

Stichprobenverfahren zur Prüfung von
Garantiebehauptungen bezüglich des Anteils
von Merkmalsträgern in einer Gesamtheit

A Spot Check of Guarantee Assertions for
Determining in a Whole the Amount of Elements
with Characteristic Features

R. Klockenkämper

IPP 4/21

März 1965

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

IPP 4/21 R. Klockenkämper

GARCHING BEI MÜNCHEN

A Spot Check of Guarantee Assertions
Determining in a Whole the Amount
of Elements with Characteristic
Features

Stichprobenverfahren zur Prüfung von
Garantiebehauptungen bezüglich des Anteils
von Merkmalsträgern in einer Gesamtheit

ABSTRACT

A Spot Check of Guarantee Assertions for
Determining in a Whole the Amount of Elements

A method of with Characteristic Features described which

allows conclusions concerning the whole to be made from
the frequency, observed in spot checks, of elements

with characteristic features (e.g. the amount of defective
capacitors IPP 4/21: 5 discharges).

R. Klockenkämper

März 1965

On the one hand, hypotheses or guarantee assertions with
regard to the whole are related to the spot check in
order to establish whether the results of the investiga-
tion contradict the guarantee assertions or to find the
level of probability that the guarantee will be honoured.
On the other hand, the unknown amount of the whole com-
prising elements with characteristic features is estimat-
ed on the basis of the random data obtained.

Considered as a criterion for purchasing purposes the
outcome of the spot check assures economic significance.
The reliability of the test thus determines the financial
risk of the business partners: this type of estimate can
be used for settling prices.

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut
für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die
Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

ABSTRACT

A method of mathematical statistics is described which allows conclusions concerning the whole to be made from the frequency, observed in spot checks, of elements with characteristic features (e.g. the amount of defective capacitors after E discharges).

On the one hand, hypotheses or guarantee assertions with regard to the whole are related to the spot check in order to establish whether the results of the investigation contradict the guarantee assertions or to find the level of probability that the guarantee will be honoured. On the other hand, the unknown amount of the whole comprising elements with characteristic features is estimated on the basis of the random data obtained.

Considered as a criterion for purchasing purposes the outcome of the spot check assumes economic significance. The reliability of the test thus determines the financial risk of the business partners; this type of estimate can be used for settling prices.

	Seite	
0.	Inhaltsübersicht	1
1.	Stichprobenverfahren	2
1.1	Häufigkeitsverteilung von Merkmalsträgern	2
1.2	Prüfen einer Garantiebehauptung	3
1.3	Zuverlässigkeit des Prüfverfahrens	4
1.4	Schätzen eines unbekanntem Anteils	5
2.	Stichprobenuntersuchung beim Kauf von Kondensatoren	6
2.1	Planung einer Stichprobenprüfung	7
2.2	Auswertung eines Prüfergebnisses	7
3.	Wirtschaftliches Risiko für den Käufer	10
3.1	Wertbestimmung von Kondensatoren	10
3.2	Wahrscheinlicher Verlust bei Stichproben- entscheid	11
3.3	Möglichkeiten der Preisübereinkunft	14

Literatur: A. Linder, Statistische Methoden; Birkhäuser Verlag,
Basel und Stuttgart 1960

0. Inhaltsübersicht

Es wird ein Verfahren der mathematischen Statistik beschrieben, welches von der beobachteten Häufigkeit von Merkmalsträgern in einer Stichprobe auf die Gesamtheit schließt (z.B. Defektanteil von Kondensatoren nach E Entladungen).

Einerseits werden Hypothesen oder Garantiebehauptungen betreffend die Gesamtheit mit der Stichprobenuntersuchung in Beziehung gesetzt, um festzustellen, ob die Untersuchungsergebnisse der Garantiebehauptung widersprechen, oder inwieweit Garantieverfüllung wahrscheinlich ist. Andererseits wird an Hand der Stichprobendaten der unbekannte Anteil der Merkmalsträger in der Gesamtheit geschätzt.

Als Kaufskriterium angewandt erhält der Stichprobenentscheid wirtschaftliche Bedeutung. So bestimmt die Zuverlässigkeit des Prüfverfahrens das wirtschaftliche Risiko der Geschäftspartner; das Schätzverfahren kann zur Preisbildung herangezogen werden.

1. Stichprobenverfahren

Gegeben sei eine Gesamtheit mit N Elementen, von denen ein gewisser Anteil p (in %) ein bestimmtes Merkmal aufweist. Der Gesamtheit wird zufällig eine Stichprobe mit k Elementen entnommen; diese können entweder alle miteinander herausgegriffen werden, oder eins nach dem andern - dann aber ohne Zurücklegen der bereits gezogenen Elemente. Die Stichprobe wird zufällig entnommen; das soll heißen: alle N Elemente haben die gleiche Wahrscheinlichkeit, in die Stichprobe einbezogen zu werden.

1.1 Häufigkeitsverteilung von Merkmalsträgern

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, unter den k Elementen der Stichprobe m Elemente zu finden, welche das bestimmte Merkmal besitzen, während die übrigen $k-m$ Elemente es nicht besitzen?

