

Der Druckaufbau in einem stationären,
magnetfeldstabilisierten Heliumplasma \times)
hoher Dichte und Temperatur

The Pressure Build-Up in a High-Density,
High-Temperature Helium Plasma Stabilized
by a Magnetic Field

P. H. Grassmann

IPP 3/47

Dezember 1966

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

Der Druckaufbau in einem stationären,
magnetfeldstabilisierten Heliumplasma \times)
hoher Dichte und Temperatur

Abstract:

The Pressure Build-Up in a High-Density,
High-Temperature Helium Plasma Stabilized
by a Magnetic Field

P. H. Grassmann

IPP 3/47

Dezember 1966

The state variables electron temperature and
a stationary helium plasma stabilized by a magnetic field were
determined. By measuring the Faraday effect on plane polarized
light it was found that the electron density has the value
 1.5×10^{16} cm⁻³. These measurements were
used to determine the temperature of the continuum radiation
intensity recorded in the visible spectral region. The axial
temperatures measured were between 200,000 °K and 400,000 °K, depending
on the discharge current. The pressure profiles resulting from
measurements have steep gradients in the radial direction, which is
proof that the confinement of the plasma by the magnetic field is
good. The pressure profiles are discussed quantitatively. It is
thereby shown that the pressure build-up in the plasma, however
being influenced by ambipolar diffusion, is mainly caused by the
Nernst effect, already familiar in solid state physics but hitherto
disregarded in plasma physics. The theory of the Nernst effect
explains the measuring result that the electron density is constant
over the radius. This is only valid for doubly ionized helium.

\times) Diese Arbeit wurde von der Fakultät für Maschinenwesen und
Elektrotechnik der Technischen Hochschule München als Disser-
tation genehmigt.

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut
für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

Abstract:

I, 1. Beschreibung der Entladung

The state variables electron density, temperature and pressure in a stationary helium plasma stabilized by a magnetic field were determined. By measuring the Faraday effect on plane polarized laser light it was found that the electron density has the value $n_e = 1.5 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ constant over the radius. These measurements were used to determine the temperature from the continuum radiation intensity recorded in the visible spectral region. The axial temperatures measured were between 200,000 °K and 400,000 °K, depending on the discharge current. The pressure profiles resulting from these measurements have steep gradients in the radial direction, which is proof that the confinement of the plasma by the magnetic field is good. The pressure profiles are discussed quantitatively. It is thereby shown that the pressure build-up in the plasma, besides being influenced by ambipolar diffusion, is mainly caused by the Nernst effect, already familiar in solid state physics but hitherto disregarded in plasma physics. The theory of the Nernst effect also explains the measuring result that the electron density is constant over the radius. This is only valid for doubly ionized helium.

III. Anhang

III, 1. Der Druck in der Neutralgaszone	50
III, 2. Leitfähigkeitsprofil und B_z -Feld	54
III, 3. Ermittlung einer über den Radius gemittelten Feldstärke	57

Literaturverzeichnis

I n h a l t

Zusammenfassung

Einleitung

I. Beschreibung der experimentellen Anordnung und Ermittlung der Plasmaparameter

- I,1. Beschreibung der Entladung 2
- I,2. Der Faraday-Effekt zur Ermittlung der Elektronendichte 8
- I,3. Temperaturbestimmung aus der Kontinuumsstrahlung 18
- I,4. Druckprofile 29

II. Diskussion des Druckaufbaus und der Stromverteilung im Plasma

- II,1. Aufstellung der nötigen Gleichungen 32
- II,2. Der Pinchdruck 39
- II,3. Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion 41
- II,4. Die Druckerhöhung durch den Nernst-Effekt 43
- II,5. Druckerniedrigung durch radialen Zustrom 45
- II,6. Radiale Ströme 47
- II,7. Der Druckaufbau in der z-Richtung 48

III. Anhang

- III,1. Der Druck in der Neutralgaszone 50
- III,2. Leitfähigkeitsprofil und B_{φ} -Feld 54
- III,3. Ermittlung einer über den Radius gemittelten Feldstärke 57

Literaturverzeichnis

Zusammenfassung

Aus der ursprünglich wandstabilisierten "Eieruhr" hat H. Wulff eine lineare, magnetstabilisierte Bogenentladung entwickelt. An ein zylindrisches Entladungsrohr von 7 cm Durchmesser und circa 70 cm Länge sind an beiden Seiten in das Rohr hineinragende Quarztrichter mit ringförmigen Elektroden angesetzt, zwischen denen sich in einem starken, longitudinalen Magnetfeld durch Zündung eines Stroms von einigen kA eine stationäre, rotations-symmetrische und von Verunreinigungen freie Plasmasäule ausbildet, die scharf gegen das umgebende Neutralgas abgegrenzt ist.

Die radiale Verteilung der Zustandsgrößen Dichte, Temperatur und Druck dieses Bogens wurde, insbesondere auch in der Umgebung der Entladungsachse, mit Helium als Füllgas untersucht. Die Elektronendichte ergab sich aus der Messung des Faraday-Effekts von linear-polarisiertem Rubinlaser-Licht zu $1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Dieser Wert hing im Entladungskanal praktisch nicht vom Radius ab. Unter Zuhilfenahme dieser Messungen wurde die Temperatur aus der im sichtbaren Spektralbereich aufgenommenen Intensität der Kontinuumstrahlung ermittelt. Die Achsentemperatur betrug je nach Stärke des Entladungsstroms $200.000 \text{ }^\circ\text{K}$ bis $400.000 \text{ }^\circ\text{K}$. Von der Achse fiel die Temperatur sehr steil bis auf ca. $70.000 \text{ }^\circ\text{K}$ ab, wobei sich Temperaturgradienten bis zu $10^6 \text{ }^\circ\text{K/cm}$ ausbildeten. Oberhalb $70.000 \text{ }^\circ\text{K}$ ist Helium praktisch völlig zweifach ionisiert, so daß die Verluste durch Helium-Linienstrahlung sehr gering sind. Die Verluste durch radiale Wärmeleitung wurden durch das hohe, longitudinale Magnetfeld stark reduziert. - Aus der gemessenen Temperatur- und Dichteverteilung ließ sich das radiale Druckprofil errechnen. Der Druck auf der Achse betrug bis zu 10^6 dyn/cm^2 (1 atm.), in ihrer Umgebung traten wegen der steilen Temperaturgradienten und der über den Radius konstanten Elektronendichte auch sehr steile Druckgradienten auf. Im umgebenden Neutralgasraum betrug der Druck ca. $1 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^2 = 10^{-2} \text{ atm}$.

Die quantitative Druckbilanz der Entladung hat ergeben, daß für diese steilen Druckgradienten und für die radiale Konstanz

Feldleitung

der Elektronendichte der Nernst-Effekt verantwortlich ist. Dieser besagt, daß senkrecht zu einem Temperaturgradienten und einem dazu senkrechten Magnetfeld eine EMK vorhanden ist, die einen elektrischen Strom $j \sim -\nabla T \times B$ treiben kann. Der in diesem Experiment vorhandene, radiale Temperaturgradient $\partial T / \partial r$ ergibt zusammen mit dem starken, longitudinalen Magnetfeld B_z ($\omega_e \tau_e \gg 1$) eine azimuthale Stromdichte

$$j_\phi = \frac{3}{2} \frac{c}{B_z} n_e k \frac{\partial T}{\partial r} .$$

Das ergibt zusammen mit dem longitudinalen Magnetfeld eine radial nach innen gerichtete Kraft, die von einem Druckgradienten

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r}$$

das Gleichgewicht gehalten wird. Für zweifach ionisiertes Helium ($Z = 2$) hat das wegen der Zustandsgleichung $p = 3/2 n_e k T$ gerade eine über den Radius konstante Elektronendichte zur Folge.

Neben einer Erhöhung der Temperatur war zu erwarten, daß sich durch die Wechselwirkung zwischen Plasma und Magnetfeld ein radiales Druckprofil im Plasma ausbildet. Einen ersten experimentellen Hinweis gaben die im Vergleich zur "wandstabilisierten" Eieruhr stark veränderten side-on-Spektren.

Es ist daher das Ziel dieser Arbeit, in einer magnetisch stabilisierten Eieruhr-Entladung Dichte, Temperatur und Druck - insbesondere in der Umgebung der Entladungsschse - zu bestimmen und den Druckaufbau zu verstehen. Dazu sollen im ersten Teil die Entladungsanordnung und die experimentellen Meßmethoden beschrieben werden, während im zweiten Teil die Ergebnisse diskutiert und mit theoretischen Überlegungen verglichen werden.

Einleitung

I. Beschreibung der experimentellen Anordnung und Ermittlung

Unter dem Namen "Eieruhr" ist eine von H. Wulff[1] entwickelte, ursprünglich wandstabilisierte Entladung bekannt geworden, die ihren Namen vom äußeren Aussehen des Entladungsgefäßes bekommen hat. An ein Quarzrohr mit einigen cm Durchmesser und einer Länge von 20 - 50 cm wurden an beiden Seiten trichterförmige Ansätze angeblasen, in denen ringförmige Elektroden untergebracht waren. Bei einem Anfangsdruck von einigen Torr betrug der für einige msec konstante Entladungsstrom einige kAmp. Als Arbeitsgase fanden Helium oder Wasserstoff Verwendung. Für die Dauer der Entladung ergab sich ein stationäres Plasma mit einer Temperatur im Bereich von $40\ 000^{\circ}$ bei einer Elektronendichte von einigen 10^{16} cm^{-3} . Die von Durand[2] für diesen Bogen aufgestellte Energiebilanz zeigt, daß ein wesentlicher Teil der dem Bogen zugeführten elektrischen Energie durch radiale Wärmeleitung abgeführt wird. Hierdurch ist die erreichbare Achsentemperatur bestimmt. Um höhere Temperaturen zu erreichen, mußte die Wärmeleitfähigkeit des Plasmas reduziert werden, was nach H. Wulff[3] durch ein der Entladung überlagertes, starkes, longitudinales Magnetfeld geschah.

Neben einer Erhöhung der Temperatur war zu erwarten, daß sich durch die Wechselwirkung zwischen Plasma und Magnetfeld ein radiales Druckprofil im Plasma ausbildet. Einen ersten experimentellen Hinweis gaben die im Vergleich zur "wandstabilisierten" Eieruhr stark veränderten side-on-Spektren.

Es ist daher das Ziel dieser Arbeit, in einer magnetisch stabilisierten Eieruhr-Entladung Dichte, Temperatur und Druck - insbesondere in der Umgebung der Entladungsachse - zu bestimmen und den Druckaufbau zu verstehen. Dazu sollen im ersten Teil die Entladungsanordnung und die experimentellen Meßmethoden beschrieben werden, während im zweiten Teil die Ergebnisse diskutiert und mit theoretischen Überlegungen verglichen werden.

I. Beschreibung der experimentellen Anordnung und Ermittlung der Plasmaparameter

I,1. Beschreibung der Entladung

Abb. 1 zeigt die verwendete Entladungsanordnung. Das Entladungsgefäß besteht aus einem 75 cm langen Hartglasrohr mit einem Durchmesser von 7 cm, an dessen Enden in das Rohr hineinragende Quarztrichter und ringförmige Elektroden angeflanscht sind. Die unterschiedliche Form der Trichter erwies sich als zweckmäßig, da so das Plasma am besten von Verunreinigungen frei blieb. An die Elektroden sind Glasstutzen angesetzt, um die Glasfenster aus dem Bereich hohen Magnetfelds herauszuhalten. Das ist notwendig, da bei den später beschriebenen Messungen der Elektronendichte mit Hilfe des Faraday-Effekts magnetisierte Glasfenster gestört hätten. Um unerwünschte spannungsoptische Erscheinungen zu vermeiden, sind die Fenster auf einem Gummiring gelagert und nur durch den äußeren Luftdruck gehalten. Das Entladungsgefäß wurde vor jeder Entladung bis auf 10^{-5} Torr ausgepumpt und dann mit 3 Torr Helium gefüllt.

Das He-Gas wird durch einen 15 kV-Hochspannungsimpuls, der über ein Ignitron auf die Ringelektroden gegeben wird, vorionisiert und durch einen für 1 msec stationären Strom (Abb. 3) geheizt.

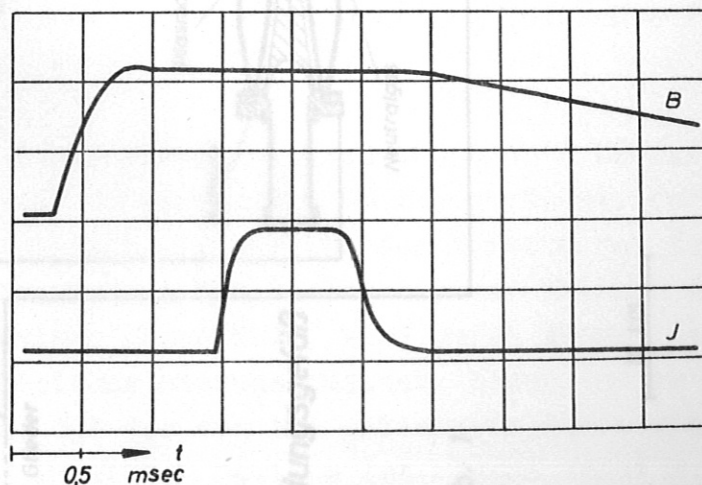
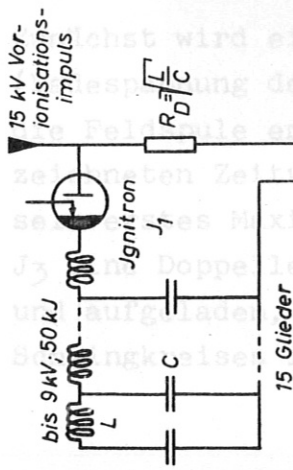
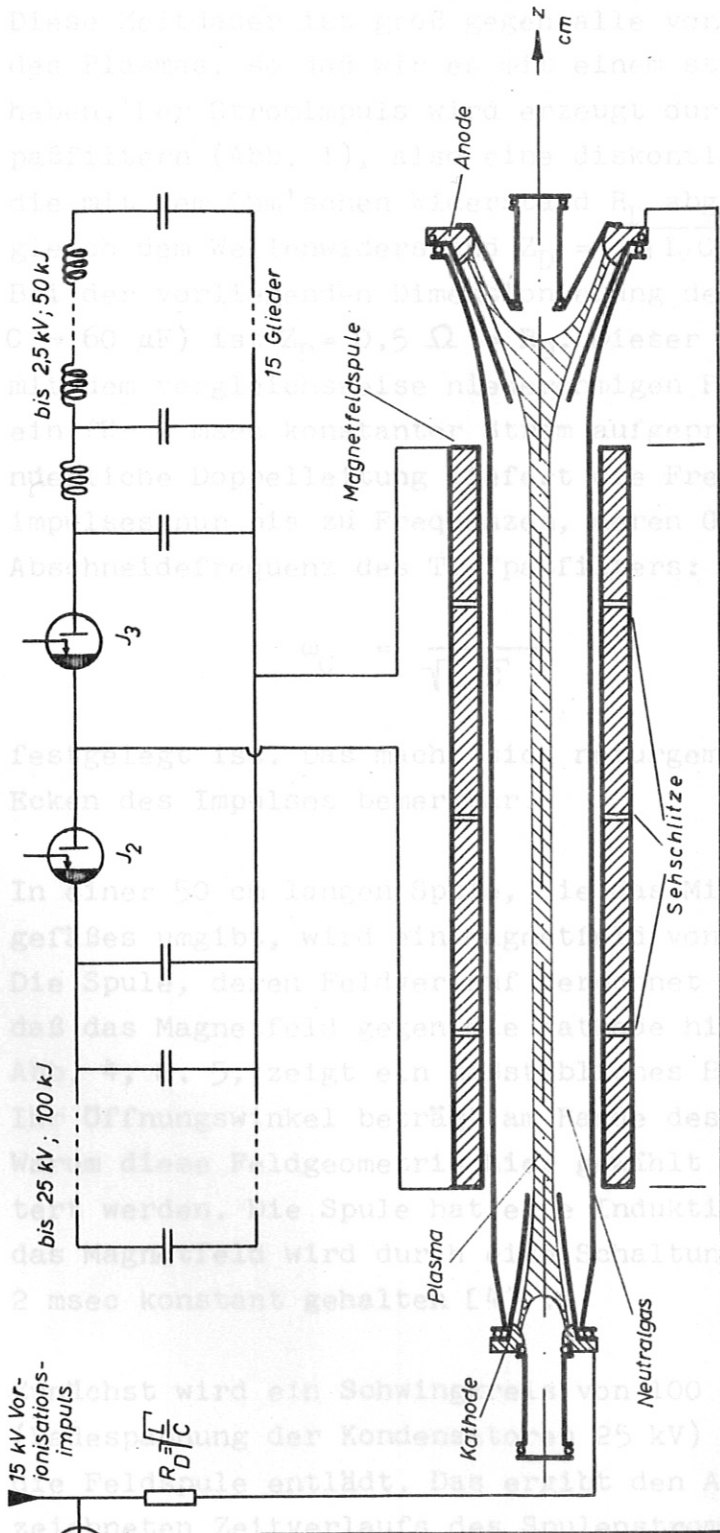


Abb. 3 Zeitverlauf von Plasmastrom und Magnetfeld

Plasma-Stromvers.



Magnetfeld-Stromversorgung



Entladungsgefäß

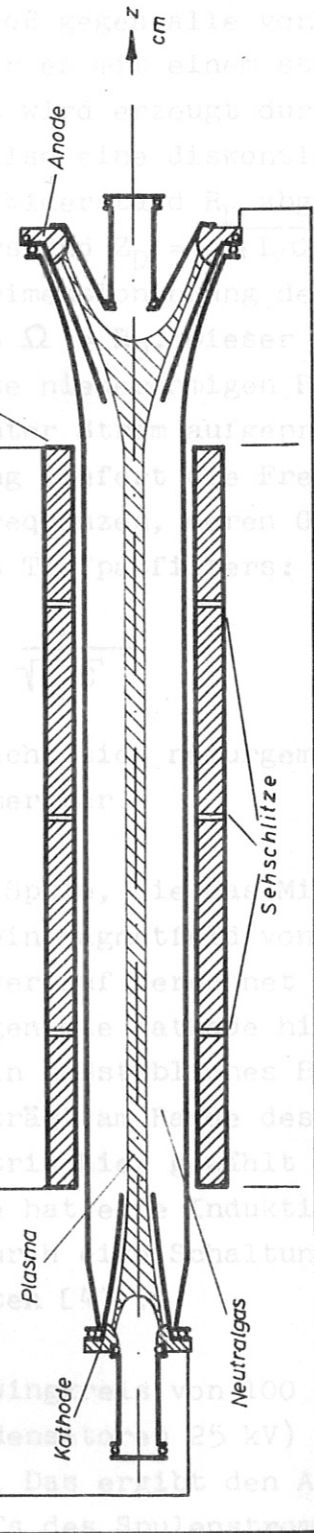


Abb. 1

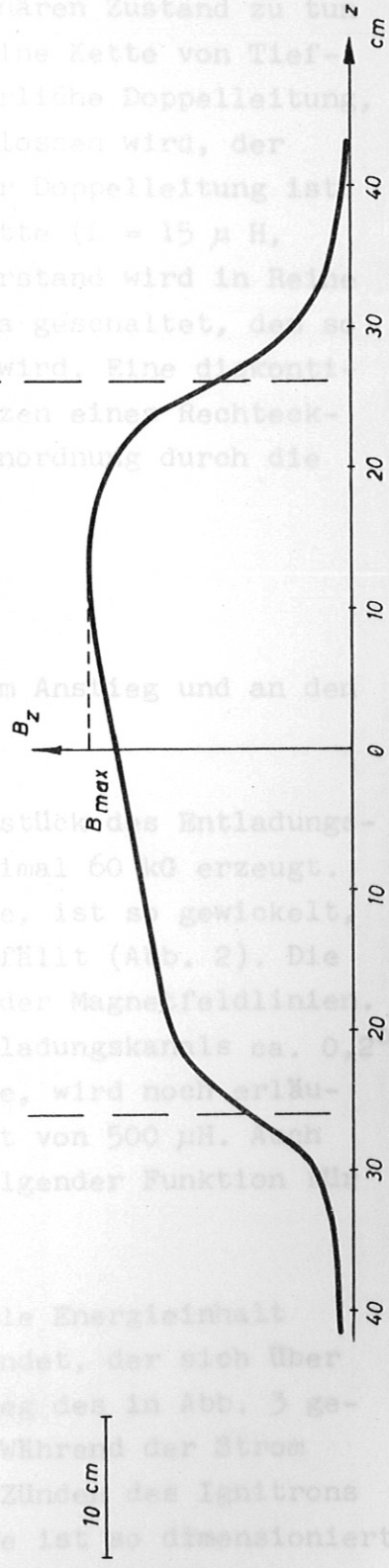


Abb. 2

Abb. 1 Entladungsgefäß mit Magnetspule und Stromversorgung

Abb. 2 Magnetfeldverlauf als Funktion der z-Richtung

Diese Zeitdauer ist groß gegen alle vorhandenen Einstellzeiten des Plasmas, so daß wir es mit einem stationären Zustand zu tun haben. Der Stromimpuls wird erzeugt durch eine Kette von Tiefpaßfiltern (Abb. 1), also eine diskontinuierliche Doppelleitung, die mit dem Ohm'schen Widerstand R_D abgeschlossen wird, der gleich dem Wellenwiderstand $Z_D = \sqrt{L/C}$ der Doppelleitung ist. Bei der vorliegenden Dimensionierung der Kette ($L = 15 \mu H$, $C = 60 \mu F$) ist $Z_D = 0,5 \Omega = R_D$. Dieser Widerstand wird in Reihe mit dem vergleichsweise niederohmigen Plasma geschaltet, dem so ein für 1 msec konstanter Strom aufgeprägt wird. Eine diskontinuierliche Doppelleitung liefert die Frequenzen eines Rechteckimpulses nur bis zu Frequenzen, deren Größenordnung durch die Abschneidefrequenz des Tiefpaßfilters:

$$\omega_C = \frac{2}{\sqrt{L \cdot C}}$$

festgelegt ist. Das macht sich naturgemäß im Anstieg und an den Ecken des Impulses bemerkbar.

In einer 50 cm langen Spule, die das Mittelstück des Entladungsgefäßes umgibt, wird ein Magnetfeld von maximal 60 kG erzeugt. Die Spule, deren Feldverlauf berechnet wurde, ist so gewickelt, daß das Magnetfeld gegen die Kathode hin abfällt (Abb. 2). Die Abb. 4, S. 5, zeigt ein maßstäbliches Bild der Magnetfeldlinien. Ihr Öffnungswinkel beträgt am Rande des Entladungskanals ca. $0,2^\circ$. Warum diese Feldgeometrie hier gewählt wurde, wird noch erläutert werden. Die Spule hat eine Induktivität von 500 μH . Auch das Magnetfeld wird durch eine Schaltung folgender Funktion für 2 msec konstant gehalten [4].

