

Berechnungen zum Thetapinch-Experiment  
mit überlagertem Hexapol  
(Calculation of Forces and Inductances  
for the Hexapole Experiment)

H. Finkelmeyer, W. Lotz

IPP 1/45

Februar 1966

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**



# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Berechnungen zum Thetapinch-Experiment  
mit überlagertem Hexapol  
(Calculation of Forces and Inductances  
for the Hexapole Experiment)

H. Finkelmeier, W. Lotz

IPP 1/45

Februar 1966

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

IPP 1/45

H. Finkelmeier, W. Lotz

Berechnungen zum Thetapinch-  
Experiment mit überlagertem  
Hexapol.

(Calculation of Forces and  
Inductances for the Hexapole  
Experiment)

February 1966 (in German)

Abstract

For the experiment "Spinne" - toroidal theta-pinch with superimposed hexapole  $\langle^{-1}\rangle$  - current forces and inductances are being calculated. The calculations are easily applicable to other experiments with different parameters.

The capacitor banks for the theta-pinch main discharge and for the hexapole have each an energy of approx. 50 kJ. In each "wire" of the hexapole there flows a current of approx. 100 kA, the magnetic field on the surface of the "wire" is about 50 kG and the force radially inward is about 100 kp/cm (at current maximum).

## Zusammenfassung

Für das Experiment "Spinne" - toroidaler Theta-Pinch mit überlagertem Hexapol [1] - werden die Stromkräfte und die Induktivitäten berechnet. Die Rechnungen sind jedoch so allgemein gehalten, dass sie leicht auf andere Experimente übertragen werden können.

Die Batterien für die Theta-Pinch-Hauptentladung und für die Speisung der "Joffedrähte" haben einen Energieinhalt von je rund 50 kJ. Pro "Joffedraht" fließt ein Strom von rund 100 kA, auf ihn wirkt damit eine Kraft von rund 100 kp/cm ein, während das Magnetfeld auf der Oberfläche des "Drahtes" rund 50 kG beträgt (im Strommaximum).

### 1. Stromkräfte

Die Stromkräfte werden berechnet als Kräfte zwischen Strömen in dünnen Drähten. Für die Rechnung wurde angenommen, dass der Hexapol und die Kompressionsspule gerade und sehr lang sind. Im Teil 1.1 werden die Kräfte an einem Hexapol berechnet, im Teil 1.2 dieselben an einem Hexapol, der von einer Kompressionsspule umgeben ist. Nach einer Untersuchung des Experiments von Little und Quinn [2] hinsichtlich der mechanischen Beanspruchung des Hexapols folgt die numerische Auswertung der im Teil 1.1 und 1.2 gefundenen Lösungen, wobei auf Masse des Experiments "Spinne" zurückgegriffen wird.

#### 1.1 Hexapol ohne Kompressionsspule

Die Kraft zwischen zwei sehr langen, parallelen stromdurchflossenen Leitern ist

$$P = \frac{\mu_0}{2\pi d} I_1 \cdot I_2,$$

$$P = 2,04 \cdot 10^{-8} \frac{1}{d} I_1 \cdot I_2 \quad [\text{kp/cm}],$$

Bei dem in Abb. 1 dargestellten Hexapol ist  $-I_1 = I_2 = -I_3 = I_4 = -I_5 = I_6$ ,  
(d in cm, I in A)

$$P = 2,04 \cdot 10^{-8} \frac{I^2}{d} \quad [\text{kp/cm}]$$

Der für die Kräfte  $P_1$  bis  $P_5$  einzusetzende Wert für d wird (siehe Abb. 1)

$$d_1 = b = d_5,$$

$$d_2 = \sqrt{3} \cdot b = d_4,$$

$$d_3 = 2b.$$



Die Beträge der Kräfte werden, wenn  $k = 2,04 \times 10^{-8} \cdot I^2$  [kp] :

$$P_1 = k \frac{1}{b} = P_5,$$

$$P_2 = k \frac{1}{b} 0,577 = P_4,$$

$$P_3 = k \frac{1}{b} 0,5.$$

Die graphische Lösung ergibt für die Normalkomponente

$$P_{no} = P_3 = k \frac{1}{b} 0,5,$$

$$P_{no} = 204 \cdot 10^{-8} \frac{I^2}{2b} \quad [\text{kp/cm}], \quad (1)$$

(b in cm; I in A),

und für die Tangentialkomponente  $P_{to} = 0$ . Für die von rechts wirksame Tangentialkraft  $P_{tl}$ , welche sich mit  $P_{t2}$  zu 0 ergänzt, ergibt sich

$$P_{tl} = k \frac{1}{b} 0,577,$$

$$P_{tl} = 204 \cdot 10^{-8} \frac{I^2}{\sqrt{3} b} \quad [\text{kp/cm}], \quad (2)$$

(b in cm; I in A).

## 1.2 Hexapol mit Kompressionsspule

### 1.2.1 Kräfte zwischen einem Joffestrom und allen Spiegelströmen

Die Kräfte zwischen Hexapol und Kompressionsspule werden berechnet als Kräfte zwischen den Joffeströmen im Hexapol und den Spiegelströmen in der Kompressionsspule (siehe hierzu Abb. 2 und 3).

