

Plasmadynamik bei hochfrequenten

Theta-Pinch Entladungen

Gernot Decker

IPP 1/51

September 1966

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN (In German)

Plasmadynamik bei hochfrequenten

Theta-Pinch Entladungen

Gernot Decker

IPP 1/51      September 1966

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

Abstract

Some experiments will be described, in which the magnetic field of the theta pinch discharge oscillates with a frequency of about 1 Mc. The amplitude of the magnetic field (some  $k\Gamma$ ) and the filling pressure of the gas ( $\approx 0,1$  Torr) are such that the compression and oscillation times of the produced plasma are roughly of the same magnitude as the half period of the magnetic field. These conditions may arise during the preionization of a gas by a theta pinch discharge.

It is found that a dynamic confinement of the plasma may be achieved if filling pressure, frequency and amplitude of the magnetic field are properly chosen. Otherwise the plasma will heavily touch the walls and impurities will be introduced into the plasma.

Three models are applied to get a description of the plasma dynamics: The snow plough model shows how the compression velocities depend on the discharge parameters. Another simple model is applied to obtain the oscillations of a plasma column in a high frequency magnetic field. Finally some experimental results are compared with the solutions of a magnetohydrodynamic three-fluid-model.

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
Zusammenfassung	
1. Einführung	2
1.1 Definition einer hochfrequenten Theta-Pinch Entladung	2
1.2 Anwendungsgebiete für hochfrequente Theta-Pinch Entladungen	2
2. Übersicht über die Experimente und theoretischen Ansätze zur Analyse hochfrequenter Theta-Pinch Entladungen	6
3. Experimentelle Ergebnisse	9
3.1 Einflüsse der Variation von Fülldruck, Magnetfeldamplitude und Gasart auf die Dynamik	10
3.2 Variation der Frequenz des Magnetfelds	14
3.3 Schwingungen einer Plasmasäule in einem hochfrequenten Magnetfeld. Möglichkeiten zum Einschluss eines Plasmas, das mehrere Kompressions-schwingungen innerhalb der halben Periode des äusseren Magnetfelds ausführt.	17
3.4 Untersuchung der Plasmaeigenschaften beim dynamischen Einschluss	18
3.5 Plasmadynamik bei hohen elektrischen Ringfeldstärken	25
4. Modelle	27
4.1 Schneepflugmodell zur Analyse der Kompressionsgeschwindigkeiten	27
4.2 Schwingungen einer Plasmasäule im hochfrequenten Magnetfeld	32
4.3 Magnetohydrodynamisches Dreiflüssigkeitsmodell	37
5. Schlussfolgerungen aus dem Vergleich der Modelle mit den experimentellen Ergebnissen. Erweiterungsmöglichkeiten experimenteller und theoretischer Natur.	40

## Zusammenfassung

Es werden einige Experimente beschrieben, bei denen das Magnetfeld der Theta-Pinch Entladung mit etwa 1 MHz schwingt. Die Amplitude des Magnetfelds (einige  $k\Gamma$ ) und der Fülldruck des Gases (um 0,1 Torr) werden so gewählt, dass die Kompressions- und Schwingungszeiten des entstehenden Plasmas etwa so gross sind, wie die halbe Periode des Magnetfelds. Diese Verhältnisse treten z.B. bei der Vorionisierung eines Gases durch eine Theta-Pinch Entladung auf. Es wird festgestellt, dass bei günstiger Wahl von Fülldrücken, Frequenzen und Amplituden des Magnetfelds ein "dynamischer Einschluss" des Plasmas gelingt. Werden diese Grössen mangelhaft aufeinander abgestimmt, so kommt es zu heftigen Wandberührungen des Plasmas. Dadurch wird das Plasma stark verunreinigt. Es wird versucht, durch drei Modelle eine Beschreibung der Plasmadynamik bei den vorliegenden Verhältnissen zu gewinnen. Um den Gang der Kompressionsgeschwindigkeiten bei Variation der Entladungsparameter zu ermitteln, wird das "Schneepflugmodell" angewandt. Weiter werden die Schwingungen einer Plasma-säule in einem hochfrequenten Magnetfeld mittels eines einfachen Modells untersucht. Einige experimentelle Ergebnisse werden schliesslich mit den numerischen Lösungen eines Dreiflüssigkeitsmodells verglichen.

## 1. Einführung

### 1.1 Definition einer hochfrequenten Theta-Pinch Entladung

Theta-Pinch Experimente werden zur Zeit häufig zur Erzeugung dichter und heisser Plasmen durchgeführt. Diese Plasmen werden durch hohe Magnetfelder komprimiert, aufgeheizt und eingeschlossen. Die Magnetfelder erzeugt man durch die Entladung von Kondensatorbatterien über Spulen mit einer Windung. Die Halbwelle solcher Entladungsschwingkreise liegt dabei im Bereich einiger  $\mu\text{sec}$  [1,2,3,4,5,6]. Die radialen Kompressions- und Schwingungsbe-  
wegungen des Plasmas laufen wesentlich schneller ab. Die verschiedenen Zeitmasstäbe für solche dynamischen Vorgänge im Plasma und für die Halbwelle des Magnetfelds seien durch die Zahlenwerte für ein typisches Experiment der grösseren Theta-Pinch Anlagen (Isar I) verdeutlicht [1].

Halbwelle des Magnetfelds:  $\tau/2 \approx 20 \mu\text{sec}$

Zeit für die 1. Kompression:  $\tau_c \approx 0,5 \mu\text{sec.}$

Als hochfrequente Theta-Pinch Entladung wird nun eine solche definiert, bei der die Zeitskalen für dynamische Vorgänge (Kompression, Schwingungen) im Plasma und für die Frequenz des Magnetfelds von gleicher Grössenordnung sind. Bei den üblichen Theta-Pinch Entladungen wird gewöhnlich nur die erste Halbwelle des Magnetfelds zur Aufheizung und Einschliessung des Plasmas ausgenutzt. Bei hochfrequenten Theta-Pinch Entladungen erstreckt sich die Einschließung und Aufheizung des Plasmas über mehrere Halbwellen des nach einer gedämpften Sinusfunktion abklingenden Magnetfelds.

### 1.2 Anwendungsgebiete für hochfrequente Theta-Pinch Entladungen

Hochfrequente Theta-Pinch Entladungen sind aus zwei Gründen von Interesse. Erstens werden sie benutzt, um ein Gas vorzuionisieren. Dieses vorionisierte Gas wird dann durch hohe Magnetfelder in den üblichen Theta-Pinchen komprimiert [3,5,6]. Dadurch erzielt man Teilchendichten von  $10^{16} - 10^{17} \text{ cm}^{-3}$  und Temperaturen im keV Bereich (1 keV entspricht  $1,16 \cdot 10^7 \text{ }^\circ\text{K}$ ).

Zweitens scheint es möglich, auch derartige heisse und dichte Plasmen durch hochfrequente Theta-Pinch Entladungen zu erzeugen und einzuschliessen. Dabei können sich Vorteile gegenüber dem Einschluss in den relativ niederfrequenten Magnetfeldern der bislang benutzten Theta-Pinch Anordnungen ergeben.

### 1.2.1 Vorionisierung eines Gases durch hochfrequente Theta-Pinch Entladung

Bei den meisten Theta-Pinch Experimenten wird das Füllgas vorionisiert. Dadurch erreicht man eine bessere Ausnutzung der in den Kondensatoren gespeicherten Energie für die folgende Plasmakompression. Ausserdem ist es auf diese Weise möglich, die Anfangsbedingungen für die Plasmakompression in übersichtlicher Weise zu variieren und zu optimieren. Für die Vorionisierung eines Wasserstoff- oder Deuteriumgases in einer Theta-Pinch Anlage kommen zur Zeit drei Möglichkeiten in Betracht.

1. Die Vorionisierung durch UV-Strahlung [7]. Diese Methode scheint bei besonders niedrigen Fülldrücken (um  $1 \mu$ ) vorteilhaft.
2. Die Vorionisierung durch einen axialen Strom (der zwischen zwei ausserhalb der Theta-Pinch Spule liegenden Elektroden fliesst). Diese Methode der "z-Pinch Vorionisierung" hat den Nachteil, dass Instabilitäten der durch die axiale Entladung erzeugten Plasma säule auftreten können. Diese führen zu Wandberührungen. Dadurch wird das Plasma stark verunreinigt. Bei geeigneter Versuchsführung kann jedoch durch solche axiale Entladungen eine gute Vorionisierung erzielt werden, ohne dass Instabilitäten auftreten [8]. Gute Ergebnisse wurden hier im Bereich von  $10 \mu$  Fülldruck erzielt.
3. Auch eine hochfrequente Theta-Pinch Entladung ist zur Vorionisierung eines Gases geeignet [9,10,11,12,13].

Will man eine hochfrequente Theta-Pinch Entladung als Vorionisierungsmethode benutzen, so ist zu klären, welche Forderungen an das vorionisierte Gas zu stellen sind und wie diese Forderungen durch passende Wahl der Entladungsparameter (z.B. Dichte des Füll-

gases, Amplitude und Frequenz des komprimierenden Magnetfelds) zu erfüllen sind. Die Forderungen werden im allgemeinen lauten:

1. Das Füllgas soll möglichst hoch ionisiert sein (zu 50 - 100%), damit in der folgenden Hauptentladung nur mehr wenig Energie für Ionisationsprozesse verbraucht wird.
2. Die elektrische Leitfähigkeit soll hoch sein. Damit wird das Eindringen des Magnetfelds der Hauptentladung ins Plasma verhindert. Ein eindringendes Feld begrenzt die Kompression und Aufheizung.
3. Im Plasma soll möglichst kein Magnetfeld von der Vorionisierung her eingeschlossen sein. Ein eingeschlossenes Feld kann die Kompression begrenzen, aber auch der Anlass z.B. zu Rotationsinstabilitäten sein [14].
4. Das Plasma soll möglichst rein sein. Ein verunreinigtes Plasma erleidet starke Energieverluste durch Strahlung.

Die Dynamik des Plasmas hat grossen Einfluss auf seine Reinheit. Die Plasmabewegungen im hochfrequenten Magnetfeld sollen so verlaufen, dass das Plasma möglichst wenig die Wand berührt und dort Verunreinigungen auslöst. Diese Forderung lässt sich in einem gewissen Wertebereich von Fülldruck, Amplitude und Frequenz des hochfrequenten Magnetfelds erfüllen. Dabei kommt ein "dynamischer Einschluss" des Plasmas zustande. Beim gewöhnlichen Einschluss wird dem Plasmadruck durch ein quasistatisches Magnetfeld das Gleichgewicht gehalten. Beim "dynamischen Einschluss" wechselt das äussere Magnetfeld ständig seine Grösse. Es kommt dann darauf an, den zeitlichen Magnetfeldverlauf und die dadurch hervorgerufenen Plasmabewegungen aufeinander abzustimmen. Es zeigt sich, dass bei einem dynamisch eingeschlossenen Plasma nicht nur die Forderung der Reinheit, sondern auch die anderen Forderungen in einer brauchbaren Näherung erfüllt sind.

Die Methode der Vorionisierung durch hochfrequente Theta-Pinch Entladung bewährt sich vor allem im Druckbereich von 100  $\mu$ .



1.2.2 Bei unseren Experimenten wurden Plasmen verhältnismässig niedrigerer Temperatur (bei einigen eV) erzeugt. Sie wurden mit geringem Aufwand hergestellt, da die zu ihrer Erzeugung gespeicherte Energie in den Kondensatoren nur wenige hundert Joule betrug. Es erscheint jedoch möglich, auch heisse Plasmen (von einigen hundert eV) mittels hochfrequenter Theta-Pinch Entladungen herzustellen und einzuschliessen. - Die Dynamik heisser Plasmen in hochfrequenten Magnetfeldern ist von allgemeinerem Interesse, da sich hier nach Osovets[15] Einschluss- und Stabilisierungsmöglichkeiten ergeben für kompliziertere (z.B. toroidale) Geometrien, in denen das Plasma bei Anwendung quasistatischer Magnetfelder instabil wird. - Will man durch hochfrequente Theta-Pinch Entladung Plasmen einschliessen, die mit den in den grösseren Theta-Pinch Anlagen erzeugten in Dichte und Temperatur vergleichbar sind, so sind beträchtliche technologische Schwierigkeiten zu erwarten.

Ein Zahlenbeispiel diene zur Illustration. Es soll ein Deuteriumplasma mit einer Teilchendichte  $n = 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  und einer Temperatur  $kT = 1 \text{ keV}$  eingeschlossen werden. Im Plasma befindet sich kein Magnetfeld. Dem Plasmadruck soll der mittlere magnetische Druck ( $\langle B^2 \rangle / 8\pi$ ) eines sinusförmig schwingenden äusseren Magnetfelds der Amplitude  $B_0$  im Mittel das Gleichgewicht halten. Dieses Magnetfeld muss dann eine Amplitude von  $28 \text{ kG}$  haben. Das Magnetfeld möge nun so schnell wechseln, dass innerhalb einer Viertelwelle die Bewegung der Plasmaoberfläche kleiner ist als der mittlere Abstand Plasmaoberfläche / Gefässwandung. Die Auslenkung der Plasmaoberfläche kann im Zeitbereich um den Nulldurchgang des äusseren Magnetfelds mit der thermischen Geschwindigkeit der Deuteronen (bei  $1 \text{ keV}$   $3 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$ ) vor sich gehen. Die zulässige Auslenkung sei  $1 \text{ cm}$ . Diese Strecke wird in ca.  $30 \text{ nsec}$  zurückgelegt. Verlangt man, dass das Magnetfeld innerhalb dieser Zeit wieder auf seinen vollen Wert ansteigt, um das Plasma zurückzudrängen, so wird die benötigte Frequenz etwa  $9 \text{ MHz}$  sein. Das bedeutet, dass unter Berücksichtigung der Formeln für die Induktivität  $L$  einer einwindigen langen Spule vom Radius  $r$  und der Länge  $l$

$$L = 4\pi^2 r^2 / l \quad [\text{nH}], r, l \text{ in cm}$$

und für das Magnetfeld B in einer solchen Spule, welche vom Strom J durchflossen wird

$$B = 0,4 \pi J / l \quad J \text{ in Ampere, } B \text{ in Gauss}$$

an dieser Spule eine Spannung

$$U = J \omega L = 10^{-8} \pi \omega B r^2 \quad [V]$$

anliegen muss. Bei  $r = 3 \text{ cm}$  wird unter diesen Bedingungen

$$U = 450 \text{ kV} !$$

(Diese Spannung ist etwa eine Grössenordnung höher als die bisher bei Plasmakompressionsexperimenten verwendeten Spannungen).

