

(in German)

Messung der Kenngrößen einer Feldemissions-  
strecke mit einer Wechselstrommethode:  
Genauigkeit und praktische Durchführung <sup>+</sup>)

(An A.C. Method for Measuring the Charac-  
teristic Data of a Field Emission Point:  
Accuracy and Experimental Realization.)

H. Vernickel

IPP 2/37

Mai 1965

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

IPP 2/37

## GARCHING BEI MÜNCHEN

An A.C. Method for Measuring  
the Characteristic Data of a  
Field Emission Point: Accuracy  
and Experimental Realization  
(in German).

Messung der Kenngrößen einer Feldemissions-  
strecke mit einer Wechselstrommethode:  
Genauigkeit und praktische Durchführung +)

(An A.C. Method for Measuring the Charac-  
teristic Data of a Field Emission Point:  
Accuracy and Experimental Realization.)

Abstract

H. Vernickel

IPP 2/37

Mai 1965

An a.c. method for continuous measurement of a change in work function of a field emission point was published recently (1,2). The method has now been improved by phase-sensitive detection of the a.c. signal. In the present paper it is described in greater detail. Changes in work function can be measured with an accuracy of  $\pm 1$  to  $2\%$  of the reference value. In its present form the method may be used down to field emission currents of some  $10^{-11}$  A. It is compared with the conventional method of measuring Fowler-Nordheim plots.

+ ) Der erste Teil dieses Berichts soll in Z. angew. Phys. veröffentlicht werden.

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

An A.C. Method for Measuring  
the Characteristic Data of a  
Field Emission Point: Accuracy  
and Experimental Realization  
(in German).

Abstract

An a.c. method for continuous measurement of a change in work function of a field emission point was published recently <sup>1,2)</sup>. The method has now been improved by phase-sensitive detection of the a.c. signal. In the present paper it is described in greater detail. Changes in work function can be measured with an accuracy of  $\pm 1$  to 2 % of the reference value. In its present form the method may be used down to field emission currents of some  $10^{-9}$  A. It is compared with the conventional method of measuring Fowler-Nordheim plots.

$$j = \frac{40 j_0^2 U^2}{r^2(y)r} \exp \left\{ - \frac{C_{20}^{2/3}}{AU} \nu(y) \right\} \quad (1)$$

Dabei bedeuten:

- $j$  ... Feldemissionsstrom
- $j_0$  ... Stromdichte
- $A$  ... mittlere Fläche bzw. effektive emittierende Fläche, wenn die Kathode Bereiche unterschiedlicher Austrittsarbeit hat.
- $F$  ... Feldstärke
- $U$  ... Spannung
- $B$  ... ein Geometriefaktor

## Zusammenfassung

Kürzlich wurde eine Wechselstrommethode zur kontinuierlichen Messung der Änderung der Austrittsarbeit einer Feldemissionspitze angegeben<sup>1,2)</sup>. Die Methode wurde durch phasenempfindlichen Empfang des Wechselstromsignals verbessert und wird im folgenden genauer beschrieben. Austrittsarbeitsänderungen können mit einer Genauigkeit von  $\pm 1$  bis  $2\%$  des Bezugswertes gemessen werden. In der vorliegenden Form ist die Methode bis herab zu Feldemissionsströmen von einigen  $10^{-9}$  A anwendbar. Sie wird mit der herkömmlichen Methode der Messung der Fowler-Nordheim-Geraden verglichen.

### 1. Einleitung

Für viele Untersuchungen von Oberflächenvorgängen wird das Feldelektronenmikroskop (FEM) nach E.W. MÜLLER<sup>3,4)</sup> verwandt. Der Feldemissionsstrom (FE-Strom) gehorcht der Fowler-Nordheim-Gleichung (F.N.-Gleichung) (z.B.<sup>3)</sup>), die wir mit

$i = Aj$  und  $F = BU$  in der Form schreiben

$$i = \frac{AC_1 \beta^2 U^2}{t^2(y) \varphi} \exp \left\{ - \frac{C_2 \varphi^{3/2}}{BU} v(y) \right\} \quad (1)$$

Dabei bedeuten:

$i$  .... Feldemissionsstrom

$j$  .... Stromdichte

$A$  .... emittierende Fläche bzw. effektive emittierende Fläche, wenn die Kathode Bereiche unterschiedlicher Austrittsarbeit hat.

$F$  .... Feldstärke

$U$  .... Spannung

$\beta$  .... ein Geometriefaktor

$\varphi$  .... Austrittsarbeit bzw. effektive Austrittsarbeit

$$C_1 = \frac{e^3}{8\pi h} ; \quad C_2 = \frac{8\pi \sqrt{2m}}{3eh}$$

$e, m$  ... Ladung und Masse des Elektrons

$h$  .... Plancksche Konstante

$t(y)$  und  $v(y)$  sind Funktionen der dimensionslosen Variablen  $y = \frac{1}{\varphi} \sqrt{\frac{e^2 F}{4\pi\epsilon_0}}$ , die z.B. bei <sup>3)</sup> tabelliert sind.

Aus Gl. (1) und deren Ableitung nach  $U$  folgt

Im interessierenden Bereich der Variablen  $y$  gilt in sehr guter Näherung

$$t(y) = 1 \quad \text{und} \quad (5)$$

$$s(y) \equiv v(y) - \frac{y}{2} \frac{dv(y)}{dy} = \text{const} \approx 1 \quad (2)$$

Man erhält daher eine Gerade, wenn man  $\ln \frac{1}{U^2}$  gegen  $\frac{1}{U}$  aufträgt (F.N.-Gerade). Dies wurde experimentell vielfach überprüft und bestätigt. Die negative Steigung dieser Geraden ist

$$D = \frac{C_2 \varphi^{3/2}}{\beta} s(y) \approx \frac{C_2 \varphi^{3/2}}{\beta} \quad (3)$$

Also folgt bei Änderung der Spitzenparameter

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left(\frac{\beta_0}{\beta}\right)^{2/3} = \left(\frac{D}{D_0}\right)^{2/3} \quad (4)$$

Für Vorgänge, bei denen sich die Geometrie der Spitze - also  $\beta$  - nicht ändert, erhält man aus Gl. (4) die Änderung der Austrittsarbeit.

Um messen zu können, überlagert man der Gleichspannung  $U$  eine kleine Wechselspannung  $U_{\text{cos}}$  und mißt Gleich- und Wechselstrom. Soll der Ablauf einer Adsorption mit Hilfe von Gl. (4) verfolgt werden, so muß die F.N.-Gerade in einer Zeit gemessen werden, in der sich  $\varphi$  und  $A$  nicht merklich ändern. Um rasch messen zu können, registrieren G. EHRLICH und F.G. HUDDA <sup>5)</sup> die Stromspannungs-Charakteristik mit zwei Schreibern, D. KÖHNLEIN und

G. LAUKIEN <sup>6)</sup> zeichnen sie oszillographisch auf. G. LAUKIEN und H. VERNICKEL <sup>1)</sup> geben eine Methode an, bei der die Messung der Charakteristik durch gleichzeitiges Messen des Gleich- und Wechselstromwiderstandes der Feldemissionsstrecke ersetzt wird. Eine durch phasenempfindlichen Empfang des Wechselstromsignals verbesserte Form dieser Methode wird im folgenden beschrieben.