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen dieses Ereignisses ist gleich dem Verhältnis der diesem Ereignis günstigen zu sämtlich möglichen, gleichwahrscheinlichen Fällen. Die Zahl aller möglichen Fälle, k Elemente aus N auszuwählen, ist durch den Binomialkoeffizienten

$$\binom{N}{k}$$

gegeben. Die Anzahl der Möglichkeiten, unter $N \cdot p$ Merkmalsträgern deren m herauszugreifen und gleichzeitig $k-m$ aus den $N(1-p)$ Elementen ohne Merkmal zu ziehen, ist das Produkt

$$\binom{N \cdot p}{m} \cdot \binom{N(1-p)}{k-m}$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit lautet demnach

$$W_k(m,p) = \frac{\binom{N \cdot p}{m} \cdot \binom{N(1-p)}{k-m}}{\binom{N}{k}} \quad (1)$$

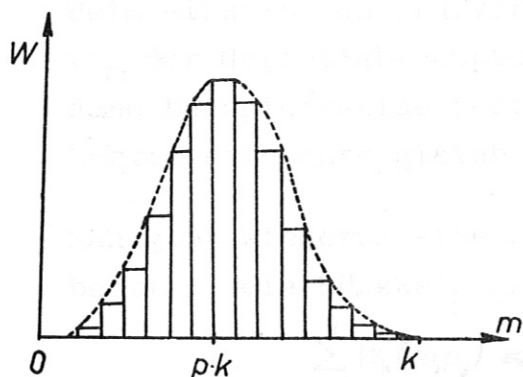


Abb. 1: Hypergeometrische Verteilung

Diese Wahrscheinlichkeits- oder Häufigkeitsverteilung heißt hypergeometrisch. Sie hat ein Maximum bei $m = p \cdot k$; die Summe der $W_k(m, p)$ für alle m bei konstantem k und p ist 1:

$$\sum_{m=0}^k W_k(m, p) = 1$$

1.2 Prüfen einer Garantiebehauptung

Es ist die Behauptung zu prüfen, daß der Prozentsatz der Merkmalsträger in einer Gesamtheit von N Elementen p_g ist.

Eine Stichprobe liefere das Untersuchungsergebnis: m' von k Elementen weisen das Merkmal auf. Ist im Falle $p = p_g$ die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten dieses Ergebnisses relativ groß, so scheint die Behauptung vertretbar. Ist es andererseits sehr wenig wahrscheinlich, das Stichprobenergebnis m' zu erhalten, wenn die Behauptung $p = p_g$ zutrifft, so wird letztere verworfen.

Es werden Grenzen r_u und r_o zwischen einem Annahmebereich ($r_u < m < r_o$) und zwei Rückweisungsbereichen ($m \leq r_u$ und $m \geq r_o$) gebildet: die Wahrscheinlichkeit, im Falle $p = p_g$

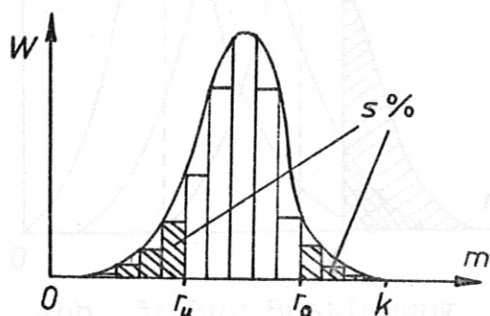


Abb. 2: Zur Festlegung von Annahme- und Rückweisungsbereichen

unter k Elementen mindestens r_o bzw. höchstens r_u Merkmalsträger zu finden, wird auf $s\%$ festgesetzt. Die Rückweisungsgrenzen bestimmen damit das Risiko, die Garantiebehauptung fälschlich als unzutreffend zu betrachten: bei $100/s$ Stichproben fällt einmal ein Rückweisungsurteil, obwohl $p = p_g$. "Sicherheitsschwellen" s von 5 oder 1 % sind üblich.

Beim einseitigen Prüfverfahren interessieren Abweichungen von der Garantiebehauptung nach nur einer Seite. Es ist dann beispielsweise festzustellen, ob der Anteil p der Merkmalselemente gleich oder kleiner als p_g ist.

Man gibt wiederum eine Sicherheitsschwelle $s\%$ vor und bestimmt die Rückweisungsgrenze r so, daß

$$\sum_{m=r}^k W_k(m, p_g) \leq s\% < \sum_{m=r-1}^k W_k(m, p_g) \quad (2)$$

Wird in der Stichprobe ein $m' \geq r$ gefunden, so wird die Garantiebehauptung $p \leq p_g$ bei einer Unsicherheit von höchstens $s\%$ verworfen. Ist aber $m' < r$, dann wird, wenn die Behauptung zutrifft, mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $(100-s)\%$ geschlossen, daß sie zutrifft. Die Zuverlässigkeit des Prüfverfahrens, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das Zutreffen des Stichprobenentscheids, ist nun für jeden möglichen Anteil p von Merkmalsträgern zu ermitteln.

1.3 Zuverlässigkeit des Prüfverfahrens

In Abb. 3 sind Häufigkeitsverteilungen für Stichproben mit k Elementen gezeichnet, und zwar bei drei verschiedenen Anteilen p von Merkmalselementen der Gesamtheit N .

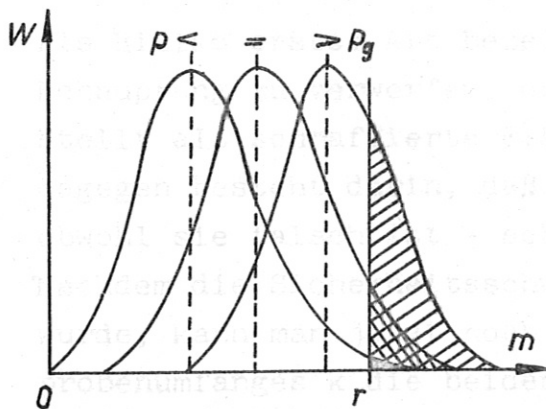


Abb. 3: Zur Bestimmung der Rückweisungswahrscheinlichkeit

Die Wahrscheinlichkeit, die Behauptung $p \leq p_g$ auf Grund des Stichprobenentscheids falsch zu nennen, ist jeweils in den Flächenstücken enthalten, welche durch die Ordinate $m = r$ begrenzt werden. Für den Fall $p = p_g$ wurde die Verurteilungswahrscheinlichkeit mit $s\%$ vorgegeben. Mit p wächst die Rückweisungswahrscheinlichkeit R (Stichprobenentscheid $p > p_g$: schraffierte Flächen);

der analytische Ausdruck dafür lautet:

$$R(k,p) = \sum_{m=0}^k W_k(m,p) \quad (3)$$

Trägt man R über p auf, erhält man für konstante k die Kurven der sogenannten Trennschärfe - die Kennlinien des Prüfverfahrens in Abb. 4a. Der Entscheid auf Annahme der Garantiebehauptung ist als

$$A(k,p) = 1 - R(k,p)$$

in Abb. 4b dargestellt. Die Kombination beider Darstellungen zeigt in Abb. 4c die Quote der richtigen Stichprobenentscheidungen - abhängig vom wirklichen Anteil p der Merkmalsträger.

