

Vorläufige Untersuchung eines gewellten
Theta-Pinches ("Limpus") an der Batterie
Isar I.

C. Andelfinger, G. Decker, E. Fünfer,
H. Hermansdorfer, M. Keilhacker, E. Remy,
M. Ulrich, H. Wobig, G.H. Wolf

IPP 1/55

Oktober 1966

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Vorläufige Untersuchung eines gewellten
Theta-Pinches ("Limpus") an der Batterie
Isar I.

C. Andelfinger, G. Decker, E. Fünfer,
H. Hermansdorfer, M. Keilhacker, E. Remy,
M. Ulrich, H. Wobig, G.H. Wolf

IPP 1/55

Oktober 1966

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

IPP 1/55

C. Andelfinger, G. Decker, E. Fünfer
H. Hermansdorfer, M. Keilhacker, E. Remy
M. Ulrich, H. Wobig, G.H. Wolf

Preliminary Investigation of a
Corrugated Theta Pinch ("Limpus")
at Isar I.
(in German)

Abstract

The stability properties of a corrugated theta-pinch plasma are of interest in connection with the periodically bulging M+S configurations. In a preliminary experiment at the Isar I bank a steplike theta-pinch coil was used to produce the corrugated plasma column ("Limpus"). The measured amplitude of corrugation of the plasma surface is nearly as large as that of the inner coil surface. This result agrees with numerical calculations of the magnetic field. The eccentric final position of the pinched plasma in the normal straight geometry is not influenced by the corrugated field, the plasma reached its final position more quickly, however. Smear camera pictures of discharges in $20 \mu D_2$ show filaments which leave the main plasma column. This effect occurs around the regions of maximum plasma diameter (bad curvature) and it is taken as an indication of instability. Smear camera pictures of discharges in $10 \mu D_2$ give no indication for instabilities.

The ion temperature is in the range of 3 keV and does not differ from the normal case with straight magnetic field.

Einleitung

In früheren Arbeiten [1] wurden mit einem toroidalen Theta-Pinch M+S Konfigurationen [2] angenähert. Diese sind Gleichgewichtslösungen für $\beta = 1$ Plasmen mit Oberflächenströmen. Charakteristisch hierfür sind periodische Wellungen, die im Gebiet der Ausbauchungen ungünstige Krümmungen in Bezug auf magnetohydrodynamische Stabilität aufweisen. Die Frage nach der Stabilität solcher gewellten Anordnungen kann experimentell und theoretisch [3,4,5] vereinfacht an einem rotationssymmetrischen Plasma behandelt werden, wie es bei einem gewellten linearen Theta-Pinch ("Limpus") vorliegt. In der vorliegenden Arbeit wird ein solches vorläufiges Experiment an der Batterie Isar I beschrieben.

Apparatur und Parameter der Experimente

Die Versuche wurden an der Stosstromanlage Isar I [6] durchgeführt. Die normale Theta-Pinch Spule von 150 cm Länge und 10,6 cm Durchmesser wurde in fünf Sektoren mit unterschiedlichem Durchmesser unterteilt. Die Variation des Durchmessers dieser Limpus-Spule beträgt etwa 10%. Die geometrischen Grössen lassen sich aus Abbildung 1 entnehmen.

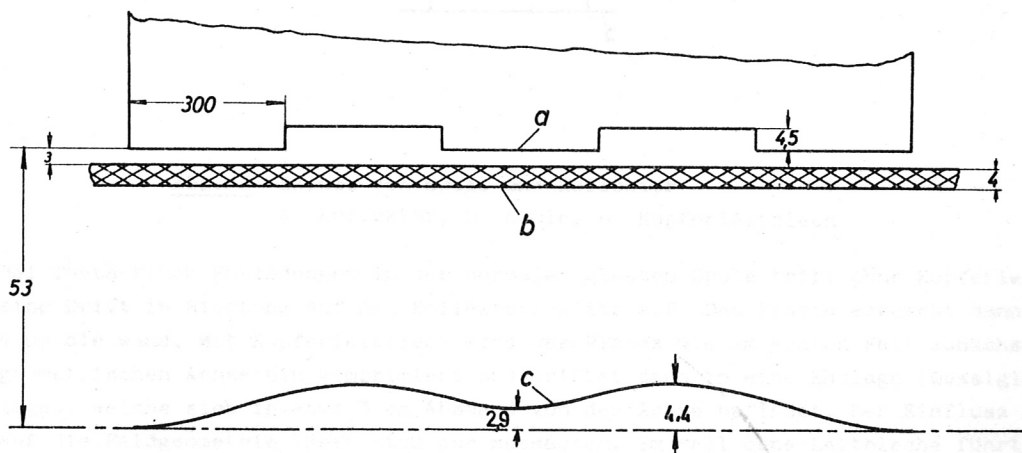


Abb. 1 Skizze der Limpus-Geometrie
 a Spulenoberfläche, b Gefäss, c Plasma, Masse in mm;
 Masstab $r = 1:1$; $z = 1:10$

Das Vakuumfeld dieser Spule ist an den Sprungstellen zwischen den Sektoren stark inhomogen. Die Ergebnisse numerischer Berechnungen des Magnetfelds dieser Spule folgen in einem späteren Abschnitt.

Bei den Experimenten wurden die vier in der Tab. 1 aufgeführten Parameter variiert, nämlich Kupferleitblech, Vorionisierung, Fülldruck und Batterieenergie.

Experimentelle Parameter		mit		ohne	
Kupferleitblech					
z-Pinch Vorionisierung	35 kV, 20 kA, 10 ps		120 kV, 20 kA, 1 ps		
Batteriegrösse	1/3	340 kJ	1/1	1 MJ	
Druck		10 μ D ₂		20 μ D ₂	

Tab. 1

Die Anordnung der Kupferleitbleche ist aus der Skizze in Abb. 2 ersichtlich.

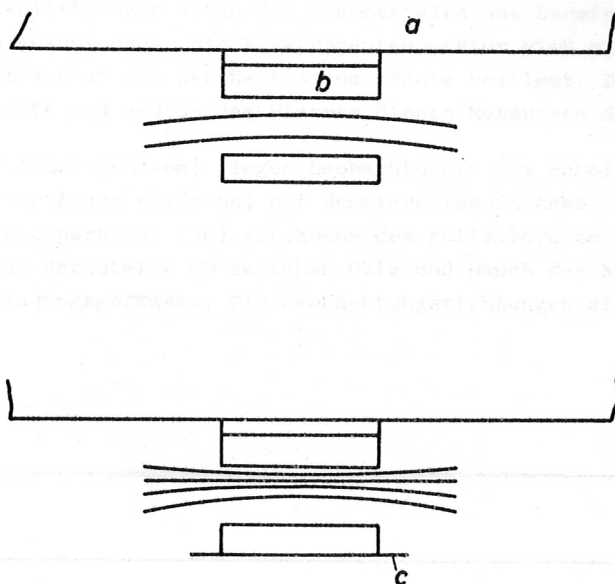


Abb. 2 Skizze von Spule und Kollektor
a Kollektor, b Spule, c Kupferleitblech

Bei Theta-Pinch Entladungen in der normalen glatten Spule tritt ohne Kupferleitbleche (c) eine Drift in Richtung auf den Kollektorschlitz auf. Das Plasma erreicht dann nach etwa $4 \mu\text{s}$ die Wand. Mit Kupferleitblech wird das Plasma wie im ersten Fall zunächst zur geometrischen Achse hin komprimiert und driftet dann in eine Endlage (Quasigleichgewichtslage), welche sich in etwa 3 cm Abstand von der Achse befindet. Der Einfluss der Leitbleche auf die Feldgeometrie lässt sich nur mutmassen. Im Fall ohne Leitbleche führt die mittlere Krümmung der Feldlinien, welche durch konvergente Strombahnen im Kollektor bzw. durch die Asymmetrie des magnetischen Rückflusses hervorgerufen wird, zu einer Drift des Plasmas bis zur Gefässwand. Durch Leitbleche wird diese Krümmung so verändert, dass eine exzentrische Gleichgewichtslage der Plasmasäule um die Feldlinie ohne Krümmung möglich ist, wie in Abb. 2 angedeutet. Die Limpusspule erbrachte im Hinblick auf die Verwendung der Kupferleitbleche keine Änderung gegenüber der glatten Spule, so dass im folgenden nur Limpus-Experimente mit Leitblech beschrieben werden.

Die Parameter der beiden verwendeten z-Pinch Vorionisierungen sind in der Tab. 1 angegeben. Die neuere Vorionisierung mit 120 kV und begrenztem Stromimpuls von etwa $1 \mu\text{s}$ Dauer führt zu einer Abnahme des Verunreinigungsgrades [7]. Bei den Limpusentladungen mit dieser Vorionisierung stellte sich heraus, dass eine seitliche Beobachtung des Plasmas mit Schmieraufnahmen wegen der geringen Lichtintensität im Sichtbaren nicht durchführbar war, so dass im folgenden nur die Experimente mit der älteren z-Pinch Vorionisierung (35 kV , 20 kA , $10 \mu\text{s}$ Impulsdauer) beschrieben werden.

Die Versuche wurden mit Entladungen in Deuterium von 10μ und 20μ D_2 Fülldruck durchgeführt, und zwar mit einer Batterieenergie von $0,33$ MJ und 1 MJ.

Messungen

Auf Lage und Stabilitätsverhalten des Plasmas wird aus Schmierbildaufnahmen und Framing-Kameraaufnahmen geschlossen. Die Elektronentemperatur wird aus der weichen Röntgenstrahlung und die Ionentemperatur aus der Neutronenausbeute bestimmt. Zur Ermittlung des zeitlichen Verlaufs von Dichte und Radius des Plasmas dienen Messungen der Kontinuumsintensität.