## 2. Beschreibung der Methode

Aus Gl. (1) und deren Ableitung nach U folgt

$$\frac{C_2 \varphi^{3/2}}{\beta} = D = \left( \frac{1}{i} \frac{di}{dU} - \frac{2}{U} \right) U^2 \quad (5)$$

mit der Näherung  $t(y) \approx 1$  und  $s(y) = 1$ .

Da der Geometriefaktor  $\beta$  selbst durch Ausmessen der Spitze im Elektronenmikroskop höchstens auf  $\pm 10\%$  zu bestimmen ist <sup>9)</sup>, eignet sich die Feldemission nicht zur Absolutbestimmung von Austrittsarbeiten. Dagegen lassen sich Änderungen der Spitzenparameter messen. Dafür gilt also die in <sup>1)</sup> angegebene, der Formel (4) äquivalente Formel:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} \left( \frac{\beta_0}{\beta} \right)^{2/3} = \left[ \frac{\left( \frac{1}{i} \frac{di}{dU} - \frac{2}{U} \right) U^2}{\left( \frac{1}{i_0} \frac{di_0}{dU_0} - \frac{2}{U_0} \right) U_0^2} \right]^{2/3} \quad (6)$$

Um  $\frac{1}{i} \frac{di}{dU}$  messen zu können, überlagert man der Gleichspannung  $\bar{U}$  eine kleine Wechselspannung  $U_1 \cos \omega t$  und mißt Gleich- und Wechselstromkomponente des FE-Stroms  $\bar{I}$  und  $i_{\sim}$ .

<sup>6)</sup> "Lock-In", Type J.B.5 der Princeton Applied Research Corporation

Dabei muß sichergestellt sein, daß  $\frac{1}{I} \frac{i \sim}{U_1} = \frac{1}{I} \frac{di}{dU}$ . Dazu ist u.a. zu fordern (weitere Punkte im nächsten Abschnitt), daß der kapazitive Stromanteil klein genug ist, d.h. es muß gelten

$$C_F \ll \frac{di}{dU}, \quad (7)$$

wobei  $C_F$  .... Kapazität Kathode-Anode der FEM-Röhre (einschl. Zuleitungen).

Da nach Gl. (5)  $\frac{di}{dU}$  mit sinkendem  $i$  kleiner wird, verbietet Gl. (7) die Messung bei kleinen Strömen.

Um die Methode zu kleineren Strömen hin auszudehnen, muß der kapazitive Stromanteil unterdrückt werden. Dies geschieht durch phasenempfindlichen Empfang des Wechselstromsignals mit einem "Lock-In"-Empfänger<sup>+)</sup> . Dabei werden auch die Oberwellen, die in ungünstigen Fällen bis zu 10 % der Amplitude der Grundwelle betragen können (vgl. Anhang I), sowie Rauschen und Netzbrummen unterdrückt.

Die Fig. 1 zeigt das Blockschaltbild der Apparatur.

### 3. Genauigkeit, Fehler

Mit der beschriebenen Methode kann  $\frac{D}{D_0}$  mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 % gemessen werden. Das genügt im allgemeinen, da schon kleine, derzeit noch kaum zu kontrollierende Verunreinigungen ähnliche oder größere Meßfehler verursachen.

Um die Meßgenauigkeit von 1 bis 2 % zu erreichen, müssen die auf der rechten Seite von Gl. (6) vorkommenden Größen mit einer Relativgenauigkeit von ca. 1 % gemessen werden, während eine Absolutgenauigkeit von 10 % genügt, da für übliche Spitzen  $\frac{1}{I} \frac{di}{dU} \approx 10 \cdot \frac{2}{U}$ .

<sup>+)</sup>  "Lock-In", Type J.B.5 der Princeton Applied Research Corporation

Stabilisierte Hochspannungsgeräte ausreichender Linearität und Einstellgenauigkeit sind auf dem Markt, ebenso Verstärker und Schreiber ausreichender Linearität und Ablesegenauigkeit.  $U_1$  bleibt während einer Messung stets konstant. Es bleibt daher nur die Messung von  $\frac{1}{\bar{I}} \frac{di}{dU}$  zu diskutieren.

Infolge des "Lock-In"-Empfangs wird gemessen

$$\frac{1}{\bar{I}} \frac{i_1}{U_1}$$

mit  $\bar{I}$  .... Gleichstrommittelwert des FE-Stroms,

$i_1$  .... Amplitude des phasenrichtigen Teils der Grundwelle des Wechselstroms.

Die angelegte Spannung ist  $U = \bar{U} + U_1 \cos \omega t$ .

$\bar{I}$  und  $i_1$  erhält man aus einer Fourier-Analyse des durch Gl. (1) gegebenen FE-Stroms. Die in Anhang I durchgeführte Rechnung ergibt für den relativen prozentualen Fehler  $f_{\text{rel}} \%$ :

$$f_{\text{rel}} \% = \left( \frac{\frac{1}{\bar{I}} \frac{i_1}{U_1}}{\frac{1}{\bar{I}} \frac{di}{dU}} - 1 \right) \cdot 100 = - 100 \left( \frac{DU_1}{2\bar{U}^2} \right)^2 \quad (3)$$

Die Forderung, daß dieser systematische Fehler kleiner als die Meßgenauigkeit sein soll, ergibt eine von den Spitzendatenabhängige obere Grenze für die Wechselspannungsamplitude  $U_1$ . Sie liegt bei den von uns verwendeten W-Spitzen und bei Messungen mit FE-Strömen  $3 \cdot 10^{-9} \text{ A} < \bar{I} < 10^{-5} \text{ A}$ , sowie  $f_{\text{rel}} \% \leq 0,5 \%$  bei 10 bis 20 V (Anhang I).

Wird die differentielle Leitfähigkeit  $\frac{di}{dU}$  sehr klein, so daß

$$\omega C_F \geq 100 \frac{di}{dU}$$

+) Die physikalische Bedeutung der Änderung von  $A$  ist noch unklar, wird, so ist eine ausreichend genaue Messung nicht mehr möglich,



da schon Abweichungen des Phasenabgleichs um weniger als  $1^\circ$  zu unzulässigen Meßfehlern führen.

Wir verwendeten Meßfrequenzen von 30 Hz.  $C_F$  liegt bei einigen pF. Daraus ergibt sich die untere Meßgrenze bei einem  $\bar{i}$  von einigen  $10^{-9}$  A. (Das entspricht einem  $\frac{di}{dU}$  von ca.  $10^{-11} \Omega^{-1}$ .)

Messungen bei noch kleineren Strömen wären möglich, würde man die Meßfrequenz kleiner machen (große Zeitkonstante!), ein Schirmgitter in die FEM-Röhre einfügen oder eine Brückenmethode in Verbindung mit der Lock-In-Technik benutzen., wie das z.B. SPICER und BERGLUND <sup>7)</sup> bei Messung der Energieverteilung der Photoelektronen tun.

Da Erdkapazitäten der Schaltung die Messung von  $i_1$  beeinflussen, ist die fertig aufgebaute Anordnung zu eichen (vgl. Anhang II).