## 2. Übersicht über die Experimente und theoretischen Ansätze zur Analyse hochfrequenter Theta-Pinch Entladungen

### 2.1 Experimente

Entsprechend der oben gegebenen Definition einer hochfrequenten Theta-Pinch Entladung sollten die Experimente so geführt werden, dass die Kompressionszeiten oder Schwingungszeiten des Plasmas von vergleichbarer Grösse wie die Dauer einer Halbwelle des Magnetfelds sind. Wir nehmen die Forderung hinzu, dass das erzeugte Plasma als Ausgangsplasma für eine folgende Theta-Pinch Kompression brauchbar ist. Übliche Ausgangsdichten für eine solche Kompression liegen bei etwa  $10^{16}$  Teilchen/cm<sup>3</sup>. Die Temperaturen des erzeugten Plasmas sollten im Bereich einiger eV liegen, um hinreichende Leitfähigkeit und Ionisation zu gewährleisten. Damit ist die Grössenordnung der hochfrequenten Magnetfelder gegeben, die geeignet sind, ein solches Plasma einzuschliessen oder zumindest Kräfte entsprechend dem Innendruck des Plasmas auszuüben. Die benötigten Magnetfeldamplituden liegen unter diesen Umständen bei einigen kG. Bei Feldern von einigen kG, den genannten Teilchendichten und Radien des Entladungsgefässes von wenigen cm sind die Kompressionszeiten für

Wasserstoff- oder Deuteriumplasmen um 1  $\mu$ sec. Daher wurden Frequenzen von der Grössenordnung 1 MHz für das Magnetfeld gewählt. Es wurde festgestellt, dass bei geeigneter Wahl von Magnetfeldamplitude, Fülldruck des Gases, Frequenz der Entladung ein "dynamischer Einschluss" des Plasmas möglich ist. Der Bereich, innerhalb dessen dieser dynamische Einschluss erreicht werden kann, wurde durch Variation der erwähnten Grössen festgelegt. Ein Fall des "dynamisch eingeschlossenen" Plasmas wurde näher untersucht. Dabei wurden Temperaturen, Dichten, Verunreinigungsgrad und Magnetfeldverteilungen im Plasma bestimmt. Diese Messungen sollten Auskunft liefern, wie brauchbar die Vorionisierung eines Gases durch hochfrequente Theta-Pinch Entladungen ist. Weiter ermöglichten sie einen Vergleich mit den Ergebnissen magnetohydrodynamischer Rechnungen. Diese magnetohydrodynamischen Rechnungen geben die Dynamik des Plasmas verhältnismässig gut wieder. Daher war es wünschenswert zu erfahren, wie gut sie die Temperatur, Dichte usw. im Plasma voraussagen können.

## 2.2 Theorie

Es erscheint ziemlich hoffnungslos, die Dynamik des Plasmas in hochfrequenten Theta-Pinch Entladungen bei den hier vorliegenden Verhältnissen durch einfache Modelle quantitativ zu beschreiben. Bei einfachen Modellen wird meist die Kraftwirkung des Magnetfelds auf ein Plasma betrachtet, das vom Magnetfeld durch eine Schicht unendlicher Leitfähigkeit getrennt ist. Bei unseren Experimenten ist dies eine schlechte Näherung. Ausserdem spielen die ersten Phasen der Entladung, in denen das Plasma gebildet wird, und das im Plasma vorhandene Neutralgas für die Dynamik sicher eine wesentliche Rolle. Diese Effekte können von einfachen Modellen nicht wiedergegeben werden. Wählt man dagegen ein kompliziertes Modell, wie z.B. das von Düchs verwendete Dreiflüssigkeitsmodell [16], so erhält man zwar für die Dynamik bessere Ergebnisse und zusätzlich eine detaillierte Beschreibung der Plasmagrössen Temperatur, Dichte usw. Es ist aber dann schwierig, zu übersehen, wie die Dynamik vom Fülldruck, der Magnetfeldamplitude und der Frequenz abhängt.

Daher erwies es sich als notwendig, mehrere Modelle zur Beschreibung der Plasmadynamik in hochfrequenten Magnetfeldern zu benutzen.

2.2.1 Aus den ersten Experimenten ging hervor, dass das Verhältnis von  $\tau_c$  (Zeit für die 1. Kompression des Plasmas) zu  $\tau/2$  (halbe Periode des äusseren Magnetfelds) näherungsweise die Dynamik des Plasmas für die gesamte Entladungsdauer bestimmt. Daher wurden zur Bestimmung der Kompressionszeiten einige Rechnungen ausgeführt. Als Modell wählten wir für diese Rechnungen das Schneepflugmodell [17]. Bei diesem wird angenommen, dass das Plasma unter der Einwirkung eines magnetischen Kolbens komprimiert und in einer dünnen Schicht aufgesammelt wird.

Amplitude und Frequenz des äusseren Magnetfelds, Fülldruck, Gasart und ein eventuell im Plasma eingefangenes Magnetfeld wurden variiert und in ihrem Einfluss auf die Kompressionszeit untersucht. Mit diesem Modell gelingt es, die erste Kompression des Plasmas gut wiederzugeben.

2.2.2 Weiter wurde der Versuch unternommen, die Schwingungen einer unendlich leitfähigen Plasmasäule mit einem eingeschlossenen Magnetfeld unter der Einwirkung eines periodisch wechselnden äusseren Magnetfelds zu berechnen. Dieses Modell sollte die dynamischen Vorgänge über längere Zeit, das heisst über mehrere Halbwellen des Magnetfelds wiedergeben.

2.2.3 Als der Wirklichkeit am nächsten kommender Ansatz wurden Rechnungen nach dem von Düchs angegebenen Dreiflüssigkeitsmodell eines Plasmas durchgeführt. Dieses Modell beschreibt zwar die Dynamik des Plasmas zufriedenstellend, jedoch werden die Anfangsphasen der Entladung nicht richtig wiedergegeben. Zu späteren Zeiten ist die Übereinstimmung von experimentellen und berechneten Werten (z.B. in Temperatur und Magnetfeld) einigermaßen gegeben.

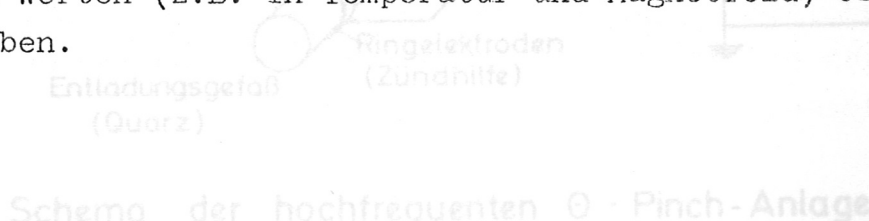


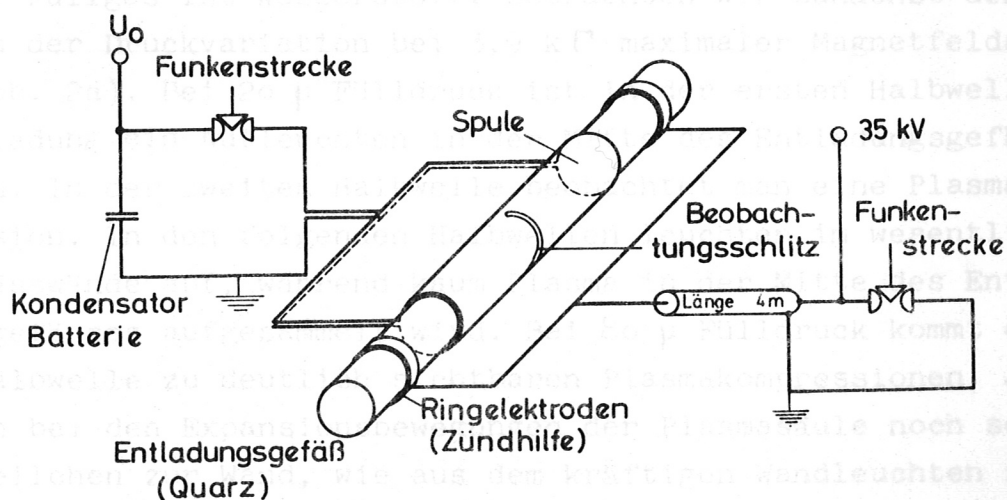
Abb. 1

### 3. Experimentelle Ergebnisse.

Fast alle Experimente wurden an der im folgenden beschriebenen Anlage durchgeführt:

Spulendurchmesser (innen)	7 cm
Spulenlänge	30 cm
Gefäßdurchmesser (innen)	6 cm
Spuleninduktivität (Gefäß ohne Plasma)	16 nH
Ladespannungen	15 - 35 kV
Kapazitäten	0,1 - 6,6 $\mu$ F
Frequenzen des Magnetfelds	150, 570, 855, 2600 kHz
Magnetfeldamplituden	2 - 10 k $\Gamma$
Endvakuum	$10^{-6}$ - $10^{-7}$ Torr
Füllgas	H <sub>2</sub> oder D <sub>2</sub>
Fülldruck	0,01 - 3 Torr
Entladungsgefäß: Quarz	

Etwa 1  $\mu$ sec vor Beginn der Entladung wurde eine Zündhilfe durch eine Kabelentladung an zwei Ringelektroden angewendet [18]. Diese bewirkt, dass innerhalb des untersuchten Druckbereichs die Plasmaerzeugung bereits in der ersten Halbwelle des Magnetfelds beginnt. Die folgende Abbildung 1 zeigt ein Schema der Anordnung.



Schema der hochfrequenten  $\Theta$  - Pinch - Anlage

Die Hauptfrage, die durch die Experimente beantwortet werden sollte, war: auf welche Weise ist es möglich, einen dynamischen Einschluss des Plasmas zu erzielen? Das heisst, wie können die Bewegungen des Plasmas unter dem Einfluss des äusseren wechselnden Magnetfelds so geführt werden, dass das Plasma im wesentlichen in der Nähe der Gefässachse eingeschlossen bleibt und das Plasma sich nicht in den Zeiten, in denen das äussere Magnetfeld durch Null geht, an den Gefässwänden ansammelt. Weitere Fragen waren: in welchem Bereich von Magnetfeldamplituden, Frequenzen und Fülldrücken ist ein dynamischer Einschluss möglich? Wie hängt der dynamische Einschluss von der Art des Füllgases (Wasserstoff oder Deuterium) ab? Welche Eigenschaften (Temperatur, Dichte usw.) hat das dynamisch eingeschlossene Plasma?

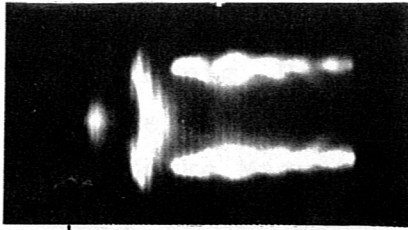
### 3.1 Einflüsse der Variation von Fülldruck, Magnetfeldamplitude und Gasart auf die Dynamik

Um die Bewegungen des Plasmas zu erfassen, wurden Schmierbildaufnahmen mittels einer elektronischen Bildwandlerkamera sowohl in axialer Richtung als auch von der Seite her gemacht. In Abbildung 2 sind einige typische Aufnahmen bei verschiedenen Fülldrücken von Wasserstoff und zwei verschiedenen Magnetfeldamplituden zusammengestellt. Die Aufnahmen sind in axialer Richtung ("end-on") gemacht. Die Frequenz der Entladung ist festgehalten und beträgt 855 kHz. Füllgas ist Wasserstoff. Betrachten wir zunächst den Einfluss der Druckvariation bei 3,9 kV maximaler Magnetfeldamplitude (Abb. 2a). Bei 20  $\mu$  Fülldruck ist in der ersten Halbwelle der Entladung ein Aufleuchten in der Mitte des Entladungsgefässes zu sehen. In der zweiten Halbwelle beobachtet man eine Plasmakompression. In den folgenden Halbwellen leuchten im wesentlichen die Gefässwände auf, während kaum Plasma in der Mitte des Entladungsgefässes aufgesammelt wird. Bei 80  $\mu$  Fülldruck kommt es in jeder Halbwelle zu deutlich sichtbaren Plasmakompressionen. Jedoch gelangen bei den Expansionsbewegungen der Plasmasäule noch sehr viele Teilchen zur Wand, wie aus dem kräftigen Wandleuchten zu schliessen ist.

$B_0 = 3,9 \text{ kV}$   
 $f = 855 \text{ kHz}$   
Füllgas  $\text{H}_2$

$B_0 = 6,3 \text{ kV}$   
 $f = 855 \text{ kHz}$   
Füllgas  $\text{H}_2$

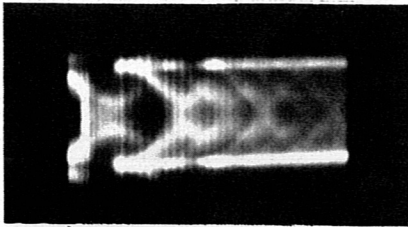
$\rho 20\mu$



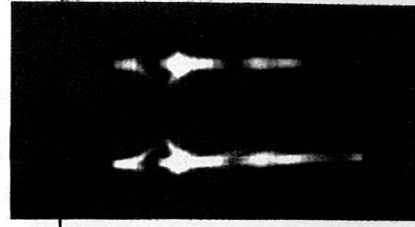
$\rho 15\mu$



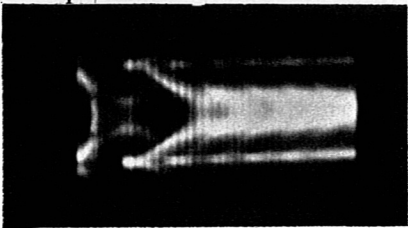
$\rho 80\mu$



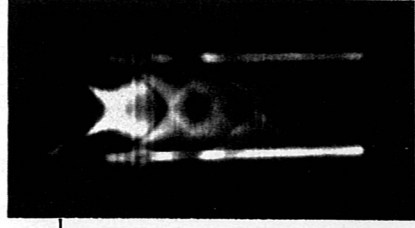
$\rho 60\mu$



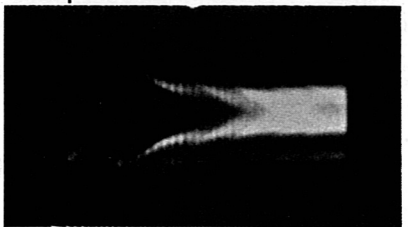
$\rho 100\mu$



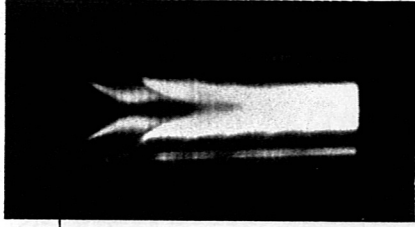
$\rho 150\mu$



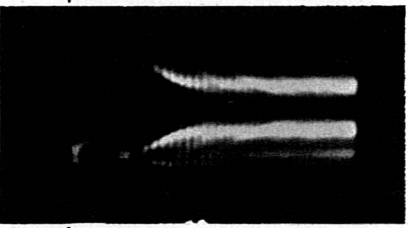
$\rho 150\mu$



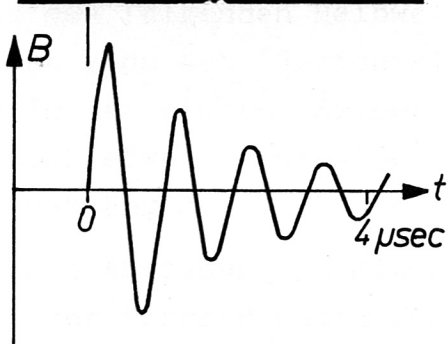
$\rho 300\mu$



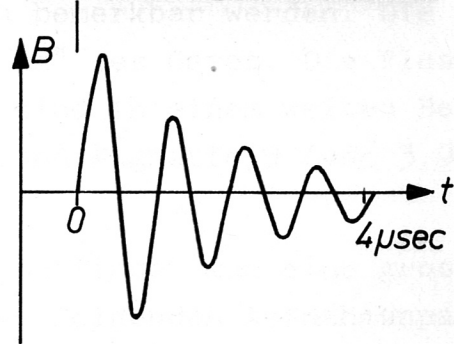
$\rho 250\mu$



$\rho 500\mu$



$B_0 = 3,9 k\Gamma$   
 $f = 855 kHz$   
Füllgas  $H_2$



$B_0 = 6,3 k\Gamma$   
 $f = 855 kHz$   
Füllgas  $H_2$

Abb. 2a

Abb. 2b

Steigert man den Fülldruck auf 100 oder 150  $\mu$ , so wird das Plasma vorwiegend in der Nähe der Gefässachse eingeschlossen. Die Wand leuchtet nur mehr wenig. Bei 250  $\mu$  bildet sich eine Hohlstruktur des Plasmas aus, welche vermutlich dadurch zustande kommt, dass in dem Hohlraum starke Magnetfelder eingefangen sind. Wir beobachten also ab etwa 100  $\mu$  einen "dynamischen Einschluss" des Plasmas.