In Richtung der Achse (end-on) liegen Beobachtungen mit Schmierbild- und Framing-Kamera vor, senkrecht zur Achse (side-on) nur Schmierbildaufnahmen. Die side-on Beobachtung erfolgt senkrecht (\perp) und parallel (\parallel) zur Ebene des Kollektors an der Bauchstelle B, der Halsstelle H sowie an der Stelle HB zwischen Hals und Bauch der Konfiguration in einem mittleren Bereich des Entladungsgefäßes. Die Beobachtungsrichtungen sind in der Skizze Abb. 3 eingetragen.

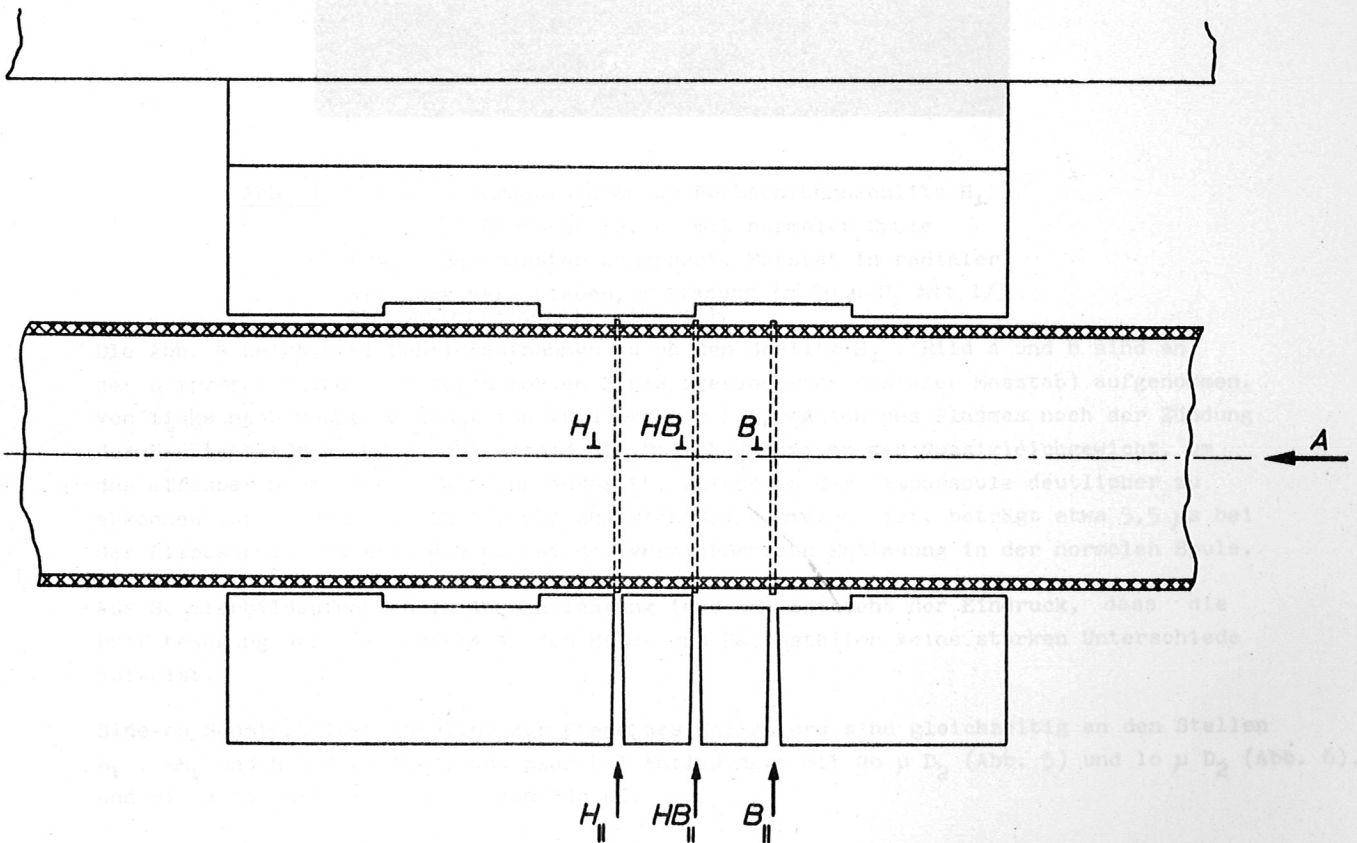


Abb. 3 Skizze der Limpusspule mit Beobachtungsschlitzen für Schmierkameraaufnahmen und Kontinuumsmessungen parallel (\parallel) und senkrecht (\perp) zur Kollektorebene. A Beobachtung in Achsenrichtung mit Framing- und Schmierkamera. Masstab $r = 1:2$, $z = 1:10$

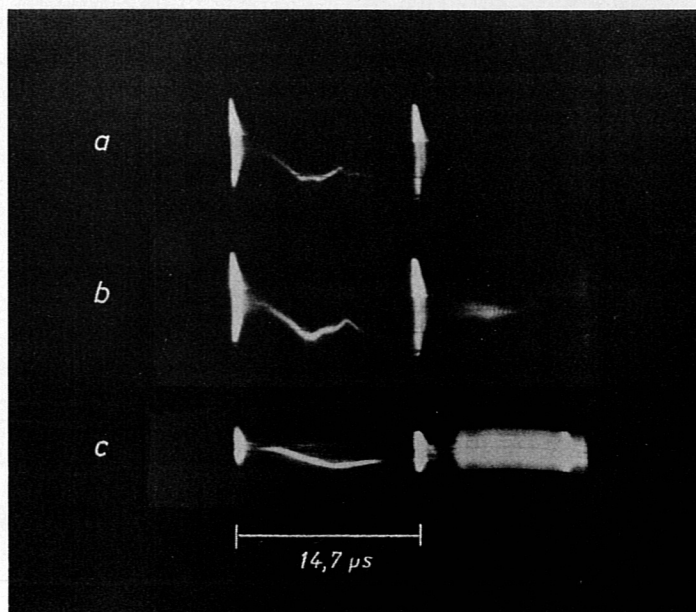


Abb. 4 Schmierkameraaufnahmen am Beobachtungsschlitz H_{\perp}
a, b mit Limpusspule, c mit normaler Spule
a, b, c Zeitmasstab angepasst, Masstab in radialer
Richtung verschieden. Entladung in $20 \mu D_2$ mit $1/3$
der Batterieenergie (340 kJ).

Die Abb. 4 zeigt drei Schmieraufnahmen durch den Schlitz H_{\perp} . Bild a und b sind an der Limpusspule und c an der normalen Spule (veränderter radialer Masstab) aufgenommen. Von links nach rechts erkennt man zunächst die Kompression des Plasmas nach der Zündung der Hauptentladung und anschliessend die Driftbewegung in ein Quasigleichgewicht, um das offenbar noch eine Schwingung auftritt, welche in der Limpusspule deutlicher zu erkennen ist. Die Zeit, bis die Gleichgewichtslage erreicht ist, beträgt etwa $5,5 \mu s$ bei der Limpusspule und etwa $8,5 \mu s$ bei der vergleichbaren Entladung in der normalen Spule.

Aus Schmierbildaufnahmen in Achsenrichtung (end-on) entsteht der Eindruck, dass die Driftbewegung der Plasmasäule an den Hals- und Bauchstellen keine starken Unterschiede aufweist.

Side-on Schmierbilder parallel zur Ebene des Kollektors sind gleichzeitig an den Stellen B_{\parallel} , HB_{\parallel} und H_{\parallel} aufgenommen, und zwar bei Entladungen mit $20 \mu D_2$ (Abb. 5) und $10 \mu D_2$ (Abb. 6), und mit einer Batterieenergie von 340 kJ.

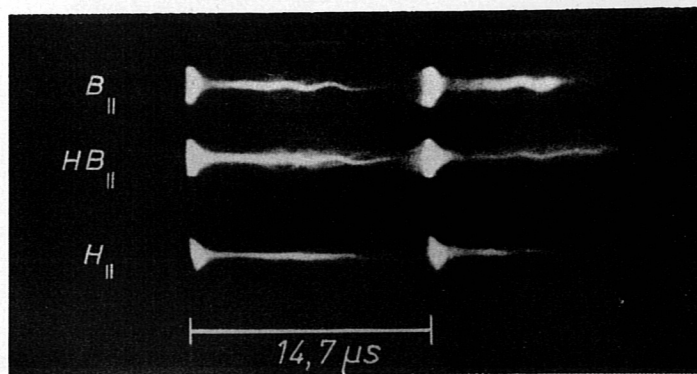


Abb. 5 Schmierkameraaufnahmen. Beobachtungsrichtung parallel zur Kollektorebene an den Stellen B_{\parallel} , H_{\parallel} und HB_{\parallel} . Entladung in $20 \mu D_2$ mit $1/3$ der Batterie, (340 kJ).

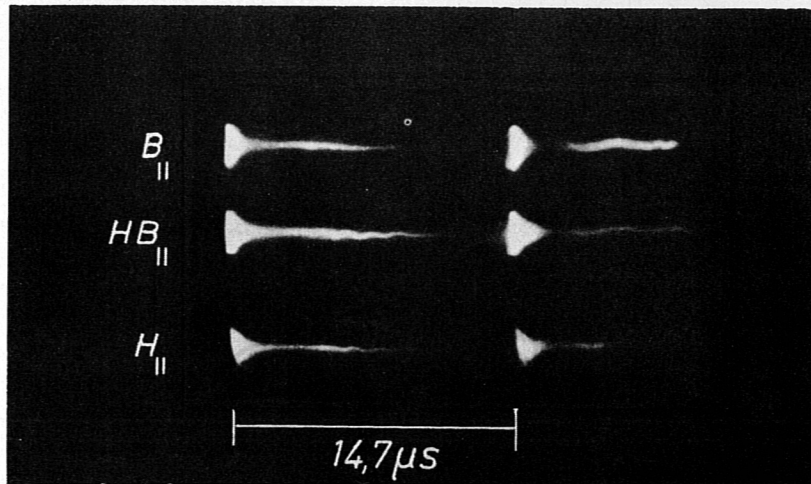


Abb. 6 Schmierkameraaufnahmen. Beobachtungsrichtung parallel zur Kollektorebene an den Stellen $B_{||}$, $H_{||}$ und $HB_{||}$. Entladung in $10 \mu D_2$ mit $1/3$ der Batterie. (340 kJ)

Bei den Entladungen mit $20 \mu D_2$ treten einige Mikrosekunden nach der Kompression seitlich schwach erkennbare Filamente aus. Dieses Phänomen wird als Instabilität gedeutet. Bei Entladungen in 10μ Anfangsdruck ist die beschriebene Erscheinung nicht zu erkennen. Die Schmierbilder in Abb. 7 sind in gleicher Weise von Entladungen mit 1 MJ Batterieenergie gewonnen. Hier ist der gleiche Unterschied zwischen Entladungen bei 10μ und bei $20 \mu D_2$ festzustellen.

