

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Eine Magnetfeldspule für den Induktions-
pinch mit zylindersymmetrischem, elektri-
schem Feld.

W. Köppendörfer

Handbibliothek

IPP 1/9

Abteilung 3

März 1963

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Eine Magnetfeldspule für den Induktionspinch mit zylindersymmetrischem, elektrischem Feld.

W. Köppendörfer

1. Beschreibung der Spule.

Die Magnetfeldspule, die üblicherweise beim Induktionspinch verwendet wird, besteht aus einer einlagigen Spule mit einer einzigen Windung. Am Ort der Stromzuführung ist die Spule der Länge nach geschlitzt. Dadurch entsteht ein stark asymmetrisches, elektrisches Feld, das seinen höchsten Wert am Schlitz der Spule hat und auf der gegenüberliegenden Mantellinie Null ist (1). Durch diese Asymmetrie des elektrischen Felds wird das Verständnis der Vorgänge bei der Zündung der Entladung erschwert. Ausserdem lassen Messungen der Dichteverteilung des Plasmas über den Querschnitt der Spule einen Einfluss des asymmetrischen Felds während der Entladung vermuten. Allen (2) versuchte die Symmetrie der Spule dadurch zu verbessern, indem der Entladestrom an sechs symmetrisch verteilten Stellen zugeführt wurde. Ein höherer Grad von Symmetrie lässt sich auf diese Weise aus technischen Gründen kaum erreichen.

Es erscheint aber durchaus möglich, ein axiales Magnetfeld in einem zylindrischen Hohlraum durch eine geeignete Spule zu erzeugen, wobei das elektrische Feld praktisch zylindersymmetrisch ist und nur eine Komponente in azimuthaler Richtung besitzt. Bei geeigneter Dimensionierung ist die Induktivität einer solchen Spule nur unwesentlich höher als bei einer Spule herkömmlicher Bauart.

Die Skizze der Abb. 1 soll die Wirkungsweise einer solchen Spule erläutern. Die Spule besteht hauptsächlich aus zwei coaxialen Zylindern, die durch spiralenförmige Schlitze so unterbrochen sind, dass der Strom J in die dadurch vorgegebenen Spiralen gezwungen wird. Die Anzahl der über den Querschnitt gleichmässig verteilten Schlitze bestimmt dann den Grad der Symmetrie des elektri-

schen Felds. Im äusseren Zylinder fliesst der Strom unter dem Winkel α gegen die Horizontale und im inneren Zylinder unter dem Winkel $-\alpha$ zurück. Im Innenraum des kleineren Zylinders entsteht dann durch den Strom I ein rein axiales Feld B_z , da sich die z -Komponenten des Stroms im inneren und äusseren Zylinder gegenseitig kompensieren. Die Komponenten des Stroms in azimuthaler Richtung sind in beiden Zylindern gleichgerichtet.

Praktisch wird man die Spule so ausführen, dass an einem Ende der Spule die äusseren spiralenförmigen Streifen radial nach innen gebogen in die Spiralen des Innenzylinders übergehen. Am anderen Ende der Spule werden die Streifen zweckmässig radial nach aussen gebogen und sowohl die des inneren, wie die des äusseren Zylinders mit je einem zur Spule konzentrischen Ring verbunden, an denen die Zuführungen zur Kondensatorbatterie angebracht werden.

2. Das Magnetfeld und die Induktivität der Spule.

In Abb. 2 sind die Komponenten des Magnetfelds im Innenraum der Spule und zwischen den Zylindern über dem Radius aufgetragen. Durch den Raum zwischen den Zylindern entsteht eine zusätzliche störende Induktivität, die im wesentlichen durch das Radienverhältnis der stromführenden Zylinder gegeben ist. Dieser Raum kann nicht beliebig klein gemacht werden, da beide Zylinder gegeneinander auf die Spannung isoliert werden müssen, die an den Anschlussklemmen auftritt.