Bei Erhöhung der Magnetfeldamplitude von 3,9 k $\Gamma$  auf 6,3 k $\Gamma$  finden wir bei Druckvariation qualitativ die gleichen Phänomene (Abb. 2b): Bei niedrigen Drücken (etwa 15 - 60  $\mu$ ) starkes Wandleuchten und kein Plasmaeinschluss, bei mittleren Drücken (150  $\mu$ ) ein Übergangsgebiet mit mehreren Plasmakompressionen, aber kein vollständiger Einschluss, bei hohen Drücken (300 - 500  $\mu$ ) nur mehr geringes Wandleuchten und eine gute eingeschlossene Plasmasäule.

Die starken Wandberührungen des Plasmas bei niedrigen Drücken führen zu grossen Verunreinigungen an Sauerstoff. Der Sauerstoffgehalt des Plasmas wurde spektroskopisch bestimmt. Dazu wurden kleine Mengen von Sauerstoff zugesetzt und die Intensität einer O II-Linie bei 4075 Å gemessen. Nach dem üblichen Extrapolationsverfahren wurde auf diese Weise festgestellt, dass das Plasma in den Fällen starker Wandberührung 2 - 3% Sauerstoff aufnahm. Bei dem "dynamischen Einschluss" des Plasmas war die Verunreinigung um gut eine Zehnerpotenz geringer.

Aus den Experimenten ergab sich, dass die eigentlichen Auswirkungen der Änderung von Magnetfeld oder Druck auf die Dynamik erst in der zweiten und den folgenden Halbwellen bemerkbar werden. Die erste Halbwelle ist eine Art "Vorionisierung" des Gases. Die Plasma-bewegungen in der ersten Halbwelle sind in einem weiten Bereich vom Fülldruck (etwa von 60 - 500  $\mu$ ) und Magnetfeld (von 3,9 - 6,3 k $\Gamma$ ) unabhängig.

Vergleicht man Abbildung 2a mit 2b, so findet man eine grosse Ähnlichkeit der Plasmadynamik für die folgenden Aufnahmenpaare:

1.  $p = 80 \mu$   $B_0 = 3,9 \text{ k}\Gamma$  und  $p = 150 \mu$   $B_0 = 6,3 \text{ k}\Gamma$
2. bzw.  $p = 150 \mu$   $B_0 = 3,9 \text{ k}\Gamma$  und  $p = 300 \mu$   $B_0 = 6,3 \text{ k}\Gamma$
3. bzw.  $p = 250 \mu$   $B_0 = 3,9 \text{ k}\Gamma$  und  $p = 500 \mu$   $B_0 = 6,3 \text{ k}\Gamma$ .



Bei Erhöhung der Magnetfeldamplitude und gleichzeitiger passender Erhöhung des Fülldrucks bleibt also die Dynamik in guter Näherung ungeändert.

Um diese Tatsache verstehen zu können, wollen wir zwei Ergebnisse aus den in den Abschnitten 4.1 und 4.2 behandelten Modellen vorwegnehmen.

1. Aus dem Schneepflugmodell erhalten wir den Zusammenhang zwischen der Kompressionszeit  $\tau_c$  bzw. der mittleren Kompressionsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  eines Plasmas der Masse  $M$  pro Längeneinheit unter der Einwirkung eines periodischen Magnetfelds der Amplitude  $B_0$ . Bei den hier vorliegenden Verhältnissen gilt

$$1/\tau_c^2 \sim \bar{v}^2 \sim B_0^2 / M$$

2. Aus dem Modell einer schwingenden Plasmasäule der Masse  $M$  pro Längeneinheit in einem hochfrequenten Magnetfeld der Amplitude  $B_0$  und der Kreisfrequenz  $\omega$  ergibt sich, dass die Bewegungen der Plasmasäule im wesentlichen durch einen dimensionslosen Parameter  $\alpha = B_0^2 / 4M\omega^2$  bestimmt werden. Für  $\alpha$ -Werte kleiner als 1,3 ergibt das Modell "stabile" Plasmaschwingungen, das heisst, die Amplitude der Bewegungen bleibt beschränkt. Der Parameter kann als das quadratische Verhältnis zweier Zeitskalen aufgefasst werden. Eine davon ist gegeben durch die Periode des äusseren Magnetfelds  $\tau = 2\pi/\omega$ . Die andere Zeitskala beschreibt die Schwingungen einer Plasmasäule in einem konstanten Magnetfeld  $B_0$ . Diese Schwingungszeit ist von der Grössenordnung  $\sqrt{M}/B_0$  und von gleicher Grössenordnung wie die aus dem Schneepflugmodell errechnete Kompressionszeit  $\tau_c$ .

Wenn unsere beiden Modelle geeignet sind, die Plasmadynamik richtig zu beschreiben, so muss sich für die angeführten Aufnahmenpaare "gleicher Plasmadynamik" jeweils der gleiche Wert für  $\alpha$  (bzw.  $B_0^2/M \sim 1/\tau_c^2$ ) ergeben. Auf den Einfluss der Kreisfrequenz  $\omega$  des Magnetfelds werden wir im nächsten Abschnitt näher eingehen.

Wir berechnen für die Paare 1,2,3 folgende Werte:

1.  $\alpha = 0,50$  bzw.  $0,70$
2.  $\alpha = 0,27$  bzw.  $0,35$
3.  $\alpha = 0,16$  bzw.  $0,21$

Wie man sieht, sind die Voraussagen der beiden Modelle nur näherungsweise erfüllt.

Wir wollen unsere Modelle noch auf andere Weise prüfen. Wie gehen vom Füllgas Wasserstoff auf Deuterium über. Der Fülldruck wird variiert und es werden wieder Aufnahmenpaare "gleicher Plasmadynamik" ausgewählt. Dabei ergibt sich jeweils gleiches Plasmaverhalten für die folgenden Wertepaare von Wasserstoff bzw. Deuteriumfülldruck:

$p_{H_2}$	$p_{D_2}$	Quotient der eingefüllten Massen von $D_2/H_2$
80 $\mu$	60 $\mu$	1,5
100 $\mu$	80 $\mu$	1,6
150 $\mu$	100 $\mu$	1,3
250 $\mu$	150 $\mu$	1,2

Wie man sieht, ist die Dynamik keineswegs nur massenabhängig (Quotient = 1), wie es unsere Modelle fordern.

Es scheint aus den Quotienten hervorzugehen, dass die Modelle bei höheren Drücken brauchbarer werden. Hier liegt der Quotient nahe bei eins, so dass die Dynamik wirklich hauptsächlich massenabhängig ist.

Natürlich ist die Zuordnung zweier Aufnahmen, welche die "gleiche Plasmadynamik" zeigen, keine sehr präzise Methode. Wesentlich genauer lässt sich die Kompressionsgeschwindigkeit des Plasmas aus Schmieraufnahmen bestimmen. Die Abhängigkeit dieser Geschwindigkeit von der Magnetfeldamplitude, von der Frequenz und vom Fülldruck bzw. der Masse deckt sich sehr gut mit den Voraussagen des Schneepflugmodells. Der genaue Vergleich wird in Abschnitt 4,1 durchgeführt.

Es ist nicht verwunderlich, dass die von den beiden genannten Modellen gegebenen Abhängigkeiten der Plasmadynamik von Magnetfeldamplitude und Masse nur in den Anfangsstadien der Entladung gut erfüllt werden.

Zu späteren Zeiten können z.B. komplizierte Diffusionsprozesse des Magnetfelds im Plasma eine Rolle für die Dynamik spielen. Über solche Vorgänge liefern unsere einfachen Modelle keine Aussagen.

### 3.2 Variation der Frequenz des Magnetfelds

Für die Variation der Frequenz des Magnetfelds sprachen zwei Gründe:

Erstens hatte sich aus dem Schneepflugmodell ergeben, dass eine beträchtliche Frequenzänderung bei festgehaltener Amplitude auf die Kompressionsgeschwindigkeit bzw. Kompressionszeit nur sehr geringen Einfluss hat. (Dies ist so lange gültig, als die Kompressionszeit  $\tau_c$  nicht klein gegenüber der halben Periode des Magnetfelds ist). Diese Voraussage sollte experimentell geprüft werden. Dabei konnte auch geprüft werden, wie sich die gesamte Dynamik bei dieser Frequenzänderung verhält. Die Dynamik kann im wesentlichen durch die Grösse der Kompressionszeit bestimmt sein oder aber auch durch die Grösse des Parameters  $\alpha$ , in den die Kreisfrequenz des äusseren Magnetfelds stark eingeht.

Zweitens hatte sich ergeben, dass bei der bisher verwendeten Frequenz von 855 kHz ein dynamischer Einschluss durch passende Wahl der Magnetfeldamplitude nur bis zu Fülldrücken  $\geq 60 \mu$  möglich war. Bei niedrigeren Drücken versagte das Verfahren. Es wurde vermutet, dass hier eine Verbesserung durch Erhöhung der Frequenz möglich sei.

Die Entladungsfrequenz wurde zunächst durch Änderung der Ausseninduktivität auf 570 kHz erniedrigt. Bei einer Magnetfeldamplitude von 5,1 k $\Gamma$  und einem Fülldruck von 200  $\mu$  Wasserstoff beobachteten wir die gleiche Plasmadynamik, wie sie in Abb. 2 bei 855 kHz für Felder von 3,9 k $\Gamma$  bzw. 6,3 k $\Gamma$  und Fülldrücke von 100 bis 150  $\mu$  bzw. 300  $\mu$  wiedergegeben ist. Für eine Frequenz von 855 kHz sollte diese Form der Dynamik bei einem Magnetfeld von 5,1 k $\Gamma$  ebenfalls bei etwa 200  $\mu$  auftreten, wenn man annimmt, dass die Kompressionszeit

$$\tau_c \sim \sqrt{M} / B_0$$

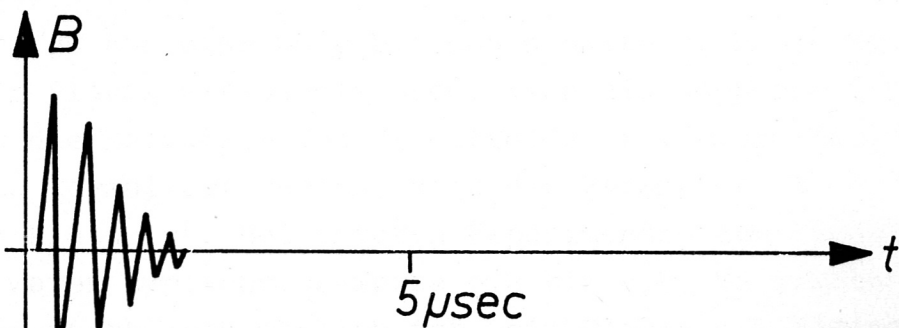
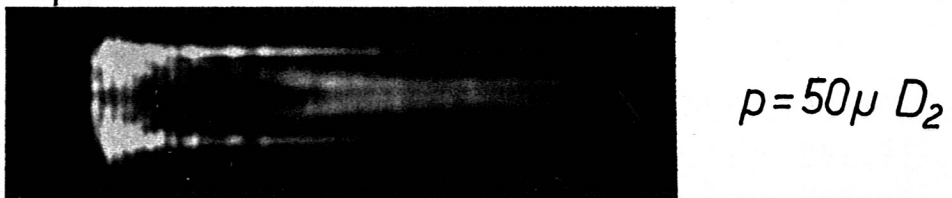
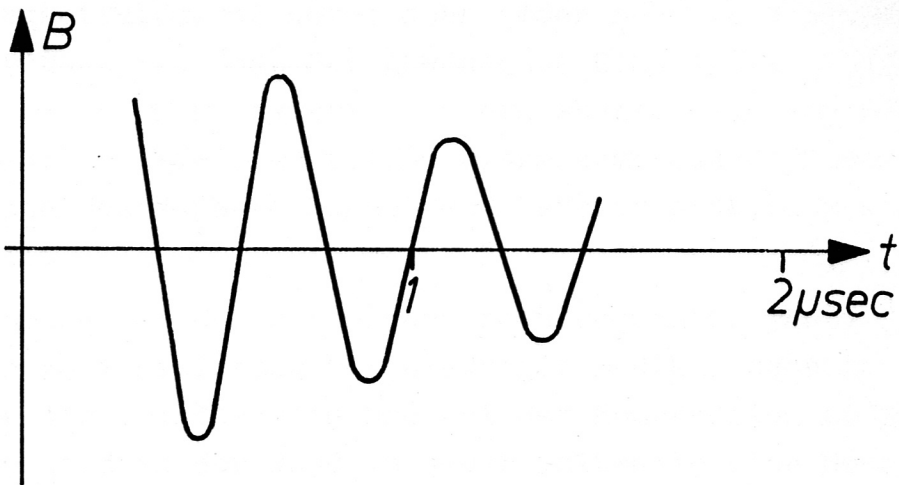
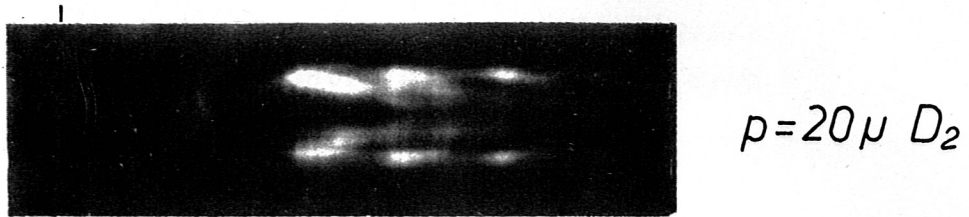
die Dynamik bestimmt. Das heisst, bei der geringen Genauigkeit der Zuordnung von Druck und Magnetfeld aufgrund von "gleicher" Plasmadynamik wird keine Auswirkung der Frequenzänderung festgestellt. Es kommt hier also nicht auf die genaue Grösse von  $\alpha$  an. Die  $\alpha$  - Werte für die verschiedenen Fälle sind:

Frequenz	Fülldruck	Magnetfeld	
855 kHz	100 - 150 $\mu$ H <sub>2</sub>	3,9 k $\Gamma$	$\alpha = 0,4 - 0,27$
855 kHz	300 $\mu$ H <sub>2</sub>	6,3 k $\Gamma$	$\alpha = 0,35$
570 kHz	200 $\mu$ H <sub>2</sub>	5,1 k $\Gamma$	$\alpha = 0,76$

Die Ergebnisse der Messung der Kompressionsgeschwindigkeit werden wiederum in Abschnitt 4.1 mit den Voraussagen des Schneepflugmodells verglichen.

Die Erhöhung der Magnetfeldfrequenz, um einen dynamischen Einschluss auch bei niedrigen Fülldrücken zu erzielen, gründete sich auf folgende Überlegung. Die Kompressionszeit des Plasmas soll sicher nicht wesentlich kleiner als die Halbperiode des Magnetfelds sein. Nimmt man nämlich an, dass die maximale Kompression etwa so lange dauert wie die Viertelwelle des Magnetfelds, und dass die Expansion des Plasmas eine vergleichbare Zeit in Anspruch nimmt, so läuft das expandierende Plasma ohne weiteres an die Wand, weil das Magnetfeld in dieser Expansionszeit vom Maximalwert auf Null sinkt. Diese Überlegung spiegelt sich in den Ergebnissen des Abschnitts 4.2 wieder. Hier zeigt sich, dass unter diesen Umständen der Parameter  $\alpha$  instabile Plasmabewegungen voraussagt ( $1,3 < \alpha < 3,6$ ). Die Kompressionszeit lässt sich bei fester Frequenz durch Verminderung des Magnetfelds verlängern, so dass man für niedrige Drücke zum Zweck des dynamischen Einschlusses eigentlich nur das Magnetfeld hinreichend verringern müsste. Bei der Frequenz von 855 kHz kam es jedoch auch bei verringertem Magnetfeld und damit herabgesetzter Kompressionsgeschwindigkeit bei niedrigen Fülldrücken immer wieder in jeder Halbwelle zu starkem Aufleuchten der Wand. Wahrscheinlich ist die Mitnahme des Plasmas durch die Kompression zu schlecht, so dass Neuzündung an der Wand einsetzt. Daher wurde angestrebt, nicht das Magnetfeld stark zu verringern, sondern die Halbwelle so zu verkürzen,

$B_0 = 2,05 \text{ k}\Gamma$   
 $f = 26 \text{ MHz}$



$$B_0 = 2,05 \text{ k}\Gamma$$
$$f = 2,6 \text{ MHz}$$

Abb. 3

dass auch bei rascher Kompression das Plasma nicht wieder an die Wand laufen kann. Die Frequenz der Entladung konnte durch Benutzung selbstgebaute, induktionsarmer Kapazitäten auf 2,6 MHz gesteigert werden, die maximale Magnetfeldamplitude war 2,05 kΓ.