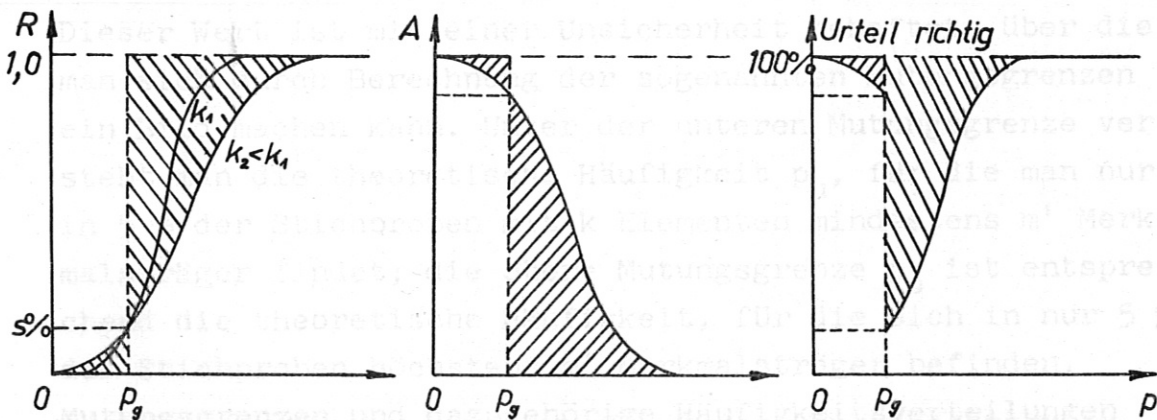


Abb. 4a - c: Kennlinienbilder des Prüfverfahrens

Als Risiko erster Art bezeichnet man die Möglichkeit, die Behauptung zu verwerfen, obwohl sie richtig ist - dargestellt als schraffierte Fläche für $p \leq p_g$. Das Risiko 2. Art dagegen besteht darin, daß man die Behauptung annimmt, obwohl sie falsch ist - schraffierte Fläche für $p > p_g$. Nachdem die Sicherheitsschwelle von $s\%$ schon vorgegeben wurde, kann man jetzt noch durch Wahl eines größeren Stichprobenumfanges k die beiden Risiken einschränken.

1.4 Schätzen eines unbekanntes Anteils

An Hand des Stichprobenergebnisses m' kann der Anteil p der Merkmalselemente in der Gesamtheit N geschätzt werden.

Die beste Schätzung bietet nach der "Methode der größten Mutmaßlichkeit" der Wert p' , für den die Mutmaßlichkeit $M(p)$ ein Maximum annimmt. $M(p)$ ist definiert als

$$M(p) = \frac{\binom{N \cdot p}{m'} \cdot \binom{N(1-p)}{k-m'}}{\binom{N}{k}}$$

Notwendige und hinreichende Bedingung für p' :

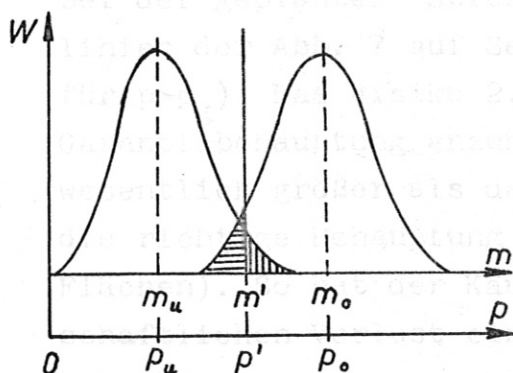
$$\left. \frac{dM(p)}{dp} \right|_{p'} = 0 \qquad \left. \frac{d^2M(p)}{dp^2} \right|_{p'} < 0$$

Als besten Schätzwert erhält man

$$p' = \frac{m'}{k}$$

Dieser Wert ist mit einer Unsicherheit behaftet, über die man sich durch Berechnung der sogenannten Mutungsgrenzen ein Bild machen kann. Unter der unteren Mutungsgrenze versteht man die theoretische Häufigkeit p_u , für die man nur in 5 % der Stichproben mit k Elementen mindestens m' Merkmalsträger findet; die obere Mutungsgrenze p_o ist entsprechend die theoretische Häufigkeit, für die sich in nur 5 % der Stichproben höchstens m' Merkmalsträger befinden.

Mutungsgrenzen und dazugehörige Häufigkeitsverteilungen sind in Abb. 5 skizziert. Man bekommt p_u und p_o als Lösungen von:



$$R(k, p_u) = \sum_{m=m'}^k W_k(m, p_u) = 5\% \quad (4)$$

$$\sum_{m=0}^{m'} W(m, p_o) = 5\%$$

Abb. 5: Mutungsgrenzen der Schätzung p'

2. Stichprobenuntersuchung beim Kauf von Kondensatoren

Prüf- und Schätzverfahren wurden angewandt beim Kauf von Stoßstromkondensatoren, für welche die Gewährleistung gege-

ben war: Nach E_g -Entladungen sind höchstens p_g in % defekt. Der Fragestellung entsprechend - ist p kleiner oder gleich p_g ? - kommt das unter 1.2 beschriebene einseitige Prüfverfahren zur Anwendung.

