

Experimentelle Untersuchungen an einem  
Wasserstoff-Lichtbogen im achsenparallelen  
Magnetfeld

Experimental Investigations of a Hydrogen  
Arc in an Axial Magnetic Field

C. Mahn, H. Ringler, G. Zankl

IPP 3/44

November 1966

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

## GARCHING BEI MÜNCHEN

Experimentelle Untersuchungen an einem  
Wasserstoff-Lichtbogen im achsenparallelen  
Magnetfeld

Experimental Investigations of a Hydrogen  
Arc in an Axial Magnetic Field

C. Mahn, H. Ringler, G. Zankl

IPP 3/44

November 1966

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

IPP 3/44 C. Mahn  
H. Ringler  
G. Zankl

Experimental Investigations  
of a Hydrogen Arc in an Axial  
Magnetic Field.

November, 1966 (in German)

Abstract:

In a stationary d.c. arc, the electric power input is balanced essentially by heat conduction losses in radial direction. These losses increase greatly with temperature and thus they limit the axial temperatures attainable with reasonable power input.

An experiment is described in which considerably higher plasma temperatures have been obtained by reducing the coefficient of heat conduction with a superimposed axial magnetic field. At arc currents of about 2 kA and a magnetic field of 10 kG temperatures in the middle of the arc of 10 eV were reached.

The measured temperature, pressure and velocity of the hydrogen plasma are compared with calculated values. In particular, the coefficient of heat conduction perpendicular to a magnetic field has been determined by measuring the radial temperature profile and the electric field strength. The results agree with theoretical predictions.

4.4. Theoretische Überlegungen zur Rotation des Bogens	23
4.5. Ausbreitung der Partikel	28
5. Energiebilanz	28
6. Diskussion der Messergebnisse	30
6.1. Diskussion des radialen Druckprofils	30
6.2. Diskussion des Temperaturprofils	33
6.3. Strombilanz	36
6.4. Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit	37
Literatur	39

# Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>Einleitung</u> .....	1
<u>1. Experimentelle Anordnung</u> .....	2
<u>2. Spektroskopische Messungen</u> .....	3
2.1. Temperaturmessung .....	3
2.2. Temperatur aus dem Verhältnis $H_{\beta}$ : Kontinuum .....	5
2.3. Temperatur aus dem Verhältnis HeII 4686(4-3) : HeI 4713(4-2) .....	5
2.4. Messung der Elektronendichte .....	9
<u>3. Potentialsondenmessungen</u> .....	10
3.1. Allgemeines .....	10
3.2. Messungen .....	11
3.3. Deutung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse der Sondenmessungen .....	11
3.3.1. Z-Feldstärke .....	13
3.3.2. Radiale Feldstärke .....	15
3.3.3. Messergebnisse .....	17
<u>4. Geschwindigkeitsmessungen</u> .....	18
4.1. Bestimmung der $Z$ -Geschwindigkeit mit Hilfe von Potentialsonden .....	18
4.2. Geschwindigkeit hinter der Ringanode .....	19
4.3. Rotation des Bogens .....	21
4.4. Theoretische Überlegungen zur Rotation des Bogens ....	23
4.5. Ausbreitung der Rotation .....	28
<u>5. Energiebilanz</u> .....	29
<u>6. Diskussion der Messergebnisse</u> .....	30
6.1. Diskussion des radialen Druckprofils .....	30
6.2. Diskussion des Temperaturprofils .....	33
6.3. Strombilanz .....	36
6.4. Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit $\kappa$ .....	37
<u>Literatur</u> .....	39

## Einleitung

Radiale Wärmeleitungsverluste begrenzen weitgehend die in Bogenentladungen erreichbaren Temperaturen. Es wurden deshalb vor einiger Zeit Vorschläge gemacht, [1], [2], diese Verluste durch ein Magnetfeld zu beeinflussen. Rechnungen haben nämlich gezeigt, daß die Wärmeleitfähigkeit senkrecht zu einem Magnetfeld stark reduziert wird.

Es soll hier über Messungen an einem Lichtbogen berichtet werden, dem zur Verminderung der radialen Wärmeleitungsverluste ein achsenparalleles Magnetfeld von 10 kG überlagert wurde. Da man einen Einfluß des Magnetfeldes erst dann erwarten kann, wenn die mittleren freien Weglängen in die Größenordnung der Gyrationenradien der geladenen Teilchen kommen, mußte der Druck, bei dem der Lichtbogen brennt, für dieses Magnetfeld auf 1/100 Atmosphäre erniedrigt werden.

Über vorläufige Ergebnisse an diesem Bogen, der für die Zeitdauer von einigen Sekunden Temperaturen um  $10^5$  °K liefert, wurde bereits berichtet [2], [6], [7].

Dieselben Überlegungen liegen einem von H. Wulff [8] durchgeführten Experiment zugrunde, in dem für einige Millisekunden ein Plasma unter stationären Verhältnissen bei Temperaturen von einigen  $10^5$  °K erzeugt wird.

Im folgenden soll nicht mehr auf die grundsätzlichen Überlegungen zu diesen Experimenten eingegangen werden; dazu darf auf die vorhergegangene Arbeit [2] verwiesen werden.

Dabei zeigte es sich, daß der eigentliche Bogen nur dann unabhängig vom Plasmabrenner betrieben werden konnte, wenn die Stromstärke im Bogen kleiner als die im Plasmabrenner war. Steigerte man die Stromstärke im Bogen darüber hinaus, so brannte er nur

## 1. Experimentelle Anordnung

Der Lichtbogen brennt in einem Vakuumkessel bei einem Druck von etwa 8 Torr zwischen einer Wolfram-Kathode und einer ringförmigen, als Düse ausgebildeten Kupfer-Anode; beide Elektroden werden wassergekühlt (Abb. 1).

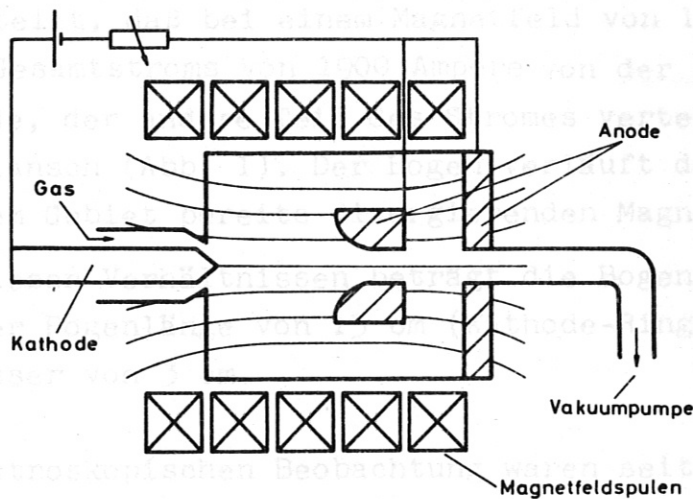


Abb. 1 Experimentelle Anordnung

Die Gaszuführung ( $4 \text{ mm}^3/\text{h}$  Wasserstoff) erfolgt entlang der Kathode; hinter der Anode wird das Gas wieder abgepumpt.

Ursprünglich wurde zwischen der Wolfram-Kathode und einer sie umgebenden Kupferdüse als Plasmabrenner eine Entladung gezündet. Dabei trat ein Plasmastrahl aus der Düse, der sich bis zur Ringanode erstreckte. Zwischen dieser Düse als Kathode und der Ringanode wurde dann über den Plasmastrahl der eigentliche Bogen mit einer zweiten Spannungsquelle gezündet und für einige Sekunden auf die gewünschte Stromstärke gepulst.

Dabei zeigte es sich, daß der eigentliche Bogen nur dann unabhängig vom Plasmabrenner betrieben werden konnte, wenn die Stromstärke im Bogen kleiner als die im Plasmabrenner war. Steigerte man die Stromstärke im Bogen darüber hinaus, so brannte er nur

noch zwischen der Wolframkathode und der Ringanode, ohne auf der Düse des Plasmabrenners anzusetzen.

Deswegen wurde im weiteren Verlauf die Kathode einige Millimeter aus der Düse herausgezogen und die Bogenentladung mit nur einer Spannungsquelle zwischen Kathode und Ringanode betrieben. Durch direkte Messung des Stromes zur Ringanode wurde festgestellt, daß bei einem Magnetfeld von  $10 \text{ kG}$  nur die Hälfte des Gesamtstroms von  $1900 \text{ Ampère}$  von der Ringanode aufgenommen wurde, der andere Teil des Stromes verteilte sich auf den Anodenflansch (Abb. 1). Der Bogen verläuft dabei entlang der in diesem Gebiet bereits divergierenden Magnetfeldlinien.

Unter diesen Verhältnissen beträgt die Bogenspannung  $200 \text{ Volt}$  bei einer Bogenlänge von  $15 \text{ cm}$  (Kathode-Ringanode) und einem Durchmesser von  $3 \text{ cm}$ .

Zur spektroskopischen Beobachtung waren seitlich Fenster angebracht, die so ausgeführt waren, daß auch Sonden zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke eingeführt werden konnten.

## 2. Spektroskopische Messungen

### 2.1. Temperaturmessung

Für die spektroskopischen Messungen wurde der Bogen side-on auf den Spalt eines Steinheil-Spektrographen abgebildet. Der Beobachtungsort befand sich etwa in der Mitte des Bogens. Abb. 2 zeigt einen Ausschnitt aus einem Spektrum, das man auf diese Weise erhält. Man erkennt, daß Wasserstofflinien und Kontinuum in der Bogenmitte stark eingesenkt sind und die "Keulen" an den Rändern deuten darauf hin, daß die Intensität im wesentlichen aus den äußeren Bogenzonen kommt.

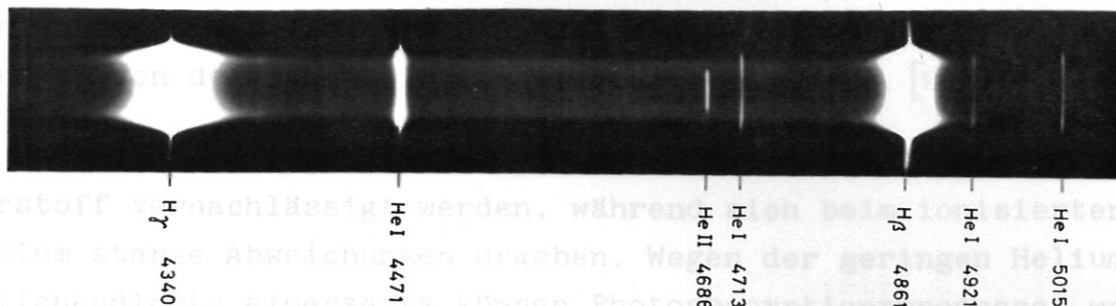


Abb. 2 Ausschnitt aus einem side-on Spektrum des Wasserstoffbogens mit 5 % He-Beimischung

Um auch über die weiter innen liegenden Bogengebiete Informationen zu erhalten, wurden dem Wasserstoff 5 % Helium (bezogen auf dissoziierten Wasserstoff) zugemischt. Man erkennt im Spektrum Linien des neutralen Heliums und eine Ionenlinie. Die Atomlinien sind auch bereits in ihrer Intensität in der Mitte eingesenkt, während die Ionenlinie aus dem Bogeninnern emittiert wird.

Für die Temperaturmessungen wurde mit Hilfe von Multipliemessungen sichergestellt, daß die Intensität der für die Messung herangezogenen Linien sich während der Beobachtungszeit (etwa 1 sec) nicht änderte.

Weil das Plasma in axialer Richtung von der Kathode zur Anode strömt, mußte auch noch geprüft werden, ob Ionisations- und Anregungsprozesse sich im Beobachtungsgebiet bereits stationär eingestellt haben. Dazu wurde die ganze Bogensäule im Licht verschiedener Spektrallinien photographiert. Dabei hat sich ergeben, daß die Intensitäten der Spektrallinien bereits nach 1 - 2 cm Abstand von der Kathode konstante Werte annehmen und sich in axialer Richtung nicht mehr ändern. Daraus haben wir geschlossen, daß sich die Besetzung der einzelnen Zustände stationär eingestellt hat.

Im Falle des detaillierten thermodynamischen Gleichgewichts zwischen allen möglichen Prozessen der Anregung und Ionisation mit ihren entsprechenden Umkehrprozessen sind die einzelnen Niveaus nach einer Boltzmannverteilung besetzt und der Ionisationsgrad



wird durch die Saha-Gleichung bestimmt. Wenn aber Photoabsorptionsprozesse fehlen und nicht durch Elektronenstoßprozesse wieder ausgeglichen werden (bei kleinen Elektronendichten), treten Abweichungen von der Saha-Boltzmann Besetzung auf [9], [10].

