

Berechnung des Magnetfeldes  
auf der Achse spezieller Spulen

S. Witkowski

IPP 3/5

April 1963

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**

# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

## Berechnung des Magnetfeldes auf der Achse spezieller Spulen

S. Witkowski

IPP 3/5

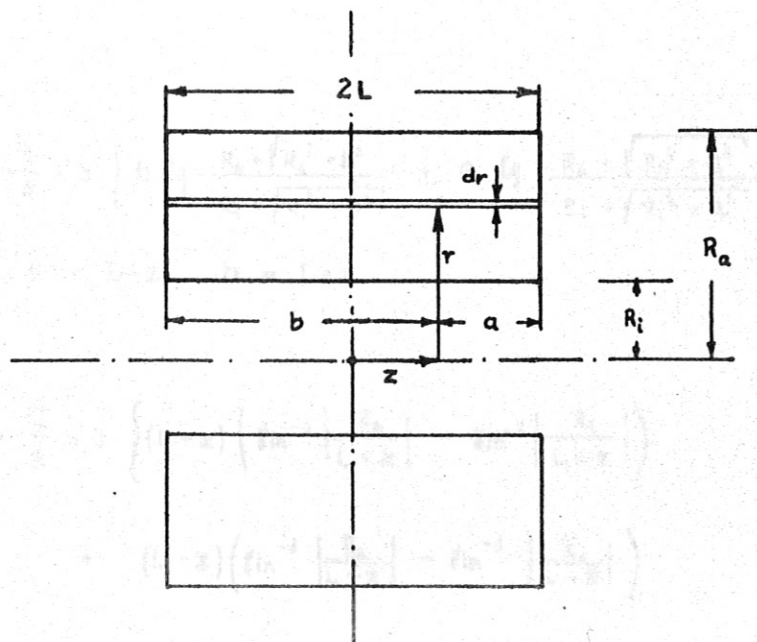
April 1963

*Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.*

- I. Bei Versuchen mit Kombinationen aus Plasmabrennern und Lichtbögen im Magnetfeld muss die Kathodenspitze des Plasmabrenners in einem nahezu feldfreien Raum sein, während die Feldstärke zum Bogen hin schnell auf einen dann konstant bleibenden möglichst grossen Wert ansteigen soll. Derartige Feldkonfigurationen (cusped geometries) können durch aneinandergereihte entgegengesetzt vom Strom durchflossene Spulen erzeugt werden.

Als Bauelemente kommen Sp 300 (Mimicry), Sp 182, Sp 440, Stellarator-, und die Einheit der neuen 50000 Gauß-Spule (Oswald) in Betracht. Das Magnetfeld einer Einheit längs der Achse wurde berechnet und gezeichnet. (Ein Maschinenprogramm für die 7090 liegt vor.) Durch Addition der entsprechend gegeneinander verschobenen Kurven kann das Magnetfeld beliebiger Spulenkombinationen ermittelt werden.

II.



Die Spule habe einen rechteckigen Wicklungsquerschnitt mit innerem Radius  $R_1$ , äusserem Radius  $R_A$  und Länge  $2L$ . Die Wicklungsdichte sei  $n'$  (Windungen pro  $\text{cm}^2$ ). Der Ursprung des Zylinderkoordinatensystems liege auf der Achse in der Mitte der Spule. Der Beitrag eines Zylinders mit dem Radius  $r$  und der Dicke  $dr$  zum Magnetfeld auf der Achse ist

$$dH = \frac{4\pi}{10} \frac{n'}{2} \left( \frac{b}{\sqrt{b^2+r^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}} \right) dr \quad [\text{Örsted}]$$

(W. Weizel, Lehrbuch der theoretischen Physik, Bd. 1, S. 392)

Den Gesamtbetrag des Feldes erhält man durch Integration über  $r$  von  $R_1$  bis  $R_A$ .

$$H = \frac{4\pi}{5} n' \int_{R_1}^{R_A} \left( \frac{b}{\sqrt{b^2+r^2}} + \frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}} \right) dr$$

$$H = \frac{4\pi}{5} n' \left\{ b \left( \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_A}{b} \right| - \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_1}{b} \right| \right) + a \left( \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_A}{a} \right| - \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_1}{a} \right| \right) \right\}$$

oder

$$H = \frac{4\pi}{5} n' \left\{ b \operatorname{tg} \frac{R_A + \sqrt{R_A^2 + b^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + b^2}} + a \operatorname{tg} \frac{R_A + \sqrt{R_A^2 + a^2}}{R_1 + \sqrt{R_1^2 + a^2}} \right\}$$

oder mit  $a = L-z$   $b = L+z$

$$H = \frac{4\pi}{5} n' \left\{ (L+z) \left( \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_A}{L+z} \right| - \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_1}{L+z} \right| \right) + (L-z) \left( \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_A}{L-z} \right| - \text{fin}^{-1} \left| \frac{R_1}{L-z} \right| \right) \right\}$$

L,  $R_1$ ,  $R_A$ , z gemessen in cm,  $n'$  in  $\text{cm}^{-2}$ , I in Ampere,  
H erhält man in Oersted ( $\frac{4\pi}{10}$  Oersted = 1 Aw  $\text{cm}^{-1}$ ).