Die Normalkomponente der Summe der Kräfte  $P'_1$  bis  $P'_6$  ist

$$P'_{no} = -P'_1 \cos \gamma_1 + P'_2 \cos \gamma_2 - P'_3 + P'_4 \cos \gamma_2 - P'_5 \cos \gamma_1 - P'_6,$$

(Zählrichtung nach aussen positiv),

$$P'_1 = P'_5,$$

$$P'_2 = P'_4.$$

$$P'_{no} = -2P'_1 \cos \gamma_1 + 2P'_2 \cos \gamma_2 - P'_3 - P'_6. \quad (3)$$

Die Tangentialkomponente ist  $P'_{t0} = 0$ . Für die von rechts wirkende Tangentialkraft  $P'_{t1}$ , welche sich mit  $P'_{t2}$  zu Null ergänzt (Abb. 4) erhält man

$$P'_{t1} = P'_4 \sin \gamma_2 - P'_5 \sin \gamma_1 \quad (4)$$

Mit  $P'_1 = k \frac{1}{e_1}$ ,  $P'_2 = k \frac{1}{e_2}$  und  $k = 2,04 \cdot 10^{-8} \cdot I^2$  wird

$$P'_{n0} = k \left( \frac{-2}{e_1} \cos \gamma_1 + \frac{2}{e_2} \cos \gamma_2 - \frac{1}{e_3} - \frac{1}{d} \right) \quad (5)$$

### 1.2.2. Kräfte zwischen einem Joffestrom, allen anderen Joffeströmen und allen Spiegelströmen

Die Gesamtheit aller auf einen Joffestrom wirkenden Kräfte liefert die Addition der Normal- und Tangentialkomponenten aus Abschnitt 1.1 und Abschnitt 1.2.1:

$$P_n = P_{n0} + P'_{n0}$$

$$P_n = k \left( \frac{1}{2b} - \frac{2}{e_1} \cos \gamma_1 + \frac{2}{e_2} \cos \gamma_2 - \frac{1}{e_3} - \frac{1}{d} \right) \quad (6)$$

und

$$P_t = P_{t0} + P'_{t0} = 0.$$

Für die von rechts wirkende Tangentialkraft ergibt sich

$$P_{tr} = P_{t1} + P'_{t1}$$

$$P_{tr} = k \left( \frac{1}{\sqrt{3} b} + \frac{1}{e_2} \sin \gamma_2 - \frac{1}{e_1} \sin \gamma_1 \right) \quad (7)$$

### 1.3 Gleichgewichtslage

Aus den Abbildungen 1 und 3 und der Gl. (6) für  $P_n$  ist ersichtlich, dass es eine Gleichgewichtslage gibt, bei der  $P_n$  zu 0 wird.

$$\frac{1}{2b} - \frac{2}{e_1} \cos \gamma + \frac{2}{e_2} \cos \gamma - \frac{1}{e_3} - \frac{1}{d} = 0 = P_n \quad (8)$$

Mit Hilfe des Cosinus-Satzes in den Dreiecken (M, 6, 2') und (M, 5', 6) in Abb. 3 und der Bedingung für die Spiegelung der Ströme  $d = \frac{R^2}{b} - b$  erhält man

$$e_1 = \sqrt{\frac{R^4}{b^2} - R^2 + b^2} \quad (9a)$$

$$e_2 = \sqrt{\frac{R^4}{b^2} + R^2 + b^2} \quad (9b)$$



$$\cos \gamma_1 = \frac{b - \frac{R^2}{2b}}{\sqrt{\frac{R^4}{b^2} - R^2 + b^2}}, \quad (9c)$$

$$\cos \gamma_2 = \frac{b + \frac{R^2}{2b}}{\sqrt{\frac{R^4}{b^2} + R^2 + b^2}}, \quad (9d)$$

$$e_3 = \frac{R^2}{b} + b, \quad (9e)$$

$$d = \frac{R^2}{b} - b, \quad b = 0,66 R. \quad (9f)$$

Die auf die Joffeleiter wirkenden Normalkräfte befinden sich im Gleichgewicht, wenn man  $b = 0,66 R$  wählt. (Die Tangentialkräfte ergänzen sich unabhängig von der Grösse  $b$  immer zu Null.)

#### 1.4 Beispiel Little-Quinn-Experiment [2]

Die hier benötigten Daten des Experiments sind (siehe auch Abb. 5):

$$\begin{aligned} R &= 4,1 \text{ cm}, & C &= 20 \text{ } \mu\text{F}, \\ b &= 3,28 \text{ cm}, & L &\approx 0,147 \text{ } \mu\text{H}, \\ \square &= 0,15 \cdot 0,6 \text{ cm}^2, & U &= 50 \text{ kV}. \end{aligned}$$

Nach 1.3 Gl.(9a ... f)

$$\begin{aligned} e_1 &= 4,51 \text{ cm}, & \cos \gamma_1 &= 0,160, & \sin \gamma_1 &= 0,987 \\ e_2 &= 7,35 \text{ cm}, & \cos \gamma_2 &= 0,795, & \sin \gamma_2 &= 0,608 \\ e_3 &= 8,41 \text{ cm}, \\ d &= 1,85 \text{ cm}. \end{aligned}$$

