delta K_Z}{K_Z} \cdot \frac{v_{Zr} \tau_Z}{\Delta r} \ll 1$$

Im Grenzübergang wird

$$\frac{1}{K_Z} \frac{\partial K_Z}{\partial T} \nabla_r T v_{Zr} \tau_Z \ll 1 \quad (III,11)$$

Setzt man für  $K_Z$  das aus der Sahagleichung resultierende (statische) Ionisationsverhältnis

$$K_Z = \frac{n_Z^0}{n_{Z-1}^0} = \text{const} \frac{T^{3/2}}{n_e} e^{-\chi_{Z-1}/kT}$$

ein, wobei die auftretenden Zustandssummen wieder durch die statistischen Gewichte der Grundzustände beider Ionensorten ersetzt sind, so wird

$$\frac{1}{K_Z} \frac{\partial K_Z}{\partial T} = \left[ \frac{3}{2} - \frac{\nabla_r n_e}{n_e} \frac{T}{\nabla_r T} - \frac{\chi_{Z-1}}{kT} \right] \cdot \frac{1}{T}$$

Mit  $\frac{\nabla_r n_e}{n_e} \approx 1$ ,  $\left| \frac{\nabla_r T}{T} \right| \approx 2$  und  $\frac{\chi_{Z-1}}{kT} \approx 10$  (HeII :  $\chi_1 = 54,4 \text{ eV}$ ) folgt aus (III,11)

$$\left| \frac{\chi_{Z-1}}{kT} \frac{\nabla_r T}{T} v_{Zr} \tau_Z \right| \ll 1 \quad (III,12)$$

Wenn man für  $K_Z$  die von  $n_e$  unabhängige Koronaionisation einsetzt, kommt man ebenfalls zu dieser Bedingung, die z.B. für

$$\frac{\chi_1}{kT} = 12 \text{ erfüllt ist, wenn}$$

$$v_{Zr} \tau_Z \ll 4 \cdot 10^{-2} \text{ cm ist.} \quad (III,13)$$

Die Frage ist nun, wie man Relaxationszeiten für die Einstellung des statischen Ionisationsverhältnisses abschätzen kann. Man betrachte eine Störung der statischen Ionisation in einem homogenen Plasma (z.B. durch Injektion von Ionen der Ladung Z oder Z-1 oder eine kurzzeitige Änderung von  $n_e$  oder  $T_e$ ), dann stellt sich nach Abschalten (Zeitpunkt  $t_0 = 0$ ) des die Störung verursachenden Effektes das statische Ionisationsgleichgewicht mit einer Relaxationszeit  $\tau_Z$  ein. Mit der Bilanzgleichung

$$\frac{\partial n_Z}{\partial t} = I_{Z-1} n_{Z-1}(t) - R_Z n_Z(t) = Q_Z(t)$$

und mit

$$n = n_Z(t) + n_{Z-1}(t) = \text{const}$$

wird

$$\frac{\partial n_Z}{\partial t} + (I_{Z-1} + R_Z) n_Z = I_{Z-1} n \quad (III,14)$$

Die Lösung dieser linearen, inhomogenen Gleichung kann man unter Benutzung von (III,10) in der Form schreiben

$$q_Z(t) = 1 - \left[ 1 - q_Z(t_0) \right] e^{-(R_Z + I_{Z-1}) t} \quad (III,15)$$

mit

$$q_Z(t) = \frac{n_Z(t)}{n_Z^0}, \quad q_Z(t_0) = \frac{n_Z(t_0)}{n_Z^0}$$

$n_Z^0$  — Dichte der "Z"-Ionen entsprechend der statischen Ionisation (III,10)  
 $n_Z(t_0)$  — Dichte der "Z"-Ionen beim Abschalten der Störung

Die Relaxationszeit für die Einstellung der statischen Ionisation (d.h.  $q_Z(t) = 1$ ) ist also im homogenen Plasma quantitativ durch Ionisations- und Rekombinationsraten bestimmt: Sie beträgt

$$\tau_Z = \frac{1}{I_{Z-1} + R_Z} \quad (\text{III,16})$$

Man kann ihre Größe angeben, wenn man  $I_{Z-1}$  und  $R_Z$  kennt (s. Abschnitt III,5 für die HeII-Ionisation). Im inhomogenen Plasma sind  $I_{Z-1}(n_e, T)$  und  $R_Z(n_e, T)$  und damit auch  $\tau_Z(I_{Z-1}, R_Z)$  Ortsfunktionen. An jeder Stelle  $r$  stellt sich ein Gleichgewicht zwischen örtlicher Strömungsbilanz ( $\text{div}(n_Z v_Z)$ ) und Ionisation ( $I_{Z-1} n_{Z-1}$ ) und Rekombination ( $R_Z n_Z$ ) ein (vgl. (III,2)). Einerseits ist bei vorgegebener Ionenströmung das Ionisationsverhältnis durch die Werte von  $I_{Z-1}$  und  $R_Z$  festgelegt. Da diese die lokale Relaxationszeit  $\tau_Z(r)$  definieren (III,16), bestimmt  $\tau_Z(r)$  die Abweichung der Ionisation  $\frac{n_Z}{n_{Z-1}}(r)$  vom statischen Wert. Andererseits resultieren aus dieser Trägheit der Ionisation wieder Druck- und Partialdruckgradienten, die wesentlich das Diffusions- und Strömungsverhalten der Ionenkomponenten festlegen. Die Ungleichung (III,12) stellt die Bedingung dafür dar, daß die Verschleppung der Ionisation unwesentlich ist. Wird diese Bedingung verletzt, so darf man die statische Ionisation nicht zur Beschreibung des Ionisationsverhältnisses benutzen.

## 2. Bewegungsgleichungen des Helium-Plasmas.

Durch Kombination der Bewegungsgleichungen der einzelnen Plasmakomponenten sollte es gelingen, die Schwerpunktsgeschwindigkeiten  $v_{\alpha r}$  der Komponenten  $\alpha$  des Heliumplasmas zu ermitteln, wobei die Indizes  $\alpha = 2$  zweifach geladene Ionen,  $\alpha = 1$  einfach geladene Ionen und  $\alpha = e$  Elektronen bezeichnen sollen. Beziehungen zwischen den Schwerpunktsgeschwindigkeiten  $v_{\alpha}$  der Komponenten ergeben sich zunächst aus der Definition der Schwerpunktsgeschwindigkeit des Gesamtplasmas:

$$v \cdot \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} = \sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha} \quad (\text{III,17})$$

und der Gleichung für die Stromdichte ( $Z_{\alpha} \cdot e \rightarrow$  Ladung der " $\alpha$ "-Teilchen)

$$\frac{\vec{j}}{e} = \sum_{\alpha} Z_{\alpha} n_{\alpha} v_{\alpha} \quad (\text{III,18})$$

Mit der Annahme der Quasineutralität des Plasmas

$$n_e = \sum_{\alpha=1}^2 Z_{\alpha} n_{\alpha} \quad (\text{III,19})$$

erhält man aus diesen Beziehungen die Schwerpunktsgeschwindigkeiten der Ionenkomponenten als Linearkombination von  $\vec{j}, v$  und  $v_e$

$$n_2 v_2 = \frac{\vec{j}}{e} - v \left( n_1 + n_2 + n_e \frac{m_e}{m_1} \right) + n_e v_e \left( 1 + \frac{m_e}{m_1} \right) \quad (\text{III,20})$$

$$n_1 v_1 = - \frac{\vec{j}}{e} + 2 v \left( n_1 + n_2 + n_e \frac{m_e}{m_1} \right) - n_e v_e \left( 1 + 2 \frac{m_e}{m_1} \right) \quad (\text{III,21})$$

Man kann  $v_e$  in folgender Weise darstellen

$$v_e = \frac{\frac{n_1 n_2}{n_e} (v_2 - v_1) - \frac{\vec{j} \cdot n}{e n_e} + v \left( n_1 + n_2 + n_e \frac{m_e}{m_1} \right)}{n_1 + n_2 + n_e \frac{m_e}{m_1}} \quad (\text{III,22})$$

Dabei ist  $n = n_1 + n_2$  gesetzt worden. Mit  $2 \frac{m_e}{m_1} \ll 1$  wird daraus

$$v_e = v + \frac{n_1 n_2}{n_e n} (v_2 - v_1) - \frac{\vec{j} \cdot n}{e n_e} \quad (\text{III,23})$$



Es soll daher jetzt

$$\mathcal{J} = \frac{n_1 n_2}{n_e n} (\omega_2 - \omega_1) \quad (\text{III,24})$$

bezeichnen. Dann ist es zweckmäßig, alle Komponentenschwerpunktsgeschwindigkeiten als Linear-Kombination von  $\omega$ ,  $\mathcal{J}$  und  $\vec{j}$  darzustellen. Die drei dazu erforderlichen Beziehungen sind (III,20) bis (III,22). Das Ergebnis ist

$$\begin{aligned} \omega_e &= \omega - \frac{n}{A} \frac{\vec{j}}{en_e} + \frac{n}{A} \mathcal{J} \\ \omega_1 &= \omega + \frac{\beta}{A} \frac{\vec{j}}{e} - \frac{n_e}{n_1} \frac{n}{A} (1 + 2\beta) \mathcal{J} \\ \omega_2 &= \omega + \frac{\beta}{A} \frac{\vec{j}}{e} + \frac{n_e}{n_2} \frac{n}{A} (1 + \beta) \mathcal{J} \end{aligned} \quad (\text{III,25})$$

Dabei ist  $\beta = \frac{m_e}{m_1} = \frac{m_e}{m_2}$  und  $A = n + n_e \beta$  gesetzt worden.

Man erhält die Bewegungsgleichung der Komponente  $\alpha$  aus der Boltzmanngleichung in einer Form

$$m_\alpha n_\alpha \frac{d\omega_\alpha}{dt} - \mathcal{R}_\alpha = Z_\alpha e n_\alpha \left( \mathcal{E} + \frac{\omega_\alpha}{c} \times \mathcal{B} \right) - \nabla P_\alpha \quad (\text{III,26})$$

in el.st. cgs-Einheiten. In dieser Gleichung sind die Trägheitskräfte durch den Term der "materiellen Beschleunigung"  $m_\alpha n_\alpha \frac{d\omega_\alpha}{dt}$ , die Reibungskräfte oder die Impulsaufnahme der Komponente  $\alpha$  durch  $\mathcal{R}_\alpha$  und der Drucktensor durch  $\nabla P_\alpha$  gegeben. Letzterer kann bei Vernachlässigung der inneren Reibung der Komponente  $\alpha$  durch den Partialdruckgradienten  $\nabla p_\alpha$  ersetzt werden (Voraussetzung A). Wie man sofort an der Form von (III,26) erkennt, enthält die r-Komponente der Bewegungsgleichung in der Lorentzkraft Beiträge

$$\frac{Z_\alpha e n_\alpha}{c} (v_{\alpha\varphi} B_z - v_{\alpha z} B_\varphi)$$

Die Voraussetzung B

$$v_{\alpha z} B_\varphi \ll v_{\alpha r} B_z ; v_{\alpha\varphi} B_z$$

hat zur Folge, daß die Bewegungsgleichung noch  $v_{\alpha\varphi}$  und  $v_{\alpha r}$  enthält. Wegen der Zylindersymmetrie des Plasmas (Voraussetzung C:  $\nabla_\varphi = E_\varphi = B_r = 0$ ) vereinfachen sich die Bewegungsgleichungen in  $\varphi$ -Richtung. Sie enthalten in der Lorentzkraft ebenfalls  $v_{\alpha r}$  und im Reibungsterm  $v_{\alpha\varphi}$ . Es erscheint daher sinnvoll, die r- und  $\varphi$ -Komponenten der Bewegungsgleichungen als Bestimmungsgleichungen für die radialen Teilchengeschwindigkeiten zu benutzen.

Die Trägheitskräfte sollen abgeschätzt und mit anderen Termen in (III,26) verglichen werden. Als Beispiel wird dieser Vergleich für zweifach geladene Ionen durchgeführt. Es ist

$$\frac{d\omega_\alpha}{dt} = \frac{\partial \omega_\alpha}{\partial t} + (\omega_\alpha, \nabla) \omega_\alpha$$

und im stationären Fall ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ )

$$\frac{d\omega_\alpha}{dt} = (\omega_\alpha, \nabla) \omega_\alpha = \nabla \frac{\omega_\alpha^2}{2} - \omega_\alpha \times \text{rot } \omega_\alpha \quad (\text{III,27})$$

a r-Komponente

$$\begin{aligned} m_1 \left( \frac{d\omega_\alpha}{dt} \right)_r &= \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{2} m_1 (v_z^2 - v_{z\varphi}^2 - v_r^2) + m_1 v_{z\varphi} \frac{\partial v_{z\varphi}}{\partial z} - \frac{m_1 v_{z\varphi}^2}{r} \\ &= \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{2} m_1 v_{z\varphi}^2 \right) + m_1 v_{z\varphi} \frac{\partial v_{z\varphi}}{\partial z} - \frac{m_1 v_{z\varphi}^2}{r} \end{aligned}$$

Zur Abschätzung werden die räumlichen Ableitungen durch Quotienten der Geschwindigkeitskomponenten und charakteristischer Längen ( $r'$ ,  $z'$ ) ersetzt.

$$m_1 \left( \frac{d\omega_\alpha}{dt} \right)_r \approx \frac{m_1}{2} \frac{v_{z\varphi}^2}{r'} + m_1 \frac{v_{z\varphi} v_{z\varphi}}{z'} - \frac{m_1 v_{z\varphi}^2}{r}$$

Mit  $v_{z\varphi} \leq 10^4$  cm/s,  $v_{z\varphi} \leq 10^5$  cm/s,  $v_{z\varphi} \approx 10^5$  cm/s,  $r' = 10^{-1}$  cm,  $z' = 1$  cm und  $r = 0,5$  cm ist ersichtlich, daß als Trägheitskraft die Zentrifugalkraft dominiert und

$$\left| m_1 \left( \frac{d\omega_\alpha}{dt} \right)_r \right| \approx 2 \cdot 10^{-13} \text{ dyn}$$

Andererseits ist

$$\left| \frac{1}{n_2} \nabla_r P_2 \right| \approx 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ dyn}$$

so daß

$$\left| n_2 m_1 \left( \frac{d\omega_2}{dt} \right)_r \right| \ll \left| \nabla_r P_2 \right|$$

b  $\varphi$ -Komponente

$$m_1 \left( \frac{d\omega_2}{dt} \right)_\varphi = m_1 v_{2z} \frac{\partial v_{2\varphi}}{\partial z} + m_1 v_{2r} \frac{\partial v_{2\varphi}}{\partial r} + m_1 \frac{v_{2r} v_{2\varphi}}{r}$$

In entsprechender Weise wird

$$\left| m_1 \left( \frac{d\omega_2}{dt} \right)_\varphi \right| \leq 2 \cdot 10^{-13} \text{ dyn}$$

Als Vergleichsterm kann z.B.  $\frac{2e}{c} \omega_2 \times \mathcal{L} = -\frac{2e}{c} v_{2r} B$  benutzt werden.

$$\left| \frac{2e v_{2r}}{c} B \right| \geq 5 \cdot 10^{-12} \text{ dyn}$$

und es folgt

$$\left| n_2 m_1 \left( \frac{d\omega_2}{dt} \right)_\varphi \right| \ll \frac{2e v_{2r}}{c} B$$

Es ist daher erlaubt, in den Bewegungsgleichungen (III,26) die r- und  $\varphi$ -Komponenten der Trägheitskräfte unberücksichtigt zu lassen (Voraussetzung D).

Wenn in einem Plasma ein Magnetfeld und ein Temperaturgradient vorhanden sind, muß die Reibungskraft einer Komponente  $\alpha$  durch folgenden Ansatz beschrieben werden

$$\mathcal{R}_\alpha = (\mathcal{R}_{\alpha u}) + (\mathcal{R}_{\alpha T})$$

mit

$$(\mathcal{R}_{\alpha u}) = a_\alpha \check{u}_\parallel + b_\alpha \check{u}_\perp + c_\alpha \check{u} \times \mathcal{L} \quad (\text{III,28a})$$

$$(\mathcal{R}_{\alpha T}) = a_T \nabla_\parallel T + b_T \nabla_\perp T + c_T \nabla T \times \mathcal{L} \quad (\text{III,28b})$$

Dabei bedeutet  $\check{u} = \omega_\alpha - \omega_{\alpha'}$ , die Relativgeschwindigkeit der Komponenten  $\alpha$  und  $\alpha'$ , während die Indizes  $\perp$  und  $\parallel$  die Richtungen senkrecht und parallel zum Magnetfeld bezeichnen. Die Koeffizienten  $a$ ,  $b$  und  $c$  sind durch Lösung der Boltzmann-Gleichung zu bestimmen.

Die Reibungskraft kann für die Elektronenkomponente ( $\alpha = e$ ) der Darstellung von Braginskii<sup>14</sup> entnommen werden. Dieser Autor berechnet zwar nur die mittlere Impulsaufnahme der Elektronen in einem Zweikomponentenplasma, bestehend aus Elektronen und einer Ionenart; aber wenn man die dort eingeführte Stoßzeit  $\tau_1$  für Stöße zwischen Elektronen und Ionen ersetzt durch  $\tau_e$  aus

$$\frac{1}{\tau_e} = \frac{1}{\tau_{e1}} + \frac{1}{\tau_{e2}} \quad (\text{III,29})$$

(mit  $\frac{1}{\tau_{e1}}$  bzw.  $\frac{1}{\tau_{e2}}$  Stoßfrequenz für elastische Stöße von Elektronen mit einfach bzw. zweifach geladenen He-Ionen) und für die Relativgeschwindigkeit  $\check{u}$  der beiden Komponenten  $\omega_e - \omega_1$  bzw.

$\omega_e - \omega_2$  einsetzt, d.h. die Reibung der Elektronen an den Ionenkomponenten  $Z = 1$  bzw.  $Z = 2$  berücksichtigt, kann man für die Schwerpunktgleichung der Elektronen seine Ausdrücke benutzen.

Es ist

$$\tau_{ez} = \frac{1}{v_{e,th} n_z Q_{ez}} \quad (\text{III,30})$$

die mittlere Flugzeit eines Elektrons zwischen Stößen mit  $Z$ -fach geladenen Ionen,  $v_{e,th}$  die mittlere thermische Geschwindigkeit der Elektronen und  $Q_{ez}$  der Stoßquerschnitt für  $90^\circ$ -Stöße (Coulombquerschnitt), so daß z.B. nach<sup>9</sup>

$$\tau_{ez} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{m_e}{2\pi}} \frac{(kT)^{3/2}}{Z^2 e^4 n_z \ln \Lambda} \quad (\text{III,31})$$

mit  $\Lambda$  als Verhältnis von Debye-Länge zum Stoßparameter für  $90^\circ$ -Stöße wird.

Wenn  $\omega_e \tau_e \gg 1$  ist ( $\omega_e = \frac{eB}{m_e c}$  Gyrationfrequenz der Elektronen), vereinfachen sich die Ausdrücke für die Reibungskraft beträchtlich. Im vorliegenden Falle ist im Bereich des Dreikomponentenplasmas ( $T = 6,5 \cdot 10^4$  °K) etwa  $\omega_e \tau_e \approx 25$ , die Voraussetzung also erfüllt. Die Reibungskraft zwischen der Elektronenkomponente und den Ionen ist unter dieser Voraussetzung in der Notation von Braginskii

$$(\mathcal{R}_{e\check{u}})_\perp = \frac{m_e n_e}{\tau_e} \left[ -\check{u}_\perp - \frac{1,7}{(\omega_e \tau_e)^2} \tau_e (\vec{\omega}_e \times \check{u}) \right] \quad (\text{III,32})$$

und die Reibungskraft infolge des Temperaturgradienten

$$(R_{eT})_{\perp} = \frac{n_e}{(\omega_e \tau_e)^2} \left[ \frac{3}{2} \tau_e (\vec{\omega}_e \times \nabla kT) - \beta'_{uT} \nabla_{\perp} kT \right] \quad (\text{III, 33})$$

Der Index  $\perp$  bezeichnet die Komponente senkrecht zum Magnetfeld. Man erhält unter Berücksichtigung der Zylindersymmetrie und mit  $B_{\varphi} \ll B_z = B$  aus (III, 32)

$$(R_{eu})_r = -n_e n_1 \epsilon_{e1} (v_{er} - v_{1r}) - n_e n_2 \epsilon_{e2} (v_{er} - v_{2r}) + 1,7 \frac{eB}{c} n_e \frac{u_r}{(\omega_e \tau_e)^2} \quad (\text{III, 34})$$

$$(R_{eu})_{\varphi} = -n_e n_1 \epsilon_{e1} (v_{e\varphi} - v_{1\varphi}) - n_e n_2 \epsilon_{e2} (v_{e\varphi} - v_{2\varphi}) - 1,7 \frac{eB}{c} n_e \frac{u_r}{(\omega_e \tau_e)^2} \quad (\text{III, 35})$$

und aus (III, 33)

$$(R_{eT})_r = -\frac{n_e \beta'_{uT}}{(\omega_e \tau_e)^2} \nabla_r kT \quad \text{mit } \beta'_{uT} = \begin{cases} 5,1 \rightarrow Z=1 \\ 4,45 \rightarrow Z=2 \end{cases} \quad (\text{III, 36})$$

$$(R_{eT})_{\varphi} = \frac{3}{2} \frac{n_e \nabla_r kT}{\omega_e \tau_e} \quad (\text{III, 37})$$

Dabei sind die Reibungskoeffizienten  $\epsilon_{e1}$  und  $\epsilon_{e2}$  definiert durch

$$\frac{1}{\tau_{e1}} = \frac{n_1}{m_e} \epsilon_{e1} \quad ; \quad \frac{1}{\tau_{e2}} = \frac{n_2}{m_e} \epsilon_{e2} \quad (\text{III, 38})$$

mit  $\epsilon_{e1} = \epsilon_{e2}$ , wie die Betrachtung von (III, 31) lehrt. Sie sind im Gegensatz zu den "Stoßzeiten"  $\tau_{eZ}$  invariant gegen Vertauschung der Indizes, d.h. es ist  $\epsilon_{e1} = \epsilon_{1e}$  (vgl. auch (III, 44)).