Das axiale Magnetfeld im Innenraum (Index II) ist:

$$1.) \quad B_{zII} = 2 \left(\frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_i} \right) \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \cdot J$$

Benützt werden durchwegs elektromagnetische Einheiten, d.h. der Strom ist in Weber einzusetzen, die Radien der Zylinder R_a und R_i in cm um B in Gauss zu erhalten. Die Beziehung 1.) ergibt sich, wenn man die Windungszahlen des äusseren und inneren Zylinders n_a und n_i , durch die Länge l der Spule und die Ganghöhen der Spiralen h_a und h_i ausdrückt. Es ist nämlich:

$$n_a = \frac{l}{h_a} = \frac{l}{2\pi R_a \operatorname{tg} \alpha}$$

$$n_i = \frac{l}{h_i} = \frac{l}{2\pi R_i \operatorname{tg} \alpha}$$

Für die Induktivität der Spule im Zwischenraum der Zylinder erhält man:

$$2.) \quad L_I = l \left\{ 2 \ln \frac{R_a}{R_i} \sin^2 \alpha + \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha} \left(1 - \frac{R_i^2}{R_a^2} \right) \right\}$$

Der erste Summand in der Klammer ist der Anteil des azimuthalen Felds und der zweite der das axiale Felds an der Induktivität.

Für den für die Entladung wirksamen Innenraum der Spule ergibt sich als Induktivität:

$$3.) \quad L_{II} = l \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha} \left(1 + \frac{R_i}{R_a} \right)^2$$

Die Gesamtinduktivität der Spule ist dann:

$$4.) \quad L = L_I + L_{II}$$

Die Querschnittfläche der Spule geht gar nicht in die Induktivität ein, lediglich das Radienverhältnis R_i/R_a . Wenn R_i/R_a , α und l konstant gehalten werden, dann ist auch die Induktivität der Spule konstant. Das liegt daran, dass bei festem α und gleicher Länge l mit grösseren Radien R_a und R_i die Windungszahlen n_a und n_i abnehmen. Durch Änderung des Steigungswinkels α kann die Induktivität der Spule in einem weiten Bereich variiert werden, ohne die Abmessungen der Spule sonst zu ändern. Gegenüber der konventionellen Scyllaspule bedeutet dies einen Vorteil, da bei jener die Induktivität durch die Abmessungen festgelegt ist.

In Abb. 3 und Abb. 4 sind die Induktivitäten der Spule in Abhängigkeit vom Winkel α für die Radienverhältnisse $R_i/R_a = 0,82$ und $R_i/R_a = 0,9$ aufgetragen. Natürlich strebt man im allgemeinen an, die Induktivität L_I klein gegen die Induktivität L_{II} zu machen, so dass die Gesamtinduktivität $L \approx L_{II}$ wird.

3. Vergleich der Spule mit einer konventionellen Scyllaspule.

Für die konventionelle Scyllaspule gilt:

$$5.) \quad B = \frac{4\pi}{e} J$$

$$6.) \quad L = \frac{4\pi^2 R^2}{e}$$

Dasselbe Magnetfeld lässt sich mit der vorgeschlagenen Spule erzeugen, wenn man den Winkel α bei vorgegebenem Radienverhältnis, vorgegebener Länge und Radius R_i so wählt, dass:

$$7.) \quad \frac{e \cos^2 \alpha}{2\pi R_i \sin \alpha} \left(1 + \frac{R_i}{R_a} \right) = 1 \quad \text{wird.}$$

Dann gilt $B = \frac{4\pi}{e} J$. Die Induktivität des Innenraums wird dann auch: $L_{II} = \frac{4\pi^2 R_i^2}{e}$. Dabei wird allerdings der Entladekreis noch durch die Induktivität L_I belastet. Diese kann aber, wenn R_a nur unwesentlich grösser als R_i ist, klein gehalten werden.