Der Scheitelstrom  $I$  in einem Leiter ist

$$I = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot U,$$

$$I = 194 \cdot 10^5 \text{ A}.$$

Die Kraft  $P_n$  wird nach 1.2.2 Gl.(6)

$$\begin{aligned} P_n &= (284 - 562) \text{ kp/cm}, \\ P_n &= -278 \text{ kp/cm}. \end{aligned}$$

Die Kraft wirkt von aussen nach innen (siehe Abb. 6). Der Druck auf die tangentielle Leiteroberfläche wird

$$p_n \approx \frac{278}{0,6} = 465 \text{ kp/cm}^2$$

Die mittlere vom Strom im betreffenden Leiter erzeugte magnetische Induktion auf der Leiteroberfläche ist

$$\bar{B} \approx \frac{\mu_0 I}{u}$$

u ist der Umfang des Leiterquerschnitts,

$$\begin{aligned} \square \quad \begin{matrix} 0,6 \\ 0,15 \end{matrix} \quad u &= 2 \cdot 0,6 + 2 \cdot 0,15 = 1,5 \text{ cm,} \\ \bar{B} &\approx 160 \text{ kG} = 16 \text{ Vs/m}^2. \end{aligned}$$

Der Druck des magnetischen Feldes auf die Leiteroberfläche wird

$$p_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

$$p_m = 1040 \text{ kp/cm}^2 \quad (\text{nur vom Strom im betreffenden Leiter}).$$

Die Kraft  $P_{tr}$  wird nach 1.2.2 Gl.(7)

$$P_{tr} = 30,6 \text{ kp/cm.}$$

Der Druck auf die normale Leiteroberfläche wird

$$p_{tr} \approx \frac{30,6}{0,15} = 204 \text{ kp/cm}^2.$$

Mechanische Belastung des Joffeleiters durch die Strom- bzw. magnetischen Kräfte:

Die gesamte nach innen wirkende Kraft ist  $P_{ni} = -562 \text{ kp/cm}$ . Ihr wirkt die Kraft  $P_{na1} = +284 \text{ kp/cm}$  entgegen.

Nimmt man an, dass die Joffedrähte in Richtung  $-P_n$  nicht bewegt werden können (auf ganzer Länge unterstützt), dann bringt der "Träger" die restlichen  $+278 \text{ kp/cm} = P_{na2}$  als Reaktionskraft auf (siehe Abb. 7). Von innen und aussen wirken demnach gleichgrosse Kräfte mit dem Betrag  $562 \text{ kp/cm}$ , welche bei Festigkeitsbetrachtungen einzusetzen sind.

Die Gesamtdrücke in Tangenten- und Normalrichtung sind dann

$$p_{n \text{ ges}} \approx \frac{P_{ni}}{0,6 \text{ cm}} + p_m$$



$$\underline{p_{n \text{ ges}} \approx 2000 \text{ kp/cm}^2 \hat{=} |p_{n \text{ ges}}| = 230 \text{ kG,}}$$

$$p_{tr \text{ ges}} = p_{tr} + p_m,$$

$$\underline{p_{tr \text{ ges}} \approx 1250 \text{ kp/cm}^2.}$$

Als Material für die Joffedrähte wurde von Little und Quinn Berylliumkupfer verwendet.

Nimmt man an, dass die Joffedrähte an den Enden fest eingespannt sind und sich in der Richtung  $\pm p_n$  bewegen können, dann bilden sie schwingungsfähige Systeme. Zur Ermittlung des einem Draht durch die Entladung erteilten Impulses sei angenommen, dass der Scheitelstrom  $10 \mu\text{s}$  lang fliesse.

Der Hexapol ist 45 cm lang. Die Kompressionsspule ist 18,7 cm lang. Innerhalb der Kompressionsspule erfährt der Joffedraht einen Impuls nach innen [nach 1.2.2  $p_n = -278 \text{ kp/cm}$ ]. Ausserhalb der Kompressionsspule erfährt der Joffedraht einen Impuls nach aussen [nach 1.1  $p_n = +117 \text{ kp/cm}$ ] (siehe Abb. 8). Vernachlässigt man die nach aussen gerichteten Impulse ausserhalb der Kompressionsspule, so ergibt sich bei der Berechnung der Biegeschwingung eine Wegamplitude, die grösser als die wirkliche ist:

Impuls:

$$J = K \cdot t = 278 \text{ kp/cm} \cdot 18,7 \text{ cm} \cdot 10^{-5} \text{ s},$$

$$J = 5,2 \cdot 10^{-2} \text{ kps},$$

$$J = 5,1 \cdot 10^4 \text{ dyn s}.$$

Masse eines Kupferstabes:

$$q = 0,15 \cdot 0,6 \text{ cm}^2,$$

$$l = 45 \text{ cm},$$

$$\rho = 8,9 \text{ g/cm}^3,$$

$$m = 36 \text{ g}.$$

Maximale Geschwindigkeit:

$$v_{\text{max}} = \frac{J}{m} = 14,2 \text{ m/s}.$$

Frequenz der Biegeschwingung:

nach Hütte ist

$$\omega_1 = \frac{k_1^2}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{\Theta}{q}} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$k_1$	=	4,73,	
$\Theta$	=	$20,1 \cdot 10^{-4}$	cm <sup>4</sup> ,
$q$	=	$9 \cdot 10^{-2}$	cm <sup>2</sup> ,
$E$	=	$1,3 \cdot 10^6$	kp/cm <sup>2</sup> ,
$\rho$	=	8,9	g/cm <sup>3</sup> ,
$l$	=	45	cm

$$\omega_1 = 1,97 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1},$$

$$f_1 = 314 \text{ kHz}.$$

Wegamplitude der Biegeschwingung:

$$a = \frac{v_{max}}{\omega_1} = 0,72 \text{ mm}.$$

Das ist die grösste Wegamplitude der Biegeschwingung in der Stabmitte.