Abb. 3 gibt die Plasmadynamik bei Fülldrücken von 20  $\mu$  D<sub>2</sub> und 50  $\mu$  D<sub>2</sub> wieder.

Bei 20  $\mu$  D<sub>2</sub> ist die Kompressionszeit wesentlich länger als die Halbwelle des Magnetfelds. Es kommt aber immer noch zu starkem Aufleuchten der Wand, so dass der gewünschte Einschluss nicht erzielt wurde. Auch bei 50  $\mu$  D<sub>2</sub> bemerkt man ein starkes Wandleuchten in den ersten Halbwellen. Die eigentliche Plasmakompression kommt hier erst zustande, wenn das äussere Magnetfeld bereits praktisch auf Null abgefallen ist.

Das Hauptproblem bei der Verwendung hochfrequenter Theta-Pinch Entladungen zur Vorionisierung bei niedrigen Drücken scheint darin zu liegen, dass die Teilchenmitnahme bei der Kompression zu schlecht ist. Dadurch wird an der Wand in jeder Halbwelle eine Neuzündung einsetzen. Möglicherweise lässt sich diese Schwierigkeit durch Anwendung noch höherer Magnetfelder bei hinreichend hohen Entladungsfrequenzen umgehen. Man wird dann jedoch zu ziemlich hohen Spannungen an der Spule kommen.

3.3 Schwingungen einer Plasmasäule in einem hochfrequenten Magnetfeld. Möglichkeiten zum Einschluss eines Plasmas, das mehrere Kompressionsschwingungen innerhalb der halben Periode des äusseren Magnetfelds ausführt.

Im Druckbereich von etwa 60  $\mu$  bis 500  $\mu$  hatte sich die Möglichkeit ergeben, ein Plasma einzuschliessen, wenn die Kompressionszeit grösser als die Halbwelle des Magnetfelds ist. Diese Voraussetzung kann auch so formuliert werden, dass der Parameter  $\alpha = B_0^2 / 4 M \omega^2$  hinreichend klein ist. Bei unseren Experimenten zum dynamischen Einschluss waren typische  $\alpha$ -Werte 0,2 bis 0,5. Es ergibt sich die Frage, ob es nicht auch möglich ist, ein Plasma mit kleineren Kompressions- oder Schwingungszeiten über mehrere Halbwellen des Magnetfelds einzuschliessen. Dies entspricht höheren  $\alpha$ -Werten.

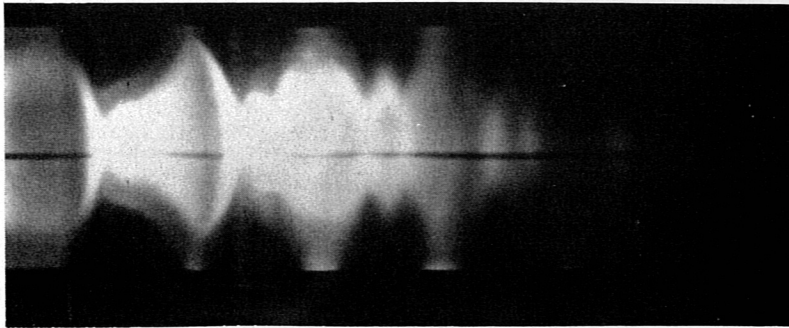
Aus dem in Abschnitt 4.2 beschriebenen Modell ergibt sich, dass es mehrere Wertebereiche für  $\alpha$  gibt, bei denen die Schwingungszeiten des Plasmas klein gegenüber der Periode des Magnetfelds sind und die Schwingungsamplitude beschränkt bleibt ("stabile Bereiche"). Diese stabilen Bereiche sind durch instabile Bereiche getrennt.

Es konnten Bewegungen einer Plasmasäule beobachtet werden, die sich - zumindest näherungsweise - mit den Voraussagen dieses Modells decken. Um von den unübersichtlichen Effekten der anfänglichen Ionisierungsprozesse des Füllgases frei zu sein, wurde eine Vorionisierung des Gases (mit  $B_0 = 4,5 \text{ kG}$ ,  $f = 570 \text{ kHz}$ ) vorgenommen. Nach etwa  $5 \mu\text{sec}$  wurde das Plasma, welches eine etwa hohlzylinderähnliche Struktur zeigte, mit  $B_0 = 9 \text{ kG}$ ,  $f = 150 \text{ kHz}$  komprimiert. Abb. 4 zeigt eine ungünstige Parameterkombination bei  $p = 3 \text{ Torr H}_2$ , (der zugehörige  $\alpha$ -Wert =  $2,37$  sagt instabiles Verhalten voraus), wobei die Kompressionszeit des Plasmas etwa gleich der Viertelwelle des Magnetfelds ist - wie oben diskutiert, kommt es dann zu heftigen Berührungen von Plasma und Gefäßwandung - und einem "stabilen Fall" bei  $p = 0,5 \text{ Torr}$  ( $\alpha = 14,2$ ). Hier lassen sich etwa 2 - 3 Kompressionen des Plasmas innerhalb einer Halbwelle feststellen. Auch hier leuchtet zwar die Gefäßwand auf. Der eigentliche Plasmakern, der aus dem ursprünglichen Hohlzylinder entstanden ist, berührt jedoch die Wand nicht.

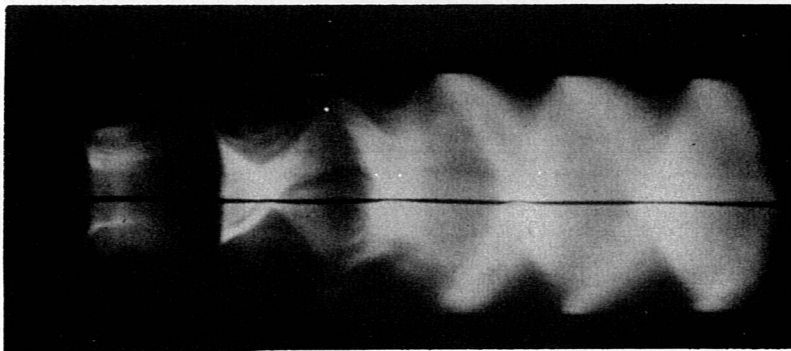
### 3.4 Untersuchung der Plasmaeigenschaften beim dynamischen Einschluss

Um die Plasmaeigenschaften wie Temperatur, Dichte, Magnetfeldverteilung beim dynamischen Einschluss genauer kennen zu lernen, wurde ein Fall herausgegriffen und mittels spektroskopischer Messungen und durch Anwendung von Magnetfeldsonden näher untersucht. Diese Untersuchung sollte zudem eine Aussage liefern, welche Übereinstimmung mit magnetohydrodynamischen Rechnungen nach dem von Düchs angegebenen Modell erreicht wird. Die Messungen wurden an der bereits beschriebenen Anlage unter folgenden Bedingungen durchgeführt:

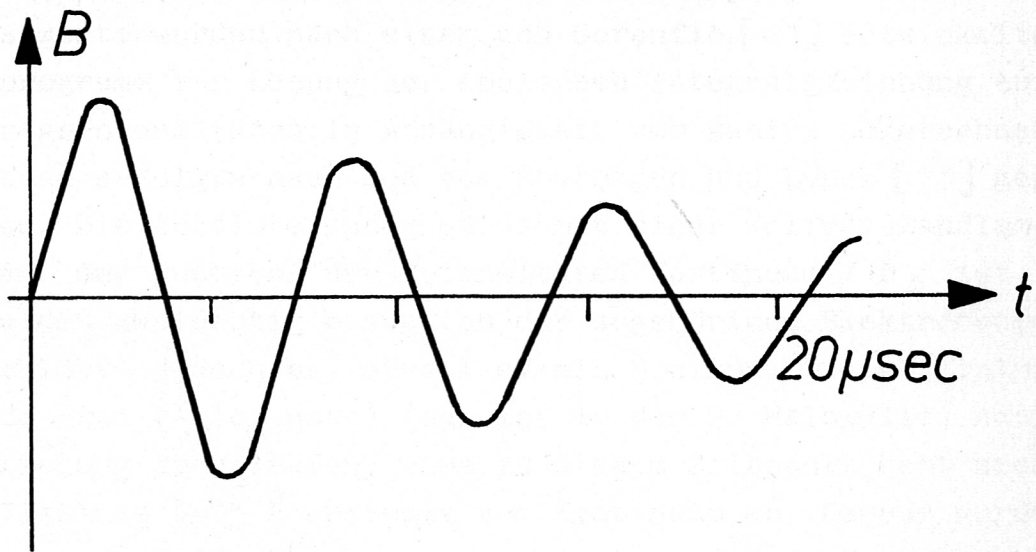
$f = 150 \text{ kHz}$   
Füllgas  $\text{H}_2$



$p = 0,5 \text{ Torr}$



$p = 3 \text{ Torr}$



$$B_0 = 9 \text{ k}\Gamma$$

$$f = 150 \text{ kHz}$$

Füllgas  $H_2$

Abb. 4



Magnetfeldamplitude  $B_0 = 3,9 \text{ kG}$   
Fülldruck  $p = 120 \mu \text{ D}_2$   
Entladungsfrequenz  $f = 855 \text{ kHz}$ .

Die spektroskopischen Messungen wurden durch seitliche Beobachtung des Plasmas durch einen 3 mm breiten Schlitz in der Mittelebene der Spule vorgenommen.

Es wird angenommen, dass die Störungen des Magnetfelds durch einen solchen Schlitz (nach Rechnungen und Messungen in [19]) genügend klein sind, so dass das an dieser Stelle beobachtete Plasma repräsentativ für das Plasma in der Spule ist. Die Elektronentemperatur wurde nach einem von Griem [20] angegebenen Verfahren aus dem Quotienten der Strahlungsintensität des Kontinuums bei  $4526 \text{ \AA}$  zur Intensität der  $D_{\beta}$ -Linie bestimmt. Die Elektronendichte ergab sich aus der Absolutintensität des Kontinuums bei  $4526 \text{ \AA}$ . Das Plasma wurde von der Gefässmitte bis zum Gefässrand auf den Eintrittsspalt eines Bausch und Lomb Monochromators abgebildet. Am Austrittsspalt registrierten 8 Multiplier die Strahlung in ihrer Mitte-Rand Verteilung. Das Verfahren ist in [21] näher beschrieben. Die Messwerte wurden nach einem von Gorenflo [22] entwickelten Rechenprogramm zur Lösung der Abelschen Integralgleichung auf die Strahlungsintensitäten in Abhängigkeit vom Radius umgerechnet. Die Auswertung erfolgte nach den von Eberhagen und Lünow [23] gegebenen Tabellen. Die Absoluteichung wurde mit einer Wolfram-Bandlampe vorgenommen. Der Quotient der Intensitäten Kontinuum /  $D_{\beta}$  ist im allgemeinen zweideutig bezüglich der zugehörigen Elektronentemperatur, er durchläuft jedoch bei etwa 1 eV ein Minimum. Dieses Minimum wurde etwa 800 nsec ( $\pm 100 \text{ nsec}$ ) (das ist in der 2. Halbwelle) nach Beginn der Entladung durchlaufen, etwa zu diesem Zeitpunkt hebt sich auch die O II-Linie  $4075 \text{ \AA}$  erstmals vom Kontinuum ab. Daraus wurde geschlossen, dass die Temperaturen erst nach dieser Zeit über 1 eV ansteigen.

Abb. 5 gibt die Messwerte des radialen Verlaufs der Elektronentemperatur (in der Mittelebene der Spule) zu 6 verschiedenen Zeiten

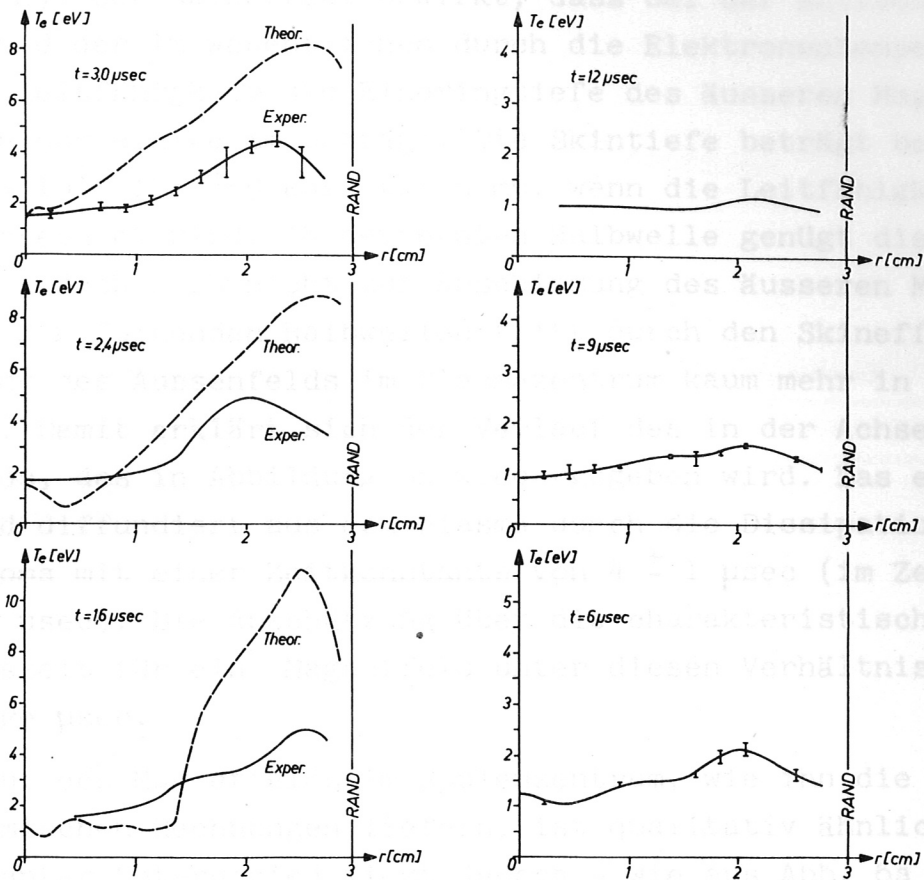


Abb. 5 Radialer Verlauf der Elektronentemperatur bei  $B_0 = 3,9 \text{ kG}$ ,  $f = 855 \text{ kHz}$ ,  $p = 120 \mu \text{D}_2$   
Experimentelle und theoretische Werte

wieder. Die Werte aus den Rechnungen mit dem Dreiflüssigkeitsmodell sind ebenfalls eingetragen. Die Streuung der experimentellen Werte ist eingezeichnet, sofern mehr als ein Messwert vorlag. Die Übereinstimmung der theoretischen mit den experimentellen Werten ist mässig. Gut wiedergegeben wird nur der charakteristische Verlauf, der darin besteht, dass bei diesen Entladungen vorzugsweise die Randzonen des Plasmas aufgeheizt werden. (Dies ist für eine auf diese Entladung unmittelbar folgende Hauptentladung günstig, weil diese Zonen hoher Leitfähigkeit das Eindringen des Magnetfelds hindern, und dadurch eine effektive Aufheizung durch Kompression

ermöglichen). Der Skineffekt bewirkt, dass bei der Entladungsfrequenz und der im wesentlichen durch die Elektronentemperatur gegebenen Leitfähigkeit die Eindringtiefe des äusseren Magnetfelds ins Plasma nur einige mm beträgt. Die Skintiefe beträgt bei  $T_e = 3$  eV,  $n_e = 10^{15}$  für 855 kHz etwa 5 mm, wenn die Leitfähigkeit nach Spitzer berechnet wird. In der ersten Halbwelle genügt die Leitfähigkeit jedoch noch nicht zur Abschirmung des äusseren Magnetfelds. In den folgenden Halbwellen tritt durch den Skineffekt die Wirkung des Aussenfelds im Plasmazentrum kaum mehr in Erscheinung. Damit erklärt sich der Verlauf des in der Achse gemessenen Magnetfelds, das in Abbildung 6a wiedergegeben wird. Das eingefangene Magnetfeld diffundiert aus dem Plasma durch die Dissipation des Plasmastroms mit einer Zeitkonstante von  $4 \pm 1$   $\mu$ sec (im Zeitbereich von 2 - 6  $\mu$ sec). Die Abschätzung über die charakteristische Diffusionszeit für ein Magnetfeld unter diesen Verhältnissen ergibt einige  $\mu$ sec.