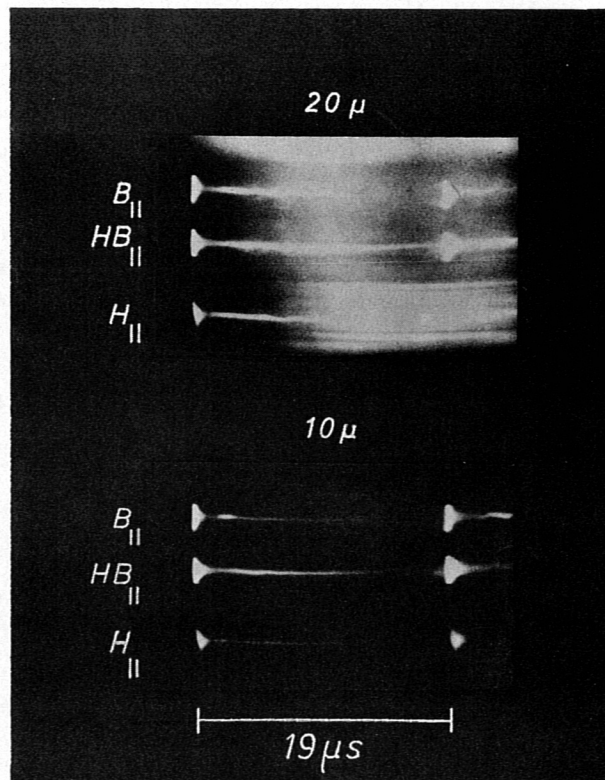


Abb. 7 Schmierkameraaufnahme. Beobachtungsrichtung parallel zur Kollektorebene an den Stellen $B_{||}$, $H_{||}$ und $HB_{||}$. Entladungen in 20μ und $10 \mu D_2$ mit einer Batterieenergie von 1 MJ.

Zwei Registrierungen der Kontinuumsintensität von Entladungen bei 20μ und bei 10μ D_2 sind in Abb. 8 wiedergegeben.

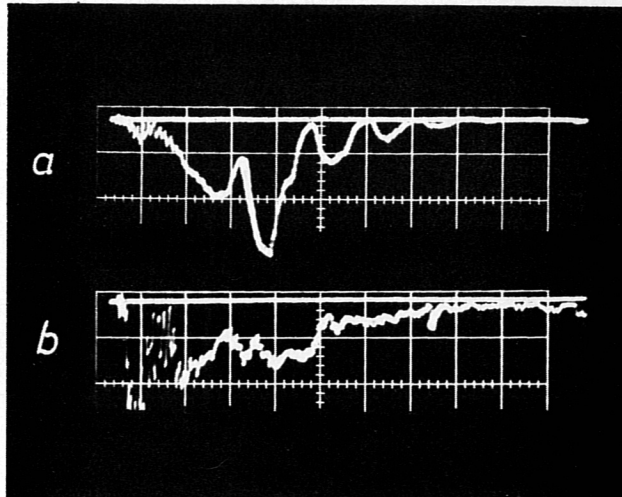


Abb. 8 Registrierung der Kontinuumsintensität in einem Kanal
a Entladung in 20μ D_2
b Entladung in 10μ D_2 Anfangsdruck.

Die Beobachtungsrichtung ist B_{\perp} , wobei jedoch in Richtung senkrecht zur Kollektorebene nur ein schmaler Bereich von 1 mm ausgeblendet ist. Bei 20μ D_2 ist eine Oszillation der Intensität mit einer Frequenz kleiner $0,5 \text{ MHz}$ festzustellen (Abb. 8a). Bei Entladungen in 10μ D_2 sind diese Intensitätsschwankungen nicht ausgeprägt vorhanden (Abb. 8b).

Die beobachtete Oszillation des Kontinuumsignals bei 20μ Fülldruck tritt ganz ähnlich auch ohne gewellte Spule, also im Falle des normalen Theta-Pinches auf [6] und ist somit kein typischer Limpus-Effekt. Diese Oszillationen, welche also charakteristisch sind für 20μ Entladungen sowohl in geradem als auch in gewelltem Magnetfeld, stimmen in ihrer Frequenz überein mit der Wiederholungsfrequenz der nahezu periodisch auftretenden Filamente. In Abb. 9 ist eine Schmierkameraaufnahme (HB_{\parallel}) gezeigt, an welcher dieser Effekt gut zu erkennen ist: der zeitliche Abstand der auftretenden Instabilitäten beträgt etwa $2,5 \mu\text{sec}$.

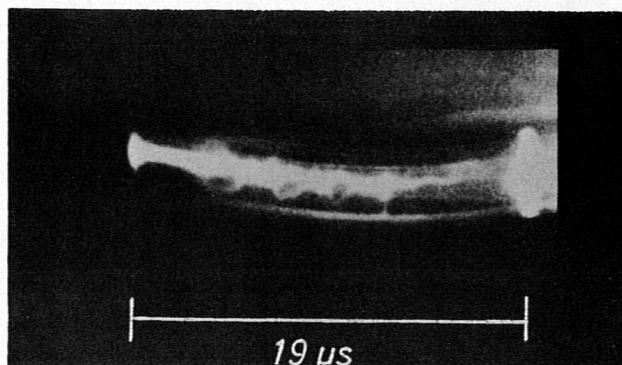


Abb. 9 Schlierenkameraaufnahme: Beobachtungsrichtung HB_{\parallel}
Entladung in 20μ D_2 mit einer Batterieenergie von 1 MJ .

Die Krümmung des Bildes ist durch die Elektronik des benützten Bildwändlers verursacht, der weisse Streifen ausserhalb der Plasmasäule ist ebenfalls kein Plasma-Effekt, sondern ein Reflex an der Gefässwand. Ferner sind auf den Abbildungen 4 - 7 sowie 9 auch Schwingungen der Plasmasäule im Drehspiegelbild erkennbar, welche dem auch in Culham⁺⁾ beobachteten "Wobbling" entsprechen. Eine Erklärung hierfür ist noch nicht gefunden, doch wird vermutet⁺⁾, dass es sich hierbei um eine Wirkung der offenen Enden handelt.

Aus Messungen der Mitte-Rand-Verteilung der Kontinuumsintensität an den Stellen H_{II} und B_{II} wurde durch Entabeln die radiale Dichteverteilung $n(r,t)$ bestimmt. Diese deutet auf zeitliche Schwankungen der Welligkeit hin und zwar sowohl bei 20μ als auch bei 10μ Entladungen. In Abb. 10 ist u.a. das gemessene Dichteprofil (gestrichelt!) einer 10μ Entladung an den Stellen H_{II} und B_{II} wiedergegeben, wie es 8μ sec nach Beginn der Hauptentladung bestand. Die Dichte auf der Achse ist hierbei auf 1 normiert.