Zunächst wird ein Schwingkreis von 100 kJoule Energieinhalt (Ladespannung der Kondensatoren 25 kV) gezündet, der sich über die Feldspule entlädt. Das ergibt den Anstieg des in Abb. 3 gezeichneten Zeitverlaufs des Spulenstromes. Während der Strom sein erstes Maximum durchläuft, wird durch Zünden des Ignitrons J_3 eine Doppelleitung hinzugeschaltet. Diese ist so dimensioniert und aufgeladen, daß der von ihr gelieferte Strom gleich dem des Schwingkreises im ersten Maximum ist. Wegen $dJ/dt = 0$ "sieht"

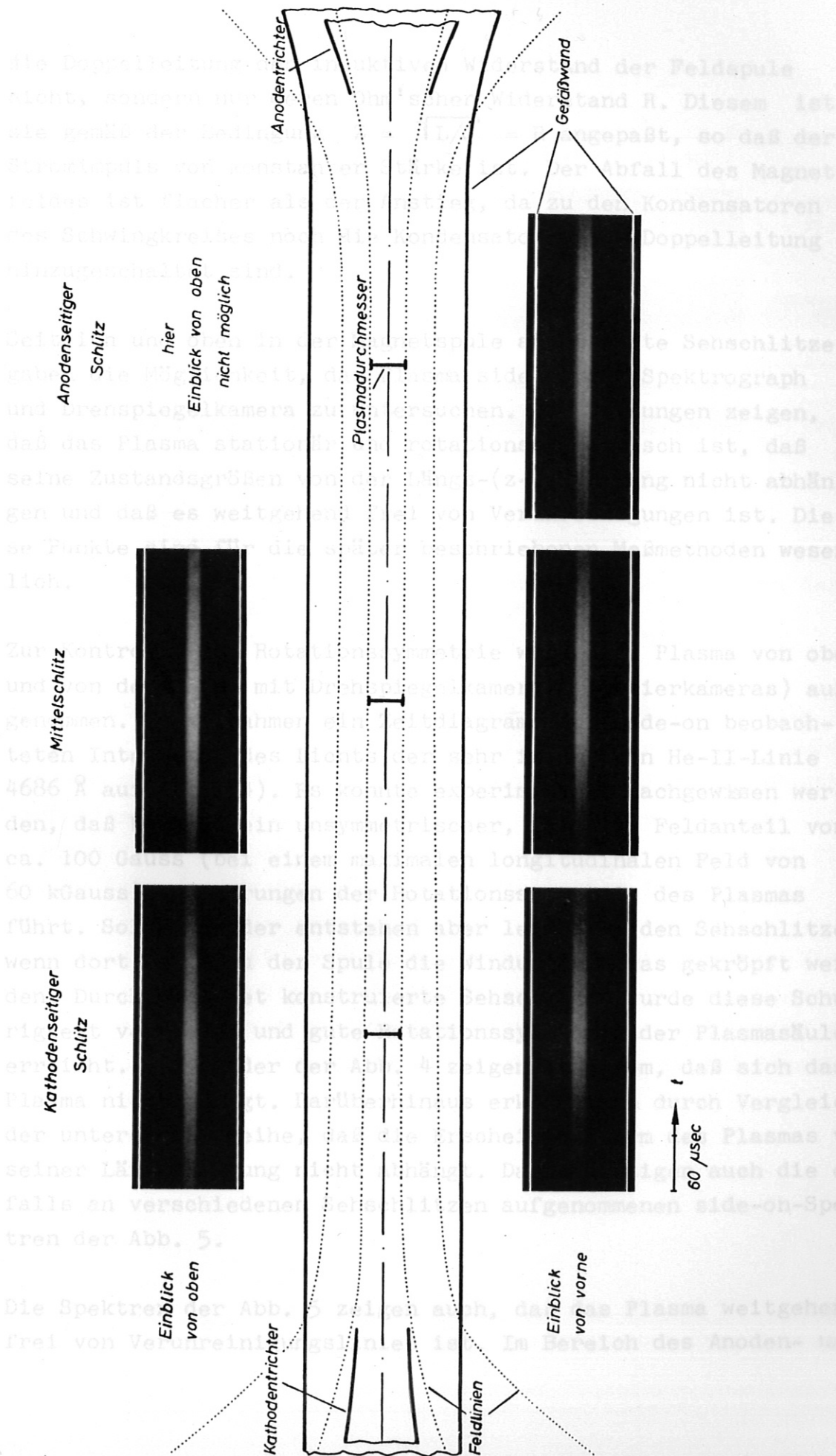


Abb. 4 Mittelteil des Entladungsgefäßes mit Magnetfeldlinien (1:2,5 verkleinert) und stereoskopischen Drehspeigelbildern (1:4 verkleinert). Die Balken zeigen den maßstäblichen Durchmesser der Plasmasäule.

die Doppelleitung den induktiven Widerstand der Feldspule nicht, sondern nur deren Ohm'schen Widerstand R . Diesem ist sie gemäß der Bedingung $Z = \sqrt{L/C} = R$ angepaßt, so daß der Stromimpuls von konstanter Stärke ist. Der Abfall des Magnetfeldes ist flacher als der Anstieg, da zu den Kondensatoren des Schwingkreises noch die Kondensatoren der Doppelleitung hinzugeschaltet sind.

Seitlich und oben in der Magnetspule angebrachte Sechschlitze gaben die Möglichkeit, das Plasma side-on mit Spektrograph und Drehspiegelkamera zu untersuchen. Die Messungen zeigen, daß das Plasma stationär und rotationssymmetrisch ist, daß seine Zustandsgrößen von der Längs-(z-) Richtung nicht abhängen und daß es weitgehend frei von Verunreinigungen ist. Diese Punkte sind für die später beschriebenen Meßmethoden wesentlich.

Zur Kontrolle der Rotationssymmetrie wurde das Plasma von oben und von der Seite mit Drehspiegelkameras (Schmierkameras) aufgenommen. Diese nahmen ein Zeitdiagramm der side-on beobachteten Intensität des Lichts der sehr intensiven He-II-Linie 4686 \AA auf (Abb. 4). Es konnte experimentell nachgewiesen werden, daß bereits ein unsymmetrischer, radialer Feldanteil von ca. 100 Gauss (bei einem maximalen longitudinalen Feld von 60 kGauss) zu Störungen der Rotationssymmetrie des Plasmas führt. Solche Felder entstehen aber leicht an den Sechschlitzen, wenn dort beim Bau der Spule die Windungen etwas gekröpft werden. Durch geeignet konstruierte Sechschlitze wurde diese Schwierigkeit vermieden und gute Rotationssymmetrie der Plasmasäule erreicht. Die Bilder der Abb. 4 zeigen außerdem, daß sich das Plasma nicht bewegt. Darüberhinaus erkennt man durch Vergleich der unteren Bildreihe, daß die Erscheinungsform des Plasmas von seiner Längsrichtung nicht abhängt. Das bestätigen auch die ebenfalls an verschiedenen Sechschlitzen aufgenommenen side-on-Spektren der Abb. 5.

Die Spektren der Abb. 5 zeigen auch, daß das Plasma weitgehend frei von Verunreinigungslinien ist. Im Bereich des Anoden- und

1.2. Der Faraday-Effekt zur Ermittlung der Elektronendichte

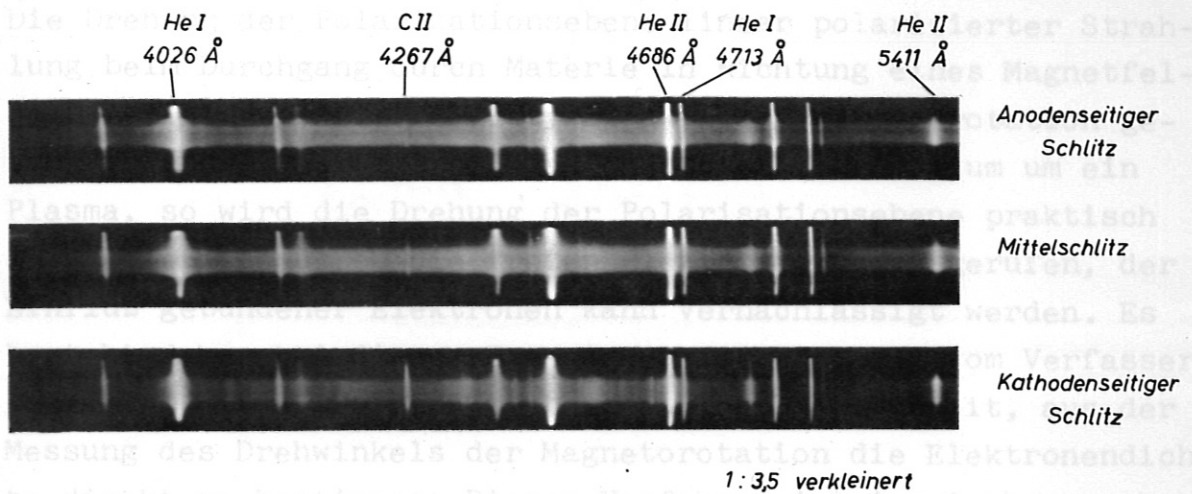


Abb. 5 Vergleich der an drei verschiedenen Stellen der Entladung aufgenommenen side-on-Spektren, (Spaltbreite 0,2 mm; $I = 2,6$ kA; $B = 60$ kG).

des Mittelschlitzes ist die einzige Verunreinigungslinie im sichtbaren Spektralgebiet die Kohlenstoff-II-Linie 4267 \AA . Durch Vergleich mit Helium-Spektren mit bekanntem Kohlenstoff-Zusatz kann auf eine Verunreinigung von $< 1 \%$ geschlossen werden. (Zu beachten ist, daß bei richtiger Belichtung des Kontinuums die He-II-Linie 4686 \AA etwa tausendfach Überbelichtet ist.)

Wir haben damit ein rotationssymmetrisches stationäres Plasma, dessen Zustandsgrößen von der Längsrichtung nicht abhängen und das weitgehend frei von Verunreinigungen ist. Damit sind gute Voraussetzungen für eine quantitative Untersuchung des Plasmas geschaffen.

Für die Messung von Δn durfte die starke Untergrundstrahlung des Plasmas nicht ablenken. Außerdem mußte das Meßverfahren schnell genug sein, um während der Entladungszeit von 1 msec noch genügend Zeitauflösung zu gewährleisten. Schließlich sollte über den ganzen Querschnitt der Entladung eine radiale Raumauflösung möglich sein.

I,2. Der Faraday-Effekt zur Ermittlung der Elektronendichte

Die Drehung der Polarisationssebene linear polarisierter Strahlung beim Durchgang durch Materie in Richtung eines Magnetfeldes (z-Richtung) wird Faraday-Effekt oder Magnetorotation genannt. Handelt es sich bei dem durchstrahlten Medium um ein Plasma, so wird die Drehung der Polarisationssebene praktisch ausschließlich durch die freien Elektronen hervorgerufen, der Einfluß gebundener Elektronen kann vernachlässigt werden. Es besteht daher bei diesem Experiment die erstmals vom Verfasser gemeinsam mit H. Wulff [5] beschriebene Möglichkeit, aus der Messung des Drehwinkels der Magnetorotation die Elektronendichte direkt zu bestimmen. Dieses Verfahren ist inzwischen auch von A. Dougal [6] und I.S. Falconer [7], A.N. Dellis [8] und P. Bogen [9] an anderen Entladungen angewandt worden.

Für den Drehwinkel der Polarisationssebene gilt:

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi e^3}{m_e^2 c^2 \omega^2} \int_Z n_e B_z dz \quad (1)$$

Mit den in diesem Experiment in etwa vorhandenen Werten:

$Z = 50 \text{ cm}$, $n_e \approx 1 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $B_z = \text{const} = 50 \text{ kG}$ und $\omega = 2,7 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$ (Frequenz der Rubinlaser-Strahlung) errechnet sich z.B.

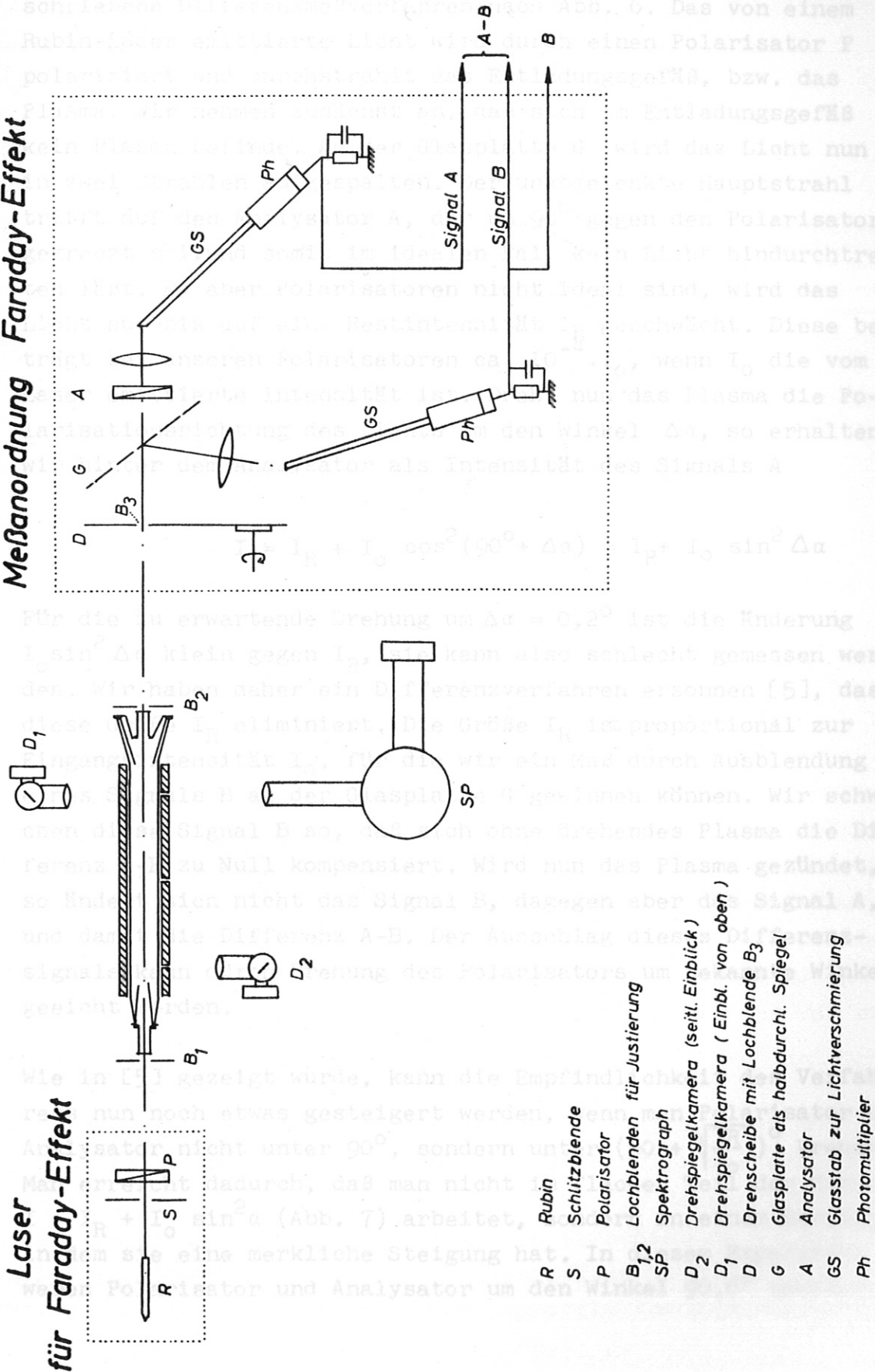
$\Delta\alpha \approx 0,2^\circ$. Wie die Messungen an den Sehschlitzen zeigen, ist die Erscheinungsform der Entladung und damit auch n_e im Bereich hohen Magnetfeldes nicht von der Längs-(z-)Richtung abhängig, so daß n_e in Gl.(1) vor das Integral gezogen werden kann. Der Mittelwert des Magnetfeldes $\int_Z B_z dz$ ist leicht zu berechnen.

Für die Messung von $\Delta\alpha$ durfte die starke Untergrundstrahlung des Plasmas nicht stören. Außerdem mußte das Meßverfahren schnell genug sein, um während der Entladungszeit von 1 msec noch genügend Zeitauflösung zu gewährleisten. Schließlich sollte über den ganzen Querschnitt der Entladung eine radiale Raumauflösung möglich sein.

Entladung

Laser
für Faraday-Effekt

Messanordnung Faraday-Effekt



- R Rubin
- S Schützblende
- P Polarisator
- B_{1,2} Lochblenden für Justierung
- SP Spektrograph
- D₂ Drehspiegelkamera (seiti. Einblick)
- D₁ Drehspiegelkamera (Einbl. von oben)
- D Drehscheibe mit Lochblende B₃
- G Glasplatte als halbdurchl. Spiegel
- A Analysator
- GS Glasstab zur Lichtverschmierung
- Ph Photomultiplier

Abb. 6 Versuchsaufbau zur Messung der Elektronendichte

Diese Forderungen erfüllte das im Prinzip in [5] bereits beschriebene Differenzmeßverfahren nach Abb. 6. Das von einem Rubin-Laser emittierte Licht wird durch einen Polarisator P polarisiert und durchstrahlt das Entladungsgefäß, bzw. das Plasma. Wir nehmen zunächst an, daß sich im Entladungsgefäß kein Plasma befindet. An der Glasplatte G wird das Licht nun in zwei Strahlen aufgespalten. Der unabgelenkte Hauptstrahl trifft auf den Analysator A, der um 90° gegen den Polarisator gekreuzt sei, und somit im idealen Fall kein Licht hindurchtreten läßt. Da aber Polarisatoren nicht ideal sind, wird das Licht nur bis auf eine Restintensität I_R geschwächt. Diese beträgt bei unseren Polarisatoren ca. $10^{-4} \cdot I_0$, wenn I_0 die vom Laser emittierte Intensität ist. Dreht nun das Plasma die Polarisationsrichtung des Lichts um den Winkel $\Delta\alpha$, so erhalten wir hinter dem Analysator als Intensität des Signals A

$$I = I_R + I_0 \cos^2(90^\circ + \Delta\alpha) = I_R + I_0 \sin^2 \Delta\alpha$$

Für die zu erwartende Drehung um $\Delta\alpha = 0,2^\circ$ ist die Änderung $I_0 \sin^2 \Delta\alpha$ klein gegen I_R , sie kann also schlecht gemessen werden. Wir haben daher ein Differenzverfahren erdacht [5], das diese Größe I_R eliminiert. Die Größe I_R ist proportional zur Eingangsimpulsintensität I_0 , für die wir ein Maß durch Ausblendung eines Signals B an der Glasplatte G gewinnen können. Wir schwächen dieses Signal B so, daß sich ohne drehendes Plasma die Differenz A-B zu Null kompensiert. Wird nun das Plasma gezündet, so ändert sich nicht das Signal B, dagegen aber das Signal A, und damit die Differenz A-B. Der Ausschlag dieses Differenzsignals kann durch Drehung des Polarisators um bekannte Winkel geeicht werden.

Wie in [5] gezeigt wurde, kann die Empfindlichkeit des Verfahrens nun noch etwas gesteigert werden, wenn man Polarisator und Analysator nicht unter 90° , sondern unter $(90 + \sqrt{\frac{I_R}{I_0}})^\circ$ kreuzt. Man erreicht dadurch, daß man nicht im flachen Teil der Kurve $I = I_R + I_0 \sin^2 \alpha$ (Abb. 7) arbeitet, sondern in einem Bereich, in dem sie eine merkliche Steigung hat. In diesem Experiment waren Polarisator und Analysator um den Winkel $90,6^\circ$ gekreuzt,

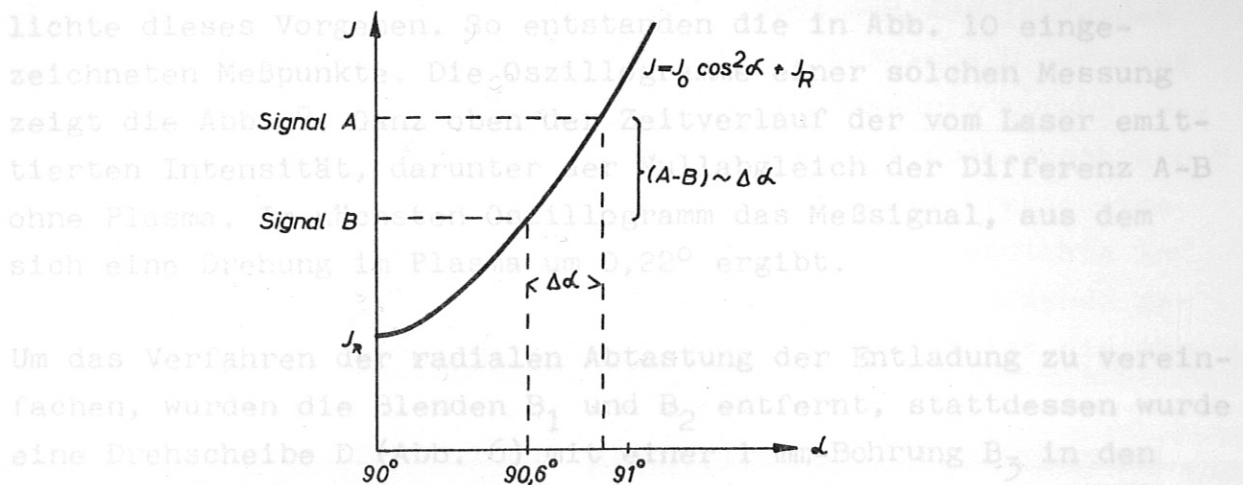


Abb. 7 Durchlaßkurve der unter dem Winkel α gekreuzten Polarisatoren (zur Veranschaulichung der Drehwinkelmessung).

entsprechend dem experimentell ermittelten Wert:

$$\sqrt{\frac{I_R}{I_0}} = 10^{-2} \hat{=} 0,6^\circ.$$

Damit konnten noch Drehwinkel von $0,02^\circ$ nachgewiesen werden.

Die Verwendung von ganz oder fast gekreuzten Polarisatoren bringt den Nachteil mit sich, daß das Signal der Primärintensität der Lichtquelle um ca. vier Zehnerpotenzen abgeschwächt wird. Demgegenüber schwächt der Analysator das vom Plasma emittierte Licht nur auf die Hälfte ab. Um dennoch genügend über dem vom Eigenleuchten des Plasmas erzeugten Störsignal zu bleiben, wurde ein Rubinlaser mit einer Eingangsenergie von 10 kJ und einer Ausgangsenergie von ca. 10 J bei einer Pulsdauer von ca. 2 msec verwandt.

Die zentrisch auf die Elektroden des Entladungsgefäßes montierten Blenden B_1 und B_2 begrenzten den Querschnitt des erfaßten Laserlichtbündels auf 1 mm und ergaben so die Raumauflösung des Verfahrens. Durch schrittweise radiale Verschiebung dieser Blenden auf den Elektroden des Entladungsgefäßes wurde so eine radiale Abtastung des Elektronendichteprofils der Entladung möglich. Die einwandfreie Reproduzierbarkeit der Entladung ermög-

lichte dieses Vorgehen. So entstanden die in Abb. 10 eingezeichneten Meßpunkte. Die Oszillogramme einer solchen Messung zeigt die Abb. 8. Ganz oben der Zeitverlauf der vom Laser emittierten Intensität, darunter der Nullabgleich der Differenz A-B ohne Plasma. Im nächsten Oszillogramm das Meßsignal, aus dem sich eine Drehung im Plasma um $0,22^\circ$ ergibt.

Um das Verfahren der radialen Abtastung der Entladung zu vereinfachen, wurden die Blenden B_1 und B_2 entfernt, stattdessen wurde eine Drehscheibe D (Abb. 6) mit einer 1 mm-Bohrung B_3 in den

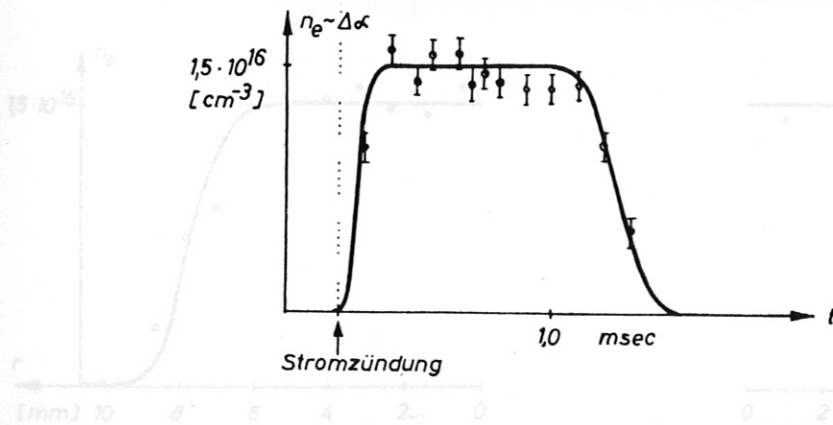
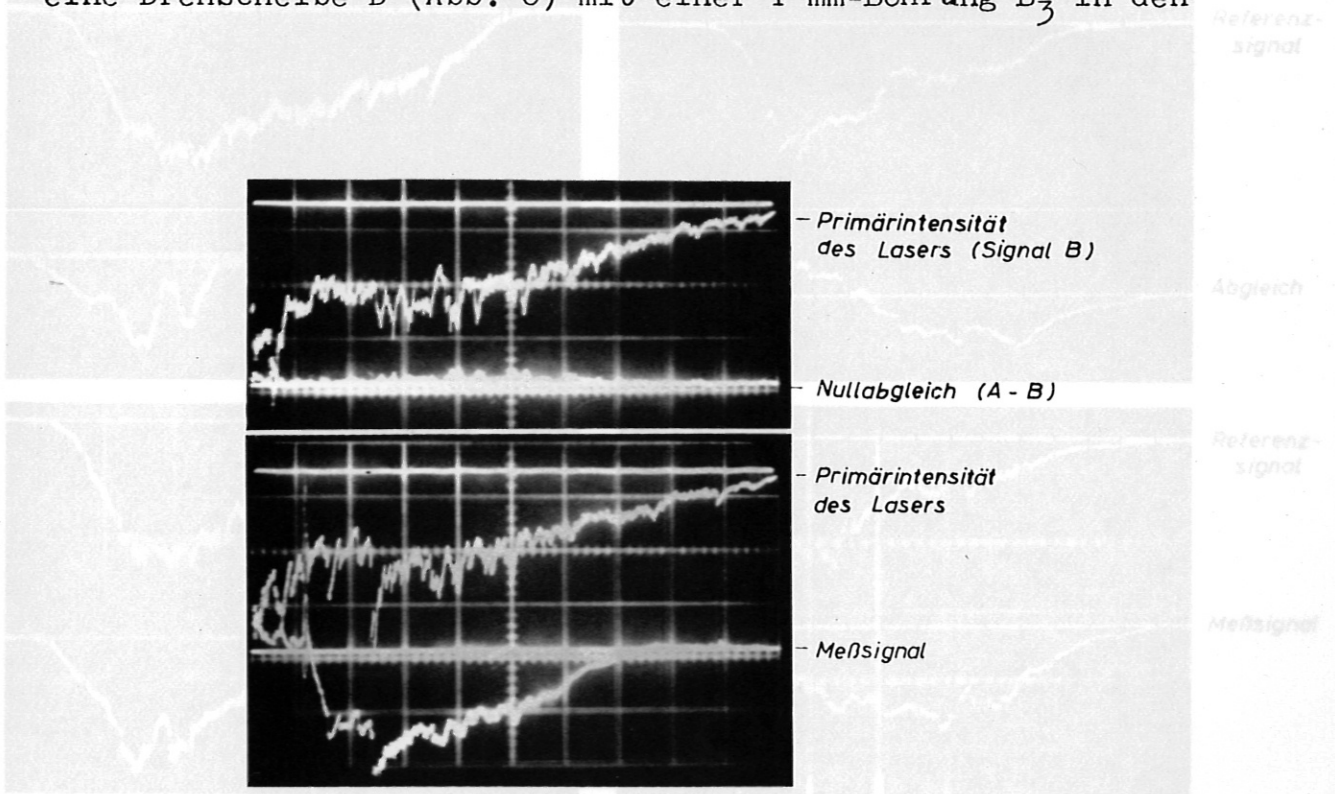


Abb. 8 Meßoszillogramm zur Ermittlung des Drehwinkels ($I = 2,6 \text{ kA} / B = 60 \text{ kG}$).

