

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Bestimmung der Plasmadichte und des
Plasmadurchmessers mittels des
Mikrowellen-Dual-Interferometers.

G. Lisitano

IPP 2/17

März 1963

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Das Plasma wird von zwei in den gleichen Raumwinkel gerichteten Wellenlängen bestrahlt. Aus der gemessenen Phasenverschiebung der beiden Wellen wird die Plasmadichte und der Plasmadurchmesser ermittelt.

I. Anordnung und Meß-Oszillogramme

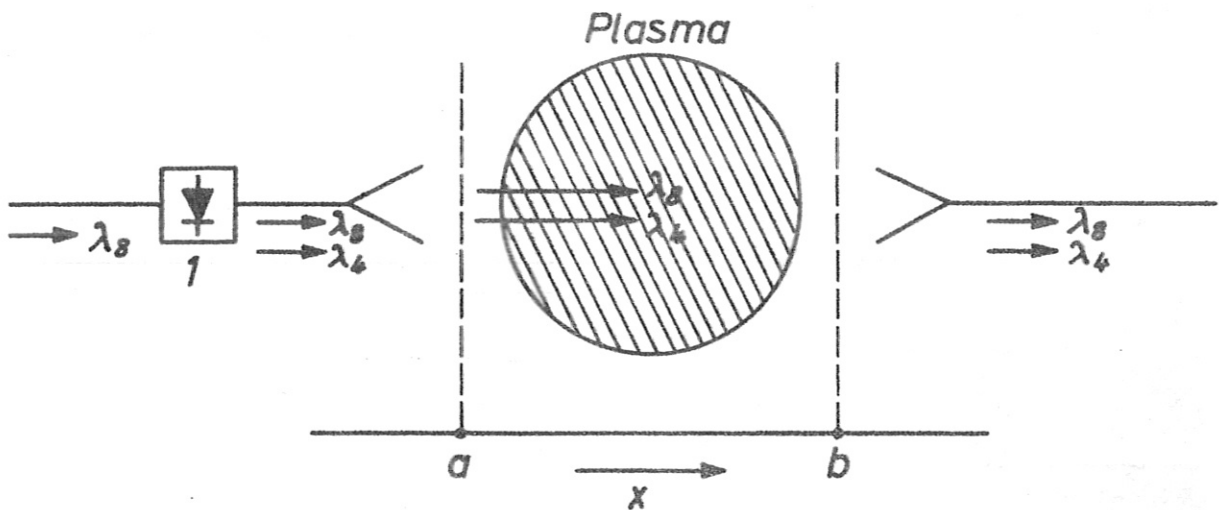


Abb. 1 Meß-Anordnung

Die verwendete Apparatur wurde im Laborbericht IPP 2/16, 1962¹⁾ beschrieben. Wie aus Abb. 1 ersichtlich, werden die zwei Wellenlängen durch Verzerrung einer 8,8 mm Welle mittels der Kristall-Diode 1 (1 N 53 B) erzeugt. Im folgenden bedeutet der Index 8 die 8,8 mm Grundwelle, der Index 4 die 4,4 mm erste Oberwelle. Durch Verwendung eines Strahlers für beide Wellenlängen ist auch die gleiche Richt-Strahlung gesichert.

Abb. 2 zeigt Oszillogramme von 6 Entladungen mit steigender Plasmadichte am Wendelstein. In jedem Oszillogramm zeigt der obere Strahl die Phasenverschiebung φ_4 der ersten Oberwelle und der untere Strahl die Phasenverschiebung φ_8 der Grundwelle. Die Zeitablenkung beträgt 100 $\mu\text{sec/cm}$. Die Phasenanzeige erfolgt innerhalb eines