In dem hier vorliegenden Fall können diese Abweichungen für Wasserstoff vernachlässigt werden, während sich beim ionisierten Helium starke Abweichungen ergeben. Wegen der geringen Heliumteilchendichte einerseits können Photoabsorptionsprozesse, wegen der kleinen Elektronendichte andererseits (unterhalb  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) Dreierstoßrekombinationsprozesse vernachlässigt werden. Man hat dann ein Gleichgewicht zwischen Stoßionisation und Strahlungsrekombination. Für ein solches Gleichgewicht wurde zuerst von L. Biermann [11] eine Beziehung angegeben, die heute unter dem Namen Koronaformel bekannt ist.

Für die Temperaturbestimmung aus dem Intensitätsverhältnis einer Linie des neutralen Heliums zu einer Helium-Ionenlinie soll hier die Koronaformel in dieser von L. Biermann angegebenen Form Verwendung finden. In einer folgenden Arbeit wird dieses Problem von C. Mahn eingehend untersucht und diskutiert werden.

## 2.2. Temperatur aus dem Verhältnis $H_{\beta}$ : Kontinuum

In den äußeren Bogengebieten wurde die Temperatur aus dem Intensitätsverhältnis  $H_{\beta}$  : Kontinuum bestimmt, wie es z. B. von H. Griem [12] angegeben wurde. Dabei geht die Besetzung des Grundzustandes nicht ein.

Die gemessenen side-on Intensitäten wurden in der üblichen Weise auf radiale Intensitäten umgerechnet.

## 2.3. Temperatur aus dem Verhältnis He II 4686(4-3) : He I 4713(4-2)

Für die Besetzungsdichte des angeregten Zustandes  $n^{\text{II}}(4)$  des einmal ionisierten Heliums gilt im Falle des thermodynamischen  $n^{\text{II}}(4)/n^{\text{I}}(4)$  proportional.

Gleichgewichts die Saha-Boltzmann-Gleichung

$$\frac{n_e \cdot n^{\text{III}}}{n^{\text{II}}(4)} = \frac{2}{g^{\text{II}}(4)} \cdot \left( \frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{X^{\text{II}} - X^{\text{II}}(4)}{kT}} \quad (2,1)$$

wobei  $X^{\text{II}}(4)$  die Anregungsenergie der He II-Linie,  $g^{\text{II}}(4)$  das statistische Gewicht ihres oberen Zustandes,  $X^{\text{II}}$  die Ionisierungsenergie des einfach ionisierten Heliums,  $n_e$  und  $n^{\text{III}}$  die Gesamtzahl der Elektronen bzw. zweimal ionisierten Heliumteilchen pro  $\text{cm}^3$  bedeuten. Die übrigen Größen sind Naturkonstanten in der üblichen Bezeichnung und  $T$  die Elektronentemperatur.

McWhirter und Hearn [13] haben gezeigt, daß diese Beziehung auch dann noch gültig ist, wenn der Grundzustand erheblich von der Saha-Besetzung abweicht.

Eine analoge Beziehung gilt für die neutrale Heliumlinie He I 4713 Å ( $4^3\text{S} - 2^3\text{P}$ )

$$\frac{n_e \cdot n^{\text{II}}}{n^{\text{I}}(4)} = \frac{2 \cdot Z^{\text{II}}}{g^{\text{I}}(4)} \cdot \left( \frac{2\pi m kT}{h^2} \right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{X^{\text{I}} - X^{\text{I}}(4)}{kT}} \quad (2,2)$$

$Z^{\text{II}}$  = Zustandssumme des einmal ionisierten Heliums.

Im einzelnen gilt:

$$X^{\text{I}} = 24,5 \text{ eV} \quad X^{\text{II}} = 54,4 \text{ eV}$$

$$X^{\text{I}}(4) = 23,5 \text{ eV} \quad X^{\text{II}}(4) = 51,7 \text{ eV}$$

$$g^{\text{I}}(4) = 3 \quad g^{\text{II}}(4) = 32$$

$$Z^{\text{II}} \approx g^{\text{I}}(1) = 2$$

Die Intensität einer Linie aus optisch dünner Schicht ist der Besetzungsdichte des oberen Niveaus proportional. Das Intensitätsverhältnis von He II und He I ist demnach dem Verhältnis  $n^{\text{II}}(4)/n^{\text{I}}(4)$  proportional.

Dieses Verhältnis ergibt sich durch Division von Gleichung (2,2) durch Gleichung (2,1):

$$\frac{n^{\text{II}}(4)}{n^{\text{I}}(4)} = \frac{g^{\text{II}}(4)}{g^{\text{I}}(4)} \cdot z^{\text{II}} \cdot e^{\frac{(X^{\text{II}} - X^{\text{II}}(4)) - (X^{\text{I}} - X^{\text{I}}(4))}{kT}} \cdot \frac{n^{\text{III}}}{n^{\text{II}}} \quad (2,3)$$

Weil die Anregungsenergien sich wenig von den Ionisierungsenergien unterscheiden, ist die explizite Temperaturabhängigkeit von (2,3) sehr schwach, und das Intensitätsverhältnis der beiden Linien ist demnach im wesentlichen proportional zu  $n^{\text{III}}/n^{\text{II}}$ .

Nach L. Biermann [11] ergibt sich im Falle des Korona-Gleichgewichtes für das Verhältnis der Gesamtteilchenzahlen von zweifach zu dreifach ionisiertem Helium:

$$\frac{n^{\text{III}}}{n^{\text{II}}} = \frac{3\sqrt{3}}{16\pi} \cdot \frac{h \cdot c}{e^2} \cdot \alpha^{-1} \cdot \frac{m \cdot c^2}{kT} \cdot \left(\frac{kT}{X^{\text{II}}}\right)^{l+1} \cdot e^{-\frac{X^{\text{II}}}{kT}} \quad (2,4)$$

Dabei sind  $\alpha$  und  $l$  dimensionslose Parameter  $l \approx 1$  und  $1 < \alpha < 10$ .

H. Wulff [4] hat gezeigt (interner Bericht), daß für den hier interessierenden Elektronendichtebereich ( $n_e \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) diese Gleichung Übereinstimmung mit den numerischen Werten von Bates, Kingston und McWhirter [9] liefert, wenn man für  $\alpha = \frac{3}{2}$  setzt. Dieser Wert wurde auch hier benützt.

Durch Kombination der Gleichungen (2,3) und (2,4) erhält man für das Verhältnis  $n^{\text{II}}(4)/n^{\text{I}}(4)$  einen Ausdruck, der neben Konstanten nur noch die Temperatur enthält. Über die Messung von  $n^{\text{II}}(4)$  und  $n^{\text{I}}(4)$  kann daraus die Temperatur bestimmt werden, und zwar hängt  $n^{\text{III}}/n^{\text{II}}$  und damit  $n^{\text{II}}(4)/n^{\text{I}}(4)$  sehr empfindlich von der Temperatur ab (siehe Gl. (2,4)).

In Abb. 3 sind die Temperaturmeßpunkte, die sich aus den beiden Meßmethoden ergeben, eingetragen. In dem Bereich, in dem beide

### 2.4. Messung der Elektronendichte

Die Elektronendichte wurde durch Messung der Halbwertsbreiten von Stark-Effekt-verbreiterten Spektrallinien bestimmt. Im einzelnen wurden dazu die Linien  $H_{\beta}$  [15] und He I 4713 [16] herangezogen.

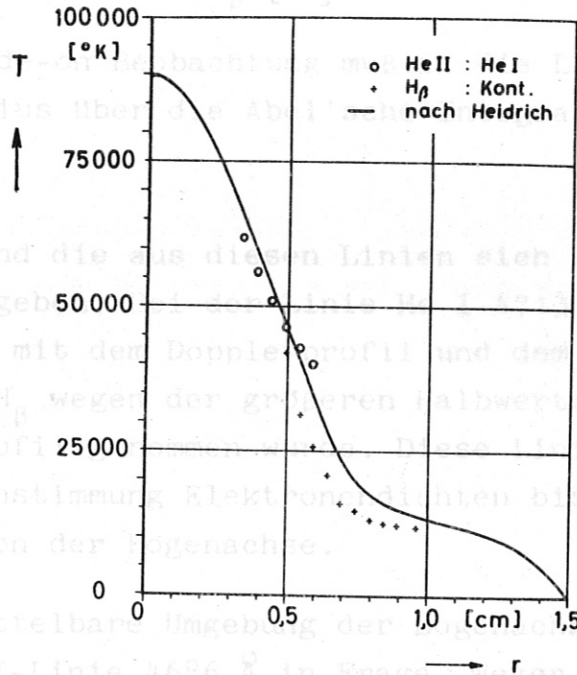


Abb. 3 Radiale Temperaturverteilung

Meßverfahren gleichzeitig angewandt werden können, fallen die Meßpunkte nicht ganz zusammen, sondern das Intensitätsverhältnis der He-Linien liefert etwas höhere Temperaturen als das Verhältnis von Linie zu Kontinuum bei Wasserstoff. Das liegt daran, daß die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit der Koronaformel in diesem Bogengebiet nicht mehr streng erfüllt sind. Für Photoabsorptionsprozesse in der Resonanzlinie von  $He^{II}$ -Ionen ist die Dichte absorptionsfähiger Ionen, d.h. der He II-Ionen im Grundzustand maßgebend. Diese Dichte ist in dem Bereich nicht mehr so gering, daß man Photoabsorptionsprozesse ganz vernachlässigen könnte. Man erkennt das, wenn man aus der He I-Linienintensität mit Hilfe von (2,2) die He II(1)-Dichte abschätzt. Wegen der geringen expliziten Temperaturabhängigkeit des  $n^I(4)$  spiegelt letzteres die  $n^{II}$ -Dichte wieder, wenn sich dieselbe nicht stark ändert (das ist hier der Fall). Nun nimmt aber die He I-Intensität gerade in diesem Gebiet nach außen zu, d. h. die Absorptionen werden nach außen hin immer mehr zu berücksichtigen sein und bewirken eine zunehmende Abweichung von Korona-Verhältnissen.

## 2.4. Messung der Elektronendichte

Die Elektronendichte wurde durch Messung der Halbwertsbreiten von Stark-Effekt-verbreiterten Spektrallinien bestimmt. Im einzelnen wurden dazu die Linien  $H_{\beta}$  [15] und He I 4713 [16] herangezogen.

Wegen der side-on Beobachtung mußten die Linienprofile als Funktion des Radius über die Abel'sche Integralgleichung umgerechnet werden.

In Abb. 4 sind die aus diesen Linien sich ergebenden Elektronendichten angegeben. Bei der Linie He I 4713 wurde das gemessene Linienprofil mit dem Dopplerprofil und dem Apparateprofil gefaltet, während bei  $H_{\beta}$  wegen der größeren Halbwertsbreiten direkt das gemessene Profil genommen wurde. Diese Linien liefern in recht guter Ubereinstimmung Elektronendichten bis zu einem Abstand von  $r = 0,5$  cm von der Bogenachse.

Für die unmittelbare Umgebung der Bogenachse kam für die Messung nur die He II-Linie  $4686 \text{ \AA}$  in Frage. Wegen der starken Störung durch die Dopplerbreite war es aber nicht möglich, zuverlässige Werte über die Elektronendichte zu erhalten.

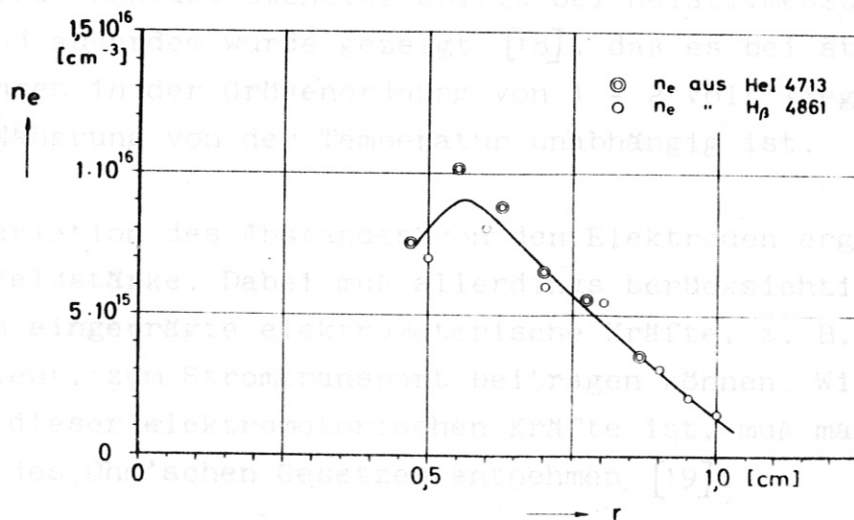


Abb. 4 Elektronendichte  $n_e$  als Funktion des Bogenradius  $r$

### 3. Potentialsondenmessungen

#### 3.1. Allgemeines

Um eine Energiebilanz des Bogens durchzuführen, ist vor allem die Kenntnis der elektrischen Feldstärke erforderlich. Das Produkt aus Bogenstrom und Säulen-Feldstärke ergibt direkt die dem Bogen pro cm Säulenlänge zugeführte elektrische Leistung. Die so gemessene elektrische Leistung kann dann andererseits mit den Werten verglichen werden, die man durch numerische Lösung der Elenbaas-Heller'schen Gleichung [17] erhält. Zur Bestimmung der elektrischen Feldstärke fand hier ein Verfahren Anwendung, welches von Finkelnburg u. Müller [18] ausführlich diskutiert wurde. Es werden dabei Wolframdrähte, auf Ebenen senkrecht zur Achse des Lichtbogens, durch das Plasma geschlagen und das Potential hochohmig (einige 100 k $\Omega$ ) gegen eine der Elektroden gemessen. Insbesondere konnten Finkelnburg und Müller zeigen, daß eine nicht-isolierte Sonde, die ein Plasma durchsetzt, stets das Potential der Stelle mit der besten Leitfähigkeit annimmt. Man kann mit solchen Messungen also auch radiale Potentialverteilungen erhalten. Eine Schwierigkeit stellt noch das sog. Kontaktpotential dar, um das sich die Sonde negativ gegen ihre Umgebung auflädt. Aber dieses Kontaktpotential spielt bei Relativmessungen keine Rolle und außerdem wurde gezeigt [18], daß es bei stromstarken Entladungen in der Größenordnung von 1 - 2 Volt liegt und in erster Näherung von der Temperatur unabhängig ist.

