

Magnetfeldmessungen mit Hilfe  
des Zeeman-Effektes

K. Hübner

IPP 1/19

Januar 1964

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**



# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Magnetfeldmessungen mit Hilfe  
des Zeeman-Effektes

K. Hübner

IPP 1/19

Januar 1964

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*



Inhaltsverzeichnis

I.	Zusammenfassung	S. 3
II.	Einleitung	S. 5
III.	Meßverfahren für veränderliche Felder	S. 8
	1. Prinzip	S. 8
	2. Experimentelle Anordnung	S. 13
	3. Empfindlichkeit des Meßsystems	S. 19
	4. Fehlerrechnung	S. 24
	5. Erprobung	S. 28
IV.	Untersuchung der Verwendbarkeit des Ver- fahrens für Messungen am $\theta$ -Pinch	S. 36
	Literaturverzeichnis	S. 52



## I. Zusammenfassung

Die Arbeit behandelt ein Verfahren zur Bestimmung nicht konstanter Magnetfelder aus dem Zeemaneffekt zeitlich veränderlicher Linienstrahlung. Bei diesem Verfahren werden die beiden Komponenten des normalen longitudinalen Zeemaneffektes vermöge ihrer verschiedenen Polarisierungen getrennt. Mit Spalten auf den Linienflanken wird dann ihre Intensitätsdifferenz in einem bestimmten Wellenlängenintervall gemessen. Diese Differenz ist dem Magnetfeld und der Flankenneigung proportional. Der Beitrag der Flankenneigung wird getrennt aber gleichzeitig bestimmt.

Das Verfahren ist von der speziellen Linienform und den Spaltprofilen unabhängig und wird von Änderungen der Intensität und der Linienbreite nicht berührt, sofern die Zeemanverschiebungen klein gegenüber der Linienbreite sind. Linienasymmetrien und Doppelverschiebungen, die klein gegenüber der Lineinbreite sind, spielen keine Rolle.

Die Empfindlichkeit des Verfahrens hängt von einer geeigneten Dimensionierung der Ein- und Austrittsspalte des Spektralapparates ab und ist letzten Endes durch die verfügbare Strahlungsleistung und durch die erforderliche Bandbreite gegeben.

Die Genauigkeit der Messung findet bei guter Justierung der optischen Teile in der Stabilität der Elektronik ihre Grenze und ist durch die relativen Intensitätsänderungen in den Spalten bestimmt.

Das Verfahren wurde an einer Stickstoffentladung in einem homogenen Magnetfeld der Frequenz 130 kHz erprobt. Dabei konnte bei einer Bandbreite von 1 MHz ein Schwellwert von 650 Gauß erreicht werden, der Meßfehler war im Feldmaximum kleiner als 18 %.



Bei Messungen inhomogener Felder aus räumlich nicht konstanter Linienemission wird nicht der Mittelwert des Feldes erhalten, sondern nur ein Wert, der zwischen dem Maximum und dem Minimum des Feldes in dem betrachteten Gebiet liegt und der von der räumlichen Verteilung der Linienemission abhängt.

Trotzdem wurden experimentell reproduzierbare Werte an einem kleinen schnellen  $\Theta$ -Pinch an Entladungen in Wasserstoff mit 10 % Stickstoffzusatz bei Verwendung einer nur von der Plasmaschicht emittierten N II-Linie erhalten.



## II. Einleitung

Die magnetische Beeinflussung der Spektrallinien gestattet es, Magnetfelder auf optischem Wege zu messen. Wegen des Aufwandes wird von dieser Möglichkeit nur dann Gebrauch gemacht, wenn direkte Methoden versagen.

In der Astrophysik wurde ein Verfahren entwickelt, die Sonnenmagnetfelder aus dem Zeemaneffekt der Absorptionslinien zu bestimmen. Die Linienbreiten betragen dort das  $10^2$ - bis  $10^3$ -fache der Aufspaltungen. Um die Komponenten trotzdem trennen zu können, wird nach Hale /1/ der longitudinale - das heißt, der parallel zu den Magnetfeldlinien zu beobachtende - normale Zeemaneffekt benutzt, bei dem statt einer Linie zwei erscheinen, die entgegengesetzt zirkular polarisiert sind und um den Betrag

$$\Delta\lambda = 4,66 \cdot 10^{-13} \lambda_0^2 B \quad (\Delta\lambda, \lambda_0 \text{ in } \text{Å}) \quad (1)$$

(B in Gauß)

nach größeren und kleineren Wellenlängen verschoben sind.  $\lambda_0$  ist die Wellenlänge der feldfreien Linienmitte, B ist das Magnetfeld. Durch eine  $\lambda/4$ -Platte werden die entgegengesetzt zirkular polarisierten Komponenten senkrecht zueinander linear polarisiert und danach mit Analysatoren getrennt.

Auf diese Weise wurden zahlreiche photographische und visuelle Messungen des Sonnenmagnetfeldes durchgeführt. Um lichtelektrisch messen zu können, ließen Thiessen /2/ und Kiepenheuer /3/ die  $\lambda/4$ -Platte rotieren, so daß hinter dem Analysator in einem Spektralapparat die beiden Zeemanlinien abwechselnd erschienen. Die Lichtintensität in einem Spalt, der einen Teil der Linienflanke bedeckt, ändert sich dabei mit der Rotationsfrequenz um kleine, dem Magnetfeld proportionale Beträge. Diese Änderungen wachsen mit der Flankenneigung.

Babcock /4/ ersetzte die mechanisch rotierende  $\lambda/4$ -Platte durch eine alternierende elektro-optische aus Ammoniumdihydrogenphosphat-Kristall und den einfachen Spalt durch einen Doppel-

spalt, der symmetrisch zur feldfreien Linienmitte lag. So konnte er aus der Intensitätsdifferenz der beiden Spalte die kleine, dem Magnetfeld proportionale Modulation allein, ohne den viel größeren konstanten Anteil erhalten.

Jahoda, Ribe und Sawyer /5/ haben kürzlich die Idee von Hale zur Magnetfeldmessung im Plasma am  $\Theta$ -Pinch Scylla I verwendet. Im Plasma sind Lichtintensität und Magnetfelder zeitlich veränderlich, so daß eine Modulation zur photoelektrischen Messung nicht notwendig war. Der Doppelspalt nach Babcock konnte nicht verwendet werden, weil Dopplerverschiebungen und Linienunsymmetrien die Messungen verfälschen würden. Jahoda und Mitarbeiter haben für jede Zeemanlinie getrennt aber gleichzeitig die durch das Magnetfeld bedingten relativen Intensitätsänderungen in einem Spalt auf der Linienflanke gemessen. Aus dem Verhältnis dieser beiden Werte konnten sie für Zeitpunkte, in denen ihnen aus anderen Messungen die Flankenneigung bekannt war, das Magnetfeld bestimmen. Um die Empfindlichkeit der beiden Meßkanäle nicht abgleichen zu müssen, führten sie nacheinander zwei Messungen aus, bei denen sie die Zuordnung der Zeemanlinien und der Meßkanäle vertauschten, und rechneten dann mit dem Mittelwert dieser beiden Messungen. Sie konnten das Magnetfeld nicht über die Konstanten der Gl.(1) bestimmen, sondern mußten ihre Anlage eichen.

Der Verfasser hat zur Bestimmung zeitlich veränderlicher Magnetfelder aus zeitlich veränderlicher Linienstrahlung ein Verfahren vorgeschlagen /6/, das ebenfalls auf die Idee von Hale zurückgeht. Dabei wird durch Messung der Intensitätsdifferenz der beiden Zeemankomponenten an einer Stelle der Linienflanke und durch gleichzeitige Messung der Flankensteilheit das Magnetfeld bestimmt.

Diese Methode, ihre Empfindlichkeit und ihre Genauigkeit werden in der vorliegenden Arbeit diskutiert. Ferner wird ihre Erprobung beschrieben.

Es ist anzunehmen, daß dieses Verfahren in verschiedensten Gebieten der Physik verwendet werden kann. Eine Möglichkeit sind

Messungen an  $\Theta$ -Pinchen, die im letzten Abschnitt dieser Arbeit speziell behandelt werden.

Die Lichtquelle hat eine räumliche Verteilung der lokalen Strahlungsdichte  $D(x, y, z, \lambda, t)$ , die die Energiemenge pro Volumeneinheit und Bandbreite  $d\lambda$  an der Ortskoordinate  $(x, y, z)$  zur Zeit  $t$  bedeutet.

Die wellenlängenabhängigkeit der Strahlungsdichte  $D$  wird durch ein Linienprofil  $f_1(x, y, z, \lambda, t)$  beschrieben, das nur die diskontinuierliche Strahlung erfassen soll. Die lokale Strahlungsdichte  $D$  ist dann  $D(x, y, z, \lambda, t) = f_1(x, y, z, \lambda, t) \cdot D_0(x, y, z, \lambda, t)$ .



### III. Meßverfahren für veränderliche Felder

#### 1. Prinzip

Es wird ein Spektrum erzeugt, das in der oberen Hälfte nur eine der Komponenten des normalen longitudinalen Zeemaneffektes enthält und in der unteren Hälfte nur die andere. Das zeitabhängige wahre Linienprofil soll durch die Funktion  $f(\lambda, t)$  beschrieben werden. Die beiden Zeemankomponenten sind um  $+\Delta\lambda$  beziehungsweise  $-\Delta\lambda$  verschoben. Werden außerdem noch die Änderungen  $d$  einer etwaigen Dopplerverschiebung berücksichtigt, so sind die beiden Profile durch  $f(\lambda - d \mp \Delta\lambda, t) = f(\lambda', t)$  gegeben, wobei für jede Zeemanlinie ein Vorzeichen von  $\Delta\lambda$  gilt.  $\Delta\lambda$  und  $d$  sind selbst Funktionen der Zeit.

Auf jeder Zeemanlinie wird bei  $\lambda = \lambda_s$  ein Spalt mit den Begrenzungen  $\lambda_s - b_i$  und  $\lambda_s + b_i$  angebracht (Abb. 1, Seite 9), und zwar der Spalt  $i = 1$  auf der nach kürzeren Wellenlängen und der Spalt  $i = 2$  auf der nach längeren Wellenlängen verschobenen Linie. Hier sowie im folgenden sind alle Spaltbreiten in Wellenlängen ( $\text{\AA}$ ) gemeint - also durch die Lineardispersion geteilt zu denken. Das Profil der Spalte sei durch  $S_i(\lambda)$  gegeben und soll nicht notwendig ein Rechteckprofil sein. Die durch den Spalt  $i$  tretende Strahlungsleistung wird durch eine photoelektrische Anordnung mit der Gesamtempfindlichkeit  $e_i$  in eine Spannung  $u_i$  umgewandelt.

Die Lichtquelle hat eine bestimmte zeitlich variable lokale Strahlungsdichte  $D(x, y, z, t)$ , das ist die Strahlungsleistung pro Volumeneinheit und Raumwinkel.  $x, y, z$  sind die Ortskoordinaten.

Die Wellenlängenabhängigkeit der Strahlung wird durch das lokale wahre Linienprofil  $f_1(x, y, z, \lambda', t)$  beschrieben, das hier auch die Kontinuumsstrahlung erfassen soll. Die lokale spektrale Strahlungsdichte ist dann  $D(x, y, z, t) \cdot f_1(x, y, z, \lambda', t)$ .

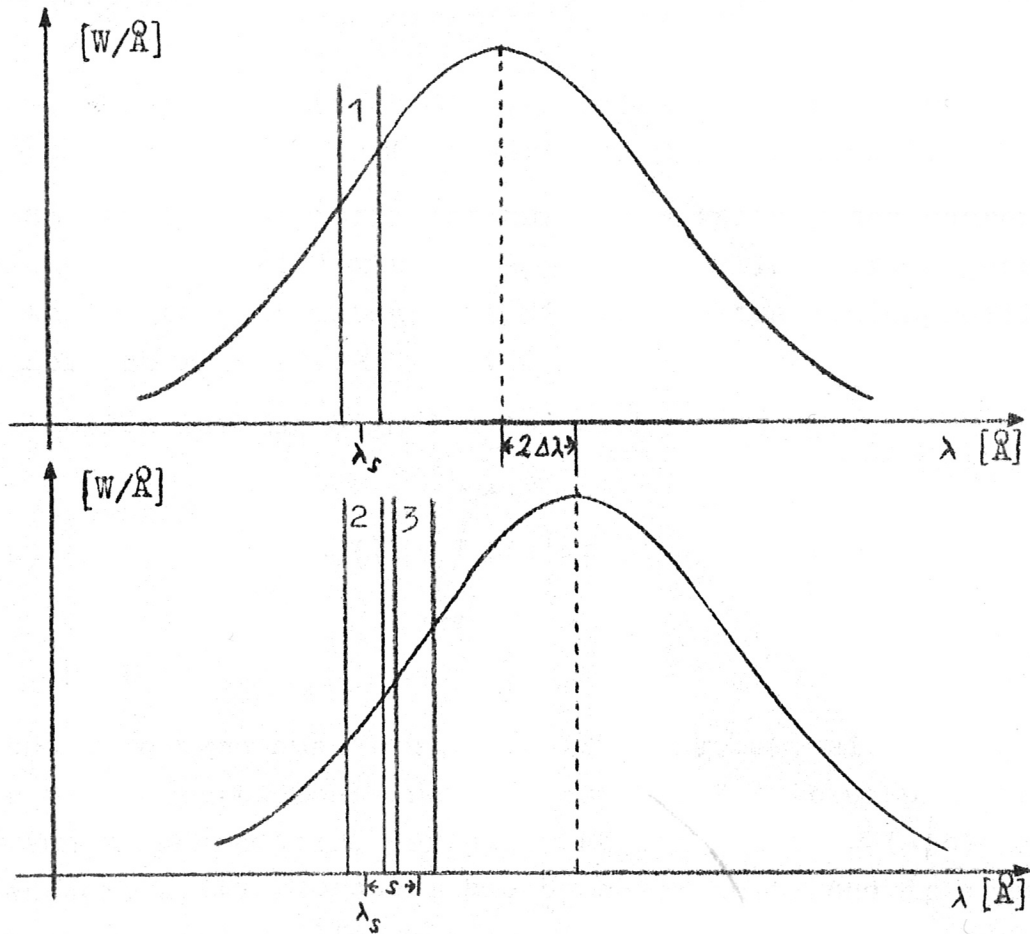


Abbildung 1: Anordnung der Spektren und Spalte

Die pro Raumwinkel emittierte spektrale Strahlungsleistung  $N(t) \cdot f(\lambda; t)$  - wobei  $f(\lambda; t)$  das schon benutzte wahre Linienprofil ist - folgt daraus durch Integration über das Volumen.

$$N(t) \cdot f(\lambda; t) = \int_V D(x, y, z, t) f_1(x, y, z, \lambda; t) dV \quad (2)$$

Davon erreicht der durch die Transmission  $T_i$  bestimmte Teil die Photokathode.  $T_i$  erfaßt auch den Öffnungswinkel.