Phasen - Oszillogramme

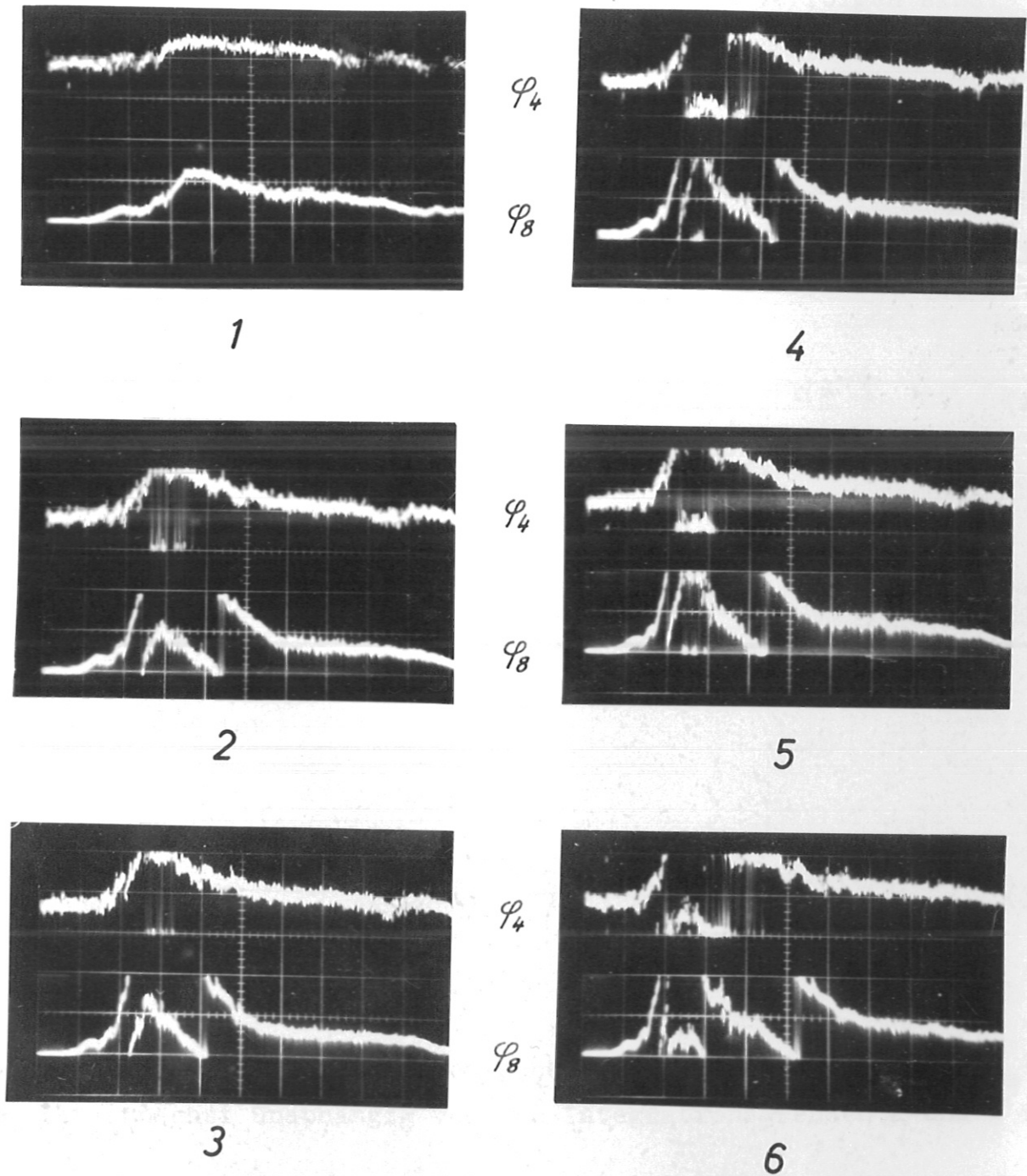


Abb. 2

Duale interferometrische Aufnahmen der Phasenverschiebungen der Grundwelle (φ_8) und der ersten Oberwelle (φ_4). Plasmadichte zunehmend von Bild 1 - 6. Zeitbasis 100 μ sec/cm. Phasenablenkung 180° /cm. $E \parallel B_z$.

Phasenstreifens von 2π . Bei Erreichen der 2π -Grenze springt der Strahl abrupt in seine Anfangsstellung zurück. Die Phasenablenkung beträgt $180^\circ/\text{cm}$. Die Zeitauflösung der Meßapparatur ist $1/\mu\text{sec}$, so daß Zeitablenkungen von $10/\mu\text{sec}/\text{cm}$ noch gut zu verfolgen sind.

II. Meßmethode

Die beiden Wellen λ_8 und λ_4 sehen das Plasma mit den zwei entsprechenden Brechungsindices n_8 und n_4 ; die Phasenverschiebung φ_8 und φ_4 der beiden Wellen lautet:

$$\varphi_8 = \frac{2\pi}{\lambda_8} \int [1 - n_8(x)] dx = \frac{2\pi}{\lambda_8} \int dx \left[1 - \frac{\int n_8(x) dx}{\int dx} \right] \quad (1)$$

$$\varphi_4 = \frac{2\pi}{\lambda_4} \int [1 - n_4(x)] dx = \frac{2\pi}{\lambda_4} \int dx \left[1 - \frac{\int n_4(x) dx}{\int dx} \right] \quad (2)$$

Mit $\lambda_8 = 2\lambda_4$ ist

$$\Psi = \frac{\varphi_8}{\varphi_4} = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{\int n_8(x) dx}{\int dx}}{1 - \frac{\int n_4(x) dx}{\int dx}} = \frac{1 - \bar{n}_8}{2(1 - \bar{n}_4)} \quad (3)$$

\bar{n}_8 und \bar{n}_4 sind die arithmetischen Mittel von $n_8(x)$ und $n_4(x)$. Ψ ist zunächst unabhängig von den Integrationsgrenzen a und b in Abb. 1.

