

Elektromagnetische Strahlung aus Plasmen  
hoher Temperatur und Dichte.

(Electromagnetic radiation from plasmas  
of high temperature and density).

Bremsstrahlung A. Eberhagen  
line emission from  
plasmas are treated. Also a short review is given

IPP 1/39 Juli 1965

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**



# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

IPP 1/39 A. Eberhagen **GARCHING BEI MÜNCHEN** ion from  
plasmas of high temperature and  
density.  
July 1965 (in German)

Elektromagnetische Strahlung aus Plasmen  
hoher Temperatur und Dichte.

(Electromagnetic radiation from plasmas

Abstract: of high temperature and density). on the electro-  
magnetic radiation from plasmas of high temperature and  
density. Bremsstrahlung A. Eberhagen line emission from  
these plasmas are treated. Also a short review is given  
on radiation IPP 1/39 from these plasmas Juli 1965

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*



Electromagnetic radiation from plasmas of high temperature and density.

July 1965 (in German)

Abstract: In this article a survey is given on the electromagnetic radiation from plasmas of high temperature and density. Bremsstrahlung radiation and line emission from these plasmas are treated. Also a short review is given on radiation losses from these plasmas.

- a) Eine Beschränkung auf die Natur der Strahlung: Damit ist eine Partikelstrahlung (z.B. eine eventuelle Neutronenstrahlung) von der Betrachtung ausgeschlossen.
- b) Eine Beschränkung auf den Strahlungsprozeß selbst. Es soll im folgenden also nur über die emittierte Strahlung berichtet werden und nicht auch über Wechselwirkungen einer von außen einfallenden elektromagnetischen Strahlung mit dem Plasma. Dadurch fallen einige, bei Plasmauntersuchungen z.T. sehr erfolgreich eingesetzte Meßmethoden aus dem Rahmen dieses Referates heraus, z.B. Laserstreulichtmessungen, die Faraday-Drehung, Interferometer- und Mikrowellen-Messungen.
- c) Die dritte durch den Titel gesetzte Beschränkung betrifft die besondere Art der hier betrachteten Strahlungsquellen, und sie bedarf einer genaueren Festlegung und Erläuterung: Seit mehreren Jahrzehnten können in den Laboratorien Plasmen verschiedener Dichte erzeugt werden bis zu Temperaturen von einigen  $10^4$  [°K]. Seit etwa einem Jahrzehnt ist man durch Anwendung schnell ansteigender, hoher Magnetfelder auch in der Lage, zu Plasmatemperaturen wesentlich über  $10^6$  [°K] bei Dichten im Bereich von  $10^{16}$  -  $10^{18}$  [cm<sup>-3</sup>] zu gelangen. Solche Plasmen sind interessant, einmal um diesen "vierten Aggregatzustand" der Materie bei bis dahin experimentell unzugänglichen physikalischen Verhältnissen kennen zu lernen und zum anderen gleichzeitig dem Ziele näher zu kommen, Plasma-



bedingungen zu erreichen, bei denen thermonukleare Reaktionen zwischen den Plasmapartikeln merklich erwartet werden können. Von solchen Plasmen soll in diesem Bericht die Rede sein, und die genannte Beschränkung des Titels bezüglich der Strahlungsquelle läßt sich durch die heute gegebenen technischen Möglichkeiten festlegen auf Plasmen von einer Dichte über

An den Anfang dieses Übersichtsbeitrages seien zunächst einige Bemerkungen zum Titel selbst gestellt. Er besagt, daß im folgenden über die elektromagnetische Strahlung referiert werden soll, die aus Plasmen emittiert wird, und zwar speziell aus Plasmen hoher Temperatur und Dichte. Das bedeutet eine Beschränkung des hier zu behandelnden Stoffes in dreifacher Hinsicht:

- a) Eine Beschränkung auf die Natur der Strahlung: Damit ist eine Partikelstrahlung (z.B. eine eventuelle Neutronenstrahlung) von der Betrachtung ausgeschlossen.
- b) Eine Beschränkung auf den Strahlungsprozeß selbst. Es soll im folgenden also nur über die emittierte Strahlung berichtet werden und nicht auch über Wechselwirkungen einer von außen einfallenden elektromagnetischen Strahlung mit dem Plasma. Dadurch fallen einige, bei Plasmauntersuchungen z.T. sehr erfolgreich eingesetzte Meßmethoden aus dem Rahmen dieses Referates heraus, z.B. Laserstreulichtmessungen, die Faraday-Drehung, Interferometer- und Mikrowellen-Messungen.
- c) Die dritte durch den Titel gesetzte Beschränkung betrifft die besondere Art der hier betrachteten Strahlungsquellen, und sie bedarf einer genaueren Festlegung und Erläuterung: Seit mehreren Jahrzehnten können in den Laboratorien Plasmen verschiedener Dichte erzeugt werden bis zu Temperaturen von einigen  $10^4$  [°K]. Seit etwa einem Jahrzehnt ist man durch Anwendung schnell ansteigender, hoher Magnetfelder auch in der Lage, zu Plasmatemperaturen wesentlich über  $10^6$  [°K] bei Dichten im Bereich von  $10^{16}$  -  $10^{18}$  [cm<sup>-3</sup>] zu gelangen. Solche Plasmen sind interessant, einmal um diesen "vierten Aggregatzustand" der Materie bei bis dahin experimentell unzugänglichen physikalischen Verhältnissen kennen zu lernen und zum anderen gleichzeitig dem Ziele näher zu kommen, Plasma-



bedingungen zu erreichen, bei denen thermonukleare Reaktionen zwischen den Plasmaionen merklich erwartet werden können. Von solchen Plasmen soll in diesem Bericht die Rede sein, und die genannte Beschränkung des Titels bezüglich der Strahlungsquelle läßt sich durch die heute gegebenen technischen Möglichkeiten festlegen auf Plasmen von einer Dichte über  $10^{16}$   $[\text{cm}^{-3}]$  und Temperaturen über  $10^6$   $[\text{°K}]$  bis einige  $10^7$   $[\text{°K}]$ . In diesem Zusammenhang erhebt sich sofort die folgende, wesentliche Frage: Es ist soeben von der Plasmatemperatur gesprochen worden, und es wurde andererseits erwähnt, daß die Erzeugung der hier interessierenden Plasmen durch die Anwendung sehr schnell ansteigender Magnetfelder erreicht wird, welche aus technischen Gründen nur für recht kurze Zeiten aufrecht erhalten werden können. Die Frage lautet: Kann sich innerhalb der entsprechend kurzen Zeiten überhaupt eine Geschwindigkeitsverteilung für die Plasmateilchen derart einstellen, daß von einer Temperatur gesprochen werden kann? Zur Beantwortung dieser Frage hat man abzuschätzen, ob während des Zeitraumes  $\Delta t$ , in dem eine Änderung der Plasmaverhältnisse noch nicht merklich auftritt, genügend viele Stöße zwischen den einzelnen Plasmateilchen erfolgen, mit anderen Worten, ob die Stoßzeiten zwischen den Elektronen und Ionen untereinander und zwischen einander hinreichend klein gegenüber  $\Delta t$  sind. Es zeigt sich bei solchen Abschätzungen, daß in Plasmen der hier betrachteten Art die Stöße der Elektronen untereinander tatsächlich genügend häufig erfolgen: Das Verhältnis  $\Delta t/\tau_{ee}$  liegt in der Nähe von hundert:

$$\text{Stoßzeit der Elektronen: } \tau_{ee} \approx 3 \cdot 10^8 \cdot (W_e)^{3/2} / N_e \quad [\text{sec}]$$

( $W_e$  = Elektronenenergie in  $[\text{KeV}]$ )

Das gilt zumindest, solange man sich insbesondere für die Zeitintervalle interessiert, in denen sich die Plasmaverhältnisse zeitlich nicht extrem stark ändern. Die Existenz einer Elektronentemperatur ist damit im allgemeinen gesichert. Im Gegensatz dazu trifft diese Feststellung für die Ion-Ion-Stöße nicht mehr ohne weiteres zu, da die Stoßzeiten um das Verhältnis  $(m_i/m_e)^{1/2}$  größer sind. Eine Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung



für die Ionen ist deshalb für die hier betrachteten Plasmen nur noch im unteren Energiebereich und bei hohen Dichten zu erwarten. Für einen Energieausgleich zwischen den Elektronen und den Ionen schließlich sind derart lange Zeiten erforderlich verglichen mit  $\Delta t$ :

$$\text{Ausgleichszeit: } t_{\text{Ausgl.}} \approx 1 \cdot 10^{12} (m_i/m_H) \cdot T^{3/2}/N_e \quad [\text{sec}]$$

$T$  = Temperatur in [KeV]

$m_i$  = Masse des Ions

$m_H$  = Masse des H-Atoms

daß mit einer gemeinsamen Temperatur zwischen Elektronen und Ionen nicht mehr gerechnet werden kann, es sei denn, für Ionen und Elektronen ist die Energiezunahme während der Aufheizphasen von vornherein schon gleich gewesen.

Wir wollen aus diesen Gründen in diesem Bericht zumeist die Elektronentemperatur meinen, wenn von einer Temperatur die Rede ist, und nur gelegentlich - soweit es dann überhaupt noch gerechtfertigt erscheint - diejenige der Ionen, die dann aber durchaus von der Elektronentemperatur abweichen kann.

Soweit die einleitenden Bemerkungen zu diesem Referat. Im folgenden soll versucht werden, einen Überblick zu vermitteln sowohl über die Verteilung der aus den Plasmen emittierten elektromagnetischen Strahlung in den verschiedenen Wellenlängenbereichen, als auch über die Informationsmöglichkeiten, die durch sie über die physikalischen Verhältnisse innerhalb der Strahlungsquelle gegeben sind.

Wir fragen zunächst nach den physikalischen Prozessen, die für die Emission der elektromagnetischen Strahlung verantwortlich sind. Hier sind drei Hauptursachen zu nennen, und diese sind verantwortlich: a) Für die Bremsstrahlung, b) für die Rekombinationsstrahlung und c) für die Emission von Spektrallinien.

### 1) Bremsstrahlung

Sie entsteht im Plasma bei der Ablenkung der freien Elektronen in den Coulomb-Feldern der Ionen und ist eine Dipolstrahlung. Da die Elektronen vor und nach dieser Wechselwirkung mit den Ionen frei beweglich bleiben, wird für die Bremsstrahlung auch



die Bezeichnung "frei-frei"-Strahlung oder für den Strahlungsprozeß selbst der Name "frei-frei"-Übergang benutzt. Neben dieser Elektron-Ion-Streuung erfolgen im Plasma selbstverständlich auch Stöße der Elektronen untereinander. Dabei entsteht eine Quadrupolstrahlung, deren Intensität jedoch vernachlässigbar ist gegenüber der eben genannten Dipolstrahlung, solange die kinetischen Elektronenenergien im nichtrelativistischen Bereich bleiben, was bei den hier betrachteten Plasmen der Fall ist.

Bis auf einen Korrekturfaktor kann die als Bremsstrahlung vom Plasma abgestrahlte Energie klassisch berechnet werden. Es ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der bei der Wellenlänge  $\lambda$  [cm] als frei-frei-Strahlung emittierten Energie mit der Temperatur [ $^{\circ}$ K] und den Dichten  $N_e$  und  $N_{ion}$ :

$$(1) \epsilon_{ff,\lambda} = 1,91 \cdot 10^{-36} \cdot Z^2 \frac{g_{ff}(\lambda, T) \cdot N_e \cdot N_{ion}}{(kT)^{1/2} \cdot \lambda^2} \cdot e^{-\left(\frac{hc}{kT \lambda}\right)}$$

$$\left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{Sterad} \cdot \text{sec} \cdot \text{cm}} \right]$$

Dabei werden durch die Größe  $g_{ff}(\lambda, T)$  (sogenannter "Gaunt-Faktor" für die frei-frei-Strahlung) die quantenmechanischen Korrekturen gegenüber dem klassischen Modell erfaßt. Er liegt für die hier betrachteten Plasmen bei den kürzeren Wellenlängen in der Nähe von 1, steigt jedoch bis zum fernen Infraroten auf 5 - 6 an, gemäß:  $g_{ff}(\text{Infrarot}) = (\sqrt{3}/\pi) \cdot \ln(3/2 \cdot kT_e/hc \cdot \lambda)$ . Weiterhin bezeichnet hier der Buchstabe T die Elektronentemperatur, da die Ionen während des Stoßprozesses gegenüber den Elektronen als ruhend betrachtet werden können. Die Mitteilung über die bei allen Stößen zu erfassenden Geschwindigkeiten muß deshalb nach den einführenden Bemerkungen lediglich über eine Maxwell-Verteilung für die Elektronen durchgeführt werden. Durch  $Z^2$  wird die Ionenladungszahl Z berücksichtigt. Sie hat also für Wasserstoff- oder Deuterium-Plasmen, an dem die hier interessierenden Untersuchungen hauptsächlich durchgeführt werden, den Wert 1, solange nicht Verunreinigungen merklich auftreten. Ist letzteres nicht der Fall, zu hohe Elektronendichten:



so kann man auch  $N_e = N_{ion}$  setzen.

Bezüglich der Wellenlängenabhängigkeit der Bremsstrahlung entnimmt man der Gl. (1) folgende Aussagen:

a) für  $hc/(kT_e)\lambda \ll 1$ , d.h.:  $\lambda \gg 1,44 \cdot 10^8/T_e$  ( $\lambda$  in  $[\text{\AA}]$ ,  $T$  in  $[\text{°K}]$ ) entfällt der Exponentialanteil und die Bremsstrahlung steigt zu kürzeren Wellenlängen wie  $\lambda^{-2}$  an. Bei einer fest vorgegebenen Wellenlänge bleibt zwischen der Bremsstrahlung einerseits und der Temperatur und der Dichte andererseits bei Wasserstoffplasmen im wesentlichen nur noch der Zusammenhang:

$$\epsilon_{ff} \sim \frac{N_e^2}{(kT)^{1/2}}$$

Übrig. Daher ist die Größe des Bremsstrahlungs-Kontinuums (diese Strahlung ist nach Gl. (1) ja in allen Spektralbereichen als Kontinuum vorhanden) am stärksten von der Elektronendichte  $N_e$  abhängig, während sie von der Temperatur nur schwach mitbestimmt wird. Von dieser Tatsache macht man bei Messungen der Plasma-Elektronendichte Gebrauch. Es genügt dazu eine Absolutbestimmung der in einem geeigneten Wellenlängenbereich emittierten Bremsstrahlung und eine annähernde Kenntnis der Elektronentemperatur, da  $N_e$  nur mit der Wurzel der Bremsstrahlung und sogar nur mit der 4. Wurzel der Temperatur zusammenhängt. Da solche Messungen auch im experimentell bequemen, sichtbaren Spektralbereich durchgeführt werden können, ist diese Methode relativ einfach.

Es muß jedoch nochmals an die starke Abhängigkeit der Bremsstrahlung von der Ladungszahl  $Z$  der Ionen erinnert werden. Sie kann bereits bei geringen Verunreinigungen des Plasmas mit schwereren Atomen eine beträchtliche Verfälschung der genannten Messungen mit sich bringen. Folgendes Beispiel möge das veranschaulichen: Als häufigste Verunreinigung tritt bei den Experimenten Sauerstoff auf, und Verunreinigungsgrade von 1 % sind keineswegs ungewöhnlich. Bei einer Temperatur von  $10^7$   $[\text{°K}]$  ist dieser Sauerstoff nahezu vollständig ionisiert (OIX-Ion:  $Z=8$ ). Diese geringe Verunreinigung erhöht dann also die Bremsstrahlung bereits um etwa 60 % und ergibt bei den genannten Messungen um etwa 25 % zu hohe Elektronendichten.

mit wachsender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen hin verschoben.