Das Spektrallinienprofil ist durch die Faltung des wahren Linienprofils  $f(\lambda; t)$  mit der Apparatfunktion  $A(\xi)$  gegeben. Der Austrittsspalt integriert dieses Spektrallinienprofil über den Bereich  $\lambda_s - b_i \dots \lambda_s + b_i$ .

Schließlich ist das Signal  $u_i(t)$  also

$$u_i(t) = N(t) e_i T_i \int_{\lambda_s - b_i}^{\lambda_s + b_i} S_i(\lambda) \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda' - \xi, t) A(\xi) d\xi d\lambda \\ = U_i(f(\lambda; t)). \quad (3)$$

$e_i$  und  $T_i$  hängen auch von der Wellenlänge ab, sie sind aber über die Austrittsspaltbreite konstant. Zur Abkürzung wurde der Funktionaloperator, der jeder Funktion  $N(t) \cdot f(\lambda; t)$  einen Wert  $u_i(t)$  zuordnet, als  $U_i$  bezeichnet, und im Argument statt  $N(t) \cdot f(\lambda; t)$  nur  $f(\lambda; t)$  geschrieben.

Das Apparatprofil  $A(\xi)$  ist für beide Spektren gleich, verschieden sind die photoelektrischen Empfindlichkeiten  $e_i$ , die Transmissionen  $T_i$ , die Spaltbreiten  $2b_i$  und die Spaltprofile  $S_i(\lambda)$ . Durch Abgleich wird dafür gesorgt, daß aber die Operatoren  $U_i$  für beide Kanäle gleich sind.

$$U_i(f(\lambda)) = U(f(\lambda)) \quad (4)$$

Das im folgenden behandelte Meßverfahren geht davon aus, daß die Zeemanverschiebungen klein gegenüber der Linienbreite sind, damit die Flanken der Spektrallinie für alle Magnetfeldänderungen die Spalte bedecken. Die Änderungen



der Doppelverschiebung sollen ebenfalls klein gegenüber der Linienbreite sein. Diese Voraussetzungen sind in vielen Fällen erfüllt, für jedes spezielle Problem sind sie nachzuprüfen; zwei Beispiele werden in den Abschnitten III,5 und IV diskutiert.

Unter den beiden Bedingungen kann das Linienprofil  $f(\lambda', t)$  im Bereich der Flanken in eine Reihe entwickelt und diese nach dem ersten Gliede abgebrochen werden.

$$f(\lambda'; t) = f(\lambda - d \mp \Delta\lambda, t) = f(\lambda, t) - d f'(\lambda, t) \mp \Delta\lambda f'(\lambda, t) \quad (5)$$

Dann sind Meßspannungen für die Spalte 1 und 2 nach Gl.(3)

$$u_1(t) = U(f(\lambda, t)) - d U(f'(\lambda, t)) + \Delta\lambda U(f'(\lambda, t)), \quad (6)$$

$$u_2(t) = U(f(\lambda, t)) - d U(f'(\lambda, t)) - \Delta\lambda U(f'(\lambda, t)). \quad (7)$$

Die Differenz  $u_1 - u_2$  hängt nur noch vom Magnetfeld ( $\Delta\lambda$ ) und von der Flankenneigung  $f'(\lambda, t)$  ab.

$$u_1(t) - u_2(t) = u_{12}(t) = 2\Delta\lambda(t) \cdot U(f'(\lambda, t)) \quad (8)$$

Um daraus das Magnetfeld bestimmen zu können, ist es notwendig, die Größe  $U(f'(\lambda, t))$  gleichzeitig zu messen. Das geschieht mit Hilfe eines dritten Spaltes, der sich im Abstand  $s$  neben dem Spalt 2 befindet (Abb. 1, Seite 9). Analog zum vorhergehenden ergibt sich für die zum Spalt 3 gehörende Meßspannung

$$\begin{aligned} u_3(t) &= N(t) e_3 T_3 \int_{\lambda_s + s - b_3}^{\lambda_s + s + b_3} S_3(\lambda) \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda' - \xi, t) A(\xi) d\xi d\lambda \\ &= N(t) e_3 T_3 \int_{\lambda_s - b_3}^{\lambda_s + b_3} S_3(\lambda) \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda' + s - \xi, t) A(\xi) d\xi d\lambda \quad (9) \\ &= U_3(f(\lambda' + s, t)) \\ &= U(f(\lambda, t)) - d U(f'(\lambda, t)) - \Delta\lambda U(f'(\lambda, t)) + s U(f'(\lambda, t)), \end{aligned}$$

wobei vorausgesetzt ist, daß auch  $U_3$  der Gl.(4) genügt und  $s$  klein gegenüber der Linienbreite ist. Letzteres bedingt für die hier gewählte Anordnung, daß auch die Spaltbreiten klein gegenüber der Linienbreite sind.

Die Differenz der Spannungen  $u_3$  und  $u_2$  ergibt dann

$$u_3(t) - u_2(t) = u_{32}(t) = U(f'(\lambda, t)). \quad (10)$$

Zusammen mit Gl.(8) und Gl.(1) folgt für das Magnetfeld

$$B(t) = 1,07 \cdot 10^{12} \frac{s}{\lambda_0^2} \frac{u_{12}(t)}{u_{32}(t)}. \quad \begin{array}{l} (s, \lambda_0 \text{ in } \text{\AA}) \\ (B \text{ in Gau\ss}) \end{array} \quad (11)$$

Aus einer Messung der zeitabhängigen Größen  $u_{12}$  und  $u_{32}$  läßt sich nach Gl.(11) das Magnetfeld als zeitliche Funktion bestimmen.

Das beschriebene Verfahren hat folgende wesentliche Vorteile. Das Magnetfeld wird aus einem Intensitätsverhältnis bestimmt, eine absolute Messung ist nicht nötig. Die Magnetfeldmessung ist von zeitlichen Änderungen des Linienprofils und der Intensität unabhängig. Sie wird auch von Dopplerverschiebungen, deren Änderungen in der Meßzeit klein gegenüber der Linienbreite sind, die aber in der Größenordnung der Zeemanaufspaltungen liegen können, nicht gestört. Überdies spielen Unsymmetrien im Linienprofil keine Rolle, weil alle drei Meßwerte an der gleichen Flanke gewonnen werden.

Ferner sei bemerkt, daß zur Ableitung der Gl.(11) nur vorausgesetzt wurde, daß die Zeemanaufspaltungen, die Änderungen der Dopplerverschiebung und der Abstand der Spalte 2 und 3 klein gegenüber der Linienbreite sind und die Bedingung (4) für alle drei Meßkanäle erfüllt werden kann. Über das Linienprofil und das Spaltprofil wurden keine Annahmen gemacht.

## 2. Experimentelle Anordnung

### Überblick

Die experimentelle Anordnung (Abb. 2, Seite 14) besteht im wesentlichen aus vier Teilen, erstens aus einer Polarisationsoptik zur Trennung der beiden Zeemanlinien, zweitens aus einem Spektralapparat, drittens aus den drei Spalten und viertens aus drei Photovervielfachern zur Umwandlung der optischen Signale in elektrische nebst zwei Differenzenverstärkern.

Die Trennung des Lichtes nach dem Polarisationszustand muß vor der spektralen Zerlegung durchgeführt werden, damit die Polarisationsverhältnisse nicht durch optische Elemente verfälscht werden. Daß die Differenzenbildung erst nach der Umwandlung der optischen Signale in elektrische geschehen kann, ist ein wesentlicher Nachteil; die Empfindlichkeit und auch die Genauigkeit des Verfahrens wären größer, wenn die Differenzen optisch gebildet werden könnten.

### Polarisationsoptik

Das parallel zu den Magnetfeldlinien emittierte Licht tritt in möglichst parallelem Strahlengang durch einen Kompensator nach Soleil. Dieser ist für die zu untersuchende Linie als  $\lambda/4$ -Platte eingestellt. Die ursprünglich entgegengesetzt zirkular polarisierten Zeemanlinien sind hinter der  $\lambda/4$ -Platte senkrecht zueinander linear polarisiert. Ihre Schwingungsrichtungen liegen unter  $45^\circ$  zur optischen Achse des Kompensators. Hinter dem Kompensator befinden sich zwei polarisationsoptische Analysatoren, von denen jeder den halben Querschnitt des parallelen Strahlenbündels ausfüllt. Ihre Durchlaßrichtungen stehen senkrecht aufeinander und unter  $45^\circ$  zur optischen Achse des Kompensators, So tritt durch jeden Analysator nur das Licht einer Zeemanlinie.



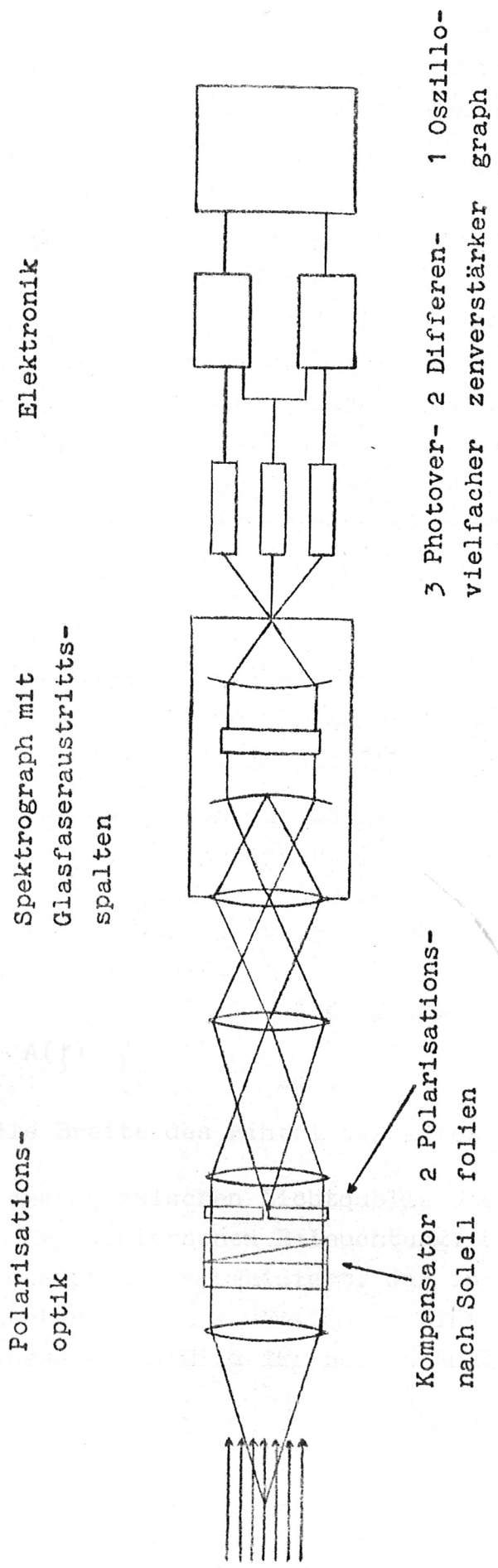


Abbildung 2: Experimentelle Anordnung (schematisch)

Zur Eichung des Kompensators wurden in monochromatischem linear polarisiertem Licht die Einstellungen  $\lambda, 2\lambda, \dots$  bestimmt. Daraus konnte  $\lambda/4$  mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,25\%$  interpoliert werden. Die Lage der optischen Achse wurde mit der Einstellung  $\lambda/2$  gefunden.

Als Analysatoren dienten Polarisationsfolien, die passend zugeschnitten und nebeneinander eingekittet waren. Ihre Durchlaßrichtungen standen wegen eines Fabrikationsfehlers nicht genau senkrecht aufeinander, der Fehler betrug  $0,7^\circ$ . Die Winkel zwischen den Polarisationsrichtungen und der optischen Achse des Kompensators ließen sich nur auf etwa  $\pm 0,5^\circ$  einstellen. Die Transmission für die zu unterdrückende Polarisationsrichtung war trotzdem noch kleiner als  $0,5\%$ .

### Spektralapparat

Als Spektralapparat diente ein Gitterspektrograph in Ebertscher Aufstellung mit einer Brennweite von 2 m und einem Gitter von 50 mm mal 110 mm mit 1200 Strichen/mm.

Die Breite der durch das Auflösungsvermögen des Spektrographen bestimmten Beugungsverteilung beträgt  $0,03 \text{ \AA}$  bei  $4500 \text{ \AA}$  und ist gegenüber den verwendeten Linienbreiten von mindestens  $1 \text{ \AA}$  zu vernachlässigen. So kann in Abschnitt III, 1 für  $A(\xi)$  gesetzt werden

$$A(\xi) = \begin{cases} 1 & -a \leq \xi \leq +a \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \quad (12)$$

wobei  $2a$  die Breite des Eintrittsspaltens ist.

Der Strahlengang zwischen Lichtquelle und Spektrographen entspricht der Köhlerschen Beleuchtung. Diese ist mit der Polarisationsoptik so kombiniert, daß in den gleichmäßig ausgeleuchteten Ebenen - nämlich im Eintrittsspalt und in der Fokalebene - ein Bild der beiden Analysatoren liegt.

Der Spalt steht senkrecht zur Trennungslinie der Analysatoren. Da jeder Analysator nur eine Zeemankomponente durchläßt, enthält das Spektrum für eine bestimmte Wellenlänge in der oberen Hälfte nur eine Zeemanlinie und in der unteren Hälfte nur die andere.

Wesentlich ist, daß der Spektrograph den Eintrittsspalt stigmatisch abbildet, da sonst die Trennung der beiden Zeeman-komponenten wieder verwischt werden würde. Ebenso wichtig ist die gleichmäßige Ausleuchtung, damit jeder Punkt des Spektrums von jedem Punkt der Lichtquelle Licht erhält.

Um Transmissionsunterschiede zu vermeiden, ist die Polarisationsoptik so orientiert, daß die Polarisationsrichtungen der Zeemanlinien unter  $45^{\circ}$  zu den Gitterfurchen liegen.