#### 4. Achsenabschnitt der F.N.-Geraden

Aus dem Achsenabschnitt der F.N.-Geraden können Änderungen der emittierenden Fläche A bestimmt werden <sup>4)</sup>. Aus  $s(y) = 1$  folgt nach Gl. (2) für  $v(y)$ :

$$v(y) = 1 + by^2 \quad (9)$$

Nach V.N. SHREDNIK <sup>8)</sup> ist  $b = -1,1$ .

Setzt man das in Gl. (1) ein, so erhält man für den Spezialfall  $\beta = \beta_0$  (Anhang III):

$$\ln \frac{A}{A_0} = \ln \left( \frac{1}{1_0} \frac{U_0^2}{U^2} \right) + \left( \frac{D}{U} - \frac{D_0}{U_0} \right) + \ln \frac{\varphi}{\varphi_0} - 10,8 \sqrt{eV}$$

$$\cdot \left( \frac{1}{\sqrt{\varphi}} - \frac{1}{\sqrt{\varphi_0}} \right) \quad (10)$$

<sup>4)</sup> Die physikalische Bedeutung der Änderung von A ist noch umstritten, vgl. <sup>5)</sup>.

bzw. für den Spezialfall  $\varphi = \varphi_0$  (d.h. nur Änderung der Spitzengeometrie ohne Änderung der Austrittsarbeit):

$$\ln \frac{A}{A_0} = \ln \left( \frac{1}{I_0} \frac{U_0^2}{U^2} \right) + 2 \ln \frac{D}{D_0} + \left( \frac{D}{U} - \frac{D_0}{U_0} \right) \quad (11)$$

In den Formeln (10) und (11) treten die Differenzen der D auf, bei der Berechnung der Fehler ist die Absolutgenauigkeit der Messung zu berücksichtigen.

### 5. Vergleich der Wechselstrommethode mit Messung der F.N.-Geraden

Um die angegebene Genauigkeit experimentell zu verifizieren, wurde die Änderung der Austrittsarbeit und der effektiven emittierenden Fläche einer W-Spitze bei  $O_2$ -Adsorption gleichzeitig durch Messen der F.N.-Geraden sowie mit der beschriebenen Methode bestimmt. Fig. 2 zeigt die F.N.-Geraden, Fig. 3 die zugehörigen Leuchtschirmbilder <sup>+)</sup> .

In der Tabelle am Ende des Berichts sind die nach Formel (5) ermittelten Werte D für die einzelnen Meßpunkte der F.N.-Geraden zusammengestellt und deren Mittelwert mit dem aus der Steigung der F.N.-Geraden folgenden Wert verglichen. Die FE-Ströme liegen dabei im genannten Bereich von einigen  $10^{-9}$  A bis  $10^{-5}$  A.

Die Austrittsarbeit der bedeckten Spitze ist nach Formel (4) bzw. (6) (mit  $\beta = \beta_0$  und  $\varphi_0 = 4,5$  eV)

$$\varphi_{bed} = 6,05 \text{ eV} \quad \text{bzw.} \quad \varphi_{bed} = 6,0 \text{ eV} .$$

Als Änderung der effektiven emittierenden Fläche erhält man aus dem Achsenabschnitt bzw. nach Formel (10):

<sup>+)</sup>  Das Bild der mit Sauerstoff bedeckten Spitze unterscheidet sich etwas von sonst publizierten FEM-Bildern des gleichen Systems. Die Unterschiede scheinen von wechselnden Mengen einer Verunreinigung (wahrscheinlich C) herzurühren, die am Bild der reinen Spitze nicht erkennbar sind. Darüber soll zu gegebener Zeit berichtet werden.

$$\ln \frac{A_{bed}}{A_0} = - 1,4 \quad \text{bzw.} \quad \ln \frac{A_{bed}}{A_0} = - 1,7 .$$

Die Wechselstrommethode erlaubt es also,  $\frac{\varphi}{\varphi_0}$  mit einer Genauigkeit von 1 bis 2 % zu bestimmen.

### 6. Anwendungsgebiete der Methode

Die Methode erlaubt die Messung bei so kleinen Strömen, daß i.a. Störungen der Adsorption durch Desorption vom Leuchtschirm bzw. durch Ionenbeschuß der Spitze <sup>2)</sup> vernachlässigbar bleiben. Wenn nötig, ist eine Steigerung der Empfindlichkeit mit den in Abschnitt 3 genannten Maßnahmen möglich. Dagegen läßt sich die Genauigkeit derzeit kaum wesentlich verbessern, will man nicht die Vorteile der Methode - rasche Messung und kontinuierliche Registrierung - aufgeben. Dagegen kann die F.N.-Gerade mittels Kompensationsmethoden sehr genau bestimmt werden, wenn sich der Spitzenzustand über längere Zeit nicht verändert. (1,1a)

Die hier geschilderte Methode wird also vor allem bei Untersuchungen der Adsorption, des Einflusses eines Ionenbeschusses auf die Adsorption sowie ähnlicher Vorgänge, bei denen sich der Oberflächenzustand rasch ändert, mit Erfolg angewandt werden (vgl. auch Anhang IV).

Dabei sind z.B. Größen, die noch von den Spitzenparametern abhängen, deren zeitliche Veränderung aber so langsam erfolgt, daß sie für das folgende als konstant betrachtet werden können. (Genauer ist zu fordern, daß die relative Änderung von  $I$  langsam erfolgt gegen  $\frac{1}{\tau}$ , d.h., daß  $\left| \frac{1}{I} \frac{dI}{dt} \right| \ll \frac{1}{\tau}$ .)

Wegen (1,1a) gilt

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{U} \frac{1}{1 + \frac{U_1}{U} \cos \omega t} \approx \frac{1}{U} \left( 1 - \frac{U_1}{U} \cos \omega t \right), \quad (1,3)$$

also wird (1,2) zu

A n n a n g I

Fourier-Analyse des FE-Stromes und maximal zulässige Wechselspannungsamplitude  $U_1$

Zur Berechnung von Formel (8) muß der Gleichstrommittelwert des FE-Stromes  $\bar{i}$  und die Amplitude  $i_1$  des phasenrichtigen Teils der Grundwelle berechnet werden. Ferner interessiert die Größe der ersten Oberwelle  $i_2$ , die bei breitbandigem Empfang des Wechselstromsignals mitgemessen würde. Diese Größen erhält man aus einer Fourier-Analyse des Feldemissionsstromes (1). Dabei hat die Spannung die Form

$$U = \bar{U} + U_1 \cos \omega t \tag{I,1}$$

mit

$$\frac{U_1}{\bar{U}} \ll 1 . \tag{I,1a}$$

Wegen (I,1a), und da  $v(y)$  mit  $U$  nur langsam variiert, kann hier  $v(y) = \text{const}$  gesetzt werden, so daß (1) die Form hat

$$i = aU^2 e^{-D'/U} . \tag{I,2}$$

Dabei sind  $a, D'$  Größen, die noch von den Spitzenparametern abhängen, deren zeitliche Veränderung aber so langsam erfolgt, daß sie für das folgende als konstant betrachtet werden können. (Genauer ist zu fordern, daß die relative Änderung von  $i$  langsam erfolgt gegen  $\frac{\omega}{2\pi}$ , d.h., daß  $|\frac{1}{a} \frac{da}{dt}|, |\frac{1}{U} \frac{dD'}{dt}| \ll \frac{\omega}{2\pi}$ .)