Als letzte Bemerkung sei erwähnt, daß man selbstverständlich bei Messungen der Elektronendichte über das Bremsstrahlungskontinuum die benutzten Wellenlängenintervalle auf Abwesenheit von Verunreinigungs-Emissionslinien zu prüfen hat. Jedoch bereitet die Auswahl geeigneter Wellenlängenbereiche keine nennenswerten Schwierigkeiten, da - wie später noch näher angegeben wird - solche Linien umso mehr aus dem sichtbaren Spektralbereich verschwinden, je höher die Plasmatemperatur ist.

b) Nach der Behandlung der Bremsstrahlung bei größeren Wellenlängen betrachten wir nun Gl. (1) für den kurzwelligen Bereich, genauer für:  $hc/(kT_e)\lambda \gg 1$ , d.h.  $\lambda \ll 1,44 \cdot 10^8/T_e$  ( $\lambda$  in  $[\text{\AA}]$ ,  $T$  in  $[\text{°K}]$ )

Hier übt im Gegensatz zum vorhin besprochenen Fall der Exponentialfaktor den größten Einfluß auf die  $\lambda$ -Abhängigkeit der Bremsstrahlung aus:

$$\epsilon_{ff} \sim \frac{N_e^2}{(kT)^{1/2}} \cdot \frac{1}{\lambda^2} \cdot e^{-\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right)}$$

und die frei-frei-Strahlung fällt sehr rasch mit abnehmender Wellenlänge ab. In der Literatur wird deshalb der Ausdruck "short wavelength cutoff" benutzt. Die Steilheit dieses Abfalls ist im wesentlichen durch die im Plasma herrschende Elektronentemperatur bestimmt. Dadurch bietet sich hier eine Möglichkeit zur Messung dieser Größe an. Allerdings liegt der Spektralbereich dieses Cutoffs gemäß

$$\lambda \ll 1,44 \cdot 10^8/T_e \quad (\lambda \text{ in } [\text{\AA}], T_e \text{ in } [\text{°K}])$$

für die hier betrachteten Plasmen im kurzwelligen Bereich der weichen Röntgenstrahlung, d.h. für Elektronentemperaturen von z.B.  $10^7$   $[\text{°K}]$  unterhalb von  $10$   $[\text{\AA}]$ . Eine Bestimmung der Elektronentemperatur auf diese Weise erfolgt daher mit Kristallspektrometern und wurde auch vereinzelt durchgeführt.

Zumeist wird jedoch ein anderes Verfahren angewendet, um aus der Bremsstrahlung Informationen über die Elektronentemperatur zu gewinnen. Auch hierbei nutzt man den starken Einfluß der Elektronentemperatur auf die frei-frei-Strahlung im Röntgengebiet aus, der bewirkt, daß sich das Bremsstrahlungsmaximum bei:

$$\lambda_{ff, \max} = 7,2 \cdot 10^7/T_e \quad (\lambda \text{ in } [\text{\AA}], T_e \text{ in } [\text{°K}])$$

mit wachsender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen hin verschiebt.

Mit Hilfe von geeigneten Filtern mißt man den Anteil der Bremsstrahlung, der auf einen bestimmten Wellenlängenbereich im Röntgengebiet entfällt, wobei man allerdings zu beachten hat, daß in Wasserstoffplasmen die Elektronendichte die Intensität der freifrei-Strahlung quadratisch mitbestimmt. Dieser Einfluß läßt sich jedoch, wie gezeigt werden soll, durch eine gleichzeitige Messung der Bremsstrahlungstransmission durch verschiedene Filter eliminieren.

Sei der wellenlängenabhängige Absorptionskoeffizient eines solchen Filters:  $K_\lambda$  und die Dicke des Filters:  $d$ , so lautet die Intensität der transmittierten Bremsstrahlung:

$$(2) \quad I_{Tr} = A \cdot \int_0^\infty \mathcal{E}_{ff}(\lambda) \cdot e^{-K_\lambda \cdot d} \cdot d\lambda$$

wobei der Faktor A von den geometrischen Verhältnissen des Plasmas und denen innerhalb der Meßanordnung abhängt. Ist der wellenlängenabhängige Absorptionskoeffizient  $K_\lambda$  des Filters und dessen Dicke  $d$  bekannt, so kann mit Gl. (1) und (2) die Größe  $I_{Tr}/A \cdot N_e^2$  für alle Elektronentemperaturen berechnet werden.

Bei der Messung kann man die Filter sowohl nach ihrer Dicke  $d$  als auch nach  $K_\lambda$  auswählen. Betrachtet man dann das Verhältnis der durch zwei Filter mit verschiedenem  $K_\lambda$  oder verschiedener Dicke  $d$  transmittierten Bremsstrahlung, so fällt bei dieser Quotientenbildung die Abhängigkeit von  $N_e^2$  in  $\mathcal{E}_{ff}$  und der Geometriefaktor A heraus, und es bleibt eine reine Temperaturfunktion übrig. Die Fig. 1 gibt Beispiele für eine derartige Temperaturbestimmung, die sich hier zu etwa  $2,5 \cdot 10^6$  [°K] ermittelt.

Es ist noch nachzutragen, daß als Filter für die Bremsstrahlungsmessung im Röntgengebiet insbesondere Absorptionsfolien der Elemente Al, Be, C (in Form von Polyäthylen ( $\text{CH}_2$ ), die Absorption durch die Wasserstoffatome ist dabei zu vernachlässigen) verwendet werden. Die "Filterdicke  $d$ " dieser Folien wird in  $[\text{mg}/\text{cm}^2]$  gemessen (für  $K_\lambda$  entsprechend der Kehrwert davon), was etwa gleichbedeutend ist mit  $10^{-3}$  [cm] für die geometrische Foliendicke. Die Wellenlängenabhängigkeit von  $K_\lambda$  steigt zunächst bei diesen Filtern etwa wie  $\lambda^3$  an, fällt aber bei der K-Kante der entsprechenden Elemente (Al : 8 [Å], C : 44 [Å], Be : 111 [Å]) um etwa eine Zehnerpotenz ab.



Als Detektoren für die Röntgenstrahlung werden Proportionalzählrohre oder Szintillationszähler verwendet.

Die Fig. 2 zeigt den Anschluß der Meßanordnung an ein Plasmaexperiment ( $\theta$ -Pinch) und zwar rechts die zuletzt besprochene Absorptionmethode (hier wird gleichzeitig mit zwei verschiedenen Absorptionsfolien gemessen) und links ein Röntgen-Kristallspektrometer. Die sogenannten Soller-Kollimatoren dienen zur Ausbündelung der Röntgenstrahlung und bestehen aus ausgerichteten Lagen dünner Metallbleche mit kleinem Abstand. Als Beugungskristall ist hier ein Beryllium-Aluminium-Silikat- ( $3 \text{ BeO} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6 \text{ SiO}_2$ )-Kristall benutzt worden, mit dem maximal bis zu  $\lambda = 2D = 15,95 \text{ [\AA]}$  gemessen werden kann ( $D =$  Gitterabstand zwischen den  $10\bar{1}0$ -Flächen). Andere geeignete Kristalle sind:

|                                     |                                |                                                                                 |
|-------------------------------------|--------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Kalium-Phthalat (KAP, synthetisch): | $2D = 26,6 \text{ [\AA]}$      | (001-Fläche)                                                                    |
| Barium-Stearat:                     | $2D \approx 100 \text{ [\AA]}$ | } Beide werden durch Auftragen von Molekularschichten dieser Salze hergestellt. |
| Blei-Stearat:                       | $2D \approx 100 \text{ [\AA]}$ |                                                                                 |

Auch hier muß abschließend die Bemerkung gemacht werden, daß der Bremsstrahlung überlagerte Verunreinigungslinien zu erheblichen Fehlmessungen führen können. Bei Verwendung eines Kristallspektrometers ist ihre Feststellung zwar relativ leicht möglich und kann deshalb eliminiert werden. Bei Verwendung der Absorptionmethode dagegen ist im entsprechenden Fall die Wahl von Absorptionsfolien mit hinreichend kurzwelligem, spektrallinienfreiem Transmissionsbereich notwendig. Die Erhöhung des Bremsstrahlungskontinuums bei Anwesenheit von Verunreinigungen mit  $Z^2$  ( $Z =$  Ionenladungszahl) stört dagegen nicht, da die Wellenlängenabhängigkeit dadurch nicht beeinflußt wird.

## 2) Rekombinationsstrahlung

Wir verlassen damit vorerst die Betrachtung der elektromagnetischen Strahlung, die als reine Bremsstrahlung aus Plasmen hoher Temperatur emittiert wird und wenden uns der sogenannten Rekombinationsstrahlung zu. Diese kommt zustande bei dem inversen Prozeß zur Photoionisation, nämlich bei der Photorekombination. Die dabei auftretenden Photonen übernehmen also sowohl den Betrag der kinetischen Energie der zuvor freien Elektronen als auch denjenigen der Energiedifferenz zwischen Ionisierungsgrenze und End-

für eine herausgegriffene Beobachtungswellenlänge  $\lambda$  (bezüglich  $n_{\text{max}}$  siehe unten). Der Buchstabe  $n$  gibt die Hauptquantenzahl

zustand des Elektrons innerhalb des neu gebildeten Ions. Das zuvor freie Elektron ist also nach der Rekombination in diesem Ion gebunden, und man spricht deshalb auch von frei-gebunden-Strahlung und im Hinblick auf den Rekombinationsprozeß selbst von frei-gebunden-Übergängen. Da die kinetische Energie der Elektronen im freien Zustand jeden Wert annehmen kann, tritt auch die Rekombinationsstrahlung als Kontinuumstrahlung auf. Ein wesentlicher Unterschied verglichen mit der zuvor besprochenen Bremsstrahlung besteht jedoch darin, daß hier der Endzustand des Strahlungsüberganges durch die Quantenmechanik festgelegt ist, welche nur die Besetzung diskreter Energiewerte innerhalb des neu gebildeten Ions zuläßt. Geht man daher von größeren zu kleineren Wellenlängen über, so steigt die Rekombinationsstrahlung bei denjenigen Wellenlängen  $\lambda_{\text{Kante}}$  jeweils sprunghaft an, die der Energiedifferenz zwischen Ionisierungsgrenze und dem nächst tieferen Besetzungsniveau entsprechen:

$$\lambda_{\text{Kante}} = \frac{h \cdot c}{\chi_i - \epsilon_n} = \frac{12400}{\chi_i - \epsilon_n} \quad \left[ \overset{\circ}{\text{A}} \right]$$

$\chi_i$  = Ionisierungsenergie des neu gebildeten Ions in [eV]

$\epsilon_n$  = Anregungsenergie des Termes n in [eV]

Die gesamte Wellenlängenabhängigkeit der Rekombinationsstrahlung setzt sich deshalb aus einzelnen Summanden zusammen, und bei einer vorgegebenen Wellenlänge trägt die Rekombinationsstrahlung in alle diejenigen Energieniveaus bei, deren soeben erwähnte "Rekombinationskante" oberhalb des betrachteten  $\lambda$ -wertes liegt.

Eine allgemeine Berechnung der Rekombinationsstrahlung ist gegenwärtig nicht möglich, weil die hierfür erforderlichen Wellenfunktionen und damit auch die Übergangswahrscheinlichkeiten zumeist unbekannt sind. Glücklicherweise stellt in dieser Beziehung aber der bei den hier betrachteten Plasmauntersuchungen zumeist verwendete Wasserstoff eine Ausnahme dar, und dementsprechend soll die frei-gebunden-Strahlung angegeben werden, die für Wasserstoff und alle wasserstoffähnlichen Ionen (Kernladungszahl Z) gilt:

$$(3) \quad \epsilon_{fb,\lambda} = 1,91 \cdot 10^{-36} \cdot Z^4 \cdot \frac{N_e \cdot N_{ion}}{(kT)^{3/2}} \cdot \frac{2 E_H}{\lambda^2} \cdot e^{-\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right)} \cdot \sum_{n_{min}}^{n_{max}} \frac{g_{fb}(\lambda, n)}{n^3} \cdot e^{\left(\frac{Z^2 \cdot E_H}{kT \cdot n^2}\right)} \quad \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec} \cdot \text{Sterad} \cdot \text{cm}} \right]$$

Der Grund für das Auftreten der Summe in dieser Gl. (3) ist bereits erläutert worden, ebenso auch die untere Summationsgrenze für eine herausgegriffene Beobachtungswellenlänge  $\lambda$  (bezüglich  $n_{max}$ : siehe unten). Der Buchstabe n gibt die Hauptquantenzahl



des Endzustandes für den Rekombinationsübergang im neu gebildeten wasserstoffähnlichen Ion und  $E_H = 13,60 \text{ [eV]}$  die Ionisierungsenergie des H-Atoms an. Auch hier bedeuten, wie bei der Bremsstrahlung, die Faktoren  $g_{fb}$  quantenmechanische Korrekturen gegenüber klassischen Rechnungen und werden "Gaunt-Faktoren für die frei-gebunden-Übergänge" genannt. Abgesehen von der Existenz der besprochenen Rekombinationskanten unterscheidet sich die frei-gebunden-Strahlung von der Bremsstrahlung noch durch die stärkere Abhängigkeit von der Ionenladungszahl  $Z$ , die hier als Kernladungszahl  $Z^4$  eingeht. Geringe Verunreinigungsspuren machen sich deshalb bei der Rekombinationsstrahlung noch erheblich stärker bemerkbar. Sodann ist darauf aufmerksam zu machen, daß die Rekombinationsstrahlung bei ansteigender Temperatur schneller abnimmt als die Bremsstrahlung:

Am stärksten ausgeprägt ist wegen der starken Abhängigkeit von der Hauptquantenzahl  $n$  offenbar immer die Absorptionskante mit  $n = 1$ , die einen frei-gebunden-Übergang für das eingefangene Elektron in den Grundzustand des neu gebildeten Ions bedeutet. Der Intensitätsunterschied "links" und "rechts" von dieser sogenannten "Lyman-Kante" verglichen mit der Bremsstrahlung ergibt sich zu:

$$(4) \quad \frac{\epsilon_{fb}(n=1)}{\epsilon_{ff}} = \frac{2 E_H \cdot Z^2}{kT} \cdot \frac{g_{fb}}{g_{ff}} \cdot e^{-\frac{Z^2 E_H}{kT}}$$

so daß mit steigender Plasmatemperatur die frei-gebunden-Strahlung immer mehr gegenüber der reinen Bremsstrahlung zurücktritt. So macht z.B. die Lyman-Kante für ein reines Wasserstoffplasma (sie liegt bei  $912 \text{ [\AA]}$ , durch die Coulomb-Felder der Ionen im Plasma wird sie für  $N_{ion} = 10^{17} \text{ [cm}^{-3}\text{]}$ , auf  $25 \text{ [\AA]}$  verschmiert) bei einer Temperatur von  $10^6 \text{ [}^\circ\text{K]}$  nur noch etwa 20 % der Bremsstrahlung aus und kann daher bei noch höheren Temperaturen gegenüber dieser bald vernachlässigt werden.

### 3) Überblick über das Gesamtkontinuum

Überhaupt muß an dieser Stelle die Bemerkung nachgeholt werden, daß natürlich beide bisher besprochenen Strahlungsarten immer gleichzeitig auftreten. Eine Unterscheidung zwischen Brems- und Rekombinationsstrahlung ist aber durch die soeben erläuterte Tatsache gerechtfertigt, daß letztere bei Temperaturen oberhalb von

$10^6$  [°K] in Wasserstoffplasmen nur noch eine Korrektur zur ersteren darstellt und die gesamte Kontinuumsstrahlung damit ein mehr oder weniger reines "Bremskontinuum" ist. Bei keiner der bisher besprochenen Meßmethoden ist deshalb bezüglich der Interpretation der Meßergebnisse eine wesentliche Einschränkung zu machen, zumal die Wellenlängenabhängigkeit für die Rekombinationsstrahlung außer in den Gebieten der Rekombinationskanten sowieso die gleiche ist wie für die Bremsstrahlung, wie ein Vergleich zwischen Gl. (1) und Gl. (3) sofort zeigt.

Die letzte Bemerkung ist auch dann noch richtig, wenn - wie es zumeist der Fall ist - Verunreinigungen im Plasma vorhanden sind. Handelt es sich hierbei wieder um Sauerstoff, so sollte sich dessen Anwesenheit im Kontinuumspektrum außer durch die früher bereits besprochene Erhöhung der Bremsstrahlung mit  $Z^2$  vor allem im Auftreten der Lyman-Kante für das OVIII-Ion bei  $14,2$  [Å] bemerkbar machen. Durch die Höhe dieser Kante könnte man entsprechend Gl. (4) zu einer weiteren Temperaturbestimmung gelangen, vorausgesetzt, man kennt den Sauerstoff-Verunreinigungsgrad des Wasserstoffplasmas hinreichend genau.