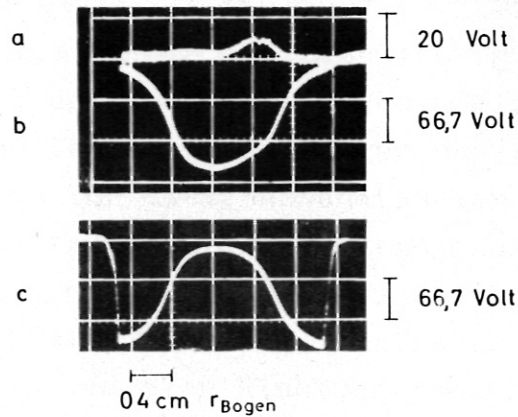
Durch Variation des Abstandes von den Elektroden ergibt sich die Säulen-Feldstärke. Dabei muß allerdings berücksichtigt werden, daß auch eingeprägte elektromotorische Kräfte, z. B. ein Temperaturgradient, zum Stromtransport beitragen können. Wie groß der Einfluß dieser elektromotorischen Kräfte ist, muß man einer Diskussion des Ohm'schen Gesetzes entnehmen [19].

#### 3.3. Deutung und Diskussion der Ergebnisse der Sonden-

messungen  
Im folgenden soll für die Bogensäule Zylindersymmetrie angenommen werden (Z-Achse = Symmetrieachse). Diese Annahme wird einmal dadurch

### 3.2. Messungen

Bei den Sondenmessungen wurden Wolframdrahnte (Durchmesser 1 - 2 mm) mit einer Geschwindigkeit von etwa  $5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$  durch den Bogen geschossen. Der jeweilige Ort der Sonde wurde photoelektrisch bestimmt und gleichzeitig mit dem Sondersignal registriert. Damit erhält man eine Ortszuordnung der einzelnen Potentialwerte. Abb. 5 zeigt zwei auf diese Weise erhaltene Potentialverteilungen bei Polung der Sonde gegen Kathode bzw. Anode (Abstand von der Kathode etwa 4 cm).



Brennspannung u. radiale Potentialverteilung

- a) Brennspannung
- b) Polung gegen Anode
- c) " " Kathode

Abb. 5 Radiale Potentialverteilung

Die Messungen bei verschiedenen Abständen von der Kathode zeigen kleine axiale Potentialdifferenzen. In radialer Richtung erkennt man einen sehr starken Potentialanstieg, der auf grosse radiale Feldstärken hindeutet.

### 3.3. Deutung und Diskussion der experimentellen Ergebnisse der Sondenmessungen

Im folgenden soll für die Bogensäule Zylindersymmetrie angenommen werden (Z-Achse = Symmetrieachse). Diese Annahme wird einmal dadurch

nahegelegt, daß die Bogensäule eine zylindrische Form aufweist und zum anderen zeigen temperaturempfindliche Spektrallinien im Beobachtungsgebiet keine z-Abhängigkeit. Außerdem sollen sich alle Größen zeitlich nicht ändern. Um zu einem Ausdruck für die elektrische Feldstärke zu kommen, geht man von den von Schlüter [20] angegebenen Kraftgleichungen für die drei Komponenten des Plasmas (Ionen, Elektronen und Neutralteilchen) aus. Man erhält dann für

$$\text{Ionen: } \rho_i \frac{d\omega_i}{dt} + n_i n_e \epsilon_{ie} (\omega_i - \omega_e) + n_i n_o \epsilon_{io} (\omega_i - \omega_o) = - \text{grad } p_i + n_i e \mathcal{E} + n_i e [\omega_i, \mathcal{B}] \quad (3.1)$$

$$\text{Elektronen: } \rho_e \frac{d\omega_e}{dt} + n_e n_i \epsilon_{ei} (\omega_e - \omega_i) + n_e n_o \epsilon_{eo} (\omega_e - \omega_o) = - \text{grad } p_e - n_e e \mathcal{E} - n_e e [\omega_e, \mathcal{B}] \quad (3.2)$$

$$\text{Neutralteilchen: } \rho_o \frac{d\omega_o}{dt} + n_o n_e \epsilon_{oe} (\omega_o - \omega_e) + n_o n_i \epsilon_{oi} (\omega_o - \omega_i) = - \text{grad } p_o \quad (3.3)$$

Auf der linken Seite stehen die Beschleunigungsglieder und Reibungskräfte, rechts die antreibenden Kräfte und der Druckgradient der betreffenden Komponente. Die von Maecker und Peters [21] eingeführten Thermokräfte sollen für diese Abschätzungen unberücksichtigt bleiben. Bei Temperaturgradienten in der Größenordnung von einigen  $10^4$  °K pro cm ergeben sich aus diesen Termen Feldstärken von einigen Volt/cm. In z-Richtung soll sich aber die Temperatur gemäß unseren Annahmen nicht ändern und in radialer Richtung treten Feldstärken bis zu 400 Volt/cm auf, so daß die Thermokräfte hier weggelassen werden. Subtraktion von (3.1) und (3.2) ergibt das Ohm'sche Gesetz. Dazu muß (3.1) mit  $\epsilon_{eo}$  und (3.2) mit  $\epsilon_{io}$  multipliziert werden, dann fallen die Glieder mit  $\omega_o$  heraus.

Für die Reibungskoeffizienten  $\epsilon_{lk}$  ergibt sich nach Maecker [21]

$$\epsilon_{lk} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} kT \frac{m_l m_k}{m_l + m_k} \cdot Q_{lk} \quad (3.4)$$

( $Q_{lk}$  Wirkungsquerschnitt für Stoß  $l \rightarrow k$ )

Das Ohm'sche Gesetz lautet dann

$$\begin{aligned} n_L (\epsilon_{eo} m_i - \epsilon_{io} m_e) \frac{d\omega_L}{dt} + \frac{m_i m_e}{e(m_i + m_e)} \left\{ (\epsilon_{eo} + \epsilon_{io}) \left[ \frac{d\mathcal{E}}{dt} - \frac{j}{s_L} \frac{d s_L}{dt} + (j \cdot \text{grad}) \omega_L \right] + \right. \\ \left. + \frac{(\epsilon_{eo} m_e - \epsilon_{io} m_i)}{e s_L} \left[ (j, \text{grad}) j - \frac{j}{s_L} (j, \text{grad } s_L) \right] \right\} = (\epsilon_{io} - \epsilon_{eo}) \text{grad } p_L + \\ + n_L \cdot e (\epsilon_{eo} + \epsilon_{io}) \left\{ \mathcal{E} + [\omega_L, \mathcal{B}] - \frac{\epsilon_{io} j}{e^2} \right\} - n_o \frac{\epsilon_{io} \epsilon_{eo}}{e} j + \frac{\epsilon_{eo} m_e - \epsilon_{io} m_i}{m_i + m_e} [j, \mathcal{B}] \end{aligned} \quad (3.5)$$



Dabei sind folgende Definitionen verwendet worden:

$$\begin{aligned}
 j &= e n_L (\omega_i - \omega_e) & \omega_e &= \omega_L - \frac{m_e j}{e g_L} \\
 g_L \omega_L &= g_i \omega_i + g_e \omega_e & g_L &= g_e + g_i \\
 \omega_i &= \omega_L + \frac{m_i j}{e g_L} & p_L &= p_e + p_i \\
 & & n_L &= n_e = n_i
 \end{aligned} \tag{3,6}$$

Außerdem soll unter  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\omega_L, \text{grad}) \dots$  verstanden werden, speziell unter  $j \cdot \frac{1}{g_L} \cdot \frac{d g_L}{dt} = j \cdot \frac{1}{g_L} \cdot \frac{\partial g_L}{\partial t} - j \cdot \frac{1}{g_L} \cdot (\omega_L, \text{grad } g_L)$ .

Für den vorliegenden Fall wird für

$$Q_{i0} = 70 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2,$$

$$Q_{e0} = 120 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \text{ angenommen [21].}$$

Damit wird  $\epsilon_{i0} > \epsilon_{e0}$  und  $\frac{\epsilon_{e0}}{\epsilon_{i0}} = 5,56 \cdot 10^{-2}$ , ferner ist  $m_i \gg m_e$ , so dass das Ohm'sche Gesetz schliesslich folgende Form annimmt:

$$\begin{aligned}
 n_L m_i \frac{d\omega_L}{dt} + \frac{m_e}{e} \cdot \left\{ \frac{dj}{dt} - j \cdot \frac{1}{n_L} \cdot \frac{dn_L}{dt} + (j, \text{grad}) \omega_L - \right. \\
 \left. - \frac{1}{e n_L} \left[ (j, \text{grad}) j - j \left( j, \frac{1}{n_L} \text{grad } n_L \right) \right] \right\} = n_L e \left\{ \psi + [\omega_L, \mathcal{L}] \right\} \tag{3,7} \\
 - j \frac{1}{e} (n_L \epsilon_{ei} + n_0 \epsilon_{e0}) + \text{grad } p_L - [j, \mathcal{L}] \left. \right\}
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe dieses Ausdrucks kann nun abgeschätzt werden, ob der Strom in z-Richtung allein von dem von außen angelegten elektrischen Feld angetrieben wird, oder ob auch eingeprägte Kräfte zu berücksichtigen sind.

### 3.3.1. Z-Feldstärke

Wie bereits erwähnt, soll Zylindersymmetrie und zeitliche Stationarität vorausgesetzt werden:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial z} = 0 \qquad \frac{\partial}{\partial t} = 0$$

Ausserdem seien folgende Komponenten zugelassen:

$$\begin{aligned}
 \omega_L &= \{ v_r^L, v_\varphi^L, v_z^L \} & j &= \{ 0, j_\varphi, j_z \} \\
 \mathcal{L} &= \{ \sigma, B_\varphi, B_z \} & \psi &= \{ E_r, \sigma, E_z \}
 \end{aligned}$$

$$\text{grad } p_L = \left\{ \frac{\partial p_L}{\partial r}, 0, 0 \right\}$$

Mit diesen Annahmen schreibt sich die Z-Komponente von Gl.(3,7) :

$$j_z = \sigma \left\{ E_z - \frac{m_i}{e} \frac{\epsilon_{e0}}{\epsilon_{i0}} v_r^L \frac{\partial v_r^L}{\partial r} - \frac{m_e}{e^2 n_L} \cdot \left( v_r^L \frac{\partial j_z}{\partial r} + j_z v_r^L \frac{1}{n_L} \frac{\partial n_L}{\partial r} \right) + v_r^L B_\varphi \right\} \quad (3,8)$$

mit 
$$\sigma = \frac{e^2 n_L (\epsilon_{i0} + \epsilon_{e0})}{n_L \epsilon_{ei} \cdot (\epsilon_{i0} + \epsilon_{e0}) + n_o \epsilon_{i0} \epsilon_{e0}} \approx \frac{e^2 n_L}{n_L \epsilon_{ei} + n_o \epsilon_{e0}}$$

nach Maecker [21].

Aus den Sondenmessungen erhält man für  $E_z$  einige Volt/cm, so dass die übrigen Glieder gegen diese Größe abgeschätzt werden müssen.