Aus den theoretischen Grundlagen für die verschiedenen Anordnungen der Mikrowellen-Plasmen kennt man den Verlauf von n_8 und n_4 in Abhängigkeit von der Plasmadichte. Für eine ebene Plasmaschicht von der Dicke $d = \lambda_8$ mm kann man aus n_8 und n_4 die entsprechenden Phasenverschiebungen φ_8^* und φ_4^* ermitteln:

$$\mathcal{Y}_8^* = \frac{2\pi}{\lambda_8} d (1 - n_8) = 2\pi (1 - n_8)$$

$$\mathcal{Y}_4^* = \frac{2\pi}{\lambda_4} d (1 - n_4) = 2\pi \cdot 2 (1 - n_4) \quad (4)$$

Aus:

$$\Psi = \frac{\mathcal{Y}_8}{\mathcal{Y}_4} = \frac{\mathcal{Y}_8^*}{\mathcal{Y}_4^*} \quad (5)$$

kann man also n_8 , n_4 und N/N_c ermitteln, wobei im folgenden N_c die kritische Plasmadichte für $\lambda = 8,8$ mm ist. Abb. 4 zeigt den Fall Querdurchstrahlung mit Polarisation der e.m.Welle parallel zum magnetischen Feld, in dem Ψ in Abhängigkeit von N/N_c berechnet wurde. Wenn man also die Plasmadichte N/N_c berechnet hat, kennt man zugleich die zugehörigen Brechungsindices n_8 und n_4 , die bei homogener Dichteverteilung einer Plasmaschicht der Dicke D entsprechen. D wird im folgenden als Plasmadurchmesser bezeichnet. Um ihn zu ermitteln, setzt man die berechneten n_8 und n_4 in den Gln. (1) und (2) ein:

$$\mathcal{Y}_8 = \frac{2\pi}{\lambda_8} D (1 - n_8) = \frac{2\pi}{\lambda_8} D \mathcal{Y}_8^* \quad (6)$$

$$\mathcal{Y}_4 = \frac{2\pi}{\lambda_4} D (1 - n_4) = \frac{2\pi}{\lambda_8} D \mathcal{Y}_4^* \quad (7)$$

Also ist:

$$\frac{D}{\lambda_8} = \frac{\mathcal{Y}_8}{\mathcal{Y}_8^*} = \frac{\mathcal{Y}_4}{\mathcal{Y}_4^*} \quad (8)$$

Für den Fall $E \parallel B$ ist in Abb. 3 ein Diagramm gezeichnet, aus dem aus

Ψ und φ_8 oder φ_4 unmittelbar N/N_c , φ_8^* , φ_4^* und D zu entnehmen sind. Um die Meßmethode etwas anschaulicher darzustellen, nehmen wir an, daß die Verteilung der Plasmadichte $N/N_c(x)$ trapezförmig sei, wie in Abb. 5 dargestellt ist.

Aus der $N/N_c(x)$ Kurve wurden mit Hilfe von Abb. 3 die entsprechenden Kurven $1 - n_8(x)$ und $2(1 - n_4(x))$ gezeichnet. Die Messung liefert die Werte φ_8 und φ_4 , die in den Gln. (1) und (2) ausgedrückt sind.

Der maximale Wert von N/N_c zwischen $x = 3$ und $x = 6$ sei $N/N_c \text{ max} = 0,81$. Diesem Wert entspricht ein $\Psi_{\text{max}} = 2,636$.

Aus $\Psi = \varphi_8/\varphi_4$ erhält man aber einen Wert kleiner als Ψ_{max} , weil die Brechungsindices der Kurve nicht mehr denselben linearen Verlauf der N/N_c -Kurve haben. Dies ist aus Abb. 5 ersichtlich, wenn man bedenkt, daß φ_8 und φ_4 die Fläche unter $1 - n_8$ und $2(1 - n_4)$ darstellen.