Nur der Vollständigkeit halber seien nach der damit erfolgten Besprechung der Gesamt-Kontinuumstrahlung, das ist also die Summe aus Brems- und Rekombinationsstrahlung, noch folgende Punkte nachgetragen:

- a) Als Ionisierungsgrenze für Wasserstoff und wasserstoffähnliche Ionen im Plasma ist streng genommen ein niedrigerer Wert einzusetzen als es einem isolierten H-Atom oder H-ähnlichen Ion außerhalb des Plasmas entspricht, weil im Plasma der Ionisierungsprozeß bereits als vollzogen angesehen werden kann, bevor das Elektron völlig vom Restion bis ins Unendliche entfernt ist. Das Elektron braucht nur soweit vom Ion getrennt zu werden, daß es von den übrigen Plasmaelektronen nicht mehr unterschieden werden kann. Dieser Effekt bewirkt eine Korrektur in Gl. (1) und (3) um den Faktor

$$\exp \left( - \frac{\Delta \chi_1}{kT} \right)$$

wobei  $\Delta \chi_1$  die genannte Erniedrigung der Ionisierungsarbeit ist



$(\Delta \chi_1 = (e^2/R) \cdot (Z_1 + 1))$ ,  $R =$  Mittlerer Teilchenabstand im Plasma, bzw. Debye-Radius, je nachdem, welcher von beiden der größere ist.). Durch  $\Delta \chi_1$  ist übrigens auch die Hauptquantenzahl  $n_{\max}$  bestimmt, die als obere Summationsgrenze in Gl. (3) angegeben war.

b) Prinzipiell können bei Anwesenheit von neutralen H-Atomen die Elektronen auch in deren Restfeldern eine Ablenkung erfahren und eingefangen werden. Dadurch liefern sie ebenfalls einen Beitrag zur Kontinuumstrahlung. Dieser wird  $H^-$ -Kontinuum genannt.

Diese beiden Korrekturen sind aber bei Plasmen der hier betrachteten Art wegen der hohen Temperaturen völlig belanglos.

Mit Gl. (1) und (3) ist die Kontinuumstrahlung angegeben, die in einem Plasmavolumen von  $1 \text{ [cm}^3\text{]}$  und pro Wellenlängeneinheit in die Raumwinkeleinheit pro  $[\text{sec}]$  erzeugt wird. Ob diese Strahlung außerhalb des Plasmas wirklich beobachtet werden kann, hängt davon ab, wie weit sie vor Verlassen des Plasmabereiches wieder absorbiert wird. Sei der Absorptionskoeffizient für die Strahlung bei einer bestimmten Wellenlänge:  $\chi_\lambda$  und erstrecke sich der Plasmabereich von 0 bis zur Dicke  $d$ , so gibt das Integral:

$$\tau(\lambda, d) = \int_0^d \chi_\lambda(x) \cdot dx$$

die sogenannte "optische Dicke" an. Diese sagt aus, wie weit die im Plasmainnern erzeugte elektromagnetische Strahlung außerhalb des Plasmas wirklich beobachtet werden kann und wieviel vom Plasma selbst reabsorbiert wird.

Man spricht von:

$\tau(\lambda, d) \ll 1$  : Optisch dünnes Plasma

$\tau(\lambda, d) \gg 1$  : Optisch dickes Plasma

Liegt der letztere Fall vor, so ist nur die Strahlung aus den Randzonen (deren Tiefe durch den Kehrwert von  $\chi_\lambda$  bestimmt ist) außerhalb des Plasmas feststellbar, alles übrige wird im Plasmainnern reabsorbiert. Hier kann jedoch von einem Volumenelement nicht mehr Strahlung absorbiert als emittiert werden, wenn man den Fall von der Betrachtung ausschließt, daß sich das eine Volumenelement auf Kosten anderer aufheizt. Im Innern eines optisch dicken Plasmas gilt daher:

$$(5) \quad \mathcal{E}_\lambda(x) = \chi_\lambda(x) \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{hc}{kT \cdot \lambda}\right)\right) \cdot B_\lambda$$

(z.B. Boltzmann-Gl.) beschreiben.

wobei:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\lambda}(x) &= \text{Emissionskoeffizient für die bisher behandelten spontanen Emissionsprozesse} \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec} \cdot \text{Sterad} \cdot \text{cm}} \right] \\ \chi_{\lambda}(x) &= \text{Absorptionskoeffizient} \quad [\text{cm}^{-1}] \\ B_{\lambda} &= \text{Strahlungsintensität im Plasmainternern} \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{Sterad} \cdot \text{cm}} \right] \end{aligned}$$

ist, und der Faktor  $(1 - \exp(-hc/kT\lambda))$  berücksichtigt, daß neben der spontanen Emission auch die vom Strahlungsfeld induzierte Emission zur Gesamtemission beiträgt. Die Gl. (5) stellt die Aussage des Kirchhoffschen Satzes dar und nach ihm hängt  $B_{\lambda}$  außer von der Wellenlänge nur von der Temperatur ab, nämlich wie:

Plancksche Strahlungsfunktion:

$$B_{\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \left( \exp\left(\frac{hc}{kT \cdot \lambda}\right) - 1 \right)^{-1} \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec} \cdot \text{Sterad} \cdot \text{cm}} \right]$$

Im Plasmainternern liegen hier also die gleichen Verhältnisse wie in einem "Schwarzen Körper" vor. Diese Schwarzkörperstrahlung ist somit die maximale Strahlungsintensität, die außerhalb des Plasmas überhaupt beobachtet werden kann und zwar, nach dem oben Gesagten, genau in dem Fall eines optisch dicken Plasmas. Stellt sich bei einer bestimmten Wellenlänge das Plasma als optisch dick heraus, so kann man umgekehrt auch folgern, daß die außerhalb des Plasmas beobachtete Strahlungsintensität durch die Plancksche Strahlungsfunktion bei diesem  $\lambda$  und damit allein durch die Temperatur (in den Randzonen) vorgeschrieben ist. Das kann wiederum zur experimentellen Bestimmung dieser Größe ausgenutzt werden, falls wirklich die Möglichkeit für eine absolute Intensitätsmessung bei dieser Wellenlänge gegeben ist. Man kann auch umgekehrt verfahren und bei bereits bekannter Temperatur das bei  $\lambda$  optisch dicke Plasma als Absolutintensitäts-Eichlichtquelle verwenden. Das alleinige Auftreten der Variablen T in der Intensität bei der Wellenlänge  $\lambda$  im Falle  $\tau \gg 1$  bedeutet, daß alle an der Strahlungsbilanz im Plasmainternern beteiligten Prozesse (wir werden später auf diese noch eingehen) einheitlich ebenfalls nur von dieser Temperatur bestimmt werden. In diesem Falle sind alle an der Emission bei der Wellenlänge  $\lambda$  beteiligten Prozesse untereinander im "thermischen Gleichgewicht" und man kann sie durch die entsprechenden Gleichungen (z.B. Boltzmann-Gl.) beschreiben.



Plasmen, die heute in den Laboratorien in dem hier interessierenden Temperatur- und Dichtebereich hergestellt werden können, sind jedoch im größten Teil des Wellenlängenbereiches optisch dünn:

$$\tau(\lambda, d) \ll 1$$

d.h. die außen beobachtbare Strahlungsintensität erreicht bei weitem nicht die durch die Plancksche Strahlungsverteilung vorgegebenen oberen Grenzen. Dieses gilt insbesondere für die bereits besprochene Kontinuumstrahlung, wie man der Fig. 3 entnehmen kann. Im doppelt logarithmischen Maßstab findet sich hier das Emissionsvermögen gegen die Wellenlänge aufgetragen für ein Plasma der Temperatur  $T = 10^7$  [°K] und der Dichte  $10^{17}$  [cm<sup>-3</sup>]. Das Gesamtkontinuum mit und ohne 1 % Sauerstoff-Verunreinigung und zum Vergleich die Plancksche Strahlungsverteilung sind eingezeichnet. Letztere hat hier ihr Maximum bei  $\lambda_{\max} = 2,9 \cdot 10^7 / T = 2,9$  [Å], das Gesamtkontinuum bei 7,2 [Å]. Der Intensitätsunterschied zwischen beiden beträgt in diesem Wellenlängenbereich etwa 14 Zehnerpotenzen. Die Folgerung daraus ist, daß nur ein verschwindender Bruchteil der im Plasmaintern erzeugten Kontinuumstrahlung reabsorbiert wird, so daß die für diese bereits angegebenen Gl. (1) und (3) wirklich die Strahlungsintensität beschreiben, die außerhalb des Plasmas beobachtet wird.

#### 4) Emissionsverhalten in der Nähe der Plasmafrequenz

Man erkennt aber in der Fig. 3 auch, daß diese nachträgliche Rechtfertigung offenbar für sehr lange Wellenlängen ( $\lambda > 10^{-2}$  [cm]) nicht mehr gilt. Mit diesem Fall haben wir uns jetzt auseinander zu setzen. Wir befinden uns hier bei Wellenlängen, die in der Nachbarschaft der sogenannten Plasmafrequenz:

$$\omega_p = \left( \frac{4\pi \cdot N_e \cdot e^2}{m_e} \right)^{1/2} \rightarrow \begin{cases} \nu_p = 8,97 \cdot 10^3 \cdot N_e^{1/2} \text{ [sec}^{-1}\text{]} \\ \lambda_p = 3,35 \cdot 10^6 \cdot N_e^{-1/2} \text{ [cm]} \end{cases}$$

liegen. Diese Frequenz gilt für die sich als longitudinale Wellen im Plasma ausbreitenden lokalen Dichteschwankungen zwischen Elektronen und Ionen.

Bei der Betrachtung der Wechselwirkungen von elektromagnetischen Wellen (hier Gesamtkontinuumstrahlung) mit einem Plasma ist diese Frequenz aus folgendem Grund ausgezeichnet:

Eine sich in z-Richtung in einem Medium ausbreitende elektromagnetische Welle kann beschrieben werden durch:

$$E = E_0 \cdot \exp(-i(kz - \omega t))$$

wobei:

$E$  = Betrag des elektrischen Feldvektors senkrecht zur Ausbreitungsrichtung

$\omega = 2\pi \cdot c/\lambda$  = Kreisfrequenz der Welle

$k$  = Betrag des Ausbreitungsvektors der Welle =  $n'\omega/c = 2\pi n' / \lambda$

$n'$  = Brechungsindex des Mediums

Da der Brechungsindex im allgemeinen komplex ist:

$$(6) \quad n' = n(1 - i\chi)$$

gewinnt man auch die Form:

$$(7) \quad E = E_0 \cdot \exp(-2\pi(n\chi) \cdot \frac{z}{\lambda}) \cdot \exp(i\omega(t - \frac{n}{c} \cdot z))$$

und man erkennt, daß  $n$  die Bedeutung des von der Optik her bekannten Brechungsindex hat und  $4\pi(n\chi/\lambda)$  die des früher besprochenen Absorptionskoeffizienten  $\chi_\lambda$  (ein zusätzlicher Faktor 2 tritt hier auf, weil die Intensität  $I \sim E^2$  ist).

Werden nun die Maxwell'schen Gleichungen für den Fall der Wechselwirkung einer elektromagnetischen Welle mit einem magnetfeldfreien Plasma gelöst, so ergibt sich - wenn Stöße innerhalb des Plasmas zunächst vernachlässigt werden - der komplexe Brechungsindex zu:

$$(8) \quad n' = (1 - (\omega_p/\omega)^2)^{1/2}$$

Bei Frequenzen  $\omega$  oberhalb der Plasmafrequenz  $\omega_p$  ist der komplexe Brechungsindex  $n'$  für ein stoßfreies Plasma also rein reell, bei kleinen Frequenzen dagegen rein imaginär. Nach den obigen Ausführungen bedeutet das, daß hohe Frequenzen einer elektromagnetischen Strahlung nur gebrochen, aber nicht absorbiert werden. Bei tiefen Frequenzen dagegen fällt eine im Plasmaintern irgendwie erzeugte elektromagnetische Welle im stoßfreien Plasma aperiodisch gedämpft ab. Die sogenannte Eindringtiefe  $\delta$  der Welle in ein stoßfreies Plasma findet sich für  $\omega_p/\omega \gg 1$  aus Gl. (7) und (8):

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2\pi(n\chi)/\lambda} \\ n\chi &= \text{Im} \left\{ (1 - (\frac{\omega_p}{\omega})^2)^{1/2} \right\} = \frac{\omega_p}{\omega} \end{aligned} \right\} \delta = \frac{\lambda \cdot \omega}{2\pi \omega_p} = \frac{c}{\omega_p} \quad (\text{ohne Stöße!})$$



Die Eindringtiefe einer elektromagnetischen Welle mit einer Frequenz genügend weit unterhalb der Plasmafrequenz ist also im stoßfreien Plasma von der Wellenlänge unabhängig und gleich derjenigen, die der Plasmafrequenz im Vakuum entspricht (dividiert durch  $2\pi$ ). Alle im Plasmaintern von irgendwelchen Sendern angeregten elektromagnetischen Schwingungen werden sofort aperiodisch ausgedämpft und können sich deshalb im stoßfreien Plasma gar nicht erst ausbreiten. Entsprechend sinkt auch der Emissionskoeffizient des Plasmas für Strahlung aus diesem Wellenlängenbereich unterhalb der Plasmafrequenz auf sehr kleine Werte ab.

An den obigen Ausführungen sind jedoch einige z.T. wesentliche Korrekturen anzubringen. Zunächst haben wir unbedingt Stöße innerhalb des Plasmas zu berücksichtigen, denn durch Stöße werden ja im Plasma die bisher besprochenen elektromagnetischen Wellen überhaupt erst erzeugt. Die Rechnungen ergeben bei ihrer Berücksichtigung eine Abänderung des komplexen Brechungsindex zu:

$$n'^2 = 1 - \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \cdot \left( \frac{1}{1 - i \cdot \nu/\omega} \right)$$

wobei:

$\nu = 1/\tau$  = Stoßfrequenz für die zu berücksichtigenden Wechselwirkungen der Plasmateilchen untereinander

( $\tau$  ist die eingangs angegebene mittlere Stoßzeit).

Hier ist der Brechungsindex unterhalb der Plasmafrequenz nicht mehr rein imaginär sondern komplex, so daß die innerhalb des Plasmas erzeugten elektromagnetischen Wellen nicht sofort wieder aperiodisch ausgedämpft werden. Im realen, stoßbehafteten Plasma können also im Gegensatz zum stoßfreien Fall elektromagnetische Wellen nicht nur durch Wechselwirkungen der Plasmateilchen überhaupt erst erzeugt werden, sondern sich auch ausbreiten. Ihre Eindringtiefe  $\delta$  wird hier bei genügend großen Wellenlängen (entsprechend:  $\omega < \nu \ll \omega_p$ ) gleich der Skin-Tiefe:

$$\delta = \frac{c}{\omega_p} \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} = \sqrt{\frac{\eta}{2\pi\omega}} \quad \left( \eta = \text{Elektrischer Widerstand des Plasmas} \right)$$

und steigt dann also mit  $(\lambda)^{1/2}$  an. Auch in der Nähe, aber unterhalb der Plasmafrequenz selbst kann wegen des nicht mehr rein imaginären Brechungsindex die im Plasma erzeugte elektromagnetische

kleineren Frequenzen, nämlich bei:

Strahlung teilweise noch (aus oberflächennahen Randzonen) bis nach außen gelangen (für  $\nu < \omega < \omega_p$ : Minimalwert von  $\delta = c/\omega_p$ ). Trotzdem ist der Emissionskoeffizient für diese Wellenlängen aber weiterhin wesentlich kleiner als oberhalb der Plasmafrequenz.