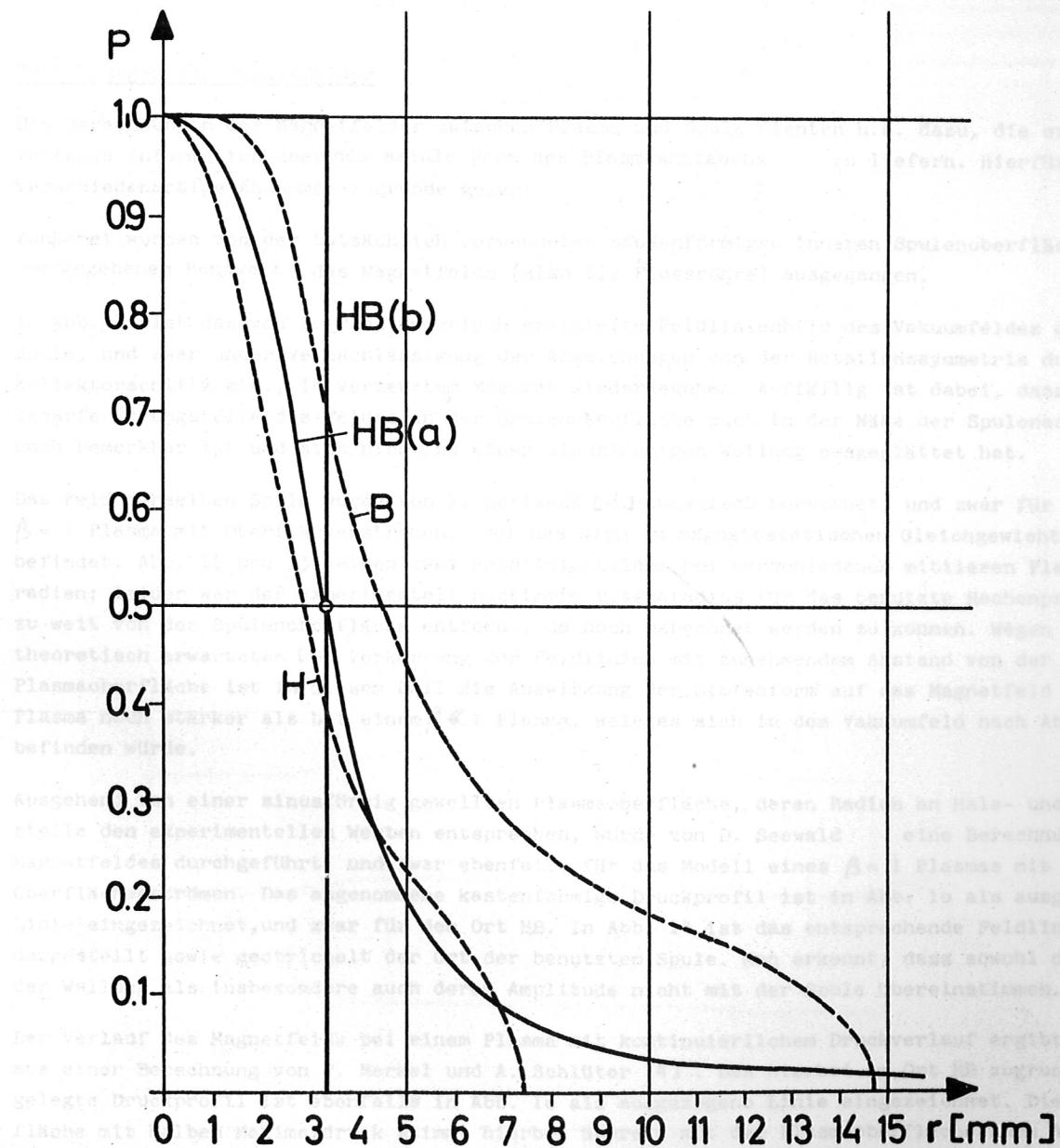


Abb. 10 Die gestrichelten Linien stellen gemessene Dichteprofile an den Stellen H_{II} und B_{II} dar, und zwar 8μ sec nach Entladungsbeginn. Die jeweiligen Höchstwerte sind auf 1 normiert. Die ausgezogene Linie $HB(a)$ ist das der numerischen Feldberechnung gemäss Abb. 15 zugrunde gelegte Druckprofil an der Stelle HB , die ausgezogene Linie $HB(b)$ das dementsprechende Druckprofil, welches zu Abb. 14 führte.

^{+) Private Mitteilung von Dr. Bodin und Dr. Newton.}

Der zeitliche Verlauf der Liniendichte (Teilchenzahl pro cm Spulenlänge) zeigt innerhalb der Messgenauigkeit sowohl bei 10μ als auch bei 20μ keinen Unterschied gegenüber dem normalen Theta-Pinch, was auf vergleichbare Einschusszeiten schließen lässt. Aus der Halbwertsbreite der radial aufgelösten Kontinuumsmessung $n(r,t)$ wurde der Plasmaradius $r_p(t)$ bestimmt, welcher (ebenfalls $6-8 \mu s$ nach Beginn) $2,9 \text{ mm}$ an der Halsstelle und $4,4 \text{ mm}$ an der Bauchstelle betrug, wie in Abb. 1 angegeben.

Die integrierte Neutronenausbeute sowie der zeitliche Verlauf des Neutronensignals in der ersten und zweiten Halbwelle der Hauptentladung stimmen bei $10 \mu D_2$ gut überein mit der Entladung in der geraden normalen Theta-Pinch Spule. Hieraus folgt wiederum ein Indiz für vergleichbare Einschusszeiten, ausserdem, zusammen mit der Dichte, über vergleichbare Iontemperatur, nämlich etwa $3 - 4 \text{ keV}$. Bei 20μ ist die Vergleichbarkeit nur in der zweiten Halbwelle positiv nachgeprüft, da hier in der ersten Halbwelle die Neutronenausbeute bei beiden Spulen zu gering ist.

Berechnungen der Magnetfelder

Die Berechnungen der Magnetfelder zwischen Plasma und Spule dienen u.a. dazu, die experimentell fehlende Information über die axiale Form des Plasmaschlauchs zu liefern. Hierfür wurden verschiedenartige Annahmen zugrunde gelegt.

Zunächst wurden von der tatsächlich verwendeten stufenförmigen inneren Spulenoberfläche als vorgegebenem Randwert des Magnetfelds (also als Flussröhre) ausgegangen.

In Abb. 11 ist das von F. Pohl numerisch ermittelte Feldlinienbild des Vakuumfeldes dieser Spule, und zwar unter Vernachlässigung der Abweichungen von der Rotationssymmetrie durch Kollektorschlitz etc., in verzerrtem Masstab wiedergegeben. Auffällig ist dabei, dass die scharfe Sprungstelle des Feldes an der Spulenoberfläche auch in der Nähe der Spulenachse noch bemerkbar ist und sich nicht zu einer sinusförmigen Wellung ausgegättet hat.

Das Feld derselben Spule wurde von F. Hertweck [8] numerisch berechnet, und zwar für ein $\beta = 1$ Plasma mit Oberflächenströmen, welches sich im magnetostatischen Gleichgewicht befindet. Abb. 12 und 13 zeigen zwei Feldlinienbilder bei verschiedenen mittleren Plasmaradien; leider war der experimentell bestimmte Plasmaradius für das benutzte Rechenprogramm zu weit von der Spulenoberfläche entfernt, um noch berechnet werden zu können. Wegen der theoretisch erwarteten [9] Verkürzung der Feldlinien mit zunehmendem Abstand von der $\beta = 1$ Plasmaoberfläche ist in diesem Fall die Auswirkung der Stufenform auf das Magnetfeld am Plasma noch stärker als bei einem $\beta \ll 1$ Plasma, welches sich in dem Vakuumfeld nach Abb. 11 befinden würde.

Ausgehend von einer sinusförmig gewellten Plasmaoberfläche, deren Radien an Hals- und Bauchstelle den experimentellen Werten entsprechen, wurde von D. Seewald eine Berechnung des Magnetfeldes durchgeführt, und zwar ebenfalls für das Modell eines $\beta = 1$ Plasmas mit reinen Oberflächenströmen. Das angenommene kastenförmige Druckprofil ist in Abb. 10 als ausgezogene Linie eingezeichnet, und zwar für den Ort HB. In Abb. 14 ist das entsprechende Feldlinienbild dargestellt sowie gestrichelt der Ort der benutzten Spule. Man erkennt, dass sowohl die Form der Wellung als insbesondere auch deren Amplitude nicht mit der Spule übereinstimmen.

Der Verlauf des Magnetfelds bei einem Plasma mit kontinuierlichem Druckverlauf ergibt sich aus einer Berechnung von P. Merkel und A. Schlüter [4]. Das hierbei am Ort HB zugrunde gelegte Druckprofil ist ebenfalls in Abb. 10 als ausgezogene Linie eingezeichnet. Die Oberfläche mit halbem Maximaldruck stimmt hierbei überein mit der Plasmaoberfläche nach Abb. 14. An der Bauchstelle am Ort der Symmetrieachse hat β den Wert 1. Das Magnetfeld, welches in Abb. 15 gezeigt ist, hat jetzt am Ort der gestrichelt eingezeichneten Spule etwa die gleiche Wellungsamplitude wie die Spulenoberfläche. Damit ist eine erfreuliche Übereinstimmung gegeben

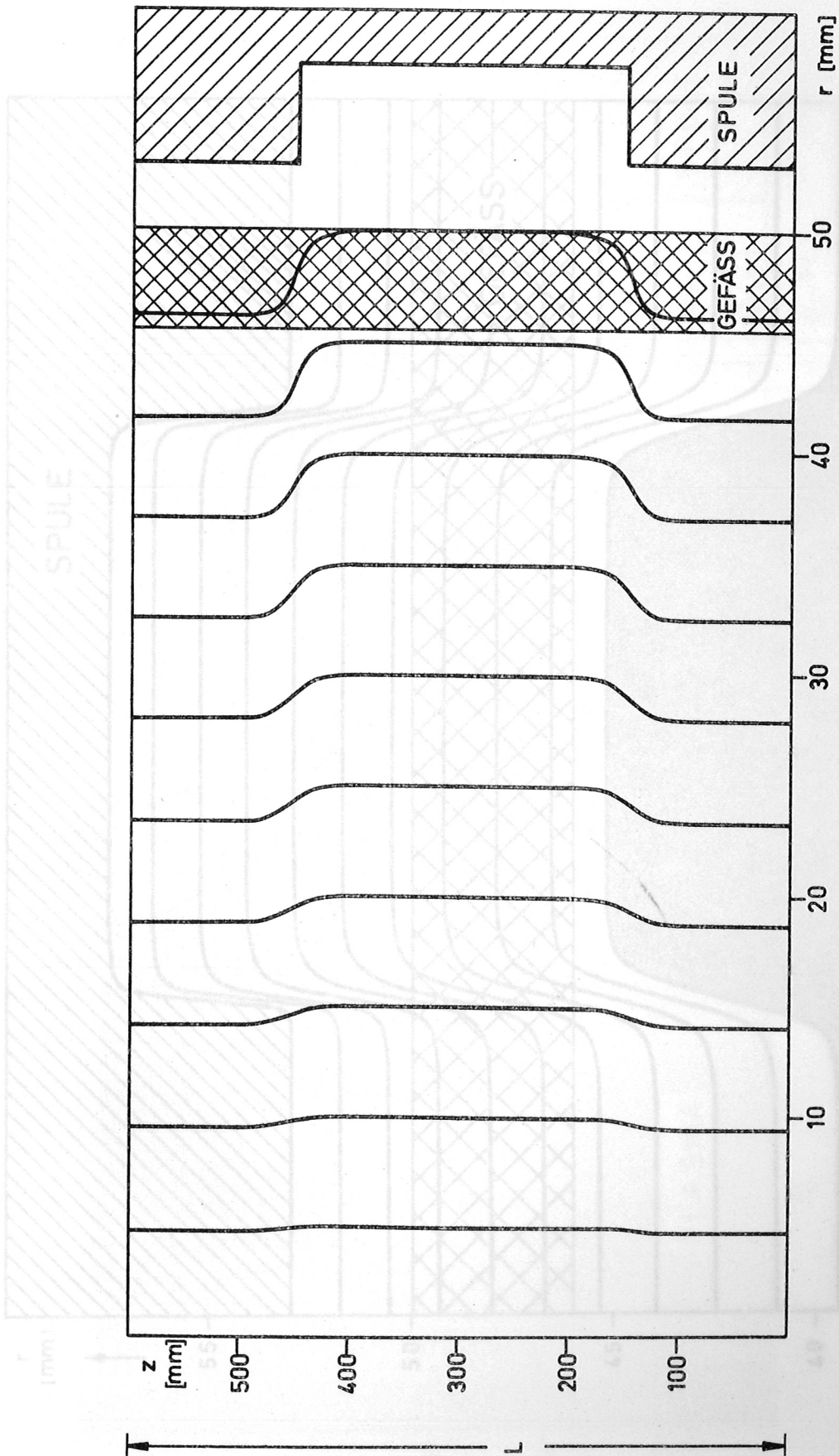


Abb. 11 Verlauf des Vakuum-Magnetfelds in der Lämpfen-Spule. Die innere Spulenoberfläche definiert hierbei die äusserste Flussröhre.