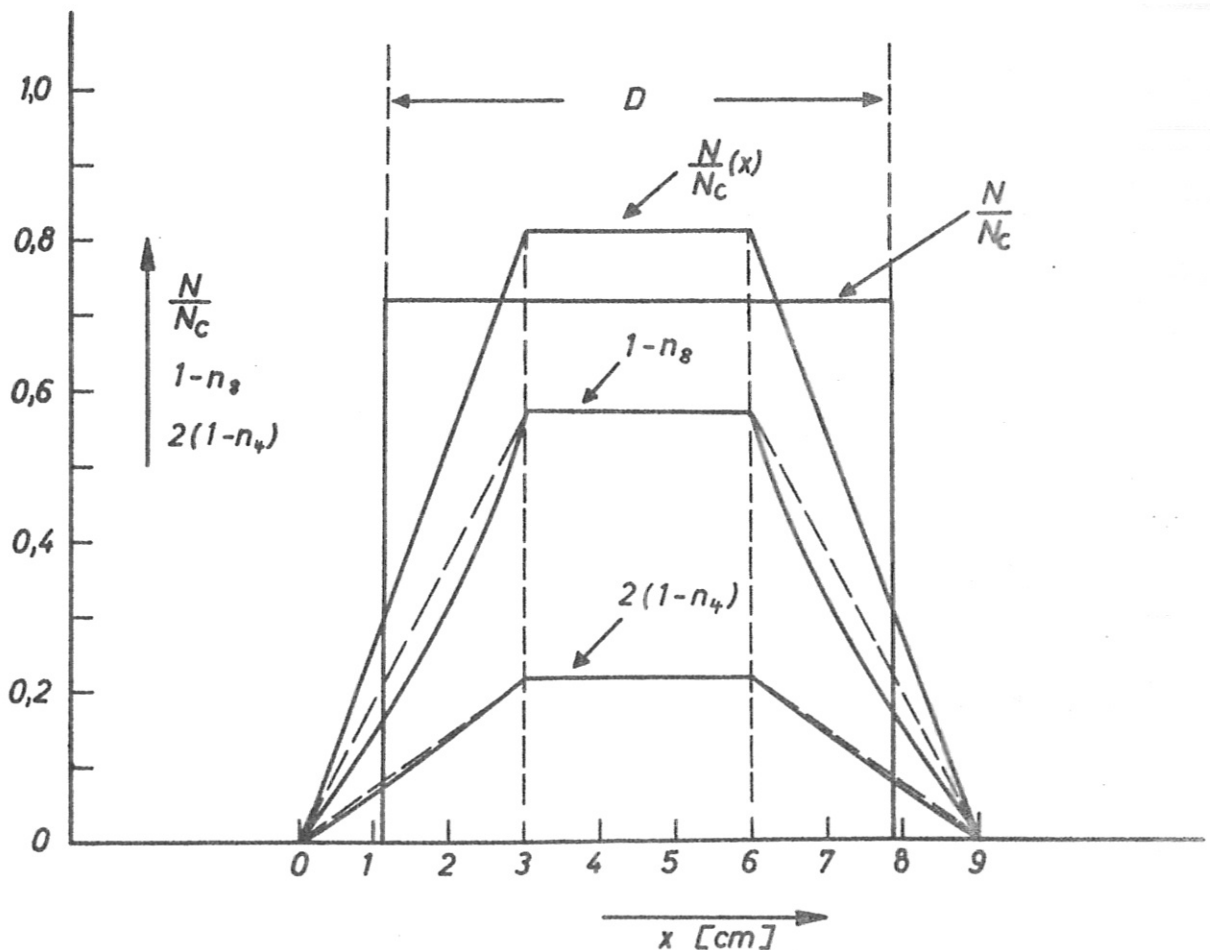
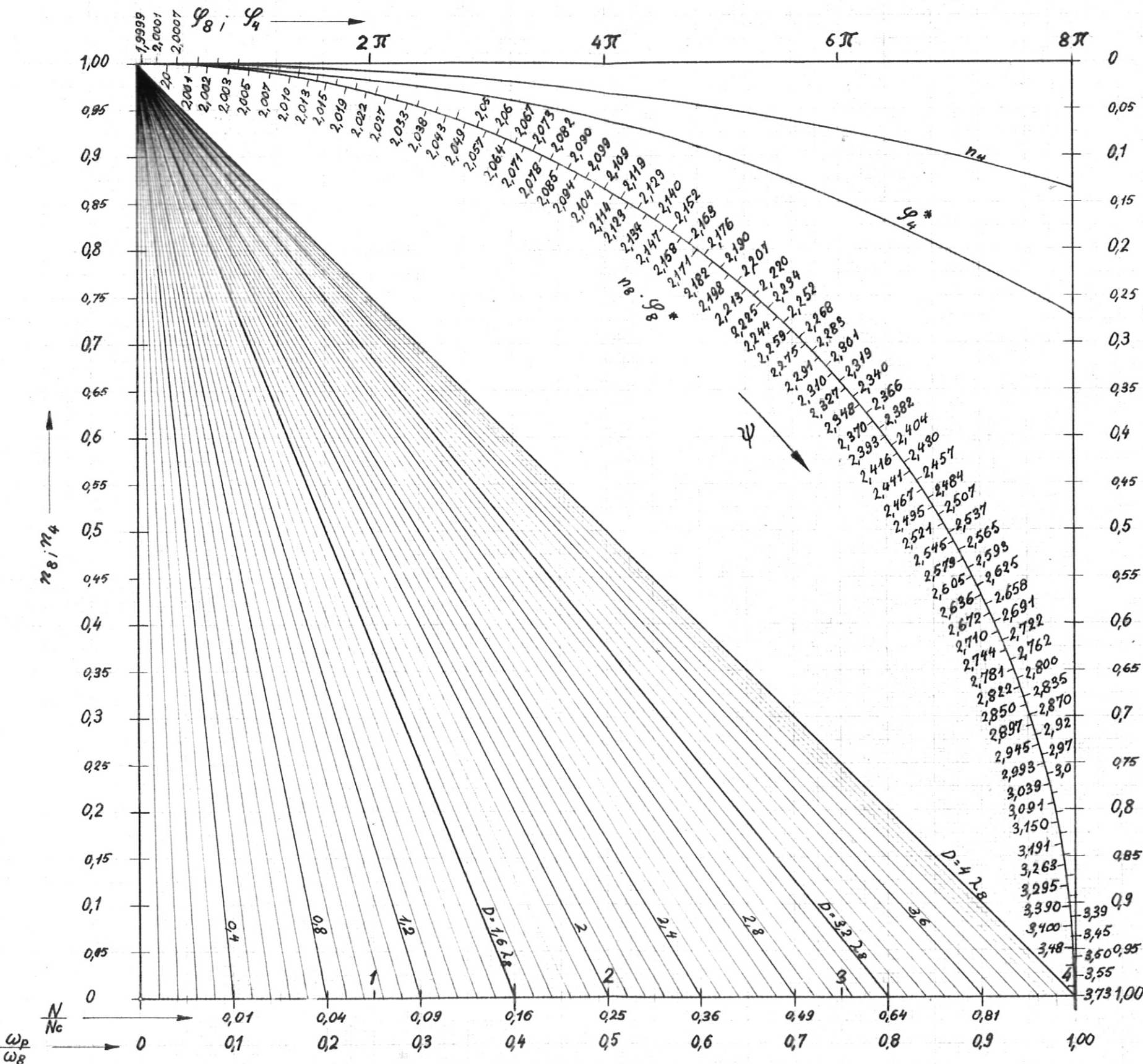