1.5 Numerische Auswertung von 1.2

Zur numerischen Auswertung der Gleichungen für  $e_1, e_2, e_3, d, \cos \gamma_1, \cos \gamma_2$  empfiehlt es sich, diesen eine andere Form zu geben.

Mit

$$b = c \cdot R$$

lauten die Gleichungen ( 9a ..... f )

$$e_1 = R \sqrt{\frac{1}{c^2} - 1 + c^2},$$

$$e_1 = R e_1',$$

(10a)



$$e_2 = R \sqrt{\frac{1}{c^2} + 1 + c^2},$$

$$e_2 = R e'_2,$$

(10b)

$$\cos \gamma_1 = \frac{c - (1/2c)}{\sqrt{\frac{1}{c^2} - 1 + c^2}},$$

(10c)

$$\cos \gamma_2 = \frac{c + (1/2c)}{\sqrt{(1/c^2) + 1 + c^2}},$$

(10d)

$$e_3 = R \left( \frac{1}{c} + c \right) = R e'_3,$$

(10e)

$$d = R \left( \frac{1}{c} - c \right) = R d'.$$

(10f)

Die Gleichungen (6) für  $P_n$  und (7) für  $P_{tr}$  nehmen folgende Form an:

$$P_n = \frac{k}{R} \left( \frac{1}{2b'} - \frac{2}{e'_1} \cos \gamma_1 + \frac{2}{e'_2} \cos \gamma_2 - \frac{1}{e'_3} - \frac{1}{d'} \right), \quad (11)$$

$$P_n = \frac{k}{R} f_n,$$

$$P_{tr} = \frac{k}{R} \left( \frac{1}{\sqrt{3}b'} + \frac{1}{e'_2} \sin \gamma_2 - \frac{1}{e'_1} \sin \gamma_1 \right), \quad (12)$$

$$P_{tr} = \frac{k}{R} f_{tr}.$$

Die Werte  $\cos \gamma_1$ ,  $\sin \gamma_1$ ,  $\cos \gamma_2$ ,  $\sin \gamma_2$  sowie  $f_n$  und  $f_{tr}$  in den Gleichungen für  $P_n$  und  $P_{tr}$  sind von  $R$  unabhängig und brauchen für jedes  $c$  nur einmal bestimmt zu werden:

Tabelle 1

c	b'	d'	e <sub>1</sub> '	e <sub>2</sub> '	e <sub>3</sub> '	cos γ <sub>1</sub>	sin γ <sub>1</sub>	cos γ <sub>2</sub>	sin γ <sub>2</sub>
0,66	0,66	0,885	1,314	1,930	2,175	-0,0738	0,998	0,734	0,679
0,70	0,70	0,730	1,237	1,879	2,130	-0,0121	0,999	0,753	0,657
0,75	0,75	0,583	1,159	1,828	2,083	+0,0732	0,998	0,774	0,632
0,80	0,80	0,450	1,095	1,789	2,050	+0,158	0,988	0,796	0,606
0,85	0,85	0,327	1,052	1,762	2,027	+0,249	0,968	0,817	0,592
0,90	0,90	0,211	1,022	1,744	2,011	+0,338	0,941	0,835	0,551
0,95	0,95	0,102	1,006	1,736	2,002	+0,422	0,907	0,850	0,527

Zur Berechnung von  $P_n^0$ ,  $P_{ni}^0$ ,  $P_{tr}^0$  in Tabelle 2 werde angenommen:

$$I = 10^5 \text{A}, k = 2,04 \cdot 10^{-8} \cdot I^2 = 2,04 \cdot 10^2 \text{kp},$$

$$R_0 = 1 \text{ cm}.$$

Tabelle 2: Kräfte  $P_n^0$ ,  $P_{ni}^0$ ,  $P_{tr}^0$  in kp/cm

c	f <sub>n</sub>	f <sub>ni</sub>	f <sub>tr</sub>	$P_n = P_{ni} + P_{nal}$ $P_n^0 = \frac{k}{R_0} f_n$	$P_{ni}^0 = \frac{k}{R_0} f_{ni}$	$P_{tr}^0 = \frac{k}{R_0} f_{tr}$
0,66	0	-1,59	0,466	0	-324	95,1
0,70	-0,305	-1,84	0,369	-62	-375	75,3
0,75	-0,815	-2,33	0,256	-166	-475	52,2
0,80	-1,485	-2,99	0,157	-303	-610	32,0
0,85	-2,51	-4,03	0,096	-512	-822	19,6
0,90	-4,39	-5,92	0,036	-895	-1208	7,3
0,95	-9,63	-11,14	0,009	-1965	-2273	1,8

$-P_{ni}$  wirkt nach innen,  $P_{na}$  wirkt nach aussen.