Die zur Berechnung der einzelnen Teile erforderlichen Größen sollen, soweit sie nicht durch Messungen bekannt sind, nach oben hin abgeschätzt werden. Im einzelnen sollen folgende Werte angenommen werden:

$n_L = 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ (Messung)	$v_z^L = 3 \cdot 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$ (Messung)
$\frac{\partial n_L}{\partial r} \approx 8 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-4}$	$\frac{\partial v_z^L}{\partial r} \approx 3 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}$
$j_z = 6 \cdot 10^2 \frac{\text{A}}{\text{cm}^2}$ (Messung)	$B_\varphi = 300 \text{ } \Gamma$
$\frac{\partial j_z}{\partial r} \approx 6 \cdot 10^2 \frac{\text{A}}{\text{cm}^3}$	$\left. \begin{array}{l} v_r^L = 10^4 \text{ cm sec}^{-1} \\ \frac{\partial v_r^L}{\partial r} = 10^4 \text{ sec}^{-1} \end{array} \right\} \text{geschätzte Werte}$

Dabei sind die einzelnen Größen in folgenden Einheiten zu messen:

Der zweite und dritte Term auf der rechten Seite von Gl.(3,8) ergeben die Größenordnung  $10^{-5}$  Volt/cm, der Term  $v_r^L \cdot B_\varphi$   $3 \cdot 10^{-2}$  Volt/cm.

Damit ist gezeigt, daß für den Strom in z-Richtung nur die Feldstärke  $E_z$  maßgebend ist und das Produkt aus  $E_z$  und dem gemessenen Gesamtstrom I liefert direkt den Wert für die dem Bogen pro cm Säulenlänge zugeführte Leistung.

Es reduziert sich (3,8) zu

$$E_z = \frac{1}{\sigma} \cdot j_z \quad (3,9)$$

### 3.32. Radiale Feldstärke

Nun soll die radiale Potentialverteilung diskutiert werden, und zwar unter denselben Voraussetzungen wie in Abschnitt 3.31. Es wurden radiale Feldstärken bis zu 400 Volt/cm gemessen. Eine Möglichkeit, Feldstärken dieser Größenordnung zu erklären, ist die Annahme einer starken Rotation des ganzen Bogens. Diese Annahme legen dopplerverschobene Spektrallinien nahe, die Rotationsgeschwindigkeiten von einigen  $10^6$  cm/sec ergaben. Zusammen mit dem achsenparallelen  $B_z$ -Feld von 10 kG verursacht diese Rotation eine  $[M, Z]$ -EMK in radialer Richtung, die wegen  $j_r = 0$  durch Raumladungen kompensiert wird.

Wenn man nun zeigen kann, daß die radiale Feldstärke im wesentlichen durch diese  $[M, Z]$ -EMK verursacht wird, so ergibt sich die Möglichkeit, aus der gemessenen Feldstärke, bei bekanntem  $B_z$ -Feld, die Rotationsgeschwindigkeit des Bogens zu bestimmen. Diese Möglichkeit soll im folgenden diskutiert werden.

Mit den unter 3.31. gemachten Annahmen erhält man aus Gl.(3,7) für die elektrische Feldstärke in radialer Richtung folgenden Ausdruck:

$$E_r = 10^{-7} \frac{m_i}{e} \frac{\epsilon_{00}}{\epsilon_{i0}} \left( v_r^L \frac{\partial v_r^L}{\partial r} - \frac{v_\varphi^L{}^2}{r} \right) + 10^{-7} \frac{m_e}{e^2 n_L} \left( \frac{1}{e n_L} \frac{j_\varphi^2}{r} - 2 \frac{j_\varphi v_\varphi^L}{r} \right) \quad (3,10)$$

$$- \frac{1}{e n_L} \left( 10^{-7} \frac{\partial p_L}{\partial r} - j_\varphi B_z + j_z B_\varphi \right) - v_\varphi^L B_z + v_z^L B_\varphi \quad (3,11)$$

Dabei sind die einzelnen Größen in folgenden Einheiten zu messen:

In Abb. 6 ist die aus Sondennmessungen bestimmte radiale Feld-

stärke  $E_r$  im Abstand  $r$  vom Radius aufgetragen. Ausserdem sind die Feld-

stärken  $E_\varphi$  die sich bei Berücksichtigung der Druckgradienten in

Gl.(3,11) ergeben, mit eingezeichnet.

$n_L$  in  $\text{cm}^{-3}$

E ergibt sich dann in Volt  $\text{cm}^{-1}$

Man erkennt, daß im betrachteten Gebiet die gemessene Feldstärke

praktisch nur durch  $v_\varphi^L$  bestimmt wird. Damit ist es möglich, aus

dem Sondensignal direkt auf die Rotationsgeschwindigkeit des Bogens

zu schließen.

$B_\varphi, z$  in Vsec  $\text{cm}^{-2}$

$p$  in dyn  $\text{cm}^{-2}$

$j_\varphi, z$  in Acm $^{-2}$

$v_\varphi^L, z$  in cm sec $^{-1}$

$e$  in Asec

Im ersten Term auf der rechten Seite von (3,10) ist stets  $v_r^L$  gegen  $v_\varphi^L$  zu vernachlässigen und für  $v_\varphi^L \approx 10^6 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$  und  $r = 0,5 \text{ cm}$  erhält man für diesen Term  $6 \cdot 10^{-2} \text{ Volt} \cdot \text{cm}^{-1}$ . Bei der Abschätzung des zweiten Terms soll für  $n_L = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ ,  $j_\varphi = 6 \cdot 10^2 \text{ Acm}^{-2}$  und  $r = 0,5 \text{ cm}$  angenommen werden; dann ergibt sich  $7,5 \cdot 10^{-3} \text{ Volt cm}^{-1}$ . Der letzte Term  $v_z^L B_\varphi$  ist mit  $0,3 \text{ Volt cm}^{-1}$  ebenfalls zu vernachlässigen.

Es bleibt für die Berechnung von  $E_r$  noch folgender Ausdruck:

$$E_r = -v_\varphi^L \cdot B_z - \frac{1}{en_L} \left( 10^{-7} \frac{\partial p_L}{\partial r} - j_\varphi B_z + j_z B_\varphi \right) \quad (3,11)$$

Für den radialen Druckverlauf liegen für  $r > 0,5 \text{ cm}$  Messungen vor, und zwar steigt der Druck zur Achse des Bogens hin an. Diesem Druckanstieg kann nur durch einen entsprechenden  $j_\varphi$ -Strom über  $[j, L]$  das Gleichgewicht gehalten werden. Man kann deswegen mit Hilfe der Schwerpunktsgleichung ( $j_\varphi B_z - j_z \cdot B_\varphi$ ) durch den Druckgradienten ausdrücken.

Unter Vernachlässigung des Trägheitsterms lautet die r-Komponente der Schwerpunktsgleichung (Summe der Gleichungen 3,1 - 3,3):

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 2 \frac{\partial p_L}{\partial r} + \frac{\partial p_0}{\partial r} = 10^7 (j_\varphi B_z - j_z B_\varphi) \quad (3,12)$$

Dann wird

$$E_r = -v_\varphi^L B_z + \frac{10^7}{en_L} \left( \frac{\partial p_L}{\partial r} + \frac{\partial p_0}{\partial r} \right) \quad (3,13)$$

In Abb. 6 ist die aus Sondenmessungen bestimmte radiale Feldstärke  $E_r$  über dem Radius aufgetragen. Ausserdem sind die Feldstärken, die sich bei Berücksichtigung der Druckgradienten in Gl.(3,13) ergeben, mit eingezeichnet.

Man erkennt, dass im betrachteten Gebiet die gemessene Feldstärke praktisch nur durch  $v_\varphi^L \cdot B_z$  bestimmt wird. Damit ist es möglich, aus dem Sonden-signal direkt auf die Rotationsgeschwindigkeit des Bogens zu schliessen.

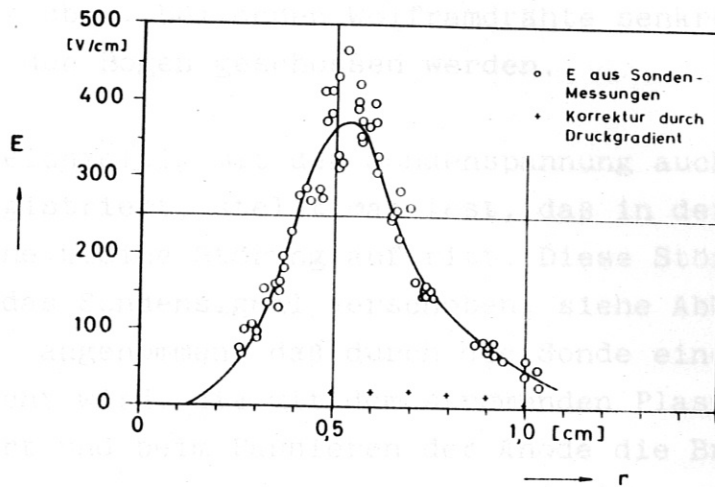


Abb. 6 Radiale Feldstärkeverteilung

### 3.3.3. Messergebnisse

Für die z-Feldstärke erhält man aus Messungen der radialen Potentialverteilung bei verschiedenen Abständen von der Kathode aus den Potentialunterschieden

$$E_z = 3,1 \text{ Volt/cm} \pm 20 \%$$

Die radiale Feldstärkeverteilung ist in Abb. 6 wiedergegeben. Es ergeben sich Feldstärken bis zu 400 Volt/cm, die bei etwa 5 - 6 mm Abstand von der Bogenachse ein Maximum zeigen, auf das später näher eingegangen werden soll.

#### 4. Geschwindigkeitsmessungen

##### 4.1. Bestimmung der $v_z$ -Geschwindigkeit mit Hilfe von Potentialsonden

Im letzten Abschnitt (3) wurden die Potentialsondenmessungen näher beschrieben, bei denen Wolframdrähte senkrecht zur Bogenachse durch den Bogen geschossen werden.

Wenn man gleichzeitig mit der Sondenspannung auch die Bogen-  
spannung registriert, stellt man fest, daß in der Bogenbrenn-  
spannung eine kleine Störung auftritt. Diese Störung ist zeit-  
lich gegen das Sondersignal verschoben, siehe Abb. 5. Wir haben  
daher angenommen, daß durch die Sonde eine Störung im Bo-  
gen verursacht wird, die mit dem strömenden Plasma in Richtung  
Anode wandert und beim Passieren der Anode die Brennspannung ver-  
ändert.

Wie diese Störung zustande kommt und warum sie erst im Anoden-  
gebiet festzustellen ist, soll später diskutiert werden. Wenn  
diese Vorstellung zutrifft, dann sollte das Störsignal zeitlich  
früher erscheinen, wenn man die Sonde näher an der Anode durch  
den Bogen schlägt. Diese Annahme hat sich bestätigt und man kann  
daraus die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich diese Störzone  
fortbewegt. Sie beträgt  $v_z = 2,1 \cdot 10^4$  cm/sec, und wir wollen an-  
nehmen, daß sie mit der Plasmageschwindigkeit identisch ist. Bei  
dieser Geschwindigkeit kann es sich naturgemäß nur um eine  
mittlere Geschwindigkeit handeln, die wahrscheinlich für das Ge-  
biet größter Rotationsgeschwindigkeit charakteristisch ist.

Mit dieser so bestimmten Geschwindigkeit und der Zeitdifferenz  
zwischen Sondersignal und dem Erscheinen der Störung in der  
Brennspannung kann man ausrechnen, wie weit die Störung gelaufen  
sein muß, bis sie sich in der Brennspannung bemerkbar macht. Man  
findet, daß die Störung gerade bis zur Anode gelaufen ist. Dieses  
Ergebnis wird gestützt durch die Tatsache, daß sich die Störung  
im Sondersignal selbst nur bei Polung gegen Anode bemerkbar macht,  
und zwar auch zeitverschoben (Abb. 5).

Nun bleibt noch zu klären, wie diese Störzone zustandekommt und warum sie sich erst im Anodengebiet bemerkbar macht.

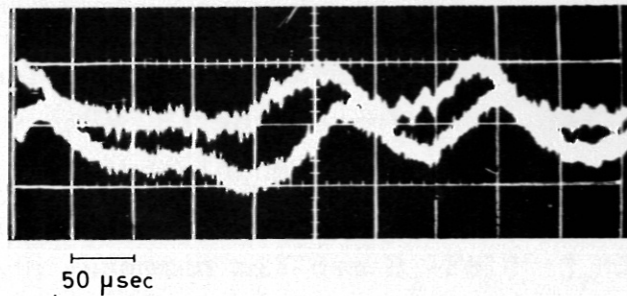
Durch die Geometrie der Ringanode bedingt gibt es an der Anode  $j_r$ -Komponenten des Stroms, die zusammen mit dem  $B_z$ -Feld eine Kraft auf das Plasma in  $\varphi$ -Richtung ausüben. Als Folge davon beginnt der ganze Bogen zu rotieren. Dadurch entsteht in radialer Richtung eine  $[A, \mathcal{L}]$ -EMK, die in der freien Bogensäule durch Raumladungen kompensiert wird. Innerhalb der Anode würde sie eine Abnahme des Bogenstroms bewirken; weil dieser aber durch den äußeren Kreis konstant gehalten wird, steigt als Folge davon die Brennspannung an. Wird nun z. B. durch die Sonde diese Rotation des Bogens herabgesetzt, so kann diese Zone kleinerer Rotation beim Passieren der Anode zu einer Brennspannungserniedrigung Anlaß geben. Man mißt nämlich tatsächlich eine Brennspannungserniedrigung, die zunächst nicht zu verstehen war, weil bei allen bisher bekannten Potentialsondenmessungen an Lichtbögen stets Brennspannungserhöhungen festgestellt wurden [18, 19].