#### Austrittsspalte

Da die Apparatur nur für Messungen im sichtbaren Bereich gedacht war, konnten für die drei Austrittsspalte (Abb. 1, Seite 9) Glasfasern verwendet werden. Abb. 3 (Seite 17) zeigt die gemessene spektrale Durchlässigkeit der benutzten Glasfasern mit den Durchmessern  $50 \mu$  und  $75 \mu$ .

Die Faserspalte waren als gemeinsames Paket in der Fokalebene des Spektrographen justierbar montiert. Die Parallelität zwischen den Spalten und der Spektrallinie wurde auf  $\pm 0,5'$  genau an einer schmalen Linie einer Niederdrucklampe eingestellt.

#### Elektronik

Es wurden die Photovervielfacher 6810 A von RCA benutzt. Das Produkt aus Durchlässigkeit der Glasfasern und Empfindlichkeit der Photovervielfacher (Abb. 3) bestimmt hauptsächlich die spektrale Empfindlichkeit der Anlage.



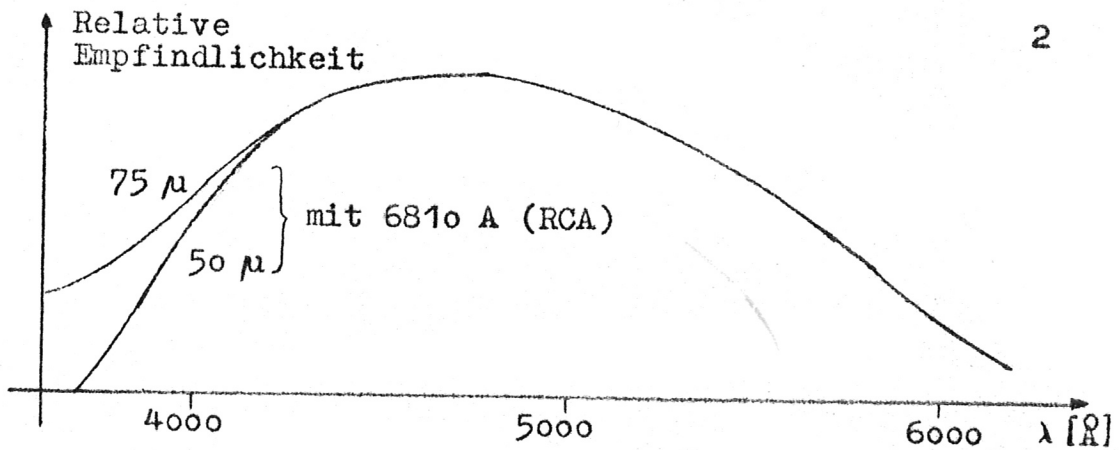
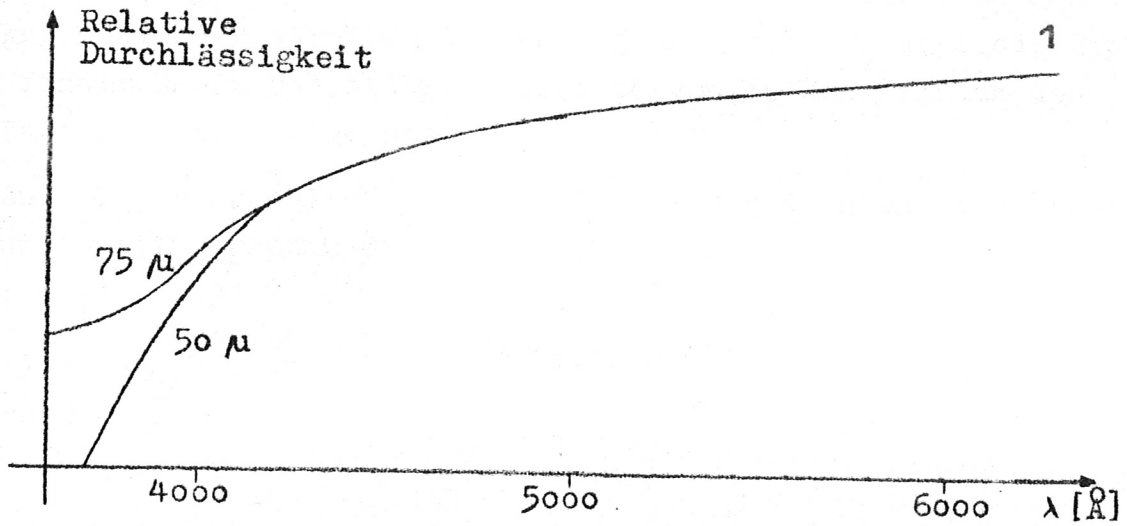


Abbildung 3: 1) Relative spektrale Durchlässigkeit der Glasfasern  
2) Produkt aus relativer Durchlässigkeit der Glasfasern und relativer Empfindlichkeit der Photovervielfacher

Um eine möglichst hohe Gesamtempfindlichkeit zu erreichen, waren zwischen Vervielfacher und 120 $\Omega$ -Kabel noch ein Kathodenfolger und eine Verstärkerstufe geschaltet. Dazu wurde die extrem steile Röhre E 810 F (50 mA/V) benutzt. So konnte gegenüber der direkten Ankopplung an das 120 $\Omega$ -Kabel die Empfindlichkeit bei einer Bandbreite von 15 MHz etwa um den Faktor 40 erhöht werden.

Zur Differenzenbildung und Registrierung dienten Verstärker und Oszillographen der Firma Tektronix.

### 3. Empfindlichkeit des Meßsystems

Die Empfindlichkeit der Anordnung wird durch das Rauschen der Photokathoden begrenzt, Zu den beiden Meßsignalen  $u_{12}$  und  $u_{32}$  gehören die Signal-zu-Rausch-Verhältnisse /7/

$$\mathcal{Z}_{12} = \frac{u_{12}}{\sqrt{2e\Delta f} \left( \sqrt{M_1 R_1 v_1 u_1} + \sqrt{M_2 R_2 v_2 u_2} \right)}, \quad (13)$$

$$\mathcal{Z}_{32} = \frac{u_{32}}{\sqrt{2e\Delta f} \left( \sqrt{M_2 R_2 v_2 u_2} + \sqrt{M_3 R_3 v_3 u_3} \right)}. \quad (14)$$

Dabei ist  $e$  die Elementarladung und  $\Delta f$  die Bandbreite der Elektronik.  $M$  ist die Stromverstärkung und  $R$  der Arbeitswiderstand des Photovervielfachers,  $v$  ist die nachfolgende Verstärkung. Wird als kleinstes nachweisbares Signal - im folgenden als Schwellwert bezeichnet - der halbe Effektivwert des Rauschens angesehen, so folgt für diese Schwellwerte

$$u_{12 \text{ s}} = \frac{1}{2} \sqrt{2e\Delta f} \left( \sqrt{M_1 R_1 v_1 u_1} + \sqrt{M_2 R_2 v_2 u_2} \right), \quad (15)$$

$$u_{32 \text{ s}} = \frac{1}{2} \sqrt{2e\Delta f} \left( \sqrt{M_2 R_2 v_2 u_2} + \sqrt{M_3 R_3 v_3 u_3} \right). \quad (16)$$

Durch Einsetzen von Gl.(15) in Gl.(11) ergibt sich für den Schwellwert des Magnetfeldes

$$B_s = 5,35 \cdot 10^{11} \frac{\text{s}}{\lambda_0^2} \frac{\sqrt{2e\Delta f} \left( \sqrt{M_1 R_1 v_1 u_1} + \sqrt{M_2 R_2 v_2 u_2} \right)}{u_{32}}. \quad (17)$$

( $B_s$  in Gauß,  $\lambda_0$ ,  $s$  in Å )

Daraus kann für eine gegebene Anlage mit den Meßgrößen  $u_1$ ,  $u_2$  und  $u_{32}$  der Schwellwert des Magnetfeldes berechnet werden.

Aus Gl.(17) folgt, daß bei Verwendung von Linien größerer Wellenlänge ein kleinerer Schwellwert erreicht wird.

Der Schwellwert steigt proportional zu  $\sqrt{\Delta f}$ . Die Bandbreite ist also auf den Wert einzuschränken, der unbedingt für die richtige Wiedergabe der Zeitfunktion  $B(t)$  nötig ist.

Es folgt aus Gl.(17) auch, daß es falsch wäre, die drei Kanäle durch Änderung der Transmission abzugleichen; dabei würden die Größen  $M_1 R_1 v_1$  und  $M_2 R_2 v_2$  gleich werden, und zwar gleich der größeren von ihnen. Der Abgleich kann über die Verstärkungen  $v_i$  geschehen.

Um den Einfluß der Größen

$$\frac{s \sqrt{M_i R_i v_i u_i}}{u_{32}} = \sqrt{M_i R_i v_i} \frac{s \sqrt{U(f(\lambda; t))}}{U(f'(\lambda, t))} \quad (18)$$

abzuschätzen, soll in  $U$  das Spaltprofil  $S_i(\lambda)$  durch ein Rechteckprofil der Breite  $2r$  angenähert werden. Das ist gerechtfertigt, weil für die hier gewählte Anordnung die Austrittsspalte klein gegenüber der Linienbreite sein müssen. Weiterhin soll bei der Integration über den Austrittsspalt das Spektrallinienprofil durch seinen Wert in der Spaltmitte ersetzt werden. Aus Gl.(3) wird dann unter Berücksichtigung von Gl.(12)

$$u_i(t) = N(t) e_{i T_i} 2r \int_{\lambda_s - a}^{\lambda_s + a} f(\lambda - d \pm \Delta \lambda) d\lambda. \quad (19)$$

Die Zeitabhängigkeit des Linienprofils ist hier ohne Interesse. Da es sich um die Abschätzung des Schwellwertes handelt, kann  $\Delta \lambda$  im folgenden vernachlässigt werden. Ferner soll  $d$  unberücksichtigt bleiben.

Entsprechend ergibt sich für Gl.(10)

$$u_{32}(t) = s N(t) e_{i T_i} 2r (f(\lambda_s + a) - f(\lambda_s - a)). \quad (20)$$

Wird noch berücksichtigt, daß für die Empfindlichkeit des photoelektrischen Teils

$$e_i = k_i M_i R_i v_i \quad (21)$$

gilt, wobei  $k_i$  die Kathodenempfindlichkeit ist, so folgt

$$\sqrt{M_i R_i v_i} \frac{s \sqrt{u_i}}{u_{32}} = \frac{1}{\sqrt{k_i T_i N(t) 2r} \cdot \frac{\int_{\lambda_s - a}^{\lambda_s + a} f(\gamma) d\gamma}{f(\lambda_s + a) - f(\lambda_s - a)}} \quad (22)$$

Der Schwellwert des Magnetfeldes ist also umgekehrt proportional zur Wurzel aus der Kathodenempfindlichkeit und zur Wurzel aus der Strahlungsleistung an der Photokathode ( $\sqrt{T_i N(t) 2r}$ ). Über diese beiden Größen kann der Schwellwert durch den apparativen Aufwand erheblich beeinflusst werden, nämlich durch die Güte der Photokathoden und durch die Lichtstärke der optischen Anordnung. Andererseits setzt die oft nicht zu beeinflussende Strahlungsdichte der Lichtquelle dem erreichbaren Schwellwert eine Grenze.

Der Ausdruck

$$F = \frac{\int_{\lambda_s - a}^{\lambda_s + a} f(\gamma) d\gamma}{f(\lambda_s + a) - f(\lambda_s - a)} \quad (23)$$

hängt von der Breite des Eintrittsspalt ab. Es wurde schon von Deubner /8/ für die Konstruktion von Solarmagnetographen darauf hingewiesen, daß der Schwellwert sich verbessert, wenn der Eintrittsspalt wesentlich über das in der Spektroskopie übliche Maß geöffnet wird. Unter der Annahme, daß das wahre Linienprofil ein Gaußprofil ist, wurde  $F$  für  $\lambda_s$  gleich dem Halbwertspunkt berechnet (Abb. 4, Seite 22). Diese Größe fällt mit steigender Eintrittsspaltbreite schnell ab, sie erreicht ein Minimum, wenn der



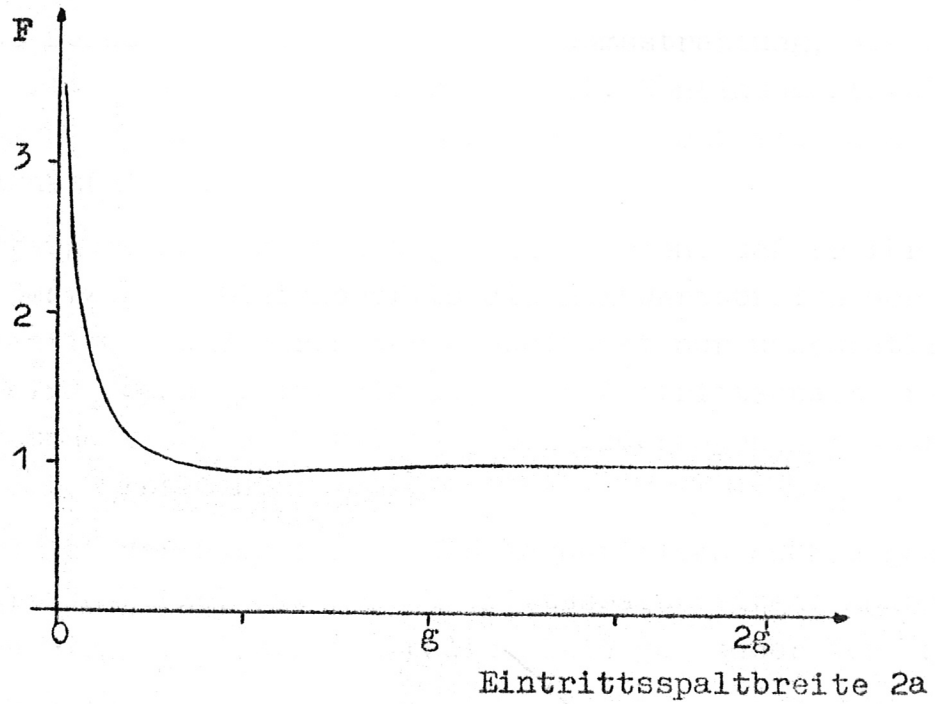


Abbildung 4:

optimal zu den  
der wahren Linie

$$F = \frac{\int_{\lambda_s - a}^{\lambda_s + a} f(\xi) d\xi}{f(\lambda_s + a) - f(\lambda_s - a)}$$

mit  $f(\xi)$  gleich einem Gauß-Profil der Halbwertsbreite  $g$  und mit  $\lambda_s$  gleich dem Halbwertspunkt

Eintrittsspalt das 0,54-fache der wahren Halbwertsbreite beträgt, und steigt für noch größere Spaltbreiten nur schwach an. Die absolute Größe von  $F$  hängt von der Wahl des Punktes  $\lambda_s$  ab, die numerische Rechnung ergibt, daß sie für  $\lambda_s$  außerhalb der Halbwertsbreite der Spektrallinie kleiner, für  $\lambda_s$  innerhalb der Halbwertsbreite größer wird. Deshalb sollten im Sinne maximaler Empfindlichkeit die Spalte 1 und 2 außerhalb der Halbwertsbreite der Spektrallinie stehen.