Wegen (I,1a) gilt

$$\frac{1}{U} = \frac{1}{\bar{U}} \frac{1}{1 + \frac{U_1}{\bar{U}} \cos \omega t} \approx \frac{1}{\bar{U}} \left( 1 - \frac{U_1}{\bar{U}} \cos \omega t \right), \tag{I,3}$$

also wird (I,2) zu

(Ann.: In erster Näherung, also bei dem linearen FE-Strom, gilt die Beziehung:

$$i(t) = a \left( \bar{U} + U_1 \cos \omega t \right)^2 e^{-\frac{D' \left( 1 - \frac{U_1}{\bar{U}} \cos \omega t \right)}{\bar{U}}} \quad (I,4)$$

(i ist also eine gerade Funktion von t, der FE-Strom ist stets in Phase mit der angelegten Spannung.)

Die gesuchten Größen sind:

$$\bar{i} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt \quad (I,5)$$

$$i_1 = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cos \omega t dt \quad (I,6)$$

$$i_2 = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cos 2\omega t dt \quad (I,7)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} .$$

Die Auswertung der Integrale ist nur mit Näherungen möglich. Diese Näherungen sind jedoch in dem hier vor allem interessierenden Fall kleiner Modulation sehr gut, so daß die näherungsweise analytische Berechnung einer numerischen Auswertung vorgezogen wird. Es werde vorausgesetzt, daß

$$\alpha = \frac{D' U_1}{\bar{U}^2} \leq 1 \quad (I,8)$$

Dabei wurden die Glieder mit  $\cos^n \omega t$  und ungeradem n, die zum Integral nichts beitragen, sowie Glieder, deren Koeffizienten 3. und höherer Ordnung klein sind, weggelassen.

Dann läßt sich die Exponentialfunktion in Gl. (I,4) schreiben:

$$\begin{aligned} e^{-\frac{D'}{\bar{U}} \left( 1 - \frac{U_1}{\bar{U}} \cos \omega t \right)} &= e^{-\frac{D'}{\bar{U}}} e^{\frac{D' U_1}{\bar{U}^2} \cos \omega t} \\ &= e^{-\frac{D'}{\bar{U}}} \left( 1 + \alpha \cos \omega t + \frac{\alpha^2}{2} \cos^2 \omega t \right) . \end{aligned}$$

so daß schließlich

$$(I,9)$$

(Anm.: In erster Näherung, also bei Abbrechen der Reihe nach dem linearen Glied, ergibt sich  $\frac{1}{\bar{I}} \frac{d\bar{I}}{dU} = \frac{1}{\bar{I}} \frac{I_1}{U_1}$  .)

Damit wird (I,5):

$$\bar{I} = \frac{a}{T} \bar{U}^2 e^{-\frac{D'}{\bar{U}}} \int_0^T \left(1 + \frac{U_1}{\bar{U}} \cos \omega t\right)^2 \left(1 + \alpha \cos \omega t + \frac{\alpha^2}{2} \cos^2 \omega t\right) dt = B I_1 \quad ,$$

mit

$$I_1 = \int_0^T \left\{ 1 + \left[ \left(\frac{U_1}{\bar{U}}\right)^2 + 2 \frac{U_1}{\bar{U}} \alpha + \frac{\alpha^2}{2} \right] \cos^2 \omega t \right\} dt$$
$$= T \left\{ 1 + \frac{\beta}{2} \right\} \quad ,$$

wobei

$$\beta = \left(\frac{U_1}{\bar{U}}\right)^2 + 2 \frac{U_1}{\bar{U}} \alpha + \frac{\alpha^2}{2} \quad .$$

Dabei wurden Glieder mit  $\cos^n \omega t$  und ungeradem  $n$ , die zum Integral nichts beitragen, sowie Glieder, deren Koeffizienten von 3. und höherer Ordnung klein sind, weggelassen.

Ebenso folgt

$$i_1 = 2BI_2 \quad \text{mit} \quad I_2 = \int_0^T \left(2 \frac{U_1}{\bar{U}} + \alpha\right) \cos^2 \omega t dt$$
$$= T \left(\frac{U_1}{\bar{U}} + \frac{\alpha}{2}\right) \quad ,$$

so daß schließlich

Es ist  $\frac{1}{i} \frac{di}{dU} = \frac{2}{U} + \frac{\alpha}{U_1}$  für übliche Spitzendaten zwischen 0,7 und 0,9.

Andererseits ist nach (I,2):

$$\frac{1}{i} \frac{di}{dU} = \frac{d \ln i}{dU} = \frac{2}{U} + \frac{D'}{U^2} \quad (U \text{ bezieht sich hier auf eine Gleichspannungsmessung}),$$

so daß sich für den relativen prozentualen Fehler ergibt :

$$f_{\text{rel}} \% = \left( \frac{\frac{1}{i} \frac{di}{dU}}{\frac{2}{U} + \frac{D'}{U^2}} - 1 \right) \cdot 100 = \left\{ \frac{\frac{2}{U} + \frac{D'}{U^2}}{(1 + \frac{\beta}{2})(\frac{2}{U} + \frac{D'}{U^2})} - 1 \right\} \cdot 100$$

$$= \left\{ \frac{1}{1 + \frac{\beta}{2}} - 1 \right\} \cdot 100 = -100 \frac{\beta}{2}.$$

Das letzte Gleichheitszeichen gilt wegen  $\frac{\beta}{2} \ll 1$ . (I,10)

Ausgeschrieben lautet das:

$$f_{\text{rel}} \% = -100 \left\{ \frac{1}{2} \left( \frac{U_1}{U} \right)^2 + \frac{U_1^2}{U^2} D' + \frac{D'^2 U_1^2}{4 U^4} \right\} \quad (I,11)$$

$$\leq -100 \left[ \frac{U_1}{U} + \frac{1}{2} \frac{U_1 D'}{U^2} \right]^2$$

Man erhält also Formel (8) ...  $f_{\text{rel}} \% = -100 \left( \frac{1}{2} \frac{U_1 D'}{U^2} \right)^2$ , (I,11a)

da näherungsweise  $D' \approx D$ , wenn noch

$$\frac{1}{10} \frac{D}{U} \geq 1 \quad (I,12)$$

Es ist  $D' = D v(y) \approx D$ , da  $v(y)$  für übliche Spitzendaten zwischen 0,7 und 0,9 liegt.

Zur Eichung der Wechselstrommessung

Abschätzung von D: Die von uns verwendeten W-Spitzen emittieren  $10^{-5}$ A bei Spannungen zwischen 3 und 6 kV; für sie gilt etwa

$$\begin{aligned} 4 \cdot 10^4 \text{ V} &\leq D \leq 8 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \dots \text{ reine Spitzen} \\ 7 \cdot 10^4 \text{ V} &\leq D \leq 12 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \dots \text{ O}_2\text{-belegte Spitzen.} \end{aligned}$$

Der Arbeitsbereich umfaßt Ströme von  $10^{-8}$  bis  $10^{-5}$  A; dann ist

$$2 \cdot 10^{-3} \text{ V}^{-1} \leq \frac{D}{U^2} \leq 10^{-2} \text{ V}^{-1}.$$

Daraus folgt, daß die Ungleichungen (I,1a), (I,8) und (I,10) stets erfüllt sind. Auch Ungleichung (I,12) ist meist erfüllt, außer u.U. bei großen Stromdichten (kleines D und großes U), die aber bei Adsorptionsuntersuchungen zu vermeiden sind.