Das Zustandekommen der Störzone hat elektrische Ursachen und erfolgt über das Kurzschließen von  $[A, \mathcal{L}]$ -Feldstärken durch den Sondendraht. (Dadurch entstehen radiale Stromkomponenten, die zusammen mit dem  $B_z$ -Feld eine bremsende Kraft auf das Plasma ausüben.) Verwendet man nämlich anstelle des Sondendrahtes eine Keramik, so bekommt man keine Brennspannungserniedrigung, sondern eine gleichzeitig mit dem Sondersignal auftretende Erhöhung der Brennspannung, verursacht durch eine zeitweise Abdeckung des Entladungskanals.

#### 4.2. Geschwindigkeit hinter der Ringanode

Um die Geschwindigkeit des Plasmas hinter der Ringanode zu bestimmen, wurde die Anstiegszeit der Front des beim Pulsen aus der Anode austretenden Plasmastrahls mit Hilfe eines Multipliers gemessen. Diese Front hatte eine Anstiegszeit von 2 msec und war deswegen für eine Geschwindigkeitsmessung im Bereich  $v_z > 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$  nicht geeignet.

Bei diesen Multipliiermessungen stellte sich aber heraus, daß in gewissen zeitlichen Intervallen das Licht in seiner Intensität mit einer Frequenz von etwa 6 kHz moduliert war. Bei Beobachtung des Lichtes durch zwei Spalte im Abstand einiger Zentimeter zeigte sich auch eine Korrelation beider Signale und eine zeitliche Verschiebung (siehe Abb. 7).



Multipliersignale (Spaltabstand 16 mm)

Abb. 7 Geschwindigkeitsmessung durch Korrelation von Lichtschwankungen

Aus der Zeitverschiebung und dem Abstand der beiden Spalte erhält man eine mittlere Geschwindigkeit  $v_z = 8 \cdot 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$ . Im Raum vor der Ringanode betrug die Plasmageschwindigkeit  $2,1 \cdot 10^4 \text{ cm sec}^{-1}$ , es ergibt sich also eine Zunahme der z-Geschwindigkeit.

Um diese Geschwindigkeitszunahme zu verstehen, wurde der Verlauf der Magnetfeldlinien hinter der Ringanode berechnet. Dabei zeigte sich, daß der Bogen hinter der Ringanode etwa parallel zum Magnetfeld verläuft. Nun ist das Magnetfeld in dieser Gegend aber bereits divergent, das  $B_z$ -Feld beträgt am Beobachtungsort nur noch 2,5 kG. Nach Rechnungen von Wienecke [22] sollte dann auch der Druck im Bogen abnehmen. Das gibt Anlaß zu einem Druckgradienten in z-Richtung, der eine Beschleunigung des Plasmas zur Folge hat.

Um die mögliche Ursache dieser Helligkeitsschwankungen zu finden, wurde der zeitliche Verlauf des Stromes zur Ringanode registriert.



Es konnte nachgewiesen werden, daß der Strom in derselben Weise moduliert war. Man muß sich deswegen die Vorstellung machen, daß ein Teil des Stromes von der Ringanode auf den Anodenflansch (siehe Abb. 2) und wieder zurückspringt und so die zeitlichen Veränderungen im Lichtsignal verursacht.

#### 4.3. Rotation des Bogens

Bei spektroskopischen side-on Aufnahmen des Bogens fiel auf, daß gewisse Spektrallinien eine vom Radius abhängige Wellenlängenverschiebung zeigten, die in der Mitte des Bogens ihr Vorzeichen änderte. Bei Umpolung des Magnetfeldes kehrte sich auch die Verschiebung um. Wir haben daraus geschlossen, daß der Bogen rotiert und die beobachtete Verschiebung der Spektrallinien einer Dopplerverschiebung entspricht. Im Gebiet der Ringanode wirken infolge der  $j_r$ -Komponenten zusammen mit dem  $B_z$ -Feld  $j_r \cdot B_z$ -Kräfte in  $\varphi$ -Richtung, die das Plasma in Rotation versetzen. Aus der mittleren Linienverschiebung  $\overline{\Delta\lambda}$  ergibt sich dann eine mittlere Rotationsgeschwindigkeit  $\overline{v_\varphi}$  des Plasmas nach der Beziehung

$$\frac{\overline{\Delta\lambda}}{\lambda_0} = \frac{\Delta v_\varphi}{e} \quad (\lambda_0 = \text{Wellenlänge der unverschobenen Linie}) \quad (4,1)$$

In Abschnitt 3.32. wurde nachgewiesen, daß die mit Hilfe von Man erhält eine mittlere Rotationsgeschwindigkeit, weil bei der side-on Beobachtung für die Linie auch Beiträge aus Schichten mit unterschiedlichen Rotationsgeschwindigkeiten eine Rolle spielen. Drawin [23] hat angegeben, wie man diesen Einfluß berücksichtigen kann. Es erfordert aber ziemlich umfangreiche numerische Rechnungen und soll deswegen hier nicht durchgeführt werden. Außerdem handelt es sich bei den durch Doppler-Effekt verschobenen Linien um Ionenlinien aus verschiedenen Ionisierungsstufen (z. B. N II und N III), die jeweils nur aus einer dünnen Schicht emittiert werden, so daß dieses Vorgehen gerechtfertigt erscheint. Es wurden im einzelnen folgende Linien ausgewertet: N II 4550, N III 4103/4097, Ar II 4183 Å. In Gebieten, in denen keine "doppler-verschobenen" Linien registriert wurden.

Das Ergebnis dieser Auswertungen ist in Abb. 8 dargestellt:

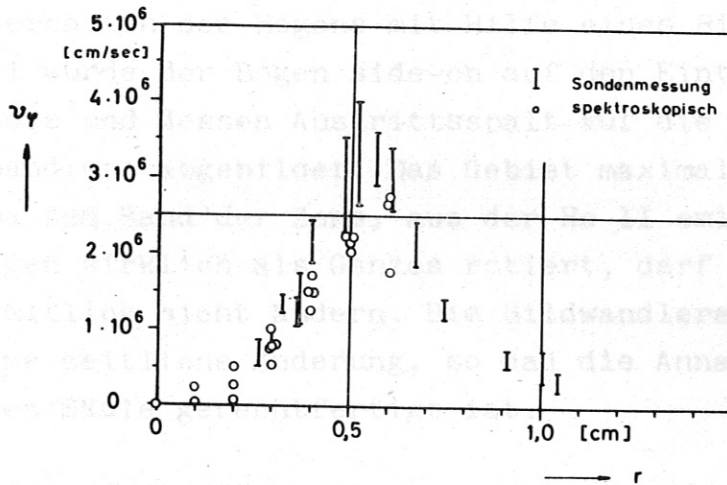


Abb. 8 Radiale Verteilung der Rotationsgeschwindigkeit

Es treten Rotationsgeschwindigkeiten bis zu einigen  $10^6 \text{ cm sec}^{-1}$  (etwa Schallgeschwindigkeit) auf mit einem Maximum bei etwa 5 - 6 mm Abstand von der Bogenachse.

In Abschnitt 3.32. wurde nachgewiesen, daß die mit Hilfe von Potentialsonden gemessene radiale Feldstärke durch  $v_{\varphi}^L \cdot B_z$  bestimmt wird. Man erhält somit aus der gemessenen Feldstärke unmittelbar die Schwerpunkts-geschwindigkeit der Ladungsträger  $v_{\varphi}^L$ . Diese Werte sind ebenfalls in Abb. 8 eingetragen worden. Man erkennt eine recht gute Übereinstimmung mit den Werten, die sich aus den durch Doppler-Effekt verschobenen Linien ergeben und die der Ionengeschwindigkeit entsprechen. Dieses Ergebnis bedeutet aber gleichzeitig, daß Ionengeschwindigkeit und Schwerpunkts-geschwindigkeit der Ladungsträger identisch sind,  $v_{\varphi}^L = v_{\varphi}^i$ , d. h. man kann  $\frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{m_i}{e \cdot \varrho_L}$  gegen  $v_{\varphi}^i$  vernachlässigen (siehe Gl. (3,6)).

Aus den Sondensignalen kann man die Rotationsgeschwindigkeiten auch noch in Gebieten bestimmen, in denen keine "doppler-verschobenen" Linien registriert wurden.

Wir wollen für diese Abschätzung vollständige Ionisation annehmen.

$\eta$  = Koeffizient der inneren Reibung.

Bisher wurde angenommen, daß der Bogen als zylindersymmetrische Säule um seine Achse rotiert. Es wäre natürlich auch denkbar, daß er in Form einer rotierenden Spirale vorliegt. Die photographisch registrierten Spektren erlauben bei diesen Rotationsfrequenzen keine Unterscheidung der beiden Fälle. Wir haben deswegen das zeitliche Verhalten des Bogens mit Hilfe eines Bildwandlers untersucht. Dabei wurde der Bogen side-on auf den Eintrittsspalt eines Monochromators und dessen Austrittsspalt auf die Photokathode eines Bildwandlers abgebildet. Das Gebiet maximaler Rotation entspricht etwa dem Rand der Zone, aus der He II emittiert wird. Wenn der Bogen wirklich als Ganzes rotiert, darf der Rand dieser Zone sich zeitlich nicht ändern. Die Bildwandleraufnahmen von He II zeigten keine zeitliche Änderung, so daß die Annahme einer zylindersymmetrischen Säule gerechtfertigt ist.

#### 4.4. Theoretische Überlegungen zur Rotation des Bogens

Die Vorstellung von der Rotation des Bogens ist die, daß die Rotation im wesentlichen im Anodengebiet durch  $j_r \cdot B_z$ -Kräfte angetrieben wird und sich dann gegen die Strömung auf die anderen Bogengebiete überträgt.

Im folgenden soll versucht werden, mit Hilfe von Annahmen, die durch das Experiment nahegelegt werden, die Rotationsgeschwindigkeit qualitativ abzuschätzen. Außerdem muß die Ausbreitung der Rotation gegen die Strömung erklärt werden.

Man geht dazu von den Bewegungsgleichungen (3,1) und (3,2) aus, in denen hier zusätzlich noch die innere Reibung berücksichtigt werden soll:

$$\rho_i \frac{d\omega_i}{dt} + n_i n_e \epsilon_{ei} (\omega_i - \omega_e) + \eta_i D(\omega_i) = - \text{grad } p_i + n_i e (\mathcal{E} + [\omega_i, \mathcal{E}]) \quad (4.2)$$

$$\rho_e \frac{d\omega_e}{dt} + n_e n_i \epsilon_{ei} (\omega_e - \omega_i) + \eta_e D(\omega_e) = - \text{grad } p_e - n_e e (\mathcal{E} + [\omega_e, \mathcal{E}]) \quad (4.3)$$

Wir wollen für diese Abschätzung vollständige Ionisation annehmen.