$F$  wurde ohne Berücksichtigung von Kontinuumsstrahlung, die auch von  $f(\lambda, t)$  erfaßt werden sollte, berechnet. Kontinuumsstrahlung liefert in  $F$  nur einen Beitrag zum Zähler, erhöht also den Schwellwert des Magnetfeldes.

Der Eintrittsspalt kann so breit gewählt werden, daß er für alle Änderungen des wahren Linienprofils die Halbwertsbreite der Spektrallinie bestimmt, da dadurch der Schwellwert nur unwesentlich beeinflußt wird. Dann bleibt die Lage der Austrittsspalte relativ zum Halbwertspunkt der Spektrallinie bei Änderungen der wahren Halbwertsbreite erhalten.

Nach Gl.(22) ist der Schwellwert des Magnetfeldes auch umgekehrt proportional zur Wurzel aus den Austrittsspaltbreiten. Andererseits müssen hier die Austrittsspalte klein gegenüber der wahren Linienbreite sein.

Die vorstehenden Betrachtungen zeigen, daß die Empfindlichkeit von der Wahl der Ein- und Austrittsspalte abhängt. Um die Spalte optimal zu dimensionieren, ist eine gute Kenntnis des Verhaltens der wahren Linienbreite nötig.

wobei  $\mu_1$  der Fehler ...  
seits dadurch, daß der ...  
enthält. Andererseits sind ...  
Intensitäten fehlerbehaftet, da ...  
der Polarisationsoptik ...  
Spektral nicht exakt parallel ...

#### 4. Fehlerrechnung

Das Magnetfeld wird nach Gl.(11) bestimmt. Das Quadrat des mittleren relativen Fehlers des Magnetfeldes ist demnach

$$\mu_B^2 = \mu_s^2 + \mu_{12}^2 + \mu_{32}^2, \quad (24)$$

dabei ist  $\mu_s$  der mittlere relative Fehler von  $s$ .  $s$  wird direkt gemessen, und der Fehler dieser Messung ist bekannt.  $\mu_{12}$  und  $\mu_{32}$  sind die mittleren relativen Fehler des Meßspannungen  $u_{12}$  und  $u_{32}$ , die aus Oszillogrammen entnommen werden. Diese Fehler setzen sich aus den Ablesefehlern  $\mu'_{12}$  und  $\mu'_{32}$  und den Justierfehlern  $\mu''_{12}$  und  $\mu''_{32}$  der Anlage zusammen. Die Ablesefehler sind sicher kleiner als die Schwellwerte der Signale.

$$\mu'_{12} < \frac{u_{12} s}{u_{12}} = \frac{1}{2\gamma_{12}} \quad (25)$$

$$\mu'_{32} < \frac{u_{32} s}{u_{32}} = \frac{1}{2\gamma_{32}} \quad (26)$$

$u_{12}$  und  $u_{32}$  entstehen in der Meßanlage als  $u_{12} = u_1 - u_2$  und  $u_{32} = u_3 - u_2$ . Daher gilt nach dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\mu''_{12} = \left(\frac{u_1}{u_{12}}\right)^2 \mu_1^2 + \left(\frac{u_2}{u_{12}}\right)^2 \mu_2^2, \quad (27)$$

$$\mu''_{32} = \left(\frac{u_2}{u_{32}}\right)^2 \mu_2^2 + \left(\frac{u_3}{u_{32}}\right)^2 \mu_3^2, \quad (28)$$

wobei  $\mu_1$  der Fehler des Signals  $u_1$  ist. Dieser entsteht einerseits dadurch, daß der Abgleich der drei Kanäle den Fehler  $\mu_a$  enthält. Andererseits sind die von den Spalten aufgenommenen Intensitäten fehlerbehaftet, da die Trennung der Zeemankomponenten in der Polarisationsoptik nicht ideal ist und das Austrittsspaltpaket nicht exakt parallel zur Spektrallinie liegt.

Der Fehler der polarisationsoptischen Trennung  $\mu_p$  ist durch den endlichen Sperrfaktor der Analysatoren und durch die Fehler der Winkel zwischen den Orientierungen der Analysatoren und des Kompensators bedingt.

Durch den Winkelfehler  $\pm\alpha$  der Parallelität von Austrittsspalt und Linie wird der Spalt von  $\lambda_s$  nach  $\lambda_s \pm \frac{h}{2} \operatorname{tg}\alpha$  verschoben, wenn  $h$  die Höhe des halben Spektrums ist und der Drehpunkt der Spalte in der Mitte des Spektrums liegt. Statt  $u_i = U(f(\lambda', t))$  wird dann  $u_i = U(f(\lambda', t)) + \frac{h}{2} \operatorname{tg}\alpha U(f'(\lambda, t))$  gemessen, der relative Fehler ist also  $\pm \frac{h}{2} \operatorname{tg}\alpha \frac{U(f'(\lambda, t))}{u_i} = \pm \frac{h}{2} \operatorname{tg}\alpha \frac{u_{32}}{su_i}$ .

Die Eintrittsspaltbreite und die Gleichmäßigkeit der Ausleuchtung des Spektrums werden für diese Rechnung als hinreichend ideal angesehen.

Der Fehler  $\mu_i$  ist demnach gegeben durch

$$\mu_i^2 = \mu_a^2 + \mu_p^2 + \left(\frac{h}{2} \operatorname{tg}\alpha \frac{u_{32}}{su_i}\right)^2 = \mu^2. \quad (29)$$

Er ist für alle drei Kanäle praktisch gleich und wird zur Abkürzung mit  $\mu$  bezeichnet. Damit folgt

$$\mu_{12}^2 = \frac{1}{4\eta_{12}^2} + \frac{u_1^2 + u_2^2}{u_{12}^2} \mu^2, \quad (30)$$

$$\mu_{32}^2 = \frac{1}{4\eta_{32}^2} + \frac{u_2^2 + u_3^2}{u_{32}^2} \mu^2, \quad (31)$$

wobei für  $u_{12}$  und  $u_{32}$  die oberen Grenzen eingesetzt wurden.

Für den relativen Fehler des Magnetfeldes ergibt sich nach Gl. (24) schließlich

$$\mu_B^2 = \mu_s^2 + \frac{1}{4\eta_{12}^2} + \frac{1}{4\eta_{32}^2} + \mu^2 \left( \frac{u_1^2 + u_2^2}{u_{12}^2} + \frac{u_2^2 + u_3^2}{u_{32}^2} \right). \quad (32)$$

Wird mit  $B^2$  multipliziert, so folgt für den mittleren absoluten Fehler des Magnetfeldes  $m_B$

$$m_B^2 = B_S^2 + \mu^2 B_0^2 + B^2 \left\{ \mu_s^2 + \frac{1}{4\lambda_{32}^2} + \mu^2 \frac{u_2^2 + u_3^2}{u_{32}^2} \right\} \quad (33)$$

mit der Abkürzung

$$B_0 = 1,07 \cdot 10^{12} \frac{s}{\lambda_0^2} \frac{\sqrt{u_1^2 + u_2^2}}{u_{32}} \cdot \quad (B_0 \text{ in Gau\ss}) \quad (34)$$

(s,  $\lambda_0$  in Å)

Der Fehler der Messung setzt sich demnach aus dem von der Meßgröße unabhängigen Anteil  $\sqrt{B_S^2 + \mu^2 B_0^2}$  und einem prozentualen Anteil zusammen.

Der Fehler  $\mu$  war für die aufgebaute Anlage hauptsächlich durch den Fehler im Abgleich der drei Kanäle bedingt, der nicht kleiner als die Stabilität der Elektronik sein kann. Die Fehler der Optik dagegen waren kleiner als 1 %. Da diese sich mit größerem Aufwand noch weiter verringern lassen, wäre es ein Gewinn, extrem stabile Elektronik zu verwenden.

Der Meßfehler hängt noch von den Größen  $u_i/u_{32}$  ab. Diese werden klein, wenn, wie bei der hier gewählten Anordnung, der Abstand der Spalte 2 und 3 möglichst groß ist. Dadurch wird das Verfahren aber vom speziellen Linienprofil abhängig, und zwar muß, damit die Gleichungen des Abschnittes III,1 richtig bleiben, die Spektrallinienflanke über die Breite der beiden Spalte zuzüglich der Zeemanverschiebungen als linear angenommen werden /6/. Das kann nur mit einem gewissen Fehler geschehen. Dieser wäre noch in der vorstehenden Rechnung zu berücksichtigen. Von einer detaillierten Untersuchung dieser gegenläufigen Einflüsse des Abstandes der Spalte 2 und 3 auf die Genauigkeit soll abgesehen werden. Jedenfalls lassen sich mit der hier gewählten Anordnung, wie im folgenden Abschnitt experimentell gezeigt wird, die Fehler bis auf



10 % herunterdrücken, ohne besondere Anforderungen an den Fehler  $\mu$ , also an die Elektronik, zu stellen. Das ließe sich andererseits mit kleinem Abstand zwischen den Spalten 2 und 3, wobei  $u_1/u_{32}$  in die Größenordnung von 10 kommt, nur mit einem Fehler  $\mu$ , der kleiner als 1% ist, erreichen.

## 5. Erprobung

Das im vorstehenden diskutierte Meßverfahren wurde an einer speziell dafür aufgebauten Apparatur erprobt. - Als Lichtquelle diente eine lineare Entladung durch eine Kapillare, welche sich auf der Achse einer einlagigen Magnetfeldspule befand (Abb. 5, Seite 29). Gasentladung und Magnetfeld wurden getrennt mit je einem Kondensatorschwingkreis betrieben. Der Kreis für die Entladung war durch einen Widerstand, der den Strom begrenzte, stark gedämpft; der Magnetfeldkreis hatte eine Frequenz von 130 kHz. Kurve 2 in Abb. 7 (Seite 32) zeigt den Verlauf des Stromes durch die Spule, also den Magnetfeldverlauf. Die Bandbreite der Meßelektronik war auf 1 MHz eingeschränkt, was sicher für die Wiedergabe dieses Magnetfeldes ausreicht.

Eine der Elektroden der Entladung war ringförmig, um parallel zu den Magnetfeldlinien beobachten zu können. Für die Messungen wurde die Linie bei  $4447 \text{ \AA}$  von N II benutzt. Für diese Wahl waren einerseits die Anregungsbedingungen in der Entladung und andererseits die spektrale Empfindlichkeit der Anlage ausschlaggebend. Den Intensitätsverlauf der Linie über der Zeit zeigt die Kurve 1 in Abb. 6 (Seite 30). Die wahre Halbwertsbreite betrug zu Beginn der Entladung ungefähr  $1 \text{ \AA}$ . Mit abnehmender Intensität verringerte sie sich nur wenig.

Aus den Daten des Schwingkreises ergibt sich, daß das maximale Magnetfeld kleiner als 15 kGauß ist, das entspricht einem  $\Delta\lambda$  von  $0,14 \text{ \AA}$ , was noch als klein gegenüber der Linienbreite von  $1 \text{ \AA}$  angesehen werden kann.

Der Eintrittsspalt war etwa gleich der Linienbreite, also  $250 \mu$  bei der Lineardispersion von  $0,25 \text{ mm/\AA}$ .

Es wurden Austrittsspalte mit den Faserdurchmessern  $50 \mu$  und  $75 \mu$  verwendet. Der Abstand zwischen den Spalten 2 und 3 war beim  $75 \mu$ -Paket  $80 \mu \pm 5 \%$ , und war somit nicht mehr klein gegenüber der Linienbreite aber noch kleiner. Es zeigte sich im Experiment, daß bei sorgfältiger Platzierung die Fehlmessungen

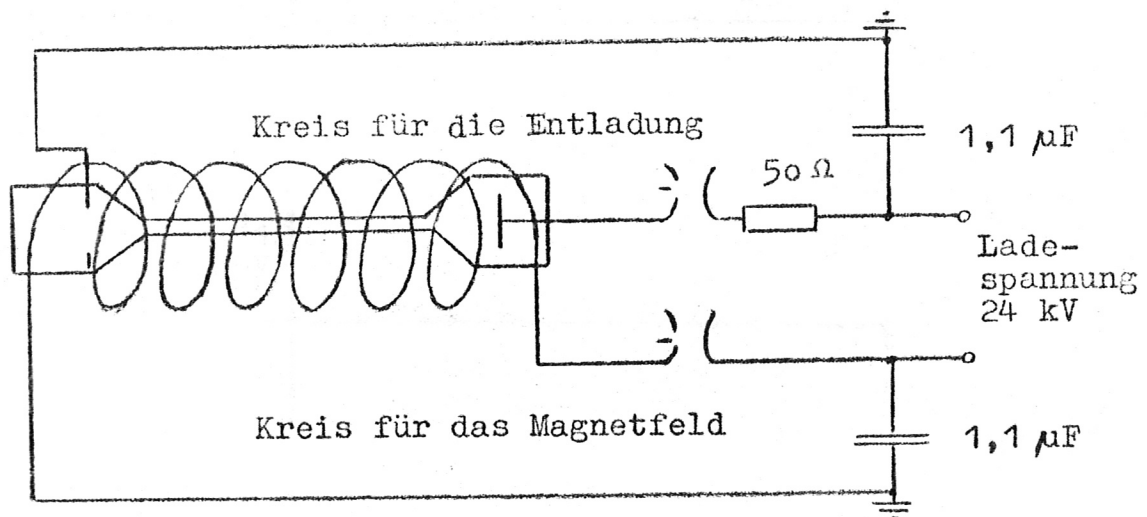


Abbildung 5: Apparatur zur Erprobung (schematisch)