Die nächste Korrektur ist an der obigen Darstellung wegen der endlichen Dichtegradienten in den Plasmarandzonen anzubringen. Die Dichte fällt außerhalb des Plasmakernes nicht beliebig steil auf kleine Werte ab, und für die einzelnen Volumenelemente dieses Abfalls liegt die Wellenlänge der Plasmafrequenz  $\lambda_p$  bei umso größeren Werten, je weiter außen gelegene Randbereiche man betrachtet. Eine bestimmte Beobachtungswellenlänge liegt daher irgendwo im Dichteabfall unterhalb von  $\lambda_p$  und die Strahlungsemission erfolgt dann wieder aus einem optisch dünnen Medium.

Schließlich ist noch zu berücksichtigen, daß in dem Plasma ein Magnetfeld vorhanden sein kann. Dann muß das Auftreten von elektromagnetischen Wellen bei einer Frequenz erwartet werden, die der Cyclotron- (oder Gyrationen)-Frequenz entspricht, und die allein von der Größe des Magnetfeldes abhängt:

$$\omega_g = \frac{e}{m \cdot c} \cdot B \quad \left( m = \begin{cases} m_e & \text{für Elektronen} \\ m_{\text{ion}} & \text{für Ionen} \end{cases} \right)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Für Elektronen: } \lambda_{g,e} = 1,07 \cdot 10^4 / B \text{ [cm]} \\ \text{Für Deuteronen: } \lambda_{g,D} = 3,9 \cdot 10^7 / B \text{ [cm]} \end{array} \right\} B \text{ in [Gauss]}$$

Selbst für Elektronen liegt die Gyrationenfrequenz in Plasmen der hier betrachteten Art daher erst bei sehr hohen Magnetfeldern oberhalb der Plasmafrequenz. Wird speziell parallel zu den Magnetfeldlinien beobachtet, so ändert sich der Brechungsindex gegenüber dem Fall des Plasmas ohne Magnetfeld ab zu:

$$n'^2 = 1 - \left( \frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 \left( \frac{1}{1 \pm \omega_{ge} / \omega} \right)$$

Das doppelte Vorzeichen gibt die Möglichkeit für beide Drehrichtungen des E-Vektors gegenüber der Gyration an. Der Korrekturfaktor gegenüber der Gl. (8) bewirkt, daß das Plasma den starken Abfall im Emissionskoeffizienten jetzt nicht mehr bei der Plasmafrequenz aufweist, sondern für entsprechend hohe Magnetfelder bei kleineren Frequenzen, nämlich bei:



$$\omega_G = \omega_p \left( \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left( \frac{\omega_{ge}}{\omega_p} \right)^2} - \frac{1}{2} \frac{\omega_{ge}}{\omega_p} \right)$$

Höhere Harmonische dieser Cyclotron-Strahlung fallen dann in den Wellenlängenbereich, wo das Plasma optisch dünn wird.

In der Umgebung der Plasmafrequenz erhalten wir damit schematisch den folgenden Verlauf für den Emissionskoeffizienten  $\times$  Plasmadicke (magnetfeldfreier Fall): Fig. 4. Als Abszisse ist in dieser Darstellung der Logarithmus der Frequenz gewählt, als Ordinate der Logarithmus des Emissionskoeffizienten  $\times$  Plasmadicke. Wir interessieren uns hier für die Verhältnisse im Infraroten (der übrige Bereich wurde oben schon besprochen). Die Schwarzkörperstrahlung bei diesen Wellenlängen ( $B_\nu = (2\nu^2/c^2) \cdot kT$  für Rayleigh-Jeans-Gebiet:  $h\nu/kT \ll 1$ ) ist angegeben. Weiterhin ist die Lage der Plasmafrequenz  $\omega_p$  eingezeichnet für die Elektronendichten:  $N_e = 10^{15}$  und  $10^{17} [\text{cm}^{-3}]$ .

Die Intensität der aus dem Plasma oberhalb  $\omega_p$  emittierten Bremsstrahlung ändert sich - wie vermerkt - entsprechend:  $\mathcal{E} \sim N_e^2/T^{1/2}$  und fällt bei der jeweiligen Plasmafrequenz auf sehr kleine Werte ab. Dabei kann es je nach der Temperatur (im wesentlichen durch die Neigung der Planckschen Strahlungskurve) und den Wert der Plasmafrequenz  $\omega_p$  vorkommen, daß das Plasma in der Nähe von  $\omega_p$  optisch dick wird, so daß hier eine Schwarzkörperstrahlung emittiert wird. In der Fig. 4 ist dieser Fall für  $N_e = 10^{15} [\text{cm}^{-3}]$  angegeben. Im anderen Beispiel:  $N_e = 10^{17} [\text{cm}^{-3}]$  erfolgt der steile Abfall der emittierten Bremsstrahlungsintensität bereits bevor sie durch die Plancksche Strahlungskurve begrenzt wird.

Das angegebene Verhalten des Bremsstrahlungsemissionsvermögens im Infraroten bietet sehr geeignete Möglichkeiten für eine Bestimmung der Elektronendichte und der Temperatur eines Plasmas:

Aus einer experimentellen Bestimmung der Plasmafrequenz ergibt sich nach dem Gesagten die Elektronendichte  $N_e$ . Damit kann dann auch die Temperatur angegeben werden, wenn gleichzeitig eine Absolutmessung der oberhalb  $\omega_p$  emittierten Bremsstrahlung vorgenommen wird. Diese Temperatur ist allerdings ungenau, weil sie in die Intensität nur mit  $T^{-1/2}$  eingeht. Eine weitere Möglichkeit für die experimentelle Bestimmung von  $T$  liegt vor, wenn in der Nähe

der Plasmafrequenz die emittierte Strahlung durch die Plancksche Strahlungskurve begrenzt ist. Die Temperatur wird dann aus der Neigung des Intensitätsverlaufes bei verschiedenen Frequenzen gewonnen. Auf diese Weise erhält man allerdings nur eine Angabe für die äußeren Plasmabereiche, da das Plasma hier ja optisch dick ist. Nachdem die Informationsmöglichkeiten aus dem infraroten Spektralbereich damit erläutert sind, sollen noch einige Worte zur experimentellen Seite für Messungen in diesem Frequenzbereich gesagt werden. Es ist zweifellos ein großer Vorteil, daß bei diesen Frequenzen keine Verunreinigungslinien in Plasmen hoher Temperatur zu erwarten sind. Die experimentellen Schwierigkeiten liegen aber vor allem in der Wahl von geeigneten Detektoren für diesen Frequenzbereich, da diese sehr schnell veränderliche Vorgänge ( $\Delta t \sim 10^{-7} - 10^{-6}$  [sec]) registrieren sollen. Man hat hierfür z.B. dotierte Indium-Antimon- (InSb)-Photodetektoren erfolgreich benutzt. Die verwendeten n-Halbleiter dieser Art haben ein Verunreinigungs-Energie-Niveau nur  $\sim 3 \cdot 10^{-5}$  [eV] unterhalb des Leitungsbandes und werden deshalb bis zu Wellenlängen von etwa 4 [mm] photoleitend. Allerdings muß dieser Detektor mit flüssigem Helium gekühlt werden, damit diese Niveaus besetzt bleiben. Durch Zeeman-Aufspaltung in einem Magnetfeld kann die genannte Energiedifferenz variiert werden. Die Fig. 5 zeigt ein Beispiel für Infrarotmessungen in der Nähe der Plasmafrequenz. Die Dichte ergab sich hier zu  $N_e = 3,7 \cdot 10^{16}$  [cm<sup>-3</sup>] aus der Plasmafrequenz, die Temperatur  $T_e$  aus diesem Meßwert für  $N_e$  und der Bremsstrahlung oberhalb  $\omega_p$  zu  $1,1 \cdot 10^6$  [°K]. Der Abfall im optisch dicken Wellenlängenbereich zeigte allerdings nur eine Temperatur von  $10^4$  [°K] an (Randzonen?).

### 5) Emission von Spektrallinien

Es wurde bereits mehrfach erwähnt und der Grund dafür genannt, daß Plasmaexperimente im hier interessanten Temperatur- und Dichtebereich in Wasserstoff (oder Deuterium) durchgeführt werden. Spektrallinien, die wegen ihres Emissionsprozesses auch gebunden-gebunden-Strahlung genannt werden und deren Emission jetzt behandelt werden soll, sind bei Temperaturen oberhalb  $10^6$  [°K] von diesen Atomen nicht mehr zu erwarten. Um trotzdem die Informationsmöglichkeiten auszunutzen, die Emissionslinien bieten, ist also das reine



Erhöhung: Wasserstoff-Plasma mit Zusätzen von höheren Elementen zu dotieren, Erniedrigung: sofern diese nicht schon von vornherein als Verunreinigungen vorhanden sind. ( $\sim N_{i-1} \cdot N_e$ ) Dreierstoßrekombination

Wir beschäftigen uns zunächst mit dem Auftreten und der Intensität von Spektrallinien bei den entsprechenden Plasmaverhältnissen und wenden uns anschließend ihren Linienprofilen zu. Der Emissionskoeffizient für eine Spektrallinie kann leicht hingeschrieben werden:

$$(9) \int_{\text{Linie}} \epsilon_{\lambda} \cdot d\lambda = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{hc}{\lambda} \cdot A_{mn} \cdot N_n \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec} \cdot \text{Sterad}} \right]$$

wobei:

- $hc/\lambda$  = Energie des emittierten Photons [erg]
- $A_{mn}$  = Übergangswahrscheinlichkeit  $n \rightarrow m$  [ $\text{sec}^{-1}$ ]
- $N_n$  = Besetzungsdichte des oberen Anregungsniveaus  $n$  [ $\text{cm}^{-3}$ ]

Erhebliche Schwierigkeiten dagegen bereitet es im allgemeinen, diese Größe wirklich auszurechnen. Das liegt sowohl daran, daß außer für Wasserstoff und wasserstoffähnliche Ionen und für einige Übergänge bei Helium und heliumähnlichen Ionen Übergangswahrscheinlichkeiten wenig bekannt sind, als auch daran, daß die Besetzungsdichten  $N_n$  im oberen Anregungszustand sehr schwer zu berechnen sind. Beschränkt man sich auf die Betrachtung von wasserstoffähnlichen Ionen, so entfällt die erste Schwierigkeit bezüglich der  $A_{mn}$ -Werte. Wir wollen uns daher jetzt mit Aussagen befassen, die man über die Besetzungsdichte  $N_n$  machen kann.

Betrachtet man die Besetzungsbilanz des angeregten Zustandes, so tragen bezüglich der Besetzungsdichte  $N_n$  folgende Prozesse bei, und zwar als:

|                  |                              |                       |                          |
|------------------|------------------------------|-----------------------|--------------------------|
| <u>Erhöhung:</u> |                              | <u>Erniedrigung:</u>  |                          |
| Photoanregung    | ( $\sim N_{ion}$ )           | Photoemission         | ( $\sim N_n$ )           |
| Stoßanregung     | ( $\sim N_{ion} \cdot N_e$ ) | Superelastische Stöße | ( $\sim N_n \cdot N_e$ ) |

Die Häufigkeit, mit der sich diese Prozesse pro [sec] ereignen, ist also z.T. außer von der Elektronendichte auch von der Dichte des betreffenden Ions abhängig, so daß die entsprechenden Bilanzen für die Ionisierungsprozesse mitbetrachtet werden müssen:

Erhöhung:

Photoionisation ( $\sim N_{i-1}$ )

Stoßionisation ( $\sim N_{i-1} \cdot N_e$ )

Erniedrigung:

Strahlungsrekombination ( $\sim N_i \cdot N_e$ )

Dreierstoßrekombination ( $\sim N_i \cdot N_e^2$ )

Im vollständigen thermischen Gleichgewicht wären alle Einzelprozesse auf der jeweils linken Seite gleich häufig wie die entsprechenden auf der rechten Seite. Bei optisch dünnen Plasmen kann man nun aber offenbar den Photo-Anregungs- bzw. Ionisierungsprozeß vernachlässigen. Für die Gleichgewichtsverhältnisse - vorausgesetzt, daß sich solche in hinreichend kurzen, durch das Experiment vorgegebenen Zeitintervallen überhaupt einstellen können - ist es also ausschlaggebend, welcher der jeweils zwei Prozesse auf der rechten Seite überwiegend die Stoßanregung bzw. Stoßionisation ausbalanciert.

Für den Ionisierungsprozeß läßt sich in beiden Grenzfällen für das Verhältnis  $N_i/N_{i-1}$  ein relativ einfacher Ausdruck angeben:

a) Saha-Gleichgewicht:

$$(10) \quad \frac{N_i}{N_{i-1}} = \frac{1}{N_e} \cdot \frac{U_i}{U_{i-1}} \cdot 2 \cdot \frac{(2\pi m k T_e)^{3/2}}{h^3} \cdot \exp(-\chi_{i-1}/kT_e)$$

wobei:

$$\left. \begin{matrix} U_i \\ U_{i-1} \end{matrix} \right\} = \text{Zustandssummen}$$

$\chi_{i-1}$  = Ionisierungsenergie (zwischen i-1 und i)

Die Saha-Gleichung gilt streng nur bei vollständigem thermischen Gleichgewicht, d.h. bei Gleichheit sowohl der beiden Photo- als auch der Stoßprozesse. Sie bleibt aber auch noch weitgehend gültig, wenn die beiden Photoprozesse gegenüber den beiden Stoßprozessen zu vernachlässigen sind, wenn sich ein Gleichgewicht also nur zwischen:

Stoßionisation  $\leftrightarrow$  Dreierstoßrekombination

einstellt.

b) Korona-Gleichgewicht

$$(11) \quad \frac{N_i}{N_{i-1}} = \frac{3\sqrt{3}}{16\alpha^3} \cdot \frac{f_2}{f_1} \cdot \frac{\xi_{no}}{g_{no}} \left( \frac{E_H}{\chi_{i-1}} \right)^2 \cdot \frac{e^{-\chi_{i-1}/kT_e}}{\chi_{i-1}/kT_e}$$



wobei:

$$f_1/f_2 = 1,25 \text{ (quantenmechanische Korrektur)}$$

$$\alpha = 1/137 \text{ (Feinstrukturkonstante)}$$

$n_0$  = Elektronenzahl in der  $n_0$ -ten Schale ( $n_0$  = Hauptquantenzahl des Grundzustandes)

$g_{n_0}$  = statistisches Gewicht  $\approx 2$  (Zur Berücksichtigung einer Rekombination in höhere Schalen)

$$E_H = 13,60 \text{ [eV]} \text{ (Ionisierungsenergie des H-Atoms)}$$

Das Korona-Gleichgewicht liegt vor, wenn:

$$\text{Stoßionisation} \longleftrightarrow \text{Strahlungsrekombination}$$

und es ist im Gegensatz zum Saha-Gleichgewicht - von Korrekturen abgesehen - unabhängig von der Elektronendichte  $N_e$ .

Die nun zunächst am meisten interessierende Frage lautet: Wann liegt in einem Plasma ein Saha- und wann ein Korona-Gleichgewicht vor? Diese Frage kann dadurch beantwortet werden, daß man nach den Werten von  $N_e$  und  $kT_e$  sucht, für die beide Gleichungen denselben Ionisationsgrad für ein wasserstoffähnliches Ion mit der Ionisierungsenergie  $\chi_1$  ergeben, oder - was auf das Gleiche hinausläuft - für die die Strahlungsrekombination ebenso häufig wie die Dreierstoßrekombination ist. Dieser Fall liegt vor, wenn:

$$N_e / (kT_e)^{1/2} = 3 \cdot 10^{13} \cdot \chi_1^3 \left( \frac{\chi_1}{kT_e} \right) \text{ in [eV]}$$

In Fig. 6 ist diese Grenzlinie eingetragen. Im Gebiet links oberhalb dieser Linie liegt der Bereich für das Saha-Gleichgewicht, rechts unterhalb der Korona-Bereich. In der Nähe der Grenzlinie selbst sind allerdings an dem Ausgleich der Stoßionisationsprozesse sowohl Strahlungs- als auch Dreierstoßprozesse vergleichbar beteiligt, und dieser Übergangsbereich wird daher weder durch Gl. (10) noch durch Gl. (11) allein befriedigend beschrieben. Die Plasma-verhältnisse für eine Reihe von Hochtemperaturexperimenten sind in Fig. 6 angegeben, sie liegen fast ausschließlich im Korona-Gebiet.