Der Verlauf des Magnetfelds im Spulenzentrum, wie ihn die magneto-hydrodynamischen Rechnungen liefern, ist qualitativ ähnlich. Ein ganz markanter Unterschied liegt jedoch - wie aus Abb. 6a ersichtlich - darin, dass die Rechnungen die Anfangsphase sehr schlecht wiedergeben; bis zu etwa 600 nsec nach Beginn der Entladung bleibt das berechnete Innenfeld stark hinter dem gemessenen zurück. Diese Frage soll im Abschnitt 4.3 diskutiert werden.

In Abb. 6b ist die Liniendichte der Elektronen [ $\text{cm}^{-1}$ ] und der mittlere Ionisationsgrad (errechnet aus dieser Liniendichte und der Liniendichte des eingefüllten Gases) aufgetragen. Für die Abnahme der Liniendichte in der Zeit kommen die Rekombination der Elektronen und Deuteronen - im Volumen oder an der Gefässwand und das Ausströmen des Plasmas an den Enden in Frage.

Wir nehmen für die Ionen eine mittlere Temperatur von 2 eV an, weil wir bei den hier vorkommenden Dichten für Ionen und Elektronen etwa die gleiche Temperatur zu erwarten haben. (Die Stosszeiten [24] sind hinreichend klein). Damit haben wir ein Mass, wieschnell sich das

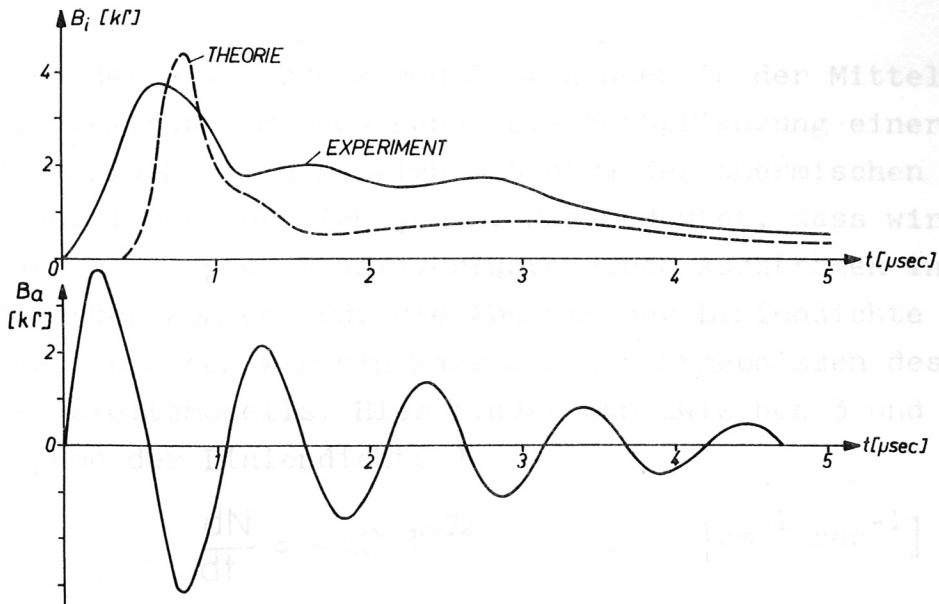


Abb. 6a Magnetfeld  $B_i$  im Zentrum der Spule bei  $B_0 = 3,9 \text{ k}\Gamma$ ,  $f = 855 \text{ kHz}$ ,  $p = 120 \mu \text{ D}_2$ . Experimentelle und theoretische Werte. Äusseres Magnetfeld  $B_a$ .

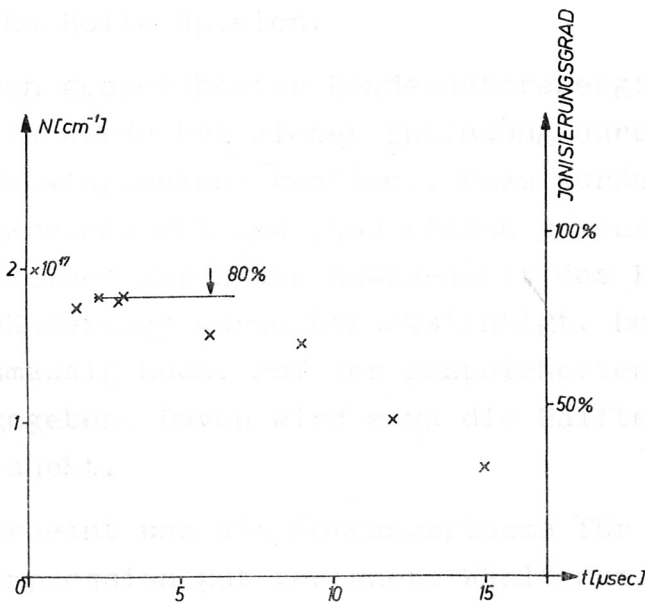


Abb. 6b Liniendichte  $N$  der Elektronen und mittlerer Ionisierungsgrad in der Mittelebene der Spule bei  $B_0 = 3,9 \text{ k}\Gamma$ ,  $f = 855 \text{ kHz}$ ,  $p = 120 \mu \text{ D}_2$ .

Ausströmen des Plasmas aus den Spulendenen in der Mittelebene der Spule bemerkbar machen kann. Die Fortpflanzung einer solchen Störung im Plasma wird nämlich mit etwa der thermischen Geschwindigkeit der Ionen vor sich gehen. Das bedeutet, dass wir in unserem Falle nach ca. 4  $\mu\text{sec}$  Plasmaverluste durch Ausströmen in der Mittelebene bemerken können. Für die Abnahme der Liniendichte durch Rekombination haben wir ein Mass aus den Ergebnissen des Dreiflüssigkeitsmodells. Hier findet man zwischen 3 und 5  $\mu\text{sec}$  eine Abnahme der Liniendichte  $N$

$$\frac{dN}{dt} = -1,0 \cdot 10^{22} \quad [\text{cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}]$$

Aus den Messungen ergibt sich für den gleichen Zeitbereich

$$\frac{dN}{dt} = -1,1 \cdot 10^{22} \quad [\text{cm}^{-1} \text{ sec}^{-1}]$$

Man wird daher annehmen können, dass für die Abnahme der Liniendichte sowohl das Ausströmen des Plasmas als auch die Rekombination eine wesentliche Rolle spielen.

Der Übergang von gespeicherter Kondensatorenergie (ca. 200 Joule) in Plasmaenergie wurde bei dieser Entladung durch die Messung der Dämpfung des Schwingkreises bestimmt. Dazu wurde die Dämpfung des Entladungskreises mit und ohne Plasma gemessen. Die Frequenzänderung des Kreises durch die Anwesenheit des Plasmas in der Spule (Induktivitätsänderung) wurde berücksichtigt. Der Energieübergang ist verhältnismässig hoch. 20% der gespeicherten Energie werden ans Plasma abgegeben. Davon wird etwa die Hälfte für Ionisationsprozesse verbraucht.

Das Plasma erscheint uns als Ausgangsplasma für eine folgende magnetische Kompression gut geeignet. Wählt man hierfür den Zeitpunkt "10  $\mu\text{sec}$ ", so hat man noch einen mittleren Ionisierungsgrad von mindestens 50%. Die Elektronentemperatur ist etwa 1 eV. Das eingefangene Magnetfeld ist von der Grössenordnung 100  $\Gamma$ . Die Sauerstoffverunreinigung ist etwa 1%.

### 3.5 Plasmadynamik bei hohen elektrischen Ringfeldstärken

Es bestand die Möglichkeit, einige Experimente an einer anderen Anlage mit wesentlich grösserem Spulendurchmesser durchzuführen. Es sollten dabei zwei Fragen beantwortet werden. Wir waren erstens daran interessiert, ob auch bei dieser Anlage ein dynamischer Einschluss des Plasmas durch passende Wahl von Magnetfeld und Fülldruck erreicht werden kann. Die zweite Frage war, wie verändert sich die Dynamik bei der Änderung des Magnetfelds?

Die Daten des Experiments waren wie folgt:

Spulendurchmesser innen	7,5 cm
Spulenlänge	30 cm
Gefässdurchmesser innen	14 cm
Frequenz des Magnetfelds	1,1 MHz
Magnetfeldamplitude	2,3 - 4,6 k $\Gamma$
Endvakuum	$10^{-6}$ - $10^{-7}$ Torr
Füllgas	H <sub>2</sub>
Fülldruck	10 - 100 $\mu$

Es wurde keine Zündhilfe angewendet.

Abb. 7 gibt einen Überblick über die Plasmadynamik bei zwei verschiedenen Magnetfeldamplituden und Variation des Fülldrucks. (Ausserhalb des Gefässrandes sind hier noch einige Reflexe des Plasmalichts an der Gefässwandung zu sehen). Die Schmieraufnahmen sind aus axialer Richtung gemacht. Wir beobachten bei beiden Magnetfeldamplituden bei niedrigen Drücken ( $p = 26 \mu$ ) ein starkes Wandleuchten und keinen Plasmaeinschluss. Bei Fülldrücken von  $50 \mu$  entsteht eine volle Plasmasäule, während bei Fülldrücken von  $70 \mu$  die Plasmasäule eine Hohlstruktur aufweist. Es ist also ein dynamischer Einschluss möglich. Es besteht aber ein grosser Unterschied zu der in Abbildung 2 wiedergegebenen Serie. Bei diesen Entladungen war es möglich, die Dynamik des Plasmas durch gleichzeitige Änderung von Magnetfeld und Druck unverändert zu lassen. Bei den in Abbildung 7 gezeigten Aufnahmen hat man jedoch den Eindruck, als sei die Dynamik nahezu nur durch den Fülldruck be-

B = 3,5 k $\Gamma$

B = 4,6 k $\Gamma$

f = 1,1 MHz

Füllgas H<sub>2</sub>

5  $\mu$ sec

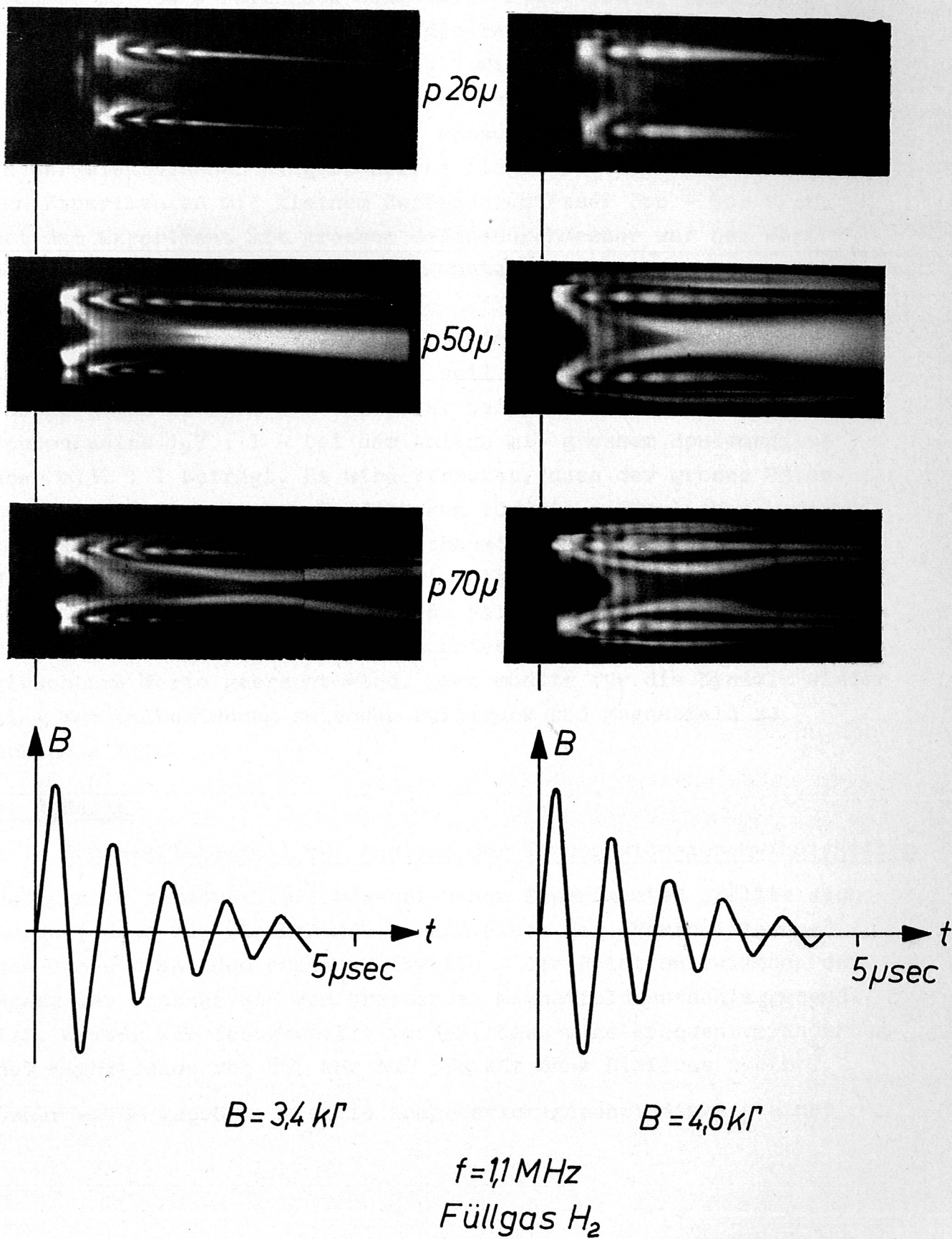


Abb. 7

stimmt. Bei 70  $\mu$  Fülldruck entsteht ein hohlzylindrisches Plasma, bei 50  $\mu$  Fülldruck eine volle Plasmasäule, unabhängig von der Magnetfeldamplitude. Da die beiden Experimente, deren Plasmadynamik in Abb. 2 bzw. Abb. 7 wiedergegeben ist, bei vergleichbaren Frequenzen und Magnetfeldamplituden durchgeführt wurden, wird angenommen, dass der entscheidende Unterschied nur in der elektrischen Ringfeldstärke liegt. Diese betrug bei den Experimenten mit kleinem Gefässdurchmesser 300 - 500 V/cm. Bei dem Experiment mit grossem Gefässdurchmesser war der Wert 900 - 1200 V/cm. Diese Werte sind unter der Annahme berechnet, dass das Gefäss leer ist. Ist das Gefäss jedoch mit Plasma gefüllt, so wird der relative Unterschied in den elektrischen Feldstärken noch wesentlich grösser, weil das Verhältnis von äusserer Induktivität zu Spuleninduktivität bei der Anlage mit kleinem Spulenradius 1,7 : 1 - bei der Anlage mit grossem Spulenradius aber 0,37 : 1 beträgt. Es wird vermutet, dass der grosse Unterschied der elektrischen Feldstärken für die anfänglichen Ionisationsprozesse und die Teilchenmitnahme eine Rolle spielt. Es wäre von Interesse, die Experimente bei grossem Spulenradius so zu führen, dass die elektrische Feldstärke durch Herabsetzung der Frequenz auf mit dem erstbeschriebenen Experiment vergleichbare Werte gebracht wird. Dann müsste für die Dynamik wieder eine Wechselbeziehung zwischen Fülldruck und Magnetfeld zu erkennen sein.