Abbildung 6: Messung der Zeitmarken für die beiden Kreise

3) Abstand der Zeitmarken  $t_{12}$

Abstand der beiden Zeitmarken  $t_{12}$

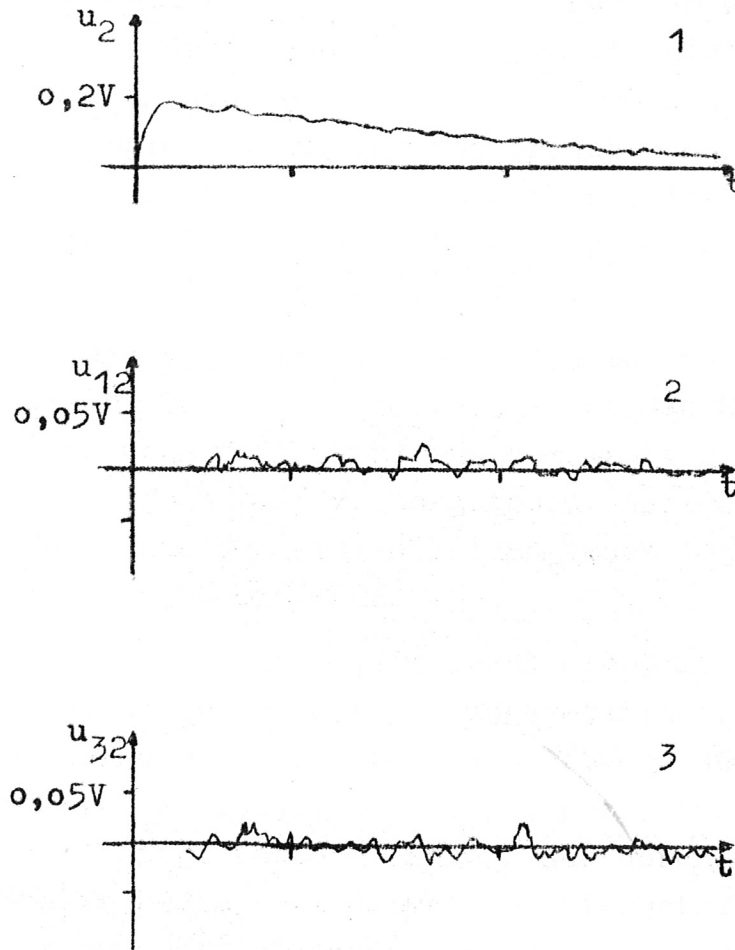


Abbildung 6: Messungen zur Erprobung - Abgleich

1) Signal  $u_2$

2) Abgleich des Signals  $u_{12}$

3) Abgleich des Signals  $u_{32}$

Abstand der beiden Zeitmarken  $6,25 \mu\text{sec}$

des Beitrages der Flankenneigung sicher kleiner als 5 % waren. Alle hier wiedergegebenen Messungen sind mit den 75  $\mu$ -Spalten gemacht worden.

Zum Abgleich der drei Meßkanäle wurde bei unveränderter Lage der Austrittsspalte der Eintrittsspalt auf 1 mm geöffnet. So entstand eine Spektrallinie mit einem Dach am Ort der Austrittsspalte, und alle drei Kanäle erhielten das gleiche Signal. Die Kurven 2 und 3 in Abb. 6 (Seite 30) zeigen die Signale  $u_{12}$  und  $u_{32}$  nach dem Abgleich. Zur Messung brauchte nur der Eintrittsspalt wieder verengt zu werden. Damit Abgleich und Messung mit etwa der gleichen Lichtintensität erfolgten, wurde zum Abgleichen ein passendes Farbfilter eingeschaltet.

Die Kurven 3 und 4 in Abb. 7 (Seite 32) zeigen die Meßsignale  $u_{12}$  und  $u_{32}$ . Ihr Quotient - Kurve 5 - ist das Magnetfeld. Zum Vergleich sind noch das Signal aus dem Spalt 2 und der Strom durch die Magnetfeldspule wiedergegeben. Aus der Linienintensität zum Zeitpunkt des ersten Feldmaximums ergibt sich ein Schwellwert von  $B_s = 650$  Gauß.

Der Fehler  $\mu$  ist ausschließlich durch die Stabilität der Elektronik bedingt und wurde mit 3 % angesetzt; nach Gl. (29) wäre er kleiner. Der konstante Anteil des Fehlers der Magnetfeldmessung ergibt sich so zu 1,1 kGauß, der prozentuale Fehler zu 8 %. Nicht berücksichtigt ist der Fehler, der durch die Breite der Austrittsspalte bedingt wird, welcher hier etwa 5 % ausmacht. Würde dieser quadratisch addiert werden, so ergäbe sich ein prozentualer Fehler von 10 %. Auf alle Fälle liegt der prozentuale Anteil des Fehlers unter 15 %. Damit folgt für das erste Feldmaximum  $B = 12$  kGauß  $\pm 18$  %.

Für die Messungen in Abb. 7 (Seite 32) war der Kompensator auf einen Gangunterschied von  $\lambda/4$  eingestellt. Um die ordnungsgemäße Funktion der gesamten Anlage zu kontrollieren und zu demonstrieren, wurden noch Aufnahmen mit den Gangunterschieden  $\lambda/2$  und  $3\lambda/4$  im Kompensator gemacht. Bei der Einstellung  $\lambda/2$



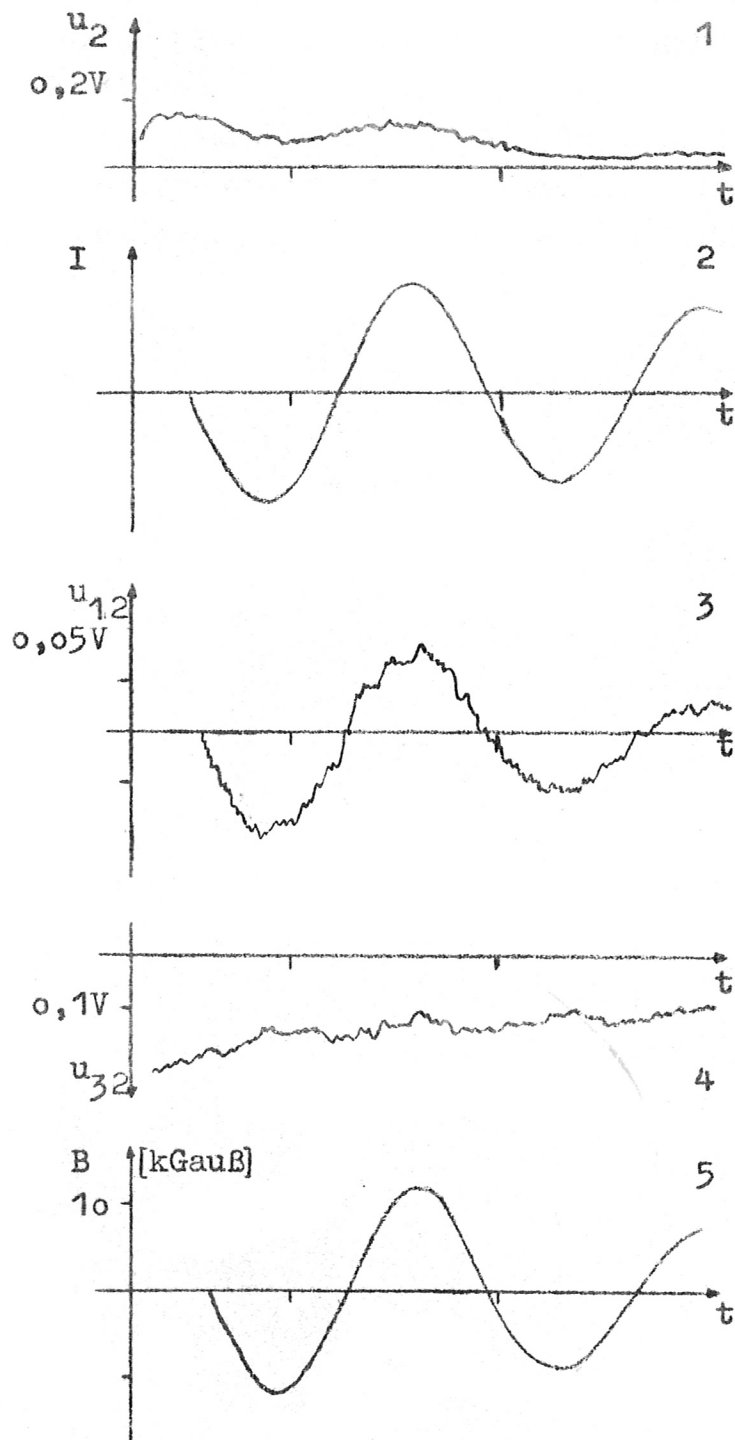


Abbildung 7: Messungen zur Erprobung

Phasenunterschied im Kompensator  $\lambda/4$

- 1) Signal  $u_2$
- 2) Strom in der Magnetfeldspule
- 3) Signal  $u_{12}$
- 4) Signal  $u_{32}$
- 5) Magnetfeld

Abstand der beiden Zeitmarken  $6,25 \mu\text{sec}$

fehlte das magnetfeldabhängige Signal (Abb. 8, Seite 34), da dann die beiden Zeemankomponenten nicht getrennt wurden. Für einen Gangunterschied von  $3\lambda/4$  drehte sich die Polarität des Meßsignales um (Abb. 9, Seite 35), da dann die beiden Zeemanlinien im Spektrum vertauscht waren. Auch die Messung in Abb.9 ergab für das erste Feldmaximum  $B = 12 \text{ kGauß} \pm 18 \%$ .

Abbildung 9 zeigt die Messung der  
Phasenunterschiede der Zeemanlinien

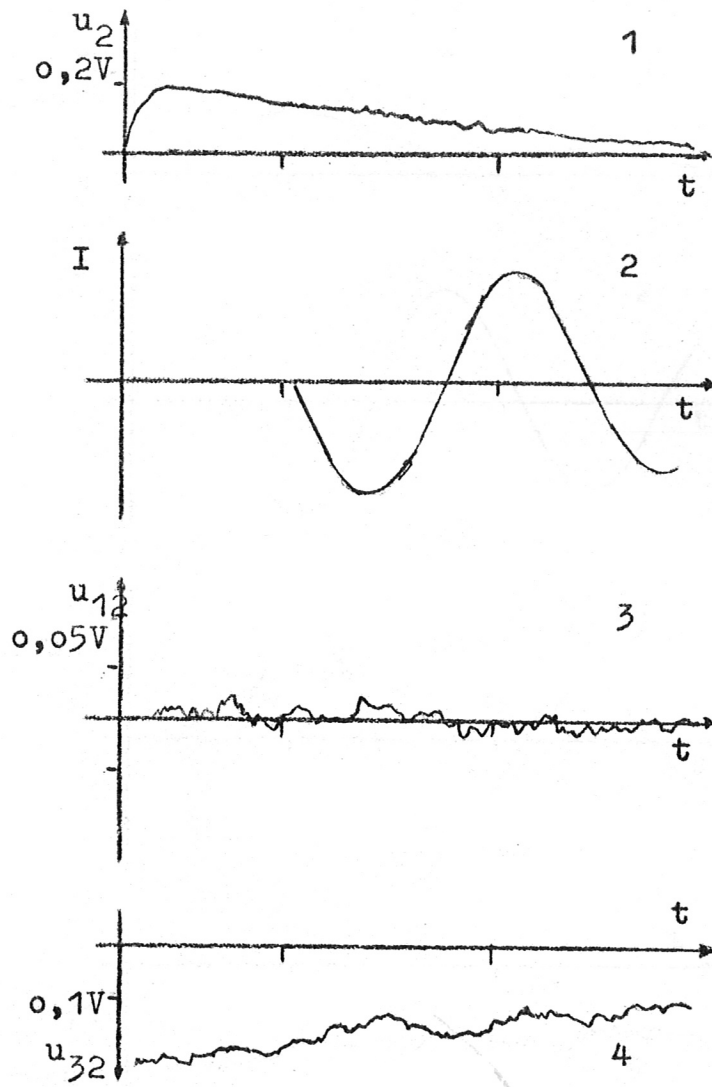


Abbildung 8 : wie Abbildung 7  
Phasenunterschied im Kompensator  $\lambda/2$

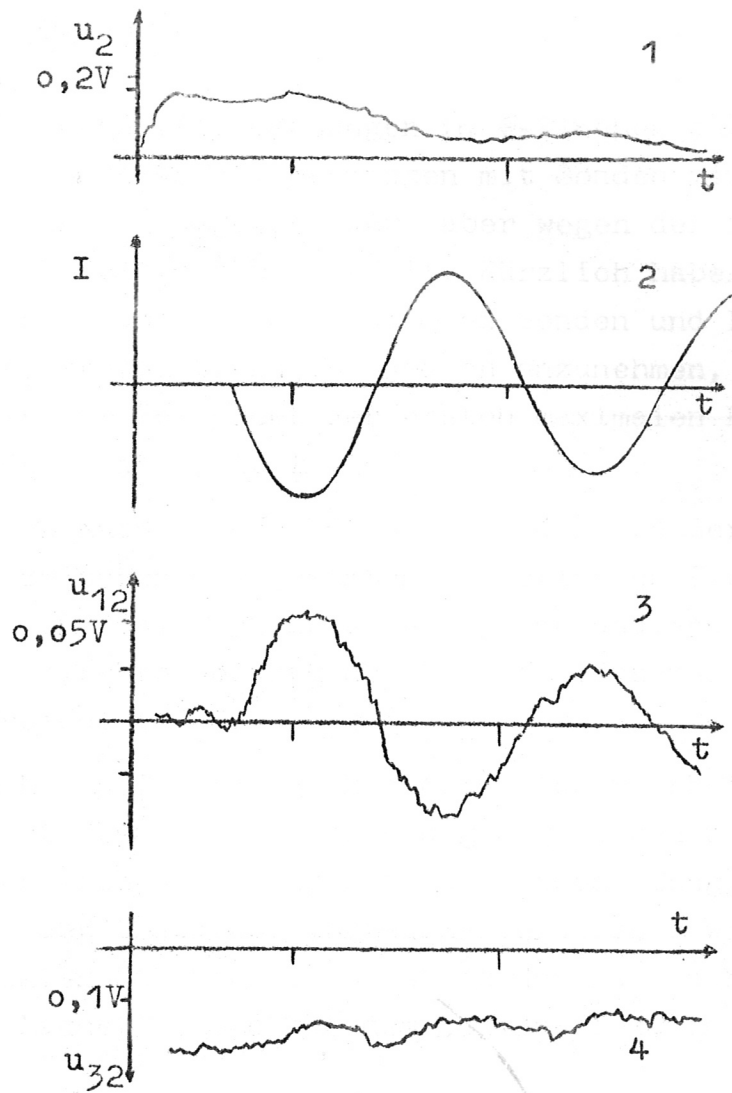


Abbildung 9 : wie Abbildung 7  
Phasenunterschied im Kompensator  $3\lambda/4$

#### IV. Untersuchung der Verwendbarkeit des Verfahrens für Messungen am $\Theta$ -Pinch

Das Problem der Magnetfeldmessungen in  $\Theta$ -Pinchen gab zu der vorliegenden Arbeit den Anlaß. Messungen mit Sonden sind leicht durchzuführen, ihr Aussagewert wird aber wegen der Beeinflussung des Plasmas /9,10,11/ oft bezweifelt. Kürzlich haben Jahoda und Sawyer /12/ einen Zusammenhang zwischen Sonden und Felddurchbruch am Scylla I festgestellt. Es ist jedoch anzunehmen, daß axiale Sonden etwa bis zum Zeitpunkt der ersten maximalen Kontraktion gut zu verwenden sind /9,10,13,14/.