Die in den Bewegungsgleichungen der Ionenkomponenten auftretenden Reibungskräfte können nur zum Teil den Rechnungen von Braginskii<sup>14</sup> für das Zweiflüssigkeitsmodell entnommen werden, nämlich nur die Anteile, die von der Reibung zwischen Elektronenkomponente und Ionenkomponenten herrühren, aber nicht die Terme, die die Reibung der Ionenkomponenten aneinander berücksichtigen. Für ein Dreikomponentenplasma liegen Rechnungen von Feneberg<sup>15</sup> vor. Feneberg erhält die Bewegungsgleichung der einfach geladenen Ionen in der Form (ohne Trägheitskräfte):

$$\underline{\alpha} n_1 n_2 \epsilon_{21} (\omega_1 - \omega_2) + n_1 n_e \epsilon_{1e} (\omega_1 - \omega_e) + \underline{\beta} n_1 n_2 \epsilon_{21} \left[ \frac{\mathcal{L}}{B} \times (\omega_1 - \omega_2) \right] + \underline{\gamma} n_1 k \nabla_{\perp} T - \underline{\delta} n_1 k \left[ \frac{\mathcal{L}}{B} \times \nabla T \right] + \frac{3}{2} \frac{n_e k}{\omega_e \tau_e} \left[ \nabla T \times \frac{\mathcal{L}}{B} \right] = e n_1 \left( \varphi + \frac{\omega_1}{c} \times \mathcal{L} \right) - \nabla p_1 \quad (\text{III, 39})$$

und für zweifach geladene Ionen:

$$\underline{\alpha}' n_1 n_2 \epsilon_{21} (\omega_2 - \omega_1) + n_2 n_e \epsilon_{2e} (\omega_2 - \omega_e) + \underline{\beta}' n_1 n_2 \epsilon_{21} \left[ \frac{\mathcal{L}}{B} \times (\omega_2 - \omega_1) \right] + \underline{\gamma}' n_2 k \nabla_{\perp} T - \underline{\delta}' n_2 k \left[ \frac{\mathcal{L}}{B} \times \nabla T \right] + \frac{3}{2} \frac{n_e k}{\omega_e \tau_e} \left[ \nabla T \times \frac{\mathcal{L}}{B} \right] = 2 e n_2 \left( \varphi + \frac{\omega_2}{c} \times \mathcal{L} \right) - \nabla p_2 \quad (\text{III, 40})$$

Es ist

$$\underline{\alpha}' = \underline{\alpha} \quad ; \quad \underline{\beta}' = \underline{\beta} \quad ; \quad \underline{\gamma}' = -\frac{n_1}{n_2} \underline{\gamma} \quad ; \quad \underline{\delta}' = -\frac{n_1}{n_2} \underline{\delta} \quad .$$

Die Größen  $\underline{\alpha}$ ,  $\underline{\beta}$ ,  $\underline{\gamma}$  und  $\underline{\delta}$  werden von Feneberg in Linearkombinationen von verschiedenen dimensionslosen Koeffizienten angegeben, die wiederum Dichten, Stoßfrequenzen und Gyrofrequenzen für Ionen enthalten. Einsetzen der Meßergebnisse für  $T = 6,0 \cdot 10^4$  °K ergibt

$$\begin{aligned} \underline{\alpha} &= 0,87 & \underline{\gamma} &= 0,08 \\ \underline{\beta} &= 0,042 & \underline{\delta} &= -0,025 \end{aligned} \quad (\text{III, 41})$$

Um die Rechnungen zu vereinfachen, wird so vorgegangen, daß die Bewegungsgleichungen der Ionenkomponenten in der Form

$$n_\alpha \sum_{\alpha' \neq \alpha} n_{\alpha'} \epsilon_{\alpha\alpha'} (\omega_\alpha - \omega_{\alpha'}) - \mathcal{R}'_{\alpha u} - \mathcal{R}_{\alpha T} = Z_\alpha e n_\alpha \left( \xi + \frac{\omega_\alpha}{c} \times \mathcal{L} \right) - \nabla p_\alpha \quad (\text{III},42)$$

benutzt werden und die im Ergebnis auftauchenden Reibungsterme ( $\mathcal{R}'_{\alpha u}$ ) und ( $\mathcal{R}_{\alpha T}$ ) dort abgeschätzt werden. Dabei ist

$$(\mathcal{R}'_{\alpha u}) = c_u (\ddot{\mathbf{u}} \times \mathcal{L}) \quad (\text{s. (III},28\text{a)}) \quad (\text{III},43)$$

In (III,42) ist die Reibung der Komponente  $\alpha$  des Trägergases ( $\alpha = 2; 1; e$ ) an den Ionenkomponenten der Verunreinigungen (C-Ionen, Protonen) nicht enthalten. Mit den Ergebnissen von Abschnitt III, § für die Bewegung der CV-Ionen und der Struktur der Reibungskoeffizienten  $\epsilon_{\alpha\alpha'}$

$$\epsilon_{\alpha\alpha'} = \frac{4}{3} \sqrt{2\pi \frac{m_\alpha m_{\alpha'}}{m_\alpha + m_{\alpha'}}} \frac{Z_\alpha^2 Z_{\alpha'}^2 e^4}{(kT)^{3/2}} \ln \Lambda \quad (\text{III},44)$$

wird nachträglich evident, daß Reibungskräfte  $n_\alpha n_{\alpha'} \epsilon_{\alpha\alpha'} (v_{\alpha r} - v_{\alpha' r})$  für die Reibung von Trägergaskomponenten an Ionenkomponenten des Verunreinigungszusatzes höchstens 15 % des Betrages der Reibung von Trägergaskomponenten untereinander erreichen. Diese Vernachlässigung ist damit gerechtfertigt.

Nach dieser vorläufigen Diskussion der Reibungskräfte wird auf (III,25) zurückgegangen. Dort waren die Schwerpunktseschwindigkeiten der Komponenten durch Linearkombination von  $\omega, \vec{j}$  und  $\vec{v}$  dargestellt worden. Zur Berechnung dieser Größen stehen in r- und  $\varphi$ -Richtung je drei Bewegungsgleichungen zur Verfügung. Es werden also ersetzt

$$\begin{array}{ll} v_{er}, v_{1r}, v_{2r} & \text{durch} \quad v_r, d_r, \frac{j_r}{e} \\ v_{e\varphi}, v_{1\varphi}, v_{2\varphi} & \text{durch} \quad v_\varphi, d_\varphi, \frac{j_\varphi}{e} \end{array}$$

so daß sechs unbekannte Größen auftreten. Die Bewegungsgleichungen in r-Richtung enthalten ferner noch die elektrische Feldstärke  $E_r$ . Es ist gerechtfertigt, die Annahme  $j_r = 0$  (Voraussetzung E) zu machen. Dann reicht die Zahl der verfügbaren Gleichungen für die Berechnung der gesuchten Größen aus. Es wird die elektrische Leitfähigkeit  $\sigma_\perp$  senkrecht zum Magnetfeld ersetzt durch

$$\sigma_\perp = \frac{e^2 n_e}{m_e} \tau_e \quad (\text{z.B.}^8) \quad (\text{III},52)$$

Als Bestimmungsgleichungen sollen benutzt werden:

1. die  $\varphi$ -Komponente des verallgemeinerten Ohmschen Gesetzes, die in der für unser Plasma (mit  $(\omega_e \tau_e)^2 \gg 1$ ) gültigen Form von Klüber<sup>16</sup> angegeben wird: (III,45)
2. die  $\varphi$ - und r-Komponenten der Elektronenbewegungsgleichung: (III,46) und (III,48)
3. die  $\varphi$ - und r-Komponenten der Bewegungsgleichung der zweifach geladenen Ionen: (III,47) und (III,49)
4. die als Summe der drei Komponentenbewegungsgleichungen unter Benutzung von  $\frac{j}{e} = n_1 \omega_1 + 2n_2 \omega_2 + -n_e \omega_e$  (s. (III,18)) erhaltene Schwerpunktsgleichung des Plasmas in r-Richtung: (III,50).

$$\frac{j_\varphi}{e} - \left(1 - \frac{\sigma_\perp}{\sigma_\parallel}\right) \frac{j_z}{e} \frac{B_\varphi}{B} = -n_e \omega_e \tau_e (v_r + d_r) + \frac{3}{2} \frac{c}{eB} n_e k \nabla_r T \quad (\text{III},45)$$

$$-(\mathcal{R}_{eT})_\varphi - (\mathcal{R}'_{eu})_\varphi + n_e n_2 \epsilon_{2e} (v_{e\varphi} - v_{2\varphi}) + n_e n_1 \epsilon_{1e} (v_{e\varphi} - v_{1\varphi}) = \frac{en_e}{c} v_{er} B \quad (\text{III},46)$$

$$-(\mathcal{R}_{2T})_\varphi - (\mathcal{R}'_{2u})_\varphi + n_2 n_1 \epsilon_{21} (v_{2\varphi} - v_{1\varphi}) + n_2 n_e \epsilon_{2e} (v_{2\varphi} - v_{e\varphi}) = -\frac{2en_2}{c} v_{2r} B \quad (\text{III},47)$$

$$\begin{aligned} &-(\mathcal{R}_{eT})_r - (\mathcal{R}'_{eu})_r + n_e n_2 \epsilon_{2e} (v_{er} - v_{2r}) + n_e n_1 \epsilon_{1e} (v_{er} - v_{1r}) = \\ &= -en_e \left( E_r + \frac{v_{e\varphi}}{c} B \right) - \nabla_r p_e \end{aligned} \quad (\text{III},48)$$

$$-(\mathcal{R}'_{2T})_r - (\mathcal{R}'_{2u})_r + n_2 n_1 \epsilon_{21} (v_{2r} - v_{er}) + n_2 n_e \epsilon_{2e} (v_{2r} - v_{er}) = \quad (III,49)$$

$$= 2en_2 \left( E_r + \frac{v_{2r}}{c} B \right) - \nabla_r P_2$$

$$\frac{1}{c} j_{\varphi} B_z - \frac{1}{c} j_z B_{\varphi} = \nabla_r P \quad (III,50)$$

Dabei ist in (III,47) und (III,48)  $\alpha = 1$  gesetzt (vgl. (III,40) und (III,41)). In (III,45) ist in guter Näherung  $\sigma_{\perp}/\sigma_{\parallel} = 1/2$  (s.8). Aus diesem Gleichungssystem wird die Schwerpunkts-  
geschwindigkeit  $v_r$  in radialer Richtung bestimmt. Bei der Durchführung der elementaren Rechnung wird  $\frac{1}{2c} j_z B_{\varphi}$   
verglichen mit  $\frac{1}{c} j_{\varphi} B_z$  vernachlässigt (Voraussetzung F). Physikalisch bedeutet  $\frac{1}{c} j_z B_{\varphi}$  den Anteil  
des "Pinchdrucks" am radialen Druckaufbau. Dieser Anteil wird durch den Ringstrom, der infolge  
der Anisotropie der elektrischen Leitfähigkeit auftritt (III,45), auf die Hälfte reduziert. Die  
Voraussetzung F ist gerechtfertigt, wie eine Abschätzung unter Zugrundelegung der aus dem radialen  
Leitfähigkeitsprofil und der mit (II,14) abgeschätzten elektrischen Feldstärke erhaltenen Strom-  
dichteverteilung  $j_z(r)$  zeigt. Man erhält das Ergebnis

$$v_r = \frac{\epsilon_{21}}{4 \frac{e^2 \beta^2}{c^2} + n_e \epsilon_{21} (n_e \epsilon_{21} + n \epsilon_{2e})} \left\{ \nabla_r T \frac{3}{2} \frac{c}{eB} k \frac{n_e (n_e \epsilon_{21} + n \epsilon_{2e})}{\omega_e \tau_e} \right. \quad (III,50)$$

$$- \nabla_r P \frac{c}{eB} \left[ \frac{n_e \epsilon_{21} + n \epsilon_{2e}}{\omega_e \tau_e} + \frac{eB}{c} \frac{n_e}{n} \frac{\epsilon_{2e}}{\epsilon_{21}} \right] \quad (III,51)$$

$$\left. + \frac{2n_2}{n} \nabla_r P_e + \frac{n_e}{n} \nabla_r P_2 - \frac{\mathcal{R}'}{n \epsilon_{21}} \right\} \quad (III,51)$$

Wegen  $\sqrt{\frac{m_e}{m_1}} \ll 1$  ist auch  $\epsilon_{2e} \ll \epsilon_{21}$  (vgl. (III,44)). Ferner ergibt ein Vergleich der beiden Summan-  
den im Faktor von  $\nabla_r P$ , daß im vorliegenden Experiment

$$\frac{eB}{c} \frac{n_e}{n} \frac{\epsilon_{2e}}{\epsilon_{21}} \ll \frac{n_e \epsilon_{21} + n \epsilon_{2e}}{\omega_e \tau_e} \quad \text{ist.}$$

Man erhält dann:

$$v_r = \frac{\epsilon_{21}}{4 \frac{e^2 \beta^2}{c^2} + n_e \epsilon_{21}} \left\{ \frac{c}{eB} \frac{n_e \epsilon_{21}}{\omega_e \tau_e} \left( \frac{3}{2} n_e k \nabla_r T - \nabla_r P \right) + 2 \frac{n_2}{n} \nabla_r P_e + \frac{n_e}{n} \nabla_r P_2 - \frac{\mathcal{R}'}{n \epsilon_{21}} \right\} \quad (III,52)$$

Dabei ist  $\mathcal{R}'$  durch folgenden Ausdruck gegeben :

$$-\mathcal{R}' = -\frac{4eB}{c} (R'_{eT})_{\varphi} - 2n_2 \epsilon_{21} (R'_{eT})_r - 2 \frac{eB}{c} \left[ (R'_{2u})_{\varphi} + (R'_{2T})_{\varphi} \right] + \quad (III,53)$$

$$+ n_e \epsilon_{21} \left[ (R'_{2u})_r + (R'_{2T})_r \right]$$

wo  $(R'_{2u})$  durch (III,43) mit  $\alpha = 2$  definiert ist.

Für die Reibungskräfte werden die Werte aus den Gl. (III,37), (III,36) und (III,40) eingesetzt.

Gleichzeitig wird aus allen Termen, die  $\nabla_r T$  enthalten, der auch in (III,52) auftretende Faktor  $\Theta =$   
 $\frac{c}{eB} \frac{n_e \epsilon_{21}}{\omega_e \tau_e} \frac{3}{2} n_e k \nabla_r T$  herausgezogen. Es ergibt sich

$$-\frac{\mathcal{R}'}{n \epsilon_{21}} = -\Theta \left[ \frac{2eB}{c n n_e \epsilon_{21}} \left( \frac{eB}{c \epsilon_{21}} - \frac{10}{3} \frac{n_2}{\omega_e \tau_e} - \frac{\delta}{3} \frac{eB}{c} \frac{\omega_e \tau_e}{\epsilon_{21}} \frac{n_1}{n_e} - \gamma \frac{1}{3} \omega_e \tau_e n_1 \right) \right] + \quad (III,54)$$

$$+ \beta n_e \left( \frac{2eB}{c} d_r + n_e \epsilon_{21} d_{\varphi} \right)$$

Im vorliegenden Experiment ergeben die Terme in der eckigen Klammer etwa 0,2, so daß

$$-\frac{\mathcal{R}'}{n \epsilon_{21}} = -0,2 \Theta + \beta n_e \left( \frac{2eB}{c} d_r + n_e \epsilon_{21} d_{\varphi} \right)$$

Der erste Summand reduziert also den Faktor von  $\nabla_r T$  in (III,52) um etwa 20%. Der zweite Summand  
ist mit  $d_{\varphi}$ ,  $d_r < 10^4$  cm/s kleiner als  $10^4$  dyn/cm<sup>3</sup> und kann verglichen mit den Partialdruckgradienten

vernachlässigt werden.

Nach diesen Abschätzungen bleibt für die radiale Schwerpunktsgeschwindigkeit des Gesamtplasmas

$$V_r = \frac{\epsilon_{z1}}{4 \frac{e^2 B^2}{c^2} + n_e^2 \epsilon_{z1}^2} \left\{ \frac{c}{eB} \frac{n_e \epsilon_{z1}}{\omega_e \tau_e} \left[ 1,2 n_e k \nabla_r T - \nabla_r P \right] + 2 \frac{n_2}{n} \nabla_r P_e + \frac{n_e}{n} \nabla_r P_2 \right\} \quad (\text{III},55)$$

Daraus kann man bei Kenntnis der Teilchendichten der Komponenten, der Temperatur und der Druck-, Partialdruck- und Temperaturgradienten die Schwerpunktsgeschwindigkeit  $v_r$  berechnen.

### 3. Radiale Profile von Teilchendichten, Gesamtdruck und Partialdrucken

In Abschnitt II,2 war dargestellt, wie man experimentell unter Eliminierung der Relaxationseffekte bei der Ionisation und Rekombination den radialen Verlauf des Ionisationsverhältnisses  $\frac{n_2}{n_1}(r)$  erhalten kann (Abb.9). Daraus und aus dem Elektronendichteprofil (Abb.7) sind unter Zuhilfenahme der Quasineutralitätsbeziehung (II,6) die Dichten der Ionen als Funktion des Radius' zu ermitteln

$$n_1(r) = \frac{n_e(r)}{1 + 2 \frac{n_2}{n_1}(r)} \quad (\text{III},56)$$

$$n_2(r) = \frac{n_e(r)}{1 + 2 \frac{n_2}{n_1}(r)} \frac{n_2}{n_1}(r) \quad (\text{III},57)$$

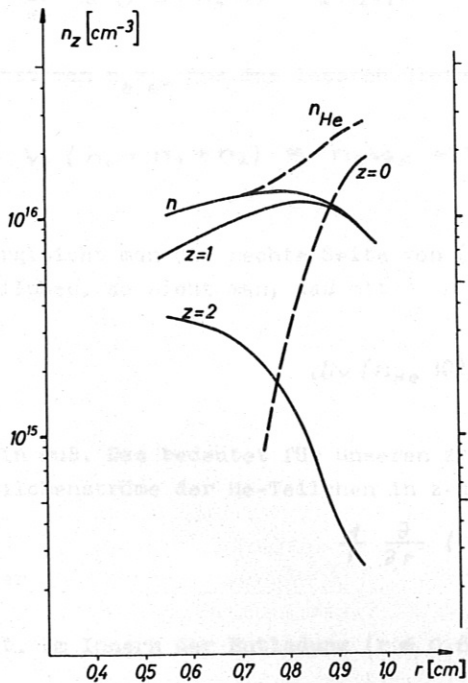


Abb.13 Radiale Profile der Dichten der Ionenkomponenten ( $Z = 2$  bzw.  $Z = 1$ ), der neutralen Komponente ( $Z = 0$ ) von He, der Summe der Ionendichten ( $n$ ) u. der Gesamtdichte der He-Teilchen ( $n_{He}$ )

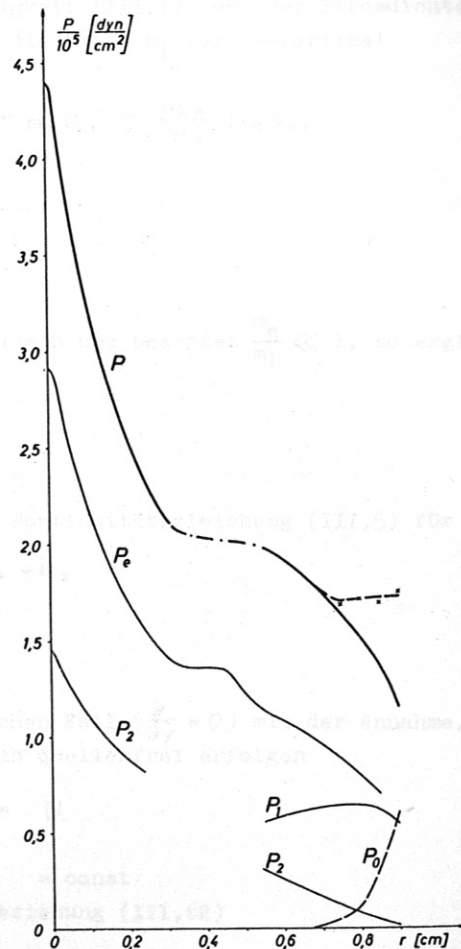


Abb.14 Radiale Profile der Partialdrücke aller Komponenten des He-Plasmas und des Gesamtdrucks ohne (ausgezogen) und mit (gestrichelt) Neutralgaskomponente.

Das Ergebnis zeigt Abb.13. Dargestellt sind  $n_1(r)$ ,  $n_2(r)$  und  $n(r) = n_1(r) + n_2(r)$ . Die gestrichelten Kurven zeigen die aus der Diskussion der Strömungsbilanz (Abschnitt III,4) gewonnenen Verläufe der Dichte  $n_0(r)$  der neutralen Heliumatome und der Summe aller Heliumteilchen  $n_{He}(r) = n_0(r) + n_1(r) + n_2(r)$ . Aus Abb.13 läßt sich zusammen mit dem Temperaturprofil (Abb.10) der radiale Verlauf des Gesamtdrucks und der Partialdrucke erhalten (Abb.14). Die gestrichelten Kurven stellen wieder nach Abschnitt III,4 vermutete Verläufe von  $p_0(r)$  und  $p(r)$  dar.

#### 4. Radiales Profil der Teilchenströme der Ionenkomponenten

Man kann jetzt aus Gl.(III,55) mit Hilfe der aus den Abb.10, 13 und 14 zu entnehmenden Zustandsgrößen und ihren Gradienten die radiale Schwerpunktsgeschwindigkeit  $v_r$  berechnen und das Ergebnis diskutieren. Tab.2 enthält die Rechenergebnisse.

Tabelle 2

$r$ cm	$v_r$ $10^3$ cm/s	$n v_r r$ $10^{19}$ 1/cm·s	$v_{r1}$ $10^3$ cm/s
0,55	- 3,0	- 1,6	- 6,3
0,6	- 2,5	- 1,7	- 3,9
0,65	- 2,1	- 1,6	- 3,3
0,7	- 1,4	- 1,2	- 2,2
0,75	- 0,9	- 0,8	- 1,6

In Spalte 3 dieser Tabelle ist das Produkt  $n v_r r$  angegeben. Das hat folgenden Sinn: Bildet man von den Definitionsgleichungen der Schwerpunktsgeschwindigkeit (III,17) und der Stromdichte (III,18) die r-Komponenten, so erhält man nach Division durch die Masse  $m_1$  der He-Partikel

$$V_r (n_0 + n_1 + n_2 + \frac{m_e}{m_1} n_e) = n_0 v_{0r} + n_1 v_{1r} + n_2 v_{2r} + \frac{m_e}{m_1} n_e v_{er} \quad (III,58)$$

und

$$\frac{j_r}{e} = 0 = n_1 v_{1r} + 2 n_2 v_{2r} - n_e v_{er} \quad (III,59)$$

Setzt man  $n_e v_{er}$  aus der letzten Gleichung in (III,58) ein und beachtet  $\frac{m_e}{m_1} \ll 1$ , so ergibt sich

$$V_r (n_0 + n_1 + n_2) = n_0 v_{0r} + n_1 v_{1r} + n_2 v_{2r} \quad (III,60)$$

Vergleicht man die rechte Seite von (III,60) mit der Kontinuitätsgleichung (III,5) für die He-Teilchen, so sieht man, daß mit

$$n_{He} = n_0 + n_1 + n_2$$

$$\text{div} (n_{He} v) = 0 \quad (III,61)$$

sein muß. Das bedeutet für unseren zylindersymmetrischen Fall ( $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ) mit der Annahme, daß die Teilchenströme der He-Teilchen in z-Richtung praktisch quellenfrei erfolgen

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (n_{He} v_r r) = 0$$

oder

$$n_{He} v_r r = \text{const} \quad (III,62)$$

ist. Im Innern der Entladung ( $r \leq 0,65$  cm) ist die Beziehung (III,62)

$$n v_r r = (n_1 + n_2) v_r r = \text{const} = - 1,7 \cdot 10^{19} \text{ 1/cm s}$$

sehr gut erfüllt (Tab.2). Hier treten He-Partikel nur als einfach und zweifach geladene Ionen auf. Die Bedingung (III,5) bzw. (III,61) ist mit Sicherheit aber auch für größere Achsenabstände gültig. Sie kann hier durch Berücksichtigung der Neutralteilchen erfüllt werden! Die Dichte der He-Atome kann nicht direkt gemessen werden. Es gilt unter Einschluß der He-Atome jedoch für den gesamten

betrachteten Bereich

$$n_{He} v_r r = (n_0 + n_1 + n_2) v_r r = const = -1,7 \cdot 10^{19} \frac{1}{cm \cdot s} \quad (III,63)$$

Mit diesem Wert kann aus Gl.(III,55) der Gesamtdruckgradient  $\nabla_r p$  des Plasmas abgeschätzt werden. Das daraus gewonnene Druckprofil

$$p(r) = (n_0(r) + n_1(r) + n_2(r) + n_e(r)) kT$$

ist in Abb. 14 gestrichelt eingetragen, während das Dichteprofil  $n_0(r)$  bzw.  $n_{He}(r)$  in gleicher Weise in Abb. 13 dargestellt ist. In Anhang C,2 wird gezeigt (vgl. auch Abb.23), daß es nur durch die Berücksichtigung der Neutralteilchen beim Druckaufbau möglich ist, die im Drehspiegelbild (Abb. 5) beobachteten zeitlichen Änderungen der Ränder des durch die HeII-Emission definierten Plasmakanals zu erklären, so daß damit nachträglich eine Rechtfertigung für die Annahme der Quelfreiheit der Teilchenströme in z-Richtung geliefert wird. Der durch die Berücksichtigung der Neutralteilchen korrigierte radiale Verlauf der Schwerpunktsgeschwindigkeit des Plasmas steht in Tab. 3 (2.Spalte).