Die Kräfte  $P_n$ ,  $P_{ni}$ ,  $P_{tr}$  für beliebige  $R$  (bei  $I = 10^5 A$ ) werden bestimmt aus Tabelle 2 mit

$$P_n = \frac{R_0}{R} P_n^0 ; \quad P_{tr} = \frac{R_0}{R} P_{tr}^0$$

Für  $R = 4,6$  cm (Spuleninnendurchmesser beim Experiment Spinne) ergeben sich folgende Werte:

Tabelle 3: Kräfte  $P_n$ ,  $P_{ni}$ ,  $P_{tr}$  in kp/cm

c	$P_n$	$P_{ni}$	$P_{tr}$
0,66	0	70	20,7
0,70	13,5	82	16,4
0,75	36	103	11,4
0,80	66	133	7,0
0,85	111	179	4,3
0,90	195	263	1,6
0,95	427	494	0,4

## 2. Induktivitäten

Die Induktivitäten werden berechnet für Drähte mit kreisförmigem Querschnitt in der Näherung für den linearen Thetapinch mit überlagertem Hexapole.

### 2.1 Hexapole ohne Kompressionsspule

Nach K. Uô [3] ist die Induktion  $B_\theta$  auf der Verbindungsgeraden zwischen Achse des Hexapoles und einem Joffedraht (Abb. 9)

$$B_\theta = \frac{3\mu_0 \cdot I}{\pi \cdot b} \cdot \frac{r^2/b^2}{1 - (r^6/b^6)}$$

für  $0 < r < b$ .

Daraus der Fluss  $\Phi$  pro cm Leiterlänge pro Draht

$$\Phi = \int_0^{v_1} B_\theta \, dr$$

Mit  $\Phi = L \cdot I$  wird die Induktivität pro cm pro Draht

$$L = \frac{3\mu_0}{\pi} \int_0^{v_1} \frac{v^2}{1 - v^6} \, dv,$$



$$v = \frac{r}{b}, \quad v_1 = \frac{b - r_e}{b},$$

$r_e$  = Radius des Joffedrahtes

Die Lösung des Integrals ist

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{1 + v_1^3}{1 - v_1^3}. \quad (13)$$

Die Werte für die Induktivität des Hexapols pro cm Länge pro Draht für verschiedene Leiterdurchmesser siehe Tabelle 4:

Tabelle 4: L in nH/cm pro Draht

"c"	$r_e$ [cm]	$b$ [cm]			
		0,1	0,2	0,3	0,4
0,70	3,22	6,20	4,66	3,86	3,24
0,80	3,68	6,40	5,00	4,15	3,55
0,90	4,14	6,64	5,22	4,39	3,98

## 2.2 Hexapol mit Kompressionsspule

Unter Berücksichtigung der Spiegelströme (siehe Abb. 10) ergibt sich die Induktion auf der Verbindungsgeraden zwischen der Achse des Hexapoles und einem Joffedraht zu

$$B_{\theta} = B_{\theta i} - B_{\theta a},$$

$B_{\theta i}$  vom Joffe-Strom,

$B_{\theta a}$  vom Spiegel-Strom.

$$B_{\theta} = \frac{3\mu_0 \cdot I}{\pi} \left[ \frac{1}{b} \cdot \frac{r^2/b^2}{(1 - r^6/b^6)} - \frac{1}{a} \cdot \frac{r^2/a^2}{(1 - r^6/a^6)} \right].$$

Die Induktivität eines Drahtes pro cm ist also

$$L' = \frac{3\mu_0}{\pi} \left[ \int_0^{v_1} \frac{v^2}{(1 - v^6)} dv - \int_0^{w_1} \frac{w^2}{(1 - w^6)} dw \right],$$

$$v = r/b, \quad w = r/a,$$

$$L' = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[ \ln \frac{1 + v_1^3}{1 - v_1^3} - \ln \frac{1 + w_1^3}{1 - w_1^3} \right], \quad (14)$$

$$v_1 = \frac{b - r_e}{b}, \quad w_1 = \frac{b - r_e}{a},$$

$r_e$  = Radius des Joffeleiters.

Die innere Induktivität des Drahtes wird wegen der zu erwartenden geringen Eindringtiefe vernachlässigt.

Wählt man für  $R = b + \delta = 4,6$  cm (Spuleninnendurchmesser beim Experiment Spinne), dann ergeben sich die Werte für die Induktivität eines Hexapols pro cm Länge pro Draht nach Tabelle 5.

Tabelle 5:  $L'$  in nH/cm pro Draht

c	$r_{\ell}$ [cm]				
	b [cm]	0,1	0,2	0,3	0,4
0,7	3,22	5,77	4,27	3,51	2,92
0,8	3,68	5,42	4,10	3,33	2,80
0,9	4,14	4,48	3,25	2,59	2,34

Wird der Hexapol aus 6 Leitern parallel geschaltet, dann wird die Induktivität des Hexapols zu  $L_H = \frac{1}{6} L'$ .