Nachdem damit die Bereiche für die beiden Gleichgewichte abgesteckt sind, soll die Frage beantwortet werden: Bei welcher Temperatur tritt ein wasserstoffähnliches Ion mit der Ionisierungsenergie  $\chi_1$  gleich häufig auf wie die nächste Ionisierungsstufe, d.h.:

$$N_i / N_{i-1} = 1$$

In Fig. 7 ist dieser Vergleich dargestellt und zwar sowohl für das Saha- als auch für das Korona-Gleichgewicht. Mit Hilfe solcher Diagramme kann man nun allein schon aus der Tatsache, daß im Plasma eine Emissionslinie einer bestimmten Ionisierungsstufe überhaupt auftritt, eine Temperaturabschätzung vornehmen: Aus dem vorangegangenen Bild ging hervor, daß man bei den gegenwärtigen Hochtemperatur-Plasmaexperimenten im Korona-Bereich (soweit sich überhaupt ein Gleichgewicht einstellen kann) arbeitet. Wird z.B. experimentell festgestellt, daß OVIII-Emissionslinien ( $\chi_{i-1}=871$  [eV]) im Plasma dominieren, so entnimmt man der Fig. 7 eine zugehörige Elektronentemperatur von 200 - 300 [eV]. Die Angabe dieses Wertes ist zwar nicht sehr genau möglich, weil der Temperaturbereich, innerhalb dessen die Linie zu beobachten ist, eine gewisse Breite hat, doch erlaubt diese Methode eine sehr einfache Temperaturabschätzung. Es sei aber nochmals betont, daß das Vorhandensein von Korona-Gleichgewicht Voraussetzung für diese Methode ist. Sind die Einstellzeiten für dieses Gleichgewicht zu lang, verglichen mit den Zeiten, in denen sich die Verhältnisse im Plasma ändern, so erhält man auf diese Weise bei zeitlich ansteigender Temperatur eine zu tiefe Temperaturangabe, weil die Ionisierungsprozesse dem Temperaturanstieg nicht folgen können.

Für die Besetzungsbilanz des oberen Anregungszustandes  $N_n$  in Gl. (9) gilt bezüglich der beteiligten Prozesse das Analoge wie für die Ionisierung. Im optisch dünnen Plasma erfolgt die Erhöhung der Besetzungszahl wiederum ausschließlich durch Stoßanregung, die Erniedrigung dagegen hängt davon ab, ob Strahlungsübergänge oder superelastische Stöße überwiegen. Liegt der Energiewert des oberen Termes hinreichend nahe bei der Ionisierungsgrenze, so werden die Anregungsstöße im wesentlichen durch superelastische Stöße ausgeglichen: Für große Hauptquantenzahlen überwiegt nämlich die Übergangshäufigkeit durch Stöße gegenüber den spontanen Übergängen immer mehr. Die oberen Terme stehen deshalb mit dem Grundzustand des nächst höheren Ions (Index:  $i + 1$ ) im Saha-Gleichgewicht und die Besetzungszahl  $N_n$  ergibt sich gemäß Gl. (10) zu:

$$N_n = N_e \cdot N_{i+1} \cdot \left( \frac{2 g_{o,i+1}}{g_{n,i}} \cdot \frac{(2\pi m_e kT_e)^{3/2}}{h^3} \cdot e^{-\left(\frac{\chi_i - \epsilon_n}{kT_e}\right)} \right)^{-1}$$



$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_{0,i+1} \\ \varepsilon_{n,i} \end{array} \right\} = \text{Stat. Gewicht vom } \left\{ \begin{array}{l} \text{Grundzustand des nächsten Ions} \\ \text{Zustand } n \end{array} \right.$$

$\chi_i$  = Ionisierungsenergie des emittierenden Ions

$\varepsilon_n$  = Anregungsenergie für Zustand  $n$

Unterhalb derjenigen Hauptquantenzahl  $n^*$ , bei der die superelastischen Stöße und die Strahlungsübergänge gleich häufig erfolgen (näherungsweise:  $n^* \approx (Z_i + 2)$  mit  $Z_i$  = Ionenladungszahl des emittierenden Ions, also z.B.:  $n^* \approx 2$  für H-Atome) liegt wieder ein Korona-Gleichgewicht vor:

Stoßanregung  $\leftrightarrow$  Photoemission

d.h. die Besetzungsdichte des Termes  $n$  ergibt sich aus:

$$N_e \cdot N_i \cdot \langle \sigma \cdot v_e \rangle = N_n \cdot \sum_{n' < n} A_{n',n}$$

wobei:

$N_i \approx N_{oi}$  = Dichte des emittierenden Ions im Grundzustand

$\sigma$  = Stoßquerschnitt für den Übergang  $n=0 \rightarrow n$

$\langle \sigma \cdot v_e \rangle$  = Mittelung des Produktes  $\sigma \cdot v_e$  über alle Elektronengeschwindigkeiten  $v_e$

$\sum_{n' < n} A_{n',n}$  tritt auf, weil vom Term  $n$  Übergänge in alle tiefer gelegenen Niveaus  $n'$  berücksichtigt werden müssen.

Die Intensität einer Spektrallinie ergibt sich also im Falle des Korona-Gleichgewichtes zu:

$$(12) \quad \int_{\text{Linie}} \varepsilon_\lambda \cdot d\lambda = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{hc}{\lambda} \cdot \frac{A_{mn}}{\sum_{n' < n} A_{n',n}} \cdot q \cdot N_i \cdot N_e \cdot \langle \sigma \cdot v_e \rangle$$

wobei  $q$  den Bruchteil angibt, den die emittierenden Ionen zur Gesamt-Ionenkonzentration  $N_i$  stellen. Außer durch die Übergangswahrscheinlichkeiten ist also das Emissionsvermögen einer Spektrallinie im Falle des Korona-Gleichgewichtes wesentlich durch den Stoßquerschnitt für den Anregungsprozeß bestimmt. Angaben über diese Größe lassen sich gegenwärtig aber i.a. nur ungenau machen, so daß Berechnungen von Linienintensitäten für diesen Fall entsprechend unsicher sind. Allerdings hängt  $\langle \sigma \cdot v_e \rangle$  sehr stark von der Temperatur ab, und diese Abhängigkeit ist oftmals besser bekannt als die Absolutwerte von  $\sigma$ , so daß man aus den Linien-

intensitäten trotzdem noch zu Temperaturangaben kommen kann, die nur bis auf einen Faktor von höchstens etwa 2 unsicher sind. Bei einem Vergleich von Emissionslinien aus zwei verschiedenen Ionisierungsstufen tritt überdies auch nur noch das Verhältnis der beiden entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeiten auf, das oftmals ebenfalls sicherer bekannt ist als die Absolutwerte.

Es ist bereits mehrfach darauf hingewiesen worden, daß das Vorhandensein irgendeiner Art von Gleichgewicht für die Besetzungs- und Ionisierungsprozesse fraglich sein kann, weil die Einstellzeiten zu lang sind gegenüber den Zeitintervallen, in denen sich die Plasmaverhältnisse nur unwesentlich ändern. Z.B. beträgt für den Ionisierungsprozeß OVII → OVIII die Einstellzeit bei  $N_e = 10^{17} \text{ [cm}^{-3}\text{]}$  und  $T_e = 100 \text{ [eV]} : 300 \text{ [}\mu\text{sec]}$ , und für  $T_e = 200 \text{ [eV]}$ :  $10 \text{ [}\mu\text{sec]}$ . Die Einstellzeit für den Ionisierungsprozeß hängt also auch sehr drastisch von der Temperatur ab. Diese Tatsache kann man nun wiederum ebenfalls zu einer Temperaturabschätzung bei schnell veränderlichen Plasmavorgängen benutzen, wie jetzt an einem Beispiel erläutert werden soll:

Die Einstellzeit für den Ionisierungsübergang läßt sich angeben zu:

$$(13) \quad \tau_E = \frac{1,4 \cdot 10^7}{N_e \cdot n_e} \cdot Z^2 \left( \frac{E_H}{k T_e} \right)^{1/2} \cdot \frac{\chi_i}{E_H} \cdot \exp\left(\frac{\chi_i}{k T_e}\right) \text{ [sec]}$$

wobei:

$n_e$  = Anzahl der Elektronen in der äußeren Valenzschale

$Z$  = Ionenladungszahl, die das zu entfernende Valenzelektron "sieht"

Sei nun in einem speziellen Fall die Elektronendichte bestimmt worden zu:  $N_e = 1 \cdot 10^{17} \text{ [cm}^{-3}\text{]}$  und werde das Auftreten einer CV-Linie beobachtet, deren Anregungsterm einen derart geringen Abstand von der Ionisierungsgrenze des CV-Ions ( $\chi_{i,CV} = 392 \text{ [eV]}$ ) habe, daß seine Besetzung über den Grundzustand des CVI-Ions durch Dreierstoßrekombination erfolgen sollte (vergl. oben) und deshalb Saha-Gleichgewicht mit dem CVI-Ion für seine Besetzung angenommen werden kann, und sei ferner die Zeitspanne, in der sich die Linienemission und die Plasmaverhältnisse nicht sehr wesentlich ändern  $2 \cdot 10^{-6} \text{ [sec]}$ , so läßt sich aus diesen Daten und Gl. (13) die Temperatur abschätzen zu:

$$T_e \approx 1 \cdot 10^6 \text{ [}^\circ\text{K]}.$$



Wäre die Zeitspanne der "ruhigen Phase" nur  $1 \cdot 10^{-6}$  [sec] gewesen, so hätte sich daraus eine Temperatur zu  $T_e \approx 1,2 \cdot 10^6$  [°K] ableiten lassen.

Die Erläuterungen der Intensitäten von Spektrallinien sollen nicht abgeschlossen werden, ohne zu erwähnen, daß auch in einem sonst optisch dünnen Plasma das Emissionsvermögen im Kern einer Spektrallinie derart hoch sein kann, daß es durch die Plancksche Strahlungskurve begrenzt wird. In ihrem Zentrum wird diese Linie dann optisch dick, was besonders bei den Resonanzlinien eines Ions der Fall sein kann. Dann wird die Linienintensität selbstverständlich nicht mehr durch die Gl. (12) beschrieben. Es ergibt sich in diesem Falle aber eine weitere Möglichkeit zur Temperaturbestimmung, indem die Intensität im optisch dicken Linienkern mit der Schwarzkörperstrahlung verglichen wird.

Da schließlich die Resonanzlinien (wie natürlich auch die übrigen Spektrallinien) mit zunehmender Ionisierungsstufe des Mutterions bei immer kürzeren Wellenlängen auftreten (die Resonanzlinien aus wasserstoffähnlichen Ionen verschieben sich z.B. wie  $\lambda/Z^2$ ), wächst mit steigender Temperatur auch die aus dem Plasma durch Spektrallinien emittierte Energie:  $hc/\lambda$ .

## 6) Linienprofile

Außer durch ihre Intensität bieten in optisch dünnen Plasmen die Emissionslinien auch Informationsmöglichkeiten durch ihre Linienprofile.

Im Gegensatz zu Plasmen bei tiefer Temperatur tritt bei Hochtemperaturplasmen eine Linienverbreiterung durch Wechselwirkungen der Plasmateilchen untereinander (Stark-Verbreiterung) zurück gegenüber anderen Verbreiterungsmechanismen. Eine allgemeine Aussage für die Linienverbreiterung durch Starkeffekt kann nicht gemacht werden, da diese sehr stark von dem betrachteten Übergang abhängt. Für die Linien speziell von wasserstoffähnlichen Ionen (hier liegt linearer Starkeffekt vor) aber läßt sich die Halbwertsbreite durch Starkeffekt in roher Näherung angeben zu:

$$(14) \quad \Delta \lambda_s \approx 2 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{n^2 \cdot N_e^{2/3}}{Z} \cdot \lambda^2 \quad [\text{Å}]$$

$n$  = Hauptquantenzahl des oberen Terms

$\lambda$  = Wellenlänge der Linie in [Å]

Die Balmer-Linie  $H\beta$  (4861 Å,  $n = 4$ ) hätte nach dieser Näherungsformel bei einer Elektronendichte von  $3 \cdot 10^{16}$  [cm<sup>-3</sup>] eine Halbwertsbreite von:

$$\Delta \lambda_{s, H\beta} \approx 8 \text{ [Å]}$$

Die entsprechende Linie bei wasserstoffähnlichen Ionen ( $\lambda_i = \lambda_{H\beta} / Z^2$ ) ist dann bei der gleichen Elektronendichte:

$$\Delta \lambda_{s, i} \approx 8/Z^5 \text{ [Å]} \quad (Z = \text{Ionenladung, die das Valenzelektron "sieht"})$$

breit. Bei großen  $Z$ -Werten ist also die Linienverbreiterung durch Stark-Effekt zu vernachlässigen.

Als wesentlichste Ursache für die Linienverbreiterung ist in Hochtemperaturplasmen die Doppler-Verbreiterung zu nennen. Sie kommt durch die Geschwindigkeitsverteilung der emittierenden Ionen zustande. Ist diese durch eine Maxwell-Verteilung gegeben, so ist sie durch die Temperatur der emittierenden Ionen  $T_i$  und deren Masse bestimmt zu:

Volle Doppler-Halbwertsbreite:

$$(15) \quad \Delta \lambda_D = 0,718 \cdot 10^{-6} \cdot \lambda \cdot (T_i/M)^{1/2} \text{ [Å]}$$

wobei:

$T_i$  = Iontemperatur in [°K]

$M$  = Atomgewicht des emittierenden Ions ( $M = 16$  für Sauerstoff)

$\lambda$  = Wellenlänge der Emissionslinie in [Å]

Die OVII (1624 Å)-Linie z.B. weist demnach bei einer Iontemperatur  $T_i = 2 \cdot 10^6$  [°K] eine volle Halbwertsbreite durch Doppler-Verbreiterung von  $\Delta \lambda_D = 0,4$  [Å] auf.

Die Bestimmung von Dopplerbreiten hat deshalb eine besondere Bedeutung, weil sie eine Ermittlung der Iontemperatur erlaubt, wohingegen alle früher besprochenen Meßmethoden nur Aussagen über die Elektronentemperatur machen. In der Praxis bringt sie jedoch folgende Schwierigkeiten mit sich:

Eine auf den Beobachter zu gerichtete Bewegung der emittierenden Ionen (Geschwindigkeit  $\pm v_i$ ) bedeutet eine Doppler-Verschiebung



der Linie um:

$$(16) \quad \Delta \lambda_v = \pm \frac{v_1}{c} \cdot \lambda$$

Es kann nun sein, daß z.B. irgendwelche turbulenzartigen Ionenbewegungen im Plasma ebenfalls gerade eine Doppler-Verbreiterung im Linienprofil (Gauss-Profil) vortäuschen, obwohl die eigentliche Iontemperatur eine geringere Dopplerbreite ergeben würde. Man hat daher nicht nur das Vorhandensein eines Gauss-Profiles selbst sicherzustellen, sondern ebenfalls nachzuprüfen, ob auch die Linienprofile von Ionen sehr verschiedener Masse eine Gauss-Verteilung besitzen, die alle der gleichen Temperatur entsprechen. Bei turbulenzartigen Bewegungen im Plasma sollte ja im Gegensatz dazu die Halbwertbreite für alle Massen nur proportional zur Wellenlänge  $\lambda$  der emittierten Linien sein.

Wegen Gl. (16) sind natürlich aus dem Linienprofil auch Angaben über gerichtete Ionengeschwindigkeiten möglich.

Ist im Plasma ein Magnetfeld vorhanden, so kommt zur Dopplerverbreiterung als zusätzlicher Effekt die Zeeman-Aufspaltung der Emissionslinien hinzu und kann leicht gerichtete Ionengeschwindigkeiten vortäuschen. Die Zeeman-Aufspaltung beträgt bei Vorliegen des normalen Zeeman-Effektes:

$$(17) \quad \Delta \lambda_z = 4,67 \cdot 10^{-13} \cdot \lambda^2 \cdot H \quad [\text{Å}]$$

$\lambda$  = Wellenlänge der Emissionslinie in [Å]

H = Magnetfeld im Plasma in [Gauss]

Bei einer Emissionslinie mit der Wellenlänge von z.B. 2000 [Å] beträgt daher die Aufspaltung in einem Magnetfeld von 50 [KGauss]: 0,1 [Å].