Beispiel: Eine Scyllaspule ist $l = 20$ cm lang mit einem Radius von $R = 2,5$ cm. Ihre Induktivität ist dann $L = 13$ cm. Die Spule der vorgeschlagenen Bauart sei ebenfalls $l = 20$ cm lang mit einem Radius $R_i = 2,5$ cm und $R_a = 2,8$ cm. Um durch denselben Strom J das gleiche Magnetfeld B wie bei der Scyllaspule zu erzeugen, muss der Winkel α nach Bedingung 7.) $\alpha = 54^\circ 30'$ gewählt werden. Die Gesamtinduktivität der Spule ist dann $L = 16,5$ cm.

Wenn man den Winkel α kleiner wählt als sich aus Bedingung 7.) ergibt, dann lassen sich bei gleichem Strom durchaus höhere Magnetfelder erzeugen. Ein allgemeiner Vergleich der Spule mit der konventioneller Bauart ist nur schwer möglich, da es nicht allein auf das Magnetfeld B sondern auch auf seine zeitliche Änderung $\frac{dB}{dt}$ ankommt, wobei der gesamte Entladekreis berücksichtigt werden muss. Die Zusammenstellung der folgenden Beziehungen soll für Einzelfälle einen Vergleich ermöglichen. Dabei bedeuten V das Volumen der Spule, l ihre Länge, C die Kapazität des Entladekreises und L_a die Induktivität des Kreises ohne Spule.

Konventionelle Spule

Vorgeschlagene Spule

$$B = 2U_0 \sqrt{\frac{\pi C}{V \left(\frac{L_a}{4\pi V} e^2 + 1 \right)}}$$

$$B = 2U_0 \sqrt{\frac{A \pi C e}{V [L_a + (A+B)e]}}$$

$$\frac{dB}{dt} = U_0 \frac{e}{V \left(\frac{L_a}{4\pi V} e^2 + 1 \right)}$$

$$\frac{dB}{dt} = \frac{2U_0}{L_a + (A+B)e} \sqrt{\frac{A \pi e}{V}}$$

$$\text{mit } A = \left[\frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \left(1 + \frac{R_i}{R_a} \right) \right]^2$$

$$B = 2 \ln \frac{R_g}{R_i} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{\cos^4 \alpha}{\sin^2 \alpha} \left(1 - \frac{R_i^2}{R_a^2} \right)$$

$U_0 = \text{Ladespannung}$

Durch die Möglichkeit, den Winkel α zu variieren, kann in vielen Fällen die Spule dem Entladekreis besser angepasst werden als dies bei einer normalen Spule der Fall ist. Allerdings ist dabei zu berücksichtigen, dass im allgemeinen Spule und Plasma einen Transformator darstellen mit einem Übersetzungsverhältnis, das von 1 verschieden ist.

4. Kritik an der vorgeschlagenen Anordnung.

Eine Spule der beschriebenen Art wurde hergestellt und bezüglich der Magnetfelder und Induktivitäten ausgemessen. Dabei ergab sich ausreichende Übereinstimmung mit den errechneten Daten. Gegenüber der normalen Spule erwies sich als nachteilig, dass das Magnetfeld an den Enden der Spule in höherem Masse inhomogen ist, da über die ganze Länge der Spule der Strom J gleichmässig fliesst erzwungen durch den konstanten Winkel α . Bei der konventionellen Spule wird die Homogenität des Felds durch das Fehlen der Schlitzte erzwungen, wobei an den Spulenenden eine grössere Stromdichte herrscht als in der Mitte. Dieser Nachteil lässt sich durch einen gegen die Enden zunehmenden Winkel α oder durch eine Verlängerung

der Spule korrigieren. Allerdings ist die technische Ausführung einer Spule dieser Art schwierig.

Eine weitere Komplikation entsteht dadurch, dass die Kräfte den inneren Zylinder nach innen drücken können, wenn die Kräfte von innen nach aussen nicht ausreichen. Diese Kräfte können im allgemeinen nicht durch das Entladegefäß aufgefangen werden, da dieses aus Glas ist.