Die Meßschleifen nach Green /15,16/, die durch äußere Messungen die Differenz zwischen dem gesamten magnetischen Fluß durch die  $\Theta$ -Pinch -Spule und dem Fluß zwischen Plasma und Spule bestimmen, gestatten eine direkte Messung des Magnetfeldes nur zu Beginn der ersten Kompression.

Messungen von Magnetfeldern nach dem in dieser Arbeit behandelten Verfahren sind auf Linienstrahlung angewiesen und integrieren wie alle optischen Messungen in der Beobachtungsrichtung über die Länge des Objektes. Vorteilhafterweise bewirken sie aber keine lokalen Störungen. So ist es durchaus naheliegend, Messungen von Magnetfeldern aus dem Zeemaneffekt an  $\Theta$ -Pinchen zu versuchen.

In diesem Abschnitt der Arbeit sollen einige grundsätzliche Fragen der Anwendbarkeit des beschriebenen Verfahrens an  $\Theta$ -Pinchen diskutiert werden und Experimente besprochen werden, die an einem kleinen  $\Theta$ -Pinch durchgeführt wurden, nicht um das Verhalten des Pinches zu untersuchen, sondern um die experimentellen Möglichkeiten des Meßverfahrens zu studieren. (36)

##### Integration in Beobachtungsrichtung (37)

Optische Messungen parallel zu den Magnetfeldlinien lassen sich in  $\Theta$ -Pinchen leicht durchführen. Dabei wird über die ganze Länge (38)



des Pinches aufsummiert. Das Licht kann also einerseits wegen der Inhomogenitäten an den Spulenden andererseits wegen der Ausbildung eines inneren Spiegels /17/ aus Gebieten verschiedenen Feldes kommen. Bei Messungen an langen Spulen dürften diese beiden Effekte nur eine geringe Rolle spielen.

Für kurze Spulen sind die Einflüsse für die Zeiträume der axialen Kompression /18/ vielleicht dann ohne Bedeutung, wenn zur Magnetfeldmessung Linienstrahlung benutzt wird, die aus den heißen Bereichen des Plasmas kommt, sofern Ionen dieser Anregungsstufe nicht auch an den Endverlusten beteiligt sind.

Die kürzlich von Bodin /19/ experimentell nachgewiesenen Widerstandsinstabilitäten lassen allerdings vermuten, daß auch im mittleren Bereich der Spule Feldinhomogenitäten auftreten, die bestenfalls erst in den letzten Phasen der axialen Kompression verschwinden.

Wenn das Magnetfeld ortsabhängig ist, muß die Gleichung (2) modifiziert werden, da dann  $\lambda' = \lambda - d \mp \Delta\lambda$  auch von  $x, y, z$  abhängt. Wird nun ein schmaler achsenparalleler Kanal, über dessen Querschnitt  $\Delta F$  Strahlungsdichte und Magnetfeld konstant sind, betrachtet und  $z$  als achsenparallele Koordinate gewählt, so kann über  $x$  und  $y$  integriert werden.

$$\int_{\Delta F} D(x, y, z, t) f_1(x, y, z, \lambda', t) dx dy = N(z, t) f(z, \lambda', t) \quad (35)$$

$N(z, t) f(z, \lambda', t)$  ist die pro Längeneinheit und Raumwinkel emittierte spektrale Strahlungsleistung aus dem betrachteten Kanal. Sie liefert zu den Meßsignalen  $u_{12}$  und  $u_{32}$  die Beiträge.

$$u_{12}(z, t) = 2 \Delta\lambda(z, t) U(f'(z, \lambda, t)), \quad (36)$$

$$u_{32}(z, t) = s U(f'(z, \lambda, t)). \quad (37)$$

Die Signale sind dann gegeben durch

$$u_{12}(t) = 2 \int_0^1 \Delta\lambda(z, t) U(f'(z, \lambda, t)) dz, \quad (38)$$

$$u_{32}(t) = s \int_0^1 U(f'(z, \lambda, t)) dz, \quad (39)$$

wobei  $l$  die Länge des emittierenden Plasmas ist.

Das nach Gl.(11) berechnete Magnetfeld ist dann

$$\bar{B}(t) = \frac{\int_0^1 B(z, t) U(f'(z, \lambda, t)) dz}{\int_0^1 U(f'(z, \lambda, t)) dz}. \quad (40)$$

Das entspricht keinesfalls dem Mittelwert des Magnetfeldes über den Integrationsweg. Nach dem Mittelwertsatz der Integralrechnung läßt sich der Zähler umschreiben

$$\int_0^1 B(z, t) U(f'(z, \lambda, t)) dz = B(\bar{z}, t) \int_0^1 U(f'(z, \lambda, t)) dz, \quad (41)$$

wobei  $B(\bar{z}, t)$  ein Wert ist, der zwischen dem Minimum und dem Maximum von  $B(z, t)$  in dem Intervall  $0 \dots 1$  liegt.  $\bar{B}(t)$  entspricht also einem Wert, der von  $B(z, t)$  mindestens einmal auf dem Integrationsweg angenommen wird.

Mehr läßt sich in einfacher Weise über  $\bar{B}(t)$  nur sagen, wenn das Magnetfeld oder die Strahlungsdichte nicht von  $z$  abhängen. Ist das Magnetfeld keine Funktion von  $z$ , so wird

$$\bar{B}(t) = B(t), \quad (42)$$

also gleich dem Magnetfeld in dem betrachteten Kanal. Hängt die Strahlungsdichte nicht von  $z$  ab, so wird

$$\bar{B}(t) = \frac{1}{l} \int_0^1 B(z, t) dz, \quad (43)$$

das ist der Mittelwert des Magnetfeldes in dem betrachteten Kanal.

### Radiale Auflösung

Eine radiale Auflösung durch Ausblenden macht hier keine prinzipiellen Schwierigkeiten. Für die Integration über den betrachteten Radiusabschnitt gilt sinngemäß dasselbe wie für die Integration in Beobachtungsrichtung.

Die Messung ist aber durch die Linienwahl schon radial lokalisiert. Wird eine Linie, die nur im heißen Kern des Plasmas auftritt, verwendet, so liefert bei Beobachtung des ganzen Querschnittes nur das Magnetfeld im Plasma einen Beitrag zum Signal.

### Spektroskopische Vorbedingungen

In  $\Theta$ -Pinchen rührt die Linienstrahlung von Verunreinigungen her. Da die erreichbaren Temperaturen wesentlich von der Reinheit des Plasmas abhängen, ist es ungünstig, wenn zur Magnetfeldmessung Verunreinigungen zugesetzt werden müssen. Ob das notwendig ist oder ob die natürlichen Verunreinigungen ausreichen, kann nur experimentell entschieden werden.

Sorgfältige Magnetfeldmessungen auf der Basis des hier behandelten Verfahrens erfordern umfangreiche spektroskopische Vorarbeiten. Es muß bekannt sein, welche Linien mit normalem Zeemaneffekt während der Entladung auftreten. Die Intensitäten der Linien entscheiden, ob das Verfahren angewendet werden kann. Zur Dimensionierung der Ein- und Austrittsspalte muß der zeitliche Verlauf der Linienbreiten, zur Auswertung müssen zeitliche und räumliche Verteilung der Emission bekannt sein.

Sind die axialen Geschwindigkeiten der Ionen von der Größenordnung  $10^6$  cm/sec, so ergeben sie für eine Linie von  $4500 \text{ \AA}$

eine Verschiebung von  $0,15 \text{ \AA}$ , die gegenüber den zu erwartenden Linienbreiten von einigen  $\text{\AA}$  klein ist. Teilchengeschwindigkeiten, die um eine Größenordnung höher sind, stellen die Verwendbarkeit des Verfahrens in Frage.

#### Messungen an einem kleinen $\Theta$ -Pinch

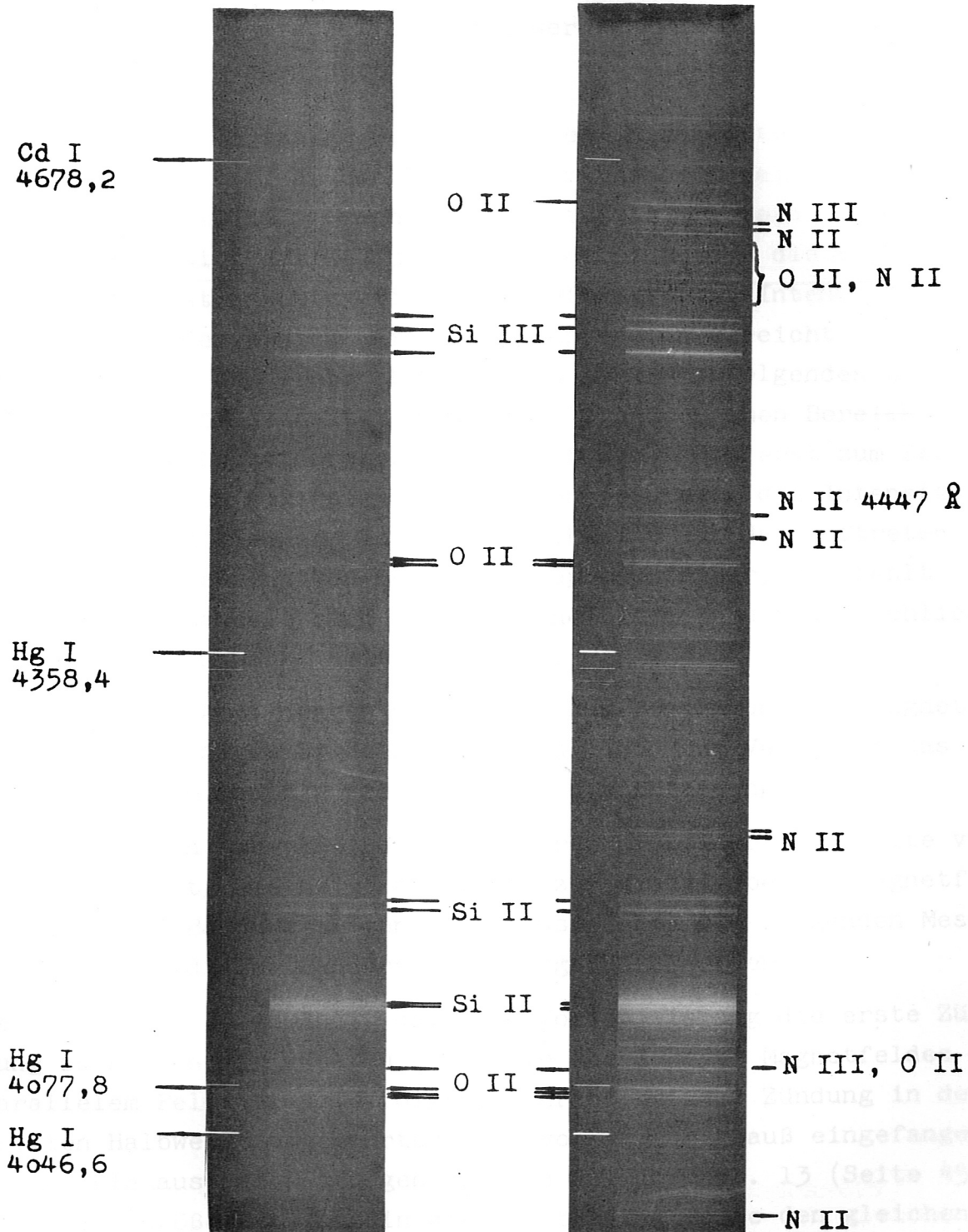
Zur Untersuchung der experimentellen Möglichkeiten des hier behandelten Verfahrens diente ein kleiner  $\Theta$ -Pinch mit folgender Daten:

Kapazität	17,6 $\mu\text{F}$
Ladespannung	24 kV
Energieinhalt der Batterie	5 kJ
Gesamtinduktivität	60 nH
Induktivität der Spule	21 nH
Länge der Spule	10 cm
Durchmesser der Bohrung	5,2 cm
Periodendauer	6,5 $\mu\text{sec}$

Die Messungen wurden an einer Linie durchgeführt, die auch in der Testapparatur angeregt werden konnte, um so eine Kontrolle für das richtige Funktionieren der Meßanlage zu haben. Deshalb wurden die  $\Theta$ -Pinch-Entladungen in Wasserstoff mit einem Zusatz von 5 % bis 10 % Stickstoff gemacht.

Abb. 10 (Seite 41) zeigt die Standspektren je einer Entladung in Wasserstoff und in Wasserstoff mit 10 % Stickstoff in dem Bereich von  $4000 \text{ \AA}$  bis  $4800 \text{ \AA}$ . Es treten hauptsächlich Linien von O II, Si II und Si III auf, bei Stickstoffzusatz noch N II und N III. In diesen Spektren sind die Linien nicht enthalten, die nur in den heißesten Phasen der Entladung auftreten. Normalen Zeemaneffekt zeigen Si III und N II. Günstig für die Magnetfeldmessungen erschien die hellste N II-Linie bei  $4447 \text{ \AA}$ .

Bei zeitabhängigen Linienprofilmessungen an dieser Linie konnten bisher nur qualitative Ergebnisse erhalten werden. Diese besagen,



1)

2)

Abbildung 10: Standspektren der  $\Theta$ -Pinch-Entladung

1) Wasserstoff

2) Wasserstoff mit 10 % Stickstoff



daß die Linienbreiten sich schnell ändern und mindestens  $1 \text{ \AA}$ , meistens mehr als  $2 \text{ \AA}$  betragen. So konnten auch hier die  $75 \mu\text{-}$  Austrittsspalte wieder verwendet werden. Wesentliche Linienverschiebungen wurden nicht bemerkt.