#### 4. Modelle

##### 4.1 Schneepflugmodell zur Analyse der Kompressionsgeschwindigkeiten

Bei den im Abschnitt 3.1 beschriebenen Experimenten stellte sich heraus, dass für die Dynamik - nach einer der "Vorionisierung" des Gases dienenden ersten Halbwelle - die Relation zwischen der Masse des Plasmas und dem treibenden Magnetfeld ausschlaggebend ist. Weiter war festgestellt worden, dass eine Frequenzveränderung des Magnetfelds von 855 kHz auf 570 kHz ohne Einfluss bleibt. Daher wurde geprüft, wie die Kompressionsgeschwindigkeit eines



Plasmas - offenbar die wichtigste Grösse für die Dynamik - nach dem Schneepflugmodell von Fülldruck, Gasart, Frequenz, dem äusseren Magnetfeld und einem im Plasma eingeschlossenen Magnetfeld abhängt. Es wurde folgendes Gleichungssystem numerisch integriert:

- (1)  $\rho_0 \pi \frac{d}{dt} ((r_G^2 - r^2) \dot{r}) = - 2\pi r ( B_a^2 / 8\pi - B_i^2 / 8\pi - p )$   
Bewegungsgleichung
- (2)  $B_a = \frac{4\pi J}{l}$   
Berechnung des äusseren Magnetfelds
- (3)  $B_i = B_{i0} \cdot r_G^2 / r^2$   
Flusskonstanz im Plasma
- (4)  $\frac{d}{dt} (L \cdot J) = U_0 - \frac{1}{C} \int J dt$   
Gleichung des elektrischen Schwingkreises
- (5)  $L = L_a + \frac{4\pi^2}{l} (r_s^2 - r^2)$   
Berechnung der Induktivität

Die Symbole haben folgende Bedeutung:

- $\rho_0$  Dichte des eingefüllten Gases
- $r_G$  Radius des Glasgefässes (innen)
- $r$  Plasmaradius
- $r_s$  Spulenradius (innen)
- $p_0$  Fülldruck
- $J$  Strom in der Spule
- $B_a$  äusseres Feld,  $B_0$  Amplitude des äusseren Feldes
- $B_i$  inneres Feld (im Plasma),  $B_{i0}$  Anfangswert von  $B_i$
- $l$  Spulenlänge
- $L$  Gesamtinduktivität
- $L_a$  äussere Induktivität des Kreises
- $U_0$  Ladespannung
- $C$  Kapazität des Kreises

Es wurde das elektromagnetische Mass-System benutzt. Für  $L_a$ ,  $U_0$ ,  $r_G$ ,  $r_s$ ,  $l$ ,  $\rho_0$ ,  $C$  wurden die experimentellen Werte eingesetzt.  $p_0$  wurde aus  $p_0 = nkT$  berechnet (mit  $n =$  Teilchendichte,  $kT = 0,2$  eV).

Absoluthöhe der experimentellen Werte ist um etwa 30% zu niedrig, was bei der groben Näherung, die das Schneepflugmodell darstellt.

Als Anfangswerte wurden

$$J = \sqrt{(B_{i0}/4\pi)^2 + P_0} / 2\pi \quad \dot{j} = \frac{U_0}{L}$$

$$r = r_0 \quad \dot{r} = 0$$

vorgegeben.  $B_{i0}$  wurde variiert.

Die typischen Ergebnisse wurden in Abb. 8 zusammengefasst.

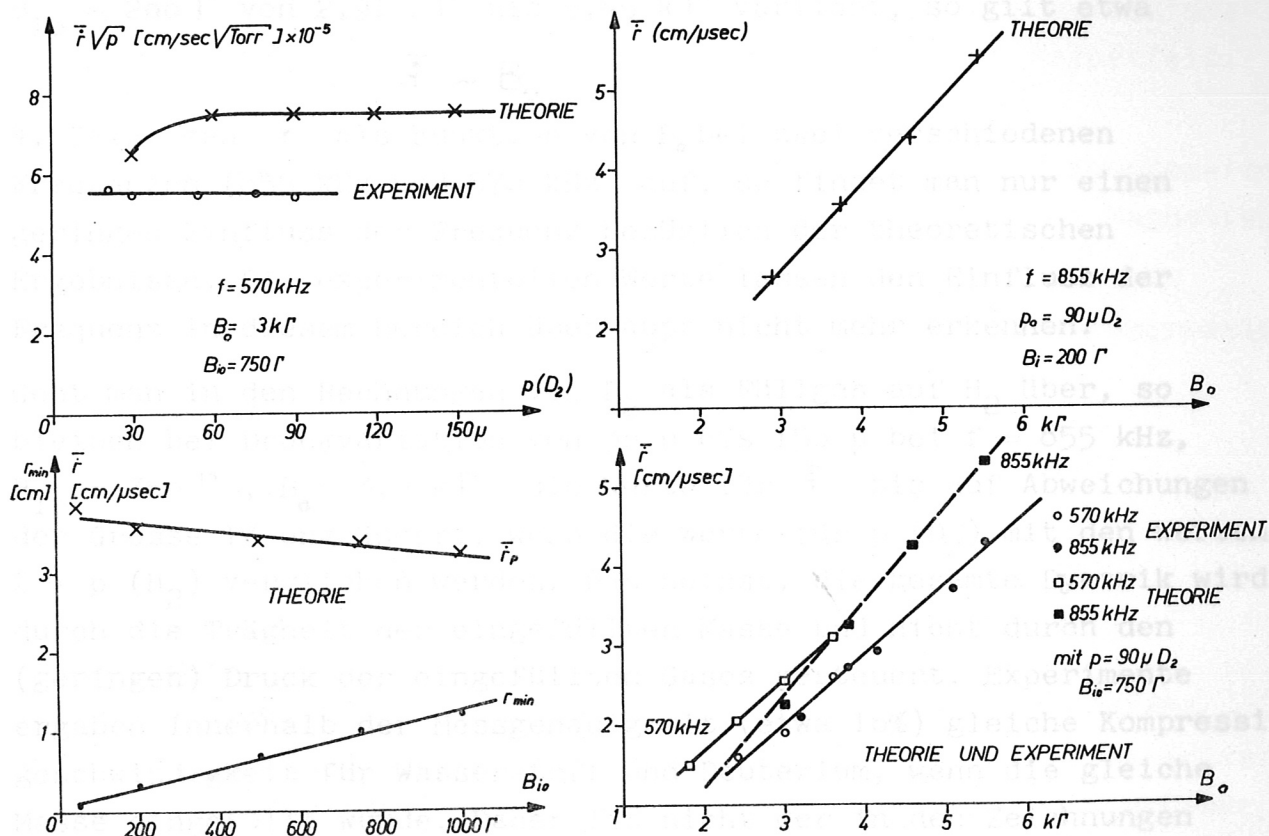


Abb. 8

1. Die Variation des Fülldrucks von  $30 \mu$  bis  $150 \mu D_2$  bei  $f = 570 \text{ kHz}$  bei  $B_{i0} = 750 \Gamma$  ergibt, dass die Grösse  $\bar{r} \cdot \sqrt{p}$  ziemlich unabhängig von  $p$  ist. Die Messungen decken sich gut mit dieser Voraussage. Die Absoluthöhe der experimentellen Werte ist um etwa 30% zu niedrig, was bei der groben Näherung, die das Schneeflugmodell darstellt,

nicht überraschend ist. ( $\bar{v}$  ist ein gemittelter Wert der Kompressionsgeschwindigkeit aus  $\bar{v} = \frac{r_0 - r_{\min}}{\tau_c}$ , dabei ist  $\tau_c$  die Kompressionszeit und  $r_{\min}$  der Kompressionsradius).

2. Die Änderung des Innenfelds  $B_{i0}$  von 50 bis 1000  $\Gamma$  hat bei  $p_0 = 90 \mu D_2$ ,  $f = 855$  kHz,  $B_0 = 3,9$  k $\Gamma$  nur geringen Einfluss auf die Kompressionsgeschwindigkeit, sie bewirkt nur eine starke Änderung des minimalen Kompressionsradius. Es wurden keine Experimente zu diesem Effekt vorgenommen.

3. Wird das äussere Magnetfeld  $B_0$  bei  $p = 90 \mu D_2$ ,  $f = 855$  kHz,  $B_{i0} = 200 \Gamma$  von 2,91 k $\Gamma$  bis 5,45 k $\Gamma$  variiert, so gilt etwa

$$\bar{v} \sim B_0$$

4. Trägt man  $\bar{v}$  als Funktion von  $B_0$  bei zwei verschiedenen Frequenzen (855 kHz und 570 kHz) auf, so findet man nur einen geringen Einfluss der Frequenz bezüglich der theoretischen Ergebnisse. Die experimentellen Werte lassen den Einfluss der Frequenz in diesem Bereich überhaupt nicht mehr erkennen.

Geht man in den Rechnungen von  $D_2$  als Füllgas auf  $H_2$  über, so bleiben bei Druckvariation von 30  $\mu$  bis 150  $\mu$  bei  $f = 855$  kHz,  $B_{i0} = 750 \Gamma$ ,  $B_0 = 3,9$  k $\Gamma$  die Werte für  $\bar{v}$  bis auf Abweichungen der Grösse 1% ungeändert, wenn die Werte für  $p$  ( $D_2$ ) mit den Werten  $2 \cdot p$  ( $H_2$ ) verglichen werden. Das heisst, die gesamte Dynamik wird durch die Trägheit der eingefüllten Masse und nicht durch den (geringen) Druck des eingefüllten Gases gesteuert. Experimente ergaben innerhalb der Messgenauigkeit (etwa 10%) gleiche Kompressionsgeschwindigkeit für Wasserstoff und Deuterium, wenn die gleiche Masse eingefüllt wurde. Daher ist nicht der in den Zeichnungen eingetragene Wert von  $p$ , sondern die Masse  $M$  die relevante Grösse.

Wir können den wesentlichen Zusammenhang in der folgenden Beziehung zusammenfassen:

$$\bar{v}^2 \sim \frac{B_0^2}{M}$$

Aus dem Schneepflugmodell erhält man für die üblichen Theta-Pinch-Experimente:

$$\bar{v}^2 \sim \frac{\dot{B}_0}{\sqrt{M}}$$

Mit  $\dot{B}_0$  ist der Wert von  $\dot{B}$  bei Beginn der Kompression gemeint.

Diese Beziehung tritt dann auf, wenn die Kompressionszeit kurz gegen die Halbwelle des Magnetfelds ist. Wir wollen diese beiden verschiedenen Beziehungen aus einer stark vereinfachten Bewegungsgleichung ableiten.  $M$  soll die Masse pro Längeneinheit sein.

$$M\ddot{r} \approx \frac{B^2}{8\pi} \cdot 2\pi r \quad \text{wobei } r \text{ ein mittlerer Plasmaradius sein soll.}$$

Wir wollen für den zeitlichen Verlauf von  $B$  zwei Möglichkeiten annehmen:

1.  $B = \text{const.}$  (Dies ist eine gute Näherung, wenn die Periode des Magnetfelds sehr klein gegenüber der Kompressionszeit ist. Es wirkt dann ein mittleres Magnetfeld. Die Grösse  $\alpha = \frac{B_0^2}{4\pi\omega^2}$  geht gegen Null).
2.  $B = B \cdot t$  (Diese Näherung kommt in Frage, wenn die Kompressionszeit sehr klein gegenüber der Periode des Magnetfelds ist).

Die Integration der Bewegungsgleichung liefert, wenn die Kompression bis zum Radius 0 in der Zeit  $\tau_c$  durchgeführt wird:

$$\frac{1}{\tau_c^2} \sim \dot{r}^2 \sim \frac{B^2}{M} \quad \text{für den Fall 1}$$

$$\frac{1}{\tau_c^2} \sim \dot{r}^2 \sim \frac{\dot{B}}{\sqrt{M}} \quad \text{für den Fall 2}$$

Diese Überlegung macht natürlich die genaueren Rechnungen nicht überflüssig, sondern soll nur anzeigen, warum bei unseren Experimenten der Einfluss der Masse auf die Kompressionsgeschwindigkeit grösser ist, als im Falle linearen Feldanstiegs während der Kompressionszeit, und warum für unsere Experimente das Magnetfeld und nicht die Grösse  $\dot{B}$  wesentlich ist.

Bei den durchgeführten Schneepflugrechnungen war das Verhältnis der halben Periode des Magnetfelds zur Kompressionszeit etwa 0,5 bis 1. Die  $\alpha$ -Werte liegen etwa zwischen 0,2 - 0,5. Obwohl also die Näherung  $\alpha \rightarrow 0$  nicht gut erfüllt ist, gelten noch die gleichen Gesetz-

mässigkeiten wie sie die einfache Abschätzung liefert.

4.2 Im folgenden soll untersucht werden, welche Arten von Schwingungen auftreten, wenn eine unendlich lange Plasmasäule der Masse  $M$  pro Längeneinheit einem magnetischen Wechselfeld der Amplitude  $B_0$  und der Kreisfrequenz  $\omega$  ausgesetzt ist. Die Grenzschicht Plasma gegen äusseres Magnetfeld sei unendlich leitfähig, so dass keine Diffusion des Magnetfelds ins Plasma stattfinden kann. Im Inneren des Plasmas sei ein Magnetfeld  $B_1$  eingeschlossen. Wir können das Plasma dann als "unendlich leitfähig" betrachten, wenn die Diffusionszeit für das innere Magnetfeld sehr gross gegenüber der Periode des äusseren Feldes ist. Für ein Plasma von einigen eV Elektronentemperatur und einigen cm Durchmesser liegt, wie erwähnt, die charakteristische Diffusionszeit nur bei wenigen  $\mu\text{sec}$ .

Der Plasmadruck sei Null. Äquivalent dazu ist die Annahme, im Plasma sei kein Magnetfeld eingeschlossen, aber das Plasma habe einen Druck und folge einer Zustandsgleichung

$$p \cdot V^\gamma = \text{const.}$$

mit  $p$  : Plasmadruck,  $V$  : Plasmavolumen, mit der Voraussetzung, dass  $\gamma = 2$  ist. Für die weitere Behandlung wird vom Plasmadruck abgesehen. Die Bewegungsgleichung für eine zylindrische Plasmasäule vom Radius  $r$  unter der Einwirkung der magnetischen Aussenkraft  $(B_0^2 \sin^2 \omega t / 8\pi) \cdot 2\pi r$  und der Innenkraft  $(B_1^2 / 8\pi) 2\pi r$  lautet:

$$M \ddot{r} + \left( \frac{B_0^2 \sin^2 \omega t}{8\pi} - \frac{B_1^2}{8\pi} \right) \cdot 2\pi r = 0$$

mit der Nebenbedingung

$$B_1 r^2 \pi = \varphi = \text{const.} \quad (\text{Flusskonstanz})$$

Um das allgemeine Verhalten dieser Differentialgleichung bei Variation von  $M, \omega, B_0, \varphi$  zu erkennen, wird sie in dimensions-

lose Form gebracht mit:

$$\tau = \omega t \quad \alpha = B_0^2 / 4M\omega^2 \quad \beta^2 = \frac{\varphi^2}{4M\omega^2 \pi^2}$$

$$(1) \quad \frac{d^2 r}{d\tau^2} + \left( \alpha \sin^2 \tau - \frac{\beta^2}{r^4} \right) r = 0$$

Diese Gleichung lässt sich [25] transformieren mittels

$$z = r e^{i \int \beta / r^2 \cdot d\tau} \quad \text{in}$$

$$(2) \quad \frac{d^2 z}{d\tau^2} + \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{2} \cos 2\tau \right) z = 0$$

Die Rücktransformation geschieht über

$$r = |z|$$

(z wird aus 2 Grundlösungen zusammengesetzt).