Das Verhältnis des magnetischen Drucks auf den Innenzylinder von aussen und innen kann leicht errechnet werden. Es hängt im wesentlichen vom Radienverhältnis und dem Winkel α ab.

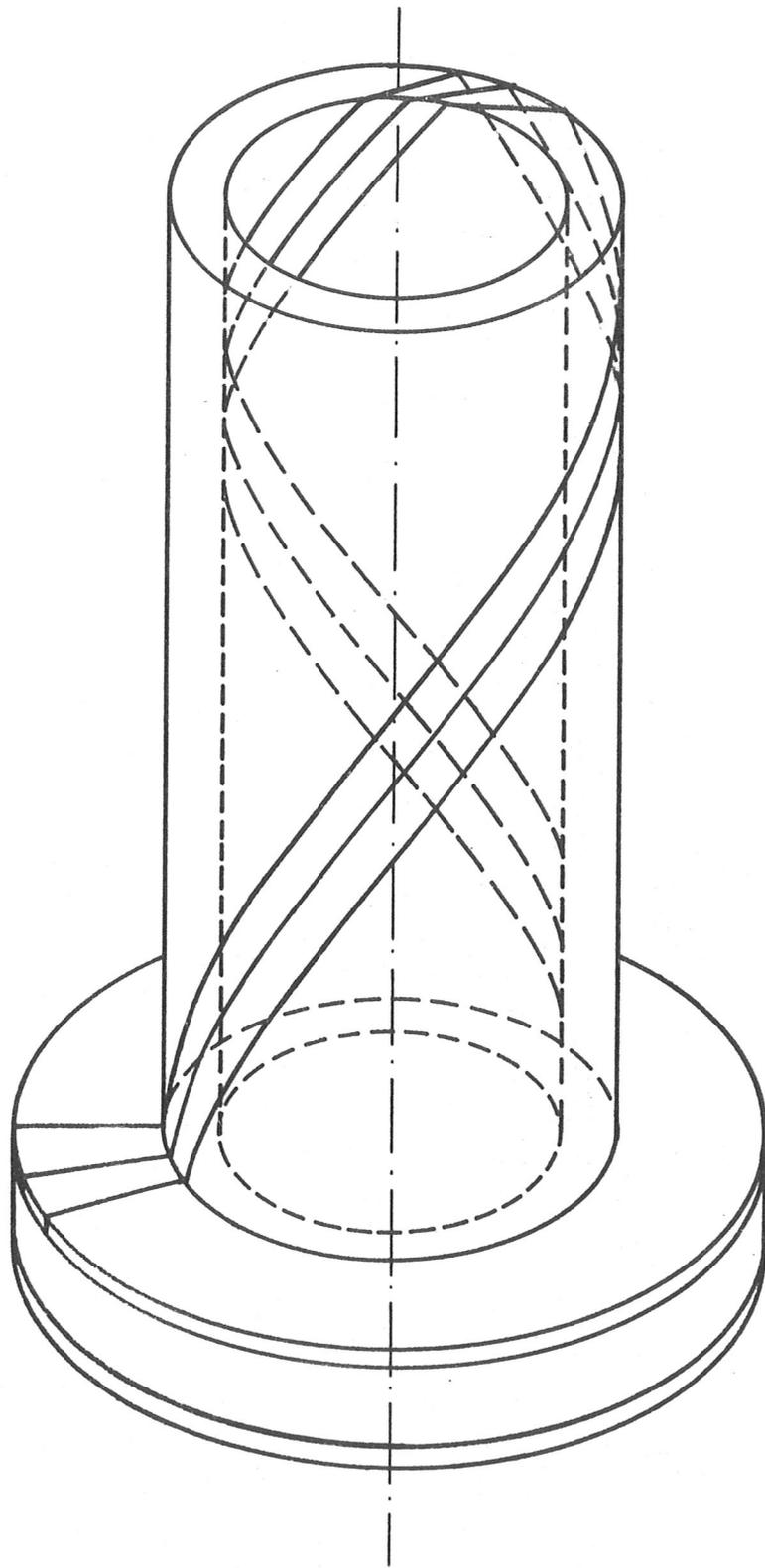
Als Kriterium, ob der Innenzylinder eingebeult wird oder nicht ergibt sich:

$$8.) \quad \operatorname{tg} \alpha \leq \left(1 + 2 \frac{R_i}{R_a}\right)^{\frac{1}{4}}$$