Für  $R = 4,6$  cm sind die L-Werte in Tabelle 6 zusammengefasst.

Tabelle 6:  $L_H$  in nH/cm

c	r [cm]				
	b [cm]	0,1	0,2	0,3	0,4
0,7	3,22	0,962	0,712	0,585	0,486
0,8	3,68	0,904	0,683	0,555	0,467
0,9	4,14	0,746	0,538	0,432	0,390

### 2.3 Experiment Spinne

Der mittlere Umfang des Torus ist

$$\ell = 164 \text{ cm,}$$

für  $c = 0,8$  und  $r_{\ell} = 0,3$  cm wird nach Tabelle 6

$$\underline{L = 91 \text{ nH.}}$$

Wird der Hexapol statt an einer Stelle an vier auf dem Umfang gleichmässig verteilten Stellen eingespeist und werden diese vier Teilstücke parallel geschaltet, so ergibt sich eine Gesamtinduktivität vom

$$L_{\text{ges}} = 91/16 = 5,7 \text{ nH.}$$

Der Batteriestrom ist

$$I_{\text{ges}} = \sqrt{C/L} \cdot U = 23 \text{ MA.}$$

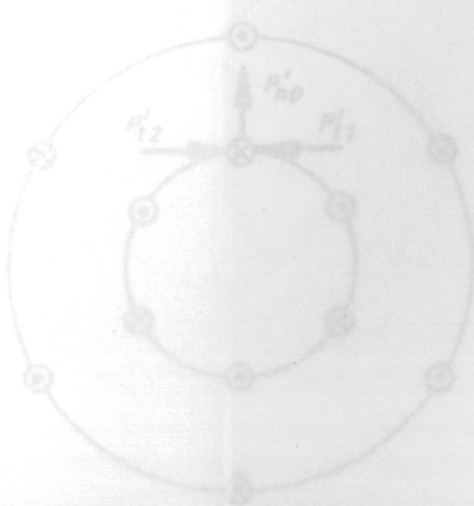
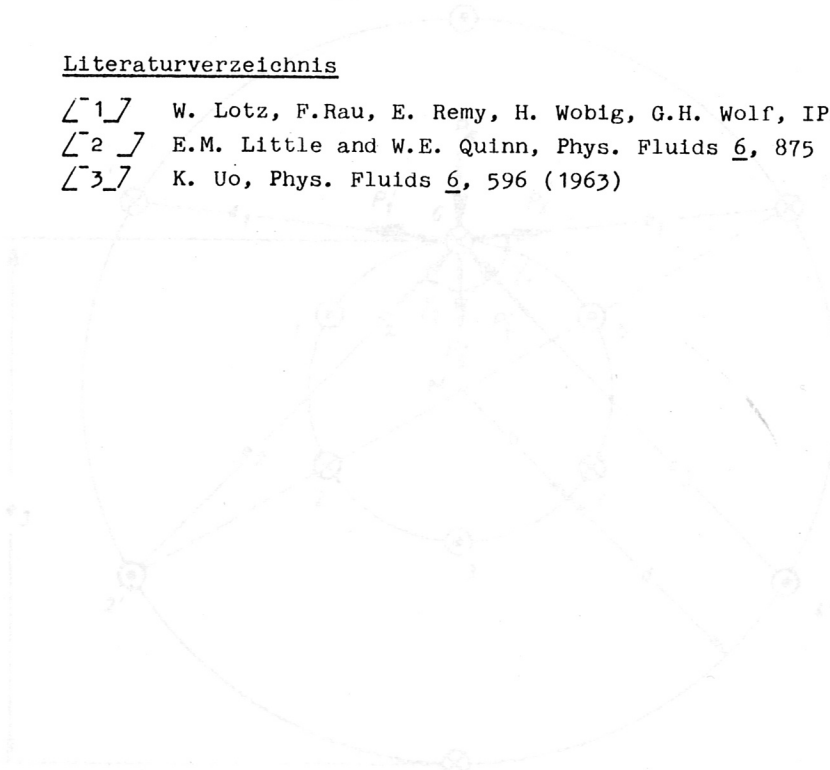
bei  $L_{\text{ges}} = 12 \text{ nH}$ ,  $C_{\text{ges}} = 247 \text{ } \mu\text{F}$ ,  $U = 16 \text{ kV}$ .

Damit wird der Strom pro Joffedraht

$$I = \frac{I_{\text{ges}}}{24} \approx 100 \text{ kA.}$$

#### Literaturverzeichnis

- [1] W. Lotz, F. Rau, E. Remy, H. Wobig, G.H. Wolf, IPP 1/44 (1966).
- [2] E.M. Little and W.E. Quinn, Phys. Fluids 6, 875 (1963).
- [3] K. Uo, Phys. Fluids 6, 596 (1963)