Abb. 11 Verlauf des Magnetfelds zwischen der inneren Spulenoberfläche, welche die äusserste Flussröhre definiert, und einer $\beta = 1$ Plasmazelle mit reiner Oberflächenströmung, das sich zu einem Magnetfeld im statischen Gleichgewicht befindet. Das Plasma reicht in diesem Bild noch fast bis zur Gefässwand.

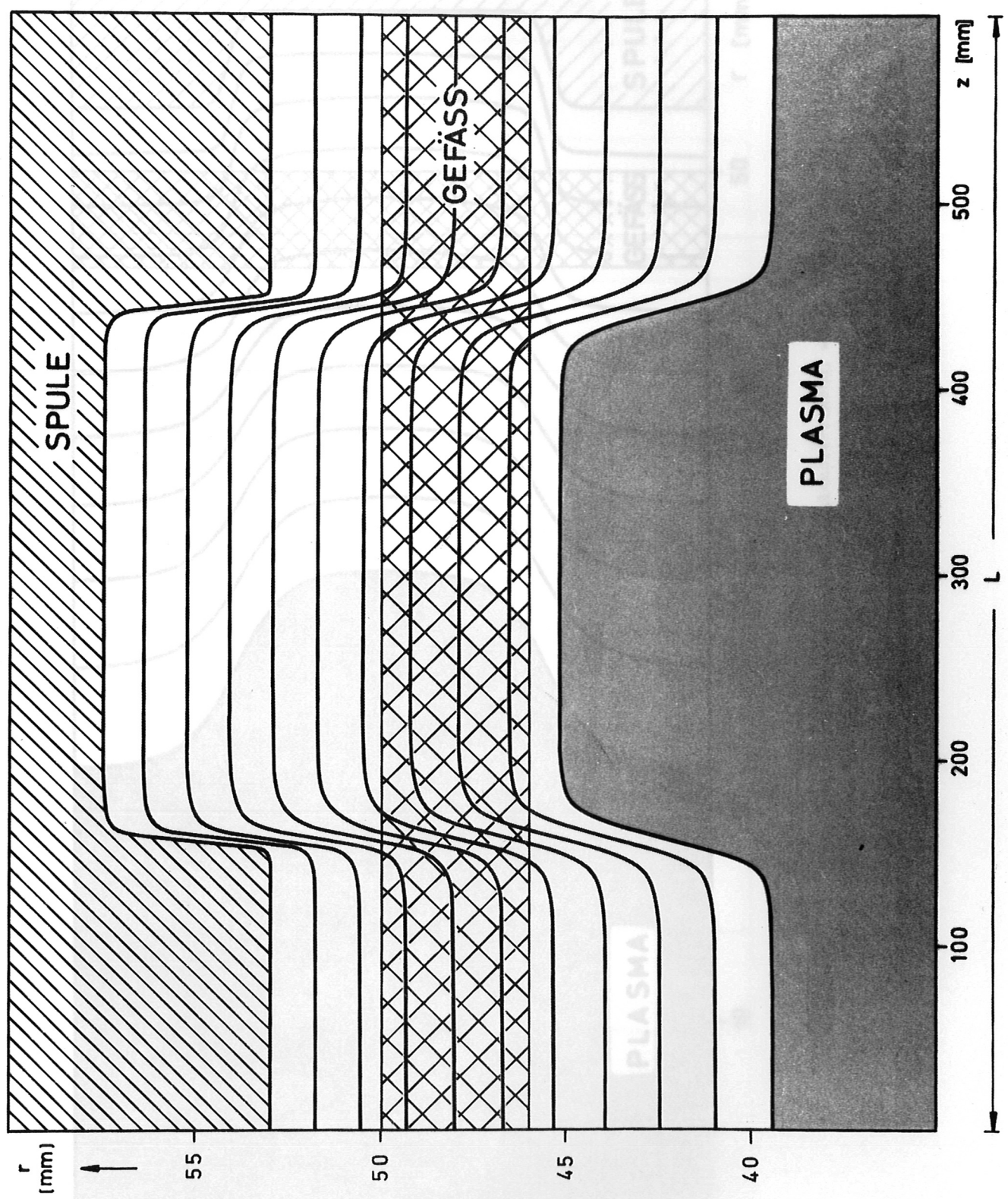


Abb. 12 Verlauf des Magnetfelds zwischen der inneren Spulenoberfläche, welche die äusserste Flussröhre definiert, und einem $\beta = 1$ Plasma mit reinen Oberflächenströmen, das sich zu jenem Magnetfeld im statischen Gleichgewicht befindet. Das Plasma reicht in diesem Bild noch fast bis zur Gefässwand.

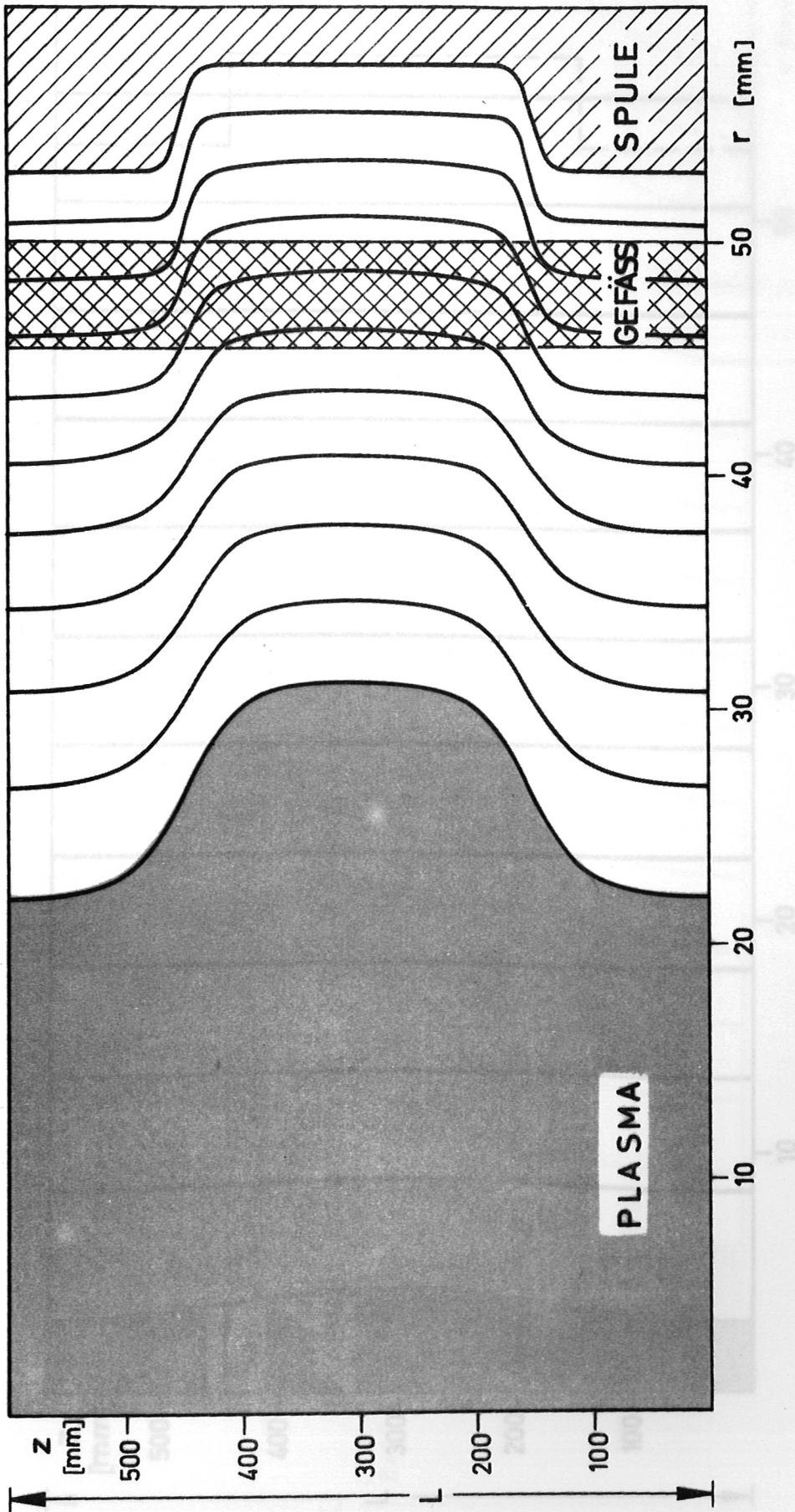


Abb. 13 Verlauf des Magnetfelds zwischen der inneren Spulenoberfläche, welche die äußerste Flussröhre definiert, und einem $\beta = 1$ Plasma mit reinen Oberflächenströmen, das sich zu jenem Magnetfeld im statischen Gleichgewicht befindet. Das Plasma hat hier einen mittleren Radius von ca. 2,5 cm. Kleinere Radien konnten leider mit dem benutzten Programm nicht berechnet werden.