Die Forderung  $|f_{\text{rel}} \%| < 0,5$  ergibt schließlich ...  $U_{1,\text{max}} \approx 10 \text{ V}_{\text{eff}}$ .

(Anm.: Formel (I,11a) folgt mit der gleichen Rechnung auch aus der verkürzten F.N.-Gleichung

$$i = a' e^{-D'/U},$$

nicht jedoch Formel (I,11).)

b) Direkteichung

1. Oberwelle. Das Integral (I,7) wird genau so berechnet wie (I,5). Man erhält

$$i_2 = 2a\bar{U} e^{-D'/\bar{U}} \left( \frac{U_1}{\bar{U}} + \frac{\alpha}{2} \right)^2,$$

also

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{U_1}{\bar{U}} + \frac{U_1 D'}{2\bar{U}^2} \leq 10^{-1}.$$



## A n h a n g II

### Zur Eichung der Wechselstrommessung

#### a) Phasenabgleich

Ist

$$G_F = G_F' + iG_F''$$

der komplexe Leitwert der FEM-Röhre,

$$G_m = G_m' + iG_m''$$

a) derjenige der Meßapparatur, so ist die Phasenänderung  $\alpha$ , die das Signal erfährt und auf die abgeglichen werden muß

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{G_F'' + G_m''}{G_F' + G_m'} \approx - \frac{G_m''}{G_m'}$$

Die  $G$  können so gewählt werden, daß sich beim Umschalten der Meßbereiche der Phasenabgleich nur geringfügig verändert. Der Phasenabgleich wird dann im empfindlichsten Meßbereich durchgeführt, die Abweichung vom exakten Phasenabgleich in den anderen Meßbereichen wird durch die Eichung berücksichtigt.

#### b) Direkteichung

Zur Direkteichung der Wechselstrommessung wird die FEM-Röhre bei abgeschalteter Hochspannung mit einem bekannten Eichwiderstand  $R$  überbrückt. Dabei ist  $R$  groß gegen alle anderen Widerstände im Stromkreis, klein gegen  $1/\omega C_F$  und in der gleichen Größenordnung wie  $dU/di$ . Diese Bedingungen können nur in den unempfindlicheren Meßbereichen erfüllt werden ( $R \approx 3 \cdot 10^7 \Omega$ ).

c) Indirekte Eichung

Extrapolation der Eichung zu den empfindlichen Meßbereichen ist nicht mit ausreichender Genauigkeit möglich. Deren Eichung erfolgt indirekt mit (vgl. Gl. (5))

Gl. (9) in Gl. (1) eingesetzt ergibt unter Berücksichtigung der Bedeut.

$$D = \left( \frac{1}{i} \frac{i_1}{U_1} - \frac{2}{U} \right) U^2 \quad (II,1)$$

Messung erfolgt abwechselnd in den geeichten und den ungeeichten Bereichen. Ändert sich D hinreichend langsam (gutes Vakuum !), so können die D-Werte für die ungeeichten Bereiche interpoliert und daraus  $i_1$  berechnet werden.

d) Stabilität der Eichung

Nachdem die Verstärker über Nacht warmgelaufen sind, bleibt die Eichung über Tage oder auch Wochen auf  $\pm 1 \%$  stabil, geringfügiges Nachregeln des Phasenabgleichs ist manchmal nötig. Tritt eine stärkere Drift in der Verstärkung oder den 0-Punkten auf, muß eine Neueichung erfolgen.

$$\ln \frac{A}{A_0} = X - X_0 \quad (III,3)$$

mit

$$X_k = \ln \frac{1}{U_k^2} + \frac{D_k}{U_k} + \ln \varphi_k - \frac{10,8 \text{ Vev}}{\sqrt{\varphi_k}} \quad (III,4)$$

Für den anderen Spezialfall  $\varphi = \varphi_0$  folgt Formel (11), die man schreiben kann

$$\ln \frac{A}{A_0} = X' - X'_0 \quad (III,5)$$

mit

$$X'_k = \ln \frac{1}{U_k^2} + 2 \ln \delta_k + \frac{D_k}{U_k} \quad (III,6)$$

Anhang III

Zur Änderung der emittierenden Fläche

a) Ableitung der Formeln

Gl. (9) in Gl. (1) eingesetzt ergibt unter Berücksichtigung der Bedeutung von  $y$

$$i = \frac{AC_1 \beta^2 U^2}{\varphi} \exp \left\{ - \frac{C_2 \varphi^{3/2}}{\beta U} \left( 1 + \frac{be^3 \beta U}{\varphi^2 4 \pi \epsilon_0} \right) \right\} \quad (\text{III,1})$$

oder

$$\ln A = \ln \frac{i}{U^2} + \ln \frac{\varphi}{C_1 \beta^2} + \frac{C_2 \varphi^{3/2}}{\beta U} + \frac{C_2 be^3}{4 \pi \epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \quad (\text{III,2})$$

Mit  $D = \frac{C_2 \varphi^{3/2}}{\beta}$  folgt dann für den Spezialfall  $\beta = \beta_0 = \text{const}$  Formel (10), die sich auch in der für die Auswertung zweckmäßigen Form schreiben läßt

$$\ln \frac{A}{A_0} = X - X_0 \quad , \quad (\text{III,3})$$

mit

$$X_k = \ln \frac{i_k}{U_k^2} + \frac{D_k}{U_k} + \ln \varphi_k - \frac{10,8 \sqrt{eV}}{\sqrt{\varphi_k}} \quad . \quad (\text{III,4})$$

Für den anderen Spezialfall  $\varphi = \varphi_0$  folgt Formel (11), die man schreiben kann

$$\ln \frac{A}{A_0} = X' - X'_0 \quad , \quad (\text{III,5})$$

mit

$$X'_k = \ln \frac{i_k}{U_k^2} + 2 \ln D_k + \frac{D_k}{U_k} \quad . \quad (\text{III,6})$$

b) Zur physikalischen Bedeutung von A

A ist die effektive emittierende Fläche. Sie stellt einen gewogenen Mittelwert der auf der Spitze vorhandenen Bereiche verschiedener Austrittsarbeit dar. Die Art der Mittelung untersuchte KLEIN<sup>10)</sup>. EHRLICH und HUDDA<sup>5)</sup> weisen darauf hin, daß der Ausdruck (III,2) für A empfindlich von den Annahmen über die Form des Potentials an der Oberfläche abhängt (nicht jedoch die Steigung D der F.N.-Geraden!). In der Ableitung von (1) und damit von (III,2) ist ein klassisches Bildpotential vorausgesetzt. Ändert sich also bei einer Gasadsorption nicht nur die Höhe des Potentialwalls, sondern auch dessen Form, so ist die Interpretation der Änderung von A als Änderung der effektiven emittierenden Fläche hinfällig. Im Fall einer Änderung der Spitzengeometrie durch Ionenbeschuß ohne wesentliche Änderung der Austrittsarbeit (Formel 11) kann man hoffen, daß die Form des Potentialwalls unverändert bleibt, daß also die Kritik von EHRLICH und HUDDA nicht zutrifft. Jedoch kann ein Einfluß der vergrößerten Oberflächenrauigkeit und der Oberflächenfehler nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden.