Die Tatsache, daß die einzelnen Komponenten der durch Zeeman-Effekt aufgespaltenen Spektrallinie verschiedene Polarisations-eigenschaften besitzen, gibt jedoch die Möglichkeit für eine Entscheidung darüber, wieweit das Linienprofil durch die Ionenbewegung oder das vorhandene Magnetfeld bestimmt ist. Zusätzlich wird dadurch aber auch noch das im Plasma vorhandene Magnetfeld einer Messung zugänglich.

Wegen der Abhängigkeit von  $\lambda^2$  tritt bei kurzen Wellenlängen die Zeeman-Aufspaltung immer mehr hinter der Doppler-Verbreiterung zurück, die nur mit  $\lambda$  abnimmt.

Experimentell geschieht die Registrierung von Linienprofilen in den sehr schnell veränderlichen Plasmen z.B. dadurch, daß mit verschiedenen Photomultipliern gleichzeitig die einzelnen Teilbereiche des Gesamtprofils gemessen werden. Dazu ist ein möglichst lichtstarker, sehr gut fokussierender Spektrograph mit großer Dispersion und hohem Auflösungsvermögen erforderlich oder man verwendet wegen der wesentlich günstigeren Auflösungs- und Dispersions-Eigenschaften z.B. ein Fabry-Perot-Interferometer. Glasfibrerlichtleiter oder geeignete Umlenkspiegel führen die Teilintensitäten des Gesamtprofils dann den einzelnen Photomultipliern zu. Auch Vorrichtungen mit hin- und herschwingenden, schmalen Austrittsspalten des Spektrographen oder schwingende Fabry-Perot-Platten werden verwendet. In diesem Fall registriert ein einziger Photomultiplier nacheinander sehr schnell das Gesamtprofil. Das Zeitaufhebungsvermögen solcher Geräte ist für Messungen an schnell veränderlichen Plasmen aber oftmals nicht ausreichend.

### 7) Strahlungsverluste

Der letzte Teil dieses Berichtes soll die Frage nach den Energieverlusten betreffen, die ein Hochtemperaturplasma durch die Abstrahlung elektromagnetischer Wellen erleidet. Im Falle eines reinen Wasserstoff- (oder Deuterium)-Plasmas verläßt bei Temperaturen oberhalb  $10^6$  [°K] die gesamte abgestrahlte Energie (abgesehen zunächst von den besonderen Verhältnissen im Infraroten) das Plasma im wesentlichen als reine Bremsstrahlung. Durch Integration von Gl. (1) über alle Wellenlängen und den Raumwinkel  $4\pi$  ergeben sich diese reinen Bremsstrahlungsverluste für reinen Wasserstoff zu:

$$(18) \quad P_{ff,H} = 1,57 \cdot 10^{-27} \cdot N_e^2 \cdot T^{1/2} \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \cdot \text{sec}} \right]$$

(T in [°K])

wobei für  $g_{ff}$  der Wert  $g_{ff} = \frac{2}{\pi} \cdot 3^{1/2} = 1,10$  benutzt wurde, der von dem Gaunt-Faktor für die frei-frei-Strahlung als Grenzwert



bei hohen Temperaturen angenommen wird. Interessiert man sich für das Verhältnis dieser abgestrahlten Energie zur thermischen Energie der Elektronen:  $\frac{3}{2} N_e \cdot kT$ , so erhält man die sogenannte Abkühlungsrate der thermischen Elektronen durch frei-frei-Strahlung:

$$(19) R_{ff,H} = 7,6 \cdot 10^{-12} \cdot N_e / T^{1/2} \quad [\text{sec}^{-1}] \quad (T \text{ in } [^{\circ}\text{K}])$$

Der Kehrwert dieser Größe gibt die Zeitdauer an, in der bei der konstanten Temperatur  $T$  (die dann natürlich durch eine entsprechende zusätzliche Aufheizung des Plasmas aufrecht erhalten bleibe) die thermische Energie der Elektronen gerade einmal voll als frei-frei-Strahlung emittiert wird.

Betrachten wir als Beispiel ein Plasma mit:  $T = 3 \cdot 10^6 [^{\circ}\text{K}]$  und  $N_e = 10^{17} [\text{cm}^{-3}]$ . Für dieses ergibt sich die genannte Abkühlungszeit zu:  $t_K = 2,3 \cdot 10^{-3} [\text{sec}]$ .

Tragen Verunreinigungen zur Bremsstrahlung bei, so erhöhen sich gemäß dem früher Gesagten (vergl. Gl. (1)) die abgestrahlten Bremsstrahlungsverluste um:

$$(20) \Delta P_{ff} = 1,57 \cdot 10^{-27} N_e^2 T_e^{1/2} \sum_i q_i Z_i^2 \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{ sec}} \right]$$

$q_i \left( \approx \frac{N_{\text{ion},i}}{N_e} \right) =$  Bruchteil der Verunreinigungs-Ionendichte mit der Ionenladungszahl  $Z_i$  von der Gesamt-Dichte  
( $T$  in  $[^{\circ}\text{K}]$ )

Wir behalten nun das obige Beispiel bei:  $T = 3 \cdot 10^6 [^{\circ}\text{K}]$ ,  $N_e = 10^{17} [\text{cm}^{-3}]$  und nehmen an, daß im Plasma 1 % Sauerstoff als Verunreinigung vorhanden sei. Nach Fig. 7 liegt bei  $T = 3 \cdot 10^6 [^{\circ}\text{K}]$  der Sauerstoff gerade zu etwa je 50 % als OVIII-Ion und als OIX-Ion ( $\chi_{\text{OVII}} = 871 [\text{eV}]$ ) vor. Durch Berücksichtigung des Bremsstrahlungsbeitrages dieser Verunreinigung verringert sich die Abkühlungszeit dann um den Faktor 1,6 zu:  $t_K = 1,4 \cdot 10^{-3} [\text{sec}]$ .

Durch zusätzliche Berücksichtigung der Rekombinationsstrahlung vergrößern sich die Strahlungsverluste weiter, und die Abkühlungszeiten werden noch kürzer. Im genannten Beispiel würde das bei alleiniger Berücksichtigung der Rekombination in den OVIII- (bzw. OVII-)-Grundzustand eine Gesamtkorrektur um den Faktor 4 ausmachen, so daß sich Abkühlzeiten von etwa  $t_K \approx 6 \cdot 10^{-4} [\text{sec}]$  ergeben.

kommt man zu dem Ergebnis:

Gleichzeitig sind aber selbstverständlich auch die Abstrahlungsverluste durch die Verunreinigungs-Spektrallinien mit zu betrachten. Ziehen wir nur die Resonanzlinien für diese Verluste in Betracht, so findet eine Erniedrigung der Abkühlzeiten durch diese Emissionslinien gegenüber der Abstrahlung durch reine Wasserstoff-Bremsstrahlung statt um den Faktor:

$$(21) \frac{t_{K, \text{Linie}}}{t_{K, \text{ff}, H}} = 4,1 \cdot 10^{-12} \cdot T \cdot \left( \sum_i q_i \exp\left(\frac{-\epsilon_i}{kT}\right) \right)^{-1}$$

$\epsilon_i$  = Anregungsenergie für die Resonanzlinie

(Dabei ist die Oszillatorenstärke für die Resonanzübergänge pauschal gleich 0,5 gesetzt)

In unserem Beispiel:  $T = 3 \cdot 10^6$  [°K] und 1 % Sauerstoff-Verunreinigung ergibt sich daraus:

$$t_{K, \text{OVIII}(L\alpha)} = 3 \cdot 10^{-2} \cdot t_{K, \text{ff}} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ [sec]}$$

wobei nur die Lyman- $\alpha$ -Linie des OVIII-Ions mit dem Anregungsniveau:  $\epsilon_{L\alpha} = \frac{3}{4} \cdot E_H \cdot Z^2 = 653$  [eV] berücksichtigt und nach obigem  $q_{\text{OVIII}} = 0,005$  gesetzt wurde.

Bei höheren Temperaturen nimmt gemäß der Korona-Gleichung (11) der Bruchteil  $q_i$  der OVIII-Ionen an der Gesamtionendichte immer mehr ab, bis schließlich nur noch der Sauerstoffkern mit der Kernladungszahl  $Z_i = 8$  vorliegt. Dann entfällt natürlich die Linienstrahlung vollständig und damit auch die zugehörige Strahlungskühlung. Die Abkühlungszeit steigt dann also wieder an auf den Wert  $t_K = 2,5 \cdot 10^{-3}$  [sec] ( $q_{\text{OIX}} = 0,01$ ,  $T \sim 10^7$  [°K]), wenn ebenfalls die Rekombinationsstrahlungs-Verluste vernachlässigt werden.

Nachdem damit die Energieverluste durch Emission von Linien und Kontinuum im sichtbaren und kurzwelligeren Spektralbereich erläutert worden sind, müssen noch einige kurze Bemerkungen über Strahlungsverluste durch die Cyclotronstrahlung gemacht werden. Unter der Annahme, daß der Magnetfelddruck innerhalb des Plasmas gleich dessen gaskinetischen Druck ist:

$$\frac{B^2}{8\pi} = 2 N_e \cdot kT_e$$

kommt man zu dem Ergebnis:



$$(22) P_{\text{cycl}} = 3,7 \cdot 10^{-39} N_e^2 \cdot T_e^2 \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{ sec}} \right]$$

verglichen nochmals mit den Bremsstrahlungsverlusten eines reinen Wasserstoffplasmas (Gl. (17)):

$$P_{\text{ff,H}} = 1,57 \cdot 10^{-27} N_e^2 \cdot T_e^{1/2} \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{ sec}} \right]$$

Bis zu Temperaturen von  $T_e = 5,65 \cdot 10^7$  [°K] trägt nach diesem Vergleich die Cyclotronstrahlung weniger zu den Verlusten bei als die genannte Bremsstrahlung. Darüber allerdings wächst sie wegen der höheren Temperaturabhängigkeit erheblich rascher an. Jedoch mögen die Cyclotronstrahlungs-Verluste mit obiger Gl. (22) überschätzt sein, besonders da in dem Bereich der Cyclotronfrequenz und z.T. auch seiner oberen Harmonischen nach dem früher Gesagten das Plasma optisch dick sein kann. Auch versucht man aus anderen Gründen oftmals zu erreichen, daß der Magnetfelddruck im Plasma geringer ist als der gaskinetische Druck.

Abschließend soll noch ein kurzer Ausblick darüber gegeben werden, welchen Einfluß die Strahlungsverluste auf ein Plasma haben, in dem thermonukleare Reaktionen stattfinden. Wir wollen dazu die Frage dahingehend präzisieren, daß wir diejenige Temperatur suchen, oberhalb der die Energieerzeugung durch thermonukleare Prozesse größer ist als die Strahlungsverluste.

Dazu nehmen wir an, daß die Elektronentemperatur gleich der Ionen-temperatur sei und daß ein reines Deuteriumplasma vorliege, so daß nur Bremsstrahlungsverluste auftreten.

Die Energieerzeugung durch D-D-Reaktionen in einem Plasma läßt sich angeben zu:

$$(23) P_{\text{DD}} = 3,3 \cdot 10^{-6} \cdot N_D^2 \cdot \langle \sigma \cdot v_D \rangle \left[ \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{ sec}} \right]$$

wobei:

$\sigma$  = Wirkungsquerschnitt für D-D-Reaktionen

$\langle \sigma \cdot v_D \rangle$  = Mittelung des Produktes  $\sigma \cdot v_D$  über alle Ionengeschwindigkeiten  $v_D$

Das Produkt  $\langle \sigma \cdot v_D \rangle$  ist sehr stark von der Temperatur abhängig.

In Fig. 8 sind die Bremsstrahlungsverluste und die Energie-Erzeugung durch D-D-Reaktionen bei verschiedenen Temperaturen aufgetragen. Die Zahlenangaben der Ordinate gelten für die Dichte von  $10^{15} \text{ [cm}^{-3}]$ , die Ordinate kann aber auch als relative Maßangabe aufgefaßt werden, da beide Prozesse von  $N^2$  abhängen. Man erkennt, daß für die D-D-Reaktion bei einer Temperatur von  $36 \text{ [KeV]} = 4,1 \cdot 10^8 \text{ [}^\circ\text{K]}$  der Energiegewinn die Verluste gerade deckt. Diese Temperatur nennt man die "ideale Zündtemperatur". Oberhalb dieses Wertes überwiegt der Energiegewinn aus den D-D-Reaktionen. In dem Bild sind auch die entsprechenden Verhältnisse für die D-T-Reaktion eingetragen. Hier liegt die ideale Zündtemperatur schon bei  $4 \text{ [KeV]} = 4,6 \cdot 10^7 \text{ [}^\circ\text{K]}$ . Schließlich ist noch für die Dichte  $10^{15} \text{ [cm}^{-3}]$  der gaskinetische Plasmadruck für die verschiedenen Temperaturen angegeben (Zum Vergleich: Der Magnetfelddruck auf das Plasma beträgt:

$$P = 3,9 \cdot 10^{-8} \cdot B^2 \quad \text{[Atm.]} \quad \text{für } B \text{ in [Gauss]}$$

d.h.  $10 \text{ [KGauss]}$  entspricht  $3,9 \text{ [Atm.]}$ ).

M. R. Hirt: "The Inverted Pinch from a Plasma of Cusped Geometry"

Raytheon Co., Report No. TR-63-100 (June, 1963)

F. L. Wiser: "Experimental Methods in Plasma Physics" in "Collisions" (1965)

G. A. Sawyer, F. G. Jahromi, Y. L. Ribe, T. P. Stratton: "X-Ray Spectroscopic Measurements of a High-Temperature Plasma"

J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 2 (1962) 407

L. Spitzer: "Physics of Fully Ionized Gases" Interscience Inc., (1956)

T. P. Stratton: "Plasma Temperatures by Spectroscopy in the X-Ray-Region"

Aus: Temperature, Its Measurement and Control, (1962), Seite 663 ff.



Literatur:

- A.H. Gabriel, G.B.F. Niblett, N.J. Peacock:  
"Vacuum Ultra-Violet Radiation from a Magnetically Compressed Plasma", Culham-Report CLM-P11 (1962)  
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 2 (1962) 491
- S. Glasstone, R.H. Lovberg:  
"Controlled Thermonuclear Reactions"  
D. Van Norstrand Comp., Inc., (1960)
- H.R. Griem: "Measurement Techniques in High-Energy-Plasmas"  
Aus: Temperature, Its Measurement and Control, (1962), Seite 615 ff.
- H.R. Griem: "Plasma Spectroscopy"  
McGraw-Hill Book Co. (1964)
- M.F. Kimmit, G.B.F. Niblett:  
"Infrared Emission from the Theta Pinch"  
Culham Report CLM-P26 (1963)  
Proc. Phys. Soc. London (1963) 938  
(82)
- M.F. Kimmit: "Far Infra-Red Emission from a Plasma of Cusped Geometry"  
Royal Radar Establishment  
Memorandum No. 2003 (June, 1963)
- F.L. Ribe: "Experimental Methods in Plasma Physics"  
In Vorbereitung (1965)
- G.A. Sawyer, F.C. Jahoda, F.L. Ribe, T.F. Stratton:  
"X-Ray Spectroscopic Measurements of a High-Temperature Plasma"  
J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 2 (1962) 467
- L. Spitzer: "Physics of Fully Ionized Gases"  
Interscience Inc., (1956)
- T.F. Stratton: "Plasma Temperatures by Spectroscopy in the X-Ray-Region"  
Aus: Temperature, Its Measurement and Control, (1962), Seite 663 ff.