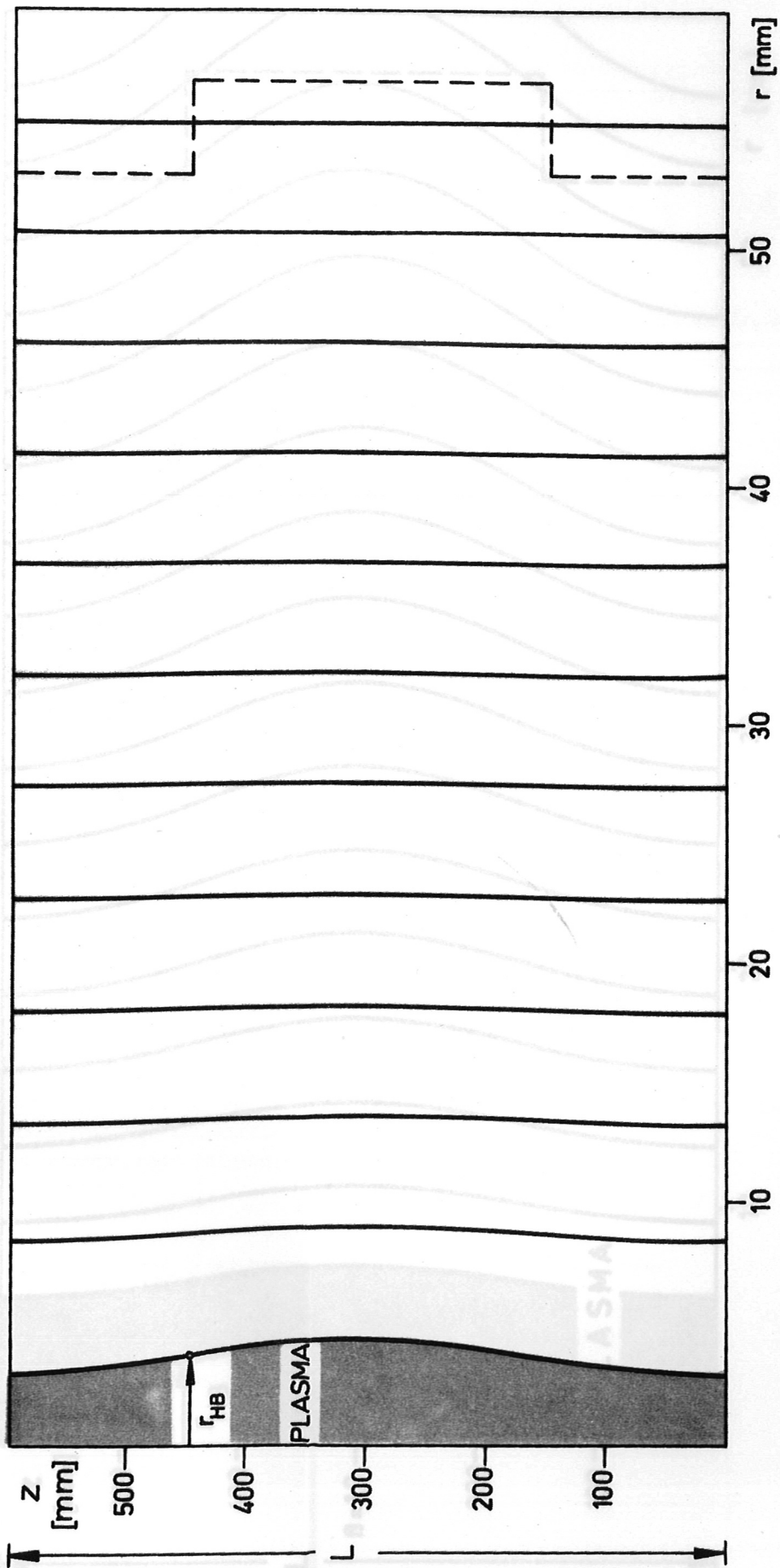


Abb. 14 Verlauf des Magnetfelds ausserhalb eines $\beta = 1$ Plasmas mit dem Druckprofil HB(b) aus Abb. 10. Die sinusförmige Wellung der Oberfläche hat Radien an den Stellen H und B gemäss der Halbwertsbreite der Kurven H und B aus Abb. 10. Die gestrichelte Linie zeigt den Ort der Spule.

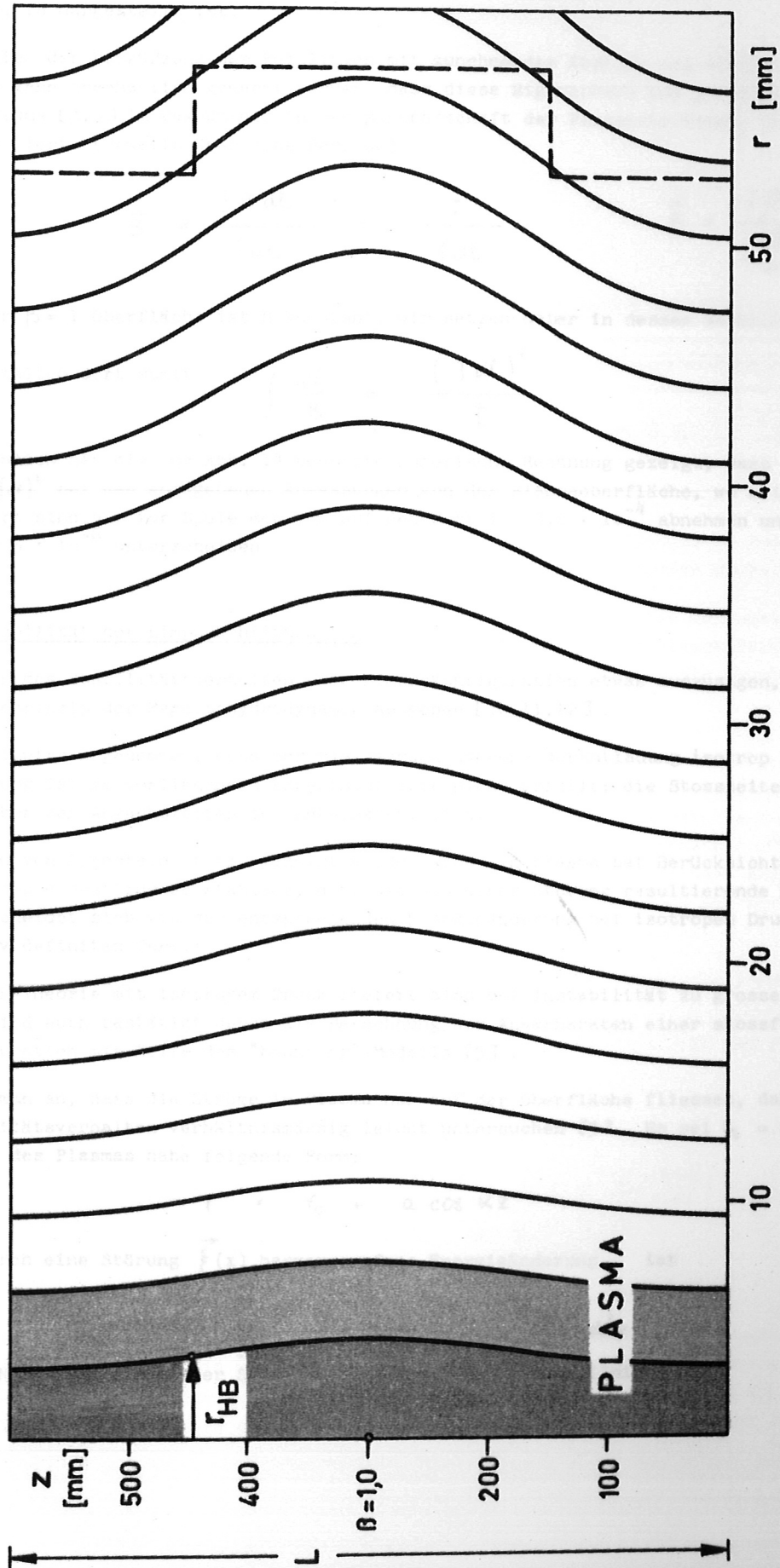


Abb. 15 Verlauf des Magnetfelds ausserhalb eines Plasmas mit $\beta_{\max} = 1$ und mit dem Druckprofil HB(a) aus Abb. 10. Die sinusähnliche Wellung der Oberfläche mit $p = 1/2 p_{\max}$ hat Radien an den Stellen H und B gemäss der Halbwertsbreite der Kurven H und B aus Abb. 10. Die gestrichelte Linie zeigt den Ort der Spule.

zwischen der Magnetfeldberechnung mit dem dabei zugrunde gelegten Druckprofil sowie der gemessenen Welligkeit des Plasmaschlauches und dem gemessenen Druckprofil des Plasmas, das in Abb. 10 dargestellt ist.

Bezüglich der Verkürzung der Feldlinien mit zunehmendem Abstand von einer $\beta = 1$ Limpus-Oberfläche kann anschaulich gemacht werden, dass diese Eigenschaft aus der Erfüllung des $\delta \int \frac{dl}{B}$ Kriteriums [3,9] im Vakuumfeld in der Nachbarschaft der Plasmaoberfläche herrührt. Wir definieren hierzu (jeweils über eine Periode)

$$\bar{B} = \frac{\int B dl}{\int dl} = \frac{I}{\int dl} \quad \hat{B} = \frac{\int dl}{\int \frac{dl}{B}}$$

Auf der $\beta = 1$ Oberfläche ist B konstant, wir setzen daher in dessen Nachbarschaft $\hat{B} = \bar{B}$

und erhalten dort somit $\int \frac{dl}{B} = \frac{(\int dl)^2}{I}$

Tatsächlich hat die zur Abb. 14 benutzte numerische Rechnung gezeigt, dass sowohl $\int \frac{dl}{B}$ als auch $(\int dl)^2$ bei den angegebenen Abmessungen von der Plasmaoberfläche, wo beide Grössen auf 1 normiert sind, bis zur Spule monoton auf den Wert $1 - 3,2 \cdot 10^{-4}$ abnehmen und sich voneinander um nur $5 \cdot 10^{-6}$ unterscheiden.

zur Stabilität der Limpuskonfiguration

Um über das Stabilitätsverhalten der Limpuskonfiguration etwas auszusagen, wollen wir vom Energieprinzip der Magnetohydrodynamik ausgehen [10,11,12].