Abb. 11 (Seite 43) zeigt den zeitlichen Intensitätsverlauf der N II-Linie von  $4447 \text{ \AA}$ . Ein Vergleich mit dem Signal eines Meßschleifensystems nach Green/15/ ergibt, daß - sofern der gesamte Querschnitt des  $\Theta$ -Pinches beobachtet wird - die Linie zu Beginn der ersten Kontraktion ( $t_1$ ) auftritt, ihr Intensitätsmaximum nach der ersten maximalen Kompression erreicht und dann bis zum Beginn der ersten Kontraktion ( $t_3$ ) der folgenden Halbwelle wieder an Intensität verliert. Im achsennahen Bereich von etwa  $1/10$  des Gesamtdurchmessers tritt die Linie erst zum Zeitpunkt der ersten maximalen Kompression ( $t_2$ ) auf, die Intensität ist wesentlich kleiner. In der 3. Halbwelle ist das Auftreten der Linie im achsennahen Bereich unreproduzierbar, oft fehlt sie ganz. Es handelt sich also um eine Linie, die hauptsächlich von der Plasmaschicht emittiert wird.

Die folgenden Abbildungen zeigen die zur Bestimmung des Magnetfeldes  $\bar{B}(t)$  nötigen Signale  $u_{12}$  und  $u_{32}$  und zum Vergleich das Signal aus dem Spalt 2 und das  $dI/dt$  der Entladung.

Die Messung in Abb. 12 (Seite 44) wurde mit einer Bandbreite von 15 MHz gemacht. Sie zeigt aber, daß zur Wiedergabe der Magnetfeldsignale eine Bandbreite von 1 MHz ausreicht. Die folgenden Messungen sind mit dieser Bandbreite durchgeführt worden.

Der Druck war so gewählt, daß ohne Vorionisierung die erste Zündung zu Beginn der zweiten Halbwelle des äußeren Magnetfeldes bei parallelem Feldeinfang erfolgte, während bei der Zündung in der dritten Halbwelle umgekehrtes Feld von etwa 5 kGauß eingefangen wurde. Die aus den Messungen  $u_{12}$  und  $u_{32}$  der Abb. 13 (Seite 45) bestimmte Größe  $\bar{B}(t)$  hat in der zweiten Halbwelle den gleichen Verlauf wie das äußere Magnetfeld. Das Maximum von  $\bar{B}(t)$  ist  $24 \text{ kGauß} \pm 10\%$ , das äußere Magnetfeld beträgt nach den Daten der Anlage zu diesem Zeitpunkt etwa 40 kGauß. Mit Beginn der



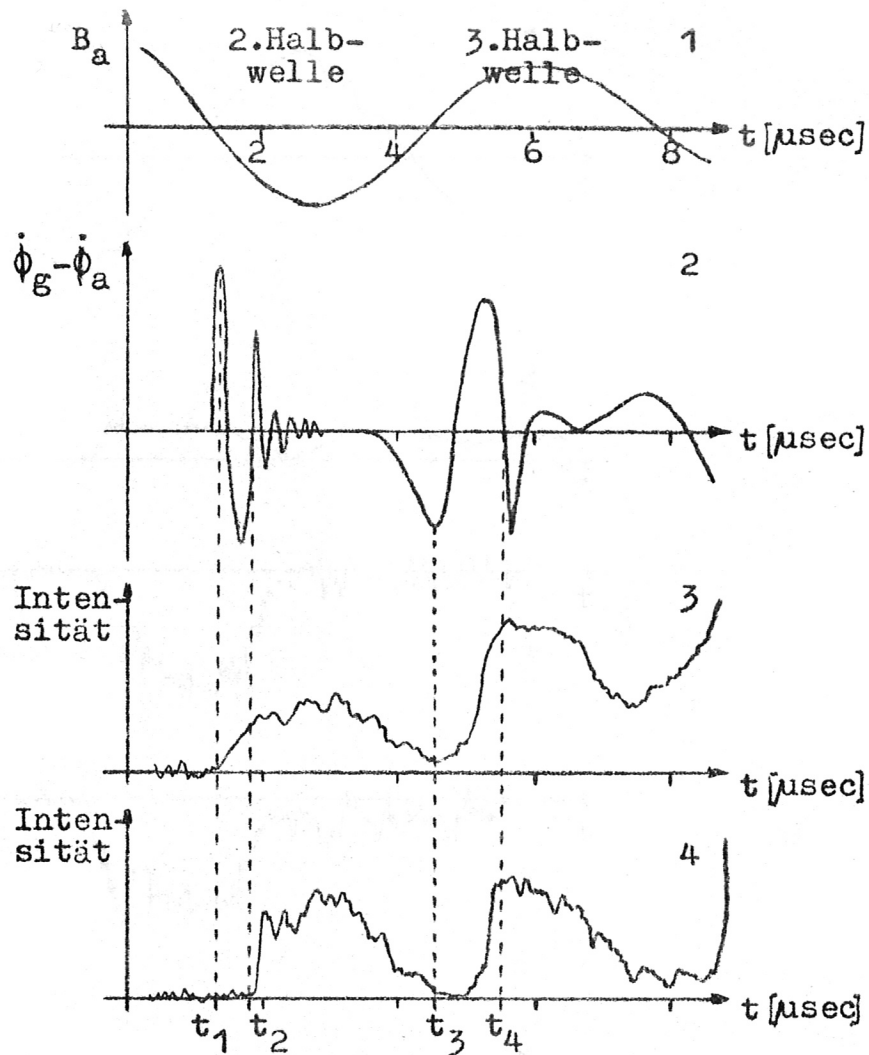


Abbildung 11: Zeitlicher Intensitätsverlauf der Linie  
N II 4447 Å

- 1) Äußeres Magnetfeld
- 2) Signal eines Meßschleifensystems nach Green:  
Zeitliche Ableitung der Differenz aus dem Gesamtfluß  
durch die  $\Theta$ -Pinch-Spule  $\phi_g$  und dem Fluß zwischen  
Plasma und Spule  $\phi_a$
- 3) Intensität im ganzen Spulenquerschnitt  
(Dynodenspannung 1500 V)
- 4) Intensität in Achsennähe ( $1/10$  des Durchmessers)  
(Dynodenspannung 1800 V)

$t_1, t_3$  : Beginn der ersten Kontraktion

$t_2, t_4$  : Erste maximale Kompression

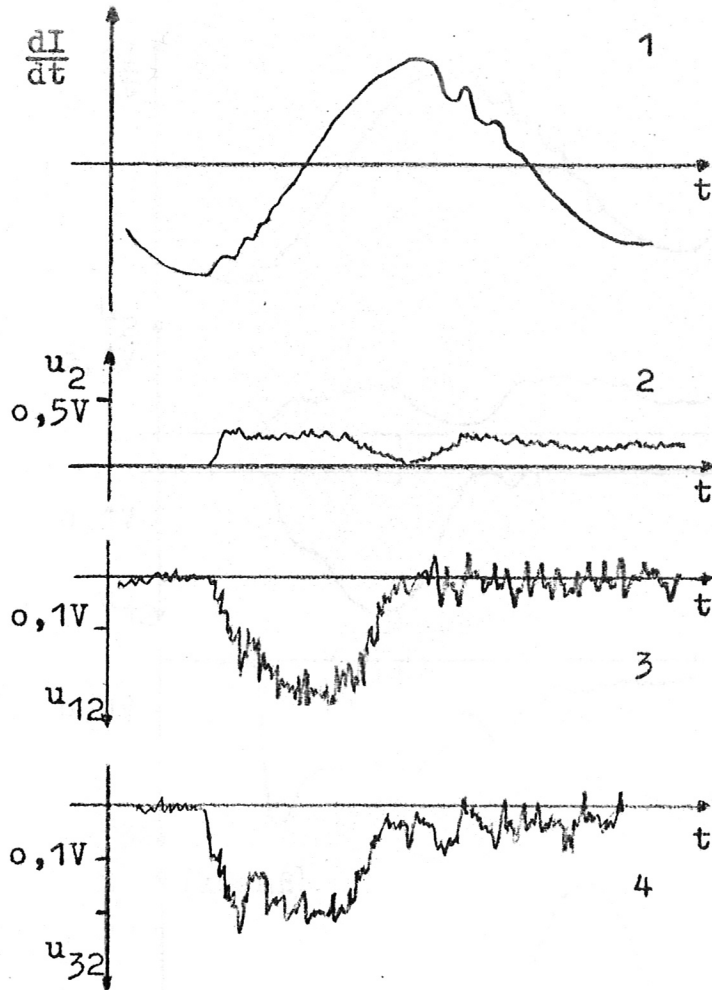


Abbildung 12: Messung über den ganzen Querschnitt einer Entladung ohne Vorionisierung

- 1)  $dI/dt$  der  $\theta$ -Pinch-Entladung
  - 2) Signal aus Spalt 2
  - 3) Meßsignal  $u_{12}$
  - 4) Meßsignal  $u_{32}$
- } Bandbreite 15 MHz

Abbildung 13: Messung über den ganzen Querschnitt einer Entladung ohne Vorionisierung

- 1)  $dI/dt$  der  $\theta$ -Pinch-Entladung
  - 2) Signal aus Spalt 3
  - 3) Meßsignal  $u_{13}$
  - 4) Meßsignal  $u_{33}$
- } Bandbreite 1 MHz

Die Kurve 3 zeigt das innere Magnetfeld (aus Kurve 3) und 4 das äußere Magnetfeld (aus Kurve 4). Die Zeitmarken sind 1,85  $\mu$ sec.

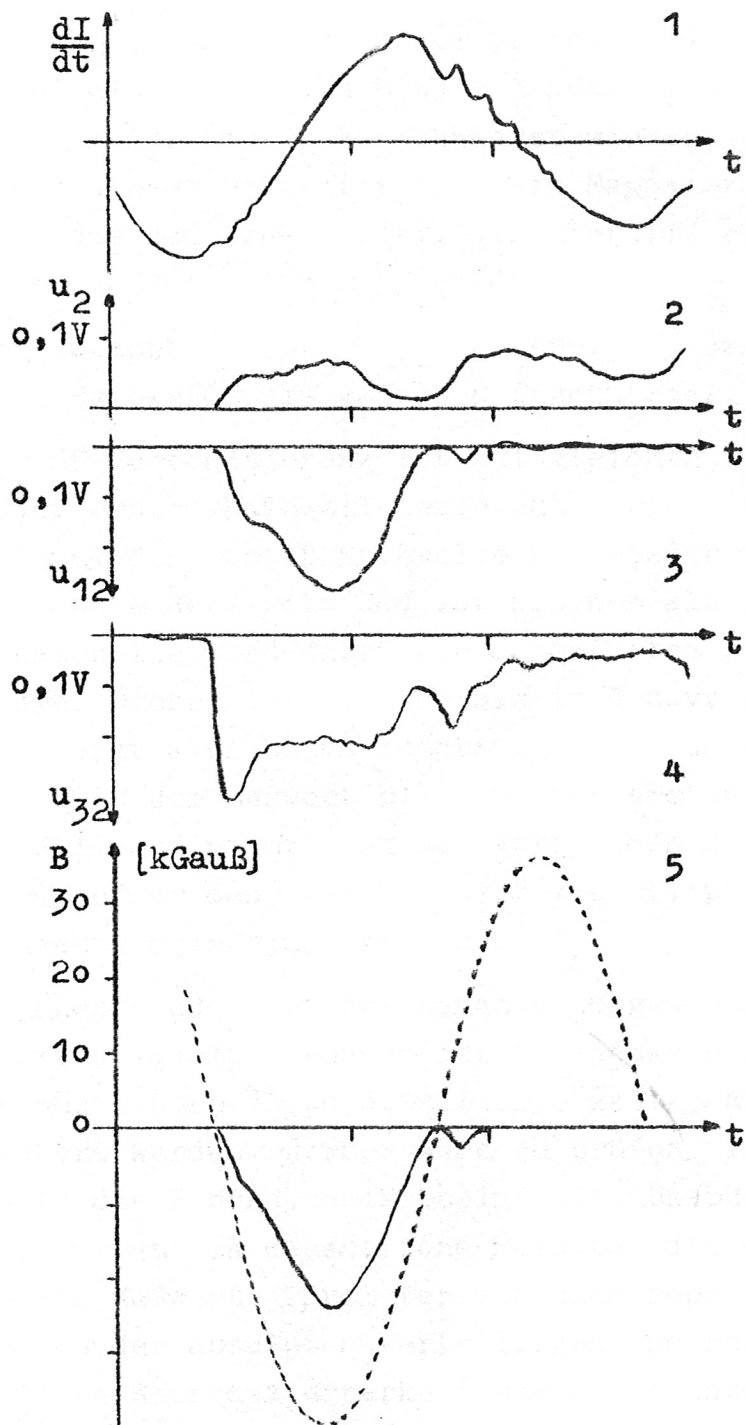


Abbildung 13: Messung über den ganzen Querschnitt einer Entladung ohne Vorionisierung

- 1)  $dI/dt$  der  $\Theta$ -Pinch-Entladung
  - 2) Signal aus Spalt 2
  - 3) Meßsignal  $u_{12}$
  - 4) Meßsignal  $u_{32}$
  - 5) Ausgezogene Kurve: Magnetfeld (aus Kurve 3 und 4 berechnet), Punktierte Kurve: Äußeres Magnetfeld
- } Bandbreite 1 MHz
- Abstand der beiden Zeitmarken 1,85  $\mu$ sec

dritten Halbwelle zeigt sich zum Zeitpunkt der ersten maximalen Kompression ein Magnetfeld  $\bar{B}(t) = 3 \text{ kGau\ss} \pm 35 \%$  antiparallel zum äußeren Feld. Dieses verschwindet wieder, und für die ganze übrige Zeit dieser Halbwelle ist kein Magnetfeldsignal mehr festzustellen, das den Schwellwert, der hier  $1,7 \text{ kGau\ss}$  beträgt, übersteigt.

Messungen im achsennahen Bereich (Abb. 14, Seite 47) liefern für die zweite Halbwelle die gleichen Ergebnisse.