2.1 Planung einer Stichprobenprüfung (Kondensatoren der Siemens-Schuckertwerke AG)

Die hypergeometrische Verteilung $W_k(m,p)$ in 1.1 liefert die Wahrscheinlichkeit, unter k Kondensatoren der Stichprobe m defekte zu erfassen, wenn der wirkliche Anteil der defekten im Gesamtkollektiv von N Kondensatoren p beträgt.

$W_k(m,p_g)$ wurde auf der IBM 7090 für die Werte $N = 500$, $p_g = 10\%$ nach 20 000 Entladungen und $k = 10, 15$ und 20 berechnet (Abb. 6 Seite 8). Bei einer Sicherheitsschwelle von $s < 7\%$ sind die Rückweisungsgrenzen $r = 3, 4$ und 5 ; d.h. fallen bei der Prüfung von k zufällig entnommenen Kondensatoren r oder mehr aus, so ist die Gewährleistung $p \leq p_g = 10\%$ mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als $(100 - s)\% = 93\%$ nicht erfüllt.

Aufschluß über die Wahrscheinlichkeit von Fehlurteilen bei der geplanten Stichprobenprüfung geben die Kennlinien der Abb. 7 auf Seite 8. (R für $p \leq p_g$ und $A = (1 - R)$ für $p > p_g$). Das Risiko 2. Art für den Käufer - die falsche Garantiebehauptung anzunehmen - ist selbst bei $k = 20$ wesentlich größer als das Risiko 1. Art (Verkäuferisiko), die richtige Behauptung $p \leq p_g$ zu verwerfen (schraffierte Flächen). So hat der Käufer einen wahrscheinlichen, wirtschaftlichen Verlust einzukalkulieren, was in 3.2 geschieht.

2.2 Auswertung eines Prüfungsergebnisses (BICC-Kondensatoren)

Die hypergeometrische Verteilung wurde für die Werte $N = 2636$; $p = p_g = 0,02$ nach 13 000 Entladungen und $k = 64$ berechnet (Abb. 8, Seite 9). Eine Sicherheitsschwelle von