Strahlengang gebracht. Die Entladung wurde von der laufenden Drehscheibe getriggert und zwar so, daß die Blende B_3 während einer Entladung gerade eine Hälfte der Plasmasäule abfuhr. Wegen der guten Stationarität der Entladung, die auch durch Abb. 8 bestätigt wird, war dieses Vorgehen erlaubt. Die Drehscheibe übersetzt die räumliche Abhängigkeit der Elektronendichte in eine zeitliche Abhängigkeit, die von einem Oszillographen geschrieben werden kann. Ein solches Oszillogramm zeigt die Abb. 9.

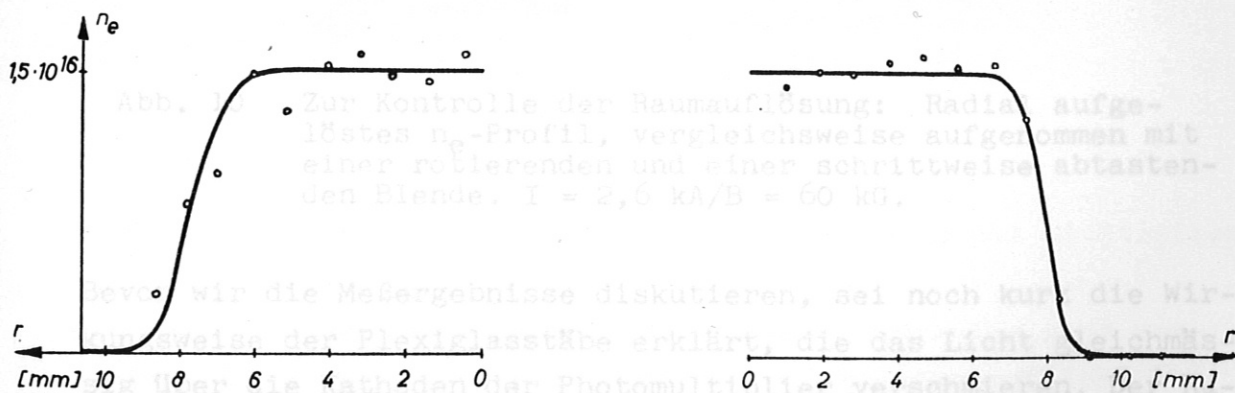
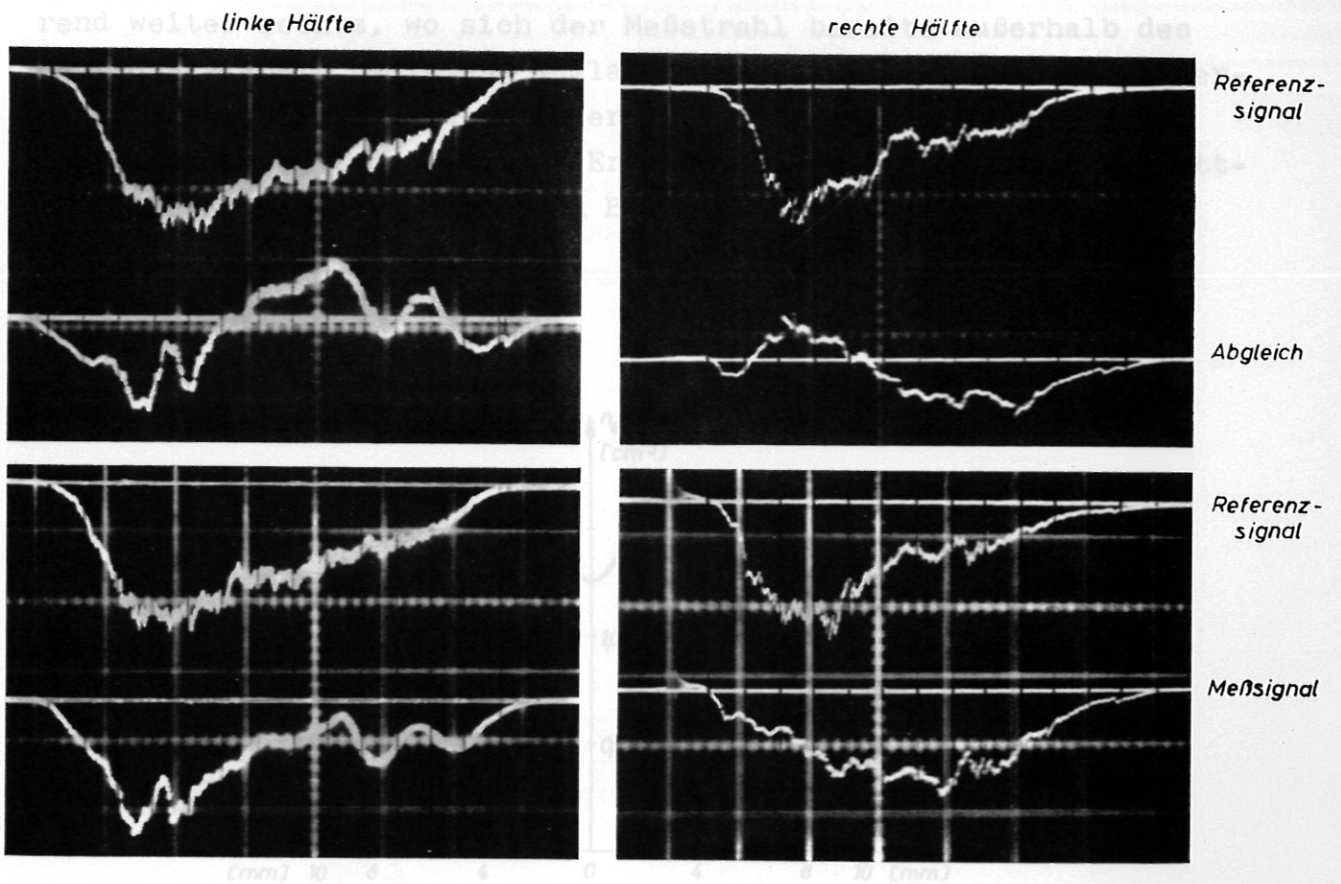


Abb. 9 Aufnahme der beiden Hälften des Elektronendichteprofiles ($I = 2,1 \text{ kA/B} = 60 \text{ kG}$).

Da sich die Sperreigenschaften der Polarisation von Punkt zu Punkt etwas ändern, gibt der Abgleich ohne Plasma ($\Delta\alpha = 0$) keine gerade Linie, er ist aber gut reproduzierbar. Das Meßsignal weicht nun zunächst schwach, sehr bald aber deutlich vom Verlauf des Abgleichsignals ab, das daraus ausgewertete n_e ist unter dem Oszillogramm eingetragen. Das rechte Bild zeigt die Messung der anderen Hälfte der Entladungssäule. Man erkennt zunächst eine starke Abweichung des Meßsignals vom Abgleich, während weiter rechts, wo sich der Meßstrahl bereits außerhalb des Entladungskanals befindet, Nullabgleich und Meßsignal wieder übereinstimmen. Eine nach diesem Verfahren aufgenommene Kurve wird in Abb. 10 verglichen mit den Ergebnissen, die sich durch schrittweise Verschiebung der Blenden B_1 und B_2 ergaben.

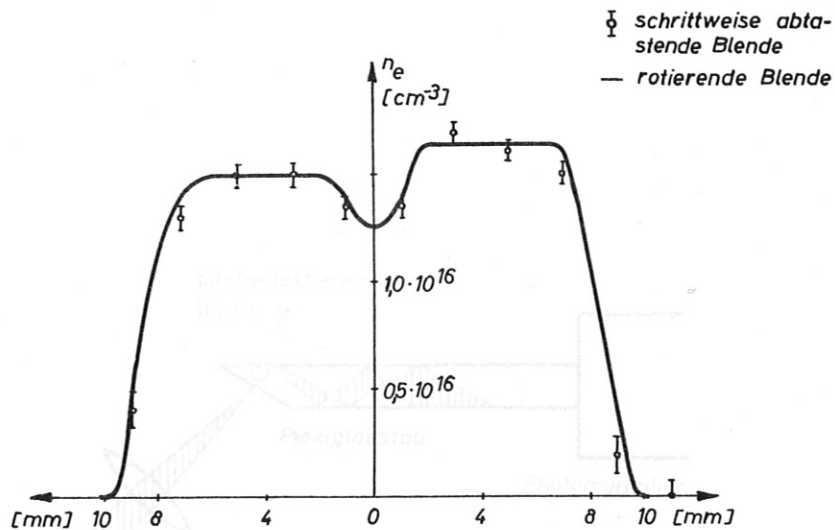


Abb. 10 Zur Kontrolle der Raumauflösung: Radial aufgelöstes n_e -Profil, vergleichsweise aufgenommen mit einer rotierenden und einer schrittweise abtastenden Blende. $I = 2,6 \text{ kA/B} = 60 \text{ kG}$.

Bevor wir die Meßergebnisse diskutieren, sei noch kurz die Wirkungsweise der Plexiglasstäbe erklärt, die das Licht gleichmäßig über die Kathoden der Photomultiplier verschmieren. Der Rubin emittiert Lichtblitze von einigen Nanosekunden Dauer, von

denen jeder einen sehr kleinen Durchmesser hat und an einer anderen Stelle des Rubins entsteht. Jeder solche Lichtblitz muß aber gleichmäßig über die Photokathoden der beiden Multiplier verschmiert werden, da deren Kathoden örtlich schwankende Photoemissionseigenschaften zeigen, was für eine gute Differenzbildung ausgeglichen werden muß. Daher wird jedes ankommende Parallellichtbündel zunächst durch die in Abb. 11 eingezeichnete Linse ($f = 10$ cm) fokussiert, tritt dann in den hinter dem Brennpunkt der Linse befindlichen Plexiglasstab leicht divergent ein und wird in ihm nach dem Prinzip des Lichtleiters entlangreflektiert. Es ergibt sich ein im Vergleich zur Stablänge sehr großer Lichtweg, in dem die Lichtbündel allmählich auffächern und sich über den ganzen Querschnitt des Stabs verteilen. Der hier verwendete Stab von 1 cm Durchmesser und 50 cm Länge war einseitig unter ca. 45° geschnitten, um stärkere Brechungen an der Vorderfläche zu vermeiden.

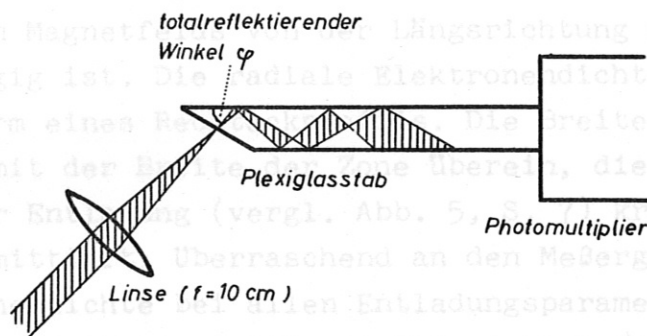


Abb. 11 Lichtverschmierung nach dem Prinzip des Lichtleiters

Die bei der Drehwinkelmessung entstehenden Meßfehler sind vorwiegend durch die Ablesegenauigkeit der Oszillogramme (ca. 2 % bei Verwendung einer Meßlupe) bestimmt. Zur Ermittlung eines

Meßpunktes müssen bei laufender Drehscheibe insgesamt 6 Oszillogramme - nämlich alle Aufnahmen der Abb. 9 und die Eichmessung - ausgewertet werden, so daß man für die Einzelmessung wenigstens 12 % Meßfehler erhält. Um diesen Wert zu verbessern, wurde jede Aufnahme vier Mal wiederholt, das ergibt ca. 6 % Meßfehler für den absoluten Betrag des Drehwinkels. Treten starke radiale Dichtegradienten auf, so muß auch die begrenzte Raumauflösung berücksichtigt werden.

Wird der Absolutwert der Dichte ermittelt, so müssen noch die Fehler bei der Berechnung und Planimetrierung des Magnetfeldverlaufs und bei der Spulenstrommessung berücksichtigt werden, die einige Prozent betragen. Diese Fehler treten aber bei der Ermittlung des relativen Verlaufs nicht auf, so daß wir die Genauigkeit des absoluten Werts der Elektronendichte auf $\pm 10\%$, und die des relativen Verlaufs (mit Ausnahme des Randabfalls) auf $\pm 5\%$ schätzen.

Die bei verschiedenen Stromstärken und Magnetfeldern gemessenen Dichteprofile sind in den Kurven, Abb. 12 und 13, dargestellt. Wie bereits erwähnt, wurde mit Hilfe der Gleichung ((1), S. 8) unter der Annahme ausgewertet, daß die Elektronendichte im Bereich großen Magnetfelds von der Längsrichtung der Entladung nicht abhängig ist. Die radiale Elektronendichteverteilung hat etwa die Form eines Rechteckprofils. Die Breite dieses Profils stimmt gut mit der Breite der Zone überein, die nach Aussage der Spektren der Entladung (vergl. Abb. 5, S. 7) kräftige Kontinuumsstrahlung emittiert. Überraschend an den Meßergebnissen ist, daß die Elektronendichte bei allen Entladungsparametern über den Radius weitgehend konstant ist, so daß es sich dabei um mehr als reinen Zufall handeln sollte, jedoch ist ein dafür verantwortlicher physikalischer Grund nicht von vornherein zu erkennen. Man wird in diesem Zusammenhang nach dem radialen Druckprofil fragen, zu dessen Ermittlung aber das bisher in der Eieruhr noch unbekanntes Temperaturprofil notwendig ist. Unter diesem Gesichtspunkt gewinnt die Frage nach dem Temperaturverlauf und der Achsentemperatur der Eieruhr doppeltes Interesse.

Abb. 13 Elektronendichteprofile bei zwei verschiedenen Magnetfeldern

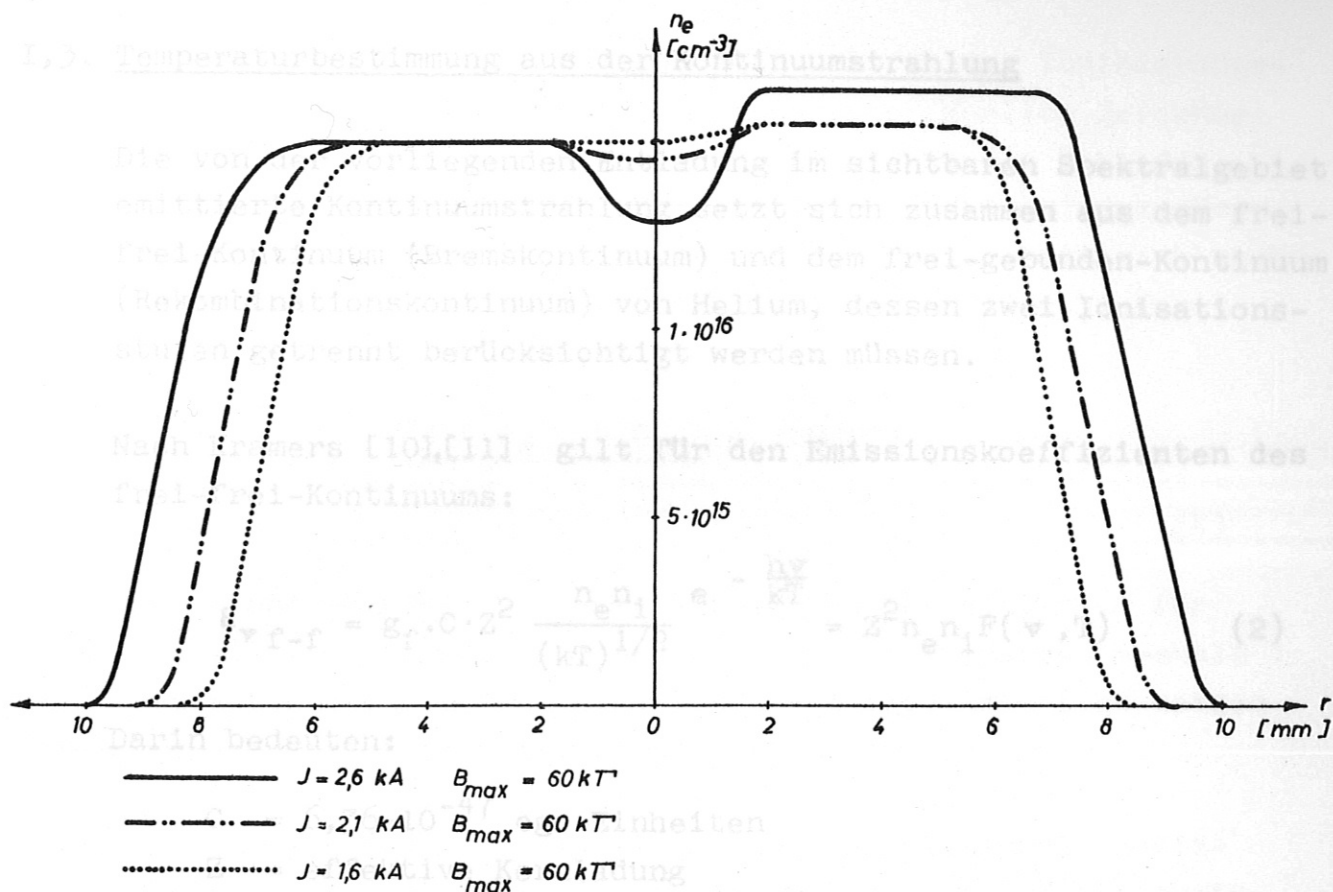


Abb. 12 Elektronendichteprofile bei verschiedenen Entladungsströmen

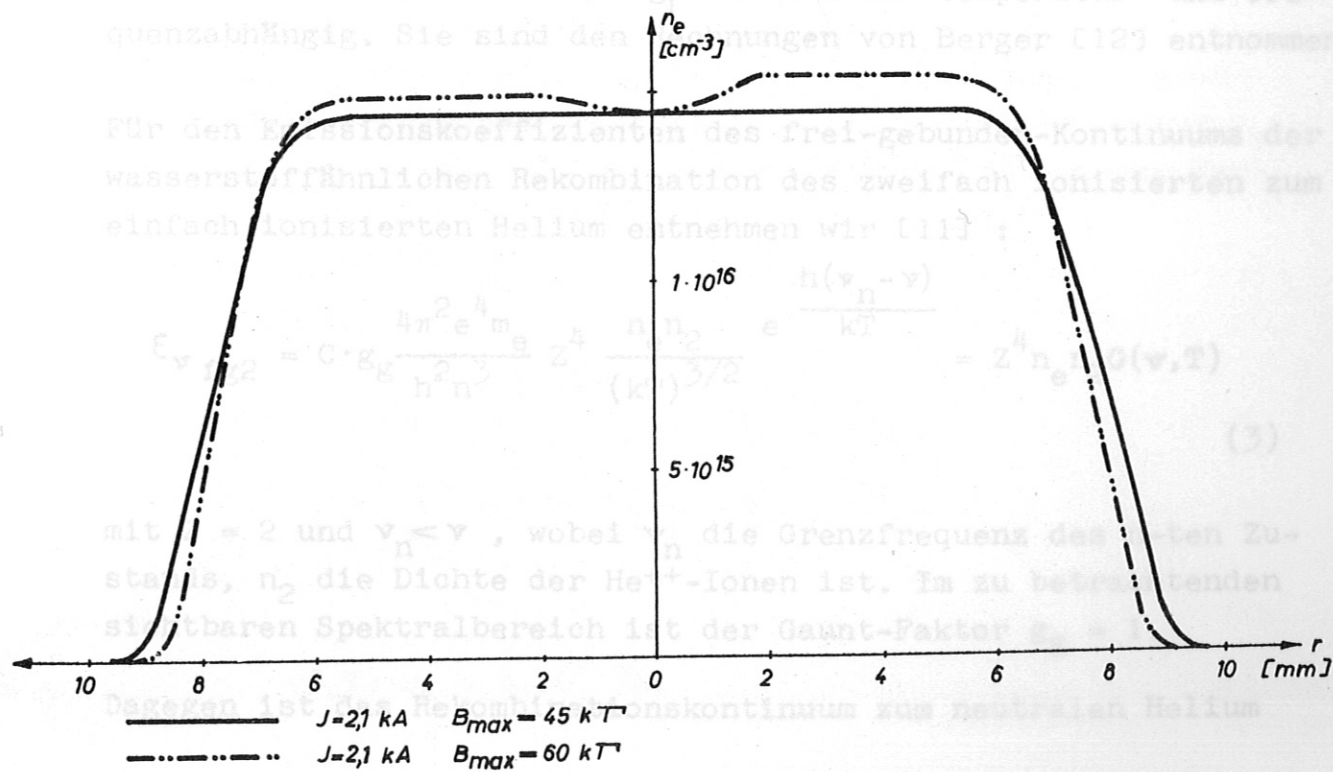


Abb. 13 Elektronendichteprofile bei zwei verschiedenen Magnetfeldern

I,3. Temperaturbestimmung aus der Kontinuumstrahlung

Die von der vorliegenden Entladung im sichtbaren Spektralgebiet emittierte Kontinuumstrahlung setzt sich zusammen aus dem frei-frei-Kontinuum (Bremskontinuum) und dem frei-gebunden-Kontinuum (Rekombinationskontinuum) von Helium, dessen zwei Ionisationsstufen getrennt berücksichtigt werden müssen.

Nach Kramers [10],[11] gilt für den Emissionskoeffizienten des frei-frei-Kontinuums:

$$\epsilon_{\nu f-f} = g_f \cdot C \cdot Z^2 \frac{n_e n_i}{(kT)^{1/2}} e^{-\frac{h\nu}{kT}} = Z^2 n_e n_i F(\nu, T) \quad (2)$$

Darin bedeuten:

$$C = 6,36 \cdot 10^{-47} \text{ cgs-Einheiten}$$

$$Z = \text{effektive Kernladung}$$

$$n_i = \text{Ionendichte}$$

$$\nu = \text{Meßfrequenz}$$

$$g_f = \text{Gaunt-Faktor}$$

Die Werte des Gaunt-Faktors g_f sind schwach temperatur- und frequenzabhängig. Sie sind den Rechnungen von Berger [12] entnommen.

Für den Emissionskoeffizienten des frei-gebunden-Kontinuums der wasserstoffähnlichen Rekombination des zweifach ionisierten zum einfach ionisierten Helium entnehmen wir [11] :

$$\epsilon_{\nu fg2} = C \cdot g_g \frac{4\pi^2 e^4 m_e}{h^2 n^3} Z^4 \frac{n_e n_2}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{h(\nu_n - \nu)}{kT}} = Z^4 n_e n_2 G(\nu, T) \quad (3)$$

mit $Z = 2$ und $\nu_n < \nu$, wobei ν_n die Grenzfrequenz des n-ten Zustands, n_2 die Dichte der He^{++} -Ionen ist. Im zu betrachtenden sichtbaren Spektralbereich ist der Gaunt-Faktor $g_g = 1$.

Dagegen ist das Rekombinationskontinuum zum neutralen Helium

nicht wasserstoffähnlich. Für genügend nahe an der Ionisierungsgrenze liegende Terme darf es aber wasserstoffähnlich gerechnet werden, wenn man berücksichtigt, daß für Helium die Zahl der möglichen Endzustände (Singulett- und Triplettssystem) gegenüber Wasserstoff (Dublettsystem) doppelt so groß ist, womit sich auch die Intensität des Rekombinationskontinuums verdoppelt. Damit gilt für Terme mit $n > 2$, [111] :

$$\epsilon_{\nu fg1} = 2 \cdot C \cdot g_g \frac{4\pi e^4 m_e}{h^2 n^3} \frac{n_e n_1}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{h(\nu_n - \nu)}{kT}} = 2 n_e n_1 G(\nu, T) \quad (4)$$

mit $Z = 1$ und ebenfalls $\nu_n < \nu$. Wir werden das Kontinuum für $\nu = 6,3 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$ (entsprechend $\lambda = 4750 \text{ \AA}$) auswerten, weshalb nur das Rekombinationskontinuum bis $n \approx 3$ berücksichtigt werden muß, so daß die obige Näherung erlaubt ist.