Tabelle 3

r cm	$v_r$ $10^3$ cm/s	$n_2 v_r$	$+ n_2 v_{2ra}$	$= n_2 v_{2r}$	$n_1 v_r$	$+ n_1 v_{1ra}$	$= n_1 v_{1r}$
		$10^{19} / cm^2 \cdot s$					
0,55	- 3,0	-1,0	4,1	3,1	-2,0	-4,1	-6,1
0,60	- 2,5	-0,8	2,7	1,9	-2,0	-2,7	-4,7
0,65	- 2,0	-0,7	2,3	1,6	-1,95	-2,3	-4,3
0,70	- 1,8	-0,5	1,8	1,3	-1,8	-1,8	-3,6
0,75	- 1,6	-0,35	(1,3)	(0,95)	-1,75	(-1,3)	(-3,1)
0,80	- 1,5	-0,2	(1,1)	(0,9)	-1,75	(-1,1)	(-2,9)
0,85	- 1,1	-0,1	(0,45)	(0,35)	-1,3	(-0,45)	(-1,8)
0,90	- 0,8	-	0	-	-0,85	0	$\approx 0,9$

Durch Einsetzen des verallgemeinerten Ohmschen Gesetzes (III,45) in die Schwerpunktsbewegungsgleichung in r-Richtung (III,50), in der der vom Pinchdruck und der Anisotropie der elektrischen Leitfähigkeit herrührende Term  $\frac{1}{2c} j_z B_\phi$  vernachlässigt wurde (s.Voraussetzung F), ergibt sich

$$\nabla_r p = - \frac{eB}{c} n_e w_e \tau_e (v_r + dr) + \frac{3}{2} n_e k \nabla_r T \quad (III,64)$$

Mit den Abkürzungen

$$\nabla_r p_v = - \frac{eB}{c} n_e w_e \tau_e v_r \quad (\text{Druckgradient infolge der Schwerpunktsströmung})$$

$$\nabla_r p_a = - \frac{eB}{c} n_e w_e \tau_e dr \quad (\text{Druckgradient infolge der ambipolaren Diffusion})$$

$$\nabla_r p_N = \frac{3}{2} n_e k \nabla_r T \quad (\text{Druckgradient infolge des "Nernsteffektes"})$$

wird

$$\nabla_r p = \nabla_r p_v + \nabla_r p_a + \nabla_r p_N \quad (III,65)$$

In Anhang C,2 wird der Druckaufbau des Plasmas diskutiert. Abb. 23 gibt das Ergebnis wieder. Da  $\nabla_r p_N$  und  $\nabla_r p$  in (III,65) aus den Messungen und  $\nabla_r p_v$  aus den Rechenergebnissen (Tab.3) zu ermitteln sind, kann man  $\nabla_r p_a$ , die Druckerhöhung infolge der ambipolaren Diffusion (Wienecke<sup>17</sup>) und somit  $d_r$  berechnen. Aus (III,24) ergibt sich dann  $v_{2ra} - v_{1ra} = d_r \frac{n_e n}{n_1 n_2}$ . Mit der ambipolaren Diffusion ist im stationären Fall kein Massentransport verbunden, so daß  $n_2 v_{2ra} = -n_1 v_{1ra}$  ist. Es liegen also zwei Beziehungen für  $v_{2ra}$  und  $v_{1ra}$  vor. Es wird

$$v_{2ra} = \frac{n_e}{n_2} d_r = - \frac{n_1}{n_2} v_{1ra} \quad (III,66)$$

Die Rechenergebnisse  $n_2 v_{2ra}$  sind in Tab.3 angegeben.



In (III,65) ist auch die Druckerhöhung  $\nabla_{r p_a}^{(10)}$  durch ambipolare Diffusion im Übergangsgebiet von einfach geladenen Heliumionen und neutralen Heliumatomen zu berücksichtigen:

$$\nabla_{r p} = \nabla_{r p_v} + \nabla_{r p_N} + \nabla_{r p_a}^{(21)} + \nabla_{r p_a}^{(10)} \quad (\text{III,67})$$

Man kann zwar durch  $n_1 v_{1ra}^{(10)} = -n_0 v_{ora}^{(10)}$  die Geschwindigkeit  $v_{ora}^{(10)}$  der Neutralteilchen durch  $v_{1ra}^{(10)}$ , die Geschwindigkeit der einfach geladenen Ionen infolge der ambipolaren Diffusion in diesem Übergangsgebiet ausdrücken; aber man erhält

$$\nabla_{r p_a}^{(21)} + \nabla_{r p_a}^{(10)} = n_1 \omega_e \tau_e (v_{1ra}^{(21)} - v_{1ra}^{(10)}) \frac{eB}{c}$$

kann also  $v_{1ra}^{(21)}$  und  $v_{1ra}^{(10)}$  nicht explizit angeben. Man darf nur annehmen, daß für  $r < 0,7$  cm  $\nabla_{r p_a}^{(21)} \gg \nabla_{r p_a}^{(10)}$  und daß in diesem Radiusbereich die Ergebnisse der Tab.3 die Bewegung der Ionenkomponenten richtig beschreiben. Bei  $r = 0,9$  cm sollte dagegen  $\nabla_{r p_a}^{(10)} \gg \nabla_{r p_a}^{(21)}$  sein. Das würde zu  $n_1 v_{1ra}^{(10)} = + 0,5 \cdot 10^{19} / \text{cm}^2 \cdot \text{s}$  führen.

Man liest aus Tab.3 ab, daß

$$\text{div}(n_2 v_{2r}) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r n_2 v_{2r})}{\partial r} < 0$$

ist, also der Fall (III,7) vorliegt ( $Z = 2$ ). Das Rechenergebnis verlangt also im gesamten Radiusbereich, in dem das Ionisationsverhältnis  $\frac{n_2}{n_1}$  gemessen werden konnte ( $\frac{n_2}{n_1} < 1$ ), eine Verschleppung der Ionisation in dem Sinne, daß

$$\frac{n_2}{n_1} > \frac{I_1}{R_2} \quad (\text{III,68})$$

Die Ursache dafür ist, daß die nach außen gerichtete ambipolare Diffusion der zweifach geladenen He-Ionen ( $n_2 v_{2ra}$ ) verglichen mit der nach innen gerichteten Schwerpunktsströmung ( $n_2 v_r$ ) überwiegt (vgl. Tab.3; 3. und 4. Spalte).

Aus (III,4) folgt für neutrales Helium mit  $Z - 2 = 0$

$$Q_0 = R_1 n_1 - I_0 n_0 = \text{div}(n_0 \omega_0) \quad (\text{III,69})$$

Darin ist  $n_0 v_{or} = n_0 (v_{oar} + v_r)$ , wobei  $v_{oar}$ , die nach innen gerichtete Geschwindigkeit der Heliumatome infolge der ambipolaren Diffusion, rasch nach außen hin zunehmen wird und  $v_r$  ebenfalls nach innen gerichtet ist. Da  $n_0$  nach außen stark anwächst, ist insgesamt sicher

$$\text{div}(n_0 \omega_0) < 0$$

also wegen (III,4)

$$\frac{n_1}{n_0} < \frac{I_0}{R_1} \quad (\text{III,70})$$

Die Verschleppung des Ionisationsverhältnisses erfolgt demnach gegenüber der statischen Ionisation zu kleineren Werten. Die zur Beschreibung der statischen Ionisation in unserem Falle benötigten Ionisations- und Rekombinationsraten  $I_0$  und  $R_1$  sind nicht bekannt. Sicher ist zunächst nur, daß die statische Ionisation zwischen den durch die Sahagleichung (detailliertes Gleichgewicht aller Prozesse mit ihren inversen) und durch die Koronagleichung (Stoßionisation vom Grundzustand im Gleichgewicht mit Strahlungsrekombination auch über angeregte Terme) gegebenen Grenzfällen liegt (Tab.4). Ein Kriterium dafür, daß die Koronagleichung die statische Ionisation von HeI in einer Plasmaschicht besser als die Sahagleichung beschreibt, ist, daß die Resonanzlinie hier aus optisch nicht dicker Schicht emittiert wird. Die obere Grenze für den Absorptionskoeffizienten  $\kappa_0$  der Linienmitte ergibt sich, wenn man die Linienform durch ein der lokalen Temperatur entsprechendes Dopplerprofil approximiert, d.h. konkurrierende Verbreiterungsmechanismen (Zeemaneffekt, Druckverbreiterung) vernachlässigt. Ihr Anteil an der Linienverbreiterung ist in unserem Experiment sicher kleiner als der von der Dopplerverbreiterung herrührende. Aus

$$\kappa_0 \approx \frac{\sqrt{\pi} e^2}{m_e c^2} \lambda^2 \frac{n_0}{\Delta \lambda_D} f_{12} e^{-\left(\frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_D}\right)^2} \quad (\text{III,71})$$

(s.z.B.<sup>5</sup>) mit

$$\Delta \lambda_D = 7,2 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{T}{M_1}} \lambda$$

als Dopplerbreite,  $n_0 \rightarrow$  Besetzungsdichte des Grundzustandes (praktisch Dichte der He-Atome),  $M_1 \rightarrow$  Atomgewicht von He und  $f_{12} \rightarrow$  Absorptions-

oszillatorenstärke. Mit  $\lambda = 584 \text{ \AA}$  und  $f_{12} = 0,25$  (Trefftz et.al.<sup>18</sup>) folgt an der Stelle  $r = 0,9 \text{ cm}$   $\kappa_0 \leq 30 \text{ cm}^{-1}$ , so daß über hier interessierende Schichtdicken von etwa 1 mm die optische Tiefe  $\tau_0 \leq 3$  für die Linienmitte ist. Die gesamte Linie wird also noch aus optisch nicht dicker Schicht emittiert, und die Koronaformel sollte die statische Ionisation wesentlich besser beschreiben als die Sahagleichung. Näherungsweise ist die Verschiebung des experimentellen Ionisationsverhältnisses dann relativ zur statischen Koronaionisation zu betrachten. Das hier abgeschätzte Ionisationsverhältnis  $(\frac{n_1}{n_0})_{\text{exp}}$  steht zusammen mit den Grenzfällen  $(\frac{n_1}{n_0})_{\text{Korona}}$  und  $(\frac{n_1}{n_0})_{\text{Saha}}$  in Tab.4 .

Tabelle 4

r cm	$(\frac{n_1}{n_0})_{\text{exp}}$	$(\frac{n_1}{n_0})_{\text{Korona}}$	$(\frac{n_1}{n_0})_{\text{Saha}}$
0,75	12		
0,80	5,1	95	
0,85	1,9	67	
0,90	≈ 1	48	$2 \cdot 10^3$
0,95		37	$1,5 \cdot 10^3$
1,00		29	$1,5 \cdot 10^3$

Um ein Maß für die Zuverlässigkeit der aus (III,55) erhaltenen Resultate zu gewinnen, wurde das Temperaturprofil der Abb.10 verändert, so daß z.B. bei  $r = 0,55 \text{ cm}$  die "neue" Temperatur um etwa 25 % gegenüber der gemessenen erhöht wurde, was sicher außerhalb der Meßfehlergrenzen liegt. Die Werte von T für  $r > 0,9 \text{ cm}$  wurden beibehalten. Auf diese Weise erfahren Absolutwerte und Gradienten von T und p Änderungen. Mit dem so konstruierten Temperaturprofil ergeben sich die Werte  $v_r$  in Tab.2 . Bei diesen Werten zeigt sich ebenfalls, daß das Produkt  $(n_1 + n_2)v_r$  mit zunehmendem Radius systematisch von einem konstanten Wert abweicht, so daß man auch dann die Neutralteilchen in Rechnung zu stellen hat. Die Absolutwerte  $v_r$  sind gegenüber den Werten  $v_r$  , die unter Zugrundelegung des gemessenen Temperaturprofils erhalten wurden, um etwa einen Faktor 2 verändert. Da eine strenge Fehlerrechnung für  $v_r$  sehr undurchsichtig wird, soll diese Abschätzung genügen. Wir folgern, daß der relative Fehler von  $v_r$  durch

$$\frac{\Delta v_r}{v_r} \leq 100 \% \quad \text{richtig eingeschätzt ist.}$$

### 5. Ionisationsverhältnis von Helium und Ionenbewegung

Jetzt soll (III,2) für zweifach geladene He-Ionen ( $Z = 2$ ) angewandt werden

$$Q_2 = I_1 n_1 - R_2 n_2 = \text{div} (n_2 v_2) \quad (\text{III,72})$$

Ihre linke Seite ist aus Theorie ( $I_1, R_2$ ) und Experiment ( $n_1, n_2$ ) bekannt. Der auf der rechten Seite stehende Teilchenstrom der zweifach geladenen Ionen soll ermittelt werden.

#### A Die statische Ionisation

An dieser Stelle ist darüber zu diskutieren, wie man die Ionisationsrate  $I_1$  und die Rekombinationsrate  $R_2$  zur Beschreibung der statischen Ionisation zu wählen hat. Zunächst wird die optische Tiefe der Lyman -  $\alpha$  - Strahlung von HeII bestimmt. Mit der Dopplerverbreiterung konkurrieren Zeemanaufspaltung und Druckverbreiterung. Als Maß für letztere soll der Abstand  $\Delta \lambda_{St}$  der äußeren Stark-effekt-komponenten im elektrischen Feld mit der Holtsmark'schen Normalfeldstärke  $F_0$  (Anhang (A,3)) benutzt werden. Bethe u.Salpeter<sup>19</sup> erhalten für Lyman-Linien der Wasserstoffsequenz

$$\Delta \lambda_{St} = \frac{p^2}{(Z+1)^5} \frac{F}{10^3} \quad (F \rightarrow \frac{kV}{cm})$$

( $p \rightarrow$  Hauptquantenzahl des oberen Zustandes)

Für HeII ( $Z = 1$ ) wird mit  $F_0 = 30 \frac{kV}{cm}$  das Ergebnis für die ersten drei Lyman-Linien in Tab.5 angegeben. Die Zeemanaufspaltung  $2 \Delta \lambda_B$  ist nach (A,5) für  $B = 5 \cdot 10^4 \text{ G}$  berechnet und die Halbwertsbreite  $h_D$  des Dopplereffektes für  $T = 6 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ .

Tabelle 5

Linie	$\frac{\lambda}{\text{Å}}$	$\frac{h_D}{\text{Å}}$	$\frac{\Delta \lambda_{St}}{\text{Å}}$	$\frac{2\Delta \lambda_B}{\text{Å}}$
Ly $_{\alpha}$	303,7	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
Ly $_{\beta}$	256,3	$3,8 \cdot 10^{-2}$	$8,8 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$
Ly $_{\gamma}$	243,1	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$2,75 \cdot 10^{-3}$

Da Ly $_{\alpha}$  und auch Ly $_{\gamma}$  starke Komponenten (66,5 % und 27 % der gesamten Linienintensität) enthalten, die nicht durch Starkeffekt und Zeemaneffekt aufgespalten werden, sondern nur dopplerverbreitert sind, sollte der Absorptionskoeffizient  $\kappa_0$  in Linienmitte ( $\Delta \lambda = 0$ ) sich mit befriedigender Genauigkeit durch den eines Gaussprofils approximieren lassen, und man darf (III,71) zur Berechnung von  $\kappa_0$  herausziehen. Das Ergebnis ist in Abb.15 als Funktion des Radius' aufgetragen.

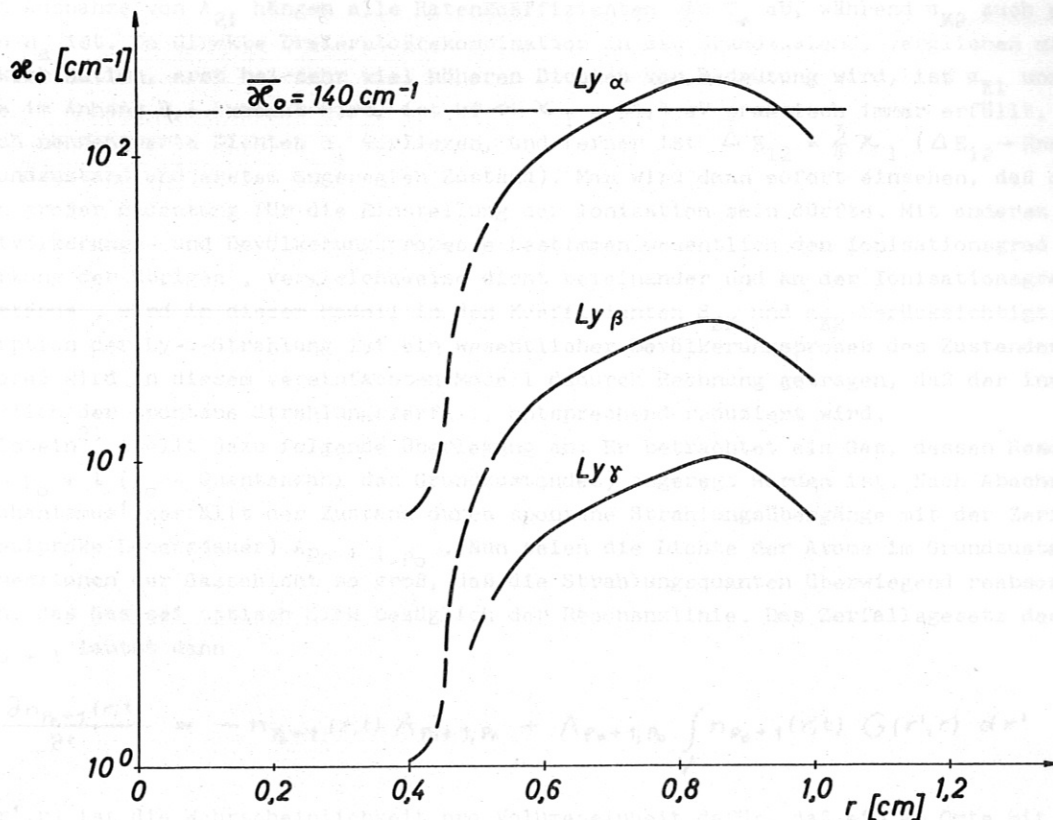


Abb.15 Absorptionskoeffizient in Linienmitte der Ly-Linien von HeII.  
 $\bar{\kappa}_0 = 140 \text{ cm}^{-1}$  Mittelwert von  $\kappa_0$  für Ly $_{\alpha}$  im Bereich  $0,5 \leq r \leq 1,0 \text{ cm}$ .

Der Absorptionskoeffizient der Ly- $\alpha$ -Strahlung von HeII hat über einen Radiusbereich  $0,5 \leq r \leq 1,0 \text{ cm}$  Werte  $\kappa_0 > 50 \text{ cm}^{-1}$  mit einem Maximum von  $\kappa_{max} = 180 \text{ cm}^{-1}$ . In diesem Radiusbereich liegen die gemessenen Werte von  $\frac{n_2}{n_1}$  (Abb.9). Infolge des großen Absorptionskoeffizienten steuert die Reabsorption der Ly- $\alpha$ -Photonen wesentlich zu den Anregungsprozessen des HeII-Ions bei. Da die Zahl dieser Prozesse entscheidend vom Strahlungsfeld des Plasmas abhängt, erfordert eine exakte Berechnung von  $\frac{n_1(p)}{n_1}$  ( $p > 1$ ;  $p \rightarrow$  Hauptquantenzahl) oder  $\frac{n_2}{n_1}$  für den statischen Fall (ohne Ionenbewegung) eine Lösung der Strahlungstransportgleichung verbunden mit den gekoppelten Bilanzgleichungen aller Niveaus des HeII-Ions. Da dieses Problem, zumal auch noch die Geometrie sowie Dichte- und Temperaturprofil eingehen, praktisch unlösbar scheint, soll hier gemäß der Betrachtung von Mewe<sup>20</sup> angenommen werden, daß nur wenige Elementarprozesse zur Einstellung des Ionisationsverhältnisses beitragen. Sie sind mit ihren Ratenkoeffizienten in Tab.6 zusammengestellt.