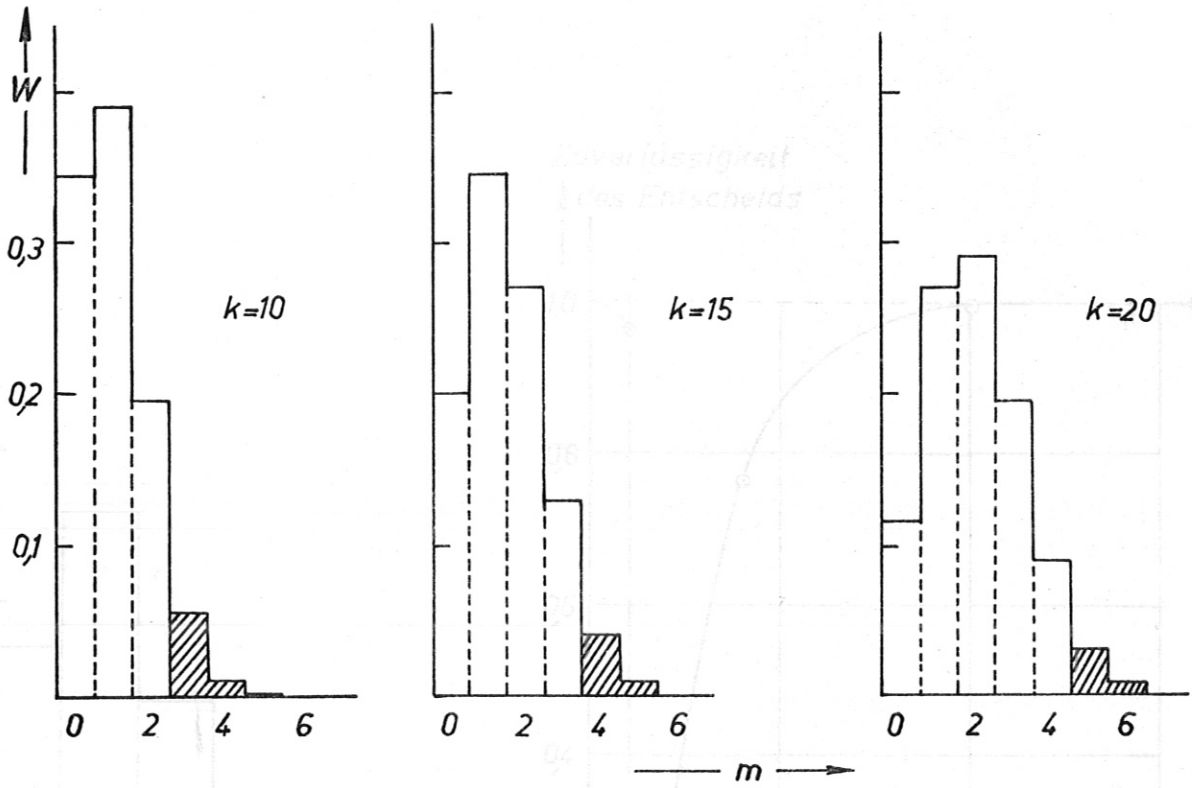


Abb.6: Hypergeometrische Verteilung ; $N=500$ $p_g=0,10$

Quote der Fehlerurteile

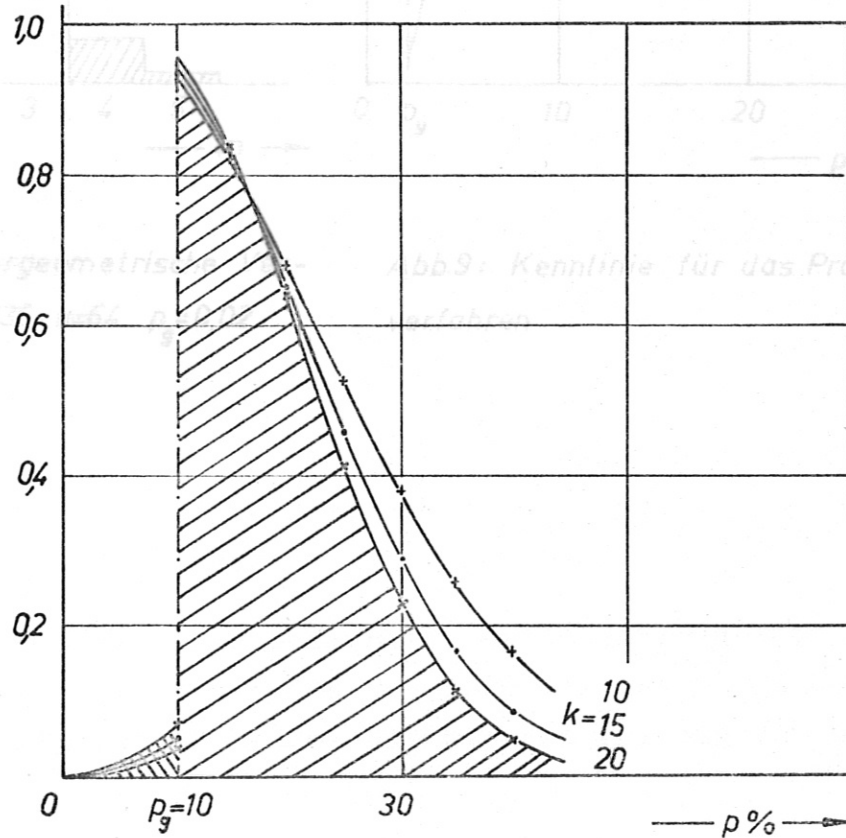


Abb.7: Kennlinien für verschiedenen Stichprobenumfang k .