III. Der Feldstärkeverlauf auf der Achse wird für die folgenden Spulentypen berechnet:

1. Sp 300 (Mimicry)

Tab.1

$$\begin{aligned} L &= 2 \text{ cm} \\ R_1 &= 15 \text{ cm} \\ R_A &= 19,3 \text{ cm} \\ n' &= 2,06 \text{ Windungen/cm}^2 \quad (33 \text{ Windungen}) \\ &\approx 20 \text{ m}\Omega/\text{Spule} \end{aligned}$$

2. Sp 182

$$\begin{aligned} L &= 2 \text{ cm} \\ R_1 &= 9,1 \text{ cm} \\ R_A &= 12,6 \text{ cm} \\ n' &= 2,06 \text{ Windungen/cm}^2 \quad (27 \text{ Windungen}) \end{aligned}$$

3. Sp 440

$$\begin{aligned} L &= 2 \text{ cm} \\ R_1 &= 22 \text{ cm} \\ R_A &= 32 \text{ cm} \\ n' &= 0,95 \text{ Windungen/cm}^2 \quad (38 \text{ Windungen}) \end{aligned}$$

4. Stellarator-Spule

$$\begin{aligned} L &= 0,7 \text{ cm} \\ R_1 &= 4,5 \text{ cm} \\ R_A &= 10,2 \text{ cm} \\ n' &= 2,06 \text{ Windungen/cm}^2 \quad (16,5 \text{ Windungen}) \end{aligned}$$

Ohm'scher Widerstand oa. 4 m $\Omega$ /Spule

5. 50000 Gauß-Spule von Oswald

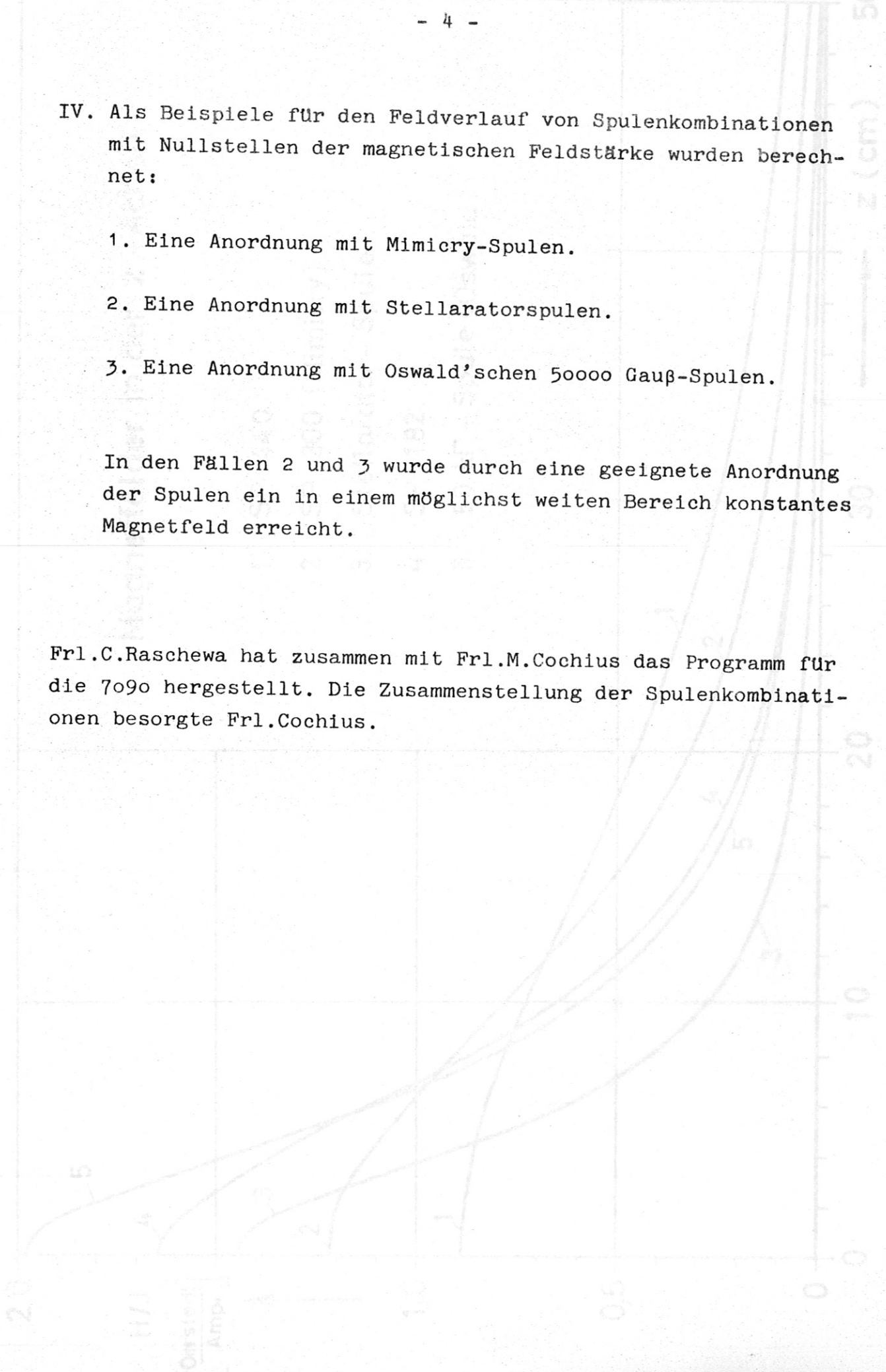
$$\begin{aligned} L &= 0,7 \text{ cm} \\ R_1 &= 5 \text{ cm} \\ R_A &= 15 \text{ cm} \\ n' &= 2,06 \text{ Windungen/cm}^2 \\ &\quad (\text{Angabe für } n' \text{ unsicher}) \end{aligned}$$