Die Beziehungen (2), (3) und (4) setzen lokale Maxwell-Boltzmann-Verteilung der freien Elektronen voraus. Das dürfte zumindest so lange gewährleistet sein, wie das Produkt aus dem maximalen Temperaturgradienten und der für die Wärmeleitung charakteristischen Länge klein gegen die zu messende Temperatur selbst ist. Der größte Temperaturgradient tritt in unserem Plasma in radialer Richtung auf und beträgt - wie später ersichtlich - 10^6 grad/cm . In dieser Richtung ist bei den vorliegenden grossen Magnetfeldern die charakteristische Länge der Gyroradius r_e der Elektronen, den wir mit den dem Experiment entnommenen Werten $T = 2 \cdot 10^5 \text{ }^\circ\text{K}$ und $B = 50 \text{ kG}$ bestimmen zu:

$$r_e = \frac{m_e c}{eB} \bar{v}_1 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$$

mit

$$\bar{v}_{th} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \approx 5 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = \bar{v}_1,$$

sodaß

$$(\nabla_r T) \cdot r_e = 6 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{K}.$$

Die im Bereich dieses Gradienten gemessenen Temperaturen liegen aber zwischen 10^5 und $3 \cdot 10^5$ °K.

Die Dichte n_e der freien Elektronen ist uns aus unseren Messungen bekannt. Um daraus die Dichte n_1 der einfach ionisierten Ionen und die Dichte n_2 der zweifach ionisierten Ionen errechnen zu können, benötigen wir neben der Bedingung der Quasineutralität:

$$n_e = n_1 + 2n_2 \quad (5)$$

noch eine weitere Gleichung. Dafür kann, wie H. Wulff [13] für die vorliegenden experimentellen Verhältnisse gezeigt hat, in guter Näherung die Saha-Gleichung benutzt werden:

$$\frac{n_2}{n_1} n_e = \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\chi_1}{kT}} = S_1(T) \quad (6)$$

χ_1 sei die Ionisierungsenergie für den Übergang von einfach zu zweifach ionisiertem Helium.

Der Emissionskoeffizient $\epsilon_{\nu_{ges}}$ des Gesamtkontinuums von Helium ist die Summe der durch die Gleichungen (2), (3) und (4) bestimmten Einzelkontinua. $\epsilon_{\nu_{ges}}$ hängt neben der Meßfrequenz ν und der Temperatur T von den Teilchendichten n_e , n_1 und n_2 ab, wobei - wie erwähnt - n_1 und n_2 durch die Quasineutralitätsgleichung (5) und die Saha-Gleichung (6) eliminiert werden können, so daß die Temperatur durch unsere Meßgrößen n_e und ϵ_{ν} bestimmt ist. Wir haben die Temperaturabhängigkeit von $\epsilon_{\nu_{ges}}$ für $\nu = 6,3 \cdot 10^{14} \text{ sec}^{-1}$ (entsprechend $\lambda = 4750 \text{ \AA}$) und für den im größten Teil des Plasmas gemessenen Wert $n_e = \text{const} = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ in Abb. 14 aufgetragen. Aus den Gln. (2) bis (6) ist nicht sofort zu sehen, wie die am Rande und gelegentlich auch nahe der Achse des Plasmas vorhandenen Abweichungen von diesem konstanten Verlauf der Elektronendichte bei der Auswertung zu berücksichtigen sind. Daher fassen wir die Gleichungen (2) bis (6) zusammen, werden dabei aber - um allzu lange Ausdrücke zu vermeiden - die von n_e oder der Saha-Funktion $S_1(T)$ nicht abhängigen Größen des frei-frei-Kontinuums unter $F(\nu, T)$ und die entsprechenden Größen des frei-gebunden-Kontinuums unter $G(\nu, T)$

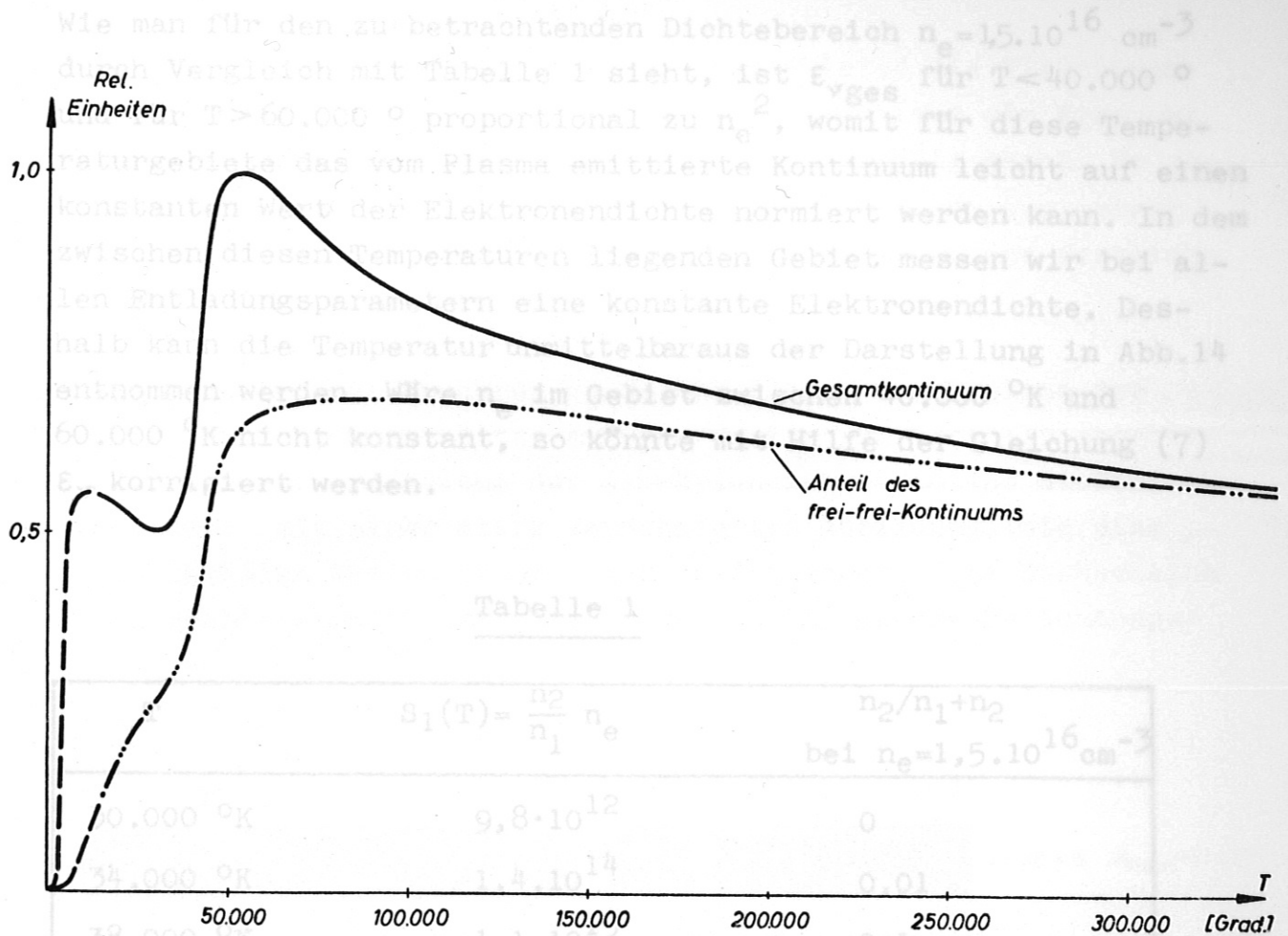


Tabelle 1

Abb. 14 Temperaturabhängigkeit des He-Gesamtkontinuums und des frei-frei-Kontinuums für $\lambda = 4750 \text{ \AA}$ und $n_e = \text{const} = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ in relativen Einheiten.

zusammenziehen. Wir erhalten aus (5) und (6):

$$n_1 = \frac{n_e}{2 \frac{S_1}{n_e} + 1} \quad \text{und} \quad n_2 = \frac{n_e}{2 + \frac{n_e}{S_1}}$$

und damit unter Einsetzen von Z

$$\epsilon_{\nu \text{ ges}} = n_e^2 F(\nu, T) \left(\frac{1}{1 + 2 \frac{S_1}{n_e}} + \frac{4}{2 + \frac{n_e}{S_1}} \right) + n_e^2 G(\nu, T) \left(\frac{2}{1 + 2 \frac{S_1}{n_e}} + \frac{16}{2 + \frac{n_e}{S_1}} \right)$$

(7)

Wie man sieht, hat der Verlauf der Temperaturabhängigkeit des Kontinuums (Abb. 14) ein Maximum bei $T = 54.000^\circ \text{K}$, also bei einer Temperatur, die auch in unserem Plasma auftreten wird.

Wie man für den zu betrachtenden Dichtebereich $n_e = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ durch Vergleich mit Tabelle 1 sieht, ist $\epsilon_{\nu \text{ ges}}$ für $T < 40.000 \text{ }^\circ\text{K}$ und für $T > 60.000 \text{ }^\circ\text{K}$ proportional zu n_e^2 , womit für diese Temperaturgebiete das vom Plasma emittierte Kontinuum leicht auf einen konstanten Wert der Elektronendichte normiert werden kann. In dem zwischen diesen Temperaturen liegenden Gebiet messen wir bei allen Entladungsparametern eine konstante Elektronendichte. Deshalb kann die Temperatur unmittelbar aus der Darstellung in Abb. 14 entnommen werden. Wäre n_e im Gebiet zwischen $40.000 \text{ }^\circ\text{K}$ und $60.000 \text{ }^\circ\text{K}$ nicht konstant, so könnte mit Hilfe der Gleichung (7) ϵ_{ν} korrigiert werden.

Tabelle 1

T	$S_1(T) = \frac{n_2}{n_1} n_e$	$\frac{n_2}{n_1 + n_2}$ bei $n_e = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$
30.000 °K	$9,8 \cdot 10^{12}$	0
34.000 °K	$1,4 \cdot 10^{14}$	0,01
38.000 °K	$1,1 \cdot 10^{15}$	0,1
42.000 °K	$6,5 \cdot 10^{15}$	0,14
46.000 °K	$2,7 \cdot 10^{16}$	0,62
50.000 °K	$9,0 \cdot 10^{16}$	0,86
54.000 °K	$2,4 \cdot 10^{17}$	0,95
58.000 °K	$6,5 \cdot 10^{17}$	0,99
62.000 °K	$1,5 \cdot 10^{18}$	0,995
66.000 °K	$2,9 \cdot 10^{18}$	1
70.000 °K	$5,5 \cdot 10^{18}$	1

$S_1(T)$ und Ionisationsgrad für Helium

Wie man sieht, hat der Verlauf der Temperaturabhängigkeit des Kontinuums (Abb. 14) ein Maximum bei $T = 54.000 \text{ }^\circ\text{K}$, also bei einer Temperatur, die auch in unserem Plasma auftreten wird.

Ist in der Umgebung dieses Temperaturgebietes die Elektronendichte konstant, so ist dieses Strahlungsmaximum ein Fixpunkt für T , der die Absolutbestimmung von ϵ_{ν} unnötig macht. Es genügt dann der relative Verlauf der Intensität, da aus seiner relativen Abnahme zu beiden Seiten des Maximums der restliche Temperaturverlauf ermittelt werden kann.

Zur Aufnahme der Spektren wurde das Plasma durch einen der seitlichen Spulenschlitze auf den Spektrographenspalt abgebildet. Das zur Ermittlung der Schwärzungskurve nötige Stufenfilter wurde mit einer stark verschmierten Abbildung, die eine gleichmäßige Ausleuchtung ergab, aufgenommen. Eine Drehscheibe mit Rechteckspalt begrenzte in beiden Fällen die Belichtungszeit auf 500 μsec .

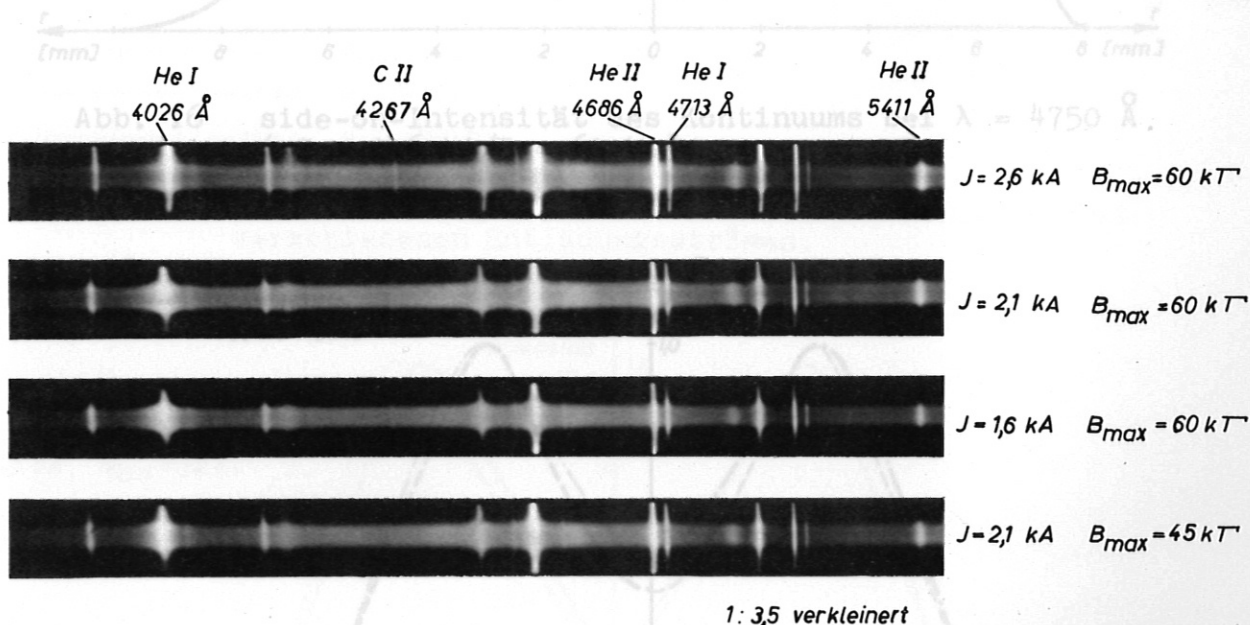


Abb. 15 Spektren für die verschiedenen Entladungsparameter

Beispiele von Spektralaufnahmen zeigen Abb. 5 (S.7) und Abb. 15. Das Kontinuum wurde an der Stelle $\lambda = 4750 \text{ \AA}$ photometriert und mit Hilfe der Schwärzungskurve auf Intensitäten umgezeichnet. Ein Beispiel ($J = 1,6 \text{ kA}$, $B = 60 \text{ kG}$) zeigt Abb. 16. Die Durchführung einer Abel-Inversion auf einem Analogrechnergerät führt zur radialen Intensitätsverteilung, wobei Rotationssymmetrie vorausgesetzt worden ist. Die Ergebnisse zeigen die Abb. 17 und 18. Eine Kontrolle der Rotationssymmetrie ist es, die beiden

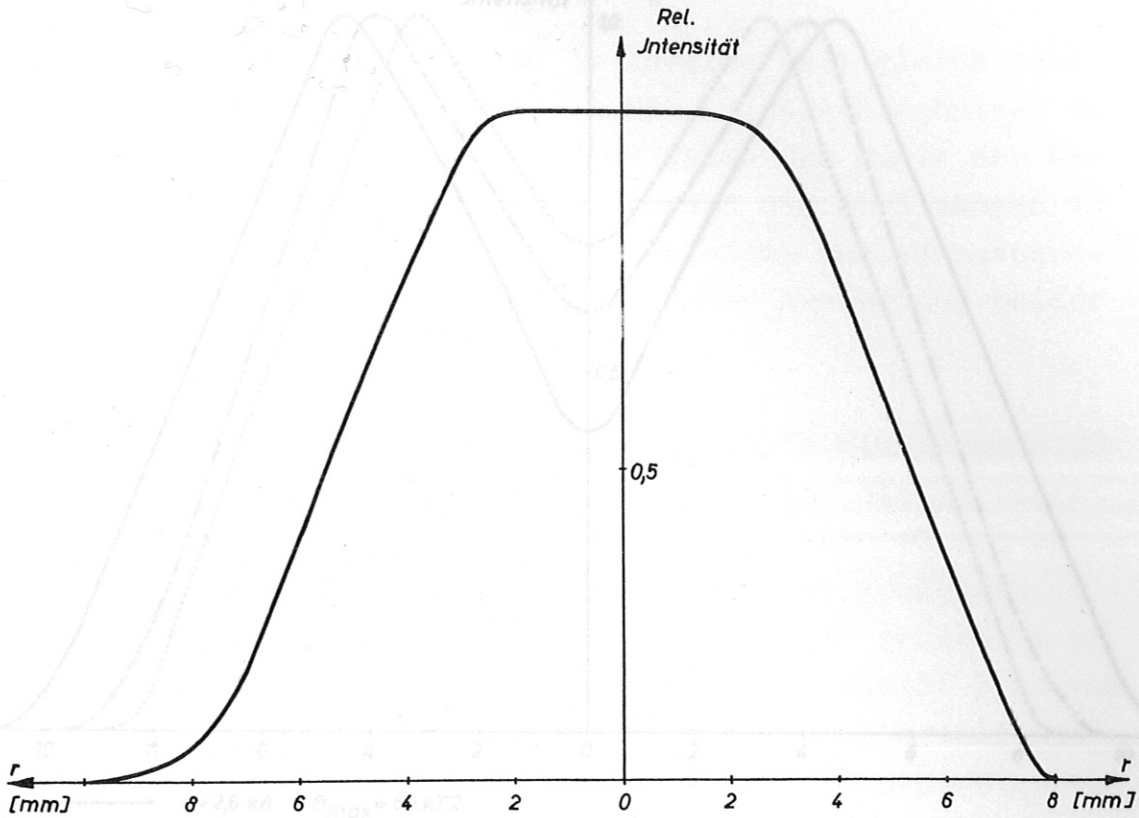


Abb. 16 side-on-Intensität des Kontinuums bei $\lambda = 4750 \text{ \AA}$
($I = 1,6 \text{ kA/B} = 60 \text{ kG}$).

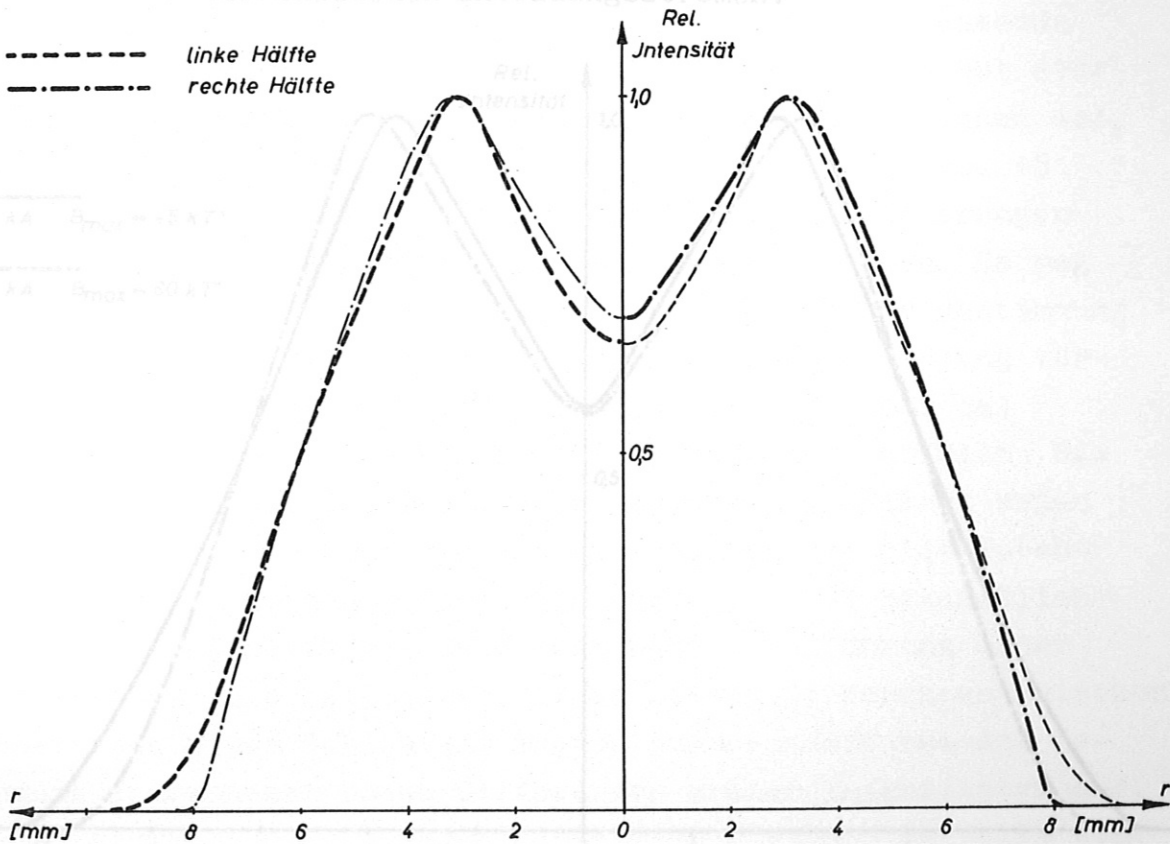


Abb. 17 Getrennte Abel-Inversion für die linke und die rechte Hälfte der Abb. 16.

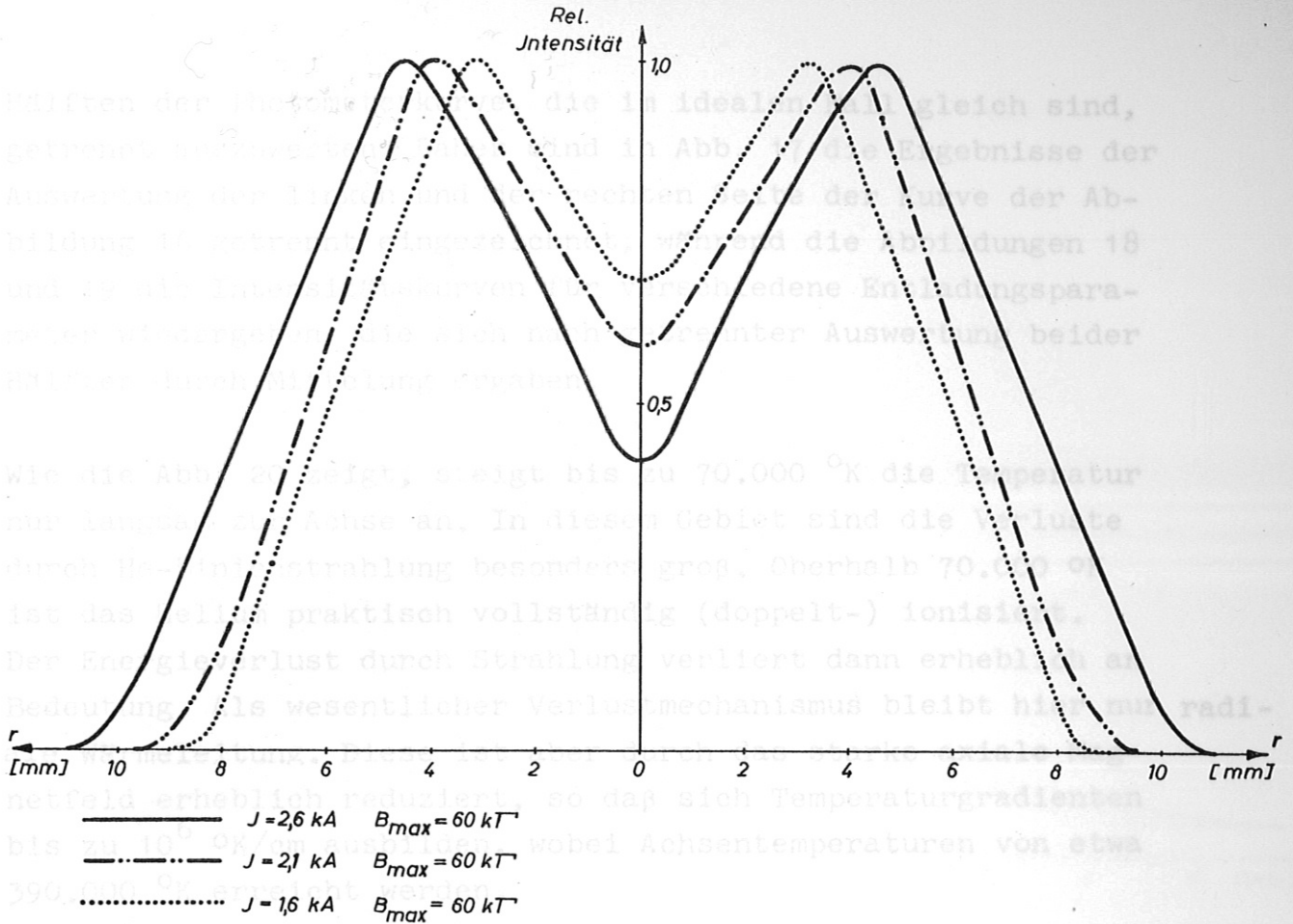


Abb. 18 Radiale Abhängigkeit der Kontinuumsintensität bei verschiedenen Entladungsströmen.