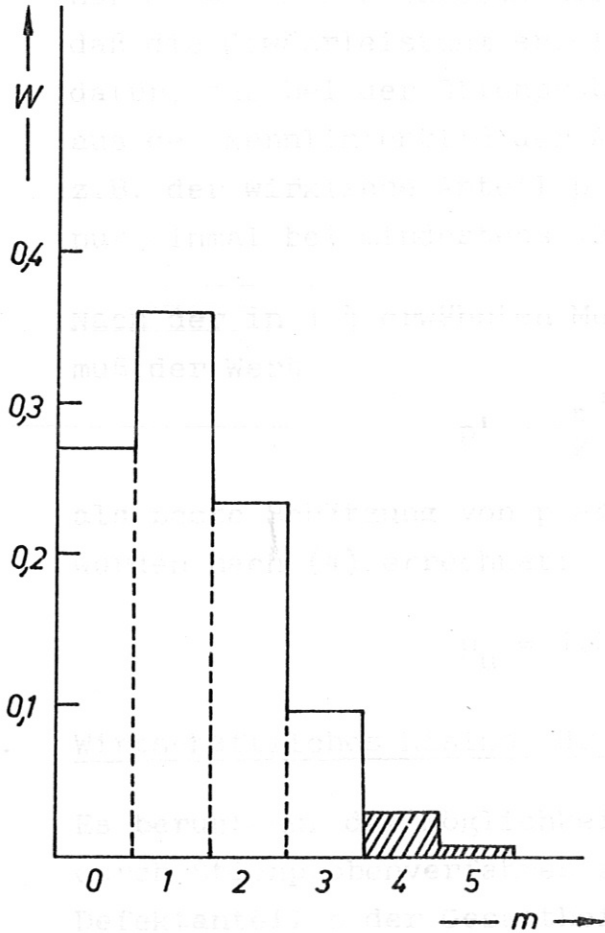


Abb. 8: Hypergeometrische Verteilung; $N=2636$ $k=64$ $p_g=0,02$

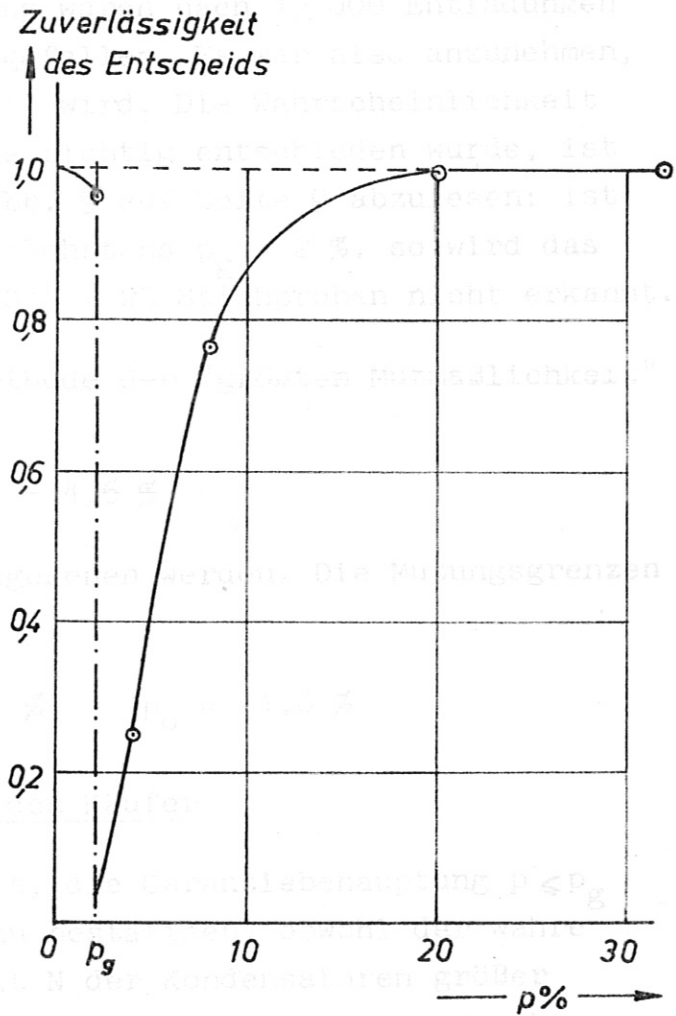


Abb. 9: Kennlinie für das Prüfverfahren

3.1 Wertbestimmung von Kondensatoren

Der Wert $N \cdot p$ der k Kondensatoren durch zwei p -Sorten, die weder zu groß noch zu klein sind, proportional zur Zahl der Gesamtprüfungen E gesetzt werden können.

$B(E)$ sei der Bestand nicht-defekter Kondensatoren nach E Entladungen (in Prozenten des Gesamtkollektivs N). Lebensdaueruntersuchungen an EICC-Kondensatoren ergaben für B die Abhängigkeit von E in folgender Form:

4 % ergab die Rückweisungsschranke $r = 4$.

Bei der durchgeführten Prüfung waren nach 13 000 Entladungen nur $m' = 3$ Kondensatoren ausgefallen. Es war also anzunehmen, daß die Gewährleistung erfüllt wird. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß bei der Stichprobe richtig entschieden wurde, ist aus dem Kennlinienbild der Abb. 9 auf Seite 9 abzulesen: ist z.B. der wirkliche Anteil p höchstens $p_g = 2 \%$, so wird das nur einmal bei mindestens $100/4 = 25$ Stichproben nicht erkannt.

Nach der in 1.4 erwähnten Methode der "größten Mutmaßlichkeit" muß der Wert

$$p' = \frac{m'}{k} = 4,6 \%$$

als beste Schätzung von p angesehen werden. Die Mutungsgrenzen wurden nach (4) errechnet:

$$p_u = 1,2 \% \quad p_o = 11,6 \%$$

3. Wirtschaftliches Risiko für den Käufer

Es beruht auf der Möglichkeit, die Garantiebehauptung $p \leq p_g$ durch Stichprobenverfahren zu bestätigen, obwohl der wahre Defektanteil p der Gesamtheit N der Kondensatoren größer ist als der Garantiewert p_g . Dieses Risiko 2. Art, durch $A = 1 - R$ als Wahrscheinlichkeit ausgedrückt, ist mit wirtschaftlichem Verlust in Beziehung zu bringen.

3.1 Wertbestimmung von Kondensatoren

Der Wert $N \cdot S$ der N Kondensatoren dürfte bei p -Werten, die weder zu groß noch zu klein sind, proportional zur Zahl der Gesamtentladungen E^+ gesetzt werden können.

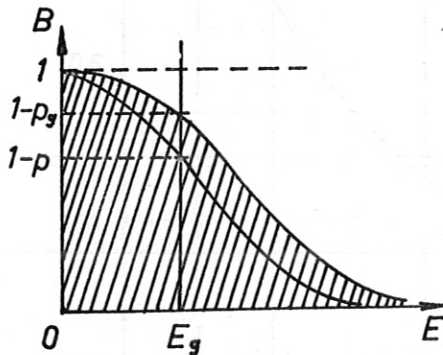
$B(E)$ sei der Bestand nicht-defekter Kondensatoren nach E Entladungen (in Prozenten des Gesamtkollektivs N). Lebensdaueruntersuchungen an BICC-Kondensatoren ergaben für B die Abhängigkeit von Gauss-Funktionen:

$$B(E) = e^{-\text{const} \cdot E^2}$$

Die Konstante wird als Parameter benutzt, um den Prozentsatz p der ausgefallenen Kondensatoren nach E_g Entladungen zu berücksichtigen. Durch die Zusatzbedingung

$$B(E_g) = 1 - p$$

erhält man eine Kurvenschar (Abb. 10) mit dem Parameter p :



$$B_p(E) = (1 - p) \frac{E^2}{E_g^2}$$

Die Anzahl der Entladungen des Gesamtkollektivs N ist:

$$E^+(p) = N \cdot \int_0^\infty B_p(E) dE \quad (5)$$

Abb. 10: Kondensatorbestand nach E Entladungen

Bei Garantierfüllung ist $p = p_g$ zu setzen; $N \cdot S_g$ sei der in diesem Falle gerechtfertigte Preis. Wegen der erwähnten Proportionalitätsbeziehung ist dann für S der Ausdruck zu setzen

$$S(p) = S_g \cdot \frac{E^+(p)}{E^+(p_g)}$$

Integration liefert den Kondensatorwert S - abhängig von der Ausfallrate p nach E_g Entladungen:

$$S(p) = S_g \cdot \sqrt{\frac{\log(1-p_g)}{\log(1-p)}} \quad (6)$$

3.2 Wahrscheinlicher Verlust bei Stichprobenentscheid

Die Abb. 11 (Seite 12) zeigt $S(p)$ für $p_g = 10\%$. Der relative Verlust für den Käufer

$$v(p) = \frac{S_g - S(p)}{S_g}$$

ergibt sich durch Einsetzen von (6) zu:

$$v(p) = 1 - \sqrt{\frac{\log(1-p_g)}{\log(1-p)}} \quad (7)$$

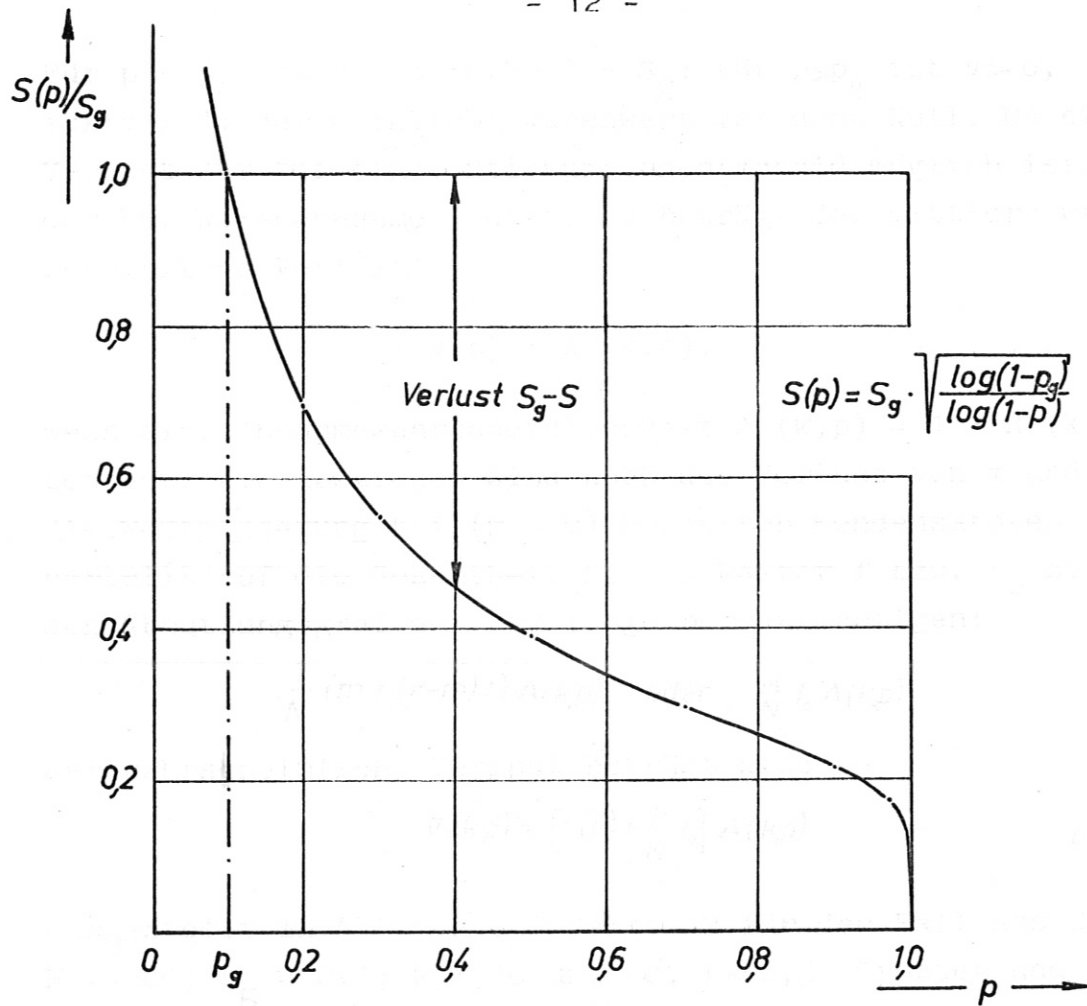


Abb.11: Kondensatorwert abhängig von der Ausfallrate nach E_g Entladungen

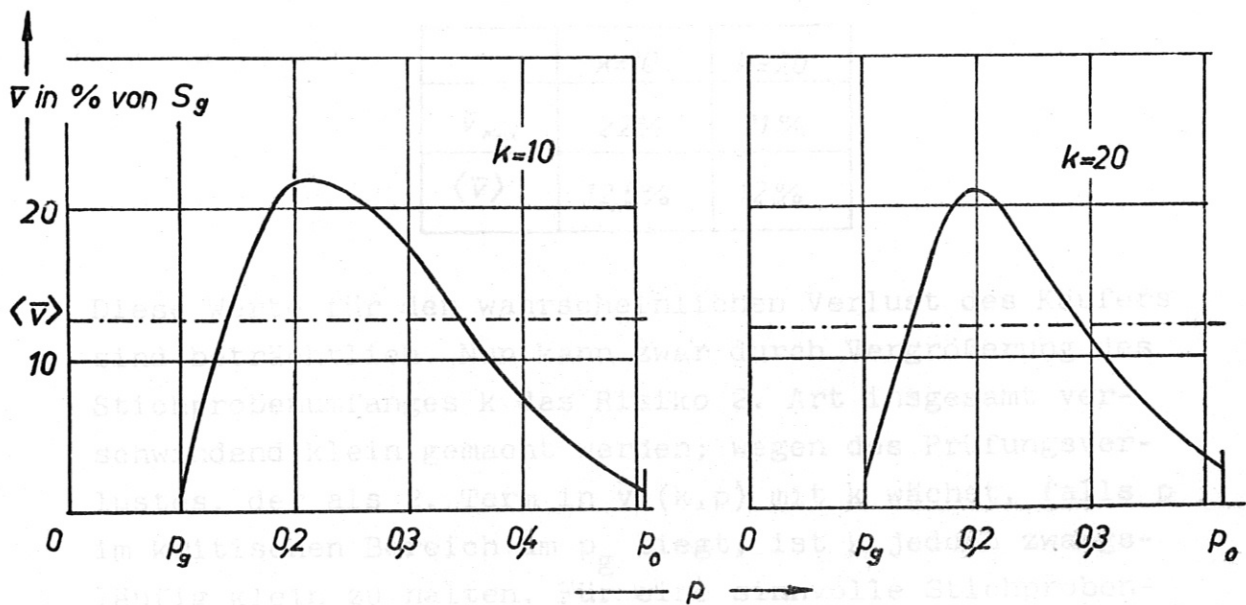


Abb.12: Wahrscheinlicher Verlust \bar{v} bei $N=500$; $p_g=0,1$

Für $p = p_g$ ist $v = 0$, d.h. $S = S_g$; für $p > p_g$ ist $v > 0$, maximal 1; der wirkliche Warenwert ist dann Null. Da ein Verlust nur bei einem Stichprobenentscheid möglich ist, der auf Warenannahme lautet, so beträgt der mittlere wahrscheinliche Verlust