Wenn α die Bedingung 8.) erfüllt, überwiegt der Druck nach aussen. Ist 8.) verletzt, dann müssen unter Umständen Massnahmen getroffen werden, um ein Einbeulen des Zylinders nach innen zu vermeiden.

Literatur:

- (1) R. Chodura u.a. Z.f. Naturforschung Bd. 17 a, 977 - 989
- (2) J.E. Allen, S.E. Segre, Nuovo Cimento, Serie X, Vol. 21
980 - 987.



*Abb. 1 Schematische Darstellung der Spule
Zwei der symmetrisch verteilten
Windungen sind als Beispiel eingezeichnet*

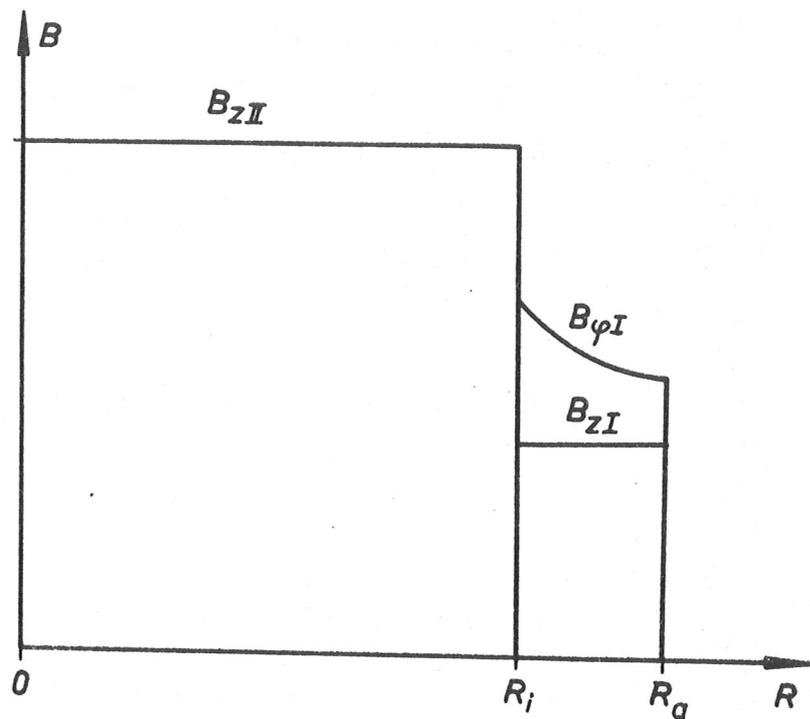


Abb. 2 Die Komponenten des Magnetfeldes im Innenraum (\mathbf{I}) und im Zwischenraum (\mathbf{I}) der Spule