Abb. 5 Trapezförmiges Plasma-Profil



$f_8 = 34 \text{ GHz}$
 $\lambda_8 = 8.8 \text{ mm}$
 $\lambda_4 = 4.4 \text{ mm}$
 $N_c = 1.43 \cdot 10^{13} \text{ e/cm}^3$
 $\omega_p^2 = \frac{4\pi N e^2}{\epsilon_0 m}$
 $n_4 = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_4^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2} \frac{\omega_p}{\omega_8}\right)^2}$
 $n_8 = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_8}\right)^2}$
 $\varphi_8^* = 1 - n_8$
 $\varphi_4^* = 2(1 - n_4)$
 $\psi = \frac{\varphi_8^*}{\varphi_4^*} = \frac{\varphi_8}{\varphi_4}$
 $\frac{D}{\lambda_8} = \frac{\varphi_8}{\varphi_8^*} = \frac{\varphi_4}{\varphi_4^*}$
 $\frac{N}{N_c} = \left(\frac{\omega_p}{\omega_8}\right)^2$
 $\varphi_8 = \frac{2\pi}{\lambda_8} D (1 - n_8)$
 $\varphi_4 = \frac{2\pi}{\lambda_8} D 2(1 - n_4)$

Abb.3 Plasma-Dichte und Plasma-Durchmesser v/s Phasen-Verschiebung für parallele Polarisation $E \parallel B$