Tabelle 6

Prozeß	Ratenkoeffizient (cm <sup>3</sup> /s)
Stoßionisation vom Zustand p <sub>0</sub> = 1	S <sub>1K</sub>
Stoßionisation vom Zustand p = 2 direkt und über Zustände p > 2	S <sub>2K</sub>
Stoß-Strahlungsrekombination in den Zustand p <sub>0</sub> = 1	α <sub>K1</sub>
Stoß-Strahlungsrekombination in den Zustand p = 2 direkt und über Zustände p > 2	α <sub>K2</sub>
Stoßanregung von Zustand p <sub>0</sub> = 1 in Zustand p = 2	S <sub>12</sub>
Stoßabregung von Zustand p = 2 in Zustand p <sub>0</sub> = 1	S <sub>21</sub>
Spontaner Strahlungszерfall von Zustand p = 2	$\frac{A_{21}}{n_e}$

Mit Ausnahme von A<sub>21</sub> hängen alle Ratenkoeffizienten von T<sub>e</sub> ab, während α<sub>K2</sub> auch eine Funktion von n<sub>e</sub> ist. Da direkte Dreierstoßrekombination in den Grundzustand, verglichen mit der Strahlungsrekombination, erst bei sehr viel höheren Dichten von Bedeutung wird, ist α<sub>K1</sub> unabhängig von n<sub>e</sub>. Wie im Anhang B,1 bemerkt wird, ist kT ≪ χ<sub>1</sub> = 54,4 eV praktisch immer erfüllt, wenn überhaupt noch nennenswerte Dichten n<sub>1</sub> vorliegen, und ferner ist ΔE<sub>12</sub> =  $\frac{3}{4} \chi_1$  (ΔE<sub>12</sub> → Energieabstand von Grundzustand und erstem angeregten Zustand). Man wird dann sofort einsehen, daß der Zustand p = 2 von großer Bedeutung für die Einstellung der Ionisation sein dürfte. Mit anderen Worten, seine Entvölkerungs- und Bevölkerungsprozesse bestimmen wesentlich den Ionisationsgrad mit. Die Mitwirkung der übrigen, vergleichsweise dicht beieinander und an der Ionisationsgrenze liegenden Zustände, wird in diesem Modell in den Koeffizienten S<sub>2K</sub> und α<sub>K2</sub> berücksichtigt. Die Selbstabsorption der Ly-α-Strahlung ist ein wesentlicher Bevölkerungsprozeß des Zustandes p = 2. Diesem Prozeß wird in diesem vereinfachten Modell dadurch Rechnung getragen, daß der inverse Prozeß, nämlich der spontane Strahlungszерfall, entsprechend reduziert wird.

Holstein<sup>21</sup> stellt dazu folgende Überlegung an: Er betrachtet ein Gas, dessen Resonanzzustand p = p<sub>0</sub> + 1 (p<sub>0</sub> - Quantenzahl des Grundzustandes) angeregt worden ist. Nach Abschalten des Anregungsmechanismus<sup>1</sup> zerfällt der Zustand durch spontane Strahlungsübergänge mit der Zerfallskonstanten (reziproke Lebensdauer) A<sub>p<sub>0</sub>+1, p<sub>0</sub></sub>. Nun seien die Dichte der Atome im Grundzustand n<sub>p<sub>0</sub></sub> und die Dimensionen der Gasschicht so groß, daß die Strahlungsquanten überwiegend reabsorbiert werden, d.h. das Gas sei optisch dick bezüglich der Resonanzlinie. Das Zerfallsgesetz des Zustandes n<sub>p<sub>0</sub>+1</sub> lautet dann

$$\frac{\partial n_{p_0+1}(r,t)}{\partial t} = -n_{p_0+1}(r,t) A_{p_0+1, p_0} + A_{p_0+1, p_0} \int_V n_{p_0+1}(r',t) G(r',r) dr' \quad (\text{III,73})$$

G(r',r) ist die Wahrscheinlichkeit pro Volumeneinheit dafür, daß ein am Orte mit der Koordinate (Ortsvektor) r' in einem Volumenelement dr' des Gases mit dem Volumen V emittiertes Photon in der Umgebung des Ortes r wieder absorbiert wird. Für hinreichend lange Zeit nach Abschalten des Anregungsprozesses kann man eine Lösung von (III,73) in der Form

$$n_{p_0+1}(r,t) = n_{p_0+1}(r,t_0) e^{-g A_{p_0+1, p_0} t} \quad (\text{III,74})$$

angeben<sup>21</sup>. Es tritt dann ein von der Ortskoordinate unabhängiger Faktor (imprisonment factor) auf, der die Übergangswahrscheinlichkeit reduziert, also die Lebensdauer des Zustandes p<sub>0</sub> + 1 vergrößert. Er läßt sich interpretieren als eine Wahrscheinlichkeit des Resonanzphotons, nach jeder Emission aus dem Plasmavolumen zu entweichen. Holstein berechnet diesen g-Faktor durch Lösung der Strahlungstransportgleichung für eine unendlich ausgedehnte, planparallele Gasschicht einer Dicke L und für einen Gaszylinder mit dem Radius R und unbegrenzter Länge. Im Falle eines Dopplerprofils der Resonanzlinie, welches die dem vorliegenden Fall angemessene Voraussetzung ist, ergibt sich dort für

planparallele Gasschicht 
$$g_p = \frac{1,06}{\chi_0 L (\ln \frac{1}{2} \chi_0 L)^{1/2}} \quad (\text{III,75a})$$

Gaszylinder  $g_z = \frac{0,9}{\alpha_{e_0} R (\ln \alpha_{e_0} R)^{1/2}}$  (III,75b)

Für sehr grosse optische Dicke ( $L \rightarrow \infty$ ) wird  $g = 0$ ; d.h. die Strahlungsprozesse stehen in detailliertem Gleichgewicht. Im optisch dünnen Fall ( $\alpha_{e_0} L \rightarrow 0$ ) muss  $g = 1$  werden (in (III,73)  $G(r'_i, r) = 0$ ). Da  $g$  als Funktion der optischen Dicke  $\tau_0$  ( $\alpha_{e_0} L$  oder  $\alpha_{e_0} R$ ) eine monotone Funktion im Bereich  $0 \leq g \leq 1$  sein muss, kann man nur für  $\tau_0 \gg 1$  mit (III,75a) und (III,75b) rechnen. Das Holsteinsche Modell enthält nicht die Abregung des Zustandes  $p_0 + 1$  durch Stösse. Man kann sich jedoch leicht davon überzeugen, dass selbst bei den vorliegenden Elektronendichten  $\frac{n_e S_{21}}{A_{21}} \ll 1$  ( $p_0 = 1$ ) ist, die Stossabregung also zu vernachlässigen ist. Der Faktor  $g$  berücksichtigt also die Reabsorption in der Plasmaschicht und ist in einem nicht zerfallenden Plasma eine Funktion des Ortes, da die lokale Reabsorption bei räumlich homogener Besetzungsdichte des Grundzustandes vom lokalen Strahlungsfeld abhängt. Holsteins Theorie mit dem in einem Gas mit zerfallendem Anregungszustand bestimmten  $g$  - Faktor enthält die Abhängigkeit  $g = g(r)$  nicht. Nach Hearn<sup>22</sup> approximiert jedoch diese Theorie im Zweiniveau-Termmmodell die Ergebnisse seiner detaillierten Rechnungen<sup>23</sup> im Zentrum einer Plasmaschicht sehr gut.

Im vorliegenden Fall soll zunächst (vgl. dazu Abb.15) die Plasmaschicht in einem Radiusbereich  $0,5 \leq r \leq 1$  cm approximiert werden durch eine Schicht mit konstantem, mittleren Absorptionskoeffizienten  $\alpha_{e_0} = 140 \text{ cm}^{-1}$ . Als charakteristische Dimension wird  $L = 0,5$  cm gewählt, so dass  $\tau_0 = \alpha_{e_0} L = 70$  ist. Die Änderung der Temperatur in diesem Intervall ( $3,5 \cdot 10^4 \text{ °K} \leq T \leq 6,5 \cdot 10^4 \text{ °K}$ ) macht sich wesentlich in den Stosskoeffizienten der Tab. 6 bemerkbar, während die durch  $g$  beschriebene Reabsorptionsrate der Resonanzstrahlung durch  $\tau_0$  gegeben und aus (III,75a) oder (III,75b) abgeschätzt werden kann. Es ergibt sich  $g_p = \frac{1}{100}$  bzw.  $g_z = \frac{1}{80}$ . Nach Breton und Schwob<sup>24</sup> würde sich für einen unbegrenzten Zylinder (Radius  $R = 0,5$  cm)  $g = \frac{1}{50}$  ergeben. Hier wird  $g = \frac{1}{70}$  gewählt. Die Bilanzgleichungen für den Grundzustand mit der Besetzungsdichte  $n_1(1)$ , den ersten angeregten Zustand mit  $n_1(2)$  und den Grundzustand des Elternions mit  $n_2$  (Dichte aller zweifach geladenen Ionen) sind mit den Ratenkoeffizienten von Tab. 6 in einem homogenen Plasma

$$\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_1(1)}{\partial t} = n_2 \alpha_{K1} + n_1(2) \left( S_{21} + g \frac{A_{21}}{n_e} \right) - n_1(1) (S_{12} + S_{1K}) \quad \text{(III,76a)}$$

$$\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_1(2)}{\partial t} = n_2 \alpha_{K2} + n_1(1) S_{12} - n_1(2) (S_{21} + S_{2K} + g \frac{A_{21}}{n_e}) \quad \text{(III,76b)}$$

$$\frac{1}{n_e} \frac{\partial n_2}{\partial t} = n_1(1) S_{1K} + n_1(2) S_{2K} - n_2 (\alpha_{K1} + \alpha_{K2}) \quad \text{(III,76c)}$$

Wie im Anhang B,1 erläutert wird, sind die Raten für die Entvölkerungs- und Bevölkerungsprozesse des Zustandes  $p = 2$ , also die Terme auf der rechten Seite von (III,76b), wesentlich grösser als die Rate, mit der sich die Besetzungsdichte dieses Zustandes ändert, d.h. man kann  $\dot{n}_1(2) / n_e$  in (III,76b) vernachlässigen und  $n_1(2)$  aus dieser Gleichung in (III,76c) einsetzen. Es wird ( $n_1 = n_1(1)$ ):

$$\dot{n}_2 = -\dot{n}_1 = n_1 \left[ S_{1K} + S_{2K} \frac{S_{2K}}{S_{21} + S_{2K} + g \frac{A_{21}}{n_e}} \right] n_e - n_2 \left[ \alpha_{K1} + \alpha_{K2} \frac{S_{21} + g \frac{A_{21}}{n_e}}{S_{21} + S_{2K} + g \frac{A_{21}}{n_e}} \right] n_e \quad \text{(III,77)}$$

Vergleich mit (III,1) für  $Z = 2$  ergibt im homogenen, stationären Fall ( $v_{2r} = 0$ )

$$\begin{aligned} I_1 &= n_e \left[ S_{1K} + S_{12} \frac{S_{2K}}{S_{21} + S_{2K} + g \frac{A_{21}}{n_e}} \right] \\ R_2 &= n_e \left[ \alpha_{K1} + \alpha_{K2} \frac{S_{21} + g \frac{A_{21}}{n_e}}{S_{21} + S_{2K} + g \frac{A_{21}}{n_e}} \right] \end{aligned} \quad \text{(III,78)}$$

die gesuchten Ionisations- und Rekombinationsraten. Die explizit von Mewe<sup>20</sup> angegebenen Ratenkoeffi-

zienten (Tab. 6) sind aus Ionenquerschnitten durch Faltung mit einer Maxwellverteilung der Elektronengeschwindigkeiten gewonnen. Aus (III,78) geht hervor, wann man von einem im Frequenzbereich der Lyman- $\alpha$ -Strahlung komplett optisch dicken Plasma sprechen darf, nämlich wenn die Bedingungen

$$g \ll \max. \left( \frac{S_{21}}{A_{21}/n_e} ; \frac{S_{2K}}{A_{21}/n_e} \right) \quad (\text{III,79})$$

und 
$$g \ll \frac{S_{21}}{A_{21}/n_e}$$

erfüllt sind. Für  $n_e = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und  $T = 6 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  ist

$$\frac{A_{21}}{n_e} = 5,75 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$S_{21} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ "}$$

$$S_{2K} = 6 \cdot 10^{-8} \text{ "}$$

so dass erst für

$$g \ll 3,5 \cdot 10^{-3} \approx \frac{1}{300} \quad (\text{III,80})$$

die Plasmaschicht als komplett optisch dick zu bezeichnen wäre ( $g = 0$ ). Mit  $g = \frac{1}{70}$  ergeben sich aus (III,16) Relaxationszeiten für die statische Ionisation von HeII (Tab.7).

Tabelle 7

r cm	$\tau_2$ $\mu\text{s}$
0,55	20
0,60	31
0,65	42
0,70	35
0,75	29
0,80	23

Aus Tab.3 liest man für  $r = 0,6 \text{ cm}$  für zweifach geladene Ionen eine Geschwindigkeit  $v_{2r} = 5,7 \cdot 10^3 \text{ cm/s}$  ab. Die Ionen legen an dieser Stelle innerhalb der Relaxationszeit einen Weg  $v_{2r} \tau_2 \approx 0,2 \text{ cm}$  zurück, so dass die Bedingung (III,13) dafür, dass keine Verschiebung des Ionisationsverhältnisses auftritt, verletzt wird. Man muss demnach eine Verschleppung der Ionisation gegenüber ihrem statischen Wert erwarten.

#### B. Experimentelle und statische Ionisation

In Abb.16 sind als Funktion der Temperatur die statischen Ionisationsverhältnisse aufgetragen, wie sie sich ergeben aus:

- der Sahagleichung, dem vereinfachten Modell von Mewe mit
- $g = \frac{1}{70}$  und
- $g = 0$  (Lyman- $\alpha$ -Linie komplett optisch dick)
- und den Rechnungen von Mahn<sup>25</sup>.

Mahn berechnet unter der Voraussetzung, dass alle Strahlungsübergänge aus optisch dünner Schicht emittieren, die Abweichung der Grundzustandsbesetzung von einer Saha-Besetzung und damit das Ionisationsverhältnis von Atomen und Ionen mit einem Valenzelektron in einem wasserstoffähnlichen Termmodell.

Es wird zunächst angenommen, dass die Ionisationskurve b mit dem Parameter  $g = \frac{1}{70}$  im vorliegenden Fall die statische Ionisation angemessen beschreibt. Wie es wegen der Verletzung der Bedingung (III,13) zu erwarten ist, zeigt sich eine deutliche Verschiebung der gemessenen Ionisation gegenüber dieser statischen Ionisation. Für  $\frac{n_2}{n_1} \leq 0,3$  ist  $\frac{n_2}{n_1} > \frac{I_1}{R_2}$  ( $g = \frac{1}{70}$ ) oder nach (III,7) und (III,6)  $\text{div}(n_2 v_{2r}) < 0$ , d.h. ein Volumenelement in diesem Bereich verzeichnet infolge der Bewegung der zweifach geladenen He-Ionen pro Zeiteinheit einen Strömungsgewinn an diesen Ionen. Wegen der endlichen Relaxationszeiten für die Einstellung des der lokalen Temperatur entsprechenden Ionisationsgleichgewichts tritt die beobachtete Verschiebung des Ionisationsgrades auf. Mit zunehmender

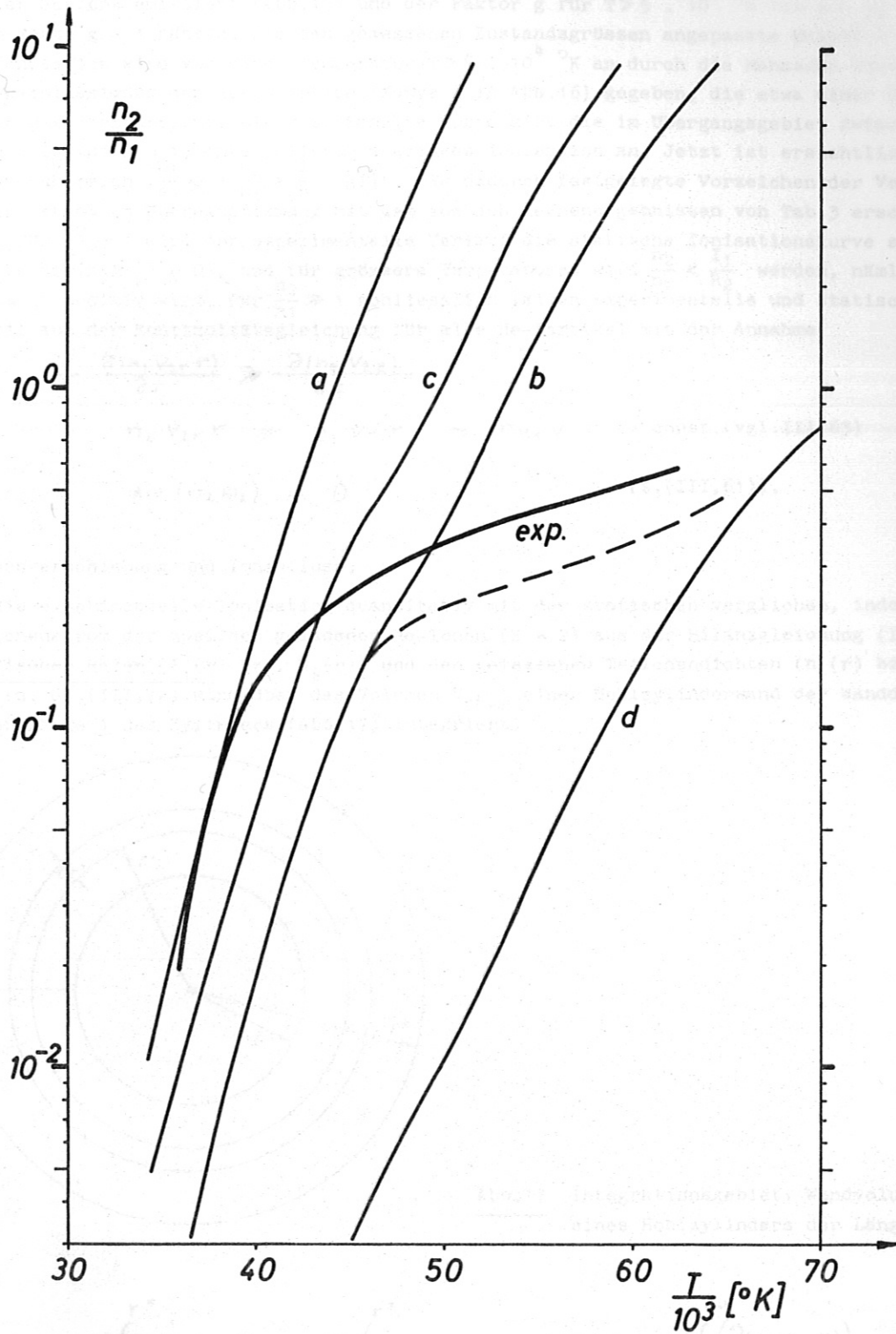


Abb. 16 Ionisationsverhältnis  $\frac{n_2}{n_1}$  von He als Funktion der Temperatur.  
 "exp": experimenteller Verlauf; a: nach Sahagleichung; b: nach Mewe  $g = \frac{1}{70}$  (Ly- $\alpha$  teilweise optisch dick); c:  $g = 0$  (Ly- $\alpha$  komplett optisch dick); d: nach Mahn;  
 gestrichelt: vermuteter Übergang der statischen Ionisation zum optisch dünnen Fall (d).

Ionisation von HeII (entsprechend wachsender Temperatur) wird die Lyman- $\alpha$ -Strahlung aus optisch weniger dicker Schicht emittiert (Abb.15) und der Faktor  $g$  für  $T > 5 \cdot 10^4$  °K von  $g = \frac{1}{70}$  abweichen und sich dem Werte  $g = 1$  nähern. Die den gemessenen Zustandsgrößen angepasste Beschreibung der statischen Ionisation wird von einer Temperatur  $T > 8 \cdot 10^4$  °K an durch die Mahnsche Theorie unter völliger Vernachlässigung der Reabsorption (Kurve d in Abb.16) gegeben, die etwa einer Kurve mit dem Parameter  $g = 1$  entspricht. Die gestrichelte Kurve gibt die im Übergangsbereich zwischen beiden Bereichen ( $g = \frac{1}{70}$  und  $g = 1$ ) interpolierte statische Ionisation an. Jetzt ist ersichtlich, dass im gesamten Messbereich ( $\frac{n_2}{n_1} < 1$ )  $\frac{n_2}{n_1} > \frac{I_1}{R_2}$  gilt. Das dadurch festgelegte Vorzeichen der Verschiebung der Ionisation steht in Übereinstimmung mit dem aus den Rechenergebnissen von Tab.3 erschlossenen (s.(III,68)). Für  $\frac{n_2}{n_1} \gg 1$  wird der experimentelle Verlauf die statische Ionisationskurve schneiden (an der Stelle  $\text{div}(n_2 \omega_2) = 0$ ), und für grössere Temperaturen wird  $\frac{n_2}{n_1} < \frac{I_1}{R_2}$  werden, nämlich dann, wenn  $\text{div}(n_2 \omega_2)$  positiv wird. Für  $\frac{n_2}{n_1} \gg 1$  schliesslich fallen experimentelle und statische Ionisation zusammen, weil aus der Kontinuitätsgleichung für alle He-Partikel mit der Annahme

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(n_2 v_{2r} r)}{\partial r} \gg \frac{\partial(n_2 v_{2z})}{\partial z}$$

folgt

$$n_2 v_{2r} r \approx n_2 v_r r \approx n_{He} v_r r = \text{const. (vgl. III,63)}$$

d.h.

$$\text{div}(n_2 \omega_2) = 0 \quad (\text{s. (III,61)}).$$

### C Ionisationsverschiebung und Ionenfluss.

Jetzt wird die experimentelle Ionisation quantitativ mit der statischen verglichen, indem der radiale Teilchenstrom der zweifach geladenen He-Ionen ( $Z = 2$ ) aus der Bilanzgleichung (III,72) mit den statischen Raten ( $I_1(r)$  bzw.  $R_2(r)$ ) und den gemessenen Teilchendichten ( $n_1(r)$  bzw.  $n_2(r)$ ) berechnet wird. Gl.(III,72) wird über das Volumen  $V_{r^*-r}$  einer Hohlzylinderwand der Wanddicke  $r^* - r$  und der Länge  $\underline{1}$  des Zylinders (Abb.17) integriert.