$$v(p) \cdot A(k, p),$$

wenn eine Annahmewahrscheinlichkeit $A(k, p) = 1 - R(k, p)$ besteht. Einzubeziehen sind noch der Verlust von m und die Wertminderung bei $(k - m)$ geprüften Kondensatoren - verteilt auf die Gesamtheit N ; ein Faktor f bzw. f_0 soll den Abnutzungsgrad der Prüflinge berücksichtigen:

$$\frac{1}{N} (m + (k - m)f) \cdot A(k, p) \quad \text{oder} \quad \frac{k}{N} f_0 \cdot A(k, p)$$

Der wahrscheinliche Verlust beträgt also

$$\bar{v}(k, p) = \left[v(p) + \frac{k}{N} f_0 \right] \cdot A(k, p) \quad (8)$$

dargestellt in Abb. 12 auf Seite 12 für den Fall aus 2.1: $N = 500$; $p_g = 0,1$; $k = 10$ und 20 ; $f = 0,5$. Größter und mittlerer wahrscheinlicher Verlust wurden abgelesen. Gemittelt wurde über das Intervall $p_g \leq p \leq p_0$, wobei p_0 die obere Mutungsgrenze der Annahmeschranke $r - 1$ bedeutet; sie liegt bei 50,5 % ($k = 10$) bzw. 41 % ($k = 20$)

	$k=10$	$k=20$
\bar{v}_{Max}	22%	21%
$\langle \bar{v} \rangle$	12,5%	12%

Diese Werte für den wahrscheinlichen Verlust des Käufers sind beträchtlich. Nun kann zwar durch Vergrößerung des Stichprobenumfanges k das Risiko 2. Art insgesamt verschwindend klein gemacht werden; wegen des Prüfungsverlustes, der als 2. Term in $\bar{v}(k, p)$ mit k wächst, falls p im kritischen Bereich um p_g liegt, ist k jedoch zwangsläufig klein zu halten. Für eine sinnvolle Stichprobenuntersuchung müssen folglich zwei Kriterien gleichzeitig

erfüllt sein:

- 1) Der Charakter der Stichprobe bleibt gewahrt, d.h.
 $\frac{k}{N} \cdot f_0$ ist begrenzt (etwa 0,01)
- 2) Trotzdem ist das wirtschaftliche Risiko für den Käufer weitgehend eingeschränkt; d.h. zum Beispiel:
 \bar{v}_{\max} oder $v(p_0)$ liegen unter einer vorgegebenen Schranke (etwa 0,25 oder 0,5)

Es werden nun zwei Möglichkeiten aufgezeigt, den Lieferanten, dessen Risiko beim Abnahmeentscheid von vornherein sehr klein angesetzt wurde, am wirtschaftlichen Risiko des Käufers zu beteiligen, wenn dieses wegen der ersten Forderung nicht mehr weiter reduziert werden kann.

3.3 Möglichkeiten der Preisübereinkunft

Zunächst können Abmachungen über Ausgleichszahlungen zu einem späteren Termin getroffen werden. Bei Abnahmeentscheid auf Grund des Stichprobenergebnisses $m' < r$ wird der Preis S_g angezahlt. Die Ausfallquote p'' der Kondensatoren, die innerhalb einer gewissen Garanzzeit in Betrieb genommen wurden, bestimmt die Ausgleichszahlung in Höhe von

$$S(p'') - S_g$$

entweder als Preisaufschlag oder Preisnachlaß.

Die 2. Möglichkeit basiert auf der Übereinkunft, den Preis direkt dem Stichprobenergebnis m' gemäß zu schätzen. Hierzu hat man wie unter 1.4 die Wahrscheinlichkeiten zu ermitteln, unter k Kondensatoren genau m' defekte zu erfassen - und zwar für sämtliche Defektanteile $p_i = \frac{m_i}{k}$; diese Größen

$$W_k(m', p_i)$$

sind bei einer Mittelwertbildung aller Preise $S(p_i)$ innerhalb der Mutungsgrenzen $p_u \leq p_i \leq p_o$ als Gewichte oder "Mutmaßlichkeiten" aufzufassen. Als beste Schätzung ergibt

sich der Preis:

$$\bar{S} = \frac{\sum_{p_u}^{p_o} S(p_i) \cdot W_k(m', p_i) \cdot \Delta p_i}{\sum_{p_u}^{p_o} W_k(m', p_i) \cdot \Delta p_i} \quad (9)$$

Will man die durch diese Preisbildung entstehende Belastung für den Lieferanten mindern, so kann man die rein statistischen Größen der Mutmaßlichkeit durch verschiedenes Exponieren ungleich gewichtig machen; z.B. setze man anstelle der $W_k(m', p_i)$ die Werte

$$W_k^n(m', p_i) \text{ mit } n = \frac{p_i}{p} .$$

Wächst der Verlust \bar{v} aus (8) im Annahmehereich $0 \leq m < r$ streng monoton mit p , ist die Preisfestlegung auf

$$\bar{S} = S_g (1 - a \cdot \bar{v}(k, p'))$$

einfacher. Hier übernimmt also der Verkäufer einen Anteil $a \cdot \bar{v} \cdot S_g$ am wahrscheinlichen Verlust. Auf die Größe a müssen sich die Geschäftspartner einigen ($0 < a \leq 1$).