Hierbei wird angenommen, dass der Plasmadruck während der Entladung isotrop ist. Diese Forderung ist im vorliegenden Experiment aber nicht erfüllt: die Stosszeiten sind gross gegenüber den Anwachszeiten der MHD-Instabilität.

Wie nun von Bernstein et al. gezeigt wurde, wird ein Plasma bei Berücksichtigung der Anisotropie des Druckes stabiler, d.h. die aus einer Störung resultierende Energieänderung unterscheidet sich von der entsprechenden Energieänderung bei isotropem Druck um einen positiv definiten Term.

Die MHD-Theorie mit isotropem Druck liefert also bei Instabilität zu grosse Anwachsrate. Dies wird auch bestätigt durch die Berechnung der Anwachsrate einer stossfreien Limpuskonfiguration mit Hilfe des "bouncing"-Modells [5].

Nimmt man an, dass die Ströme im Plasma nur auf der Oberfläche fliessen, dann lässt sich das Stabilitätsverhalten verhältnismässig leicht untersuchen [3]. Es sei $B_z = 0$ und die Oberfläche des Plasmas habe folgende Form:

(1) $r = r_0 + a \cos kz$

Die durch eine Störung $\xi(x)$ hervorgerufene Energieänderung ist

(2) $\delta W = \frac{B^2}{8\pi} \int_S \xi^2 \frac{df}{\rho} + \frac{1}{8\pi} \int_V (\delta B)^2 d^3x$

ξ_{\perp} = Normalkomponente der Störung, $1/\rho$ = Krümmung der Feldlinien.

In [3] wird nun gezeigt, dass die Limpuskonfigurationen gegenüber Austauschstörungen ($\delta \vec{B} = 0$) stabil ist. In den Gebieten günstiger Krümmung haben diese Störungen eine grössere Amplitude als in den Gebieten ungünstiger Krümmung.

Wählt man als Testfunktion eine Störung mit konstanter Amplitude längs der Feldlinien, dann muss auch $\delta \vec{B}$ berechnet werden. Dies geschah im Rahmen einer Entwicklung nach dem Parameter $\alpha k \ll 1$. Das Ergebnis ist

$$(3) \quad \frac{\delta W_{\text{STAB}}}{\delta W_{\text{DESTAB}}} \approx \frac{1}{m} \frac{1 + (v_0/v_i)^{2m}}{1 - (v_0/v_i)^{2m}}$$

$$\xi_m = \xi_0 e^{im\psi}, \quad r_i = \text{mittlerer Spulenradius.}$$

Ausser $m = 1$ sind alle Störungen instabil ($m \geq 2$). Die $m = 1$ -Störung wird durch die äussere Wand stabilisiert.

Die Anwachsraten lassen sich abschätzen zu

$$(4) \quad \omega = \frac{v_i}{v_0} \alpha k \sqrt{\frac{m-1}{2}} \quad m \geq 2$$

Ähnliche Ergebnisse wurden auch von F.A. Haas und J.A. Wesson [13] gefunden.

Bei diesen Autoren wird die $m = 1$ - Störung durch die Randbedingungen an den Enden des Theta-Pinches stabilisiert und nicht durch den Einfluss der äusseren Spule.

Um nun die Stabilität der Limpuskonfiguration mit Volumenströmen zu betrachten, benutzen wir die von Bernstein et al. [10] abgeleiteten Formeln für ein axialsymmetrisches Plasma. Durch Minimalisieren von δW leiten diese Autoren eine Gleichung für die Normalkomponente der Störung ab. (6.28).

$$(6.28) [10] \quad \xi_m = \frac{1}{rB} X \cos m\psi$$

Diese Eigenwertgleichung wurde nun im Rahmen eines Entwicklungsverfahrens nach der Amplitude des gewellten Theta-Pinches gelöst und die Eigenwerte $E = \omega^2$ berechnet. In nullter Ordnung ergaben sich die Eigenschwingungen des idealen geraden Theta-Pinches mit $\omega^2 = 0$ als tiefstem Eigenwert. Es zeigte sich, dass dieser marginale Eigenwert bei endlicher Amplitude $\alpha k \neq 0$ ins Negative verschoben wird. Die Limpuskonfiguration ist damit auch bei beliebigem β und beliebigem Druckgradienten magnetohydrodynamisch prinzipiell instabil.

Die Anwachsraten wurden aus $\omega^2 = \frac{2 \delta W}{\int \xi_u^2 d^3x}$ für folgende Druckverteilung abgeschätzt $p = p_0 e^{-(r/r_0)^\alpha}$

$d = \frac{1}{\alpha}$ ist ein Mass für die Grenzschichtdicke und r_0 ein Mass für den Plasmaradius.

Es ergaben sich zwei Grenzfälle

$$1. \quad 2m \ll \alpha \quad \text{d.h.} \quad \lambda_\perp \gg d$$

$$(5) \quad \omega^2 = -3 (\alpha_0 k)^2 \frac{2kT}{m_i} \frac{m}{r_0^2} \left(1 + O\left(\frac{2m}{\alpha}\right) \right)$$

$$2. \quad 2m \gg \alpha \quad \text{d.h.} \quad \lambda_\perp \ll d$$

$$(6) \quad \omega^2 = -3 (\alpha_0 k)^2 \frac{2kT}{m_i} \frac{\alpha}{2r_0^2} \left(1 + O\left(\frac{\alpha}{2m}\right) \right)$$

α_0 ist die Amplitude der Feldlinie bei $r = r_0$. Wird also die Wellenlänge senkrecht zum Magnetfeld vergleichbar mit der Grenzschichtdicke, dann wächst die Anwachsraten nicht mehr mit \sqrt{m} sondern strebt einem endlichen Grenzwert zu. Weiterhin wächst $\text{Im}(\omega)$ linear mit der Amplitude α_0 und nicht quadratisch wie in [3]. Der Grund dafür liegt wahrscheinlich

in der Verschiedenheit der Ausgangsmodelle. Die Bedingung für die Gültigkeit der obigen Näherungen ist

$$2 \frac{\partial p_{Dr}(v_0)}{B^2(v_0)} a \ll 1$$

Für die $m = 1$ - Störung sind diese Formeln nicht gültig, da die Ausgangsgleichung (6.28) von Bernstein et al. [10] nur für $m \gg 1$ abgeleitet wurde.

Nach dem "bouncing"-Modell ergibt sich [5,14] eine Anwachsrate von

$$(7) \quad \omega = \frac{\pi^{3/2}}{2} \frac{v_i}{v_0} (m-1)(ak)^2$$

Diskussion

Die exzentrische Endlage der Plasmasäule wurde durch die Wellung des Magnetfelds nicht verändert, jedoch schneller erreicht als im Falle des normalen, geraden Theta-Pinches. Daraus ist zu schliessen, dass es sich hier um eine gegen $m = 1$ - Störungen (= Gesamtversetzung der Plasmasäule) stabile Gleichgewichtslage handelt, deren Potentialmulde für $m = 1$ durch die Lampus-Wellung vertieft wurde, aber nicht verschoben. Eine Verschiebung der Potentialmulde sollte bei Anwendung einer M+S-Konfiguration zu erwarten sein. Um eine M+S-Konfiguration anzunähern, ist jedoch eine exzentrische Wellung der Spulenoberfläche notwendig. Die Stabilität gegen $m = 1$ - Störungen ist in Übereinstimmung mit den theoretischen Untersuchungen bei $\beta = 1$ Plasmen. Für $\beta < 1$ geht diese Stabilität gegen $m = 1$ - Störungen nach theoretischen Untersuchungen von F.A. Haas und J.A. Wesson^{*)} verloren, falls man den stabilisierenden Einfluss der Spulenwand vernachlässigt. Ansonsten erhält man ein β_{\min} , unterhalb dessen die Lampuskonfiguration auch gegen $m = 1$ instabil ist.

Die bei 20μ an den Stellen $B_{||}$ und $HB_{||}$ beobachteten Filamente, welche auf das Auftreten von Instabilitäten des Typs $m \geq 2$ schliessen lassen, sind ebenfalls in Übereinstimmung mit den vorhandenen theoretischen Ergebnissen. Die charakteristischen Zeiten dieser Filamente liegen im Bereich von $1 - 3 \mu s$. Um hieraus auf das jeweilige bei der Stabilitätsrechnung verwendete Plasmamodell zurückzuschliessen, wäre eine genauere Kenntnis der Plasmageometrie notwendig. Wie in den Abbildungen 11 - 13 gezeigt, sind wegen der stufenförmigen Spule starke Abweichungen von der theoretisch betrachteten, sinusförmig gewellten Plasmasäule anzunehmen, wobei gegenüber letzterer stellenweise wesentlich stärkere ungünstige Krümmungen auftreten können.

Eine weitere Ursache für eine mögliche Verstärkung der ungünstigen Krümmungen liegt in den dynamischen Vorgängen während der schnellen Kompressionsphase, worüber bisher keine Rechnungen vorliegen, sowie in den beobachteten Oszillationen bzw. dem "Wobbling".