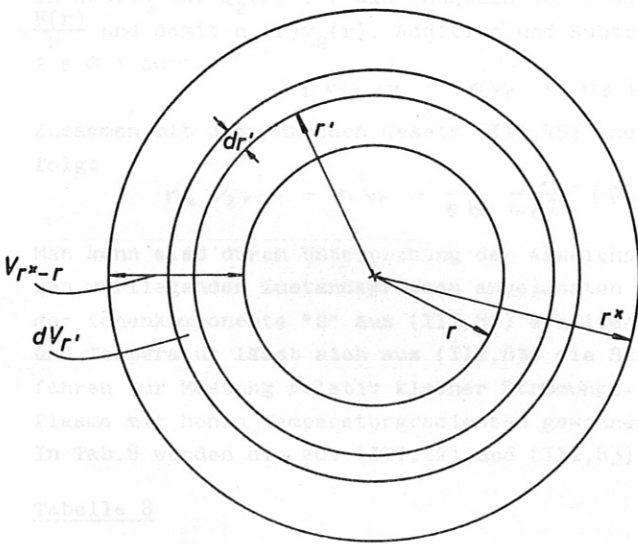


Abb.17 Integrationsgebiet: Wandvolumen  $V_{r^*-r}$  eines Hohlzylinders der Länge  $\underline{1}$ .

$$\int_{V_{r^*-r}} Q_2(r) dV_{r'} = 2\pi \int_r^{r^*} Q_2(r') r' dr' = 2\pi \int_r^{r^*} \text{div}(n_2 \omega_2) r' dr' \approx 2\pi \int_r^{r^*} \left( \frac{\partial(n_2 v_{2r} r)}{\partial r} \right)_{r'} dr$$

$$F_2(r) = \int_r^{r^*} Q_2(r') r' dr' \approx n_2 v_{2r} r' \Big|_r^{r^*} \quad (\text{III,81})$$

Der Achsenabstand  $r^*$  wird so gross gewählt, dass  $n_2(r^*) v_{2r}(r^*) r^*$  an dieser Stelle zu vernachlässigen ist. Dann ist

$$n_2 v_2(r) \approx - \frac{F(r)}{r} \quad (\text{III,82})$$



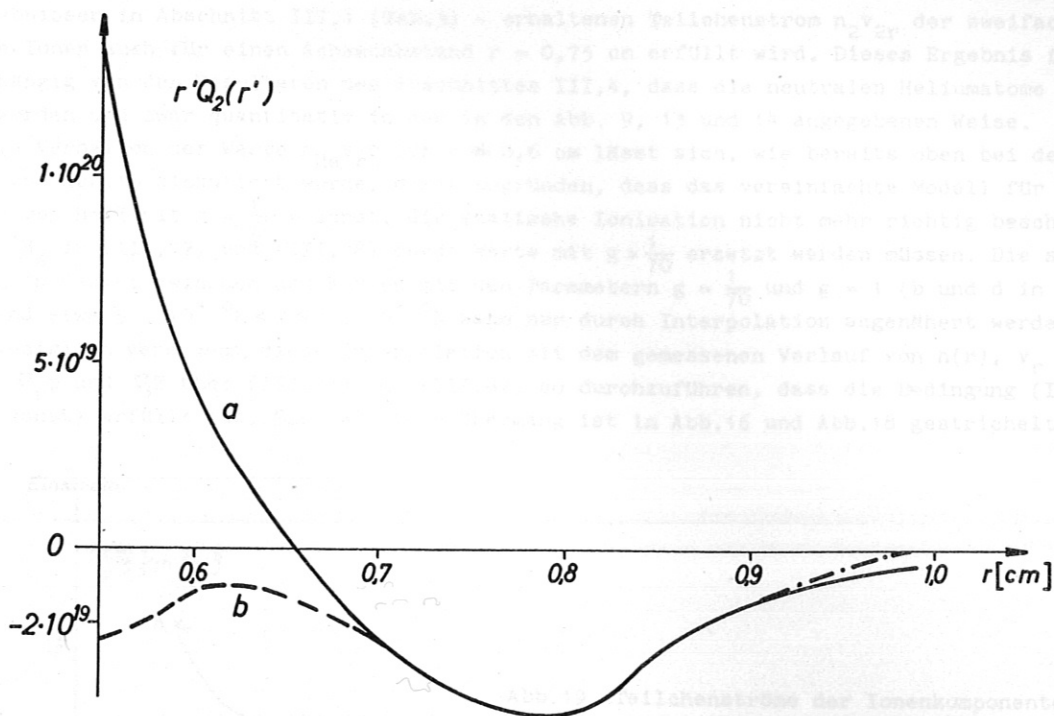


Abb. 18 Darstellung  $Q(r')$  .  $r'$  zur graphischen Integration. a (ausgezogen): Ratenkoeffizienten  $I_1$  und  $R_2$  mit  $g = \frac{1}{70}$ , b (gestrichelt):  $I_1$  und  $R_2$  mit Übergang Ly- $\alpha$  teilweise optisch dick ( $g = \frac{1}{70}$ ) nach optisch dünn (Mahn).

In Abb.18 ist  $Q_2(r')$  .  $r'$  als Funktion von  $r$  dargestellt. Durch graphische Integration gewinnt man  $\frac{F(r)}{r}$  und damit  $n_2(r)v_2(r)$ . Addition und Subtraktion von  $n_e v_r$  in (III,25c) führt mit  $j_r = 0$  und  $2 \beta \ll 1$  zu

$$n_2 v_{2r} = - n v_r + n_e (v_r + d_r)$$

Zusammen mit dem Ohmschen Gesetz (III,45) und der Bewegungsgleichung des Gesamtplasmas (III,50) folgt

$$n_2 v_{2r} = - n v_r - \frac{c}{eB} \frac{1}{\omega_e \tau_e} (\nabla_r p - \frac{3}{2} n_e k \nabla_r T) \quad (III,83)$$

Man kann also durch Untersuchung der Abweichung des gemessenen Ionisationsverhältnisses von der den vorliegenden Zustandsgrößen angepassten statischen Ionisation die Teilchenstromdichte  $n_2 v_{2r}$  der Ionenkomponente "2" aus (III,82) erhalten. Mit experimentell bekannten Gradienten von Druck und Temperatur lässt sich aus (III,83) die Strömungsgeschwindigkeit ermitteln. Damit ist ein Verfahren zur Messung relativ kleiner Strömungs- und Diffusionsgeschwindigkeiten von Ionen in einem Plasma mit hohen Temperaturgradienten gewonnen!

In Tab.8 werden die aus (III,82) und (III,83) berechneten Ergebnisse zusammengestellt.

Tabelle 8

$r$ cm	$n_2 v_{2r}$ $10^{19} / \text{cm}^2 \cdot \text{s}$	$n_2 v_r$ $10^{19} / \text{cm}^2 \cdot \text{s}$	$v_r$ $10^3 \text{ cm/s}$	$r n_{He} v_r$ $10^{19} / \text{cm} \cdot \text{s}$
0,55	0,6	-0,2	-0,9	-0,5
0,60	1,2	-0,65	-1,95	-1,3
0,65	1,3	-0,55	-1,8	-1,35
0,70	1,1	-0,4	-1,5	-1,25
0,75	0,8	-0,3	-1,4	-1,35

Sowohl der Vergleich der Teilchenstromdichten  $n_2 v_{2r}$  mit den in Tab. 3 angegebenen als auch die Überprüfung der Bedingung (III,62) ( $n_{He} v_r r = \text{const}$ ) fallen quantitativ—  $n_{He} v_r r = -1,35 \cdot 10^{19} / \text{cm} \cdot \text{s}$  gegenüber  $-1,7 \cdot 10^{19} / \text{cm} \cdot \text{s}$  (III,63)—erfreulich gut aus. In Abschnitt III,4 war eine Genauigkeit der Ergebnisse von etwa 100 % abgeschätzt worden. Wichtig ist, dass die Bedingung (III,63) durch die Berücksichtigung der Neutralteilchen im Gesamtdruckgradienten  $\nabla_r p$  in (III,83) und mit dem aus dem quantitativen Vergleich von gemessener und statischer Ionisation - unabhängig von den

Rechenergebnissen in Abschnitt III,4 (Tab.3) - erhaltenen Teilchenstrom  $n_2 v_{2r}$  der zweifach geladenen He-Ionen auch für einen Achsenabstand  $r = 0,75$  cm erfüllt wird. Dieses Ergebnis fordert also unabhängig von den Resultaten des Abschnittes III,4, dass die neutralen Heliumatome berücksichtigt werden und zwar quantitativ in der in den Abb. 9, 13 und 14 angegebenen Weise. Das anomale Verhalten der Werte  $n_{He} v_r$  für  $r \leq 0,6$  cm lässt sich, wie bereits oben bei der Interpretation von Abb.16 diskutiert wurde, damit begründen, dass das vereinfachte Modell für die Ionisation von HeII mit  $g = \frac{1}{70} = \text{const.}$  die statische Ionisation nicht mehr richtig beschreibt und  $I_1$  und  $R_2$  in (III,77) und (III,78) durch Werte mit  $g > \frac{1}{70}$  ersetzt werden müssen. Die statische Ionisation im Gebiet zwischen den Kurven mit den Parametern  $g = \frac{1}{70}$  und  $g = 1$  (b und d in Abb.17) entsprechend etwa  $5 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} < T < 8 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$  kann nur durch Interpolation angenähert werden. Man kann lediglich versuchen, diese Interpolation mit dem gemessenen Verlauf von  $n(r)$ ,  $v_r$  aus Tab.3 und  $\nabla_r p$  und  $\nabla_r T$  über (III,83) und (III,82) so durchzuführen, dass die Bedingung (III,63) ( $n_{He} v_r = \text{const}$ ) erfüllt ist. Der vermutete Übergang ist in Abb.16 und Abb.18 gestrichelt angedeutet.

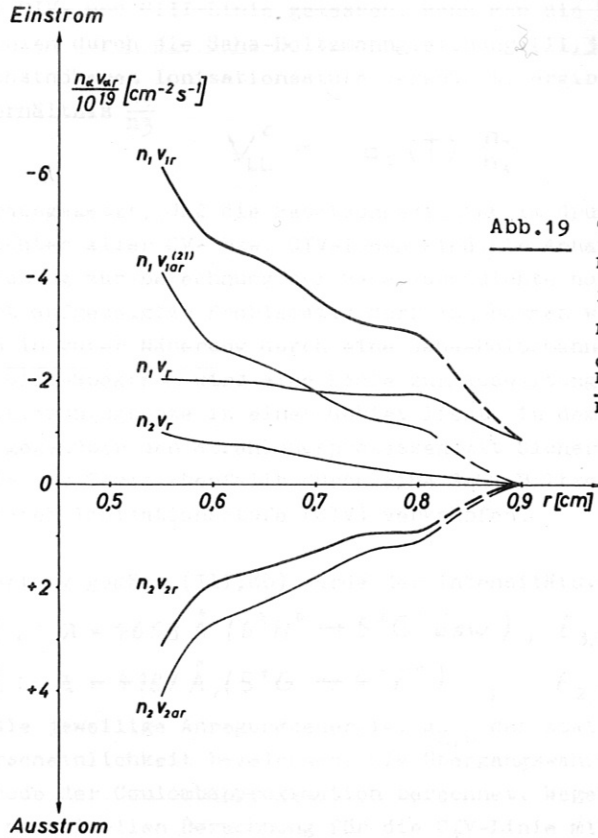


Abb.19 Teilchenströme der Ionenkomponenten von He.  $n_2 v_{2r}$  bzw.  $n_1 v_{1r}$ : Gesamtfluss der zweifach bzw. einfach geladenen Ionen;  $n_2 v_{2ra} = -n_1 v_{1ra}$  Teilchenflüsse infolge der ambipolaren Diffusion und  $n_2 v_r = \frac{n_2}{n_1} \cdot n_1 v_r$  infolge der Plasmaströmung.

In Abb. 19 sind die Gesamtteilchenflüsse der Ionenkomponenten des He-Plasmas neben den Beiträgen von ambipolarer Diffusion und Schwerpunktsströmung als Funktion des Radius aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass die Bewegung der zweifach geladenen Ionen durch die ambipolare Diffusion bestimmt wird. Bei der Bewegung der einfach geladenen Ionen liefert auch die Plasmaströmung einen wesentlichen Beitrag; denn es ist zwar

$$n_1 v_{1ar} = - n_2 v_{2ar} \quad (\text{III},84),$$

aber ferner

$$n_1 v_r = \frac{n_2 v_r}{n_2/n_1} \quad \text{mit} \quad \frac{n_2}{n_1} < 1 \quad (\text{III},85).$$

In diesem Abschnitt wurde gezeigt, dass sich durch die Auswertung der Verschleppung der gemessenen Ionisation gegenüber der statischen einmal eine Methode ergibt, relativ kleine Ionenströme in Richtung eines grossen Temperaturgradienten zu bestimmen und dass andererseits die so erhaltenen Werte für die Ionenbewegung mit den aus den Bewegungsgleichungen gewonnenen übereinstimmen. Damit ist per Konsistenz bewiesen, dass der Verschleppungseffekt der Ionisation richtig interpretiert wurde.

## 6. Verschleppung der Ionisation von CIV-Ionen

In unserem Experiment war dem spektralreinen Helium eine geringe Menge Kohlenstoff zugesetzt worden. Die dem Experiment zugrundeliegende Absicht war vor allem, aus den Spektrellinien von CIV- und CV-Ionen spektroskopisch die Elektronentemperatur zu bestimmen. Die C-Ionen sollten also als "Thermometer" dienen. Es ergab sich eine "Temperatur"  $T_e'$ , die wesentlich kleiner als die aus dopplerverbreiterten Ionenlinien erhaltene Ionentemperatur war. Ausserdem ergaben sich im Überlappungsbereich von CIV- und HeII-Ionisation ( $r \approx 0,6$  cm) erhebliche Diskrepanzen zwischen den aus He-Spektrellinien und C-Spektrellinien erhaltenen "Temperaturen".

In Abschnitt III,5 wurde die Verschleppung der Ionisation von HeII quantitativ behandelt. Dieser Abschnitt soll sich mit der Ionisation von CIV, d.h. mit dem Ionisationsverhältnis  $\frac{n_4}{n_3}$  befassen. Es wird wie bei der Ermittlung des Ionisationsverhältnisses  $\frac{n_2}{n_1}$  von He aus dem Intensitätsverhältnis je einer HeII- und HeI-Linie verfahren und analog zu (II,4) das Intensitätsverhältnis  $V_{LL}^C$  je einer CIV- und CIII-Linie gemessen. Wenn man die Besetzungsdichten der oberen Niveaus geeigneter Linien durch die Saha-Boltzmann-Gleichung (II,3) mit der Besetzungsdichte im Grundzustand der nächsthöheren Ionisationsstufe verknüpft, ergibt sich als Bestimmungsgleichung für das Ionisationsverhältnis  $\frac{n_4}{n_3}$

$$V_{LL}^C = a_c(T) \frac{n_4}{n_3} \quad (\text{III,86})$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß die Besetzungsdichten im Grundzustand von CV bzw. CIV praktisch gleich den Dichten aller CV- bzw. CIV-Ionen sind. In Anhang B,2 wird die Anwendbarkeit der Saha-Boltzmann-Gleichung zur Berechnung der Besetzungsdichte hochangeregter ( $p \geq 4$ ) CIV-Ionen diskutiert. Trotz der dort aufgezeigten Problematik darf angenommen werden, dass die Besetzungsdichte von Zuständen  $p \geq 5$  in guter Näherung durch eine Saha-Boltzmann-Beziehung (II,3) beschrieben werden kann. Auch aus dem CIII-Spektrum wird eine Linie zur Auswertung ausgewählt, deren oberer Term relativ nahe der Ionisierungsgrenze in einem Gebiet liegt, in dem wegen der kleinen Energieabstände die Stoßprozesse gegenüber den Strahlungsprozessen mit Sicherheit überwiegen. Dann darf man die Besetzungsdichte des Terms ebenfalls durch eine Saha-Boltzmann-Gleichung mit der des Grundzustandes der nächsthöheren Ionisationsstufe (CIV) verknüpfen.

Für die Auswertung gemäss (III,86) wurde der Intensitätsverlauf der folgenden Spektrellinien vermessen:

$$CIV: \lambda = 4658 \text{ \AA} (6^2H^o \rightarrow 5^2G \text{ usw.}), \quad \epsilon_{3,6} = 58,2 \text{ eV}, \quad g_{3,6} A_3 = 1,44 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$$

$$CIII: \lambda = 4187 \text{ \AA} (5^1G \rightarrow 4^1F^o), \quad \epsilon_{2,5} = 42,8 \text{ eV}, \quad g_{2,5} A_2 = 3,42 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

wobei  $\epsilon_{z,p}$  die jeweilige Anregungsenergie,  $g_{z,p}$  das statistische Gewicht und  $A_z$  die Einstein'sche Übergangswahrscheinlichkeit bezeichnen. Die Übergangswahrscheinlichkeiten wurden von K.Katterbach nach der Methode der Coulombapproximation berechnet. Wegen des kleinen Termdefektes stimmt das Ergebnis der maschinellen Berechnung für die CIV-Linie mit dem wasserstoffähnlichen Wert für den entsprechenden Wasserstoffübergang überein ( $A_{z,p} = (Z+1)^4 A_{0,p}$ ). Für die in der Saha-Boltzmann-Gleichung auftretenden Zustandssummen wird im Falle von CV das statistische Gewicht des Grundzustandes  $u_4 = g_{4,1} = 1$  benutzt, während im Falle von CIV wegen des Ergebnisses von Gl.(B,4) in Anhang B,2  $u_3 = g_{2,5} + g_{2,p} \exp(-\epsilon_{2,p}/kT) = 2 + 6 \exp(-8 \text{ eV}/kT) \approx 4$  gesetzt wird. Die unterschiedliche Plattenempfindlichkeit bei den Wellenlängen der CIV- und CIII-Linie wurde durch Vermessung benachbarter HeI-Linien berücksichtigt.

In Abb.20 ist das aus (III,86) berechnete Verhältnis  $\frac{n_4}{n_3}$  als Funktion der lokalen Temperatur dargestellt, ferner die nach Saha- und Koronagleichung (Seaton<sup>26</sup>) sowie nach Mahn<sup>25</sup> erhaltenen statischen Verteilungen. Trotz der in Anhang B,2 geäußerten Bedenken wird für  $r \geq 0,3$  cm der aus den Rechnungen von Mahn<sup>25</sup> erhaltene Verlauf der statischen Ionisation der hier durchgeführten Betrachtung zugrundegelegt. In diesem Bereich sollte die Anwendbarkeit der aus den Rechnungen resultierenden Ionisations- und Rekombinationsraten ( $I_3(\text{s}^{-1})$  bzw.  $R_4(\text{s}^{-1})$ ) vor allem durch die Diskrepanzen von wasserstoffähnlichem Termmodell und korrektem CIV-Termschema beeinträchtigt werden (Anhang B,2). Im interessierenden Radiusbereich hat die Elektronendichte im Experiment einen mittleren Wert von  $n_e = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Von Mahn liegen u.a. Rechnungen für die Dichten  $0,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und  $1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  vor. Im interessierenden Temperaturbereich sind im letzteren Falle ( $1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) die Werte für die Ionisationsratenkoeffizienten  $\mathcal{I}_3 = \frac{I_3}{n_e} (\text{cm}^3/\text{s})$  um einen Faktor 2 bis 3 grösser als im ersteren ( $0,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ), während die Unterschiede der Rekombinationsraten-

koeffizienten  $\alpha_4 = \frac{R_4}{n_e} \left( \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \right)$  in beiden Fällen unwesentlich sind. Angesichts der Abschätzungen zur Abweichung von der Wasserstoffähnlichkeit in Anhang B,2 werden die Ratenkoeffizienten  $\mathcal{F}_3$  und  $\alpha_4$  für  $0,5 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$  benutzt. Zur Gewinnung der hier interessierenden Raten  $I_3$  und  $R_4$  werden die Ratenkoeffizienten mit dem experimentell erhaltenen  $n_e$  multipliziert. In Abb.20 ist die durch diese Raten gegebene und für  $0,3 \leq r \leq 0,6 \text{ cm}$  als angemessen empfundene statische Ionisation  $K_4$  eingetragen. Die gemessene Ionisation weicht von dieser in dem Sinne ab, daß

$$\begin{aligned} \text{für } T < 6,5 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} & \quad \frac{n_4}{n_3} > \frac{I_3}{R_4} = K_4 \\ \text{für } T > 6,5 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} & \quad \frac{n_4}{n_3} < \frac{I_3}{R_4} = K_4 \end{aligned}$$

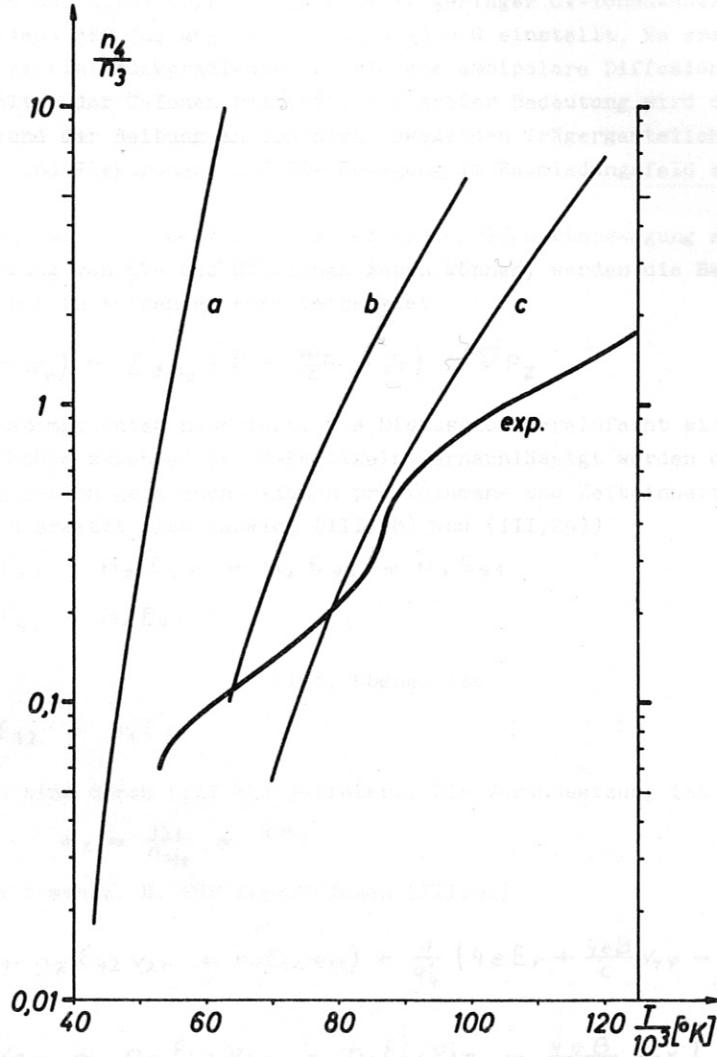


Abb. 20 Ionisationsverhältnis  $\frac{n_4}{n_3}$  von C als Funktion der Temperatur.  
 "exp": experimenteller Verlauf; a: nach Sahagleichung; b: nach Mahn;  
 c: nach Korongleichung (Seaton).

Analog zu (III,86) wurde das Ionisationsverhältnis  $n_3/n_2$  aus dem relativen Verlauf des Intensitätsverhältnisses je einer hochangeregten CIII- und CII-Linie gewonnen. Man findet, daß für  $T \approx 5 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$   $n_2 \approx n_4 \approx \frac{n_3}{20}$  ist. Für  $T > 5 \cdot 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$  ist also  $n_e = n_3 + n_4$ , d.h. es treten nur Ionen der Ionisationsstufen CV und CIV nebeneinander auf.