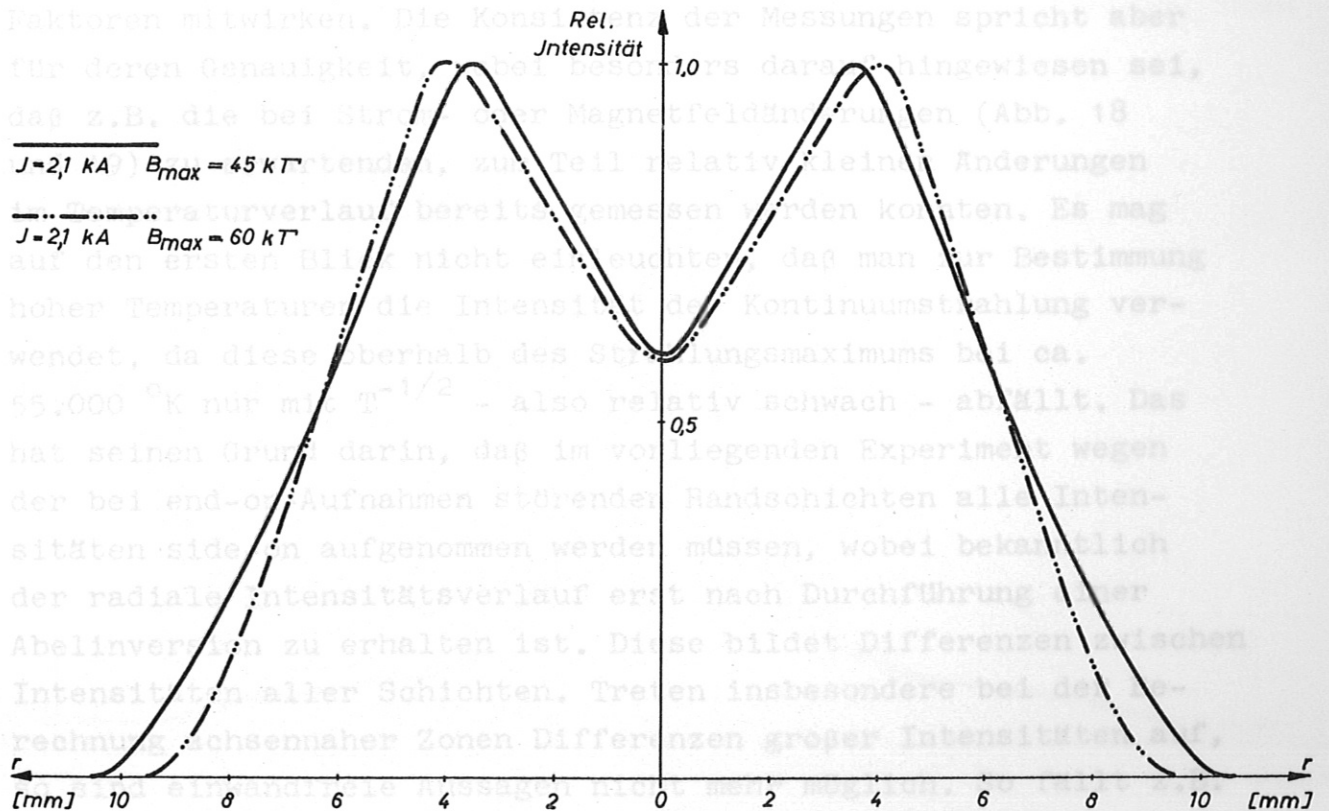


Abb. 19 Radiale Abhängigkeit der Kontinuumsintensität bei zwei verschiedenen Magnetfeldern.

Hälften der Photometerkurve, die im idealen Fall gleich sind, getrennt auszuwerten. Daher sind in Abb. 17 die Ergebnisse der Auswertung der linken und der rechten Seite der Kurve der Abbildung 16 getrennt eingezeichnet, während die Abbildungen 18 und 19 die Intensitätskurven für verschiedene Entladungsparameter wiedergeben, die sich nach getrennter Auswertung beider Hälften durch Mittelung ergaben.

Wie die Abb. 20 zeigt, steigt bis zu 70.000 °K die Temperatur nur langsam zur Achse an. In diesem Gebiet sind die Verluste durch He-Linienstrahlung besonders groß. Oberhalb 70.000 °K ist das Helium praktisch vollständig (doppelt-) ionisiert. Der Energieverlust durch Strahlung verliert dann erheblich an Bedeutung. Als wesentlicher Verlustmechanismus bleibt hier nur **radiale** Wärmeleitung. Diese ist aber durch das starke axiale Magnetfeld erheblich reduziert, so daß sich Temperaturgradienten bis zu 10^6 °K/cm ausbilden, wobei Achsentemperaturen von etwa 390.000 °K erreicht werden.

Die Genauigkeit der hier beschriebenen Temperaturmessung läßt sich kaum abschätzen, da zu viele nicht exakt zu erfassende Faktoren mitwirken. Die Konsistenz der Messungen spricht aber für deren Genauigkeit, wobei besonders darauf hingewiesen sei, daß z.B. die bei Strom- oder Magnetfeldänderungen (Abb. 18 und 19) zu erwartenden, zum Teil relativ kleinen Änderungen im Temperaturverlauf bereits gemessen werden konnten. Es mag auf den ersten Blick nicht einleuchten, daß man zur Bestimmung hoher Temperaturen die Intensität der Kontinuumstrahlung verwendet, da diese oberhalb des Strahlungsmaximums bei ca. 55.000 °K nur mit $T^{-1/2}$ - also relativ schwach - abfällt. Das hat seinen Grund darin, daß im vorliegenden Experiment wegen der bei end-on-Aufnahmen störenden Randschichten alle Intensitäten side-on aufgenommen werden müssen, wobei bekanntlich der radiale Intensitätsverlauf erst nach Durchführung einer Abel inversion zu erhalten ist. Diese bildet Differenzen zwischen Intensitäten aller Schichten. Treten insbesondere bei der Berechnung achsennaher Zonen Differenzen großer Intensitäten auf, so sind einwandfreie Aussagen nicht mehr möglich. So fällt z.B.

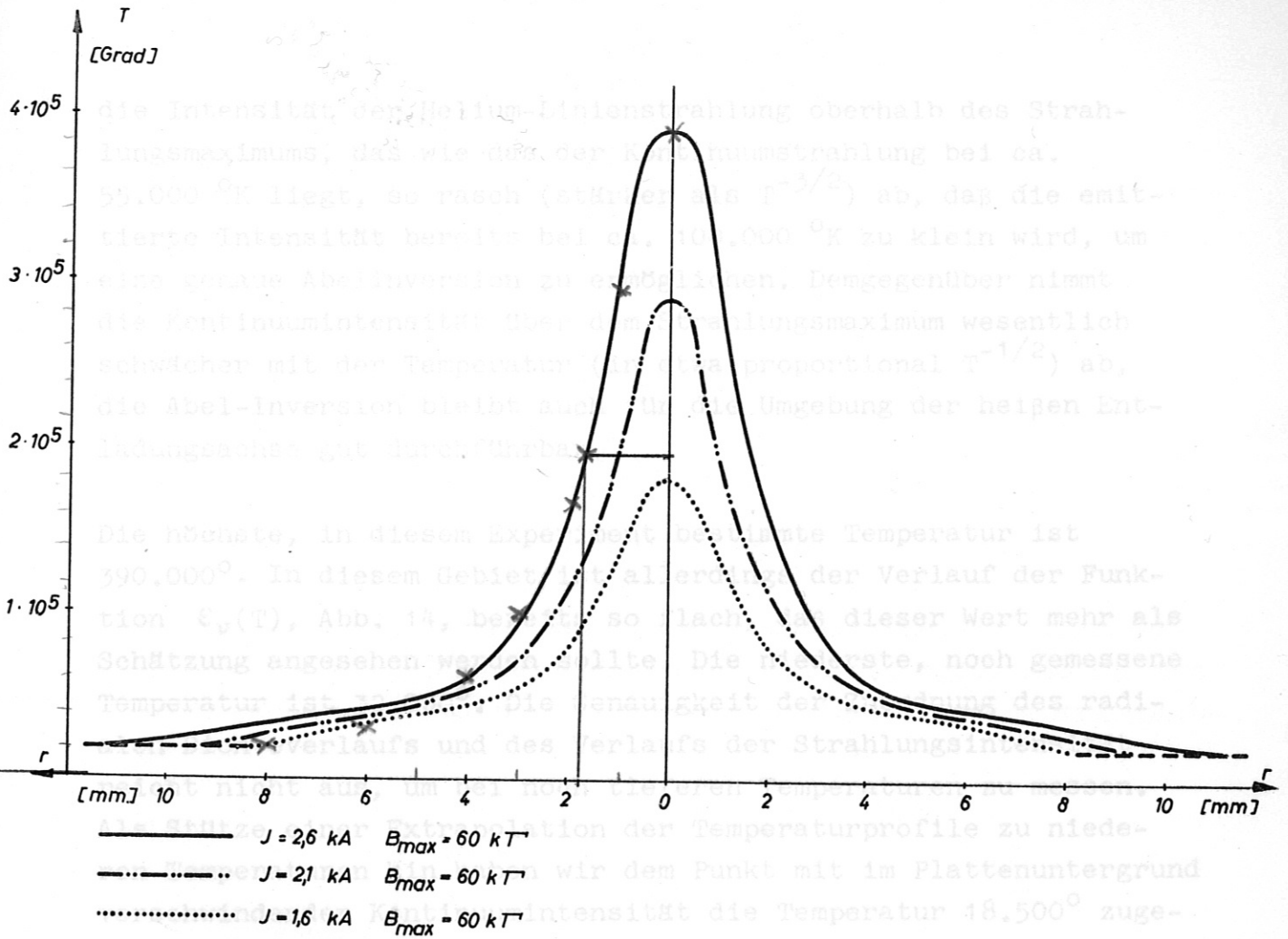


Abb. 20a Temperaturprofile bei verschiedenen Entladungsströmen

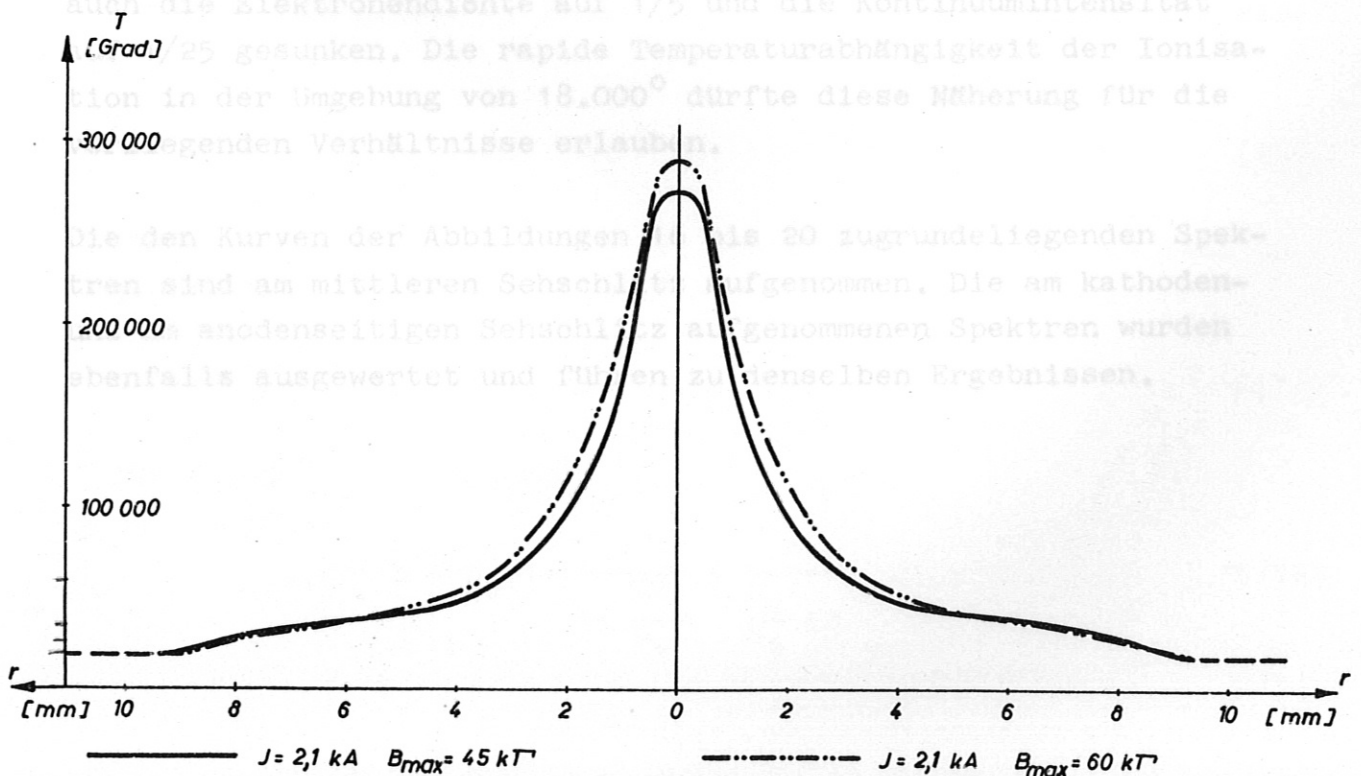


Abb. 20b Temperaturprofile bei zwei verschiedenen Magnetfeldern.

die Intensität der Helium-Linienstrahlung oberhalb des Strahlungsmaximums, das wie das der Kontinuumstrahlung bei ca. 55.000 °K liegt, so rasch (stärker als $T^{-3/2}$) ab, daß die emittierte Intensität bereits bei ca. 100.000 °K zu klein wird, um eine genaue Abelinversion zu ermöglichen. Demgegenüber nimmt die Kontinuumintensität über dem Strahlungsmaximum wesentlich schwächer mit der Temperatur (in etwa proportional $T^{-1/2}$) ab, die Abel-Inversion bleibt auch für die Umgebung der heißen Entladungssachse gut durchführbar.

Die höchste, in diesem Experiment bestimmte Temperatur ist 390.000°. In diesem Gebiet ist allerdings der Verlauf der Funktion $\epsilon_{\nu}(T)$, Abb. 14, bereits so flach, daß dieser Wert mehr als Schätzung angesehen werden sollte. Die niederste, noch gemessene Temperatur ist 32.000°. Die Genauigkeit der Zuordnung des radialen Dichteverlaufs und des Verlaufs der Strahlungsintensität reicht nicht aus, um bei noch tieferen Temperaturen zu messen. Als Stütze einer Extrapolation der Temperaturprofile zu niederen Temperaturen hin haben wir dem Punkt mit im Plattenuntergrund verschwindender Kontinuumintensität die Temperatur 18.500° zugeordnet. Bei dieser Temperatur ist nach der Saha-Gleichung nur noch 1/5 des Heliums ionisiert. In nullter Näherung ist damit auch die Elektronendichte auf 1/5 und die Kontinuumintensität auf 1/25 gesunken. Die rapide Temperaturabhängigkeit der Ionisation in der Umgebung von 18.000° dürfte diese Näherung für die vorliegenden Verhältnisse erlauben.

Die den Kurven der Abbildungen 16 bis 20 zugrundeliegenden Spektren sind am mittleren Sehschlitz aufgenommen. Die am kathoden- und am anodenseitigen Sehschlitz aufgenommenen Spektren wurden ebenfalls ausgewertet und führen zu denselben Ergebnissen.

für $35.000^{\circ} > T > 60.000^{\circ}$

$$p = n_e \left(1 + \frac{1}{25} + \frac{1}{1 + \frac{n_e}{5} + 2} \right) \text{ kg.}$$

1,4. Druckprofile

Nachdem wir nun Elektronendichte und Temperatur des Plasmas kennen, können wir jetzt den radialen Druckverlauf im Entladungskanal berechnen. In der Zustandsgleichung:

$$p = n kT \quad (7)$$

ist
$$n = n_0 + n_1 + n_2 + n_e \quad (8)$$

die Gesamtteilchendichte pro Volumeneinheit.

Wir nehmen für den Übergang vom einfach zum zweifach ionisierten Helium wieder die Saha-Gleichung (Gl.(6), S.20) und für den Übergang vom neutralen zum einfach ionisierten Helium die analoge Gleichung:

$$\frac{n_1}{n_0} n_e = \frac{2 z_1}{z_0} \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{3/2} e^{-\frac{\chi_0}{kT}} \equiv S_0(T) \quad (9)$$

als gültig an. Das Verhältnis der Zustandssummen Z_1 und Z_0 ist, da alle Anregungsenergien $\chi \gg kT$ sind, praktisch temperaturunabhängig und gleich 1. Unter Zuhilfenahme der Quasineutralitätsgleichung:

$$n_e = n_1 + 2n_2 \quad (10)$$

können wir dann aus (7) bis (9) den Druck errechnen. Es gilt in guter Näherung für $T \approx 60.000^\circ$

$$p = \frac{3}{2} n_e kT, \quad (11a)$$

für $35.000^\circ > T > 60.000^\circ$

$$p = n_e \left(1 + \frac{1}{1 + \frac{2S_1}{n_e}} + \frac{1}{\frac{n_e}{S_1} + 2} \right) kT, \quad (11b)$$

Abb. 21b Druckprofile bei zwei verschiedenen Magnetfeldern.

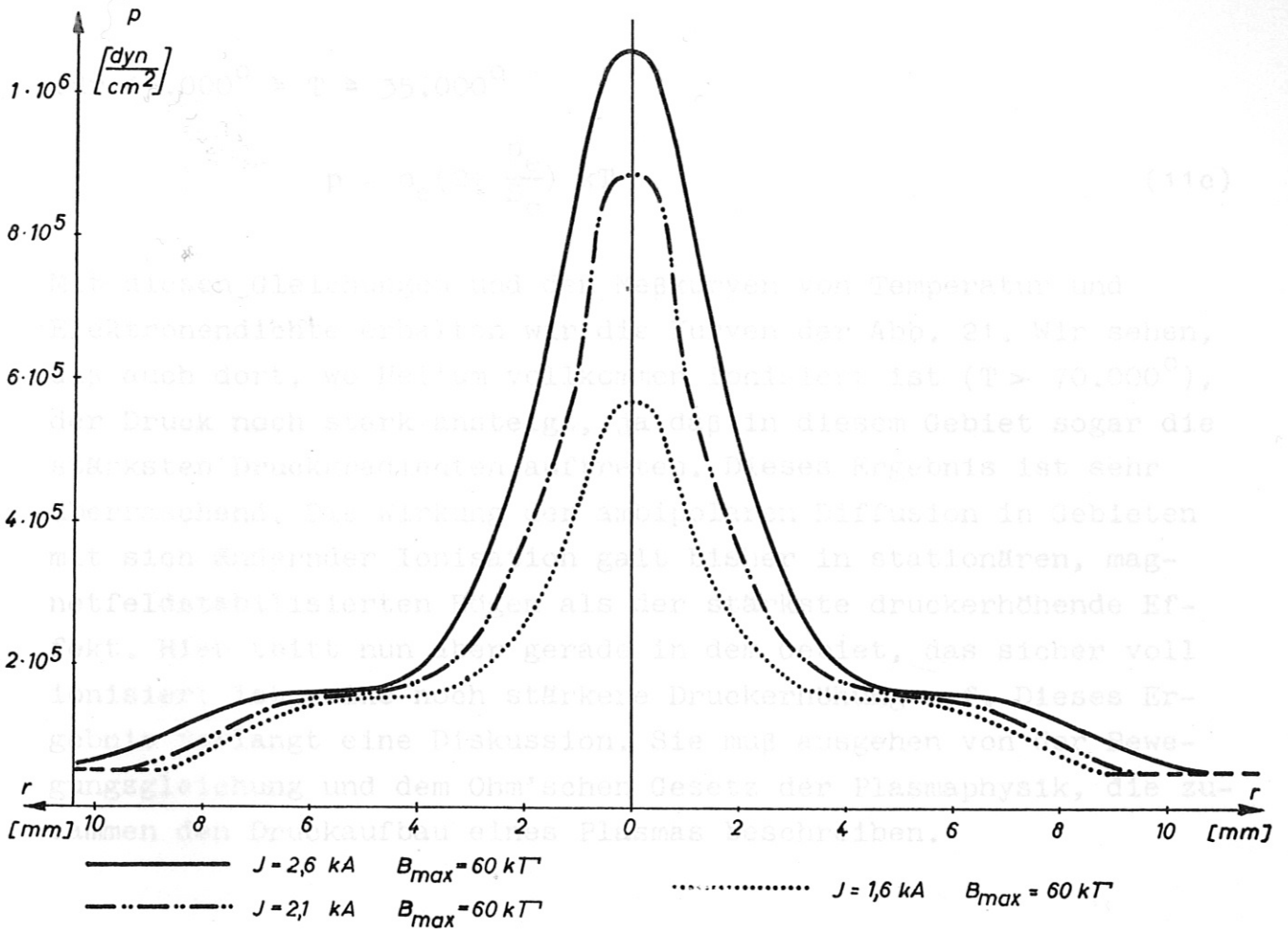


Abb. 21a Druckprofile bei verschiedenen Entladungsströmen

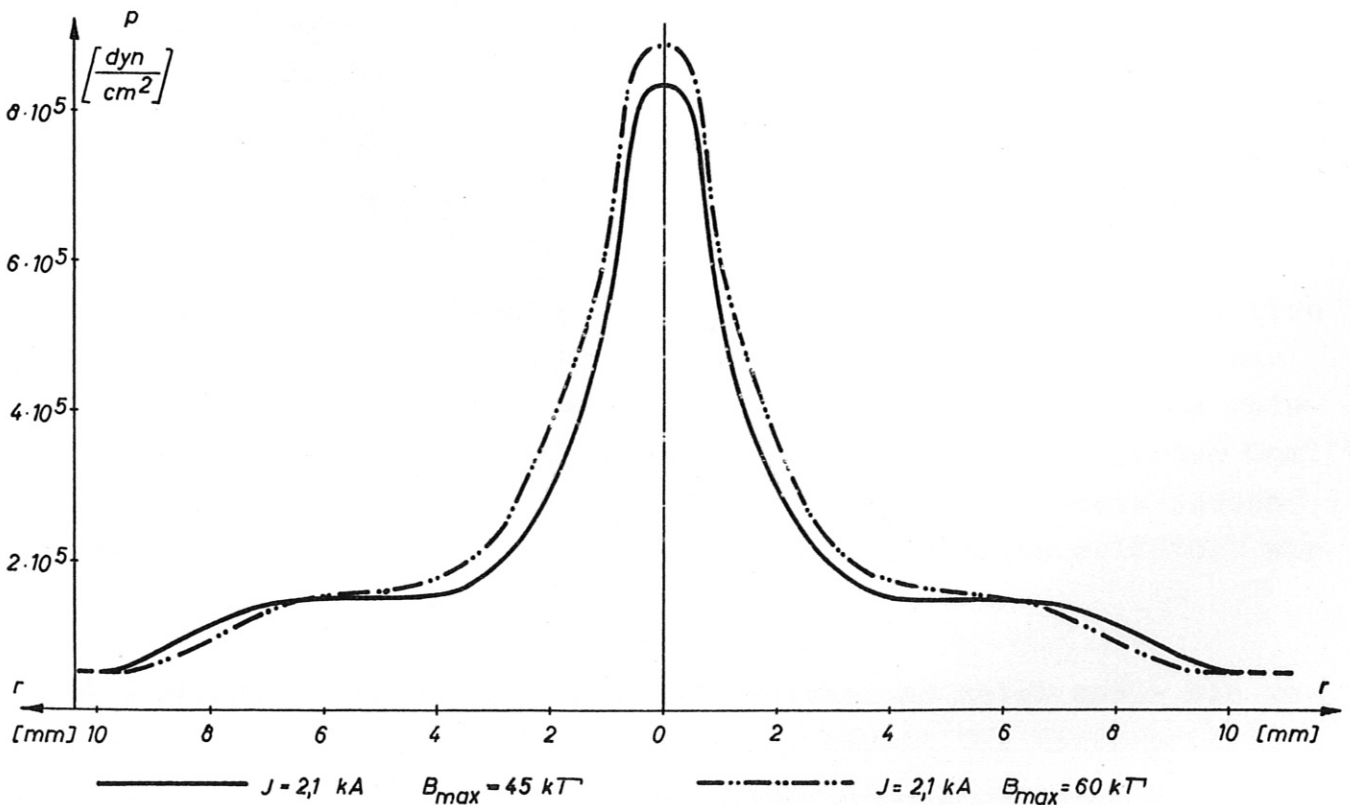


Abb. 21b Druckprofile bei zwei verschiedenen Magnetfeldern.

für $13.000^{\circ} \approx T \approx 35.000^{\circ}$

$$p = n_e \left(2 + \frac{n_e}{S_0} \right) kT \quad (11c)$$

Mit diesen Gleichungen und den Meßkurven von Temperatur und Elektronendichte erhalten wir die Kurven der Abb. 21. Wir sehen, daß auch dort, wo Helium vollkommen ionisiert ist ($T > 70.000^{\circ}$), der Druck noch stark ansteigt, ja daß in diesem Gebiet sogar die stärksten Druckgradienten auftreten. Dieses Ergebnis ist sehr überraschend. Die Wirkung der ambipolaren Diffusion in Gebieten mit sich ändernder Ionisation galt bisher in stationären, magnetfeldstabilisierten Bögen als der stärkste druckerhöhende Effekt. Hier tritt nun aber gerade in dem Gebiet, das sicher voll ionisiert ist, eine noch stärkere Druckerhöhung auf. Dieses Ergebnis verlangt eine Diskussion. Sie muß ausgehen von der Bewegungsgleichung und dem Ohm'schen Gesetz der Plasmaphysik, die zusammen den Druckaufbau eines Plasmas beschreiben.

des Druckaufbaus eines Plasmas, die uns aber beide zunächst nicht bekannt sind. Zwar kennen wir das von der äußeren Magnetspule erzeugte Feld - wir bezeichnen es in folgenden als "äußeres" Feld - daneben wird aber auch von den im Plasma fließenden Strömen ein Magnetfeld erzeugt, das wir "Eigenfeld" des Plasmas nennen wollen. Die Verteilung dieses Eigenfeldes ist nach der Maxwell'schen Gleichung:

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (13)$$

Im hier interessierenden stationären Fall ebenfalls eine Funktion der Stromverteilung, so daß sich die Frage nach dem Druckaufbau im Plasma auf eine Frage nach der Stromverteilung im Plasma reduziert. Die Stromverteilung folgt dabei dem verallgemeinerten Ohm'schen Gesetz. Bevor wir dieses recht komplizierte Gesetz jedoch anschreiben, soll zuvor der Zweck dieses Abschnitts erläutert werden.