Lauten die Anfangsbedingungen in r:

$$r(0) = r_0 \quad \dot{r}(0) = 0$$

so lauten sie in z:

$$\begin{aligned} z_1(0) &= r_0 & \dot{z}_1(0) &= 0 \\ z_2(0) &= 0 & \dot{z}_2(0) &= \beta / r_0 \end{aligned}$$

Gleichung (2) ist ein Spezialfall der Mathieschen Differentialgleichung [26], welche in allgemeiner Form lautet:  $\alpha$  sehr schnell zu extremen Werten  $\alpha$  hinwachsen würde, wurde Gleichung (2) für verschiedene Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  unter den

wobei  $\lambda$  und  $h^2$  die charakteristischen Parameter dieser Gleichung sind. Es kommen also Lösungen der Mathieschen Differentialgleichung in Frage, bei denen die Nebenbedingung  $\lambda = 2h^2 = \alpha/2$  erfüllt ist. Diese Gleichung besitzt zwei Typen von Lösungen in Abhängigkeit von dem Parameterpaar  $\lambda, h^2$ : (einem eingefangenen Fluss erlauben starke Kompression), nicht aber für das Stabilitätsverhalten.

1. stabile:  $z$  bleibt beschränkt von  $-\infty < \tau < \infty$

2. instabile

Es lassen sich also Wertebereiche von  $\alpha = \frac{B_0^2}{4\pi\omega}$ , angeben, für welche die Grösse  $z$  beschränkt bleibt. Damit bleibt wegen  $r = z$  auch  $r$  beschränkt. Möglicherweise sind diese Bereiche für das Zusammenhalten einer Plasmasäule geeignet.

Bemerkenswert ist, dass die Grösse  $q$ , der eingefangene Fluss, für das Stabilitätsverhalten der Plasmasäule keine Rolle spielt. Es wird nach der Theorie der Mathieuschen Differentialgleichung stabiles Verhalten erwartet werden für die Bereiche

$$\begin{array}{l} 0 < \alpha < 1,3 \text{ Bereich 1} \\ 3,6 < \alpha < 8,5 \text{ Bereich 3} \\ 12,3 < \alpha < 17,7 \text{ Bereich 5} \end{array}$$

Instabiles Verhalten kommt in den Zwischengebieten (2,4, ..... ) vor. Weitere stabile und instabile Bereiche folgen bei höheren  $\alpha$ -Werten.  $\alpha$  ist ein Mass für die Zahl der Plasmakompressionen innerhalb einer Periode des Magnetfelds.

- Bereich 1 : 0 - 1,5 Kompressionen für 1 Periode des Magnetfelds
- Bereich 2 : (instabil) 1,5 - 2 Kompressionen
- Bereich 3 : 2 - 3,5 Kompressionen
- Bereich 4 : (instabil) 3,5 - 4 Kompressionen
- Bereich 5 : 4 - 5,5 Kompressionen

Oszilliert das Magnetfeld rasch gegen die Schwingungen des Plasmas, so ist auf jeden Fall Stabilität vorhanden (Bereich 1). Da nicht ganz klar war, ob es in den instabilen Bereichen von  $\alpha$  sehr schnell zu extremen Amplituden der Plasmabewegung kommen würde, wurde Gleichung (1) für verschiedene Werte von  $\alpha$  und  $\beta$  unter den Anfangsbedingungen  $r = 1, \dot{r} = 0$  numerisch integriert. Abb. 9 zeigt das Verhalten des Plasmaradius für konstantes  $\alpha$  und zwei verschiedene  $\beta$ -Werte. Sie bestätigt die Tatsache, dass die Wahl von  $\beta$  zwar für die erreichten Minimalradien eine Rolle spielt (kleine  $\beta$ -Werte entsprechend kleinem eingefangenen Fluss erlauben starke Kompression), nicht aber für das Stabilitätsverhalten.

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + (\alpha \sin^2 \tau - \beta/r^3)r = 0$$

für verschiedene  $\alpha$ -Werte

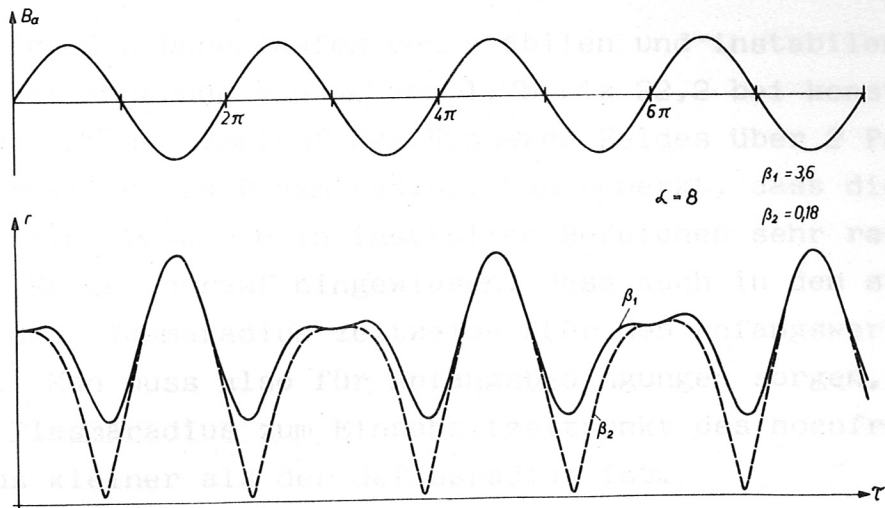


Abb. 9 Lösungen der Gleichung

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + (\alpha \sin^2 \tau - \beta/r^4) r = 0$$

für verschiedene  $\beta$ -Werte

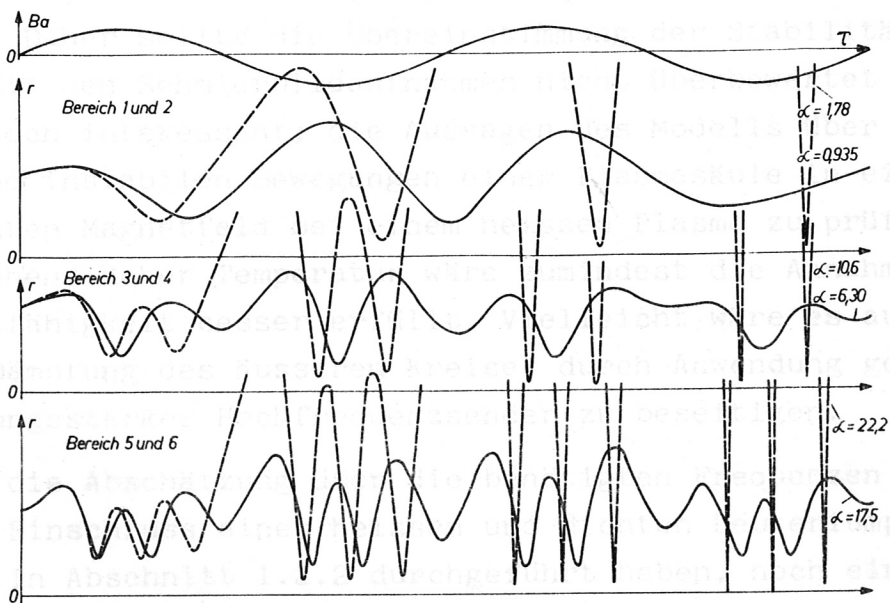


Abb. 10 Lösungen der Gleichung

$$\frac{d^2 r}{d\tau^2} + (\alpha \sin^2 \tau - \beta/r^4) r = 0$$

für verschiedene  $\alpha$ -Werte



Abb. 10 zeigt das Durchlaufen von stabilen und instabilen Bereichen bei Änderung von  $\alpha$  von 1,78 bis 22,2 bei konstantem  $\beta$ . Aufgetragen ist der Verlauf des äusseren Feldes über 2 Perioden und das Verhalten des Plasmaradius. Man bemerkt, dass die Plasmaradien für die  $\alpha$ -Werte in instabilen Bereichen sehr rasch anwachsen. Es sei darauf hingewiesen, dass auch in den stabilen Bereichen der Plasmaradius zeitweise über den Anfangswert hinausgeht. Man muss also für Anfangsbedingungen sorgen, bei denen der Plasmaradius zum Einschaltzeitpunkt des hochfrequenten Magnetfelds kleiner als der Gefässradius ist.

Diese Lösungen sollen nun verglichen werden mit den unter 3.3 beschriebenen Plasmaschwingungen. Für Abb. 3 findet man aus  $M$ ,  $\omega$ ,  $B_0$  den Wert  $\alpha = 2,37$  für  $p = 3$  Torr  $H_2$  (instabile Region), und den Wert  $\alpha = 14,2$  für  $p = 0,5$  Torr  $H_2$  (stabile Region).

In unserem Modell werden sehr starke Idealisierungen gemacht: Wir nehmen unendliche Leitfähigkeit der Plasmaoberfläche an, führen keine Dämpfung der Plasmabewegungen durch Dissipation der kinetischen Energie ein und setzen voraus, dass das äussere Magnetfeld ungedämpft ist. Daher sollte die Übereinstimmung der Stabilitätsbetrachtung mit den Schmierbildaufnahmen nicht überbewertet werden. Es wäre jedoch interessant; die Aussagen des Modells über die stabilen und instabilen Bewegungen einer Plasmasäule in einem hochfrequenten Magnetfeld bei einem heissen Plasma zu prüfen. Bei hinreichend hoher Temperatur wäre zumindest die Annahme unendlicher Leitfähigkeit besser erfüllt. Vielleicht wäre es auch möglich, die Dämpfung des äusseren Kreises durch Anwendung gepulster sehr leistungsstarker Hochfrequenzsender zu beseitigen.

Wir wollen die Abschätzung über die benötigten Frequenzen und Magnetfelder zum Einschluss eines heissen und dichten Deuteriumplasmas, welche wir in Abschnitt 1.2.2 durchgeführt haben, noch einmal unter Berücksichtigung des Parameters  $\alpha$  wiederholen. Das Plasma soll wieder eine Teilchendichte  $n = 10^{16}$  und eine Temperatur von 1 keV haben. Die Magnetfeldamplitude  $B_0$  soll dementsprechend 28 kG sein.

Wir müssen jetzt die Masse pro Längeneinheit des Plasmas festlegen. Sie sei  $5 \cdot 10^{-8}$  g/cm; dies entspricht einem mittleren Plasmaradius von 1 cm. Aus der Beziehung  $\omega^2 = \frac{B_0^2}{4 M \alpha}$  berechnen wir die Frequenz  $f$  des Magnetfelds für den maximal möglichen  $\alpha$ -Wert ( $\alpha = 1,3$ ) im ersten stabilen Bereich:  $f \approx 9$  MHz. Zwischen 9 und 5 MHz werden die Plasmabewegungen instabil sein ("zweiter Bereich"). Der nächste stabile Bereich liegt zwischen etwa 5 und 3 MHz. Durch die Ausnutzung der Stabilitätsbereiche bei höheren  $\alpha$ -Werten könnte es also möglich sein, die technologische Schwierigkeit der Erzeugung hochfrequenter Magnetfelder bei hohen Amplituden zu verringern.

#### 4.3 Magnetohydrodynamisches Dreiflüssigkeitsmodell

Die beste verfügbare Annäherung an das wirkliche Plasmaverhalten dürfte für unsere Verhältnisse das von Düchs [16] angegebene Dreiflüssigkeitsmodell sein. Die drei Flüssigkeiten bestehen aus Wasserstoff-bzw. Deuteriumionen, Elektronen und neutralem Wasserstoff bzw. Deuterium. Es werden die Kontinuitätsgleichungen, Bewegungsgleichungen, Temperaturgleichungen für die drei Flüssigkeiten und die Maxwell-Gleichungen benutzt und numerisch integriert. Die gesuchten Größen, wie Dichten, Temperaturen, Magnetfelder usw. sollen nur vom Radius und der Zeit abhängig sein. Gewisse Schwierigkeiten ergeben sich dadurch, dass die Anfangsbedingungen (z.B. die Verteilung von Dichten, Temperaturen usw.) unbekannt sind. Die ersten Rechnungen wurden für eine homogene Anfangsionisierung von 1% durchgeführt. Die Frequenz des Magnetfelds war 855 kHz, die Magnetfeldamplitude betrug  $3,9 \text{ k}\Gamma$ . Der Fülldruck war  $30 \mu$  bzw.  $90 \mu \text{ D}_2$ .

Abb. 11 a und b gibt die radiale und zeitliche Verteilung der Elektronendichte für die beiden Fälle wieder. Tatsächlich erweist sich, dass für  $p = 30 \mu$  - analog zum Experiment - eine Dichteanhäufung in den Feldnulldurchgängen am Gefässrand auftritt, während bei  $90 \mu$  ein Einschluss zustandekommt. Bei einem Fülldruck von  $240 \mu \text{ D}_2$  (Abb. 11 c) entwickelt sich eine Hohlstruktur des Plasmas,

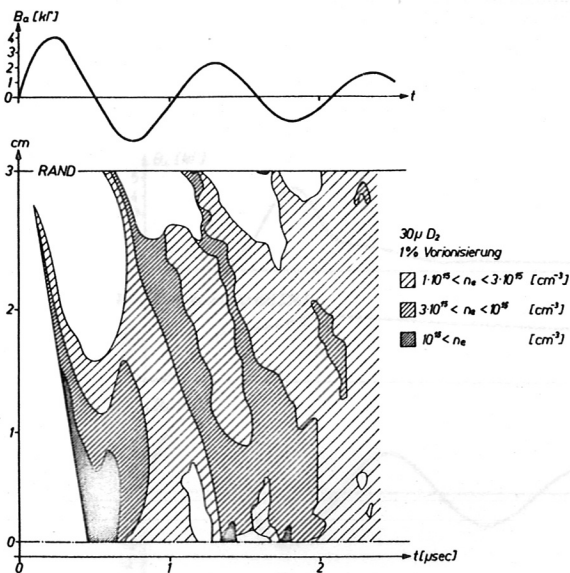


Abb. 11 Elektronendichteverteilungen  $n_e$  und äusseres Magnetfeld  $B_a$  nach dem Dreiflüssigkeitsmodell für  $B_0 = 3,9 \text{ kG}$ ,  $f = 855 \text{ kHz}$ . Anfangstemperaturen homogen für Elektronen, Ionen und Neutralgas:  $0,1 \text{ eV}$ .