Die Zeitkonstante der Meßanordnung (Lock-In und Schreiber) ist 1 s, eine Stromänderung von 1 % pro sec verfälscht das Messergebnis sicher nicht mehr.

Daraus folgt, daß ein  $\frac{dI}{I}$  von 0,1  $\frac{\text{eV}}{\text{min}}$  sicher zulässig ist.

c) Maximal zulässiger Druck

Unter der Annahme einer Haftwahrscheinlichkeit 1, einer Austrittsarbeitsänderung von 1,6 eV bei Adsorption von  $10^{15}$  O-Atomen und eines linearen Zusammenhangs zwischen  $\Delta\phi$  und der Zahl der adsorbierten Atome erhält man

$$\frac{d\phi}{dI} = 7 \cdot 10^7 \cdot p \frac{\text{eV}}{\text{min Torr}} \quad (p \dots \text{Druck})$$

D.h. also, daß bei Messungen mit der F.N.-Gerade die geforderte Genauigkeit nur bei Drücken  $< 3 \cdot 10^{-10}$  Torr zu erreichen

Anhang IV Die Wechselstrommethode nach Drücke von 1  
bis  $3 \cdot 10^{-10}$  Torr mißt.

Erlaubte Änderungsgeschwindigkeit von  $\varphi$

a) Messung der F.N.-Gerade

Ändert sich  $\varphi$  (oder A) während der Messung einer F.N.-Geraden, so liegen die Meßpunkte meist immer noch auf einer Geraden, deren Steigung zeigt jedoch ein falsches  $\varphi$  an. Die Rechnung an einem Beispiel (F.N.-Gerade I, Fig.2) zeigt, daß eine Änderung von  $\varphi$  um 0,05 eV im Verlauf der Messung einen Meßfehler von 0,15 eV ergibt (Vorzeichen hängt von der Richtung ab, in der die F.N.-Gerade durchlaufen wird). Eine F.N.-Gerade mit 3 oder 4 Meßpunkten benötigt mindestens eine Meßzeit von 0,5 min. Um also auf  $\pm 0,05$  eV genau zu messen, muß  $\frac{d\varphi}{dt} < 0,02 \frac{\text{eV}}{\text{min}}$ . (Für genauere Messung mit Kompensationsmethoden muß natürlich  $\frac{d\varphi}{dt}$  noch kleiner sein.)

b) Messung mit Wechselstrommethode

Die Zeitkonstante der Meßanordnung (Lock-In und Schreiber) ist 1 s, eine Stromänderung von 1 % pro sec verfälscht das Meßergebnis sicher nicht mehr.

Daraus folgt, daß ein  $\frac{d\varphi}{dt}$  von  $0,1 \frac{\text{eV}}{\text{min}}$  sicher zulässig ist.

c) Maximal zulässiger Druck

Unter der Annahme einer Haftwahrscheinlichkeit 1, einer Austrittsarbeitsänderung von 1,6 eV bei Adsorption von  $10^{15}$  C-Atomen und eines linearen Zusammenhangs zwischen  $\Delta\varphi$  und der Zahl der adsorbierten Atome erhält man

$$\frac{d\varphi}{dt} = 7 \cdot 10^7 \cdot p \frac{\text{eV}}{\text{min Torr}} \quad (p \dots \text{Druck})$$

D.h. also, daß bei Messungen mit der F.N.-Gerade die geforderte Genauigkeit nur bei Drücken  $< 3 \cdot 10^{-10}$  Torr zu erreichen

ist, während die Wechselstrommethode noch Drücke von 1 bis  $2 \cdot 10^{-9}$  Torr zuläßt.

Dieser Unterschied ist nicht nur für die Meßzeit wichtig, sondern auch für die Menge an Restgas (CO und H<sub>2</sub>), die im Anfangsstadium der Adsorption mit adsorbiert wird.

T a b e l l e

Vergleich der nach Formel (6) erhaltenen Ergebnisse mit den nach Gl. (4) gewonnenen. (Die Nummern der Meßpunkte beziehen sich auf Fig. 2.)

	Meßpunkt Nr.	D nach Gl.(5) [v]	$\bar{D}$ [v]	D aus Stei- gung der F.N.-Geraden [v]
F.N.-Gerade I	1	$5,24 \cdot 10^4$	$5,23 \cdot 10^4$	$5,03 \cdot 10^4$
	2	$5,19 \cdot 10^4$		
	3	$5,24 \cdot 10^4$		
	4	$5,24 \cdot 10^4$		
F.N.-Gerade II	5	$8,19 \cdot 10^4$	$8,08 \cdot 10^4$	$7,85 \cdot 10^4$
	6	$8,00 \cdot 10^4$		
	7	$8,06 \cdot 10^4$		
	8	$8,00 \cdot 10^4$		
$\frac{D_{II}}{D_I}^{3/2}$	-	-	1,33	1,34

Literatur

- 1) G. Laukien, H. Vernickel, Z. Phys. 176, 21 (1963)
- 2) H. Vernickel, Dissertation TH Karlsruhe 1963
- 3) H.A. Good, jr., E.W. Müller, Handbuch der Physik, Band XXI, Springer, Berlin-Göttingen-Heidelberg (1956)
- 4) R. Gomer, Field Emission and Field Ionization, Harvard University Press, Cambridge, Mass. (1961)
- 5) G. Ehrlich, F.G. Hudda, J. Chem. Phys. 35, 1421 (1961)
- 6) D. Köhnlein, G. Laukien, Z. Phys. 176, 16 (1963)
- 7) W.E. Spicer, C.N. Berglund, Rev. Sci. Instr. 35, 1665 (1964)
- 8) V.N. Shrednik, Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. fiz. 22, 495 (1958)
- 9) W.P. Dyke, W.W. Dolan, Adv. Electronics and Electron Physics 8, 89 (1956)
- 10) R. Klein, J. Chem. Phys. 31, 1306 (1959)