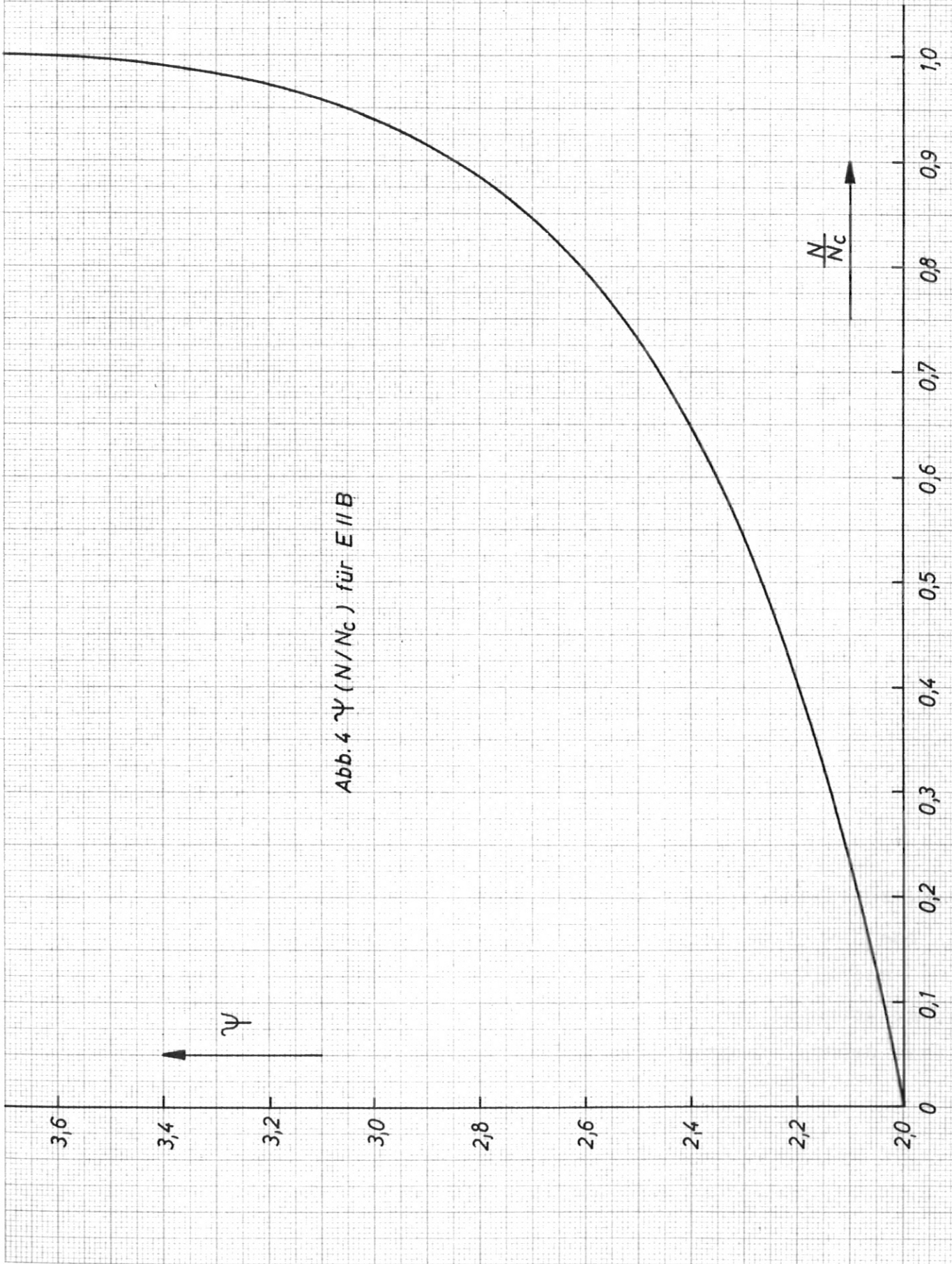


Abb. 4 $\psi(N/N_c)$ für E//B

Aus dem berechneten Ψ -Wert kann man unmittelbar in Abb. 3 die gemessenen Werte $N/N_c = 0,72$ und $1 - n_g = 0,46$ ablesen. Den Plasmadurchmesser D erhält man durch Dividieren der $\int [1 - n_g(x)] dx$ durch $(1 - n_g)$. In Abb. 5 wird $D = 7$ cm. Bei dieser Methode, mit der die Plasmadichte berechnet wurde, ist der Fehler von N/N_c max und vom Plasmaprofil abhängig. Er wird bei niedrigeren Werten von N/N_c max kleiner, jedoch wird der Lesefehler größer. Bei einmaliger Messung des Plasmaprofils (z.B. Sonden) kann man aber diese Fehler berücksichtigen.

Im Anhang 1 und 2 wurden N/N_c und D für den Fall $E \parallel B$ aus φ_8 und φ_4 berechnet.

$$\frac{N}{N_c} = \frac{4\Psi(2\Psi-1)(\Psi-2)}{(1-\Psi^2)^2} \quad (9)$$

$$D = \frac{\lambda_8}{4\pi} \frac{\varphi_8^2 - \varphi_4^2}{\varphi_8 - 2\varphi_4} \quad (10)$$

III. Auswertung

Im folgenden wird ein Auswertungsbeispiel für das Oszillogramm Abb. 2, Bild Nr. 5 gegeben. Die Auswertung erfolgt nur hinsichtlich des Verlaufes der Plasmadichte und des Plasmadurchmessers während einer Entladung. Die Aufnahmen der Abb. 2 sind ohne Korrelation mit anderen experimentellen Größen, z.B. Plasmastrom, Spannung usw., gemacht worden. Korrelationsmessungen auch mit Langmuir-Sonden werden demnächst durchgeführt.