Wenn wir den Druckaufbau verstehen wollen, so heißt das - wie gesagt - wegen Gleichung (12), daß wir zunächst die Stromverteilung

II. Diskussion des Druckaufbaus und der Stromverteilung im Plasma

II,1. Aufstellung der nötigen Gleichungen

Um den Aufbau der gemessenen Druckgradienten quantitativ zu verstehen, diskutieren wir die Bewegungsgleichung eines Plasmas (ρ = Massendichte, alle Größen in elektrostatischen cgs-Einheiten):

$$\text{grad } p = + \frac{1}{c} \vec{j} \times \vec{B} - \rho \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{K}_R \quad (12)$$

Wie wir noch sehen werden, sind die auf die einzelnen Volumenelemente wirkenden Trägheitskräfte $\rho \frac{d\vec{v}}{dt}$ und die innere Reibung \vec{K}_R für die folgenden Überlegungen vernachlässigbar. Unter dieser Voraussetzung benötigen wir zum Verständnis des Aufbaus des Druckgradienten nur eine genaue Kenntnis der Strom- und Magnetfeldverteilung im Plasma, die uns aber beide zunächst nicht bekannt sind. Zwar kennen wir das von der äußeren Magnetspule erzeugte Feld - wir bezeichnen es im Folgenden als "äußeres" Feld - daneben wird aber auch von den im Plasma fließenden Strömen ein Magnetfeld erzeugt, das wir "Eigenfeld" des Plasmas nennen wollen. Die Verteilung dieses Eigenfeldes ist nach der Maxwell'schen Gleichung:

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} \quad (13)$$

im hier interessierenden stationären Fall ebenfalls eine Funktion der Stromverteilung, so daß sich die Frage nach dem Druckaufbau im Plasma auf eine Frage nach der Stromverteilung im Plasma reduziert. Die Stromverteilung folgt dabei dem verallgemeinerten Ohm'schen Gesetz. Bevor wir dieses recht komplizierte Gesetz jedoch anschreiben, soll zuvor der Zweck dieses Abschnitts erläutert werden.

Wenn wir den Druckaufbau verstehen wollen, so heißt das - wie gesagt - wegen Gleichung (12), daß wir zunächst die Stromverteilung

verstehen müssen. Umgekehrt haben wir mit der Messung des Druckprofils auch eine experimentelle Aussage über die Stromverteilung gewonnen. Wir können mit unseren Druckmessungen das Ohm'sche Gesetz kontrollieren. Daraus wird sich als wesentlichstes Ergebnis dieses Abschnitts der Nachweis ergeben, daß der starke radiale Temperaturgradient in Verbindung mit dem äußeren B_z -Feld einen φ -Strom (Nernst-Effekt) erzeugt, der in der Nähe der Entladungsachse alle anderen vorhandenen φ -Ströme übertrifft und gemäß Gleichung (12) zu einem starken radialen Druckgradienten führt.

Wir schreiben das Ohm'sche Gesetz in der folgenden, bei Klüber [14] entnommenen Form, die unter den üblichen Annahmen $m_e \ll m_i$, $(\nabla \cdot \mathbf{j})_e = (\nabla \cdot \mathbf{j})_i = (\nabla \cdot \mathbf{j})$ (schleichende Diffusion), Quasineutralität und Isotropie des Druckes für ein 2-Komponenten-Plasma, bestehend aus Elektronen und einer Sorte Ionen, hergeleitet ist.

$$\tau_e \frac{\partial \vec{j} + \vec{j}}{\partial t} = \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \mathbf{B} - (1 + \alpha''_{uu}) \frac{1}{c n_e} \vec{j} \times \mathbf{B} + \frac{1}{e n_e} \nabla p_e + \frac{k}{e} \nabla T - \frac{k}{e} \alpha''_{uT} \vec{\omega}_e \tau_e \nabla T \right) \quad (14)$$

$\vec{\omega}_e = - \frac{e \mathbf{B}}{m c}$ ist der Vektor der Gyrobewegung, τ_e die mittlere Stoßzeit der Elektronen.

In dem uns interessierenden Fall ist $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$, womit $\alpha''_{uu} = 0$ und $\alpha''_{uT} = \frac{3}{2} \frac{1}{\omega_e^2 \tau_e^2}$ ist [14]. γ und σ sind Tensoren, die die Thermodiffusion und die elektrische Leitfähigkeit des Plasmas beschreiben und auf die später noch eingegangen wird. Im einzelnen wird die Bedeutung der Terme der Gl. (14) in den nächsten Abschnitten noch erläutert werden.

Um mit der Gl. (14) rechnen zu können, benötigen wir ein Koordinatensystem, das unserem Experiment angepaßt ist und dennoch möglichst einfache Ausdrücke der Komponentengleichungen des Ohm'schen Gesetzes liefern soll. Da wir eine weitgehend zylindersymmetrische Entladung untersucht haben, erscheint zunächst die Verwendung der gewohnten Zylinderkoordinaten als das Nächstliegende. Das Auftreten von Tensoren in Gl. (14) mahnt aber bei der Wahl des Koordinatensystems zur Vorsicht, da diese in der Regel nur in einem

Hauptachsensystem eine einfache Form behalten.

Beziehen wir uns auf Hauptachsen, so können wir den Leitfähigkeitstensor sofort anschreiben:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix} \quad (15)$$

Dabei ist mit $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$

$$\sigma_{\parallel} = \frac{1}{\gamma'} \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} \quad (15 \parallel)$$

die elektrische Leitfähigkeit in Richtung des Magnetfeldes, wobei $\gamma'(Z=1) = 0,513$ bzw. $\gamma'(Z=2) = 0,441$ sind. Senkrecht zum Magnetfeld gilt:

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} \approx \frac{1}{2} \sigma_{\parallel} \quad (15 \perp)$$

Weiter ist

$$\frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} = \frac{3(kT)^{3/2}}{4(2\pi)^{1/2} \cdot Z \cdot e^2 m_e^{1/2} \ln \Lambda} \quad (16)$$

wobei für unser Plasma $\ln \Lambda \approx 8$.

Die große Hauptachse von σ hat die Richtung des Magnetfeldes. Da nun unser in Längsrichtung fließender Entladungsstrom ein azimuthales Magnetfeld erzeugt, und sich dieses zum äußeren Feld addiert, sind die Magnetfeldlinien schraubenförmig verdrillt, weshalb ihre Richtung und damit auch die der großen Hauptachse von σ mit keiner der Achsenrichtungen im Zylinderkoordinatensystem zusammenfällt. Die Anpassung des Leitfähigkeitstensors an Zylinderkoordinaten durch (im inhomogenen Feld zweimalige) Drehung

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\perp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\parallel} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_r \\ J_\varphi \\ J_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_r + \dots \\ E_\varphi + \dots \\ E_z + \dots \end{pmatrix} \quad (16a)$$

Diese Form des Widerstandstensors wird in [14] verwendet.

führt zu einem unübersichtlichen Ausdruck¹⁾. Deshalb, sowie auch aus anderen, später erläuterten Gründen hat es sich als zweckmäßig erwiesen, für die folgende Diskussion ein Hauptachsensystem als Koordinatensystem zu verwenden.

Die Richtung des Magnetfelds bzw. der großen Hauptachse des Tensors, steht als Koordinatenrichtung fest. Wir nennen sie die Richtung z' , da sie unter der Magnetfeldspule in etwa mit der z -Richtung von Zylinderkoordinaten zusammenfällt. Abweichungen davon ergeben sich aus der vorhandenen Inhomogenität des Feldes und aus seiner schraubenförmigen Verdrillung durch das Eigenfeld des z -Stromes. Der Koordinate z' ordnen wir den Einheitsvektor $\mathbf{n}_{z'} = \vec{B} / |B|$ zu. Als weitere Koordinatenrichtung verwenden wir wegen der vorhandenen Rotationssymmetrie die Richtung des durch die Entladungs- bzw. Magnetfeldachse gehenden und zum wahren Magnetfeld orthogonalen Vektors. Da diese Richtung unter der Magnetfeldspule in etwa mit der r -Richtung der Zylinderkoordinaten zusammenfällt, bezeichnen wir sie mit r' und ordnen ihr den Einheitsvektor $\mathbf{n}_{r'}$ zu (Abb. 22). Die dritte Richtung sei die zu beiden

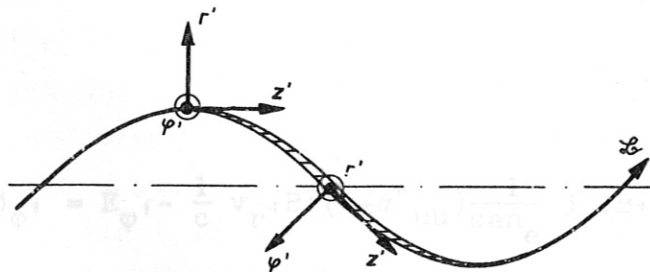


Abb. 22 Zur Definition des Koordinatensystems

1)

Z.B. würde nach einer Drehung des zum Leitfähigkeitstensor inversen Widerstandstensors um den Winkel B_φ/B (mit $B_\varphi \ll B$) das Ohm'sche Gesetz mit $B_r = 0$ lauten:

$$\begin{pmatrix} 1/\sigma_\perp & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sigma_\perp (1 - (1 - \sigma_\perp/\sigma_\parallel) B_\varphi^2/B^2) & (1/\sigma_\perp - 1/\sigma_\parallel) B_\varphi/B \\ 0 & -(1/\sigma_\perp - 1/\sigma_\parallel) B_\varphi/B & 1/\sigma_\parallel + 1/\sigma_\perp B_\varphi^2/B^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_r \\ j_\varphi \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_r + \dots \\ E_\varphi + \dots \\ E_z + \dots \end{pmatrix} \quad (15a)$$

Diese Form des Widerstandstensors wird in [14] verwandt.

orthogonale Richtung φ' , zu der der Einheitsvektor $\mathbf{n}_{\varphi'} = [\mathbf{n}_z, \times \mathbf{n}_r']$ gehört. Auch diese Richtung fällt nicht genau mit der üblichen φ -Richtung zusammen, da ihr Einheitsvektor auf dem schwach verdrillten Magnetfeld senkrecht steht.

Bei allen, in diesem Koordinatensystem durchzuführenden Rechenoperationen werden wir davon Gebrauch machen, daß im zu betrachtenden Teil der Entladung $B_r \ll B_z$ und $B_\varphi \ll B_z$ ist. Die für Zylinderkoordinaten gültigen Rechenregeln gelten damit auch in diesem System.

Mit diesem Koordinatensystem können wir die Gleichung (14) in drei Komponentengleichungen zerlegen. Dabei erweist sich das gewählte Koordinatensystem bereits als vorteilhaft, da alle Kreuzprodukte sich auf einen Term reduzieren, denn definitionsgemäß sind $B_{r'} = 0$ und $B_{\varphi'} = 0$.

$$\frac{\tau_e}{\sigma_{\perp}} \frac{\partial j_{r'}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma_{\perp}} j_{r'} = E_{r'} + \frac{1}{c} v_{\varphi', B} (1 + \alpha'_{uu}) \frac{1}{en_e} j_{\varphi', B} + \frac{1}{en_e} \nabla_{r'} p_e + \frac{k}{e} \gamma_{\perp} \nabla_{r'} T + \frac{k}{e} \alpha''_{uT} \omega_{ez'} \tau_e \nabla_{\varphi'} T \quad (17 r')$$

$$\frac{\tau_e}{\sigma_{\perp}} \frac{\partial j_{\varphi'}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma_{\perp}} j_{\varphi'} = E_{\varphi'} - \frac{1}{c} v_{r', B} (1 + \alpha''_{uu}) \frac{1}{en_e} j_{r', B} + \frac{1}{en_e} \nabla_{\varphi'} p_e + \frac{k}{e} \gamma_{\perp r'} T - \frac{k}{e} \alpha''_{uT} \omega_{ez'} \tau_e \nabla_{r'} T \quad (17 \varphi')$$

$$\frac{\tau_e}{\sigma_{\parallel}} \frac{\partial j_{z'}}{\partial t} + \frac{1}{\sigma_{\parallel}} j_{z'} = E_{z'} + \frac{1}{en_e} \nabla_{z'} p_e + \frac{k}{e} \gamma_{\parallel} \nabla_{z'} T \quad (17 z')$$

Analog zerlegen wir die Bewegungsgleichung (12) und erhalten:

$$(\nabla p)_{r'} = \frac{1}{c} j_{\varphi'} B - \rho \frac{dv_{r'}}{dt} + K_{Rr'} \quad (18r')$$

$$(\nabla p)_{\varphi'} = -\frac{1}{c} j_{r'} B - \rho \frac{dv_{\varphi'}}{dt} + K_{R\varphi'} \quad (18 \varphi')$$

$$(\nabla p)_{z'} = -\rho \frac{dv_{z'}}{dt} + K_{Rz'} \quad (18 z')$$

Wir integrieren die Gl. (18 r') von r' bis zum äußeren Radius R des Entladungskanals und erhalten:

$$p(r') = p_R - \frac{1}{c} \int_{r'}^R j_{\varphi'} B dr'' + \int_{r'}^R \rho \frac{dv_{r'}}{dt} dr'' - \int_{r'}^R K_{Rr'} dr''. \quad (19 r')$$

p_R ist der Druck des die Entladung umgebenden Neutralgases.

Die Frage ist nun, wie stark die durch die Gl. (19 r') bestimmte Größe $p(r')$ von der eigentlich in Zylinderkoordinaten gemessenen Größe $p(r)$ abweicht. Wäre das Magnetfeld im Bereich der Entladung ganz homogen, so würden die r' - und die r -Richtung exakt zusammenfallen. Da sich aber in der vorliegenden Entladung die Magnetfeldlinien leicht konisch gegen die Kathode hin öffnen, stimmen die r' - und die r -Richtung nur in unmittelbarer Umgebung der Entladungsachse überein. Die Öffnung der Magnetfeldlinien beträgt in einem Abstand von 1 cm von der Entladungsachse - also am Rande des Plasmakanals - $0,2^\circ$, woraus über der Meßstrecke eine "Unschärfe" von weniger als 2 mm resultiert. Die Raumauflösung unserer Dichtemessungen beträgt ca. 1 mm, d.h. die Abweichung des $p(r')$ -Systems vom $p(r)$ -System ist nur geringfügig größer als der Meßfehler. Unsere Meßergebnisse beschreiben also das Druckprofil $p(r')$ genauso wie das Druckprofil $p(r)$. Wir werden deshalb für die weitere Diskussion von der Gl. (19 r') ausgehen.

Die Gl. (19r') kann zunächst noch etwas vereinfacht werden. Die Geometrie der Entladung läßt im interessierenden, stationären Fall hohe radiale Strömungsgeschwindigkeiten nicht zu. Deshalb kann die Wirkung der inneren Reibung für den radialen Druckaufbau sicher vernachlässigt werden. Aus demselben Grunde sind die ersten beiden Terme des ortsabhängigen Teils der radialen Komponente des

des Trägheitsterms

$$[(\omega \nabla) \omega]_r = v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\varphi^2}{r}$$

vernachlässigbar. Der Term v_φ^2/r leistet erst bei Geschwindigkeiten von ca. 10^6 cm/sec einen merklichen Beitrag. Solche Geschwindigkeiten würden an side-on aufgenommenen Verunreinigungslinien zu deutlichen Dopplerverschiebungen führen, die von K. Bergstedt mit einem hochauflösenden Gitterspektrographen aufgenommenen Spektren des Mittelteils der Entladung zeigen jedoch keine Verschiebungen. Wir vernachlässigen deshalb in Gl. (19r') neben der inneren Reibung auch die Trägheitsterme. Die Diskussion von $p(r')$ hat sich damit auf eine Diskussion von j_φ reduziert.

Die für j_φ in (19r') einzusetzende Gleichung (17 φ') können wir im Hinblick auf unser Experiment noch vereinfachen. Unser Plasma ist stationär, so daß $\partial/\partial t = 0$. Des weiteren ist es rotations-symmetrisch, so daß $\partial/\partial \varphi = 0$. Das auftretende $\partial/\partial \varphi'$ hat θ -Kurven wie erwähnt - auch einen kleinen Anteil in der longitudinalen Richtung. Auch dieser ist wegen der Unabhängigkeit der Entladung von der Längsrichtung vernachlässigbar, so daß auch $\partial/\partial \varphi' = 0$. Ausserdem ist im ganzen zu betrachtenden Teil der Entladung $\omega_e^2 \tau_e^2 \gg 1$, so daß $\alpha''_{uu} = 0$ und $\alpha''_{uT} = \frac{3}{2} \cdot 1/\omega_e^2 \tau_e^2$. Weiter gilt für σ_\perp die Gleichung (15₁), womit verbleibt:

$$j_\varphi' = \sigma_\perp E_{\varphi'} - \frac{\sigma_\perp}{c} v_{r',B} + \frac{\sigma_\perp}{c n_e} j_{r',B} + \frac{3}{2} \frac{c}{B} n_e^k \nabla_{r',T}. \quad (20)$$

Damit erhalten wir für Gl. (19 r'):

$$p(r') = p_R - \frac{B}{c} \int_{r'}^R \sigma_\perp E_{\varphi'} dr'' + \frac{B^2}{c} \int_{r'}^R \sigma_\perp v_{r'} dr'' - \frac{B^2}{c^2 n_e} \cdot \int_{r'}^R \sigma_\perp j_{r'} dr'' - \frac{3}{2} \int_{r'}^R n_e^k \nabla_{r',T} dr''. \quad (21)$$

p_R bezeichnet - wie erwähnt - den das Plasma umgebenden Neutralgasdruck.

Die anderen Terme berücksichtigen die Druckerhöhung durch

$$\begin{aligned}
 & - \int_{r'}^R \sigma_{\perp} E_{\varphi} dr'' && \text{den Pinchdruck (worauf wir noch} \\
 & && \text{eingehen werden),} \\
 & \frac{B^2}{c^2} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} v_r dr'' && \text{den Zu- oder Abstrom des Plasmas ,} \\
 & - \frac{B^2}{c^2 n_e} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} j_r dr'' && \text{den Hall-Effekt und} \\
 & - \frac{3}{2} k \int_{r'}^R n_e \nabla_r T dr'' && \text{den Nernst-Effekt.}
 \end{aligned}$$

Wir kennen nun also die auf das gemessene Druckprofil $p(r')$ anzuwendende Gleichung, deren einzelne Terme wir im folgenden quantitativ untersuchen werden. Dazu werden wir aus unseren Meßkurven die Ergebnisse für $I = 2,6 \text{ kA/B} = 60 \text{ kG}$ herausgreifen.

II,2. Der Pinchdruck

Da die vorliegende Entladung stationär ist, ist sie frei von azimuthalen, elektrischen Feldstärken ($E_{\varphi} = 0$). Die Feldstärke E_{φ} verschwindet jedoch nicht, da sich wegen der schraubenförmigen Verdrillung des Magnetfelds die von außen über die Elektroden angelegte Feldstärke E_z (Abb. 23) aufspaltet in eine Komponente

$$E_{z'} = \left(\frac{B_z}{B}\right) E_z$$

und in eine Komponente

$$E_{\varphi'} = - \left(\frac{B_{\varphi}}{B}\right) E_z \quad (22)$$

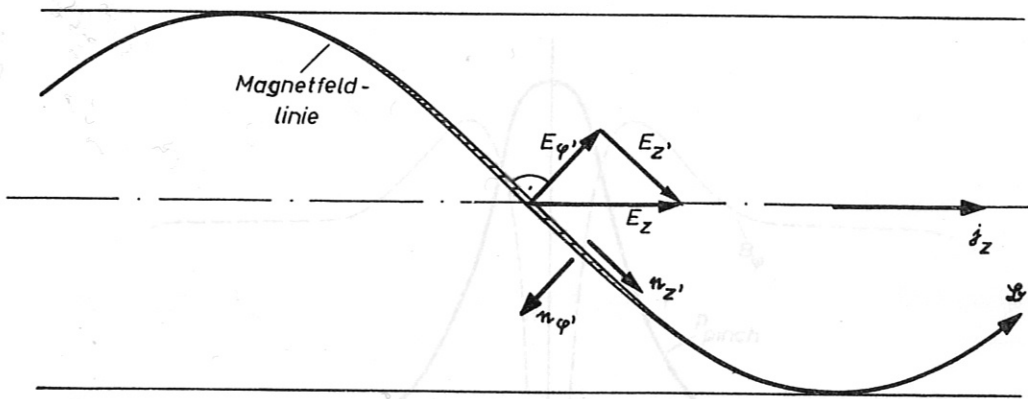


Abb. 23 Zur Ableitung von E_φ ,

Wir schreiben daher für die allein von E_φ erzeugte Druckerhöhung

$$p_{\text{Pinch}}(r') = - \frac{B}{c} \int_{r'}^R \sigma_\perp E_\varphi dr'' = + \frac{1}{c} \int_{r'}^R \sigma_\perp E_z B_\varphi dr'' \quad (23)$$

Diese Größe wird in der Regel als Pinchdruck bezeichnet. Sondennmessungen von O. Klüber [15] ergaben, daß $E_z \approx 7\text{V/cm}$ ist. Der radiale Verlauf der Leitfähigkeit σ_\perp ist im Anhang für eines der gemessenen Temperaturprofile ermittelt, woraus sich - wieebenfalls im Anhang gezeigt - das B_φ -Feld und der Pinchdruck (Abb. 24) durch graphische Integration ergeben. Wie wir sehen, ist der Pinchdruck nicht in der Lage, den von uns gemessenen Achsendruck von $1 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$ zu erklären.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß man in der Regel für den Pinchdruck schreibt:

$$p_{\text{Pinch}}(r') = + \frac{1}{c} \int_{r'}^R j_z B_\varphi dr'' = + \frac{1}{c} \int_{r'}^R \sigma_\parallel E_z B_\varphi dr'' \quad (24)$$

Der Vergleich mit der Gl. (23) zeigt, daß die Berücksichtigung der Anisotropie der Leitfähigkeit einen um den Faktor $\sigma_\parallel / \sigma_\perp \approx 2$ reduzierten Pinchdruck ergibt. Gl. (24) reduziert sich auf Gl.(23), wenn man die an Zylinderkoordinaten angepaßte Form des Leitfähigkeits-

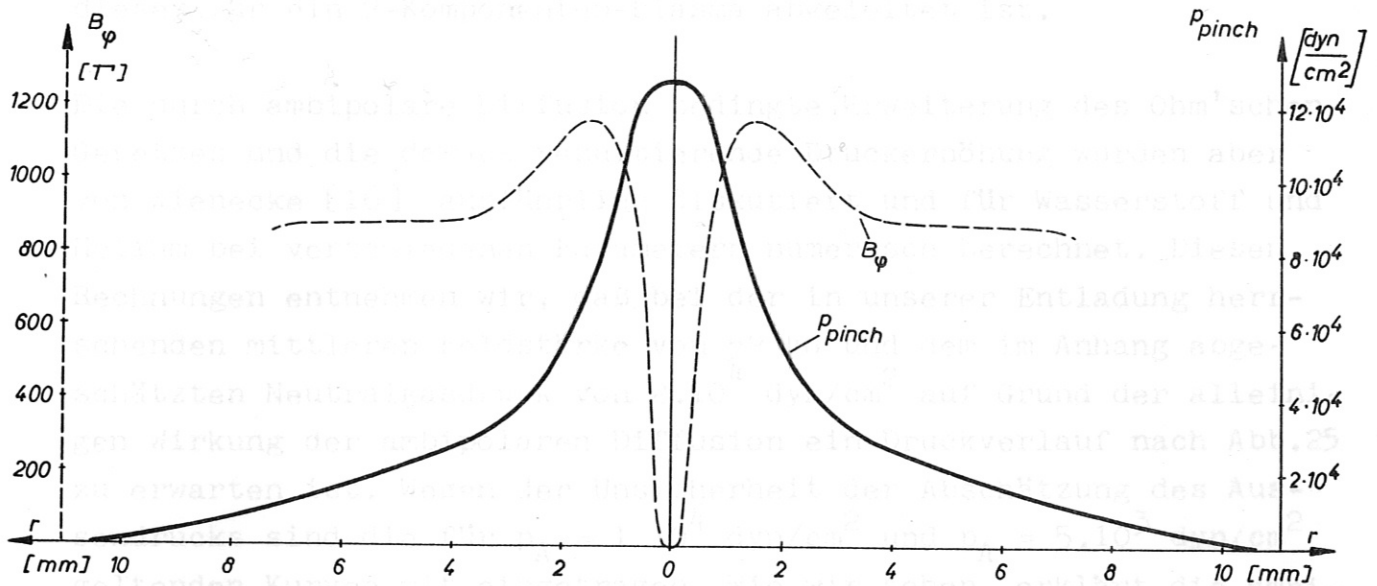


Abb. 24 Pinchdruck und Eigenfeld B_φ des Entladungsstromes

tensors (Gl. 15a, S. 35) verwendet. Das entspricht in etwa dem Vorgehen bei Klüber [14]. Es ist ein Vorteil des gewählten Koordinatensystems, daß es sofort auf den richtigen Ausdruck für den Pinchdruck führt.