Es werde angenommen, daß die C-Ionendichten lokal stationär eingestellt sind. Diese Annahme wird dadurch gerechtfertigt, daß im Experiment keine zeitliche Änderung der Linienemission der C-Ionen während der Entladungsdauer bemerkt wurde. Mit den lokalen Bilanzgleichungen der CV- und CIV-Ionen für den stationären Fall:

$$\text{div}(n_4 v_4) = I_3 n_3 - R_4 n_4 \quad (\text{III},89a)$$

$$\operatorname{div} (n_3 w_3) = R_4 n_4 - I_3 n_3 \quad (\text{III,89b})$$

wird also im Temperaturbereich  $T < 6,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  (Abb.20)  $\operatorname{div} (n_4 w_4) < 0$  bzw.  $\operatorname{div} (n_3 w_3) > 0$ . Ein Volumenelement verzeichnet einen Gewinn an CV-Ionen und einen Verlust an CIV-Ionen. Im Bereich  $T > 6,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  dagegen ist  $\operatorname{div} (n_4 w_4) > 0$  und  $\operatorname{div} (n_3 w_3) < 0$ , d.h. hier tritt für ein Volumenelement ein Verlust an CV-Ionen und ein Gewinn an CIV-Ionen auf. Im ersteren Falle ergibt sich eine für einen radialen Ausstrom von CV-Ionen und im letzteren Falle eine für einen radialen Einstrom von CIV-Ionen charakteristische Verschleppung der Ionisation. Es wird demnach im Temperaturbereich um  $T = 6,5 \cdot 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$  eine Relativbewegung von CV- und CIV-Ionen stattfinden. Bemerkenswert ist, daß sich bereits bei  $n_4/n_3 \approx 0,1$ , also relativ geringer CV-Ionenkonzentration, eine ausgeglichene Strömungsbilanz  $\operatorname{div} (n_4 w_4) = \operatorname{div} (n_3 w_3) = 0$  einstellt. Es erscheint unwahrscheinlich, daß eine durch die Partialdruckgradienten getriebene ambipolare Diffusion hier bereits ein derartiges Strömungsverhalten der C-Ionen bestimmt. Von großer Bedeutung wird dagegen die Mitführung der C-Ionen aufgrund der Reibung an den sich bewegenden Trägergastteilchen (zweifach und einfach geladene He-Ionen und Elektronen) und die Bewegung im Raumladungsfeld sein.

Um qualitativ zu übersehen, welche Kräfte Anlaß zu einer Schwerpunktsbewegung aller C-Teilchen bzw. zu einer Relativbewegung von CV- und CIV-Ionen geben können, werden die Bewegungsgleichungen der Z-fach geladenen C-Ionen in folgender Form betrachtet

$$n_Z \sum_{\alpha} n_{\alpha} \mathcal{E}_{Z\alpha} (w_Z - w_{\alpha}) = Z e n_Z \left( \mathcal{E} + \frac{w_Z}{c} \times \mathcal{E} \right) - \nabla P_Z \quad (\text{III,90})$$

wobei  $\alpha$  die übrigen Plasmakomponenten numeriert. Die Diskussion vereinfacht sich, wenn man die Voraussetzung macht, daß Stöße zwischen den C-Partikeln vernachlässigt werden dürfen. Die Zahl der elastischen Stöße der Z-fach geladenen C-Ionen pro Volumen- und Zeiteinheit ist  $\frac{q_Z}{m_C} n_Z$  ( $m_C$  - Masse der C-Teilchen). Man ersetzt also (analog (III,38) und (III,29))

$$q_4 = n_3 \mathcal{E}_{43} + n_e \mathcal{E}_{4e} + n_2 \mathcal{E}_{42} + n_1 \mathcal{E}_{41}$$

$$\text{durch} \quad q_4' = n_2 \mathcal{E}_{42} + n_1 \mathcal{E}_{41} \quad (\text{III,91a})$$

da  $\mathcal{E}_{4e} \ll \mathcal{E}_{42}, \mathcal{E}_{41}$  ist. Ebenso ist

$$q_3' = n_2 \mathcal{E}_{32} + n_1 \mathcal{E}_{31} \quad (\text{III,91b})$$

Die Reibungskoeffizienten sind durch (III,44) definiert. Die Voraussetzung ist dann erfüllt, wenn das Mischungsverhältnis  $\alpha_C \approx \frac{n_C}{n_{\text{He}}} \leq 5\%$  (III,92)

ist. In diesem Falle erhält man z. B. für die CV-Ionen (III,90)

$$v_{4r} = \frac{1}{q_4} (n_e \mathcal{E}_{4e} v_{er} + n_2 \mathcal{E}_{42} v_{2r} + n_1 \mathcal{E}_{41} v_{1r}) + \frac{1}{q_4} \left( 4e E_r + \frac{4eB}{c} v_{4\varphi} - \frac{\nabla_r P_4}{n_4} \right) \quad (\text{III,93})$$

und

$$v_{4\varphi} = \frac{1}{q_4} \left( n_e \mathcal{E}_{4e} v_{e\varphi} + n_2 \mathcal{E}_{42} v_{2\varphi} + n_1 \mathcal{E}_{41} v_{1\varphi} - \frac{4eB}{c} v_{4r} \right) \quad (\text{III,94})$$

Bei der Bewegung der Plasmakomponenten ( $w_e, w_1, w_2$ ) werden die CV-Ionen durch die Reibung mitgeschleppt, und zwar ist die Mitführungsgeschwindigkeit  $w_4^{(\alpha)}$  infolge der Reibung an der mit der Geschwindigkeit  $w_{\alpha}$  bewegten Komponente  $\alpha$  alleine

$$\frac{w_4^{(\alpha)}}{w_{\alpha}} = \frac{n_{\alpha} \mathcal{E}_{4\alpha}}{q_4'} = \frac{\text{Stoßfrequenz für Stöße mit "}\alpha\text{"-Teilchen}}{\text{Stoßfrequenz für Stöße mit allen Trägergastteilchen}}$$

Da aus  $j_r = 0$   $n_e v_{er} = n_1 v_{1r} + 2 n_2 v_{2r}$  folgt und ferner  $\mathcal{E}_{4e} \ll \mathcal{E}_{42}, \mathcal{E}_{41}$  ist, kann man  $\frac{n_e \mathcal{E}_{4e}}{q_4} v_{er}$  in (III,93) vernachlässigen. Wenn man (III,94) in (III,93) einsetzt, entstehen Terme mit  $v_{2\varphi}, v_{1\varphi}$  und  $v_{e\varphi}$ , die den Beitrag der Lorentzkraft auf die in azimuthaler Richtung von den zweifach und einfach geladenen He-Ionen und den Elektronen mitgeführten CV-Ionen zur radialen Bewegung dieser Ionen berücksichtigen. Diese Terme sind nur zu vernachlässigen, wenn  $|v_{2\varphi}|, |v_{1\varphi}| < 10^4 \text{ cm/s}$  und  $|v_{e\varphi}| < 10^6 \text{ cm/s}$  ist ( $\sqrt{m_e/m_{\text{He}}} \approx 10^{-2}$ ). Rotationsgeschwindigkeiten der Größenordnung  $10^4 \text{ cm/s}$  können in unserem Experiment weder ausgeschlossen noch experimentell direkt nachgewiesen werden. Dagegen treten Werte  $|v_{e\varphi}| \approx 10^6 \text{ cm/s}$  im zylindrischen Mittelteil nicht auf. Eine Elektronendriftgeschwindigkeit  $v_{e\varphi} = 5 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$  entspricht einer azimuthalen Stromdichte von etwa  $j_{\varphi} \approx -en_e v_{e\varphi} \approx 1 \text{ kA/cm}^2$ ,

die ebenfalls nicht erreicht wird (vgl. Ohm'sches Gesetz (III,45)). Ferner ergibt sich durch Einsetzen von (III,94) in (III,93) ein Term  $v_{4r}' = -\left(\frac{4eB}{cq_4}\right)^2 v_{4r}$ . Dieser Term berücksichtigt, daß auf die in radialer Richtung strömenden CV-Ionen eine Lorentzkraft  $-\frac{4eB}{c} v_{4r}$  wirkt, die sie in azimuthaler Richtung mit der Geschwindigkeit  $v_{4\phi} = -\frac{4eB}{cq_4} v_{4r}$  bewegt. Da abgesehen vom Eigenmagnetfeld des Stromes diese Richtung wieder senkrecht zum Magnetfeld ist, wirkt erneut eine Lorentzkraft. In unserem Experiment ist der entsprechende Term in (III,93) zu vernachlässigen, weil  $\left(\frac{4eB}{cq_4}\right)^2 \ll 1$  ist. Dann verbleibt mit  $\epsilon_{42} = 4 \epsilon_{41}$

$$V_{4r} = \frac{\epsilon_{42}}{q_4} (n_2 v_{2r} + \frac{n_1 v_{1r}}{4}) + \frac{4eB}{cq_4} \frac{\epsilon_{42}}{q_4} (n_2 v_{2r} + \frac{n_1 v_{1r}}{4}) + \frac{4eE_r}{q_4} - \frac{\nabla_r P_4}{q_4 n_4} \quad (\text{III,95})$$

und entsprechend

$$V_{3r} = \frac{\epsilon_{32}}{q_3} (n_2 v_{2r} + \frac{n_1 v_{1r}}{4}) + \frac{3eB}{cq_3} \frac{\epsilon_{32}}{q_3} (n_2 v_{2r} + \frac{n_1 v_{1r}}{4}) + \frac{3eE_r}{q_3} - \frac{\nabla_r P_3}{q_3 n_3} \quad (\text{III,96})$$

Die Relativgeschwindigkeit der CV- und CIV-Ionen wird wegen

$$\frac{\epsilon_{42}}{q_4} = \frac{\epsilon_{32}}{q_3} \quad \text{und} \quad q_3' = \frac{9}{16} q_4'$$

$$V_{4r} - V_{3r} = -\frac{4}{3} \frac{eB}{cq_4} \frac{\epsilon_{42}}{q_4} (n_2 v_{2r} + \frac{n_1 v_{1r}}{4}) - \frac{4}{3} \frac{eE_r}{q_4} - \frac{\nabla_r P_4}{q_4 n_4} + \frac{\nabla_r P_3}{q_3 n_3} \quad (\text{III,97})$$

Das Raumladungsfeld ( $E_r$ ), die Mitschleppung der C-Ionen durch azimuthale Bewegung der He-Ionen ( $v_{1\phi}, v_{2\phi}$ ) und die Partialdruckgradienten ( $\nabla_r P_3, \nabla_r P_4$ ) verursachen eine Relativbewegung der CIV- und CV-Ionen (III,97). Diese Effekte führen auch zu einer Schwerpunktsbewegung der C-Partikel ((III,95), (III,96)). Ausserdem ergibt sich infolge der Reibung an den radial bewegten He-Ionenkomponenten eine für CIV- und CV-Ionen gleiche Mitführgeschwindigkeit. Da das ganze Problem sehr unübersichtlich wird, kann nur ein einfacher Fall diskutiert werden. Es wird nur der Bereich kompletter He-Ionisation betrachtet. Hier erhält man das Ohm'sche Gesetz in der Form

$$E_r + \frac{v_r}{c} B + \frac{1}{en_e} \nabla_r P_e - \frac{1}{en_e c} (j \times \mathcal{L})_r \approx \frac{1}{G_1} j_r = 0 \quad (\text{III,98})$$

wenn man in die Bewegungsgleichung für die Elektronen

$$\epsilon_{2e} (\omega_e - \omega_2) n_2 n_e = -en_e \left( \mathcal{E} + \frac{\omega_e}{c} \times \mathcal{L} \right) - \nabla P_e$$

$\omega_e - \omega_2$  aus (III,18) und  $\omega_e$  aus (III,25) mit  $n_e = 2n_2$  sowie  $\epsilon_{2e} n_2 = \frac{e^2 n_e}{G_1}$  einsetzt und umformt. Mit der Bewegungsgleichung (III,50) und  $\nabla_r P - \nabla_r P_e = \nabla_r P_2$  wird

$$V_{4r} \approx V_r + \frac{1}{q_4} \left( \frac{1}{2} \frac{\nabla_r P_2}{n_2} - \frac{\nabla_r P_4}{n_4} \right) = V_r - \frac{kT}{q_4} \left( \frac{1}{2} \frac{\nabla_r T}{T} - \frac{1}{2} \frac{\nabla_r n_2}{n_2} + \frac{\nabla_r n_4}{n_4} \right) \quad (\text{III,99a})$$

entsprechend ist

$$V_{3r} \approx V_r + \frac{1}{q_3} \left( \frac{1}{2} \frac{\nabla_r P_2}{n_2} - \frac{\nabla_r P_3}{n_3} \right) = V_r - \frac{kT}{q_3} \left( \frac{1}{2} \frac{\nabla_r T}{T} - \frac{1}{2} \frac{\nabla_r n_2}{n_2} + \frac{\nabla_r n_3}{n_3} \right) \quad (\text{III,99b})$$

Für die relativen Gradienten kann man folgende Abschätzungen machen:

$$\frac{1}{2} \frac{\nabla_r T}{T} \approx -1, \quad \frac{1}{2} \left| \frac{\nabla_r n_2}{n_2} \right| < 1, \quad \frac{\nabla_r n_4}{n_4} < -1, \quad \frac{\nabla_r n_3}{n_3} > 1.$$

Die zweiten Summanden in der Gl.(III,99) bewirken dann offenbar, daß  $v_{4r} > v_r$  und  $v_{3r} < v_r$  ist, wobei  $v_r < 0$  ist. Die CV-Ionen strömen also langsamer, die CIV-Ionen dagegen rascher zur Achse als die HeIII-Ionen. So erklärt sich der beobachtete große Verschleppungseffekt der CIV-Ionisation, der im Bereich  $T > 6,5 \cdot 10^4$  °K den für eine Strömung von CIV-Ionen zu höheren Temperaturen charakteristischen Verlauf hat.

Es erweist sich, daß es im allgemeinen sehr schwierig ist, irgendeine Vorhersage über das Bewegungsverhalten der Ionen eines Elementes zu machen, das in Spuren dem Entladungsgas in einer magnetfeldstabilisierten Entladung zugesetzt wird. Die Ionisation ist mit Sicherheit gegenüber der statischen Ionisation in irgendeiner Weise verschoben und das "Thermometer" zur Messung der Elektronentemperatur des Plasmas funktioniert dann nicht.

7. Verschleppung der Ionisation und Bestimmung der Elektronentemperatur

Sehr häufig bestimmt man in der Plasmaphysik die Elektronentemperatur aus dem Intensitätsverhältnis  $V_{LL}^{(Z-1,Z-2)}$  zweier Spektrallinien von Ionen aus aufeinanderfolgenden Ionisationsstufen eines Elementes. Diese Ionen haben die Ionenladungen  $Z-1$  und  $Z-2$ . Man verknüpft die Besetzungsdichten in den oberen Zuständen der entsprechenden Strahlungsübergänge z.B. durch Saha-Boltzmann-Gleichungen mit den Besetzungsdichten im Grundzustand der jeweils nächsthöheren Ionisationsstufe (Ladungszahl  $Z$  bzw.  $Z-1$ ). Meistens darf man diese Besetzungsdichten identifizieren mit der Gesamtdichte  $n_Z$  bzw.  $n_{Z-1}$  aller Ionen dieser Ionisationsstufe. In diesem Fall ergibt sich das Intensitätsverhältnis analog zu Gl.(II,4) bzw. in abgekürzter Schreibweise analog zu (II,5) als

$$V_{LL}^{(Z-1,Z-2)} = \alpha(T) \frac{n_Z}{n_{Z-1}} \quad (III,100)$$

Man berechnet dann aus der statischen Ionisationsbeziehung das Ionisationsverhältnis  $\frac{n_Z}{n_{Z-1}}$  (  $T_e, n_e$  ). Wenn man diese Werte in (III,100) einsetzt, so wird diese Gleichung mit den gemessenen Werten von  $V_{LL}^{(Z-1,Z-2)}$  und  $n_e$  für ein bestimmtes  $T_e'$  erfüllt sein. Dann wird  $T_e'$  als "gemessene Elektronentemperatur" bezeichnet. Nach den in der vorliegenden Arbeit gewonnenen Einsichten ist dieses Verfahren in stationären, inhomogenen Plasmen mit beträchtlichen Temperatur- oder Dichtegradienten nicht zulässig (s.Kriterium III,12). Das Ionisationsverhältnis darf nicht aus der statischen Ionisationstheorie berechnet werden.

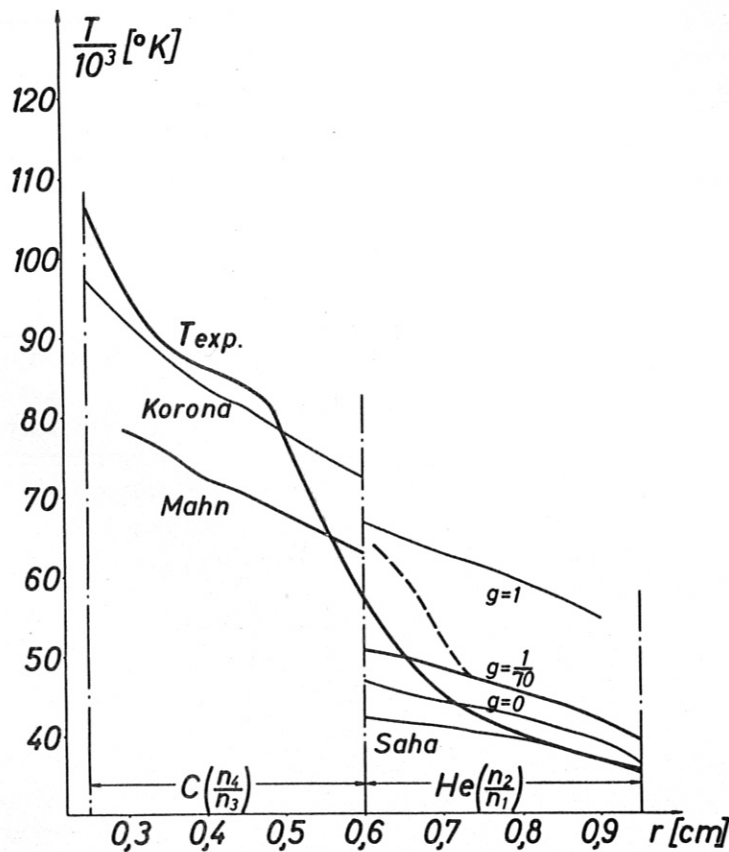


Abb. 21 Vergleich des korrekten experimentellen Temperaturverlaufes mit den aus statischen Ionisationstheorien erhaltenen Werten. Eliminierung der Relaxationseffekte:  $T_{exp}$  Statische Ionisation nach Sahagleichung und nach dem Modell von Mewe mit  $g = 0$ ,  $g = \frac{1}{70}$  und  $g = 1$  für HeII (gestrichelt: vermuteter Übergang zum optischdünnen Fall). Statische Ionisation nach Koronagleichung und Mahn für CIV.

In Abb.21 ist dargestellt, welches Temperaturprofil man in unserem speziellen Experiment erhielte, wenn man auf diese Weise verfahren würde. Das korrekte Temperaturprofil ist mit  $T_{exp}$  bezeichnet. Die Kurve mit dem Parameter  $g = 1/70$  und mit dem gestrichelten Übergang zur Kurve mit dem Parameter  $g = 1$  stellt das falsche Temperaturprofil  $T_e'(r)$  dar, das mit Hilfe der dem Experiment angepaßten statischen Ionisationsbeziehung für die HeII-Ionisation erhalten wurde. Zufälligerweise approximiert der mittels Sahagleichung erhaltene "Temperaturverlauf" das korrekte Temperaturprofil in einem gewissen Radiusbereich. Infolge Verschleppung der Ionisation wird hier also ein detailliertes Gleichgewicht aller Entvölkerungs- und Bevölkerungsprozesse vorgetäuscht, das mit Sicherheit nicht vorhanden ist.

Sehr problematisch wird die Temperaturbestimmung aus Ionenlinien eines Elementes, das als Spurenelement ("Thermometer") der Entladung zugesetzt wird. Abgesehen davon, daß man in den meisten Fällen die statische Ionisationsbeziehung nicht kennt, kann man nicht einmal eine qualitative Vorhersage der Verschleppung der Ionisation machen. Sie hängt z.B. von einer eventuellen Rotation des Plasmas in einer magnetfeldstabilisierten Entladung und von Raumladungsfeldern ab. Im vorliegenden Fall ergibt die Berechnung eines "Temperaturprofils" aus der statischen Ionisationsbeziehung von Mahn den in Abb.21 eingetragenen Verlauf. Diese Beziehung dürfte angenähert die statische Ionisation in diesem Experiment beschreiben.

Die Ionenlinien einer bestimmten Linie für verschiedene Temperaturen  $T_e$  von 3000 bis 10000 K sind in Abb. 22 dargestellt. Die Linien sind unterschiedlich stark verschleppung, unter anderem durch die unterschiedliche Abhängigkeit der Ionisationsbeziehung von der Temperatur. Die Linien sind als Punkte in einem Diagramm eingezeichnet, wobei die Temperatur auf der x-Achse und die Intensität auf der y-Achse aufgetragen ist. Die Linien sind unterschiedlich stark verschleppung, unter anderem durch die unterschiedliche Abhängigkeit der Ionisationsbeziehung von der Temperatur.

Die Energiezustände sind durch die Besetzungszahlen  $N_j$  der Energieniveaus  $E_j$  gegeben. Die Besetzungszahlen sind durch die Boltzmann-Verteilung gegeben, wobei die Temperatur  $T_e$  die Elektronentemperatur ist. Die Besetzungszahlen sind durch die Boltzmann-Verteilung gegeben, wobei die Temperatur  $T_e$  die Elektronentemperatur ist.

$$N_j = \frac{g_j}{Z} \exp\left(-\frac{E_j}{kT_e}\right) \quad (A,2)$$

Die Besetzungszahlen  $N_j$  sind durch die Boltzmann-Verteilung gegeben, wobei die Temperatur  $T_e$  die Elektronentemperatur ist. Die Besetzungszahlen sind durch die Boltzmann-Verteilung gegeben, wobei die Temperatur  $T_e$  die Elektronentemperatur ist.

Tabelle 1

Linie	Energie $E_j$	$\Delta \lambda$		
		Elektronen	$Z=1$	$Z=2$
HeII	$2 \rightarrow 1$	100	100	100
HeII	$3 \rightarrow 1$	100	100	100



Anhang

A Profile von Spektrallinien im Plasma

1. Druckverbreiterung von Spektrallinien

In dem hier betrachteten Plasma ist die Störung der Energiezustände eines leuchtenden Ions durch die übrigen Plasmateilchen (Elektronen und Ionen) praktisch ausschließlich auf den Starkeffekt durch die elektrischen Mikrofelder zurückzuführen, die durch diese Störteilchen hervorgerufen werden. Eine allgemeine Theorie der Starkeffektverschiebung und -verbreiterung von Spektrallinien ist praktisch kaum durchführbar. Man beschränkt sich daher auf zwei Grenzfälle: die Stoßdämpfungstheorie und die quasistatische Theorie und legt ihre Anwendungsbereiche fest. Die Stoßdämpfungstheorie behandelt den Einfluß kurzzeitiger Störungen (Stöße) des Leuchtions. Das Linienprofil ergibt sich in diesem Fall durch Fourieranalyse der statisch zerhackten ungestörten Ausstrahlung. Da die Halbwertsbreite des resultierenden Profils proportional mit der Zahl der Störungen pro Zeiteinheit zunimmt, ist die Halbwertsbreite in diesem Fall proportional zur Störteilchendichte. Die quasistatische Theorie dagegen nimmt an, dass eine Störung (Verschiebung) der ungestörten Energiezustände des Leuchtions durch das zeitunabhängige Mikrofeld der Störteilchen in der Umgebung des Leuchtions hervorgerufen wird. Das Linienprofil ergibt sich dann unter Berücksichtigung der statistischen Mikrofeldverteilung im Plasma. Wenn die ungestörten Energiezustände bezüglich der Bahnquantenzahl entartet sind, tritt ein linearer Starkeffekt und im anderen Falle ein quadratischer Starkeffekt auf. Die Grenze zwischen den Anwendungsbereichen von Stoßdämpfungstheorie und quasistatischer Theorie liegt in einem Abstand von  $\Delta \nu_g$  von der ungestörten Position der Linie (Holsteinsche Grenzfrequenz, s.z.B. Traving<sup>27</sup>).

$$\Delta \nu_g = \left( \frac{v^q}{C_q a_q} \right)^{1/q-1} \tag{A,1}$$

Starkeffektkoeffizient  $C_q$  und Zahlenfaktor  $a_q$  unterscheiden sich bei einer bestimmten Linie für linearen ( $q = 2$ ) und quadratischen ( $q = 4$ ) Starkeffekt. Da die Relativgeschwindigkeiten  $v$  von Störionen und Leuchtion einerseits und Störeelektronen und Leuchtion andererseits verschieden sind, unterscheiden sich die Grenzfrequenzen für beide Störteilchenarten.