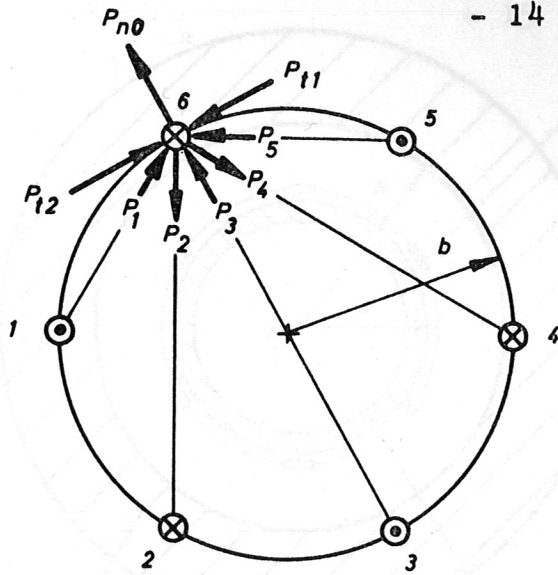


Abb. 1

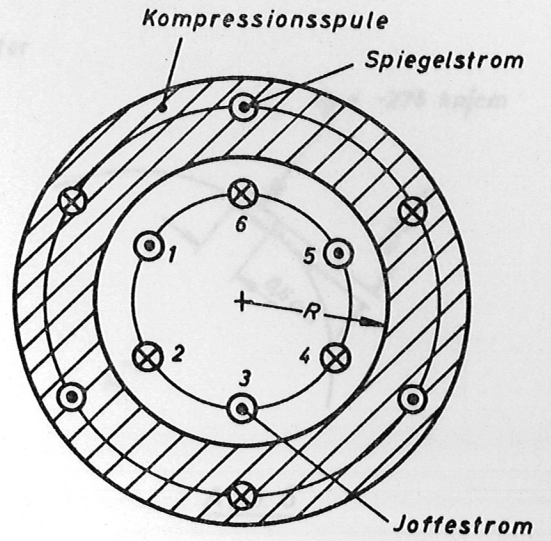


Abb. 2

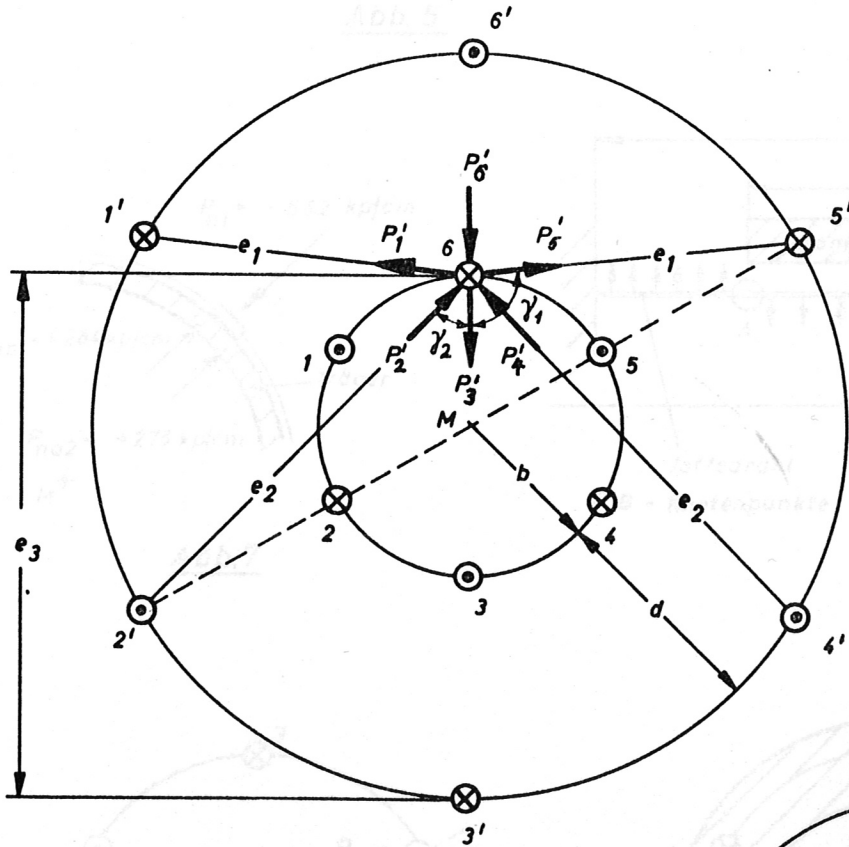


Abb. 3

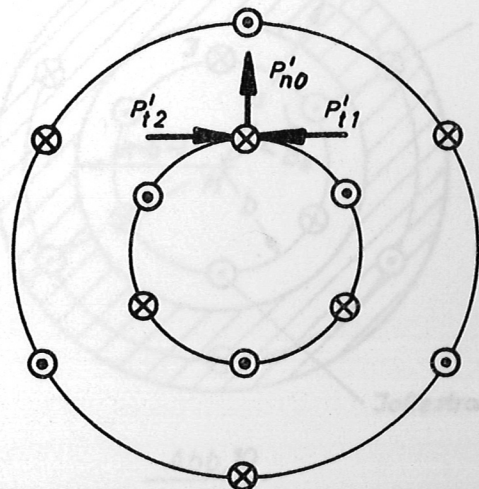


Abb. 4

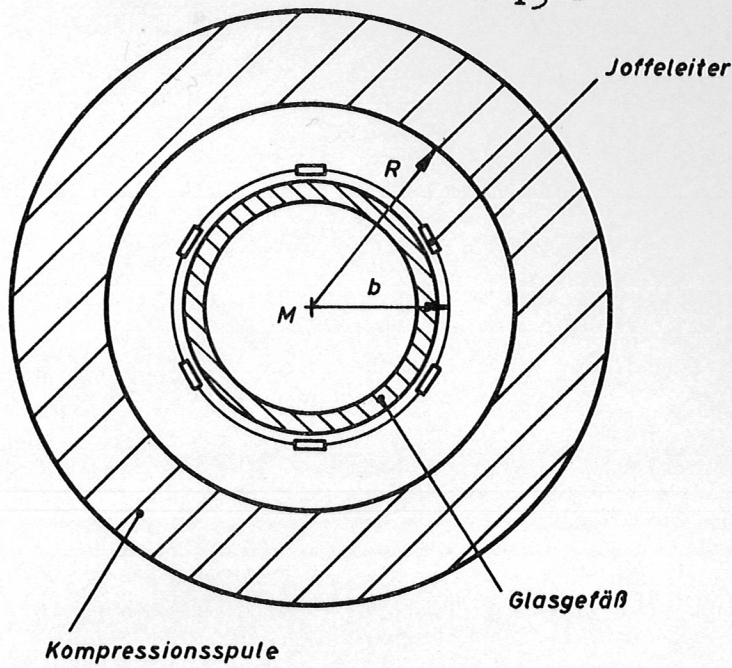


Abb. 5