II,3. Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion

In den äußeren Bereichen der Entladung setzt sich das Plasma aus drei Komponenten, den Elektronen, den einfach geladenen Ionen und den neutralen Atomen zusammen. Da entsprechend der zur Achse hin zunehmenden Ionisation Partialdruckgradienten der einzelnen Komponenten vorhanden sind, diffundieren Neutralteilchen nach innen und Ionen und Elektronen ambipolar nach außen. Dies gibt Anlaß zu elektrischen Strömen in der azimuthalen Richtung, da wegen des vorhandenen Magnetfelds auf die Ladungsträger eine Lorentzkraft wirkt, die Elektronen und Ionen in entgegengesetzter Richtung ablenkt. Dieser Effekt, der analog auch im Übergangsbereich zwischen einfacher und doppelter Ionisation des Heliums auftritt, wird durch das

Abb. 25 Die Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion für $B = 2 \text{ kG}$ und verschiedene Neutralgasdrücke

Ohm'sche Gesetz in der Form der Gl. (14) nicht beschrieben, da dieses für ein 2-Komponenten-Plasma abgeleitet ist.

Die durch ambipolare Diffusion bedingte Erweiterung des Ohm'schen Gesetzes und die daraus resultierende Druckerhöhung wurden aber von Wienecke [16] ausführlich diskutiert und für Wasserstoff und Helium bei verschiedenen Parametern numerisch berechnet. Diesen Rechnungen entnehmen wir, daß bei der in unserer Entladung herrschenden mittleren Feldstärke von 52 kG und dem im Anhang abgeschätzten Neutralgasdruck von $2 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^2$ auf Grund der alleinigen Wirkung der ambipolaren Diffusion ein Druckverlauf nach Abb. 25 zu erwarten ist. Wegen der Unsicherheit der Abschätzung des Ausenddrucks sind die für $p_A = 1 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^2$ und $p_A = 5 \cdot 10^3 \text{ dyn/cm}^2$ geltenden Kurven mit eingetragen. Wie wir sehen, erklärt die ambipolare Diffusion im Rahmen unserer ungenauen Kenntnis des Neutralgasdrucks den Druckverlauf am Rande des Entladungskanals befriedigend. In der Umgebung der Entladungsachse ist das Plasma vollionisiert, so daß auf Grund der Wirkung der ambipolaren Diffusion prinzipiell keine Druckerhöhung entstehen kann.

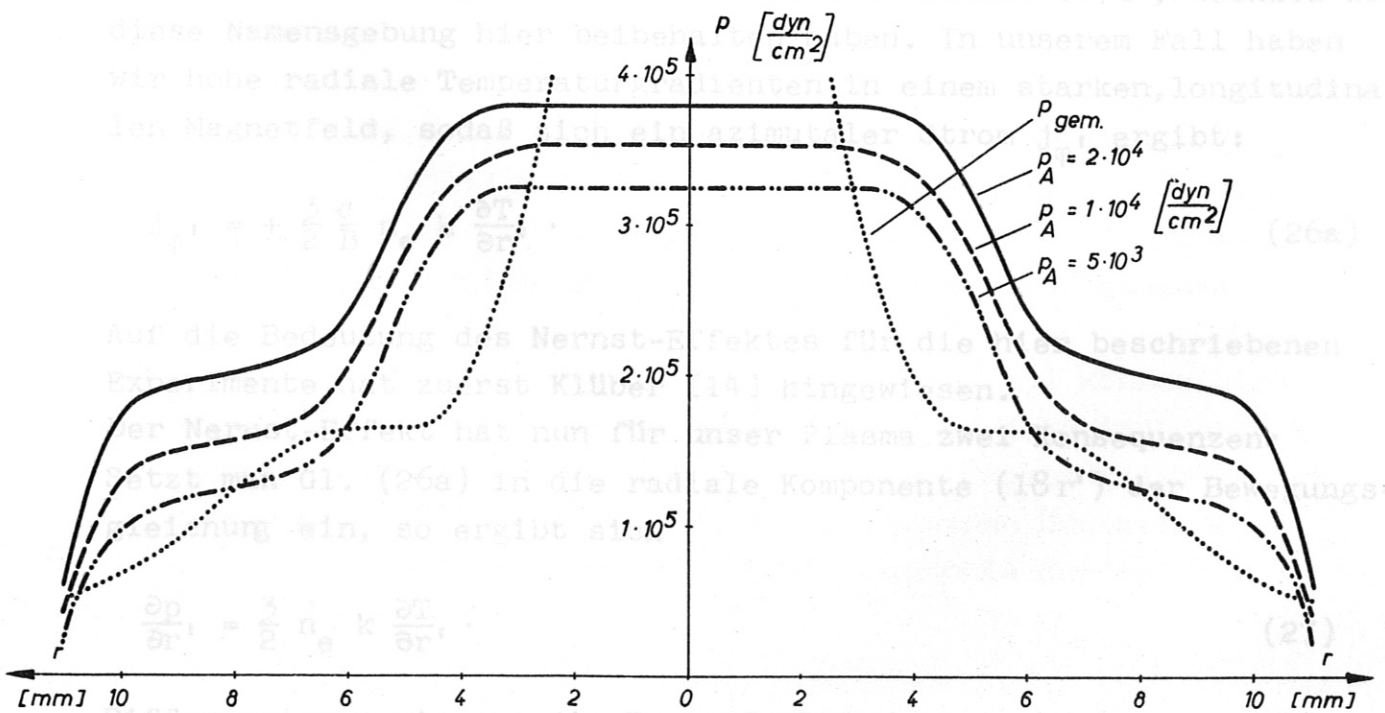


Abb. 25 Die Druckerhöhung durch ambipolare Diffusion für $B = 52 \text{ kG}$ und verschiedene Neutralgasdrücke

II,4. Die Druckerhöhung durch den Nernst-Effekt

In der Eieruhr ist - wie wir noch sehen werden - auf jeden Fall ein radialer Zustrom von Materie, also ein negatives $v_{r'}$, vorhanden, woraus nach Gl. (21) eine Druckerniedrigung resultiert. Somit verbleibt in Gl. (21) zur Erklärung unserer Meßergebnisse nur noch der Anteil:

$$p_{\text{Nernst}}^{(1)} = - \frac{3}{2} k \int_{r'}^R n_e \nabla_{r',T} dr'' = - \frac{3}{2} k \int_{T=r'}^{T_R} n_e(T) dT \quad (25)$$

Diese Gleichung geht zurück auf den Term

$$\vec{j}_{\text{Nernst}} = - \frac{3}{2} \frac{k}{e} \alpha'' \omega_e \tau_e \times \nabla T \quad (26)$$

des Ohm'schen Gesetzes, wobei $\vec{\omega}_e = - \frac{e\vec{B}}{mc}$ der Vektor der Gyrobewegung der Elektronen ist. Gl. (26) besagt, daß senkrecht zu einem Temperaturgradienten und einem dazu senkrechten Magnetfeld unter geeigneten geometrischen Voraussetzungen ein Strom fließt. Das ist im Prinzip aus der Festkörperphysik unter dem Namen Nernst-Effekt oder auch v. Etingshausen-Nernst-Effekt bekannt [17], weshalb wir diese Namensgebung hier beibehalten haben. In unserem Fall haben wir hohe radiale Temperaturgradienten in einem starken, longitudinalen Magnetfeld, sodaß sich ein azimuthaler Strom j_φ ergibt:

$$j_\varphi = + \frac{3}{2} \frac{c}{B} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} \quad (26a)$$

Auf die Bedeutung des Nernst-Effektes für die hier beschriebenen Experimente hat zuerst Klüber [14] hingewiesen.

Der Nernst-Effekt hat nun für unser Plasma zwei Konsequenzen:

Setzt man Gl. (26a) in die radiale Komponente (18r') der Bewegungsgleichung ein, so ergibt sich

$$\frac{\partial p}{\partial r'} = \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} \quad (27)$$

Differenzieren wir nun die Zustandsgleichung

$$p = \frac{Z+1}{Z} n_e kT \quad (28)$$

für ein quasineutrales Plasma mit Ionen der Ladung Z nach r' , so erhalten wir

$$\frac{\partial p}{\partial r'} = \frac{Z+1}{Z} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} + \frac{Z+1}{Z} kT \frac{\partial n_e}{\partial r'} \quad (29)$$

Die Gleichungen (27) und (29) können wir zusammenfassen zu

$$\frac{Z+1}{Z} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} + \frac{Z+1}{Z} kT \frac{\partial n_e}{\partial r'} = \frac{3}{2} n_e k \frac{\partial T}{\partial r'} \quad (30)$$

Für unser doppelt ionisiertes Helium-Plasma ist $Z = 2$, so daß

$$\frac{\partial n_e}{\partial r'} = 0$$

oder

$$n_e = \text{const.}$$

sein muß.

Im Falle eines Heliumplasmas stellt sich also gerade ein solcher j_{φ} -Strom ein, daß im Gebiet doppelter Ionisation die Elektronendichte über den Radius konstant ist. Diese Konstanz der Elektronendichte über den Radius war aber gerade das wesentliche Ergebnis unserer Elektronendichtemessungen, so daß diese Messungen allein schon die Gültigkeit der Beziehungen (25) bzw. (26) bestätigen. Darüber hinaus erklärt der Nernst-Effekt auch die hohen radialen Druckgradienten in der Umgebung der Entladungsachse.

Aus den Meßkurven $n_e(r)$ und $T(r)$ und Gleichung (25) können wir die Druckerhöhung auf Grund des Nernst-Effektes graphisch ermitteln. Die sich ergebende Abb. 26 zeigt in der Umgebung der Entladungsachse einen Druckanstieg, der den gemessenen Druckanstieg noch etwas übersteigt. Zum Vergleich ist nochmals der Beitrag des Pincheffektes aufgetragen.

Wie bereits erwähnt, erzeugt ein radial nach innen gerichteter Materiestrom eine Druckerniedrigung. Ein solcher Zustrom muß, wie von Wulff [3] gezeigt, vorhanden sein, da aus Messungen von Doppler-

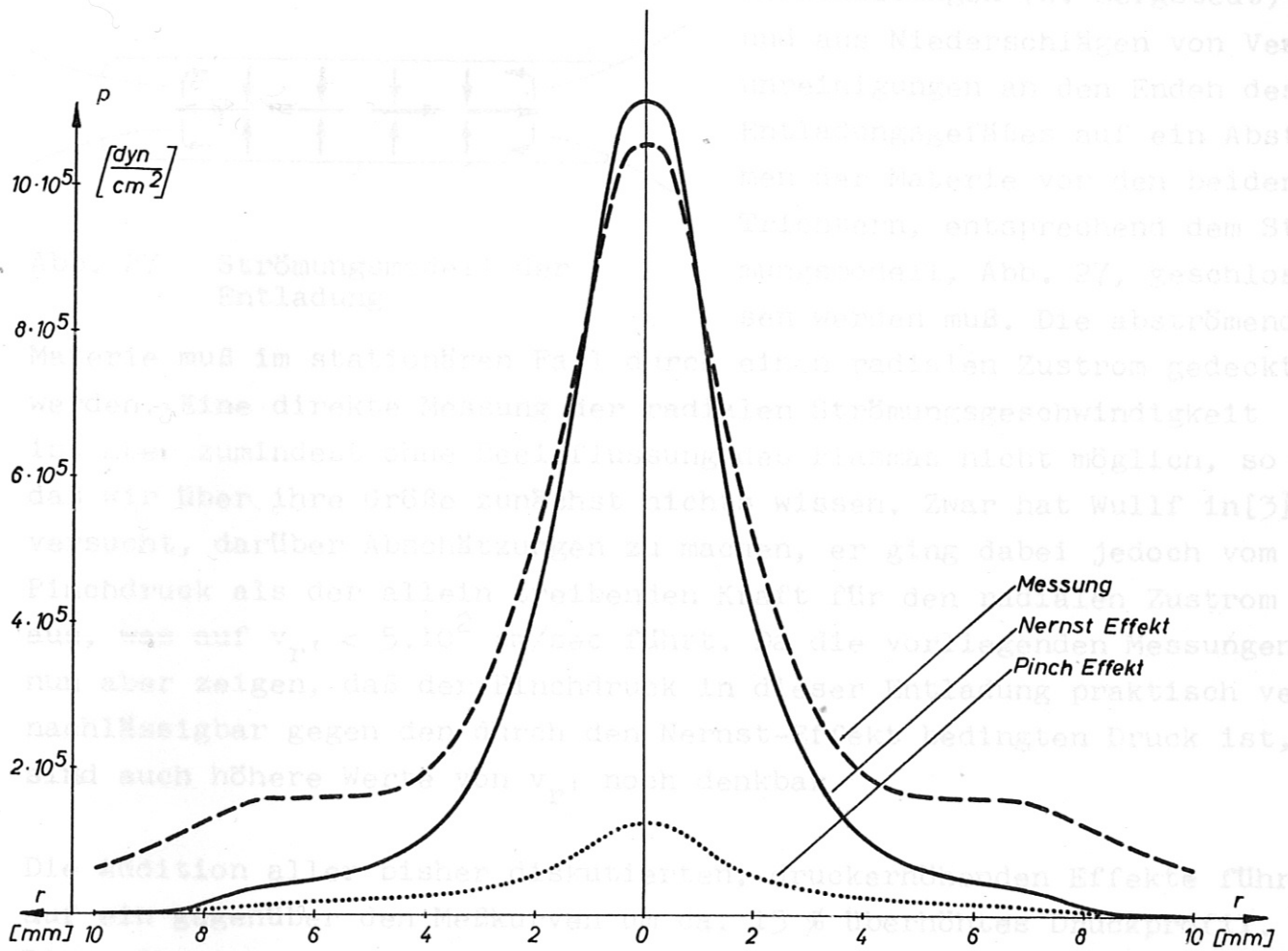


Abb. 26 Beitrag des Nernst-Effekts und des Pinchdrucks zum Druckaufbau.

II,5. Druckerniedrigung durch radialen Zustrom

Für den nur durch radiale Massenströme bedingten Beitrag zum Druckaufbau gilt nach Gleichung (21):

$$p_{V_{r'}}(r') = + \frac{B^2}{c^2} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} v_{r'} dr'' \quad (31)$$

Wie bereits erwähnt, erzeugt ein radial nach innen gerichteter Materiestrom eine Druckerniedrigung. Ein solcher Zustrom muß, wie von Wulff [3] gezeigt, vorhanden sein, da aus Messungen von Doppler-

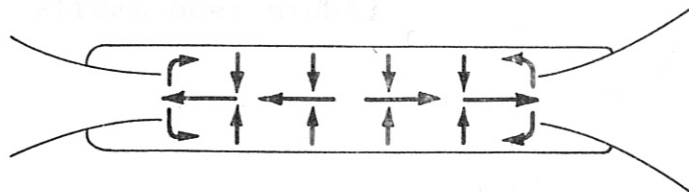


Abb. 27 Strömungsmodell der Entladung

verschiebungen (K. Bergstedt) und aus Niederschlägen von Verunreinigungen an den Enden des Entladungsgefäßes auf ein Abströmen der Materie vor den beiden Trichtern, entsprechend dem Strömungsmodell, Abb. 27, geschlossen werden muß. Die abströmende

Materie muß im stationären Fall durch einen radialen Zustrom gedeckt werden. Eine direkte Messung der radialen Strömungsgeschwindigkeit ist aber zumindest ohne Beeinflussung des Plasmas nicht möglich, so daß wir über ihre Größe zunächst nichts wissen. Zwar hat Wulff in [3] versucht, darüber Abschätzungen zu machen, er ging dabei jedoch vom Pinchdruck als der allein treibenden Kraft für den radialen Zustrom aus, was auf $v_r < 5 \cdot 10^2$ cm/sec führt. Da die vorliegenden Messungen nun aber zeigen, daß der Pinchdruck in dieser Entladung praktisch vernachlässigbar gegen den durch den Nernst-Effekt bedingten Druck ist, sind auch höhere Werte von v_r noch denkbar.

Die Addition aller bisher diskutierten, druckerhöhenden Effekte führt auf ein gegenüber den Meßkurven um ca. 15 % überhöhtes Druckprofil. Diese Abweichung kann ihre Ursache in den Meßfehlern des Druckprofils haben, sie kann aber auch durch den radialen Zustrom erklärt werden, wenn man $v_r \approx 5 \cdot 10^3$ cm/sec annimmt.

Sicher auf radialen Zustrom zurückzuführen ist die vor allem bei hohen Entladungsströmen auftretende Einsattelung der Elektronendichteprofile (Abb. 12, S.17) in der Umgebung der Entladungsachse. Da - wie aus den Messungen von Dopplerverschiebungen bekannt ist - die axiale Ausströmgeschwindigkeit in der unmittelbaren Umgebung der Achse ($r < 1,5$ mm) sehr hohe Werte ($v_z \approx 10^6$ cm/sec) erreicht, ist dort auch noch ein merkliches v_r vorhanden, das in Verbindung mit dem in der Achsumgebung herrschenden großen σ ($\sim T^{3/2}$) nach Gl. (31) zu einer meßbaren Druckerniedrigung führt, die sich in einem Einsatteln der Elektronendichteprofile äußert.

Die Gl. (31) zeigt wieder den Vorteil des verwendeten Koordinatensystems. Man erkennt sofort, daß es nur darauf ankommt, ob Materie

radial in die von den Magnetfeldlinien gebildeten Röhren einströmt oder nicht.

II,6. Radiale Ströme

Wir betrachten noch den in Gleichung (21) enthaltenen Term

$$-\frac{B^2}{c^2 \epsilon_n \epsilon_e} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} j_{r'} dr' = p_{j_{r'}}(r) \quad (32)$$

Danach kann ein negativer, also nach innen gerichteter Strom $-j_{r'}$, eine Druckerhöhung in unserem Entladungskanal zur Folge haben. Die Größe dieses $j_{r'}$ ist uns aus unseren Messungen nicht genau bekannt, die über das Plasma vorliegenden Informationen lassen aber hinreichende Rückschlüsse zu, um einen wesentlichen Einfluß von $j_{r'}$ auf das Druckprofil auszuschließen.

Die in unserem Experiment normalerweise verwendete Polung von Strom und Magnetfeld, sowie dessen - übertrieben gezeichnete - konische

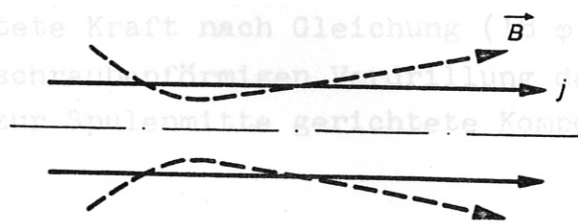


Abb. 28 Schematischer Magnetfeldverlauf

Form sind in Abb. 28 schematisch dargestellt. Wie man sieht, läßt die Form des Magnetfelds im größten Teil der Entladung eine negative Stromdichte $-j_{r'}$ zu. Diese wäre bereits nicht mehr vernachlässigbar, wenn \vec{j} parallel zur Entladungsschule fließen würde. Wie gesagt, würde das nach Gleichung(32)

eine Druckerhöhung in unserem Plasma ergeben. Die Wirkung eines solchen z.B. parallel zur Entladungsschule fließenden Stromes ist von seiner Polung abhängig. Bei Umkehr der in Abb. 28 gezeichneten Stromrichtung müßte sich im größten Teil der Entladung ein positives $j_{r'}$ und damit eine Druckerniedrigung ergeben, womit sich das Erscheinungsbild unseres Plasmas merklich ändern sollte. Durch Umpolen der Entladung haben wir also eine Möglichkeit, das Vorhandensein eines $j_{r'}$ zu prüfen.

Nach dem Umpolen des Entladungsstroms waren zwar in den Außenzonen des Plasmakanals geringfügige Veränderungen festzustellen, im wesentlichen blieb aber das Erscheinungsbild der Entladung erhalten. Wir schließen daraus, daß im größten Teil der Entladung $j_r \approx 0$ ist, und somit der Einfluß des Terms (32) vernachlässigt werden kann, was bei dem geringen Öffnungswinkel des Magnetfeldes auch zu erwarten war.

II,7. Der Druckaufbau in der z-Richtung

Die im Vergleich zum umgebenden Neutralgas hohen gemessenen Drücke im Entladungskanal werfen die Frage auf, wie diesen an den Enden der Plasmasäule das Gleichgewicht gehalten wird. Damit befaßt sich unter anderem die bereits mehrfach erwähnte Arbeit von O. Klüber[14].

Betrachten wir ein von einer Spule erzeugtes Magnetfeld wie in Abb. 29 und nehmen wir an, der Strom werde gezwungen, in etwa parallel zur Mittelachse zu fließen, so treten dort, wo das Magnetfeld stark abnimmt, j_r -Ströme auf. Vor der Anode sind diese positiv und bewirken eine senkrecht zu Magnetfeld und Strom gerichtete Kraft nach Gleichung (18 φ' , S. 37). Diese hat wegen der schraubenförmigen Verdrillung des Magnetfeldes eine longitudinale, zur Spulenmitte gerichtete Komponente. An der Kathode tritt ein

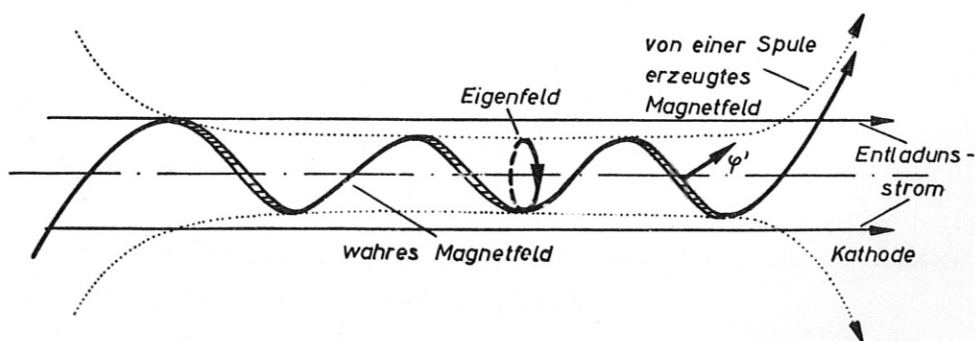


Abb. 29 Schematische Strom- und Feldverteilung an den Enden der Entladung.

negatives j_{r1} , und damit wieder eine zur Spulenmitte gerichtete Kraft auf. Damit sind an beiden Enden der Entladung Kräfte vorhanden, die einem Ausströmen des Plasmas aus dem Bereich hohen Feldes entgegenwirken. Auf der Entladungsachse selbst verschwindet diese Kraft. Die Reibung des hier ausströmenden Plasmas an den ruhenden, äußeren Schichten kann aber - wie Abschätzungen zeigen - große Druckgradienten aufrechterhalten. Der Materieabstrom wird, wie gezeigt wurde, durch radiales Eindiffundieren von Neutralgas in den Entladungskanal wieder gedeckt.