Mit einer HF-Vorionisierung ist bei gleichem Druck die erste Zündung in der ersten Halbwelle erreicht worden (Abb. 15, Seite 48). Das Meßsignal der ersten Halbwelle hat wieder die gleiche Polarität wie das äußere Feld und ist kleiner als dieses. In der zweiten Halbwelle wird dabei ein umgekehrtes Feld von etwa  $1 \text{ kGau\ss}$  eingefangen. Dieses ist kleiner als in den vorigen Messungen, und im Signal zeigt sich keine Kompression des umgekehrten Feldes. Dafür verweilt der Meßwert bis etwa zur ersten maximalen Kompression auf Null und nimmt dann das Vorzeichen des äußeren Feldes an, wobei er ungefähr den gleichen Wert wie bei parallelem Feldeinfang in dieser Halbwelle erreicht.

Die Messungen sind unter der Annahme ausgewertet worden, daß die Linienbreiten in allen Phasen der Entladung hinreichend groß waren. Das müßte noch durch detaillierte zeitabhängige Profilmessungen gesichert werden. Ferner wäre zu prüfen, inwieweit der Stickstoffzusatz die Pinchdynamik beeinflusst. Unabhängig von diesen Unsicherheiten ist das wesentliche Resultat dieser Experimente, nämlich daß die Meßwerte ihrem Verlauf nach reproduzierbar waren. Die Schwankungen der absoluten Werte liegen innerhalb der berechneten Fehler. Diese Reproduzierbarkeit war nicht unbedingt zu erwarten, da nach Gl.(40) die Emissionsverteilung die Mittelwertbildung beeinflusst.

Die erhaltenen Meßwerte  $\bar{B}(t)$  sind plausibel. Da die Linie nur von der Plasmaschicht emittiert wird, hängt das Signal nur mit dem Magnetfeld im Plasma zusammen, demnach kann einerseits der Meßwert nie auf die Größe des äußeren Feldes kommen, und andererseits kann er vom eingefangenen Feld beeinflusst werden.

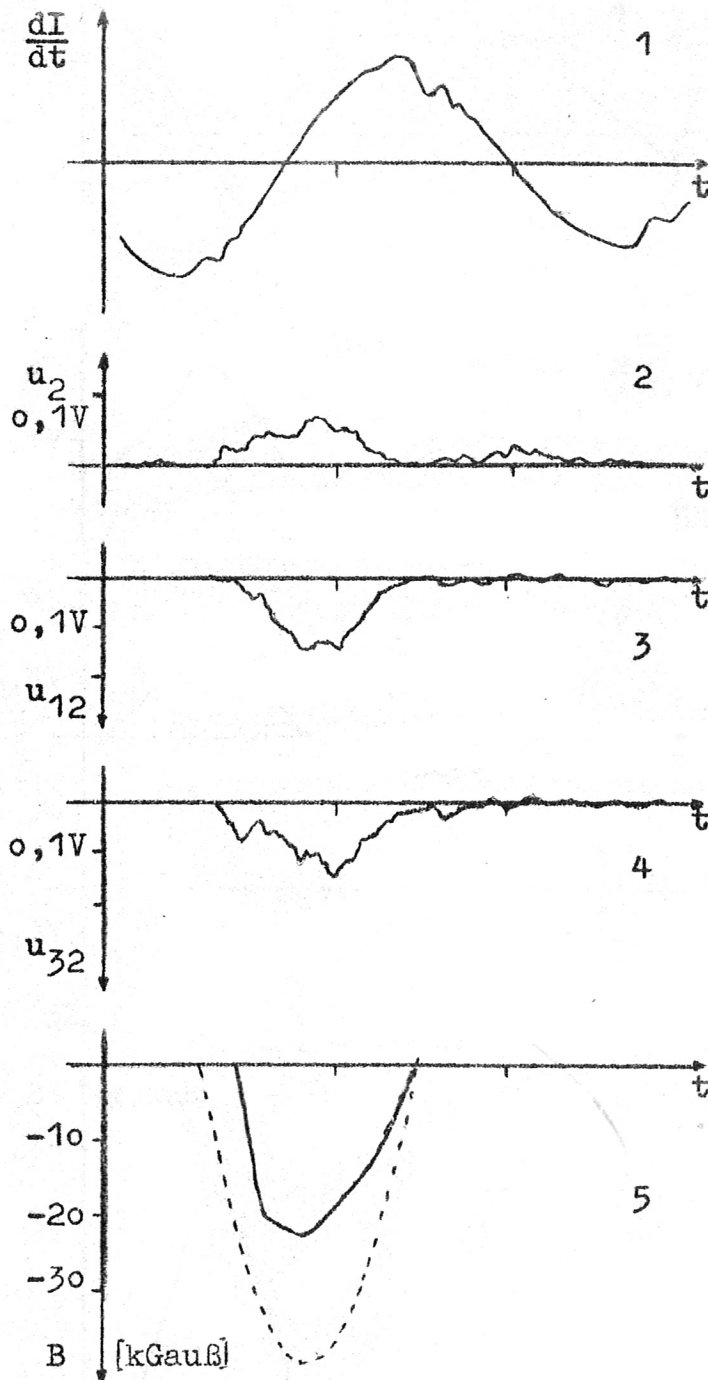


Abbildung 14: Messung im achsennahem Bereich  
(1/10 des Durchmessers)  
an einer Entladung ohne Vorionisierung  
Bezeichnungen wie in Abbildung 13

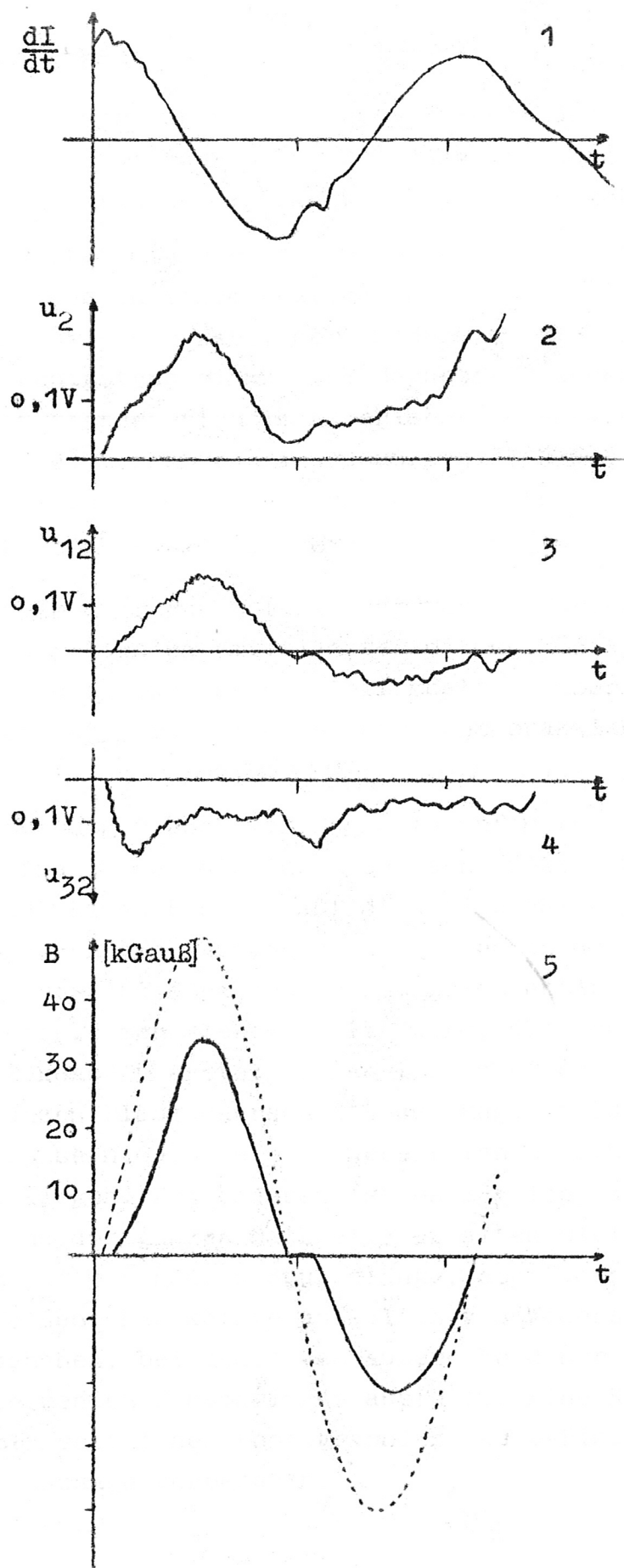


Abbildung 15: Messung über den ganzen Querschnitt an einer Entladung mit Vorionisierung  
Bezeichnungen wie in Abbildung 13



### Schlußbemerkungen

Die Untersuchungen über die Verwendbarkeit des hier behandelten Verfahrens zur Bestimmung von Magnetfeldern aus dem Zeemaneffekt an  $\Theta$ -Pinchen führen zu folgenden Ergebnissen:

1. Die Meßwerte  $\bar{B}(t)$  stellen keinen üblichen Mittelwert des Magnetfeldes in einem bestimmten Bereich des  $\Theta$ -Pinches dar, sondern nur einen Wert, der in dem zur Messung beitragenden Gebiet wenigstens einmal vom Magnetfeld angenommen wird.
2. Trotzdem ergeben sich im Experiment innerhalb der Fehlergrenzen des Verfahrens reproduzierbare Meßwerte.
3. Diese Messungen müssen durch detaillierte zeitabhängige Linienprofilbestimmungen gesichert werden.

Aussagen, die über Punkt 1 hinausgehen, erfordern zeitabhängige Messungen der lokalen Emissionsverteilung. So sind lokale Magnetfeldmessungen zwar prinzipiell möglich, aber wegen des damit verbundenen außerordentlichen Aufwandes praktisch nicht durchführbar.

Zur Untersuchung pauschaler Magnetfeldeffekte im Rahmen der  $\Theta$ -Pinch-Vorgänge sind jedoch die Aussagen nach Punkt 1 unter Umständen ausreichend. Einen Hinweis auf derartige Fälle geben schon die hier durchgeführten Messungen, bei denen in der dritten Halbwelle nach Verschwinden des ursprünglich antiparallelen Signals kein Magnetfeld mehr festgestellt wird, das den Schwellwert von etwa 2 kGauß übersteigt. Das läßt zwei Deutungen zu. Einmal kann im ganzen Plasmaquerschnitt das Magnetfeld kleiner als der Schwellwert sein, also ein im wesentlichen magnetfeldfreies Plasma vorliegen. Zum anderen ist es möglich, daß der umgekehrte Fluß während der ganzen Halbwelle erhalten bleibt, zwar nicht notwendig auf der ganzen Spulenlänge, aber doch wenigstens in einigen Teilen. Das könnte anlässlich von Widerstandsinstabilitäten geschehen, bei denen das äußere Feld nur den Raum zwischen den verbleibenden Plasmaringen ausfüllt. Eine Kombination der Messung mit seitlichen Photographien des  $\Theta$ -Pinches könnte hier schon die Aussage verbessern.

Sofern durch zeitabhängige Linienprofilmessungen gesichert werden kann, daß die Linie im fraglichen Zeitraum den vom Verfahren gestellten Anforderungen genügt, schließen allein diese Messungen schon den Fall aus, daß auf der ganzen Länge der Spule das umgekehrt eingefangene Feld durch das äußere Feld in einem anomalen Diffusionsvorgang ersetzt wird.

Zur Untersuchung pauschaler Magnetfeldeffekte im  $\Theta$ -Pinch dürften also die Zeemanmagnetfeldmessungen, sofern sie mit zeitlichen Profilmessungen an der gleichen Linie gekoppelt werden, wertvolle Hinweise geben können.

Meinen besonderen Dank möchte ich Herrn Prof. E. Fünfer für die Übertragung der Aufgabe und für seine Anteilnahme an den Arbeiten aussprechen.

Herrn Dr. C. Andelfinger danke ich für die Unterstützung der Arbeiten und Herrn Dr. E. Glock für zahlreiche Hinweise zu dem optischen Teil des Experimentes.

Herr Dipl.-Ing. F. Lindenberger besorgte dankenswerterweise den Entwurf der Photovervielfacher- und Verstärkerschaltungen.

Literaturverzeichnis

- /1/ Hale, G.E., *Astrophys. J.* 38, 27 (1913)
- /2/ Thiessen, G., *Z. Astrophysik* 30, 185 (1952)
- /3/ Kiepenheuer, K.O., *Astrophys. J.* 117, 447 (1953)
- /4/ Babcock, H.W., *Astrophys. J.* 118, 387 (1953)
- /5/ Jahoda, F.C., F.L. Ribe, and G.A. Sawyer, *Phys. Rev.* 131, 24 (1963)
- /6/ Hübner, K., *Proc. 6th Intern. Conf. Ionisation Phenomena in Gases, Paris* (1963)
- /7/ Hartmann, W. und F. Bernhard, *Photovervielfacher und ihre Anwendung in der Kernphysik, Berlin* (1957)
- /8/ Deubner, F.-L., *Z. Astrophysik* 56, 1 (1962)
- /9/ Boyer, K., W.C. Elmore, E.M. Little, W.E. Quinn, and J.L. Tuck, *Phys. Rev.* 119, 831 (1960)
- /10/ Little, E.M., W.E. Quinn, and F.L. Ribe, *Phys. Fluids* 4, 711 (1961)
- /11/ Gross, M.J. and W. Millar, *J. Nucl. Energy (Plasma Physics)* C3, 295 (1961)
- /12/ Jahoda, F.C. and G.A. Sawyer, *Phys. Fluids* 6, 1195 (1963)
- /13/ Fünfer, E., K. Hain, H. Herold, P. Igenbergs und F.P. Küpper, *Z. Naturforschung.* 17a, 967 (1962)
- /14/ Reynolds, J.A. and N.J. Phillips, *Proc. 5th Intern. Conf. Ionisation Phenomena in Gases, München* (1961)
- /15/ Green, T.S., *Nuclear Fusion* 2, 92 (1962)
- /16/ Green, T.S., *Phys. Fluids* 6, 864 (1963)
- /17/ Roberts, K.V., *J. Nucl. Energy (Plasma Physics)* C1, 243 (1960)
- /18/ Bodin, H.A.B., T.S. Green, G.B.F. Niblett, N.J. Peacock, J.M.P. Quinn, J.A. Reynolds, J.B. Taylor, *Nuclear Fusion Suppl. 2*, 511 (1962)
- /19/ Bodin, H.A.B., *Interner Culham-Report, zur Veröffentlichung vorgesehen.*