IV. Als Beispiele für den Feldverlauf von Spulenkombinationen mit Nullstellen der magnetischen Feldstärke wurden berechnet:

1. Eine Anordnung mit Mimicry-Spulen.
2. Eine Anordnung mit Stellaratorspulen.
3. Eine Anordnung mit Oswald'schen 50000 Gauß-Spulen.

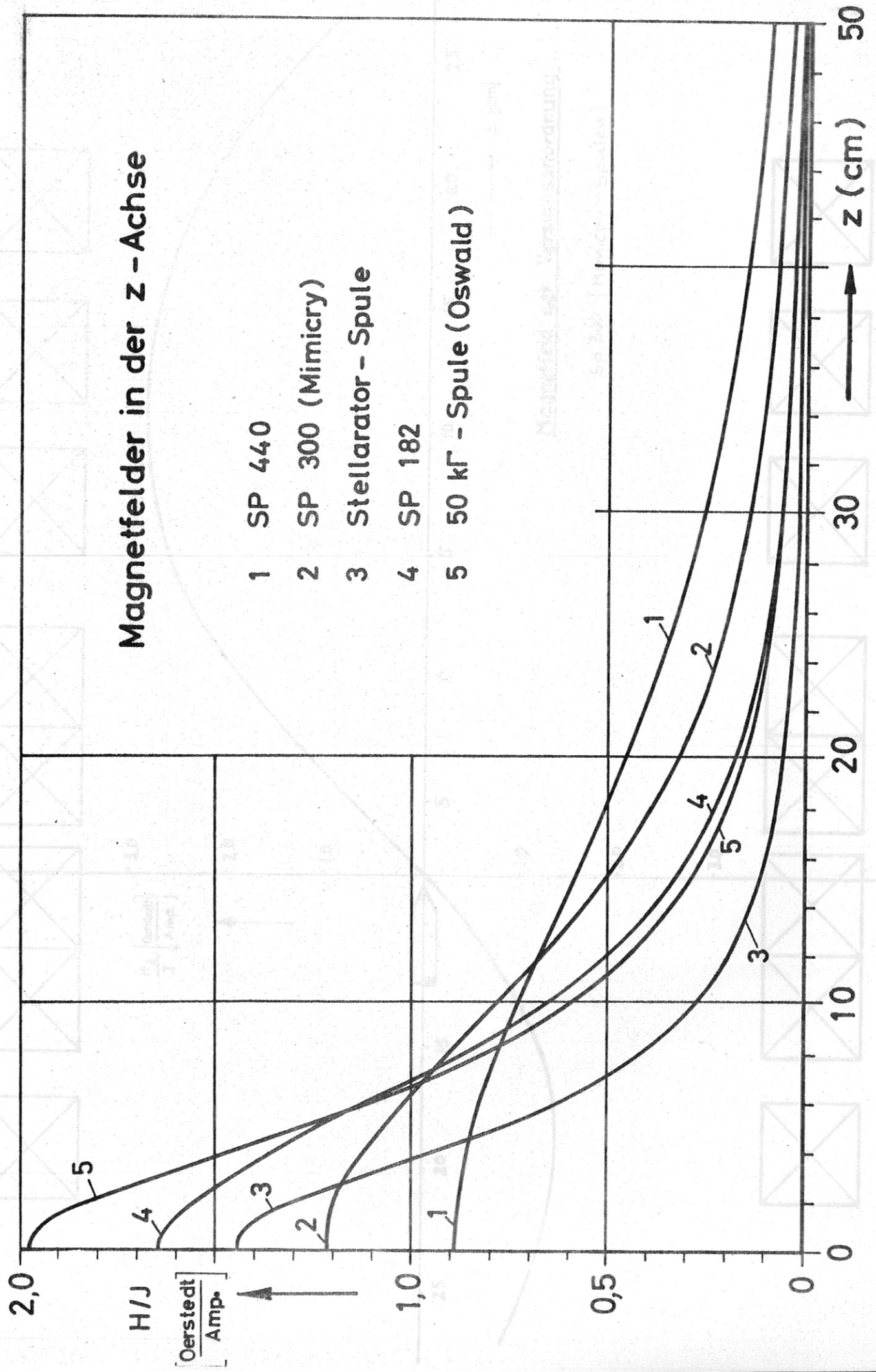
In den Fällen 2 und 3 wurde durch eine geeignete Anordnung der Spulen ein in einem möglichst weiten Bereich konstantes Magnetfeld erreicht.