Die Phasen-Verschiebung φ_8 und φ_4 wurde mit einem absoluten Lesefehler von 4° gelesen und in Abb. 6 eingetragen. N/N_c und D wurden

nach der in Abschnitt II beschriebenen Meßmethode berechnet und ebenfalls in Abb. 6 eingetragen. Die größten Werte der Plasmadichte liegen bei $N/N_c \approx 0,75$ mit einem Plasmadurchmesser von $D \approx 30$ mm.

Wie aus Abb. 7 zu ersehen ist, wurde bei $\lambda_g = 8,8$ mm die Plasmafrequenz ω_p nach $3,5 \cdot 2\pi$ Phasenverschiebung erreicht. Der Plasmadurchmesser ist also $D = 3,5 \lambda_g = 27$ mm, was in guter Übereinstimmung mit den gemessenen Werten steht.

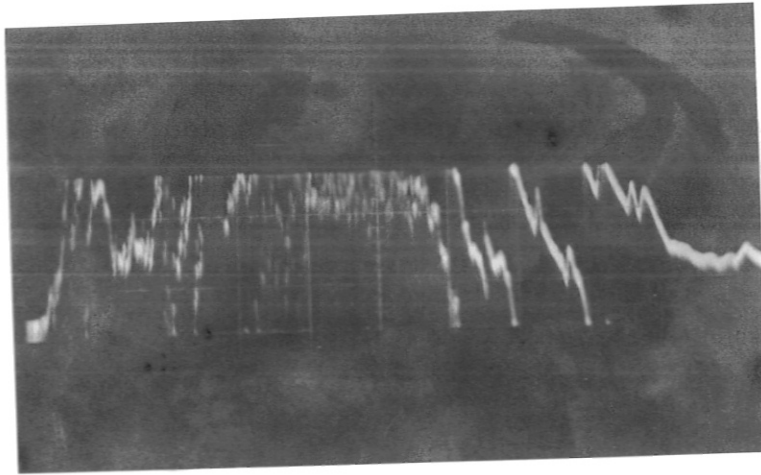
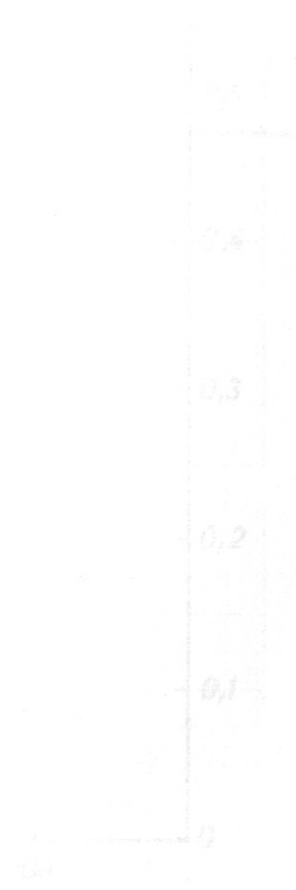


Abb. 7 Phasenverschiebung einer $\lambda = 8,8$ mm Welle bei Erreichen der Plasmafrequenz
Zeitbasis 100 μ sec/cm

Die Grenzfrequenz in Abb. 7 wurde durch Fein-Regulierung der Plasmadichte erreicht, so daß anzunehmen ist, daß in der Zeit von 250 bis 650 μ sec die Plasmadichte auf ihrem maximalen Wert nahezu konstant bleibt. Aber auch der Verlauf von N/N_c (Abb. 6) bleibt während derselben Zeitspannung nahezu konstant, nämlich $N/N_c \approx 0,75$. Für $D = 30$ mm, d.h. für denselben Plasmadurchmesser wie in Abb. 7, ist $\varphi_g = 2 \cdot 2\pi$ und $N/N_c = 0,84$. Aus Abb. 3 bekommt man für $\varphi_g = 2 \cdot 2\pi$ und $D = 30$ mm ein $N/N_c = 0,82$. Es ist also anzunehmen, daß das Plasma zumindest für diese höhere Plasmadichte ein "steileres Profil" hat, d.h. also, daß die Plasmadichte rapid von ihrem maximalen Wert abfällt. Wäre es nicht so, dann hätte man bei der Auswertung von Abb. 2 einen dem "Profil" entsprechend kleineren N/N_c -Wert berechnet. Es ist anzunehmen, daß das Profil der Plasmadichte etwa exponential zum Plasmaradius fällt.