Aus dem Fülldruck und dem Gefäßvolumen ist die Gesamtzahl aller im Entladungskanal vorhandenen Teilchen bekannt. Nehmen wir im Neutralgasraum Druckkonstanz an, so genügt es, wie wir sehen werden, ein geeignetes Modell für die Temperaturverteilung im Neutralgas zu machen, um zu einer Abschätzung des Außendrucks zu kommen. Ein einfaches Modell ergibt sich durch die Annahme, daß nur die radiale Ableitung der aus dem Plasmakanal kommenden Wärme durch das Neutralgas besteht und andere Aufheizungen des Neutralgases sowie Wärmeabfuhr in Längsrichtung zu vernachlässigen sind. Das bedeutet, daß die Divergenz des Wärmestroms \vec{i} im ganzen Neutralgasraum verschwindet und daß nur die radiale Komponente i_r des Wärmestroms von Null verschieden ist. (Für diese Abschätzungen verwenden wir Zylinderkoordinaten.)

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r i_r) = 0. \quad (33)$$

Für den radialen Wärmestrom gilt

$$i_r = - \chi_0 \frac{dT}{dr} \quad (34)$$

wobei

$$\chi_0 = \frac{3k}{2\sqrt{2}} \frac{1}{n_0} \quad v_0 = AT^{1/2} \quad (35)$$

die Wärmeleitfähigkeit des Neutralgases ist. Dabei haben wir die mittlere thermische Geschwindigkeit

$$v_0 = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m_0}}$$

III. Anhang

III,1. Der Druck in der Neutralgaszone

Die ungefähre Kenntnis des in der Umgebung der Entladung herrschenden Neutralgasdrucks ist für die Abschätzung des Beitrags der ambipolaren Diffusion zum Druckaufbau unerlässlich. Mangels geeigneter Messungen diskutieren wir einige Modelle, die seine Abschätzung erlauben.

Aus dem Fülldruck und dem Gefäßvolumen ist die Gesamtzahl aller im Entladungsgefäß vorhandener Teilchen bekannt. Nehmen wir im Neutralgasraum Druckkonstanz an, so genügt es, wie wir sehen werden, ein geeignetes Modell für die Temperaturverteilung im Neutralgas zu machen, um zu einer Abschätzung des Außendrucks zu kommen. Ein einfaches Modell ergibt sich durch die Annahme, daß nur die radiale Ableitung der aus dem Plasmakanal kommenden Wärme durch das Neutralgas besteht und andere Aufheizungen des Neutralgases sowie Wärmeabfuhr in Längsrichtung zu vernachlässigen sind. Das bedeutet, daß die Divergenz des Wärmestroms \vec{i} im ganzen Neutralgasraum verschwindet und daß nur die radiale Komponente i_r des Wärmestroms von Null verschieden ist. (Für diese Abschätzungen verwenden wir Zylinderkoordinaten.)

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r i_r) = 0. \quad (33)$$

Für den radialen Wärmestrom gilt

$$i_r = - \chi_o \frac{dT}{dr}, \quad (34)$$

wobei

$$\chi_o = \frac{3k}{2\sqrt{2} Q_o} \bar{v}_o = AT^{1/2} \quad (35)$$

die Wärmeleitfähigkeit des Neutralgases ist. Dabei haben wir die mittlere thermische Geschwindigkeit

$$\bar{v}_o = \sqrt{\frac{8}{\pi} \frac{kT}{m_o}}$$

und den praktisch temperaturunabhängigen Wirkungsquerschnitt $Q_0 = \text{const.}$ gesetzt. A faßt die temperaturunabhängigen Konstanten von χ_0 zusammen.

Setzen wir die Gleichungen (34) und (35) in (33) ein, so erhalten wir als Differentialgleichung des Temperaturprofils

$$\frac{A}{r} \frac{d}{dr} (r T^{1/2} \frac{dT}{dr}) = 0 \quad (36)$$

Beschränken wir uns auf $r > 0$, so ergibt die zweimalige Integration

$$T^{3/2} + C_1 \ln r + C_2 = 0 \quad (37)$$

Die Konstanten C_1 und C_2 erhalten wir aus den Randwerten des Neutralgasraums. Der innere, an das Plasma grenzende Rand des Neutralgases habe den Radius $R_1 = 1$ cm und die Temperatur $T_1 = 17.000^\circ$. Bei dieser Temperatur setzt nach der Saha-Gleichung ((9), S. 29) die Ionisation des Neutralgases merklich ein. T_1 und R_1 werden das Endergebnis im Übrigen nur wenig beeinflussen. Die äußeren Randwerte des Neutralgasraumes sind durch die Gefäßwand bestimmt. Diese befindet sich auf der Raumtemperatur $T_2 = 300^\circ\text{K}$ und hat den Radius $R_2 = 3,5$ cm. Mit der Kenntnis der Randwerte erhalten wir aus Gleichung (37)

$$T^{3/2} = T_2^{3/2} + \frac{\ln \frac{r}{R_2}}{\ln \frac{R_1}{R_2}} (T_1^{3/2} - T_2^{3/2}) \quad (39)$$

und nach Einsetzen der Zahlenwerte das in Abb. 30 als Kurve A eingezeichnete Temperaturprofil.

Damit ist unser modellmäßiges Temperaturprofil bestimmt, so daß wir den Neutralgasdruck p_A abschätzen können. Vor der Entladung wurden in das abgeschlossene Entladungsgefäß ca. 10^{17} Teilchen pro ccm gefüllt. Auf ein Stück der Länge 1 des Entladungsgefäßes treffen also insgesamt $N = R_2^2 \pi \cdot 1 \cdot 10^{17} = 2,8 \cdot 10^{18} \cdot 1$ Teilchen. Während der Entladung messen wir im Plasmakanal eine Teilchendichte von ca. 10^{16} cm^{-3} , woraus wir schließen, daß sich praktisch alle Teilchen außerhalb des Plasmas im Neutralgasraum befinden. Dort herrscht während der Entladung eine uns zunächst unbekannt, ra-

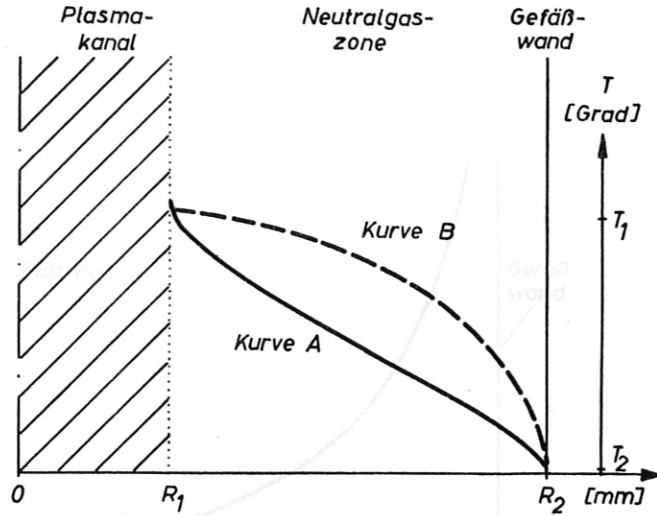


Abb. 30 Temperaturprofil im Neutralgasraum
 A: aus der Wärmeleitungsgleichung
 B: willkürlich überhöht.

Radiale Verteilung $n(r)$ der Teilchen, für die wir aber schreiben können:

$$n(r) = \frac{p_A}{kT(r)} \quad (39)$$

Weiter ist die Gesamtzahl N der Teilchen im Volumen V :

$$N = \int_V n(r) dV = \int_{R_1}^{R_2} n(r) \cdot 1 \cdot 2 \pi r dr \quad (40)$$

Eliminieren wir $n(r)$ mit Gleichung (39) und berücksichtigen wir, daß p_A nicht von r abhängt, so erhalten wir

$$p_A = \frac{k \cdot N}{2\pi \cdot 1} \frac{1}{\int_{R_1}^{R_2} \frac{r}{T(r)} dr} \quad (41)$$

Das Integral wurde graphisch gelöst und ergab

$$p_A = 2 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^2.$$

Die sich nach Gleichung (39) ergebende radiale Verteilung der Neutralgasteilchen ist in Abb. 31 eingezeichnet.

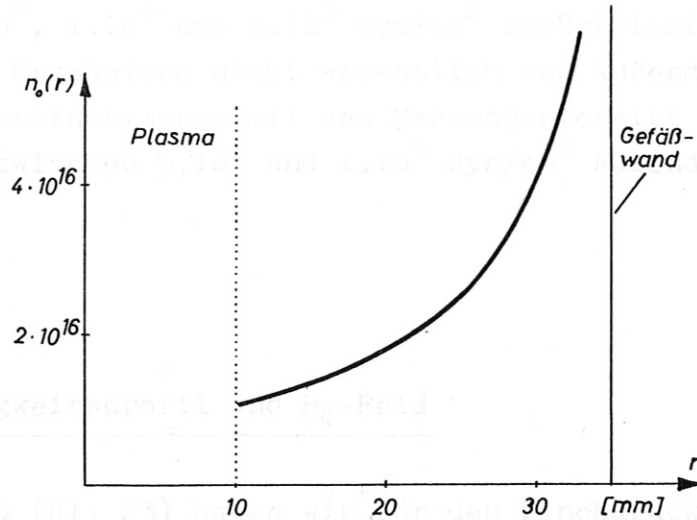


Abb. 31 Radiale Temperaturverteilung im Neutralgasraum aus Kurve A, Abb. 30.

Der Wert des hier abgeschätzten Außendrucks stellt noch nicht unbedingt eine obere denkbare Grenze dar, da unser Temperaturmodell die Aufheizung des Neutralgases insbesondere durch Strahlungsabsorption nicht berücksichtigt. Diese Aufheizung ist rechnerisch kaum zu erfassen. Um die Auswirkungen einer solchen Aufheizung aber in etwa beurteilen zu können, setzen wir ein gegenüber Kurve A, Abb. 30, willkürlich überhöhtes Temperaturprofil (Kurve B) fest und ermitteln wieder den sich aus Gleichung (41) ergebenden Aussen- druck unter Vernachlässigung von Randeffekten. Wir erhalten dann

$$p'_A = 4 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}$$

Die Vernachlässigung von Endeffekten ist ein wesentlicher Nach- teil der bisher berechneten Modelle. Aus Abb. 31 sehen wir nämlich, daß die mit Abstand größte Teilchendichte in den wandnahen, kalten Zonen vorhanden ist. Entsprechend sollten die in der Umgebung der Trichter befindlichen, kalten Zonen, deren Volumen einige 100 Ku- bikzentimeter betragen dürfte, wie kleine Vakuumkessel wirken und Materie abpumpen. Auch diese Verhältnisse lassen sich modellmäßig berücksichtigen, wobei die denkbaren Werte von Volumen und Tempe-

ratur der als kalt zu betrachtenden Zonen auf Außendruck zwischen $7 \cdot 10^3$ und $2 \cdot 10^4$ dyn/cm² führen. Wegen der Unsicherheit des Außendrucks haben wir auf S. 42 in der Abb. 25, die den Beitrag der ambipolaren Diffusion zum Druckaufbau zeigt, die Außendrucke $p_A = 2 \cdot 10^4$, $1 \cdot 10^4$ und $5 \cdot 10^3$ dyn/cm² berücksichtigt. Wie man sieht, sind die Ergebnisse nicht wesentlich vom Außendruck abhängig, die beste Übereinstimmung mit den Messungen ergibt sich jedoch für den Bereich zwischen $5 \cdot 10^3$ und $1 \cdot 10^4$ dyn/cm² Außendruck.

III,2. Leitfähigkeitsprofil und B_φ -Feld

Auf S. 40 (Gl. 23) haben wir für den Pinchdruck geschrieben

$$p_{\text{Pinch}}(r') = + \frac{1}{c} \int_{r'}^R \sigma_{\perp} E_z B_{\varphi} dr''$$

Zur Ermittlung der Größe dieses Terms benötigen wir neben der aus Sondenmessungen bekannten Feldstärke $E_z = 7$ V/cm die radiale Verteilung der Leitfähigkeit σ_{\perp} und des Eigenfelds B_{φ} des Plasmastroemes.

Für die Leitfähigkeit senkrecht zu einem starken Magnetfeld gilt für $\omega_e^2 \tau^2 \gg 1$ Gl. (151) bzw. Gl. (16) S. 34)

$$\sigma_{\perp} = \frac{e^2 n_e \tau_e}{m_e} = \frac{3(kT)^{3/2}}{4(2\pi)^{1/2} \cdot Z \cdot e^2 m_e^{1/2} \ln \Lambda}$$

wobei für unser Plasma $\ln \Lambda \approx 8$ ist.

Für die Leitfähigkeit von Helium hat daraus O. Klüber unter Zuhilfenahme der Saha-Gleichung ((6), S. 20) Interpolationsformeln errechnet, die auch die Gebiete umfassen, in denen beide Ionisationsstufen von Helium auftreten.

1) In cgs - Einheiten gilt:

Hier müssen wir natürlich Zylinderkoordinaten verwenden, da B_{φ} in dem bisher verwendeten Koordinatensystem nicht existiert. Die Kenntnis von B_{φ} ist im Übrigen nur notwendig, um ein Maß für den Winkel zwischen E_z und den schraubenförmigen Magnetfeldlinien zu haben.

$$\begin{aligned} \text{für } T \leq 40.000^\circ & : \sigma_{\perp} = 2,7 \cdot 10^{14} \left(\frac{T}{10^5}\right)^{3/2} \text{ sec}^{-1}, \\ \text{für } 40.000^\circ \leq T \leq 57.000^\circ & : \sigma_{\perp} = 7 \cdot 10^{13} \text{ sec}^{-1} \\ \text{und} & \\ \text{für } T \geq 57.000^\circ & : \sigma_{\perp} = 1,6 \cdot 10^{14} \left(\frac{T}{10^5}\right)^{3/2} \text{ sec}^{-1}. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich z.B. für das Temperaturprofil $J = 2,6 \text{ kA}$, $B = 60 \text{ kG}$ ein Leitfähigkeitsprofil $\sigma_{\perp}(r')$ wie in Abb. 32.

Für die Leitfähigkeit $\sigma_{\parallel}(r)$ gilt nach Gl. ((15||), S. 34)

$$\sigma_{\parallel} = \frac{1}{\gamma'} \sigma_{\perp}$$

mit $\gamma'(z = 1) = 0,513$ und $\gamma'(z = 2) = 0,441$. $\sigma_{\parallel}(r')$ ist in Abb. 32 ebenfalls aufgetragen.

Um das radiale Profil des Pinchdrucks zu erhalten, müssen wir noch $B_{\varphi}(r)$ ermitteln. Aus der zweiten Maxwell'schen Gleichung ergibt sich, daß ¹⁾

$$B_{\varphi}(r) = \frac{4\pi}{c} \int_0^r j_z r'' dr'' \quad (42)$$

Es erhebt sich die Frage, wie hier die Anisotropie der Leitfähigkeit berücksichtigt werden muß, da ja j_z nicht genau parallel zum vorhandenen Magnetfeld fließt. Die Antwort gibt die in Gl. ((15a), Fußnote S. 35) aufgeführte Form des Leitfähigkeitstensors, die für Zylinderkoordinaten mit $B_r = 0$ gilt. Danach ist

$$E_z = -j_{\varphi} \left(\frac{1}{\sigma_{\perp}} - \frac{1}{\sigma_{\parallel}} \right) \frac{B_{\varphi}}{B} + \left(\frac{1}{\sigma_{\parallel}} + \frac{1}{\sigma_{\perp}} \frac{B_{\varphi}^2}{B^2} \right) j_z \quad (43)$$

und mit $\sigma_{\parallel} \approx 2 \sigma_{\perp}$

$$E_z = \frac{1}{\sigma_{\parallel}} \left(j_z + \frac{B_{\varphi}}{B} j_{\varphi} + 2 \frac{B_{\varphi}^2}{B^2} j_z \right) \quad (44)$$

1)

Hier müssen wir natürlich Zylinderkoordinaten verwenden, da B_{φ} in dem bisher verwandten Koordinatensystem nicht existiert. Die Kenntnis von B_{φ} ist im übrigen nur notwendig, um ein Maß für den Winkel zwischen E_z und den schraubenförmigen Magnetfeldlinien zu haben.

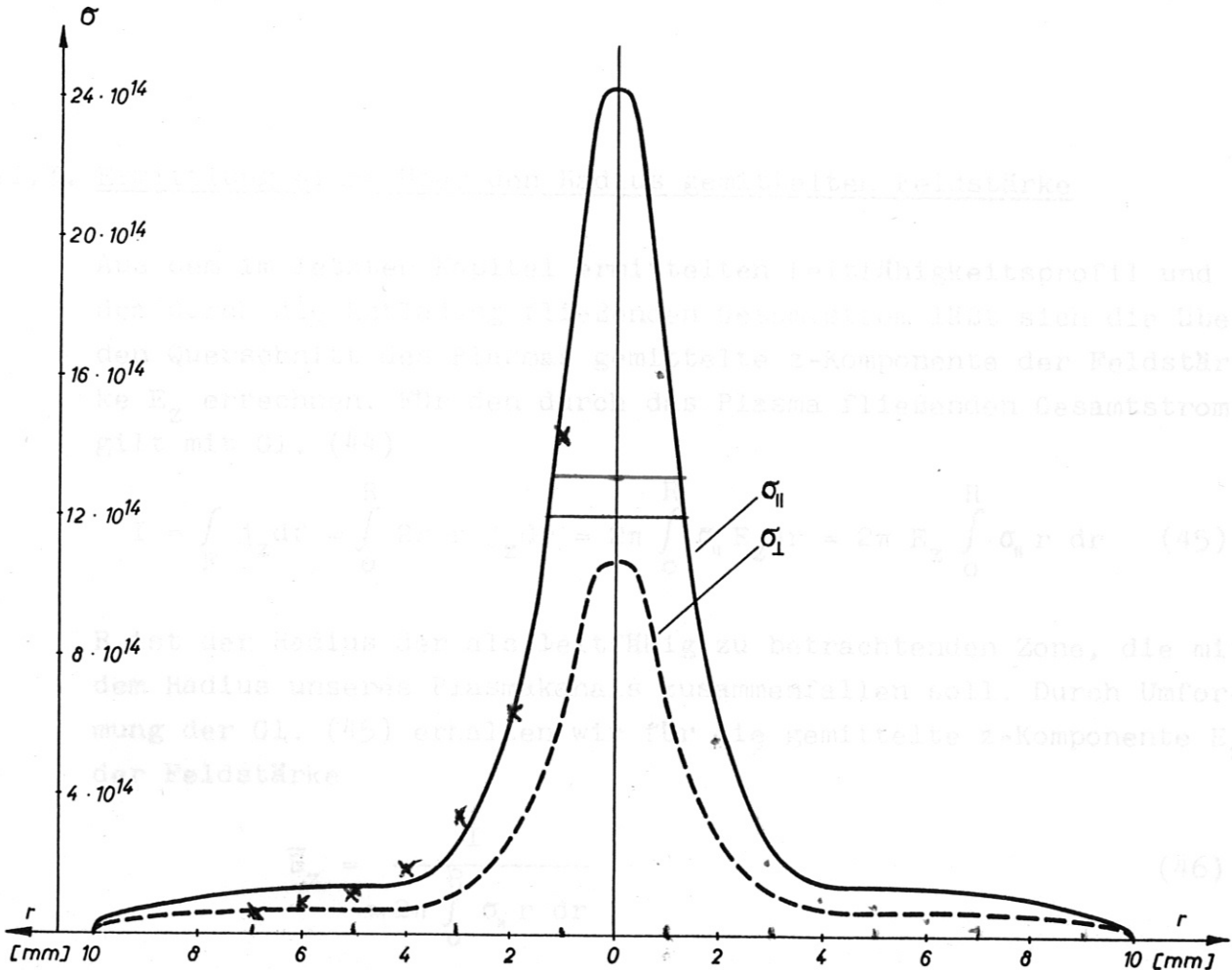


Abb. 32 Die Leitfähigkeit im Entladungskanal für
 $I = 2,6 \text{ kA/B} = 60 \text{ kG}$,
 (parallel und senkrecht zum Magnetfeld).

Die Sondenergebnisse von G. Klüber [51] haben gezeigt, daß an einer
 Da $B_\phi \ll B$ und - wie Abschätzungen zeigen - auch $j_\phi < j_z$ ist, können wir schreiben

$$j_z \approx \sigma_{||} E_z \quad (44)$$

Damit wird

$$B_\phi(r) = \frac{4\pi}{c} E_z \int_0^r \sigma_{||} r'' dr''.$$

Das Integral läßt sich graphisch nach Multiplikation der Kurve $\sigma_{||}(r)$ mit dem Radius r ermitteln. Wir erhalten damit den in Abbildung 23, S. 40 eingezeichneten Verlauf von B_{φ} .

III,3. Ermittlung einer über den Radius gemittelten Feldstärke

Aus dem im letzten Kapitel ermittelten Leitfähigkeitsprofil und dem durch die Entladung fließenden Gesamtstrom läßt sich die über den Querschnitt des Plasmas gemittelte z-Komponente der Feldstärke E_z errechnen. Für den durch das Plasma fließenden Gesamtstrom I gilt mit Gl. (44)

$$I = \int_F j_z df = \int_0^R 2\pi r j_z dr = 2\pi \int_0^R \sigma_{||} E_z dr = 2\pi E_z \int_0^R \sigma_{||} r dr \quad (45)$$

R ist der Radius der als leitfähig zu betrachtenden Zone, die mit dem Radius unseres Plasmakanals zusammenfallen soll. Durch Umformung der Gl. (45) erhalten wir für die gemittelte z-Komponente E_z der Feldstärke

$$\bar{E}_z = \frac{I}{2\pi \int_0^R \sigma_{||} r dr} \quad (46)$$

Aus dem Leitfähigkeitsprofil, Abb. 32, und dem Gesamtstrom $I = 2,6$ kA ergibt sich $\bar{E}_z = 5,1$ V/cm.

Die Sondenmessungen von O. Klüber [15] haben gezeigt, daß an einer ähnlichen Entladung in der Umgebung der Entladungsachse $E_z \approx 6,8$ V/cm ist. Dies stimmt recht gut mit der von uns aus dem Leitfähigkeitsprofil berechneten mittleren Feldstärke überein. Es kann als eine zusätzliche Bestätigung des von uns gemessenen Temperaturprofils aufgefaßt werden. Da $\sigma_{||}$ in Gleichung (46) eine Funktion der Temperatur ist, würde sich bei einer falsch gemessenen Temperaturverteilung eine Abweichung der nach Gl. (46) ermittelten Feldstärke von den aus Sondenmessungen ermittelten Werten ergeben.

Literaturverzeichnis

- [1] H. Wulff: Z. Physik 150, 614, 1958
- [2] J. Durand: Z. f. Naturforschg. 18a, 281, 1963
- [3] H. Wulff: Production and Behaviour of a Magnetically, Stabilized High-Density, High-Temperature Plasma, Proc. of the 7th Intern. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Beograd 1965
- [4] J. Durand,
O. Klüber und
H. Wulff: Zeitschr. f. angew. Physik, Band 12, 9, 1960, S. 393
- [5a] P.H. Grassmann und
H. Wulff: Comptes Rendus de la VIIème Conf. Intern. sur les Phénomènes d'Ionisation dans les Gaz, Paris und
- [5b] P.H. Grassmann: Elektronendichtemessung aus der Magnetorotation von Rubinlaserstrahlung, - Dipl.Arbeit an der Techn. Hochschule München, 1964
- [6] A.A. Dougal et al.: Phys. Rev. Letters 13, 156 (1964)
- [7] I.S. Falconer et al.: Phys. Letters 14, 38 (1965)
- [8] A.N. Dellis,
W.H. Dellis et al.: Nature 207, 56 (1965)
- [9] P. Bogen: Physics of Fluids (im Druck)
- [10] H.A. Kramers: Phil. Mag. 46, 836 (1923)
- [11] W. Finkelburg und
Th. Peters: Hdb. d. Physik 28, Berlin 1957
- [12] G.M. Berger: Astrophys. Journ. 124, 550 (1956)
- [13] H. Wulff: Z. f. Naturforschg. (wird veröffentlicht)
- [14] O. Klüber: Z. f. Naturforschg. (wird veröffentlicht)
- [15] O. Klüber: erscheint als interner Bericht des Instituts für Plasmaphysik, Garching
- [16] R. Wienecke: Z. f. Naturforschg. 18a, 1151 (1963)
- [17] A.v.Ettingshausen,
stud. W. Nernst: Ann. d. Physik und Chemie 29, 343 (1886),
W. Nernst: Ann. d. Physik und Chemie 31, 760 (1887).