Abb. 11 a  
 Fülldruck  $30 \mu D_2$   
 Anfangsionisierung 1%

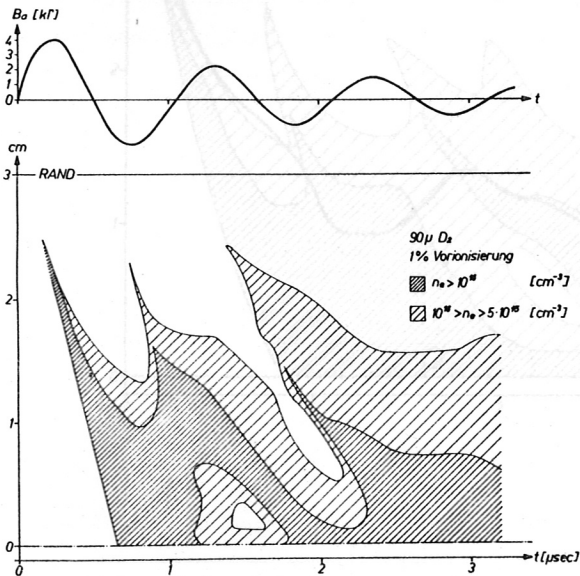


Abb. 11 b  
 Fülldruck  $90 \mu D_2$   
 Anfangsionisierung 1%

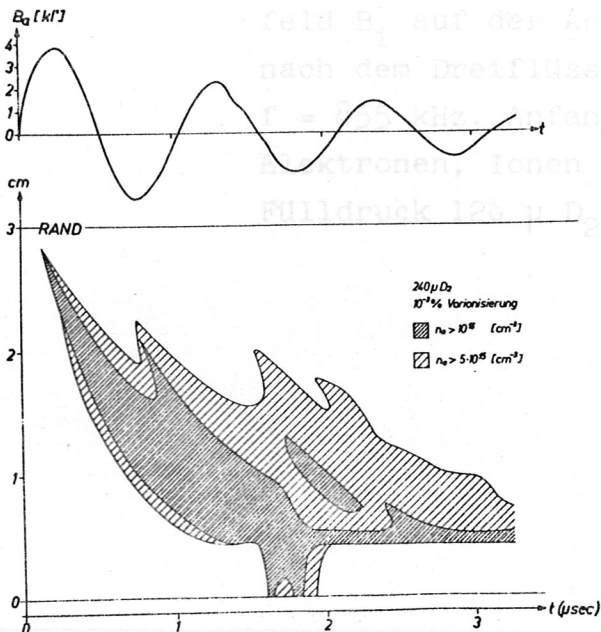


Abb. 11 c  
 Fülldruck  $240 \mu D_2$   
 Anfangsionisierung  $10^{-3}\%$

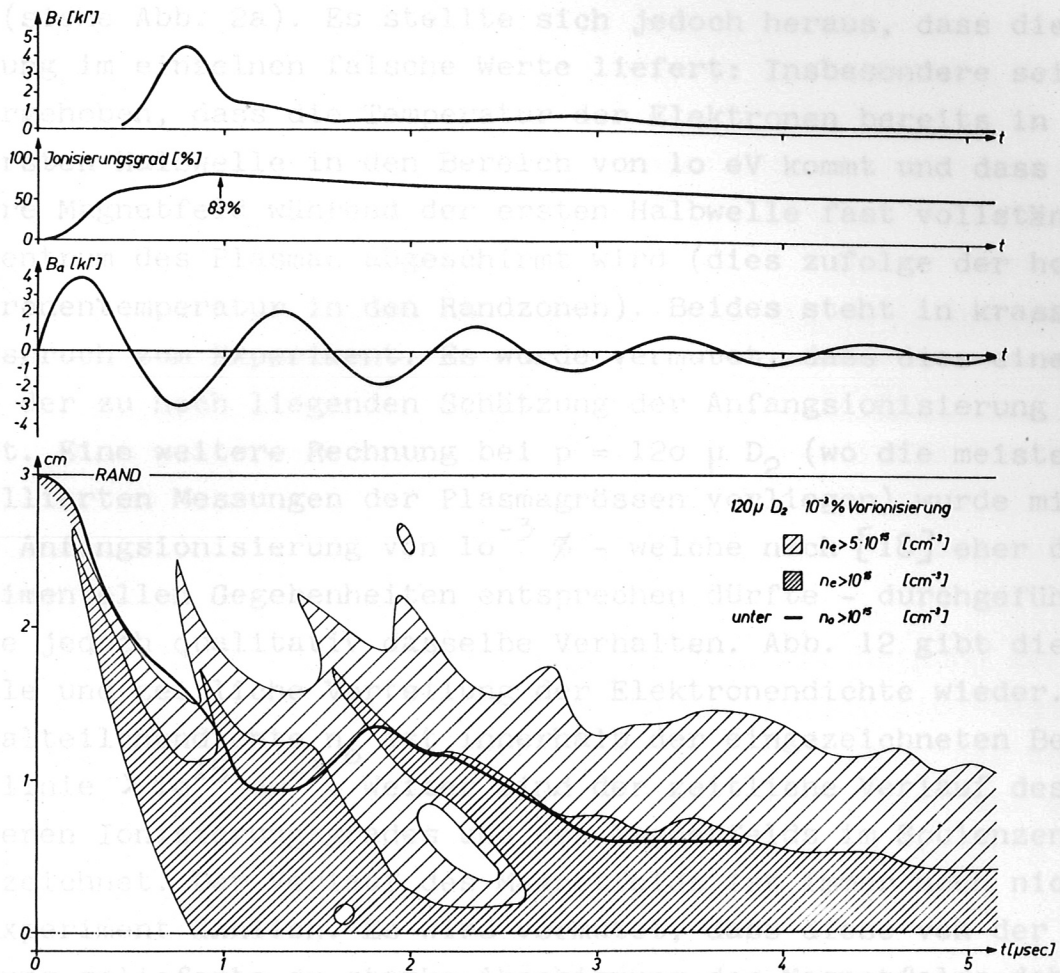


Abb. 12 Elektronendichteverteilung  $n_e$ , Neutralgasverteilung  $n_0$ , mittlerer Ionisierungsgrad, Magnetfeld  $B_1$  auf der Achse und äusseres Magnetfeld  $B_a$  nach dem Dreiflüssigkeitsmodell für  $B_0 = 3,9 \text{ kG}$ ,  $f = 855 \text{ kHz}$ . Anfangstemperaturen homogen für Elektronen, Ionen und Neutralgas:  $0,1 \text{ eV}$ , Fülldruck  $120 \mu \text{ D}_2$ , Anfangsionisierung  $10^{-3}\%$ .

$$\frac{m_0}{e^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{j_r}{n} \right) + v_r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{j_r}{n} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{j_r}{n} \right) v_r \right\}$$

wobei

wie sie ebenfalls im Experiment bei diesen Bedingungen beobachtet wird (siehe Abb. 2a). Es stellte sich jedoch heraus, dass die Rechnung im einzelnen falsche Werte liefert: Insbesondere sei hervorgehoben, dass die Temperatur der Elektronen bereits in der ersten Halbwelle in den Bereich von 10 eV kommt und dass das äussere Magnetfeld während der ersten Halbwelle fast vollständig vom Zentrum des Plasmas abgeschirmt wird (dies zufolge der hohen Elektronentemperatur in den Randzonen). Beides steht in krassem Widerspruch zum Experiment. Es wurde vermutet, dass dies eine Folge der zu hoch liegenden Schätzung der Anfangsionisierung von 1% ist. Eine weitere Rechnung bei  $p = 120 \mu D_2$  (wo die meisten detaillierten Messungen der Plasmagrössen vorliegen) wurde mit einer Anfangsionisierung von  $10^{-3} \%$  - welche nach [18] eher den experimentellen Gegebenheiten entsprechen dürfte - durchgeführt, zeigte jedoch qualitativ dasselbe Verhalten. Abb. 12 gibt die radiale und zeitliche Verteilung der Elektronendichte wieder. Die Neutralteilchendichte  $n_0$  ist innerhalb der eingezeichneten Begrenzungslinie  $> 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ . Weiter sind der zeitliche Verlauf des mittleren Ionisierungsgrades und des Magnetfelds im Spulenzentrum eingezeichnet. Der Verlauf des Magnetfelds ist immer noch nicht dem Experiment ähnlich. Es wird vermutet, dass diese von der Rechnung gelieferte zu starke Abschirmung des Magnetfelds daher kommt, dass das Ohmsche Gesetz in der angewandten Form hier nicht gültig ist. Düchs verwendet in seinem Gleichungssystem

$$E_\varphi = \frac{v_r B_z}{c} + \eta j_\varphi$$

mit  $E_\varphi$  elektrische Feldstärke im Plasma

$v_r$  radiale Geschwindigkeit des Plasmas

$\eta$  Leitfähigkeit

$j_\varphi$  Stromdichte im Plasma.

Dabei ist ein Term auf der rechten Seite der Gleichung weggelassen:

$$\frac{m_e}{e^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{j_\varphi}{n} \right) + v_r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{j_\varphi}{n} \right) + \frac{1}{r} \left( \frac{j_\varphi}{n} \right) v_r \right\}$$

wobei

- $n$  Dichte der Elektronen
- $m_e$  Masse der Elektronen
- $e$  Elementarladung
- $r$  Radius
- $v_r$  Radialgeschwindigkeit der Elektronen
- $j_\varphi$  Stromdichte,

Dieser Term ist die Stromträchtigkeit bzw. stellt die Auswirkung der endlichen Elektronenmasse dar. Es zeigt sich jedoch, dass die Glieder dieses Terms bei den vorliegenden Verhältnissen durchaus in die Grössenordnung der mitgenommenen Terme kommen, so dass die Stromdichte bzw. das  $B_z$ -Feld falsch berechnet wird. Versuche von Düchs, den obigen Term in das Gleichungssystem einzufügen, stiessen bislang auf numerische Schwierigkeiten.

Es ist jedoch keineswegs sicher, dass die Berücksichtigung der Elektronenmasse allein genügen würde, um das rasche Eindringen des Magnetfelds ins Plasma in den Anfangsstadien der Entladung zu erklären. Es ist möglich, dass gewisse Effekte, die sich aus einer mikroskopischen Plasmatheorie ergeben, für die Stromdämpfung bzw. eine anomale Widerstandserhöhung verantwortlich sind.

##### 5. Schlussfolgerungen aus dem Vergleich der Modelle mit den experimentellen Ergebnissen. Erweiterungsmöglichkeiten experimenteller und theoretischer Natur.

Aus dem Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit den Modellen folgern wir:

1. Mit Hilfe des Schneepflugmodells erhalten wir den richtigen qualitativen Zusammenhang zwischen Kompressionsgeschwindigkeit, Plasmamasse und Magnetfeldamplitude. Dadurch können wir das Experiment so auslegen, dass die Kompressionszeit nicht zu klein gegenüber der halben Periode des Magnetfelds wird. Auf diese Weise vermeiden wir Plasmabewegungen, die zu heftigen Wandberührungen führen.
2. Aus dem Modell einer schwingenden Plasmasäule im hochfrequenten Magnetfeld haben wir erschlossen, dass die Plasmabewegungen auf die

Periode des Felds abgestimmt sein müssen. Die meisten unserer Experimente fallen in den stabilen 1. Bereich. Wir konnten jedoch auch Plasmabewegungen beobachten, welche mit grosser Wahrscheinlichkeit in den instabilen 2. Bereich oder in einen höheren stabilen Bereich einzuordnen sind. Das Modell wird vermutlich besonders für hochleitfähige, d.h. heisse Plasmen nützlich sein.

3. Das Dreiflüssigkeitsmodell liefert uns den richtigen Verlauf der Dynamik für längere Zeiten. Die Anfangsvorgänge in der Entladung werden jedoch falsch wiedergegeben.

4. Die Experimente bei hohen elektrischen Ringfeldstärken fügen sich nicht in die aus dem Schneepflugmodell gewonnenen Gesetzmässigkeiten ein.

Es werden daher folgende Versuche zur Verbesserung des Verständnisses der Dynamik hochfrequenter Theta-Entladungen vorgeschlagen:

1. Es sollte die Dynamik eines hochleitfähigen Plasmas in einem hochfrequenten Magnetfeld experimentell untersucht werden. Dabei könnten die verschiedenen stabilen und instabilen Bereiche der Plasmabewegungen aufgefunden werden.

2. In das Dreiflüssigkeitsmodell sind Verbesserungen einzuführen. Der Einfluss der Stromträgheit auf die Anfangsphasen der Entladung muss genauer untersucht werden. Damit könnte es gelingen, den experimentell gefundenen Verlauf des inneren Magnetfelds richtig wiederzugeben. Wenn das nicht der Fall ist, muss geprüft werden, durch welche anderen Mechanismen das schnelle Eindringen des Magnetfelds in der ersten Halbwelle der Entladung erklärt werden kann.

3. Die in Abschnitt 3.5 beschriebenen Experimente bei hohen elektrischen Ringfeldstärken sind bei niedrigerer Ringfeldstärke zu wiederholen. Der Einfluss der hohen elektrischen Ringfeldstärke auf die Dynamik ist zu klären. Dazu scheinen Messungen der in den Anfangsstadien erzeugten Ionisierung des Gases zweckmässig.

17 M. Rosenbluth, LA 1850 (1954), Los Alamos

18 K. Wunderlich, Diplomarbeit, TU München (1960).

Literaturverzeichnis

- 1 C. Andelfinger et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN - 21/49
- 2 R. Bingham et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN - 21/87
- 3 W. Quinn et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN-21/92
- 4 H.A.B. Bodin et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN-21/34
- 5 A.C. Kolb et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN-21/98
- 6 H. Belitz et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN-21/231
- 7 G. Hofmann, Institut für Plasmaphysik, Garching bei München, IPP 1/43
- 8 U. Schumacher und R. Wilhelm, Physics Letters, zur Veröffentlichung eingereicht
- 9 G. Decker, D. Düchs, H. Herold, Vortrag: Frühjahrstagung der DPG, Fachausschuss Plasmaphysik (1965)
- 10 P.M. Asam, Institut für Plasmaphysik, Garching bei München, IPP 1/22
- 11 P. Bogen, E. Hintz, Berichte über die 5. Int. Konferenz über Ionisationserscheinungen in Gasen, München 1961, North Holland Publishing Company
- 12 E. Hintz, Institut für Plasmaphysik, KFA Jülich Jül-61-PP
- 13 W.H. Lupton et al., Berichte über die 5. Int. Konferenz über Ionisationserscheinungen in Gasen, München 1961, North Holland Publishing Company
- 14 H. Herold et al., Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, I.A.E.A., Wien 1966, CN-21/54
- 15 S.M. Osovets, J. Nucl. Energy, Part C (1964)
- 16 D. Düchs, Institut für Plasmaphysik, Garching bei München, IPP 1/14-6/10
- 17 M. Rosenbluth, LA 1850 (1954), Los Alamos
- 18 R. Wunderlich, Diplomarbeit, TH München (1960)



- 19 H. Herold, R. Pohl, Institut für Plasmaphysik, Garching  
b. München, IPP 1/31
- 20 H. Griem, Plasma Spectroscopy, McGraw-Hill Book Company (1964)
- 21 H. Glaser, Institut für Plasmaphysik, Garching b. München IPP 1/38
- 22 R. Gorenflo, Institut für Plasmaphysik, Garching b. München  
IPP 6/19
- 23 A. Eberhagen, W. Lünow, Institut für Plasmaphysik, Garching  
b. München IPP 1/22 - 6/20
- 24 L. Spitzer, Physics of Fully Ionized Gases, Interscience  
Publishers, New York (1956)
- 25 R. Chodura, persönliche Mitteilung
- 26 J. Meixner, F.W. Schäfke, Mathieusche Funktionen und Sphäroid-  
funktionen, Springer Verlag, Berlin (1954)

Ich möchte nicht versäumen, an dieser Stelle Herrn Professor Dr. E. Fünfer für die Übertragung dieser Untersuchungen zu danken.

Den Herren Dr. H. Herold, Dr. R. Chodura, Dr. G. Lehner und D. Düchs bin ich für zahlreiche experimentelle und theoretische Hinweise besonders verpflichtet. Herrn Dr. H. Herold und Herrn D. Düchs gebührt ausserdem mein Dank einerseits für die Überlassung der Theta-Pinch Anlage andererseits für das zur Verfügung gestellte Rechenprogramm für das Dreiflüssigkeitsmodell.

Allen nichtgenannten Kollegen, welche mir durch klärende Diskussionen das Verständnis erleichtert haben, sei an dieser Stelle gedankt.