$\eta$  = Koeffizient der inneren Reibung.

$$\eta_{i,e} = \frac{5}{8} \sqrt{\pi \cdot m_{i,e}} \cdot \frac{(\hbar T)^{5/2}}{(2 \cdot e)^4 \cdot \ln \Lambda} \quad (\text{siehe [24]}) \quad \text{man hi (4,4)}$$

$$\ln \Lambda = 7$$

Für geladene Teilchen muß außerdem unterschieden werden zwischen einer Zähigkeit parallel und senkrecht zum Magnetfeld:

$$\begin{aligned} \eta_{i\parallel} &= \eta_i \\ \eta_{i\perp} &= \eta_i \cdot \frac{1}{1+4(\omega_i \tau_{ii})} \end{aligned} \quad (4,5)$$

$\omega_i$  = Gyrationen-Frequenz der Ionen werden. Dann reduziert

$$\tau_{ii} = \text{Stoßzeit Stoß } i \rightarrow i \quad (\text{siehe [24]})$$

Außerdem bedeutet

$$D(\mathbf{w}) \equiv \left\{ \frac{1}{3} \text{grad div } \mathbf{w} + \Delta \mathbf{w} \right\} = \left\{ \frac{4}{3} \text{grad div } \mathbf{w} - \text{rot rot } \mathbf{w} \right\} \quad (4,6)$$

Die Addition von (4,2) und (4,3) ergibt :

$$\begin{aligned} \rho_L \frac{d\mathbf{w}_L}{dt} + \frac{m_i m_e}{e^2} \cdot (j, \text{grad}) \frac{j}{\rho_L} + \eta_i \left\{ \frac{4}{3} \text{grad div } \mathbf{w}_i - \text{rot rot } \mathbf{w}_i \right\} + \\ + \eta_e \left\{ \frac{4}{3} \text{grad div } \mathbf{w}_e - \text{rot rot } \mathbf{w}_e \right\} = [j, \mathbf{B}] - \text{grad } \rho_L \end{aligned} \quad (4,7)$$

Bildet man die  $\varphi$ -Komponente von (4,7), so ergibt sich (der Term  $\frac{m_i m_e}{e^2} \cdot (j, \text{grad}) \frac{j}{\rho_L}$  kann gegen die anderen vernachlässigt werden):

$$\begin{aligned} \rho_L \left\{ v_r^L \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial r} + \frac{v_r^L v_\varphi^L}{r} + v_z^L \frac{\partial v_\varphi^L}{\partial z} \right\} + \eta_{i\perp} \left\{ \frac{\partial^2 v_\varphi^i}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi^i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^i}{\partial r} - \frac{v_\varphi^{i2}}{r} \right\} + \\ + \eta_{e\perp} \left\{ \frac{\partial^2 v_\varphi^e}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_\varphi^e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\varphi^e}{\partial r} - \frac{v_\varphi^{e2}}{r} \right\} = - j r \cdot B_z \end{aligned} \quad (4,8)$$

Im Abschnitt 4.3. wurde bereits darauf hingewiesen, daß man hier wegen  $v_{\varphi}^L > j_{\varphi} \frac{m_i}{e \beta_L}$   $v_{\varphi}^i \approx v_{\varphi}^L$  setzen darf.

Dann gilt wegen  $v_{\varphi}^L \gg j_{\varphi} \frac{m_e}{e \beta_L}$  auch  $v_{\varphi}^e \approx v_{\varphi}^L$  und außerdem ist

$\eta_i > \eta_e$ , so daß sich schließlich (4,8) reduziert zu

$$\rho_L \left\{ v_r^L \frac{\partial v_{\varphi}^L}{\partial r} + \frac{v_r^L v_{\varphi}^L}{r} + v_z^L \frac{\partial v_{\varphi}^L}{\partial z} \right\} + \eta_{iL} \left\{ \frac{\partial^2 v_{\varphi}^L}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_{\varphi}^L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\varphi}^L}{\partial r} - \frac{v_{\varphi}^L{}^2}{r} \right\} = -j_r B_z \quad (4,9)$$

Für die Verhältnisse in der Anode soll angenommen werden, daß keine Radialkomponente von  $v_L$  vorliegt, außerdem soll die z-Abhängigkeit in der Anode vernachlässigt werden. Dann reduziert sich Gl.(4,9) zu

$$\frac{\partial^2 v_{\varphi}^L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\varphi}^L}{\partial r} - \frac{v_{\varphi}^L{}^2}{r} = - \frac{j_r B_z}{\eta_{iL}} \quad (4,10)$$

Um diese Gleichung lösen zu können, muß bekannt sein, wie  $j_r$  und  $\eta_{iL}$  von  $r$  abhängen.

Zur Bestimmung von  $j_r$  können zum Teil experimentelle Werte herangezogen werden. Der Gesamtbogenstrom beträgt 1900 Ampère. Davon treten 800 Ampère in die Anode ein, und zwar nur 350 Ampère in radialer Richtung, der Rest geht in z-Richtung in die Anode (der Durchmesser des Bogens war größer als der der Anode). Der noch verbleibende Teil des Stromes wird vom Anodenflansch aufgenommen.

Man kann dann für  $j_r$  schreiben :

$$2\pi \cdot r \cdot j_r \int_0^l dz = 0,24 E_z \int_0^r \sigma(r) 2\pi r dr = 2\pi j_r \cdot l \cdot r \quad (4,11)$$

Für die Berechnung von  $v_{\varphi}$  wird für  $E_z = 3,1 \text{ Volt cm}^{-1}$ , für  $B_z = 10 \text{ kG}$  angenommen. Die Temperatur und damit  $\sigma(r)$  und  $\eta(r)$ , wird so bestimmt, daß bei der vorgegebenen Feldstärke gerade der

In die Anodenöffnung einströmende Strom transportiert wird. Dabei berücksichtigt der Faktor 0,24, daß nur ein Teil des Stromes, der in die Düse eintritt, radial zur Anode fließt.

Da die Temperaturverteilung in der Anode nicht bekannt ist, soll als erste Näherung die Temperatur als vom Radius unabhängig angenommen werden.

Dann ergibt sich

$$\frac{\partial^2 v_{\varphi}^L}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_{\varphi}^L}{\partial r} - \frac{v_{\varphi}^L}{r^2} = -0,12 \frac{B_z \sigma(T) E_z}{\eta_{iL}(T) \cdot l} \cdot r = A \cdot r, \quad (4,12)$$

$$\text{wenn } A = -0,12 \frac{B_z \sigma(r) E_z}{\eta_{iL}(T) \cdot l}$$

mit folgender Lösung :

$$v_{\varphi}^L = C_1 \cdot r + C_2 \cdot \frac{1}{r} + \frac{1}{8} \cdot A \cdot r^3. \quad (4,13)$$

Als Randbedingung muß man fordern,

$$\text{für } r = R = \text{Düsenradius} : v_{\varphi}^L = 0,$$

$$\text{und für } r = 0 : v_{\varphi}^L = 0,$$

$$\text{d. h. } C_2 = 0 \text{ und } C_1 = -\frac{1}{8} \cdot A R^2.$$

$$v_{\varphi}^L = \frac{1}{8} A \left\{ r^3 - R^2 \cdot r \right\}. \quad (4,14)$$

Zusätzlich wurde die Differentialgleichung (4,12) unter Annahme eines Dreiecks der Temperatur gelöst, die der wirklich Temperaturverteilung mehr entsprechen wird. Dabei wurde eine bestimmte Randtemperatur vorgegeben. Diese Werte sind ebenfalls in Abb. 9 eingetragen. Ähnliche Ergebnisse.

$\sigma$  in e.m.u.  
 $E$  in e.m.u.  
 $B_z$  in e.m.u.  
 $\eta$  in cgs-Einheiten  
 $r$  in cm  
 $v$  in cm sec<sup>-1</sup>

Für die Berechnung von  $v_{\varphi}^L$  wird für  $E_z = 3,1 \text{ Volt cm}^{-1}$ , für  $B_z = 10 \text{ k}\Gamma$  angenommen. Die Temperatur, und damit  $\sigma(T)$  und  $\eta(T)$ , wird so bestimmt, daß bei der vorgegebenen Feldstärke gerade der in die Anodenöffnung eintretende Strom transportiert wird. Die Düsenlänge  $l$  beträgt 5 cm, der Radius der Anode  $R = 1 \text{ cm}$ .

Man erhält dann für die Temperatur  $T = 35.000^{\circ} \text{K}$  :  $\eta_{i\perp} \approx \eta_i$ , weil  $\omega_i \tau_i(35.000^{\circ}) < 1$ .

Mit diesen Annahmen bekommt man eine Geschwindigkeitsverteilung, die die gemessene Verteilung der Rotationsgeschwindigkeit recht gut wiedergibt (s. Abb. 9).

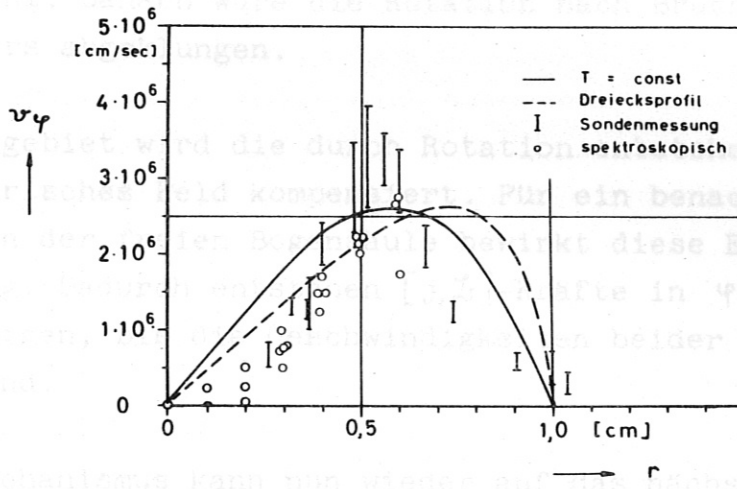


Abb. 9 Vergleich zwischen gemessener und gerechneter Geschwindigkeitsverteilung

Außerdem wurde die Differentialgleichung (4,12) unter Annahme eines Dreiecksprofils der Temperatur gelöst, die der wirklichen Temperaturverteilung mehr entsprechen wird. Dabei wurde eine bestimmte Randtemperatur vorgegeben. Die Achsentemperatur ergibt sich dann aus dem vorgegebenen Strom. Diese Werte sind ebenfalls in Abb. 9 eingetragen; sie ergeben ähnliche Ergebnisse.

Man erhält also unter diesen doch sehr groben Annahmen Rotationsgeschwindigkeiten, die im Absolutwert gut mit den gemessenen Geschwindigkeiten übereinstimmen. Auch die Abhängigkeit der Geschwindigkeit vom Radius wird gut wiedergegeben.

Die Bewegungsgleichung für das Volumenelement lautet :

$$m \frac{dv_\varphi}{dt} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \tau_{r\varphi}) - \rho \frac{dv_\varphi}{dt} \quad (4,16)$$

#### 4.5. Ausbreitung der Rotation

Nun bleibt noch die Frage offen, wie sich die an der Ringanode angefachte Rotation gegen die von der Kathode zur Anode gerichtete Strömung ausbreitet.

Ein Versuch, diese Ausbreitung über die Zähigkeit zu verstehen, schlug fehl. Danach wäre die Rotation nach Bruchteilen eines Zentimeters abgeklungen.

Im Anodengebiet wird die durch Rotation entstehende  $[\omega, \mathcal{L}]$ -EMK durch ein elektrisches Feld kompensiert. Für ein benachbartes Volumen-element in der freien Bogensäule bewirkt diese EMK einen Strom in r-Richtung. Dadurch entstehen  $[j, \mathcal{L}]$ -Kräfte in  $\varphi$ -Richtung, die es beschleunigen, bis die Geschwindigkeiten beider Volumelemente gleich sind.

#### 5. Energiebilanz

Dieser Mechanismus kann nun wieder auf das nächste Volumelement übertragen werden und schließlich wird die ganze Bogensäule rotieren. Im Gebiet der freien Bogensäule wird dann die  $[\omega, \mathcal{L}]$ -EMK nur noch durch Raumladungen kompensiert.

Um eine Abschätzung zu bekommen, wie schnell diese Ausbreitung vor sich geht, betrachten wir zwei benachbarte Volumelemente im Abstand r von der Bogenachse. Das eine rotiere mit der Geschwindigkeit  $v_{\varphi}^{\text{Anode}}$ , das andere habe die Geschwindigkeit  $v_{\varphi}$  ( $v_{\varphi}^{\text{Anode}} > v_{\varphi}$ ). Es fließt dann ein Strom  $j_r$ , der in dem Maße abnimmt, wie die Geschwindigkeit  $v_{\varphi}$  zunimmt.

$$j_r = \sigma (v_{\varphi}^{\text{Anode}} - v_{\varphi}) \cdot B_z \quad (4,15)$$

In Abschnitt 3.33 wurde die elektrische Feldstärke im Bogen zu 3,1 Volt/cm bestimmt. Bei Strömen von 1000 Ampere eine pro cm Bogensäule zugeführte elektrische Leistung von

Die Bewegungsgleichung für das Volumelement lautet :

$$j_r \cdot B_z = \sigma B_z^2 (v_{\varphi}^{\text{Anode}} - v_{\varphi}) = \rho \frac{dv_{\varphi}}{dt} \quad (4,16)$$



mit der Lösung

$$v_{\varphi} = C \cdot e^{-\frac{\sigma B_2^2}{\rho} t} + v_{\varphi}^{\text{Anode}} \quad (4,17)$$

Für  $t = 0$  muß  $v_{\varphi} = 0$  sein, d. h.  $C = -v_{\varphi}^{\text{Anode}}$ ,

$$\text{also } v_{\varphi} = v_{\varphi}^{\text{Anode}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\sigma B_2^2}{\rho} t}\right).$$

Für die Zeitkonstante  $\tau = \frac{\rho}{\sigma B_2^2}$  ergibt sich  $\tau \approx 10^{-9}$  sec. Die Geschwindigkeit stellt sich also sehr schnell ein und man kann damit erklären, daß bei Strömungsgeschwindigkeiten in der Größenordnung  $10^4$  cm sec<sup>-1</sup> die Rotation sich über die ganze Bogenlänge ausbreiten kann.