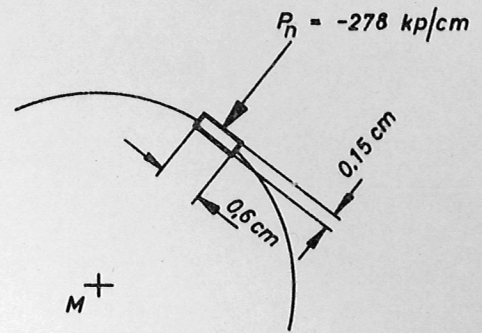


Abb. 6

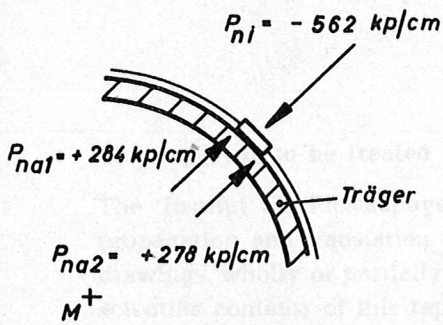


Abb. 7

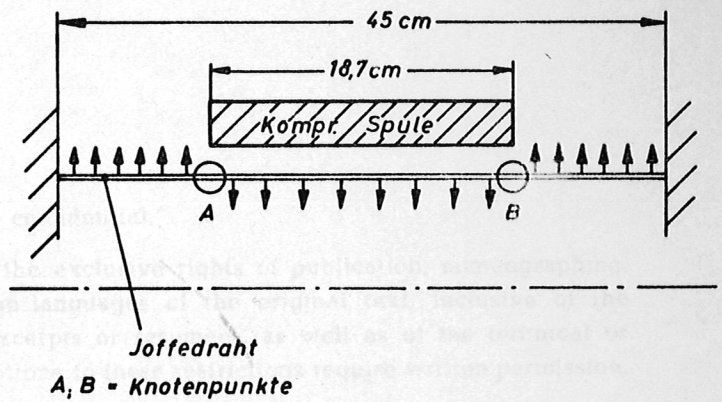


Abb. 8

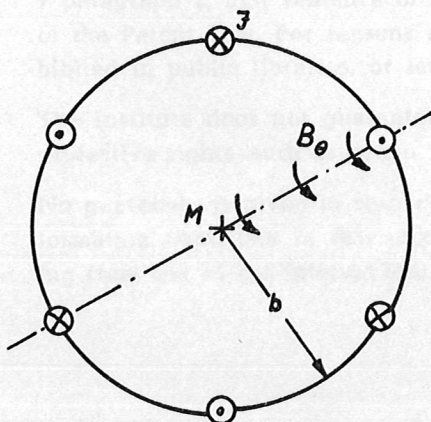


Abb. 9

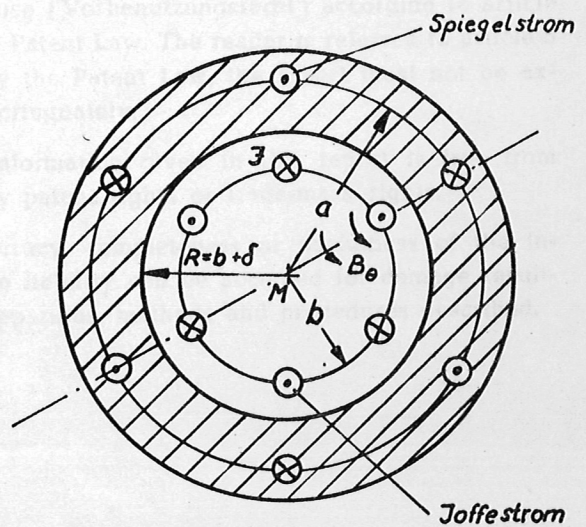


Abb. 10