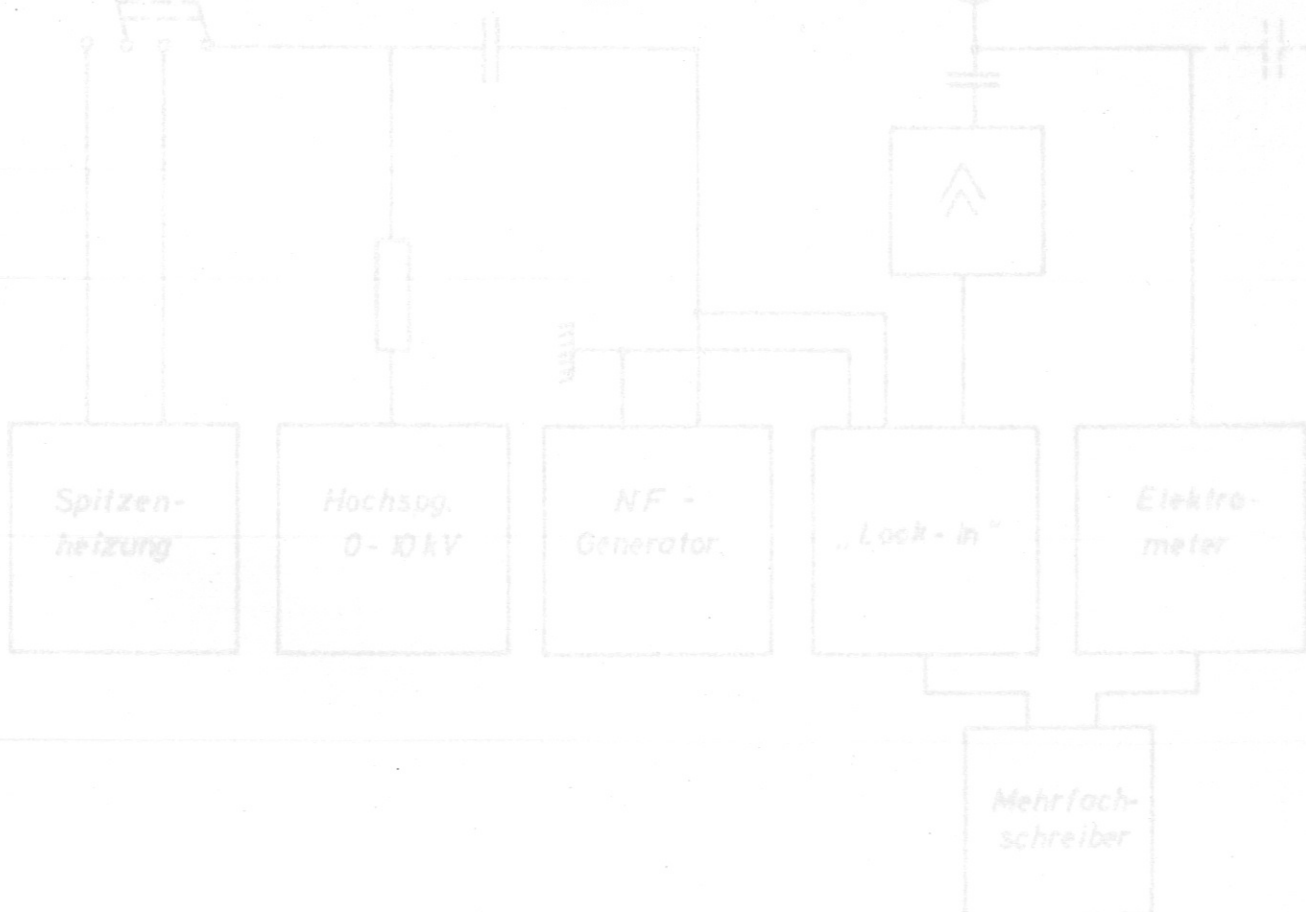


Fig.1 Blockschaltbild der Apparatur

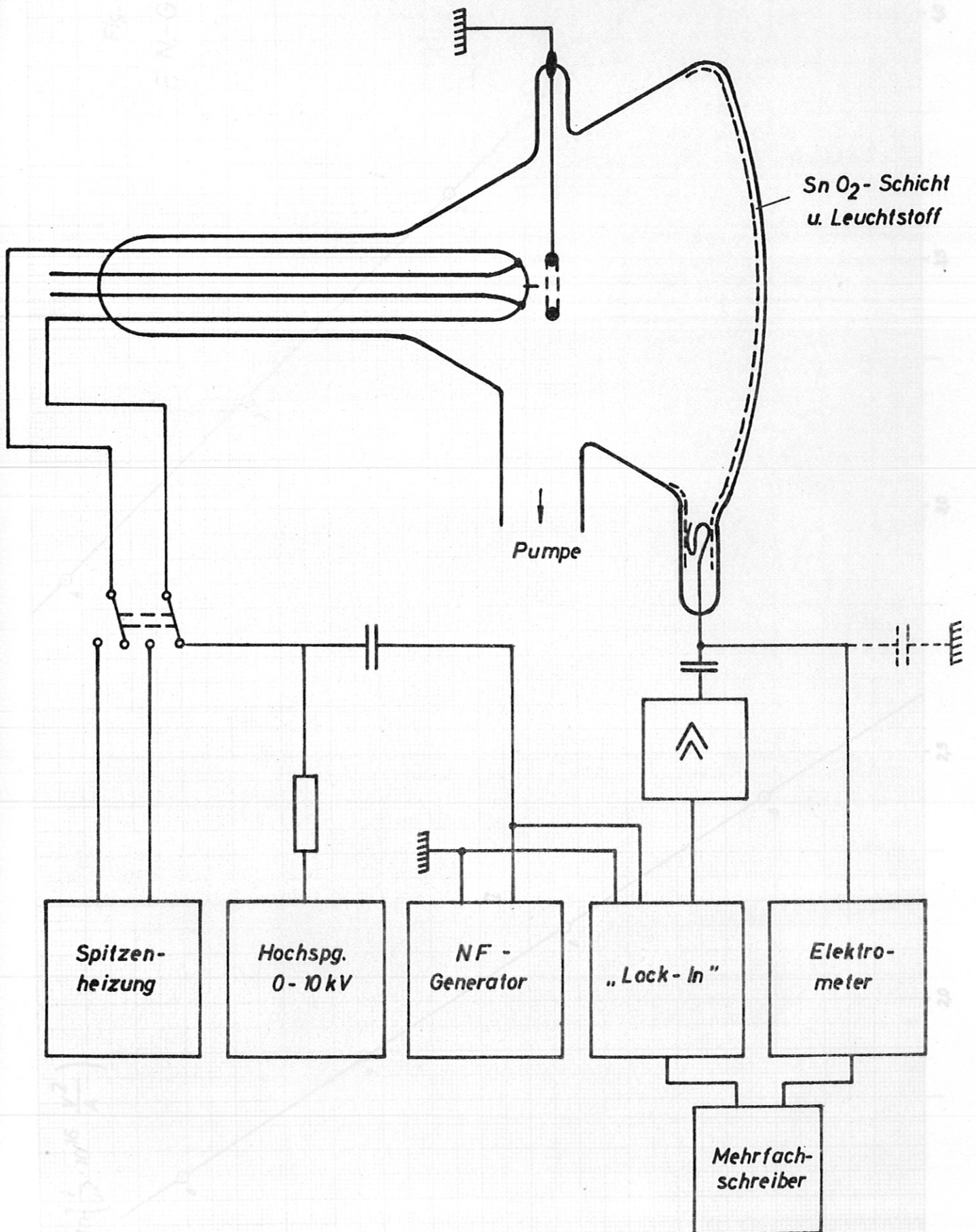
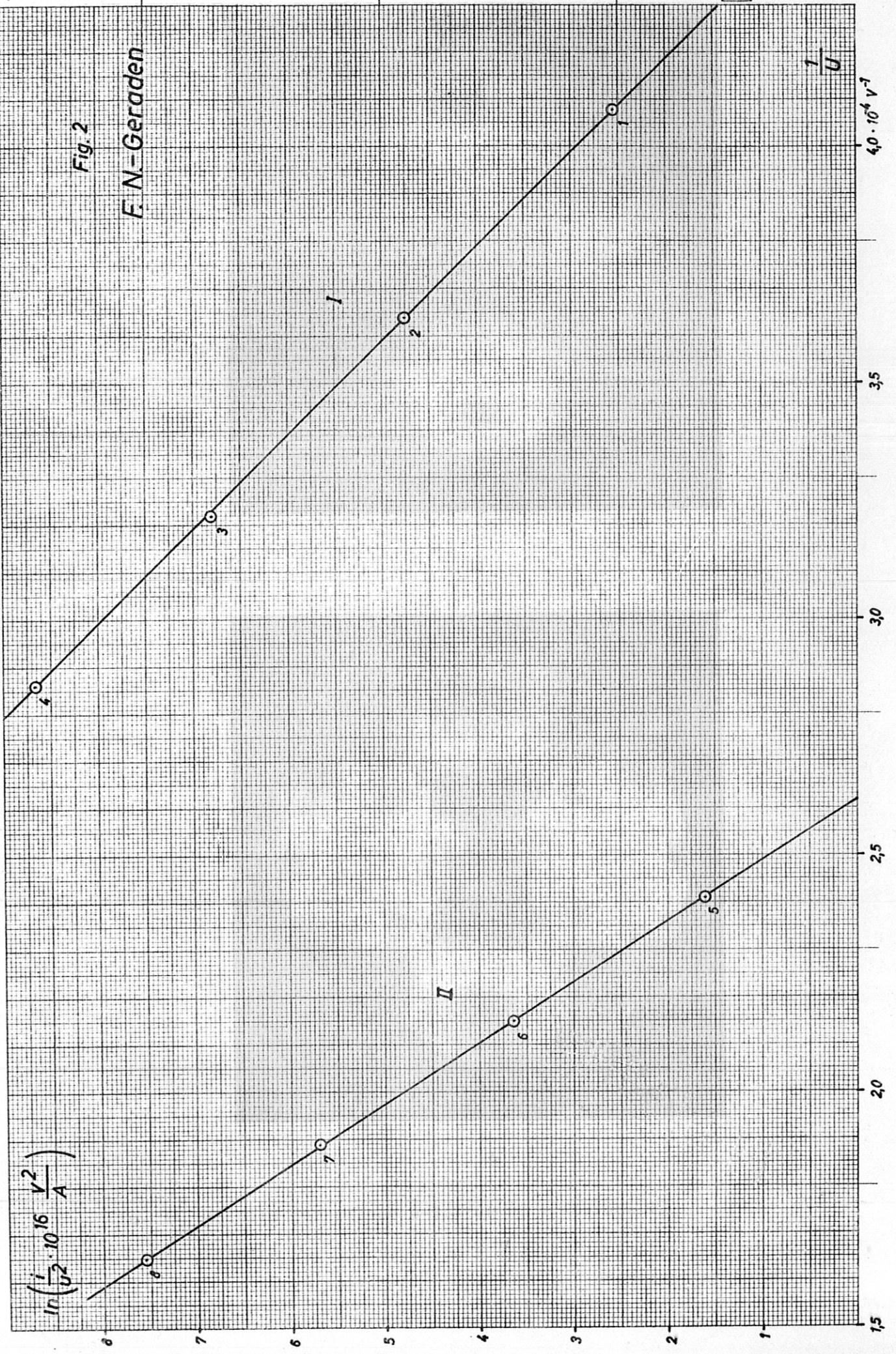
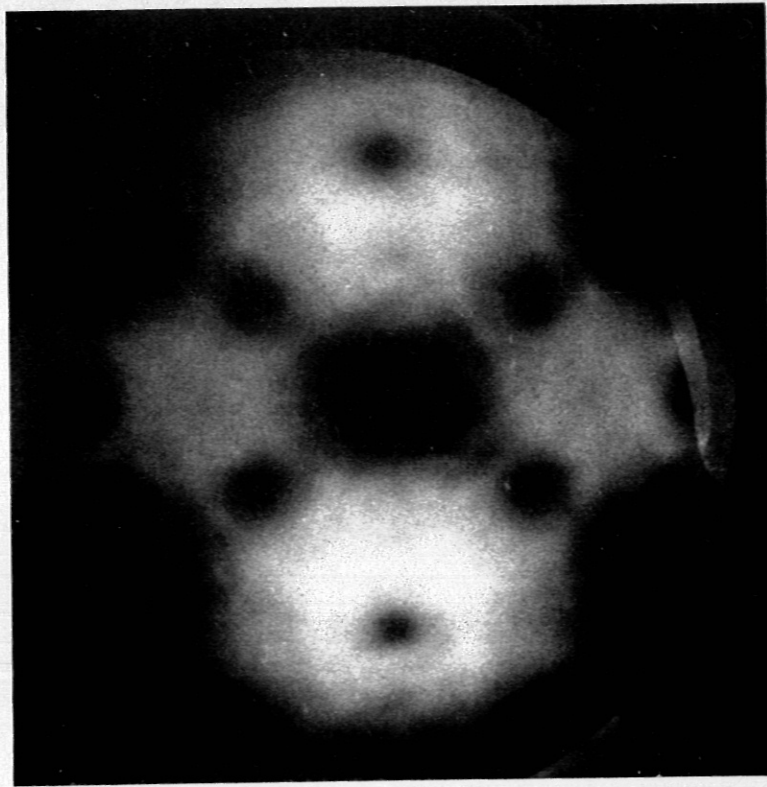




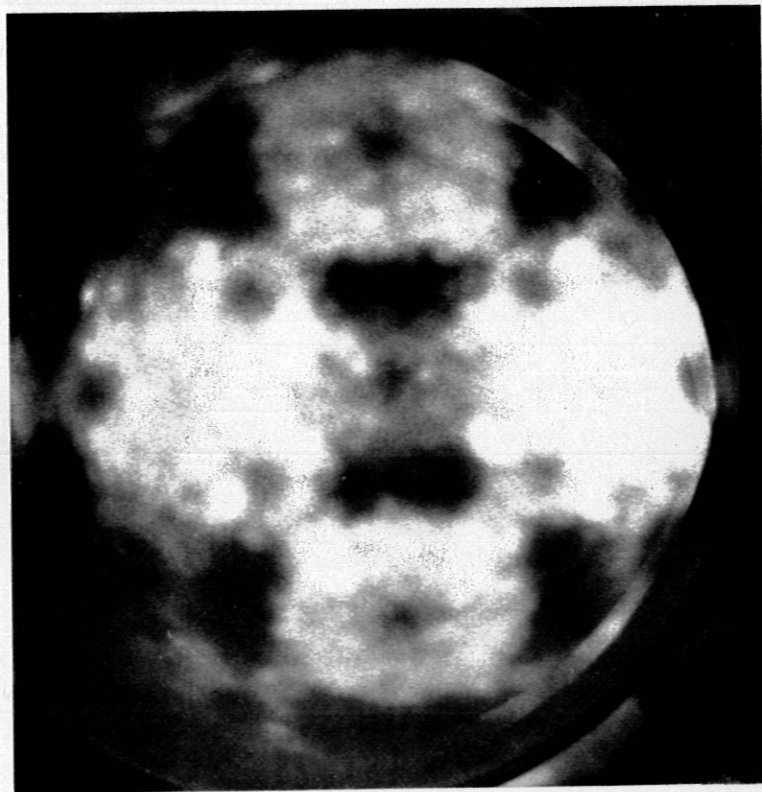
Fig. 2

E.N.-Geraden





*a*



*b*

Fig. 3: a) Bild der reinen W-Spitze (F.N.-Gerade I)  
b) Bild der mit Sauerstoff belegten W-Spitze (F.N.-Gerade II),  
nachdem ca  $1,5 \cdot 10^{17}$  Moleküle/cm<sup>2</sup> aufgetroffen sind.