Bildunterschriften

- Fig. 1: Transmissionsverhältnisse von einigen Absorptionsfolienpaaren für Bremsstrahlung im weichen Röntgengebiet in Abhängigkeit von der Plasmatemperatur. (Aus: Glasstone et al.)
- Fig. 2: Anschluß eines Kristallspektrometers (links im Bild) und einer Meßanordnung mit einem Absorptionsfolienpaar (rechts im Bild) an ein Hochtemperatur-Plasmaexperiment (Theta-Pinch). (Aus: Sawyer et al.)
- Fig. 3: Emissionsvermögen  $\epsilon_\lambda$  eines Deuterium-Plasmas mit 1 % Sauerstoffverunreinigung in Abhängigkeit von der Wellenlänge. Temperatur  $10^7$  [°K], Elektronendichte  $10^{17}$  [cm<sup>-3</sup>]. (Aus: Gabriel et al.)
- Fig. 4: Schematische Darstellung des Emissionsvermögens  $\epsilon_{\nu, ff}$  unter besonderer Berücksichtigung der Verhältnisse im infraroten Spektralbereich. (Aus: Kimmit)
- Fig. 5: Beispiel für ein Infrarot-Spektrum eines Theta-Pinch-Plasmas. (Aus: Kimmit et al.)
- Fig. 6: Gültigkeitsbereiche für Saha- und Korona-Gleichungen bei verschiedenen Plasmabedingungen. Die Verhältnisse für acht verschiedene Plasmaexperimente sind eingetragen. (Aus: Stratton)
- Fig. 7: Ionisierungsgrad:  $N_{i+1}/N_i = 1$  in Abhängigkeit von der Ionisierungsenergie  $\chi_i$  und der Elektronentemperatur für wasserstoffähnliche Ionen im Falle des Saha- und des Korona-Gleichgewichtes. (Aus Stratton)
- Fig. 8: Energieerzeugung durch thermonukleare Reaktionen und Bremsstrahlungsverluste in Plasmen in Abhängigkeit von der Temperatur. (Aus: Glasstone et al.)