Für eine Anwendung der theoretischen Berechnungen auf die vorliegenden Ergebnisse ist also eine derartige Übertragung der hier benutzten Periodenlänge $L_1 = 60$ cm auf eine Periodenlänge L_2 notwendig, dass unter Beibehaltung der Wellungsamplituden a der Plasmaoberfläche eine sinusförmige Wellung vergleichbarer Krümmungsverhältnisse entsteht. In Anbetracht der Abb. 11 - 13 dürfte L_2 zwischen 20 cm und 30 cm liegen; es sei hier ziemlich willkürlich angenommen, dass die beste Vergleichbarkeit bei $L_2 = 20$ cm gegeben ist. Für diese Periodenlänge L_2 ist in Abb. 16 ein Diagramm gezeigt, in welchem die maximalen Anwachszeiten τ der Instabilitäten nach den verschiedenen Modellen in Abhängigkeit von der Wellungsamplitude bei $v_0 = 5$ mm und $v_i = 5 \cdot 10^7$ cm/sec ($T_i = 3$ keV) für $m = 2$ und $m = 8$ Störungen angegeben sind. τ_B ist die Anwachszeit nach dem "bouncing"-Modell gemäss Gleichung (7), τ_V nach dem MHD-Volumstrommodell ($\alpha \gg 2$ m) gemäss Gleichung (5), τ_{os} nach dem Oberflächenstrommodell unter

*) First European Conference on Controlled Fusion.

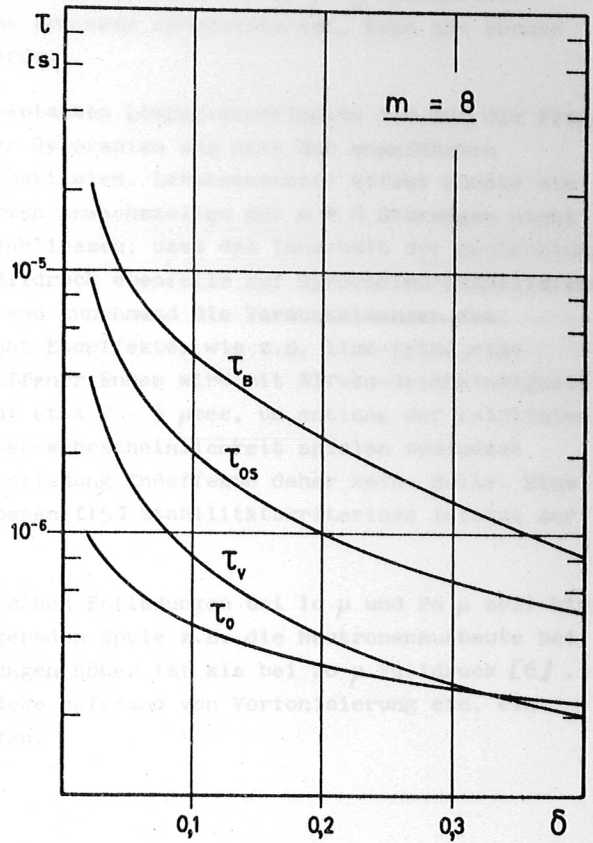
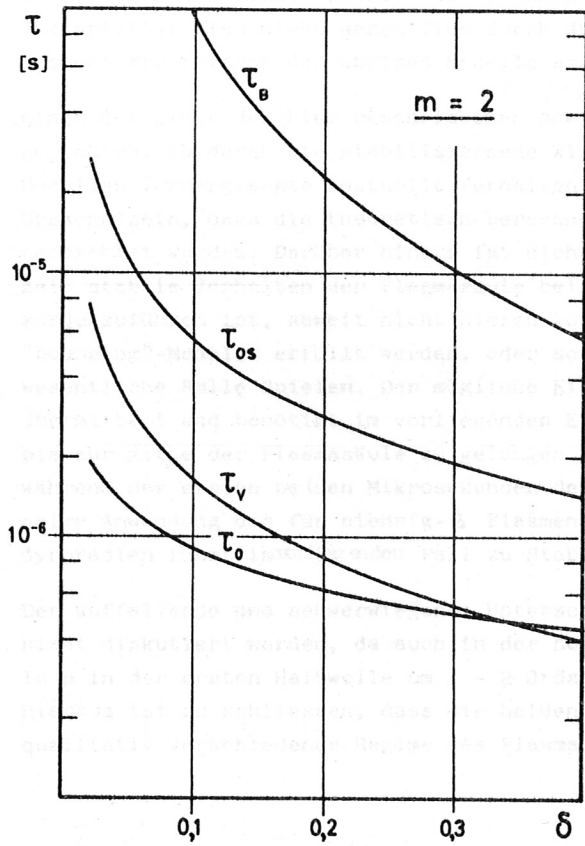


Abb. 16 Theoretisch berechnete Anwachzeiten von $m = 2$ und $m = 8$ Flute-Instabilitäten entsprechend verschiedener Modelle.

τ_v , τ_{0s} und τ_0 beziehen sich auf magnetohydrodynamische Rechnungen [3] mit verschiedenen Druckprofilen, τ_B bezieht sich auf das Bouncing-Modell [5]. Für die angegebenen Werte ist ein sinusförmig gewelltes Plasma mit der Amplitude a und mit $v_0 = 5 \text{ mm}$ und $L = 200 \text{ m}$ zugrunde gelegt; $v_i = 5 \cdot 10^7 \text{ cm/s}$; $\delta = \frac{a}{r_0}$.

Berücksichtigung des stabilisierenden Einflusses der Gebiete günstiger Krümmung gemäss Gl. (4) und τ_0 nach dem Oberflächenstrommodell ohne Berücksichtigung des Einflusses der günstigen Krümmungen. δ bedeutet das Verhältnis a/r_0 und liegt beim beschriebenen Experiment im Bereich 0,2 - 0,3. Während für $m = 8$ alle Modelle kürzere Anwachzeiten als die bei 20μ beobachteten voraussagen, sind für $m = 2$ die Anwachzeiten des "bouncing"-Modells mit der Einschusszeit des Plasmas vergleichbar. Wenn die bei 20μ D_2 beobachtete Instabilität also nicht wesentlich durch dynamische Prozesse verursacht ist, kann sie ebenso aus den Ergebnissen der übrigen Modelle erklärt werden.

Eines der Ziele des hier beschriebenen sowie der geplanten Limpus-Experimente ist auf die Frage gerichtet, ob durch die stabilisierende Wirkung der Gyroradien das nach den angeführten Modellen vorhergesagte instabile Verhalten unterdrückt wird. Letztgenannter Effekt könnte die Ursache sein, dass die theoretisch berechneten kurzen Anwachzeiten der $m = 8$ Störungen nicht beobachtet wurden. Darüber hinaus ist nicht auszuschliessen, dass das innerhalb der Beobachtungszeit stabile Verhalten der Plasmasäule bei 10μ Fülldruck ebenfalls auf Gyroradien-Stabilisierung zurückzuführen ist, soweit nicht hierzu konkurrierend zunehmend die Voraussetzungen des "bouncing"-Modells erfüllt werden, oder soweit nicht Endeffekte, wie z.B. line-tying, eine wesentliche Rolle spielen. Der mögliche Einfluss offener Enden wird mit Alfvén-Geschwindigkeit übermittelt und benötigt im vorliegenden Experiment etwa 2 - 5 μ sec, um entlang der Feldlinien bis zur Mitte der Plasmasäule zu gelangen. Mit hoher Wahrscheinlichkeit spielen zumindest während der ersten beiden Mikrosekunden der Hauptentladung Endeffekte daher keine Rolle. Eine naive Anwendung des für niedrig- β Plasmen angegebenen [15] Stabilitätskriteriums infolge der Gyroradien führt im vorliegenden Fall zu Stabilität.

Der auffallende und schwerwiegende Unterschied zwischen Entladungen bei 10μ und 20μ soll hier nicht diskutiert werden, da auch in der normalen geraden Spule z.B. die Neutronenausbeute bei 10μ in der ersten Halbwelle um 1 - 2 Grössenordnungen höher ist als bei 20μ Fülldruck [6]. Hieraus ist zu schliessen, dass die beiden Fülldrücke aufgrund von Vorionisierung etc. ein qualitativ verschiedenes Regime des Plasmas bewirken.

Wir danken Herrn Prof. Dr. A. Schlüter und Herrn Dr. D. Pfirsch für wertvolle und stimulierende Diskussionen.

Für die Durchführung numerischer Feldberechnungen sind wir den Herren Dr. F. Hertweck, Dr. P. Merkel, F. Pohl und D. Seewald zu grossem Dank verpflichtet.

Literatur

- [1] W. Lotz, E. Remy, G.H. Wolf, Nucl. Fus. 4, 335 (1964)
- [2] F. Meyer und H.U. Schmidt, Z. Naturf. 13a, 1005 (1958)
- [3] H. Wobig, Institut für Plasmaphysik IPP 6/53 (1966)
- [4] P. Merkel und A. Schlüter, Institut für Plasmaphysik IPP 6/48 (1966)
- [5] R.L. Morse, Los Alamos Report LA - 3442 - MS
- [6] C. Andelfinger, G. Decker, E. Fünfer, A. Heiss, M. Keilhacker, J. Sommer, M. Ulrich, Proceedings of Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Culham CN 21/49 (1965)
- [7] C. Andelfinger, R. Chodura, G. Decker, D. Düchs, E. Fünfer, A. Heiss, H. Hermansdorfer, M. Keilhacker, M. Ulrich, H. Zwicker, Phys. Lett. 2b, 491 (1966)
- [8] F. Hertweck, Proceedings of the Varenna- Conference on Theor. Plasma Physics (1966)
- [9] H. Wobig and D. Pfirsch, Proceedings of Conference on Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Culham CN 21/55 (1965)
- [10] I.B. Bernstein, E.A. Frieman, M.D. Kruskal, R.M. Kulsrud, Proc. Roy. Soc. A 244, 17 (1958)
- [11] R. Lüst und E. Martensen, Z. Naturf. 15a, 706 (1960)
- [12] K. Hain, R. Lüst, A. Schlüter, Z. Naturf. 12a, 833 (1957)
- [13] F.A. Haas, J.A. Wesson, Culham Report CLM - P 99
- [14] Scyllac, Los Alamos Report LA - 3487 - MS (1966)
- [15] M.N. Rosenbluth, N.A. Krall und N. Rostoker, Nucl. Fus. Suppl. I, 143 (1962)
- [16] G.H. Wolf, Institut für Plasmaphysik, IPP-Bericht in Vorbereitung (1967)