## 5. Energiebilanz

Ein wesentliches Merkmal bei der Reduktion der radialen Wärmeleitungsverluste durch ein achsenparalleles Magnetfeld ist die pro cm Säulenlänge dem Bogen zugeführte Leistung. Heidrich [17] konnte zeigen, daß zur Erreichung einer bestimmten Achsentemperatur, z. B.  $10^5$  °K, ein Magnetfeld von 20 kG die erforderliche Leistung um zwei Zehnerpotenzen reduziert.

Wenn man also die dem Bogen zugeführte Leistung messen kann, ist man dadurch in der Lage, den Zusammenhang zwischen der Wärmeleitfähigkeit quer zu einem Magnetfeld und der Temperatur integral zu prüfen.

In Abschnitt 3.33. wurde die elektrische Feldstärke im Bogen zu 3,1 Volt/cm bestimmt. Das ergibt bei Strömen von 1900 Ampère eine pro cm Bogensäule zugeführte elektrische Leistung von

$$W = 5,9 \frac{\text{kW}}{\text{cm}} \pm 20 \%$$

Um die radiale Wärmeabfuhr durch Wärmeleitung direkt zu messen, kann man so vorgehen, daß man den Bogen durch eine wassergekühlte Kupferdüse brennen läßt und die pro Sekunde vom Kühlwasser aufgenommene Wärmemenge mit einem Thermoelement bestimmt.

Der Durchmesser der Düse (35 mm) wurde so gewählt, daß die Düse den Bogen nicht beeinflusste. Es wurde jeweils ein Spektrum mit und ohne Düse aufgenommen, dabei ergaben sich keine Unterschiede. Die Düsenlänge betrug 10 mm, die Kühlwassermenge 200 l/h.

Die Erhöhung der Kühlwassertemperatur wurde mit einem Ni-Cr-Ni-Thermoelement gemessen. Um zu vermeiden, daß durch Konvektion Wärmeenergie auf die Stirnfläche der Düse transportiert wird, waren auf beiden Seiten der eigentlichen "Meßdüse" dünne wassergekühlte Düsen angebracht.

Bei diesen Messungen ergab sich für die pro cm Bogensäule abgeführte Wärmeleistung

$$W = 4,9 \frac{\text{kW}}{\text{cm}} \pm 20 \% .$$

Der Fehler von 20 % folgt aus Ungenauigkeiten bei der Bestimmung der Temperatur und Kühlwassermenge. Innerhalb der Fehlergrenzen stimmen diese unabhängig voneinander erhaltenen Leistungen überein.

Auf den Vergleich mit den von Heidrich berechneten Werten wird in einem späteren Abschnitt noch eingegangen.

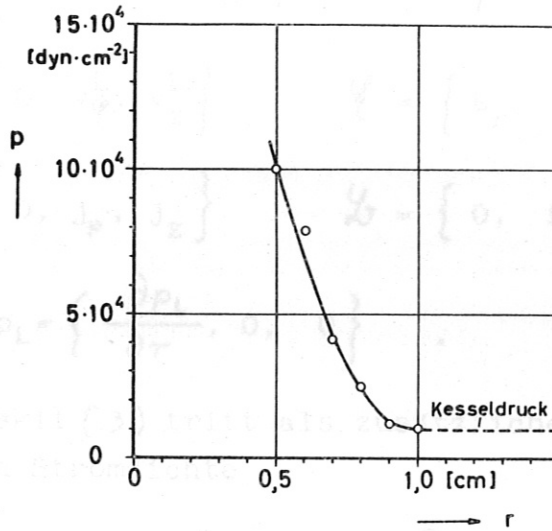
## 6. Diskussion der Messergebnisse

### 6.1. Diskussion des radialen Druckprofils

Nach Wienecke [22] erhält man in Lichtbögen, denen man ein achsenparalleles Magnetfeld überlagert, einen Druckanstieg in der Bogensäule. Die radial nach außen gerichteten Diffusionsströme von Elektronen und Ionen werden durch das Magnetfeld behindert, wohingegen der Diffusionsstrom der Neutralteilchen nach innen unbeeinflusst bleibt. Dadurch baut sich ein Druckgradient auf, der bewirkt, daß die Diffusionsströme wieder gleich werden.

Bei einem Außendruck von 8 Torr, wie er im Experiment vorliegt, und einem Magnetfeld von 10 kG sollte der Druck bei einer Temperatur von 16.000° K, was praktisch vollständiger Ionisation entspricht, auf 30 Torr angestiegen sein [22].

Nach Abb. 3 entspricht dieser Temperatur ein Bogenradius von  $r = 0,7$  cm. Am Verlauf des Druckprofils (Abb. 10) erkennt man, daß bei diesem Radius auch gerade ein Druck von 30 Torr gemessen wurde.



Radiales Druckprofil

Abb. 10

Von diesem Radius an sollte der Druck nach innen, also im voll-ionisierten Gebiet, nicht mehr weiter ansteigen, wenn es nur diesen Effekt gäbe. Der weitere Druckanstieg (Abb. 10) muß andere Ursachen haben.

An einer ähnlichen Entladung, der sog. "Eieruhr" [8] hat O. Klüber [25] ein entsprechendes Verhalten im Druckverlauf festgestellt. Er konnte diesen zusätzlichen Druckanstieg durch das Vorhandensein von  $\varphi$ -Strömen erklären, die auftreten [3], wenn senkrecht zu einem Magnetfeld starke Temperaturgradienten existieren. Diese Ströme schwächen das von außen angelegte Magnetfeld und um das Druckgleichgewicht wieder herzustellen, steigt der Plasmadruck im Bogen an. (Im Ohm'schen Gesetz in der üblichen Form [21] ist diese EMK im allgemeinen nicht enthalten.)

dem sich nach Braginskii [3] ergebenden Wert verglichen werden.

Verwendet man nämlich das Ohm'sche Gesetz in der Form (3,7), so folgt daraus  $j_\varphi = 0$  unter folgenden Voraussetzungen:

$$a) \quad \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial}{\partial t} = 0; \quad \text{vollständige Ionisation;} \\ v_r^L = 0$$

$$b) \quad \omega_L = \left\{ 0, v_\varphi^L, v_z^L \right\} \quad \mathcal{E} = \left\{ E_r, 0, E_z \right\}$$

$$j = \left\{ 0, j_\varphi, j_z \right\} \quad \mathcal{B} = \left\{ 0, B_\varphi, B_z \right\}$$

$$\text{grad } p_L = \left\{ \frac{\partial p_L}{\partial r}, 0, 0 \right\} .$$

Nach Braginskii [3] tritt als zusätzliche  $\varphi$ -Komponente der elektrischen Stromdichte

$$j_\varphi = -\sigma_\perp \cdot \frac{k}{e} \cdot \alpha_{uT}'' \cdot \omega_e \cdot \tau_e \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \quad \text{auf.} \quad (6,1)$$

Dabei bedeutet  $\sigma_\perp$  die elektrische Leitfähigkeit senkrecht zu einem Magnetfeld,  $\omega_e, \tau_e$  Gyrationfrequenz bzw. Stoßzeit der Elektronen. Für  $\omega_e \tau_e \gg 1$  wird  $\sigma_\parallel \approx 2 \sigma_\perp$ , wobei  $\sigma_\parallel$  die elektrische Leitfähigkeit parallel zum Magnetfeld angibt.

$$\alpha_{uT}'' = \frac{\beta_{uT}'' \omega_e^2 \tau_e^2 + \gamma_{uT}''}{\omega_e^4 \tau_e^4 + \delta_1 \cdot \omega_e^2 \tau_e^2 + \delta_0} \quad (6,2)$$

$$\text{mit } \beta_{uT}'' = \frac{3}{2}$$

$$\gamma_{uT}'' = 3,053$$

$$\delta_1 = 14,79$$

$$\delta_0 = 3,7703 .$$

Nun soll der beim Radius  $r = 0,5$  cm gemessene Druckgradient mit dem sich nach Braginskii [3] ergebenden Wert verglichen werden.

Für  $r = 0,5$  cm gelten folgende Werte:

$$p = 1 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2 \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 1,45 \cdot 10^5 \frac{\text{°K}}{\text{cm}}$$

$$(\omega_e \tau_e)^2 = 18,2$$

$$\alpha_{uT}'' = 4,57 \cdot 10^{-2} \quad \sigma_L = 124 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$$

Daraus ergibt sich  $j_\varphi$  und zusammen mit  $B_z$  (10 kΓ)

$$\frac{dp}{dr} = j_\varphi B_z = 3,0 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^3$$

während der gemessene Druckgradient

$$\frac{dp}{dr}(\text{gem}) = 3,2 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^3$$

beträgt.

Der Wert für den Druckgradienten, den man so nach [3] abschätzt, stimmt also bis auf 6 % mit dem gemessenen Gradienten überein. Mit Hilfe dieser Erweiterung des Ohm'schen Gesetzes ist es also möglich, auch den Druckanstieg im vollionisierten Gebiet zu verstehen.

In den bisherigen Abschätzungen ist allerdings der Einfluß des Pinch-Drucks noch unberücksichtigt geblieben. Eine Abschätzung des Terms  $j_z \cdot B_\varphi$  mit den gemessenen Werten ergab

$$j_z \cdot B_\varphi \approx 3,5 \cdot 10^4 \text{ dyn/cm}^3,$$

der damit um eine Größenordnung kleiner als die gemessenen Druckgradienten bleibt.

## 6.2. Diskussion des Temperaturprofils

Das gemessene Temperaturprofil (Abb. 3) zeigt zunächst im teilweise ionisierten Gebiet ( $T < 20.000^\circ \text{K}$ ) einen sehr flachen Anstieg der Temperatur mit dem Radius, während im vollionisierten Bereich der Temperaturgradient sehr große Werte annimmt. Um diesen

Abb. 11 Wärmeleitfähigkeit mit und ohne Magnetfeld

entsprechend der Temperaturverteilung (Abb. 3) darf man annehmen, Temperaturverlauf qualitativ zu verstehen, betrachtet man am besten die Elenbaas-Heller'sche Differentialgleichung in der bereits einmal integrierten Form:

$$\frac{dT}{dr} = -E^2 \cdot \frac{\int_0^r r' \sigma(T(r')) dr'}{r \cdot \kappa(T(r))} \quad (6,1)$$

Es bedeuten dabei E die elektrische Feldstärke und  $\kappa$  die Wärmeleitfähigkeit; Strahlungsverluste wurden vernachlässigt (nach [17] ist dies gerechtfertigt).

Um diese Gleichung diskutieren zu können, ist noch die Kenntnis des Zusammenhangs der Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  senkrecht zu einem Magnetfeld und der Temperatur erforderlich. Abb. 11 zeigt die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  als Funktion der Temperatur mit und ohne Magnetfeld [5].

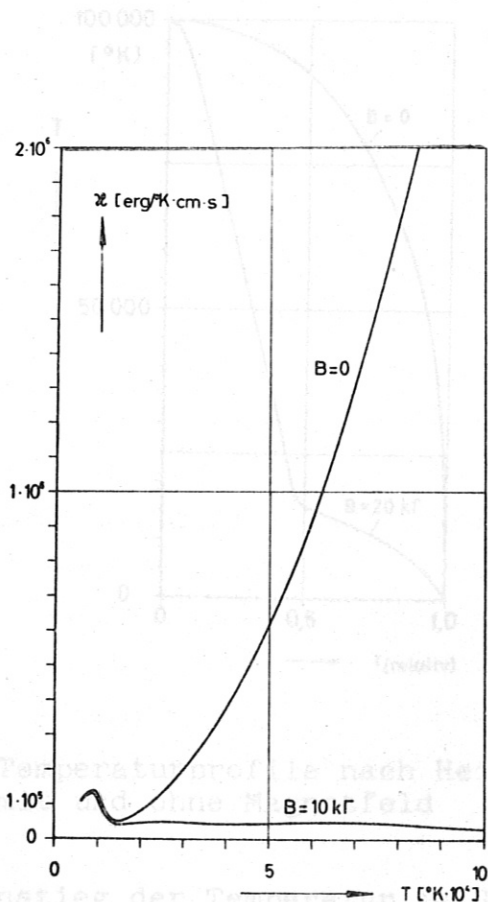


Abb. 11 Wärmeleitfähigkeit mit und ohne Magnetfeld  
Dieser steile Anstieg der Wärmeleitfähigkeit im Gebiet vollständiger Ionisation ist charakteristisch für die Abnahme der Wärmeleitfähigkeit quer zu einem Magnetfeld mit steigender Temperatur. Heilmann [17] hat durch numerische Lösung der Elenbaas-Heller'schen Differentialgleichung Temperaturprofile mit und ohne achsenparalleles Magnetfeld berechnet (Abb. 12). Dazu wurden Bogenradius,

Entsprechend der Temperaturverteilung (Abb. 3) darf man annehmen, daß der Hauptteil des Stroms im Bereich des steilen Temperaturgradienten wegen der dort herrschenden hohen elektrischen Leitfähigkeit fließen wird. Im Bereich des flachen Temperaturgradienten wird das Integral  $\int r' \cdot \sigma(T(r')) dr'$  nur noch kleine Beiträge erhalten. In diesem Gebiet ( $T < 20.000^\circ \text{K}$ ) nimmt aber die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  sehr stark zu (Abb. 11), so daß Gl.(6,1) nur erfüllt werden kann, wenn sich ein kleiner Temperaturgradient einstellt (E wird als konstant angenommen).