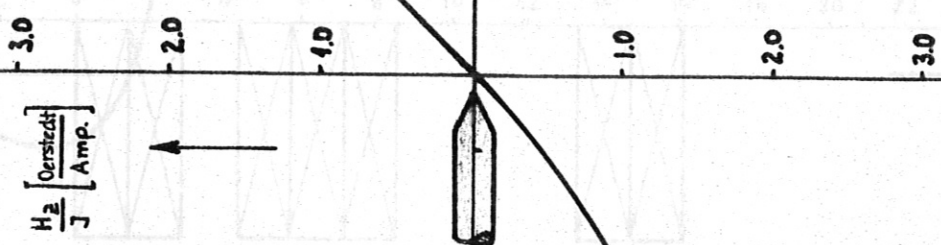
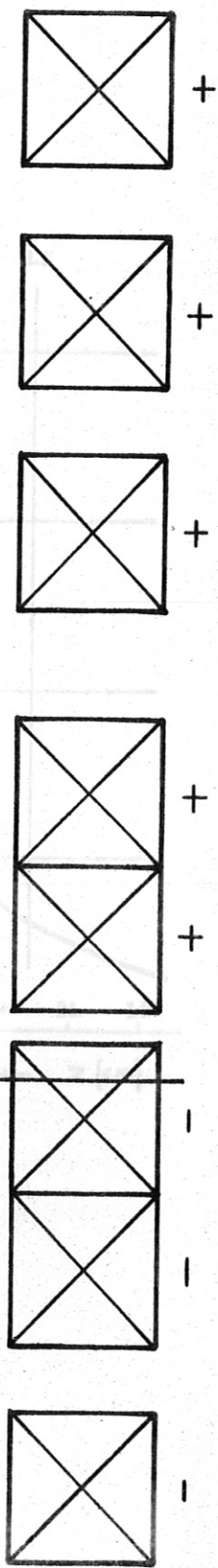
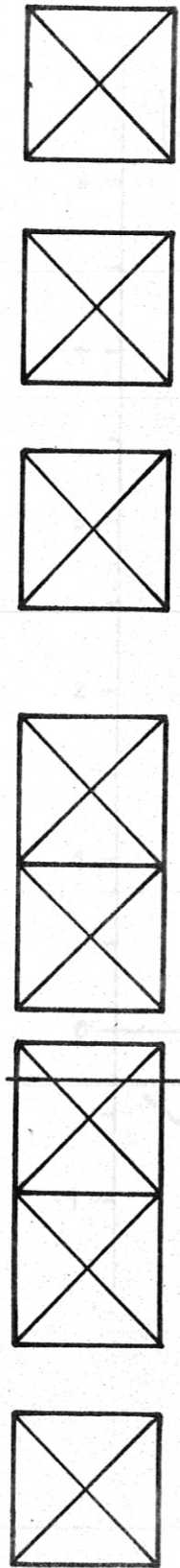
Frl.C.Raschewa hat zusammen mit Frl.M.Cochius das Programm für die 7090 hergestellt. Die Zusammenstellung der Spulenkombinationen besorgte Frl.Cochius.