2. HeII- Linien

In Abschnitt II,1 wird erläutert, wie zunächst der relative Verlauf der Elektronendichte als Funktion des Radius<sup>1</sup> gewonnen wird. Durch die Messung der Halbwertsbreite einer HeII-Linie in einem bestimmten Achsenabstand wird dann der Absolutwert der Elektronendichte bestimmt. Es muß deshalb untersucht werden, wie die Halbwertsbreite von HeII-Linien in einer He-Entladung mit großem Magnetfeld von dieser Dichte abhängt.

Da die ungestörten Energiezustände mit der Hauptquantenzahl  $p$  bei HeII bezüglich der Bahnquantenzahl  $l$  entartet sind, wird ihre Verschiebung im elektrischen Feld durch den linearen Starkeffekt (z.B. Bethe, Salpeter<sup>19</sup>) bestimmt. Nach Traving<sup>27</sup> ergibt sich aus (A,1)

$$\Delta \lambda_g = \frac{2 v^2 \lambda^2}{1,738 \cdot 2\pi^3 c \bar{p}_k Z} \tag{A,2}$$

wobei

$$\bar{p}_k \approx \frac{1}{2} p(p-1)$$

Für  $T = 5 \cdot 10^4$  °K resultieren mit Elektronen, einfach ( $Z = 1$ ) und zweifach ( $Z = 2$ ) geladenen He-Ionen als Störteilchen die Werte  $\Delta \lambda_g$  in Tab.9. Die letzte Spalte enthält gemessene halbe Halbwertsbreiten der entsprechenden Linien.

Tabelle 9

$\frac{\lambda}{\text{Å}}$	Übergang $p \rightarrow p'$	$\frac{\Delta \lambda_g}{\text{Å}}$			$\frac{h/2}{\text{Å}}$
		Elektronen	Z = 1	Z = 2	
5412	7 → 4	260	0,036	0,018	11,9
3202	5 → 3	190	0,025	0,013	2,6
~ 2215	11 → 3	16,3	0,002	0,001	-

Bei der Betrachtung der Halbwertsbreiten der beiden ersten Linien ist also der Elektronenbeitrag im Rahmen einer Stoßdämpfungstheorie zu berücksichtigen. Die Halbwertsbreite ist beim linearen Effekt proportional zur reziproken Relativgeschwindigkeit (z.B.<sup>5</sup>), für Elektronen also sehr klein. Man kann daher praktisch den Beitrag der Elektronen zur Verbreiterung vernachlässigen. Dagegen ist  $\Delta \lambda_g$  bei der Linie  $11 \rightarrow 3$  in Tab.9 vergleichbar mit der halben Halbwertsbreite, so daß neben der quasistatischen Verbreiterung durch die Ionen auch ein Elektronenbeitrag zu berücksichtigen sein wird.

Für die Linienprofile von Wasserstoff und wasserstoffähnlichen Ionen liegen Berechnungen z.B. von Underhill und Waddell<sup>28</sup> vor, denen die Holtsmarksche Mikroföldverteilung mit voneinander unabhängigen Störteilchen zugrundeliegt. Mozer und Baranger<sup>29</sup> berücksichtigen, dass in der Debyeschen Theorie die Elektronen und Ionen im Plasma dazu beitragen, eine Ladung durch eine Raumladung entgegengesetzten Vorzeichens abzuschirmen. Ferner werden Korrelationen zwischen gleichartigen Störteilchen und elektrostatische Abstoßung von Störion und Leuchtion in Rechnung gestellt. H.Pfennig berechnete mit der von Mozer und Baranger<sup>29</sup> erhaltenen Mikroföldverteilung die Linienprofile von HeII-Linien aus der Fowler- und Pickeringserie. In jeder der beiden Theorien ist die Halbwertsbreite  $h$  durch eine Beziehung

$$h = K \cdot F_0$$

gegeben.  $F_0$  ist die sogenannte Holtsmarksche Normalfeldstärke. Wenn nur Ionen der Ladung  $Z$  vorhanden sind, ist sie praktisch gleich der Feldstärke, die ein solches Ion in einem Abstand hervorruft, der gleich dem mittleren Abstand der "Z"-Ionen ist. Es ist

$$F_0 = 3,75 \cdot 10^{-10} Z n_z^{2/3} \quad \left( \frac{kV}{cm} \right) \quad (A,3)$$

Wegen  $n_z = n_e/Z$  wird dann

$$h = K 3,75 \cdot 10^{-10} Z^{1/3} n_e^{2/3} \quad (A,4)$$

Die angegebenen Theorien führen zu unterschiedlichen Koeffizienten  $K$  in (A,4). Daher wurde  $K$  experimentell ermittelt. Zu diesem Zwecke wurde die Elektronendichte in einer He-Entladung durch den Faradayeffekt von linear polarisiertem Rubinlaserlicht bestimmt und gleichzeitig die Halbwertsbreite verschiedener HeII-Linien aus der Fowler- und Pickeringserie gemessen. Die Zeemanaufspaltung dieser Linien kann durch den normalen Zeemaneffekt abgeschätzt werden. Man erhält

$$\Delta \lambda_B = \pm \lambda^2 \mu_B B \quad \left( \mu_B = 4,67 \cdot 10^{-5} \frac{cm^{-1}}{G} \right) \quad (A,5)$$

als Abstand zweier Komponenten von einer in der feldfreien Lage der Linie erscheinenden dritten Komponente. Es zeigte sich, daß wegen dieser Zeemanaufspaltung nur die Linien  $\lambda = 2733 \text{ \AA}$  ( $6 \rightarrow 3$ ) und  $\lambda = 5412 \text{ \AA}$  ( $7 \rightarrow 4$ ) und höhere Serienglieder aus beiden Serien zur Dichtebestimmung herangezogen werden können. Für ein Verhältnis der Störteilchendichten  $\frac{n_2}{n_1} \approx 0,5$  ( $n_2 \rightarrow$  Dichte der HeIII-Ionen,  $n_1 \rightarrow$  Dichte der HeII-Ionen) ergab sich für die Linie  $\lambda = 5412 \text{ \AA}$  die Halbwertsbreite  $h^0 = 23,7 \text{ \AA} \pm 5\%$  bei einer Elektronendichte von  $n_e = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . Dann ist für diese Linie

$$h = 23,7 \left( \frac{n_e}{1,5 \cdot 10^{16}} \right)^{2/3} = 3,9 \cdot 10^{-10} n_e^{2/3} \quad (\text{\AA}) \quad (A,6)$$

wenn das Ionisationsverhältnis etwa  $\frac{n_2}{n_1} \approx 0,5$  ist. Diese Gleichung wird in Abschnitt II,1 zur Bestimmung der Elektronendichte in einem Achsenabstand  $r = 0,75 \text{ cm}$  entsprechend  $\frac{n_2}{n_1} \approx 0,25$  (s. Abb.9) aus der Halbwertsbreite der Linie  $\lambda = 5412 \text{ \AA}$  benutzt.

### 3. CIV - Linien

Der relative Verlauf der Elektronendichte in Achsenumgebung als Funktion des Achsenabstandes soll aus der Verbreiterung einer CIV-Linie bestimmt werden. Es muß daher diskutiert werden, wie die Halbwertsbreite einer geeigneten CIV-Linie von der Elektronendichte abhängt.

Ausserdem soll die Iontemperatur aus der Dopplerverbreiterung einer CIV-Linie bestimmt werden. Es muß also eine CIV-Linie gefunden werden, bei der die Starkeffektverbreiterung zu vernachlässigen ist und der Zeemaneffekt nicht stört.

Die Verschiebung der ungestörten Energiezustände eines Leuchtions durch ein elektrisches Feld wird von der Störungstheorie berechnet. Die Voraussetzung für die Anwendbarkeit der quantenmechanischen Störungstheorie (z.B. Blochinzew<sup>30</sup>) im Falle nicht entarteter Energiezustände ist

$$W_{p,l;p,l'} \ll E_{p,l}^0 - E_{p,l'}^0 \quad (l \neq l') \quad (A,7)$$

Es bedeuten  $E_{p,l}^0$  bzw.  $E_{p,l'}^0$  die Energien der ungestörten Zustände mit den Quantenzahlen  $p,l$  bzw.  $p,l'$ .  $W_{p,l;p,l'}$  mit  $l \neq l'$  bezeichnet die nichtdiagonalen Elemente der Matrix der Störungsenergie. Wenn man das obige Matrixelement mit Eigenfunktionen des ungestörten Systems berechnet und für diese die wasserstoffähnlichen Werte benutzt, so erhält man nach Bethe und Salpeter<sup>19</sup> (Gl.(60,2), (60,7) (63,5)) für  $l' = l - 1$

$$W_{p,l;p,l-1} = 0,064 \frac{F}{Z+1} P \sqrt{\frac{(p^2 - l^2)(l^2 - m^2)}{4l^2 - 1}}$$

Dieses Matrixelement wurde für einige CIV-Terme berechnet und mit den Energieabständen im Term-schemata verglichen. Dabei wurde für  $F$  die Holtsmarksche Normalfeldstärke (A,3) für  $Z = 2$  und  $n_e = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  eingesetzt.

Tabelle 10

Term	$E_{p,l}^0 - E_{p,l-1}^0 / \text{cm}^{-1}^*$	$W_{p,l;p,l-1} / \text{cm}^{-1}$	Feinstrukturaufspaltung / $\text{cm}^{-1}$
$3 \text{ } ^2\text{P}^0_{1/2}$	$\approx 17\ 200$	(1,7)	} 31,5
$3 \text{ } ^2\text{P}^0_{3/2}$	$\approx 17\ 200$	(1,7)	
$5 \text{ } ^2\text{F}^0$	10,2	2,5	-
$5 \text{ } ^2\text{G}$	10,2	2,5	-

Die Terme  $5 \text{ } ^2\text{F}^0$  und  $5 \text{ } ^2\text{G}$  sind die oberen Terme für die CIV-Linien  $\lambda = 2524 \text{ \AA}$  ( $5 \text{ } ^2\text{F}^0 \rightarrow 4 \text{ } ^2\text{D}$ ) und  $\lambda = 2530 \text{ \AA}$  ( $5 \text{ } ^2\text{G} \rightarrow 4 \text{ } ^2\text{F}^0$ ). Die Starkeffektverbreiterung einer Spektrallinie ist im wesentlichen durch den Starkeffekt ihres oberen Termes bestimmt. Da nach Tab.10 das Matrixelement  $W_{p,l;p,l-1}$  der Störungsenergie kleiner ist als der Energieabstand  $E_{p,l}^0 - E_{p,l-1}^0$  der benachbarten ungestörten Terme, verbreitern diese Linien im vorliegenden Falle mit Sicherheit nicht wie die wasserstoffähnlichen Linien (z.B. HeII in Anhang A,2); denn in einem solchen Falle müßte statt (A,7) die umgekehrte Bedingung erfüllt sein. Da die Linie  $\lambda = 2530 \text{ \AA}$  ein angenähert symmetrisches Intensitätsprofil hat und eine verbotene Komponente ( $5 \text{ } ^2\text{F}^0 \rightarrow 4 \text{ } ^2\text{F}^0$ ) fehlt, wird der Schluß gezogen, daß diese Linie im wesentlichen nach der Stoßdämpfungstheorie verbreitert. In diesem Falle ist - wie in Anhang A,1 festgestellt wurde - die Halbwertsbreite proportional der Elektronendichte  $n_e$ .

Zur Bestimmung des relativen Verlaufes von  $n_e$  in Achsenumgebung ( $r \leq 0,5 \text{ cm}$ ) wird die Halbwertsbreite dieser Linie in Abhängigkeit vom Achsenabstand gemessen.

Zur Bestimmung der Dopplerbreite muß eine CIV-Linie ausgewählt werden, deren Starkeffektverbreiterung zu vernachlässigen ist. Für das Multiplett  $3 \text{ } ^2\text{P}_{3/2; 1/2} \rightarrow 3 \text{ } ^2\text{S}_{1/2}$  ( $\lambda = 5801; 5812 \text{ \AA}$ ) liegt der bisher noch nicht diskutierte Fall vor, daß die Starkeffektverbreiterung klein ist gegen die Feinstrukturaufspaltung (Tab.10). Für diesen Fall haben Murakawa und Yamamoto<sup>10</sup> die Starkeffektaufspaltung der Niveaus von Alkaliatomen berechnet. Dabei machten sie die Voraussetzung, daß Russell-Saunders-Kopplung vorliegt. Den Starkeffekt der Multiplettlinien  $\lambda = 5801$  und  $5812 \text{ \AA}$  kann man also mit diesen Rechnungen abschätzen (vgl. Abschnitt II,3). Die Aufspaltung im Magnetfeld in die durch die magnetische Quantenzahl  $m$  unterschiedenen Zustände wird durch den anomalen Zeemaneffekt beschrieben. Man erhält für den Abstand eines Zustandes ( $m$ ) vom benachbarten Zustand ( $m-1$ ):

$$\Delta \nu_B = g \mu_B B$$

Dabei sind

$$\mu_B = 4,67 \cdot 10^{-5} \frac{\text{cm}^{-1}}{\text{G}} \quad \text{und der Landésche Faktor}$$

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

mit  $j \rightarrow$  Drehimpulsquantenzahl und  $s \rightarrow$  Spinquantenzahl.

Wenn man diese Aufspaltung für die Niveaus  $3 \text{ } ^2\text{P}^0_{3/2; 1/2}$  einerseits und  $3 \text{ } ^2\text{S}_{1/2}$  andererseits be-

\*Termwerte nach C.E.Moore "Atomic Energy Levels" 1949

rechnet und die Auswahlregeln  $\Delta m = \pm 1$ ; 0 berücksichtigt, erhält man das Aufspaltungsbild der Multiplettlinien  $\lambda = 5801 \text{ \AA}$  ( $3^2P_{3/2}^o \rightarrow 3^2S_{1/2}$ ) und  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$  ( $3^2P_{1/2}^o \rightarrow 3^2S_{1/2}$ ). Das Ergebnis ist in Abb.11 dargestellt.

Es eignen sich demnach die in einem Abstand von etwa  $2 \text{ \AA}$  voneinander liegenden  $\sigma$ -Komponenten ( $\Delta m = \pm 1$ ) der Linie  $\lambda = 5812 \text{ \AA}$  für die Messung der Ionentemperatur (vgl. Abschnitt II,3).

#### 4. HeI - Linie

Um auch noch in einem Radiusbereich  $r > 0,9 \text{ cm}$  den Absolutwert der Elektronendichte zu messen, wird der Starkeffekt einer HeI-Linie betrachtet.

Durch die elektrischen Mikrofelder werden in den diffusen Nebenserien von HeI verbotene Übergänge hervorgehoben. Ihr Abstand von der erlaubten Komponente und ihre Intensität bezogen auf diese sind ein Maß für die Störung und damit für die Ladungsträgerdichte. Die theoretische Behandlung ist sehr verwickelt. Eine einfache Störungsrechnung von Sadjian et.al.<sup>4</sup> für den Fall der Linie  $\lambda = 4922 \text{ \AA}$  ( $4^1D \rightarrow 2^1P^o$ ) wird hier zur Dichtebestimmung herangezogen.

Photoelektrische Messungen ergaben für die Halbwertsbreite  $h$  dieser Linie in einem He-Plasma mit der Dichte  $n_e = 4,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ :  $h = 25,2 \text{ \AA}$  und mit  $n_e = 3,0 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ :  $h = 18,7 \text{ \AA}$ . Es ist also in diesem Dichtebereich  $h \approx 2,25 \cdot 10^{-10} n_e^{2/3}$ . Wenn man diese Gleichung zur Bestimmung von  $n_e$  bei etwa  $r \approx 1 \text{ cm}$  benutzt, erhält man einen Wert, der kaum von dem abweicht, der aus dem Abstand von erlaubter und verbotener Komponente berechnet wird.

### B. Besetzungsdichten und Relaxationen für angeregte Zustände

#### 1. Angeregte HeII-Zustände

Die Besetzungsdichten angeregter HeII-Zustände wurden von McWhirter und Hearn<sup>31</sup> für ein homogenes Plasma berechnet. Dabei wurde vorausgesetzt, daß das Plasma für alle Strahlungsübergänge optisch dünn ist und daß die mittlere thermische Energie  $kT$  viel kleiner ist als die Anregungsenergie  $\Delta E_{12}$  für den ersten angeregten Zustand. Bei den wasserstoffähnlichen Ionen ist  $\Delta E_{12} = \frac{3}{4} \chi_Z$  ( $\chi_Z =$  Ionisationsenergie), so daß verglichen mit diesem Energieabstand die angeregten Zustände energetisch nahe beieinander liegen. Die Relaxationszeiten  $\tau(p)$  für die Einstellung der stationären Besetzung angeregter Zustände ( $p > 1$ ) sind dann sehr viel kleiner als diejenige ( $\tau(1)$ ) für den Grundzustand.

Wenn sich die Zustandsgrößen ( $T_e, n_e$ ) des homogenen Plasmas in einem Zeitintervall  $t$  merklich ändern, so stellt sich ein Besetzungsgleichgewicht der angeregten Zustände mit der momentanen Grundzustandsbesetzung dann ein, wenn für  $p > 1$   $t \gg \tau(p)$  ist. Für diesen Fall berechneten McWhirter und Hearn<sup>31</sup> die Besetzungsdichten angeregter Zustände bezogen auf die jeweiligen Saha-Boltzmannbesetzungen. Diese relativen Besetzungen werden mit  $\mathcal{S}(p)$  bezeichnet. Für  $n_e = 1,28 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und  $p = 4$  ergaben sich für HeII die Werte  $\mathcal{S}(4)$  mit  $g = 1$  (optisch dünne Resonanzstrahlung) in Tab.11. Mewe<sup>20</sup> wandte die von Bates et.al.<sup>32</sup> angegebenen Skalengesetze auf die Rechenergebnisse an, die von diesen Autoren im Falle von Wasserstoff mit optisch dicken Lymanlinien erhalten wurden. Er fand für HeII die in Tab.11 angegebenen Werte  $\mathcal{S}(4)$  mit  $g = 0$  (optisch dicke Resonanzstrahlung).

Tabelle 11

$\frac{T}{10^4 \text{ OK}}$	$\mathcal{S}(4)$	
	$g = 1$	$g = 0$
3,2	1,01	1,0
6,4	0,99	1,0
12,8	1,04	1,0

Diesen Resultaten, die unter der Bedingung  $t \gg \tau(p)$  ( $p > 1$ ) für das homogene, instationäre Plasma gelten, kann man entnehmen, dass man die Besetzungsdichten in beiden Grenzfällen für Zustände mit  $p \geq 4$  aus der Saha-Boltzmann-Gleichung zu berechnen hat. Dann wird die Saha-Boltzmann-Gleichung die Besetzungsdichten dieser Zustände auch im Übergangsgebiet zwischen komplett optisch dicker und optisch dünner Schicht bezogen auf die Lymanstrahlung richtig beschreiben.

Man kann die Ergebnisse für das homogene, instationäre Plasma auf den hier interessierenden Fall des stationären, aber inhomogenen Plasmas übertragen; denn wegen der Bewegung der Ionen (z.B. ambipolare Diffusion) in Richtung der Gradienten  $\nabla T_e$  und  $\nabla n_e$  beobachtet man im mitbewegten System eine zeitliche Änderung der Zustandsgrößen  $T_e$  und  $n_e$ . Es wäre anhand einer zu (III,11) analogen Bedingung zu prüfen, ob die Relaxationszeiten  $\tau(p)$  ( $p > 1$ ) so kurz sind, daß sich bei den vorliegenden Gradienten von  $T_e$  und  $n_e$  und den Ionengeschwindigkeiten an jeder Stelle ein Besetzungsgleichgewicht der angeregten Zustände mit der lokalen Besetzungsdichte des Grundzustandes einstellt. Letztere ist praktisch gleich der Dichte  $n_1$  aller HeII-Ionen, und die Relaxationszeit  $\tau(p=1)$  dann gleich der Relaxationszeit  $\tau_2$  für die Einstellung der statischen Ionisation.  $\tau_2$  ist in Tab.7 als Funktion der Temperatur angegeben. Durch Einsetzen dieser Werte und der Geschwindigkeiten  $v_{2R}$  der zweifach geladenen He-Ionen in die Bedingung (III,13) dafür, daß die statische Ionisation der HeII-Ionen sich praktisch relaxationsfrei einstellt, ergibt sich, daß die linke Seite dieser Ungleichung um einen Faktor 2 bis 3 größer wird als die rechte Seite. Die Bedingung ist also nicht erfüllt, so daß es zu der beobachteten Verschleppung der Ionisation kommt. Da jedoch Relaxationszeiten  $\tau(p)$  für angeregte Zustände sehr viel kleiner sind als  $\tau_2$ , ist eine entsprechende Bedingung für die Einstellung "statischer" Besetzungsdichten erfüllt. Die Besetzungsdichten angeregter Zustände stellen sich dann im vorliegenden Falle relaxationsfrei auf die lokale Ionisation ein. Man hat dann die Besetzungsdichten der Zustände  $p \geq 4$  aus der Saha-Boltzmann-Gleichung mit den gemessenen Werten von  $T_e$ ,  $n_e$  und  $n_2$  zu berechnen.

## 2. Ionisation von CIV und Besetzungsdichten angeregter Zustände

Die Besetzung des Grundzustandes  $p_0$  bezogen auf seine Saha-Besetzung wurde von Mahn<sup>25</sup> für Ionen mit einem Valenzelektron berechnet. Mahn machte die gleichen Voraussetzungen, wie sie von McWhirter und Hearn<sup>31</sup> eingeführt wurden. Hinzu kommt, daß er auch für die Ionen der Lithiumsequenz ein wasserstoffähnliches Termschema mit dem Grundzustand  $p_0 = 2$  benutzte. Es muß diskutiert werden, ob diese Voraussetzungen im Falle von CIV hier erfüllt sind.