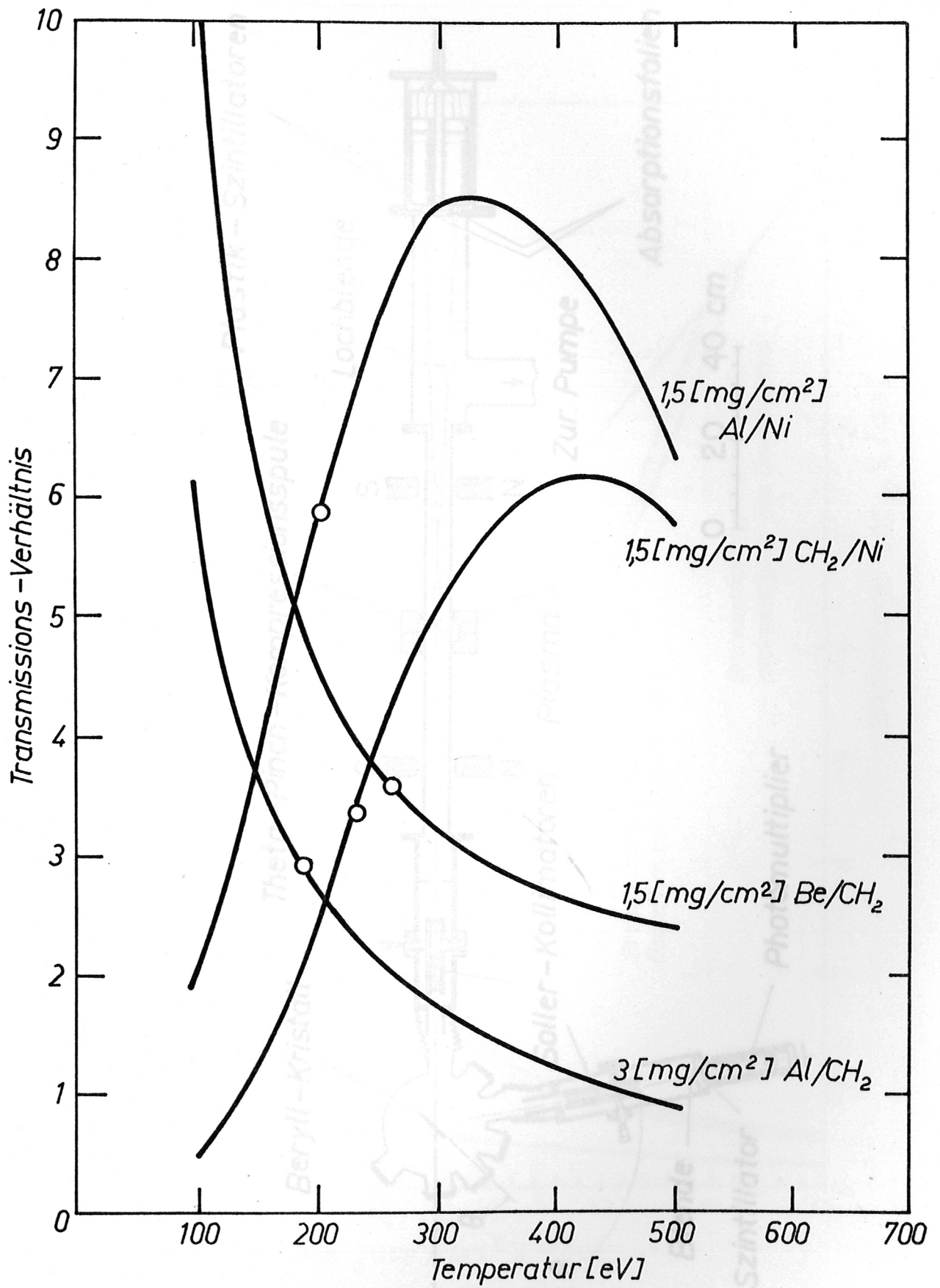


Fig. 1

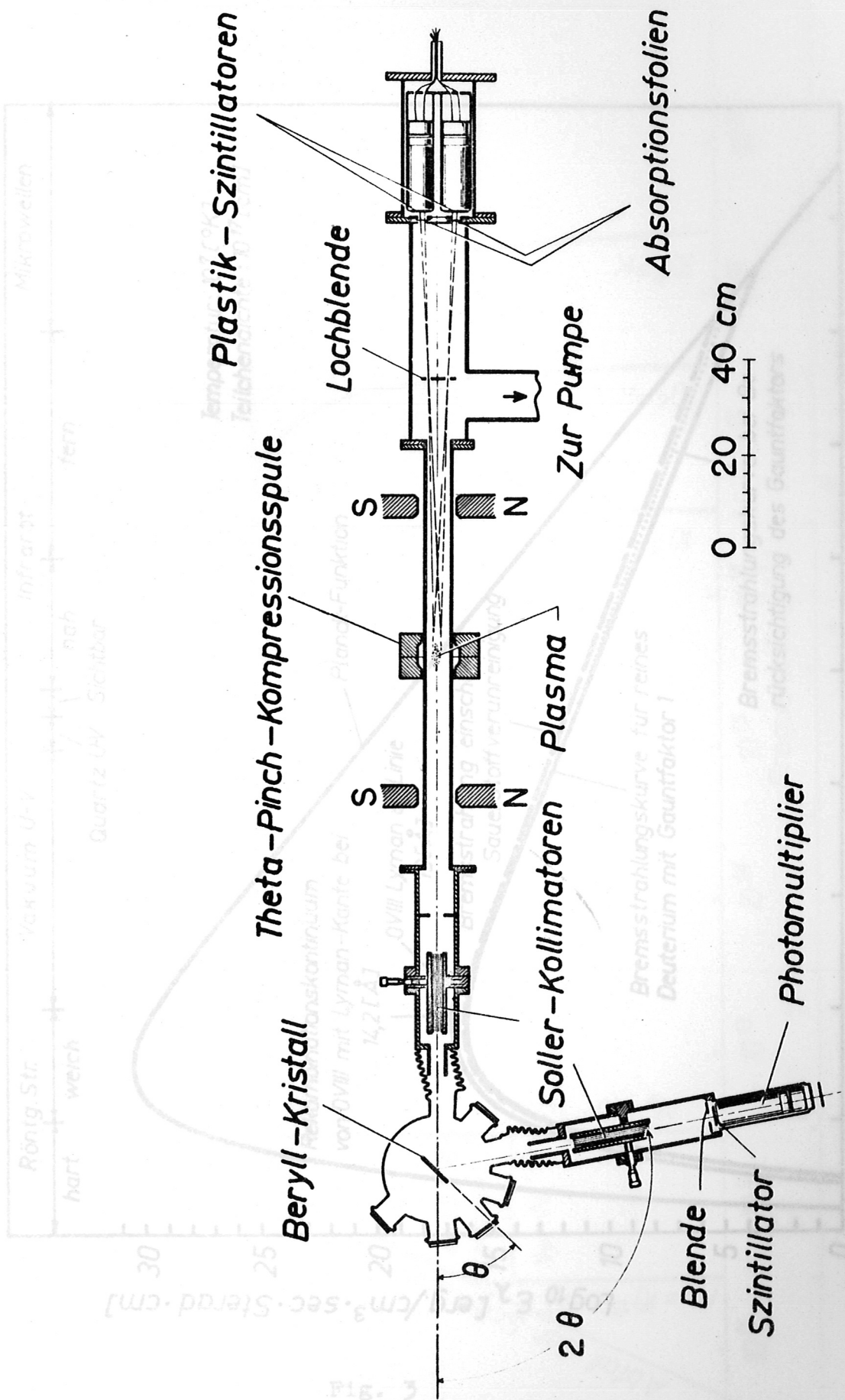


Fig. 2



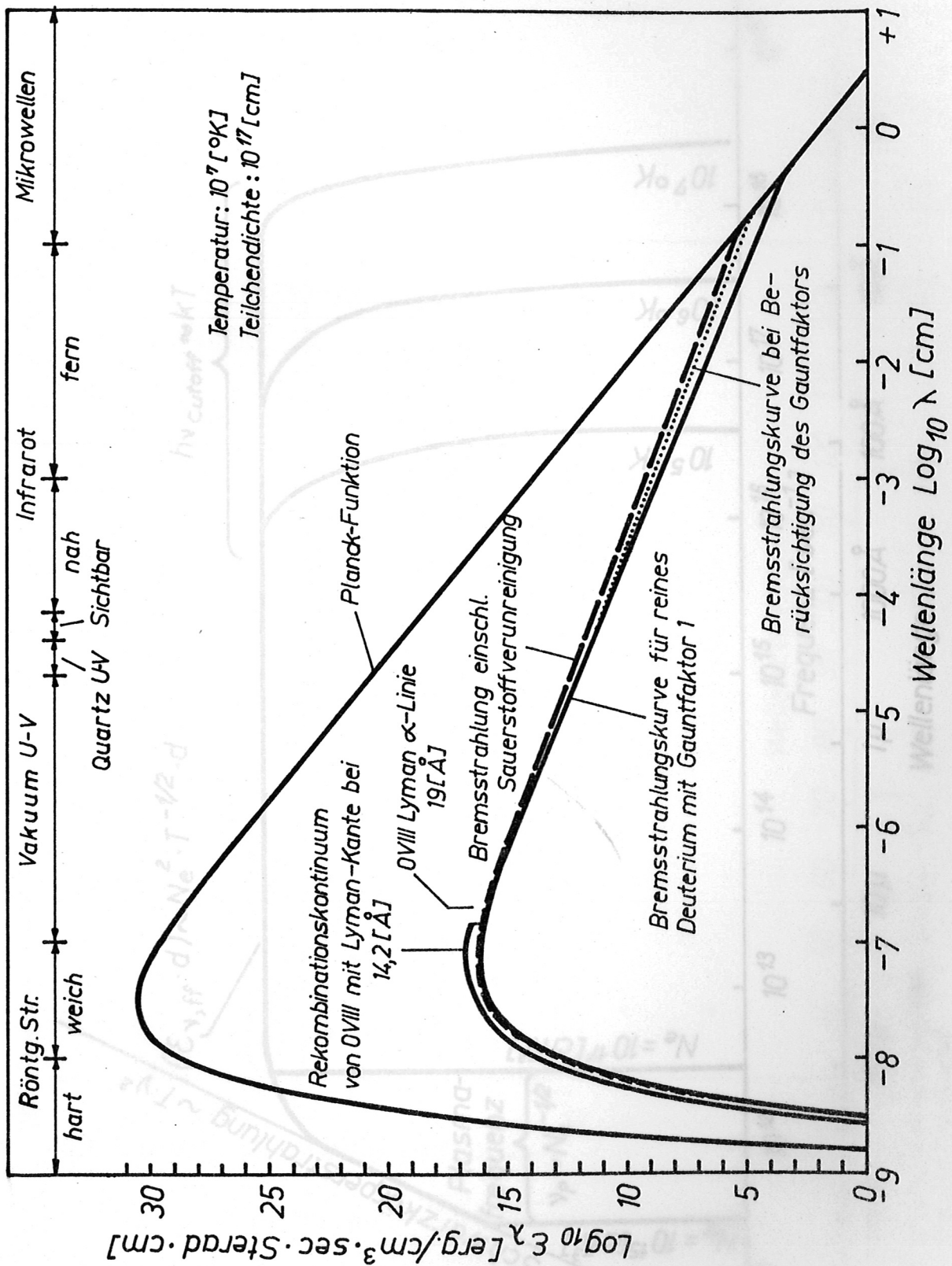


Fig. 3

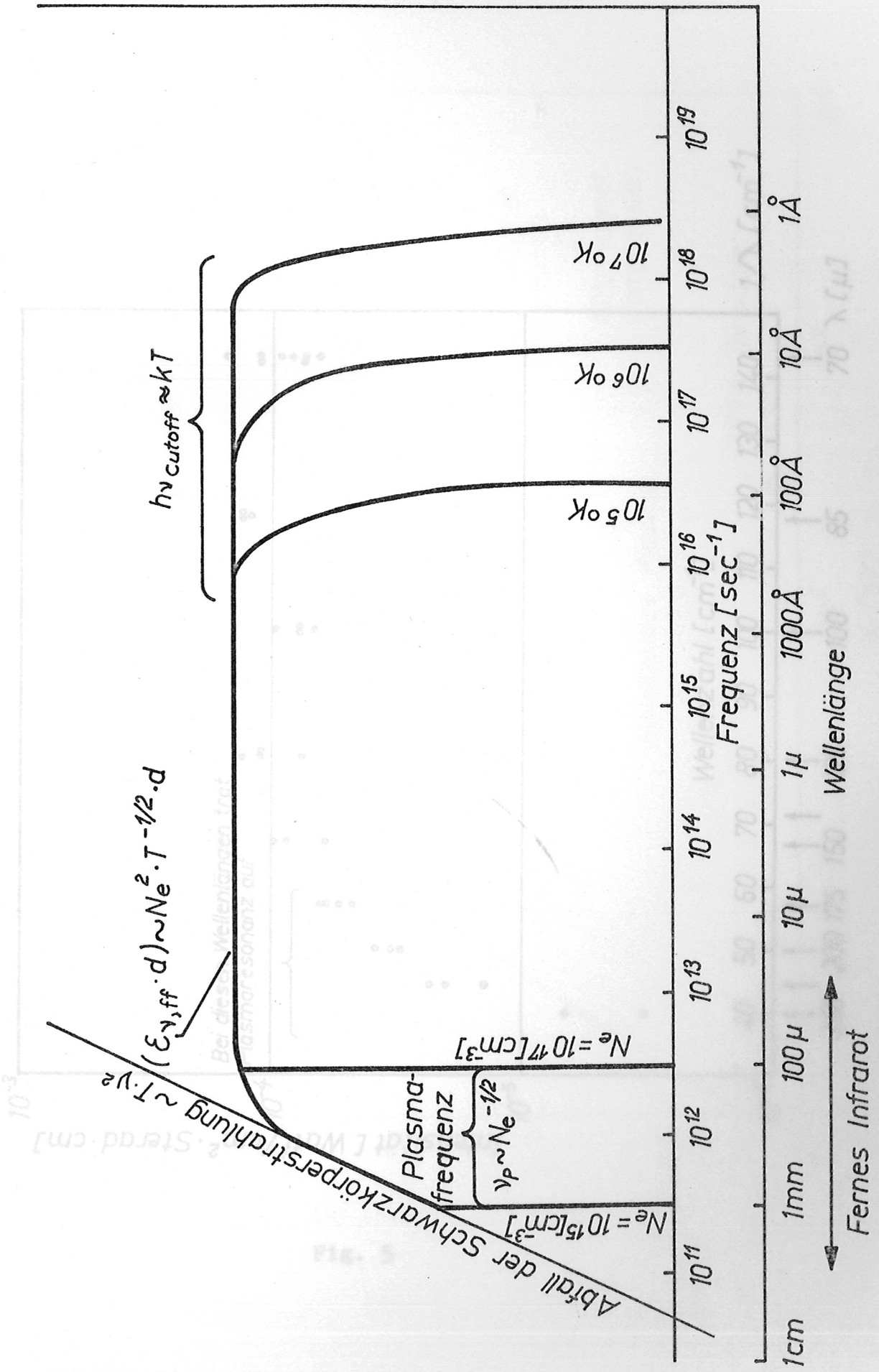


Fig. 4



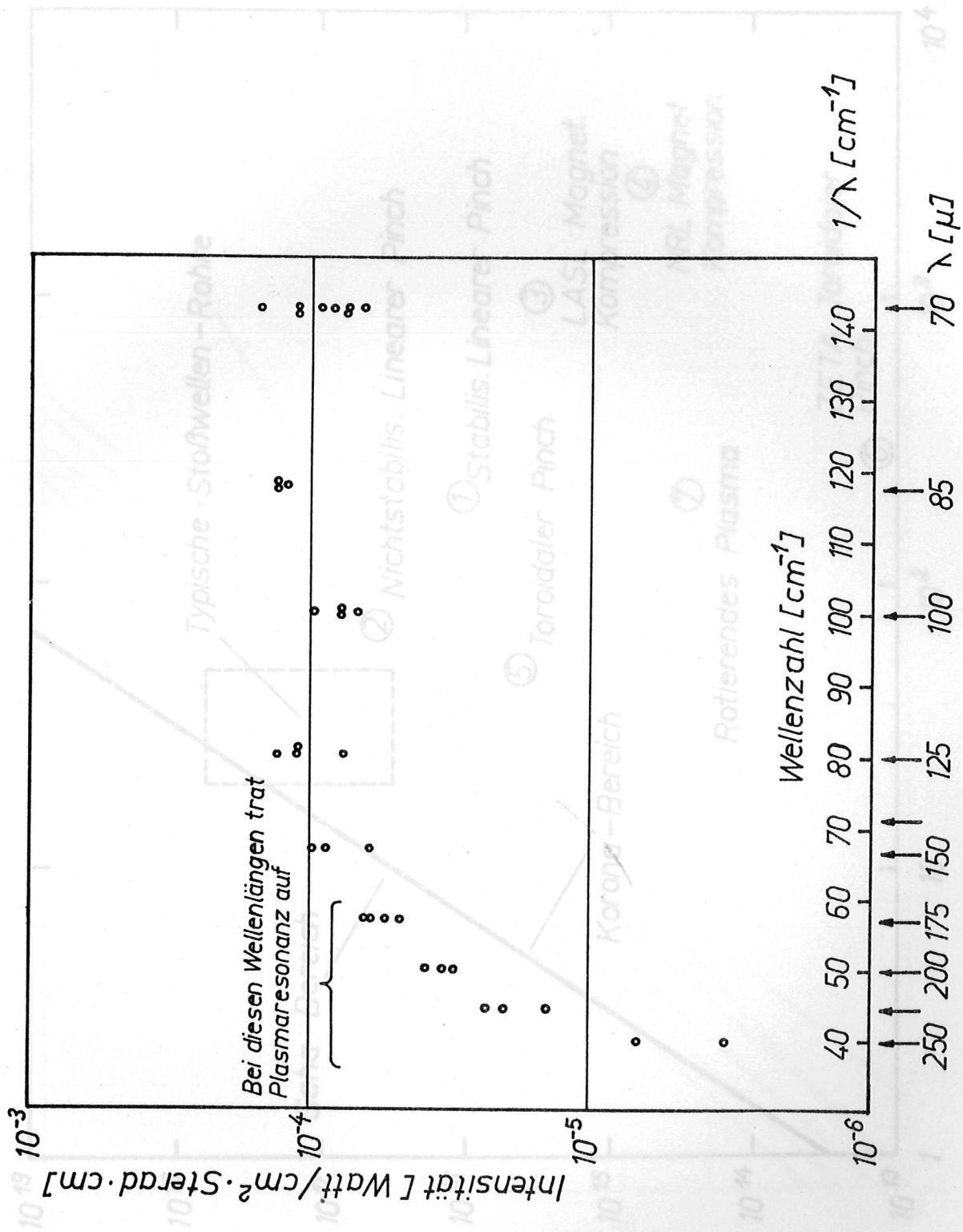


Fig. 5

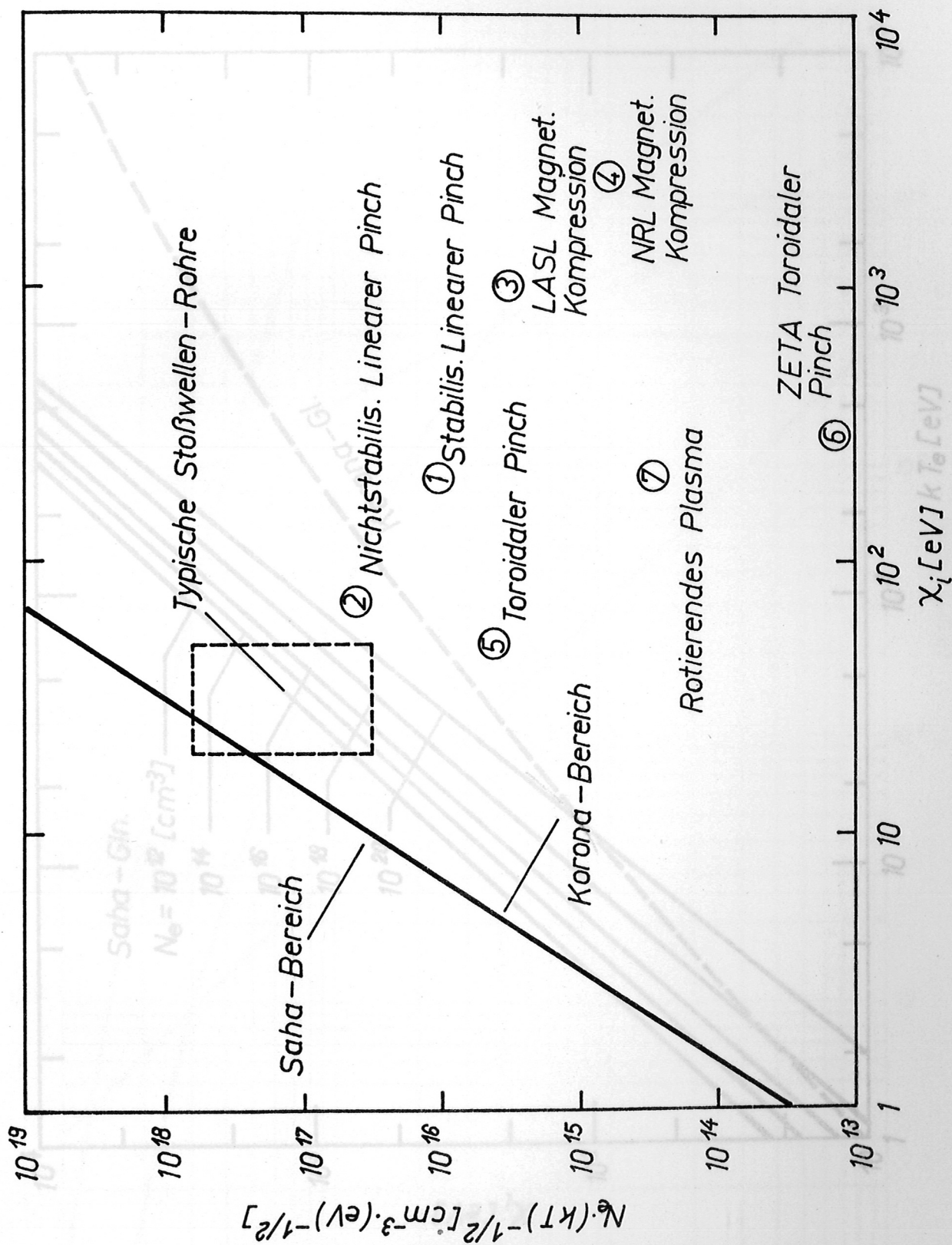


Fig. 6



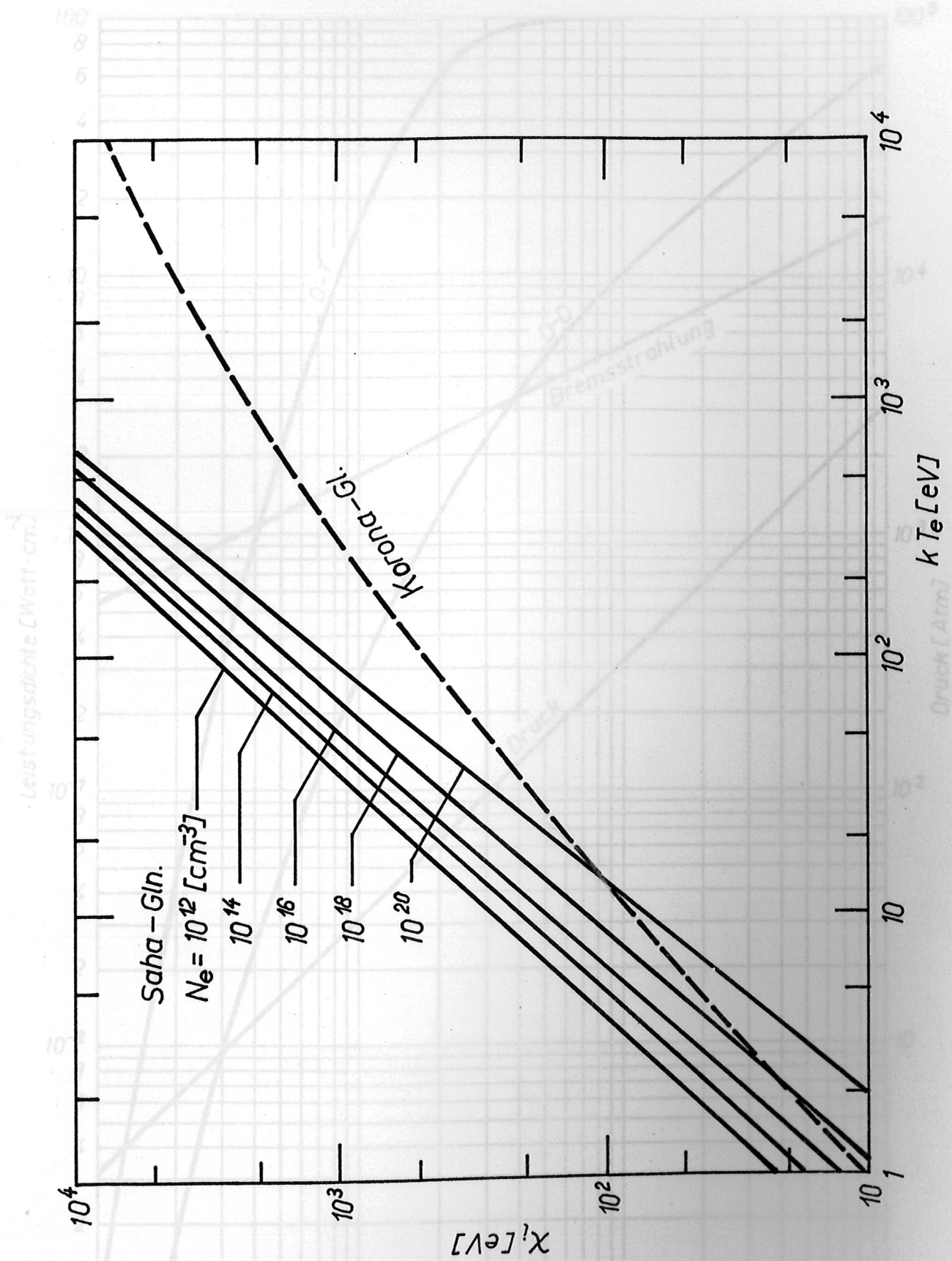


Fig. 7

Kinet. Temperatur [Kev]

Fig. 8

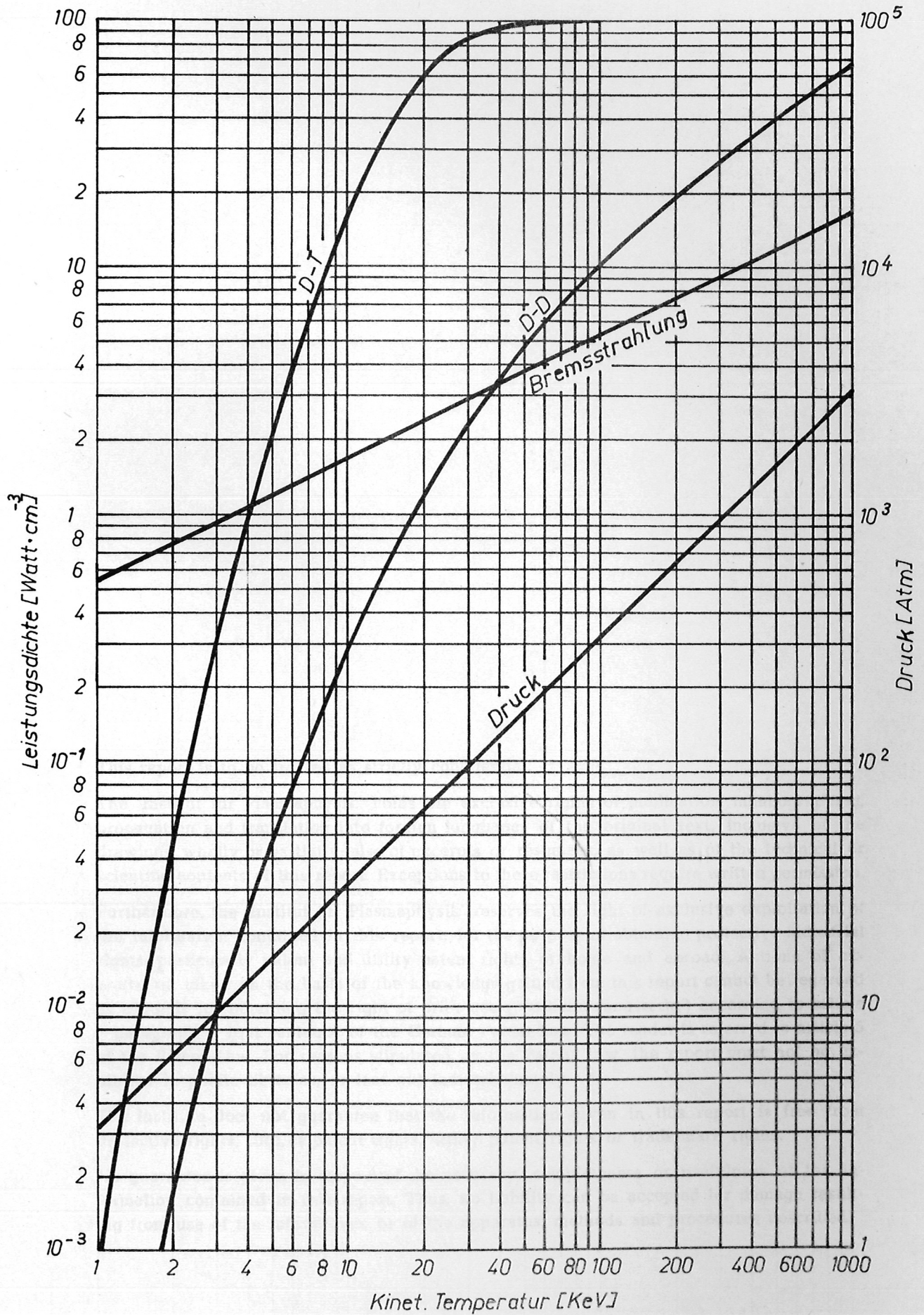


Fig. 8