# Magnetfelder in der z - Achse

- 1 SP 440
- 2 SP 300 (Mimicry)
- 3 Stellarator - Spule
- 4 SP 182
- 5 50 kΓ - Spule (Oswald)



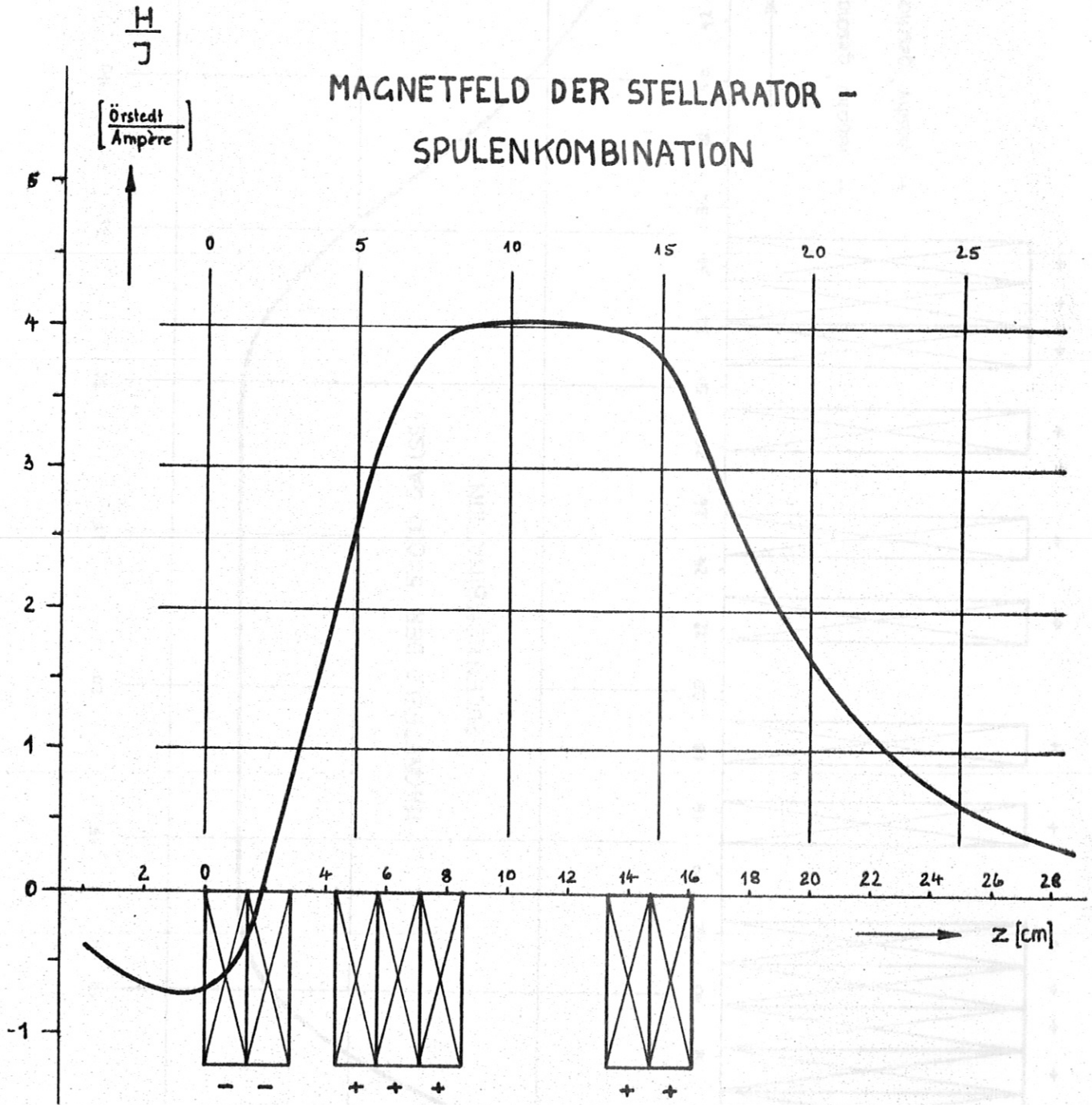


**Magnetfeld der Versuchsanordnung.**

Sp 300 (Mimicry - Spulen)



# MAGNETFELD DER STELLARATOR - SPULENKOMBINATION



- 'negativ' geschaltete Spulen

+ 'positiv' geschaltete Spulen

$\frac{H}{J}$