Geht man von der Bogenachse nach außen, so nimmt das Integral  $\int r' \cdot \sigma(T(r')) dr'$  monoton zu und  $\kappa$  ist annähernd konstant, aber sehr klein (Abb. 11), d. h.  $\frac{dT}{dr}$  muß sehr große Werte annehmen.

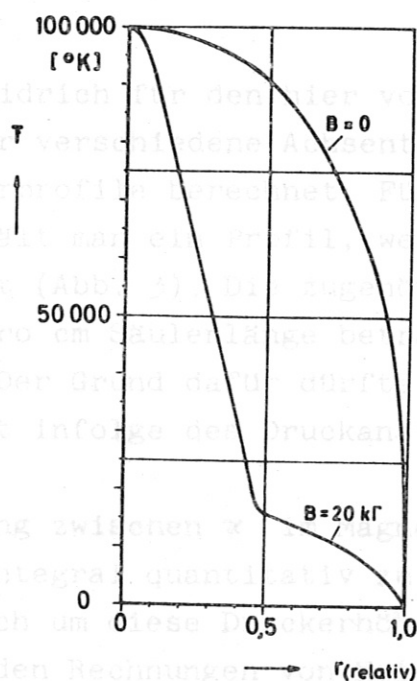


Abb. 12 Temperaturprofile nach Heidrich mit und ohne Magnetfeld

### 6.3. Strombilanz

Dieser steile Anstieg der Temperatur im Gebiet vollständiger Ionisation ist charakteristisch für die Abnahme der Wärmeleitfähigkeit quer zu einem Magnetfeld mit steigender Temperatur. Heidrich [17] hat durch numerische Lösung der Elenbaas-Heller'schen Differentialgleichung Temperaturprofile mit und ohne achsenparalleles Magnetfeld berechnet (Abb. 12). Dazu wurden Bogenradius,

Rand- und Achsentemperatur vorgegeben. Das gemessene Temperaturprofil (Abb. 3) zeigt demnach deutlich das Verhalten einer Bogenentladung mit überlagertem Magnetfeld. Ein wesentlicher Unterschied zeigt sich auch noch in der pro cm Säulenlänge zur Erreichung einer bestimmten Achsentemperatur erforderlichen Leistung.

Um ein von Heidrich berechnetes Temperaturprofil und die zugehörige Leistung mit den gemessenen Werten vergleichen zu können, muß noch berücksichtigt werden, daß im Gebiet vollständiger Ionisation nicht, wie bisher angenommen, der Druck konstant bleibt, sondern weiter ansteigt (s. 6.1). Dieser Effekt ist in den bisherigen Rechnungen von Heidrich noch nicht enthalten. Da die Wärmeleitfähigkeit aber mit steigendem Druck wieder zunimmt, wird man erwarten müssen, daß zur Erreichung einer bestimmten Achsentemperatur pro cm Säulenlänge mehr Leistung zugeführt werden muß.

Wir haben nach Heidrich für den hier vorliegenden Bogenradius von  $R = 1,5$  cm für verschiedene Achsentemperaturen die zugehörigen Temperaturprofile berechnet. Für eine Achsentemperatur von  $90.000^{\circ}$  K erhält man ein Profil, welches die gemessenen Werte gut annähert (Abb. 3). Die zugehörige Leistung sollte dann nur  $4,01$  kW pro cm Säulenlänge betragen, während  $5,9$  kW/cm gemessen wurden. Der Grund dafür dürfte in der Zunahme der Wärmeleitfähigkeit infolge des Druckanstiegs zu suchen sein.

Um den Zusammenhang zwischen  $\alpha$  im Magnetfeld und der Temperatur auf diese Weise integral quantitativ zu prüfen, müssen die Rechnungen von Heidrich um diese Druckerhöhung erweitert werden. Außerdem sind in den Rechnungen von Heidrich axiale Wärmeleitungsverluste vernachlässigt worden, die ebenfalls eine Erhöhung der erforderlichen Leistung zur Folge haben.

### 6.3. Strombilanz

Mit dem so bestimmten Temperaturprofil und der elektrischen Feldstärke kann man nun die Strombilanz prüfen, indem man das Integral  $I = 2\pi E_z \int_0^r \sigma(r) \cdot r dr$  bildet. Man erhält dann  $I = 1.500$  Ampère, also einen Wert, der um  $400$  Ampère unter der



direkt gemessenen Stromstärke von 1.900 Ampère liegt. Die Temperaturwerte in unmittelbarer Nähe der Bogenachse und die Achsentemperatur selbst gehen in diese Bilanz nicht sehr kritisch ein und der Bogenrand ist auch mit genügender Genauigkeit festzulegen, so daß als einzige Erklärung eine zu niedrig gemessene Feldstärke übrig bleibt. Mit einem Faktor von 20 % in der Feldstärkemessung liegt der Wert von 1.500 Ampère noch an der unteren Fehlergrenze.

6.4. Bestimmung der Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$

Nach Gl.(6,1) erhält man die Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$  bei bekannter Temperaturverteilung und Feldstärke E:

$$\kappa(T(r)) = - \frac{E^2 \cdot \int_0^r r' \cdot \sigma(T(r')) dr'}{r \cdot \frac{dT}{dr}} \quad (6,1)$$

Nun ist zwar die Temperaturverteilung nicht bis zur Achse hin bekannt, aber weil der Wert des Integrals  $\int_0^r r' \cdot \sigma(T(r')) dr'$  nur sehr schwach von der Achsentemperatur abhängt, hat man hier die Möglichkeit, direkt die Wärmeleitfähigkeit zu bestimmen.

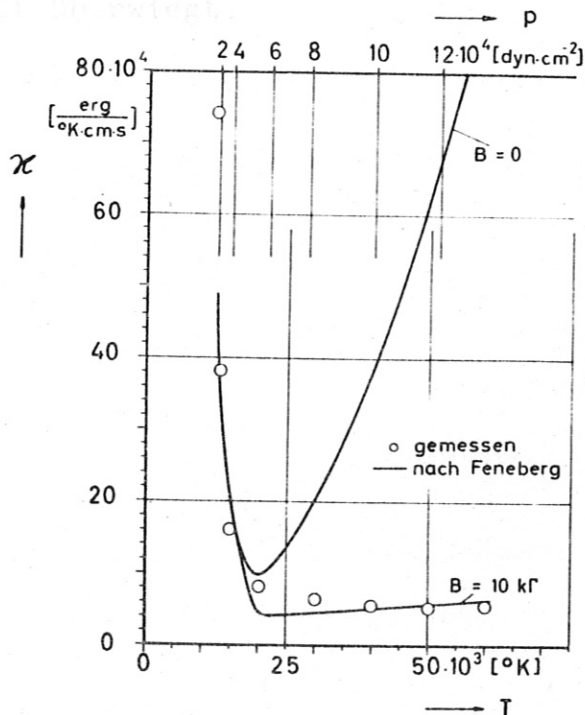


Abb. 13 Wärmeleitfähigkeit als Funktion der Temperatur (für verschiedene Drucke)

In Abb. 13 ist die so gemessene Wärmeleitfähigkeit verglichen mit der von Feneberg [5] berechneten. Wegen des Druckprofils im Bogen entsprechen die Meßwerte für die verschiedenen Temperaturen jeweils auch unterschiedlichen Drucken, die gleichzeitig angegeben wurden. Außerdem ist zum Vergleich noch die Wärmeleitfähigkeit ohne Magnetfeld eingetragen. Man erkennt eine recht gute Übereinstimmung mit den theoretisch erwarteten Werten für die Wärmeleitfähigkeit. Deutlich ausgeprägt ist auch der starke Anstieg der Wärmeleitfähigkeit im Bereich der teilweisen Ionisation, der im wesentlichen durch die sog. Reaktionswärmeleitfähigkeit [26] verursacht wird. Sie kommt dadurch zustande, daß die sich in radialer Richtung ausbildenden stationären Diffusionsströme von Elektronen und Ionen nach außen und Neutralteilchen nach innen mit einem Enthalpiestrom verknüpft sind. Die Neutralteilchen entziehen dem Plasma bei der Ionisation die Ionisierungsenergie, die von den geladenen Teilchen nach außen als potentielle Energie mitgenommen wird. Bei der Rekombination in kälteren Gebieten wird diese Energie dann wieder frei und man hat so einen zusätzlichen Transport von Reaktionsenergie, der den Energietransport durch klassische Wärmeleitung weit überwiegt.

- [3] H. Wülfel, Vith Int. Conf. on Phenomena in Ion. Gases, Belgrad 1965
- [4] R.W.P. McWhirter et al., Proc. Roy. Soc. 267, 297 (1962)
- [5] R.W. Drawin, EUR-ACPA-40-200, Jan. 1965
- [6] L. Biermann, Die Naturwissenschaften 34, 87. (1949)
- [7] H. Griem, Plasma Spectroscopy, McGraw Hill, 1964
- [8] McWhirter, Hearn, Proc. Roy. Soc. 82, 641 (1963)
- [9] H. Wülfel, Interner Inst. Bericht (MPI München)
- [10] H.R. Griem, A.C. Kolb, K.Y. Shen, Phys. Rev. 116, 4 (1959)
- [11] H.R. Griem, M. Paranger, A.C. Kolb, G. Hertel, Phys. Rev. 125, 177 (1962)

Literaturverzeichnis

- [1] H. Alfvén  
C.G. Fälthammar  
R.B. Johansson  
E.A. Smars  
B. Wilner  
E. Witalis  
Nuclear Fusion 1962,  
Suppl.Part.I., S. 33
- [2] C. Mahn  
H. Ringler  
R. Wienecke  
S. Witkowski  
G. Zankl  
Z. Naturf. 19a, 1202 (1964)
- [3] S.I. Braginskii  
Soviet Phys. JETP 6 (33), 258 (1958)
- [4] W. Marshall  
AERE T/R 2419 (1958)
- [5] W. Feneberg  
VIIth Int.Conf.on Phenomena in Ion.  
Gases, Belgrad 1965
- [6] C. Mahn  
H. Ringler  
R. Wienecke  
S. Witkowski  
Compt.Rend. VI<sup>e</sup> Int.Phénom. d'Ionis.  
dans les Gaz, Vol.II, 269, Paris 1963
- [7] C. Mahn  
H. Ringler  
VIIth Int.Conf. on Phenomena in Ion.  
Gases, Belgrad 1965
- [8] H. Wulff  
VIIth Int.Conf. on Phenomena in Ion.  
Gases, Belgrad 1965
- [9] R.W.P. McWhirter  
et al  
Proc.Roy.Soc. 267, 297 (1962)
- [10] H.W. Drawin  
EUR-CEA-FC-290, Jan. 1965
- [11] L. Biermann  
Die Naturwissenschaften 34, 87 (1949)
- [12] H. Griem  
Plasma Spectroscopy, McGraw Hill, 1964
- [13] McWhirter  
Hearn  
Proc.Roy.Soc. 82, 641 (1963)
- [14] H. Wulff  
Interner Inst. Bericht (MPI München)
- [15] H.R. Griem  
A.C. Kolb  
K.Y. Shen  
Phys. Rev. 116, 4 (1959)
- [16] H.R. Griem  
M. Baranger  
A.C. Kolb  
G. Oertel  
Phys. Rev. 125, 177 (1962)

- [17] U. Heidrich Z. Naturf. 20a, 475 (1965)
- [18] W. Finkelburg Z. ang. Phys. 8, 282 (1956)  
G. Müller
- [19] H. Ringler Z. Phys. 169, 273 (1963)
- [20] A. Schlüter Z. Naturf. 5a, 72 (1950)
- [21] H. Maecker Z. Pys. 144, 586 (1956)  
T. Peters
- [22] R. Wienecke Z. Naturf. 18a, 1151 (1963)
- [23] H.W. Drawin Z. Phys. 174, 489 (1963)
- [24] A.N. Kaufmann Phys. Fluids 3, 4 (1960)
- [25] O. Klüber Interner Inst. Bericht (IPP, Garching)  
(wird veröffentlicht)
- [26] R. Wienecke Z. Naturf. 19a, 676 (1964)