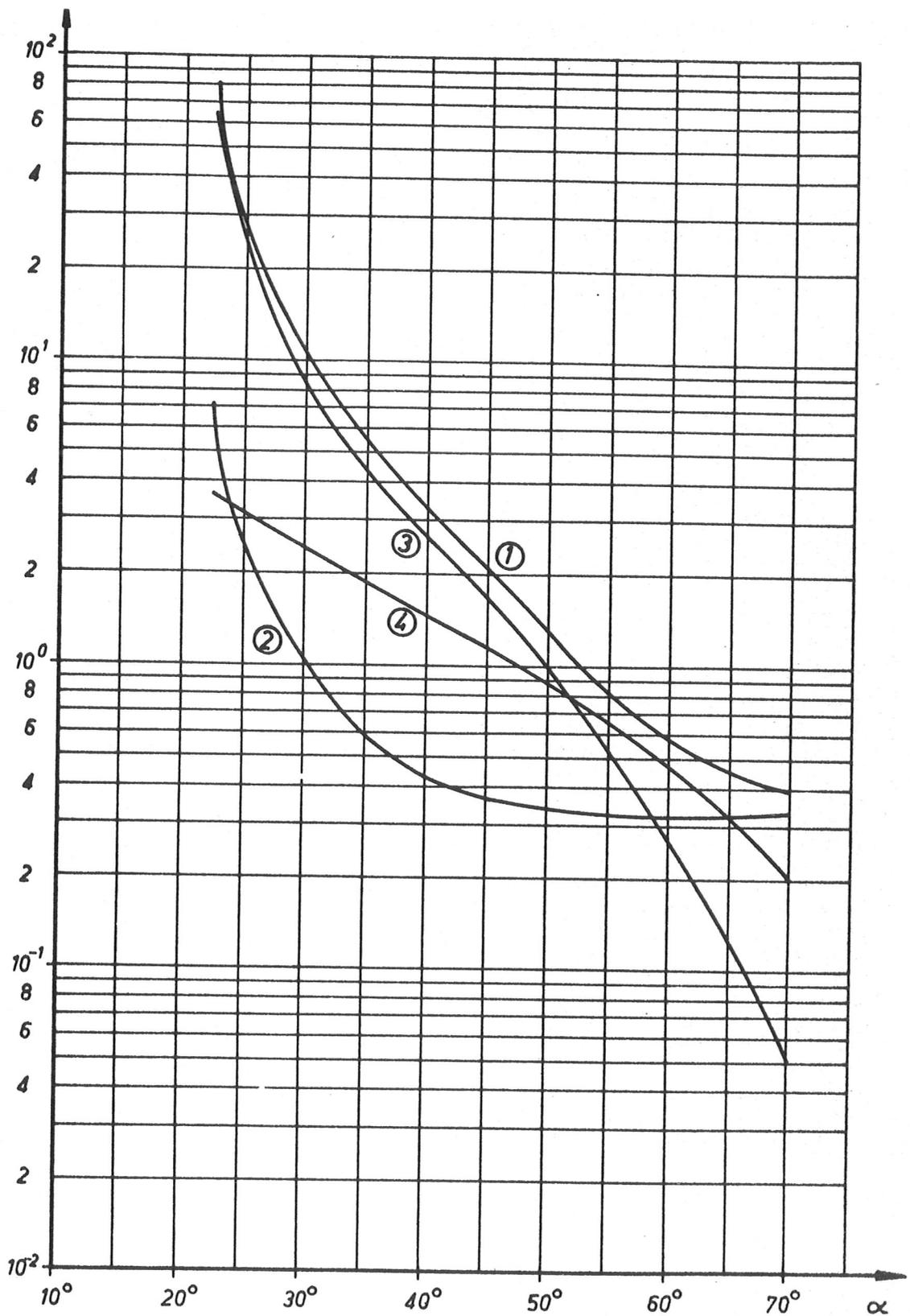


Abb. 3 Die Induktivität einer Spule pro Längeneinheit in Abhängigkeit vom Winkel α für ein Radienverhältnis von $R_i/R_a = 0,82$

- ① Gesamtinduktivität L/l
- ② Induktivität des Zwischenraumes L_I/l
- ③ Induktivität des Innenraumes L_{II}/l
- ④ Magnetfeld im Innenraum der Spule bezogen auf den Strom durch die Spule B_{zII}/J