Zunächst soll geprüft werden, ob die Resonanzstrahlung aus optisch dünner Schicht emittiert wird. Der Grundzustand von CIV besteht aus den Termen  $2^2S$  und  $2^2P^o$  in einem Energieabstand von 8 eV. Nach Weiss<sup>33</sup> hat der Übergang  $2^2P^o \rightarrow 3^2D$  die größte Absorptionsschwingungsstärke aller  $2 \rightarrow 3$  Übergänge. Um die optische Dicke der entsprechenden Linie zu berechnen, muß das Verhältnis der Besetzungsdichten der Terme  $2^2S$  und  $2^2P^o$  abgeschätzt werden. Der Strahlungsübergang zwischen beiden Termen führt zu einem Liniendublett ( $\lambda = 1548/1550 \text{ \AA}$ ), das aus optisch nicht dünner Schicht emittiert wird. Ausserdem sind die Raten für Stoßabregung und spontanen Strahlungszwergang des Termes  $2^2P^o$  etwa gleich. Aus diesem Grunde kann man das Besetzungsverhältnis der beiden Terme durch die Boltzmann-Gleichung abschätzen

$$\frac{n_{2^2P}}{n_{2^2S}} \approx \frac{g_{2^2S}}{g_{2^2P}} e^{-\frac{8,0 \text{ eV}}{kT}} = 3 e^{-8,0 \text{ eV}/kT} \quad (B,1)$$

Für  $T = 9 \cdot 10^4 \text{ °K}$  erhält man ungefähre Gleichbesetzung. Die dopplerverbreiterte Linie  $3^2D \rightarrow 2^2P^o$  ( $\lambda = 384 \text{ \AA}$ ) hat dann eine optische Tiefe  $\tau_0 < 1$  im Linienzentrum. Sie wird also wie alle anderen CIV-Linien (Ausnahme:  $2^2P^o \rightarrow 2^2S$ ) aus optisch nicht dicker Schicht emittiert.

Wenn man im CIV-Termschema das Verhältnis zwischen dem Energieabstand des Termes  $2^2P^o$  vom Zustand  $p = 3$  und dem Energieabstand der Zustände  $p = 3$  und  $p = 4$  bildet, findet man einen Wert, der um fast einen Faktor 3 kleiner ist als das Verhältnis der Energieabstände vom Grundzustand ( $p = 1$ ) zum ersten angeregten ( $p = 2$ ) und vom Zustand  $p = 2$  zum Zustand  $p = 3$  wasserstoffähnlicher Ionen. Die Voraussetzung, daß die Relaxationszeit für die Besetzung des Grundzustandes wesentlich größer ist als die Relaxationszeiten für alle angeregten Zustände, ist dann im Bereich hoher Temperaturen ( $kT$  von der Größenordnung dieser Energieabstände) für die Zustände  $p = 3$  und  $p = 4$  keine gute Näherung. Die Folge ist, dass im vorliegenden Fall die statische Ionisation im Bereich hoher Temperatur nicht zuverlässig durch die mit dieser Näherung erhaltenen Werte wiedergegeben wird.

Die Voraussetzung, daß das Termschema von CIV durch ein wasserstoffähnliches Schema mit dem Grundzustand  $p = 2$  approximiert wird, ist bei kleineren Temperaturen problematisch. Die Ionisierungsenergie von CIV vom Grundzustand aus ( $\chi_{2^2S} = 64,5 \text{ eV}$ ,  $\chi_{2^2P^o} = 56,5 \text{ eV}$ ) weicht vom wasserstoffähnlichen Wert  $\chi'_3 = \left(\frac{Z+1}{p_0}\right)^2 \chi_H = 54,4 \text{ eV}$  ( $\chi_H$  - Ionisierungsenergie von Wasserstoff) ab. Da nach Gl.(B,1) eine ungefähre Gleichbesetzung von  $2^2S$  und  $2^2P$  erhalten wurde, kann man zur Abschätzung eine "effektive" Ionisierungsenergie  $\bar{\chi}_3 \approx 60,5 \text{ eV}$  einführen. Wenn  $kT > \bar{\chi}_3 - \chi'_3 \approx 6 \text{ eV}$  ist, wird

der in der Stoßionisationsrate stehende Faktor  $\exp\left[-\bar{\chi}_3/kT\right]$  und damit die Ionisationsrate vom Grundzustand aus selber im korrekten CIV-Termschema um einen Faktor  $< 3$  gegenüber demjenigen des wasserstoffähnlichen Termmodells reduziert. Dasselbe gilt für die Stoßanregungsraten vom Grundzustand zu den angeregten Zuständen (vgl. Mahn<sup>25</sup> Anhang A2,1). Eine entsprechende Korrektur für die statische Ionisation wurde in Abschnitt III,6 eingeführt.

Von Mahn<sup>x</sup> liegen ferner Berechnungen für die relativen Besetzungsdichten  $\varrho(p)$  angeregter Zustände ( $p = 3; 4$ ) von CIV vor. Er erhält für  $p = 4$  mit  $n_e = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und

$$\begin{array}{rcl}
kT = 2,76 \text{ eV} & \varrho(4) = 1,13 \\
5,5 \text{ eV} & & 1,24
\end{array}$$

Man darf danach die Besetzungsdichte dieses Zustandes noch nicht mit der Saha-Boltzmann-Gleichung berechnen. Aus diesem Grunde wird für die Bestimmung der CIV-Ionisation nach Gl(III,86) eine CIV-Linie mit dem oberen Zustand  $p = 6$  ausgewählt, dessen Besetzungsdichte man mit Sicherheit mit der Saha-Boltzmann-Gleichung berechnen darf.

C Plasmaströmung und Zustandsgrößen im Plasma

1. Plasmaströmung und Massenkonservierung

Der hohe Achsendruck von rund einer halben Atmosphäre (Abb.14) kann in der Nähe der Entladungsachse vor den Quarztrichtern des Entladungsgefäßes nicht aufgefangen werden. Die Folge ist eine achsenparallele Plasmaausströmung in Achsenumgebung. Die Ausströmgeschwindigkeit  $v_z$  kann aus der Dopplerverschiebung schmaler Spektrallinien abgeschätzt werden. Im wesentlichen erfolgte im vorliegenden Falle eine einseitige Abströmung zur Kathode. Da sich während der Entladungszeit die Zustandsgrößen des Plasmas nicht ändern, muß aus Kontinuitätsgründen ein radialer Masseneinstrom stattfinden. Es wird hier überprüft, ob die aus den Messungen erhaltenen Werte für die Einströmgeschwindigkeit  $v_r$  (Tab.3 bzw.Tab.8) und die Ausströmgeschwindigkeit  $v_z$  im Einklang stehen mit dieser Kontinuitätsbedingung.

Ein Geschwindigkeitsprofil  $v_z(r)$  konnte aus der Verschiebung der Si IV-Linie  $\lambda = 3165,7 \text{ \AA}$  relativ zu den Linien eines Eisenbogenspektrums abgeschätzt werden. Diese Si IV-Linie wurde in dritter Ordnung mit einem 2 m - Plangitterspektrographen aufgenommen. Sie wird in der Nähe des Quarztrichtereingangs emittiert. Den Beweis dafür liefern Abb.22a und 22b. Sie zeigen Aufnahmen ("Bildspektrogramme"), die durch eine stark verkleinerte (1:15) Abbildung der Umgebung des kathodenseitigen Quarztrichtereingangs auf die Ebene des Spektrographenspalt (3-Prismenspektrograph; Jena-Optik) hergestellt wurden. Das Bild der Entladungsachse wurde mittels eines Umlenkprismas im Strahlengang der Abbildung parallel zum Spektrographenspalt gelegt. In Abb. 22b wurde der Spalt selber entfernt. Die Bezeichnungen A,B und C (vgl.Abb.1) bedeuten Spulenende, Schattenbild der Halterung des Entladungsgefäßes und Schattenbild des Trichtereingangs mit ringförmigem Niederschlag von reduziertem Silizium. Deutlich ist erkennbar, wie Verunreinigungen durch das Quarztrichtermaterial (Si und O) nur in unmittelbarer Umgebung des Trichtereinganges auftreten und - im Gegensatz zu C-Linien - nicht im freibrennenden Plasmakanal (Zone zwischen A und C) zu beobachten sind (vgl. auch Abb.4).

Nach Abb. 22b werden die Ionen von Si und O durch die Strömung in den Trichtereingang hinein bzw. an ihm vorbei an die Aussenwand des zylindrischen Gefäßes geführt. Dort tritt ein brauner Niederschlag von reduziertem Si auf. Aus Abb. 22 ist ersichtlich, daß die abgeschätzte Ausströmgeschwindigkeit einer Plasmaregion zugeordnet werden muß, die in z-Richtung etwa in 1 cm Abstand vom Trichtereingang ausserhalb des Trichters beginnt und mehrere Zentimeter in den Trichter hineinreicht. In diesem Bereich ändert sich die Strömungsgeschwindigkeit (räumlich oder zeitlich) um weniger als einen Faktor 2, wie man aus dem Verhältnis von Dopplerverschiebung des Linienschwerpunkts und Linienverschmierung infolge der im Emissionsgebiet variierenden Abströmgeschwindigkeit abschätzen kann. Die auch in der Nähe des anodenseitigen Trichters sicherlich vorhandene Strömung zur Anode (Verunreinigungen aus dem Trichtermaterial können auch von dort aus nicht in den freibrennenden Plasmakanal gelangen) konnte quantitativ nicht erfaßt werden. Aus der Dopplerverschiebung kann insgesamt der etwa in der Ebene des kathodenseitigen Trichtereinganges austretende Teilchenstrom bis auf einen Faktor 2 richtig erhalten werden.

\*private Mitteilung

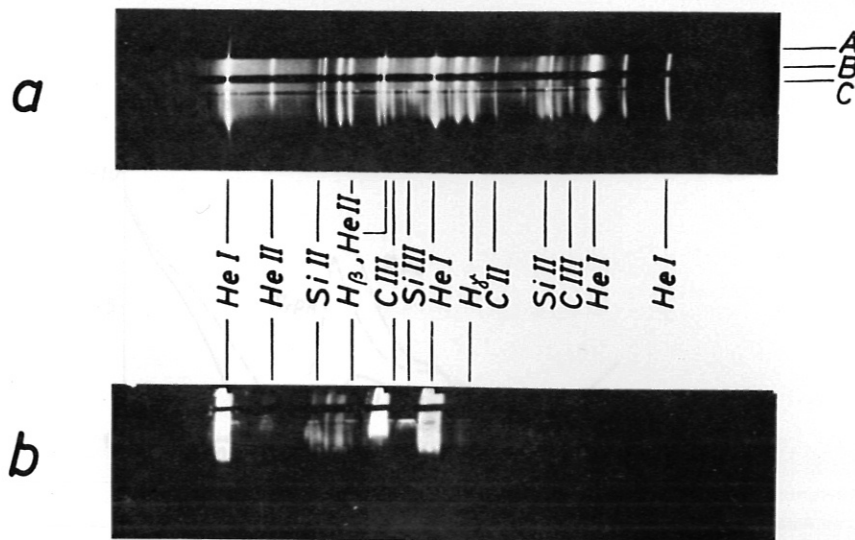


Abb. 22 Bildspektrogramme der Umgebung des Kathodentrichtereinganges.  
 A: Spule; B: Halterung des Entladungsgefäßes; C: Kathodentrichtereingang (s. Abb. 1)  
 a) Spektrographenspalt  $200 \mu$   
 b) Ohne Spektrographenspalt

Es werde abgeschätzt

$$\bar{v}_z \pi r_1^2 n^{(1)} = 2 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1} \quad (C,1)$$

wobei

$$\begin{aligned} \bar{v}_z &= 10^6 \text{ cm/s} && \text{- mittlere Abströmgeschwindigkeit durch eine Querschnittsfläche} \\ \pi r_1^2 &= 3 \cdot 10^{-1} \text{ cm}^2 && \\ n^{(1)} &= 6 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3} && \text{- Ionendichte} \end{aligned}$$

Der radiale Zustrom durch die Mantelfläche eines Zylinders vom Radius  $r_2 = 0,6 \text{ cm}$  und der Länge  $L = 60 \text{ cm}$  (Spulenlänge) mit der Geschwindigkeit  $v_r(r_2) \approx -2 \cdot 10^3 \text{ cm/s}$  (vgl. Tab. 3 und 8) und der Ionendichte  $n^{(2)} = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  ist

$$v_r 2 \pi L n^{(2)} r_2 = 4,5 \cdot 10^{27} \text{ s}^{-1} \quad (C,2)$$

Dabei wird angenommen, dass der radiale Zustrom über die ganze Länge der Entladung konstant ist.

Die gesamte Betrachtung kann in diesem groben Modell nur zu einer größenordnungsmäßigen Überprüfung der Massenkontinuität in unserer Entladung führen, und in diesem Rahmen ergeben die vorhergehenden Abschätzungen eine befriedigende Übereinstimmung.

## 2. Ionenbewegung und Druckprofil

In Abb. 23 ist dargestellt, wie sich gemäß Gl. (III, 65) der Druckaufbau des Plasmas ( $\nabla_r p$ ) aus den Beiträgen von ambipolarer Diffusion ( $\nabla_r p_a$ ) und Nernsteffekt ( $\nabla_r p_N$ ) einerseits und der Schwerpunktsströmung des Plasmas in radialer Richtung ( $\nabla_r p_v$ ) andererseits ergibt. Aus (III, 64) und der Definitionsgleichung von  $d_r$  (III, 24) ist zu entnehmen, daß  $\nabla_r p_a$  immer negativ ist. Dasselbe gilt für  $\nabla_r p_N$ . Im Ohmschen Gesetz (III, 45) werden die entsprechenden Anteile durch "diamagnetische" Terme dargestellt. Mit anderen Worten, ambipolare Diffusion und Thermodiffusion senkrecht zum Magnetfeld haben azimuthale elektrische Ströme zur Folge, die das angelegte Magnetfeld im Innern des Plasmas schwächen. Dann wird dem Gradienten des Magnetfeldes durch einen Plasmadruckgradienten das Gleichgewicht gehalten. Eine Plasmaeinströmung ( $v_r < 0$ ) führt nach Gl. (III, 64) zu einem positiven Druckgradienten.

Durch die ambipolare Diffusion im Übergangsbereich zwischen zwei Ionisationsstufen ( $\text{HeI} \leftrightarrow \text{HeII}$  bzw.  $\text{HeII} \leftrightarrow \text{HeIII}$ ) wird eine Druckstufe in diesem Bereich erzeugt (vgl. Wienecke<sup>17</sup>). Die Verschleppung der Ionisation durch die ambipolare Diffusion der He-Partikel (s. Abb. 16) führt dazu, daß der Ionisationsgrad langsamer mit der Temperatur zunimmt als es bei statischer Ionisation der Fall wäre. Dann wird die Druckstufe abgeflacht gegenüber einer mit der statischen Ionisation berechneten.

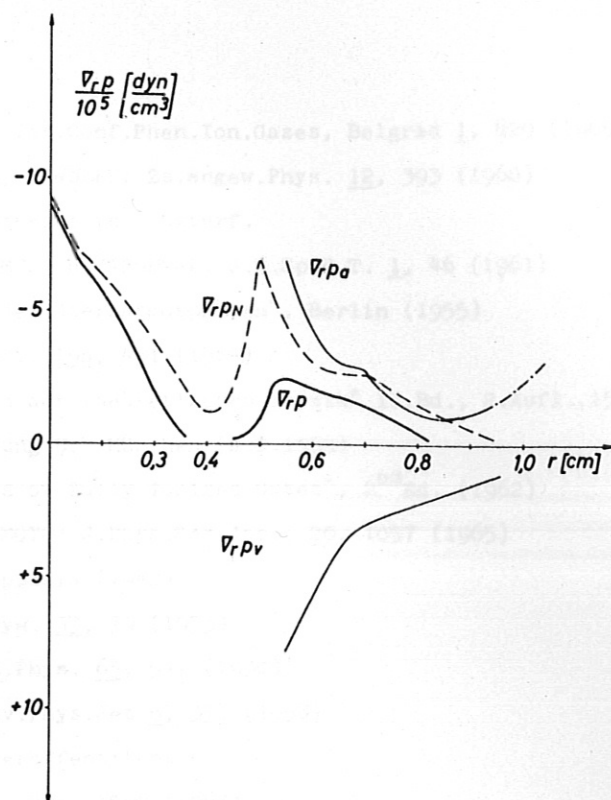


Abb. 23 Radialer Druckaufbau der Entladung.

$\nabla_r p$ : Gesamtdruckgradient (aus Abb.14);  $\nabla_r p_N$ : Beitrag des Nernsteffektes;  
 $\nabla_r p_V$ : Beitrag der Schwerpunktsströmung;  $\nabla_r p_a$ : Beitrag der ambipolaren Diffusion.

Durch die radiale Plasmaströmung wird diese Stufe ausserdem zu höheren Temperaturen verschoben. Das durch die Energiebilanz des Plasmas bestimmte Temperaturprofil hat in einem Achsenabstand (Abb.10) von  $r \approx 0,4$  cm einen Bereich, in dem sich die Temperatur nur wenig ändert. Hier wird der Beitrag des Nernsteffektes zum Druckaufbau gering. Die Anteile von ambipolarer Diffusion und Schwerpunktsströmung des Plasmas können sich wegen der relativ starken Plasmaströmung nahezu kompensieren. Der Druckgradient wird also klein (vgl. Abb.23).

Ein zweiter Bereich mit kleinem Druckgradienten tritt in einem Achsenabstand von etwa 0,8 cm auf. Auch hier liefert der Nernsteffekt nur einen geringen Beitrag zum Druckaufbau. Weil die Strömung die durch die ambipolare Diffusion hervorgerufenen beiden Druckstufen im He-Plasma zu höheren Temperaturen verschiebt, liegt dieses zweite, zwischen beiden Druckstufen befindliche Druckplateau bei der hier auftretenden Strömungsgeschwindigkeit gerade am äußeren Randes des Gebietes, aus dem die wesentliche HeII-Emission erfolgt. Ohne die Verschleppung der Ionisation würde ein solcher Bereich mit kleinem Druckgradienten in einem Achsenabstand liegen, wo keine HeII-Linien emittiert werden. Mit wachsender Temperatur nimmt die Anregung der HeII-Linien sehr rasch zu; die radialen Intensitätsprofile dieser Linien sind im Achsenabstand  $r = 0,8$  cm also sehr steil. An dieser Stelle ist die Einströmungsgeschwindigkeit noch so groß, dass ihr Effekt den Nernsteffekt und den verbleibenden Effekt der ambipolaren Diffusion kompensieren kann. Bereits relativ kleine zeitliche Schwankungen der Einströmungsgeschwindigkeit führen dann dazu, daß der Druckgradient hier zwischen positiven und negativen Werten pendelt. Der äußere Rand des Emissionsgebietes der HeII-Linien ist dann zeitlichen Änderungen unterworfen. Das ist auf Drehspiegelaufnahmen im Lichte dieser Linien auch zu erkennen (Abb.5).

Abb.14 zeigt, wie der Anteil des Partialdruckes der He-Atome am Gesamtdruck zur Ausbildung der Druckstufe bei  $r = 0,8$  cm führt, durch deren Auftreten die beobachteten zeitlichen Schwankungen im Drehspiegelbild zu verstehen sind.

Im Bereich  $r \leq 0,3$  cm nimmt die Elektronendichte einen angenähert konstanten Wert und damit den für den Nernsteffekt im zweifach ionisierten Helium charakteristischen Verlauf an (vgl. Klüber<sup>16</sup>). Der paramagnetische Effekt der Plasmaeinströmung dürfte hier etwa den mit Sicherheit vorhandenen Pinchdruck kompensieren.



Literaturverzeichnis

=====

- 1 H.WULFF: Proc.VII. Int.Conf.Phen.Ion.Gases, Belgrad 1, 829 (1965)
- 2 J.DURAND, O.KLUBER, H.WULFF: Zs.angew.Phys. 12, 393 (1960)
- 3 P.H.GRASSMANN: erscheint in Z.Naturf.
- 4 H.SADJIAN, K.H.WIMMEL, H.MARGENAU: J.Q.Sp.R.T. 1, 46 (1961)
- 5 A.UNSOLD: "Physik der Sternatmosphären", Berlin (1955)
- 6 H.W.DRAWIN: Z.Naturf. 19a, 451 (1964)
- 7 W.Weizel: "Lehrbuch der theoretischen Physik" II.Bd., 2.Aufl., 1592, Berlin (1958)
- 8 A.SCHLÜTER: Vorlesung U. - München (S.S.1959)
- 9 L.SPITZER: "Physics of Fully Ionized Gases", 2<sup>nd</sup>Ed. (1962)
- 10 K.MURAKAWA, M.YAMAMOTO: J.Phys.Soc.Jap., 20, 1057 (1965)
- 11 E.LINDHOLM: Diss.Uppsala (1942)
- 12 G.ELSTE: Z.Astrophys. 33, 39 (1953)
- 13 P.H.van CITTERT: Z.Phys. 65, 547 (1930)
- 14 S.I.BRAGINSKII: Sov.Phys.Jet 6, 358 (1958)
- 15 W.FENEBERG: wird veröffentlicht
- 16 O.KLUBER: Z.Naturf. 22a, 1599 (1967)
- 17 R.WIENECKE: Z.Naturf. 18a, 1151 (1963)
- 18 E.TREFFTZ, A.SCHLÜTER, K.-H.DETTMAR, K.JÜRGENS: Z.Astrophys. 44, 1 (1957)
- 19 H.A.BETHE, E.E.SALPETER: "Quantum Mechanics for One- and Two-Electron Systems"  
Hdb.Phys. XXXV, Berlin (1957)
- 20 R.MEWE: Brit.J.Appl.Phys. 18, 107 (1967)
- 21 T.HOLSTEIN: Phys.Rev. 72, 1212 (1947); 83, 1159 (1951)
- 22 A.G.HEARN: Proc.Phys.Soc. 88, 171 (1966)
- 23 A.G.HEARN: Proc.Phys.Soc. 81, 648 (1963); 84, 11 (1964)
- 24 C.BRETON, J.-L.SCHWOB: C.R. Acad.Sci., Paris, 260, 461 (1965)
- 25 C.MAHN: erscheint in Z.Naturf.
- 26 M.J.SEATON: Planet.Space Sci. 12, 55 (1964)
- 27 G.TRAVING: "Über die Theorie der Druckverbreiterung von Spektrallinien", Karlsruhe (1960)
- 28 A.B.UNDERHILL, J.H.WADDELL: NBS Circular 603 (1959)
- 29 B.MOZER, M.BARANGER: Phys.Rev. 118, 626 (1960)
- 30 D.I.BLOCHINZEW: "Einführung in die Quantenmechanik", Frankfurt (1963) S.256 f.F.
- 31 R.W.P.McWHIRTER, A.G.HEARN: Proc.Phys.Soc. 82, 641 (1963)
- 32 D.R.BATES, A.E.KINGSTON, R.W.P.McWHIRTER: Proc.Phys.Soc. 270, 155 (1962) b
- 33 A.W.WEISS: Astrophys. J. 138, 1262 (1963)