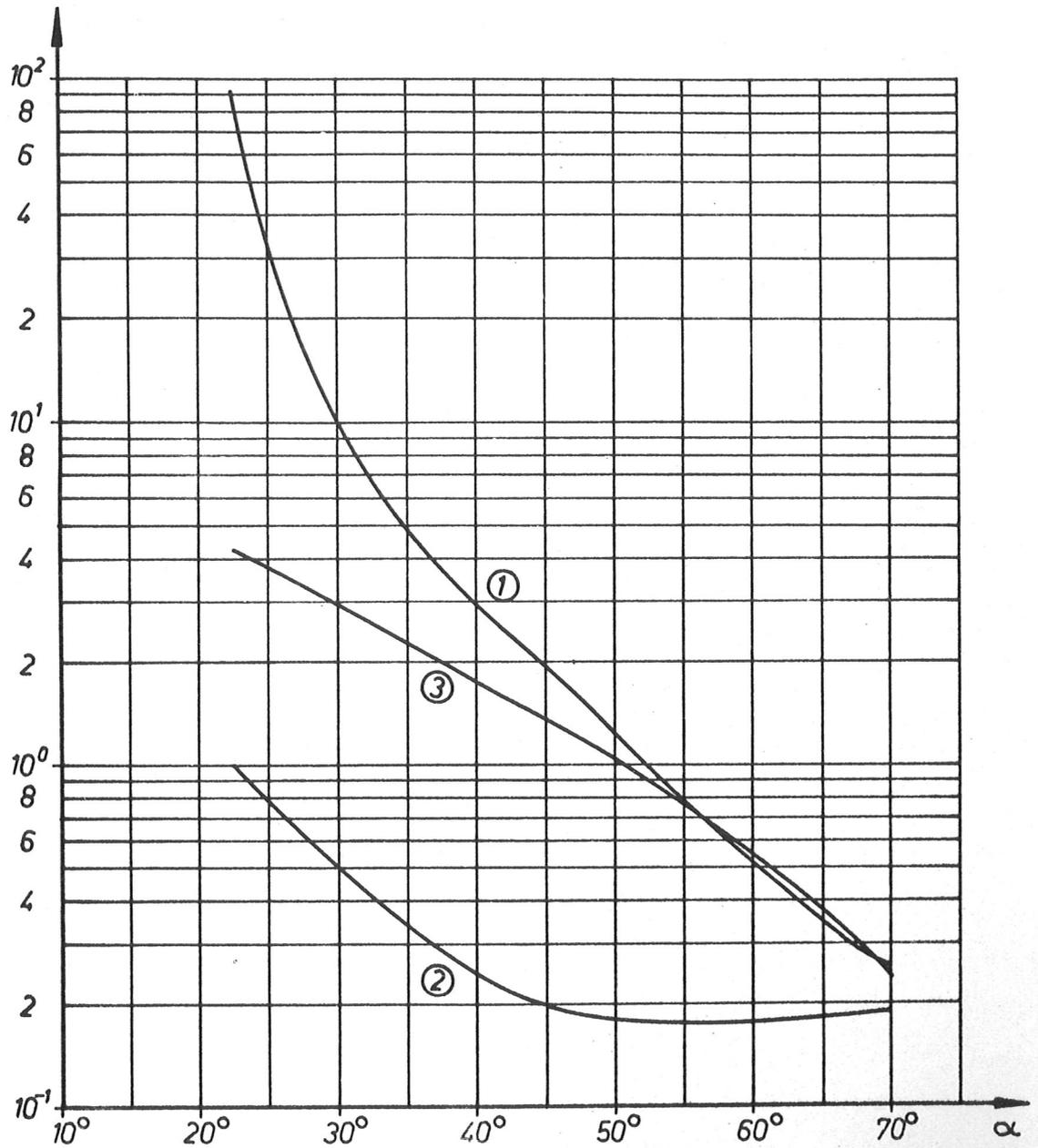


Abb. 4 Induktivität einer Spule für ein Radienverhältnis $R_i/R_a = 0,9$ in Abhängigkeit vom Winkel α

- ① Gesamtinduktivität pro Längeneinheit L/l
- ② Induktivität des Zwischenraumes pro Längeneinheit L_I/l
- ③ Magnetfeld B_{zII}/J