In Abb. 8 ist nochmals φ_8 , φ_4 , N/N_c und D ohne Korrekturen des Kurvenverlaufs wiedergegeben. Über die physikalische Erklärung des Verlaufs des Plasmadurchmessers und der Plasmadichte (Abb. 8) wird auf Grund weiterer Korrelations-Messungen zu einem späteren Zeitpunkt berichtet.



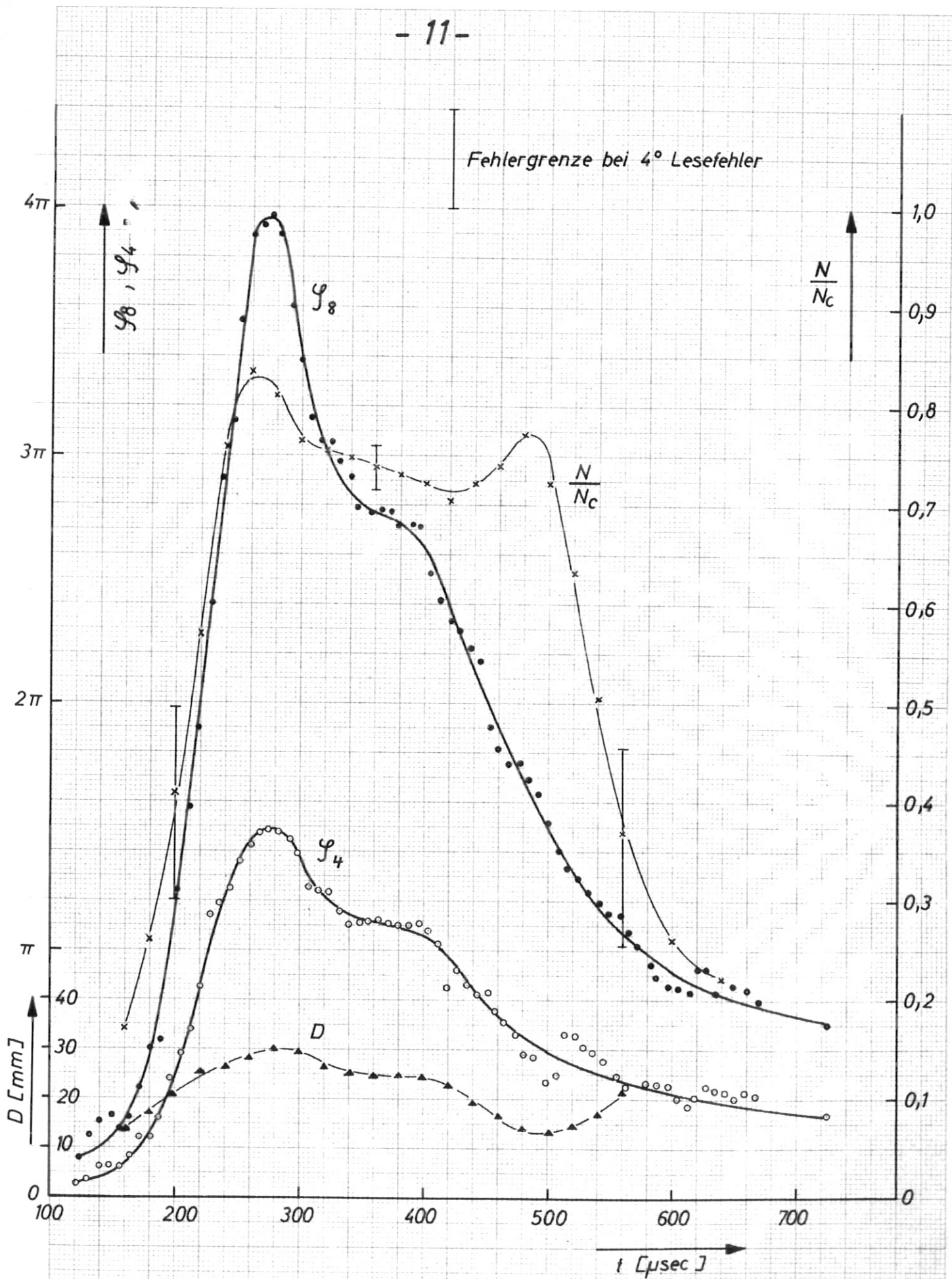


Abb.6 Auswertungsbeispiel für das Oszillogramm Abb.2, Bild Nr.5

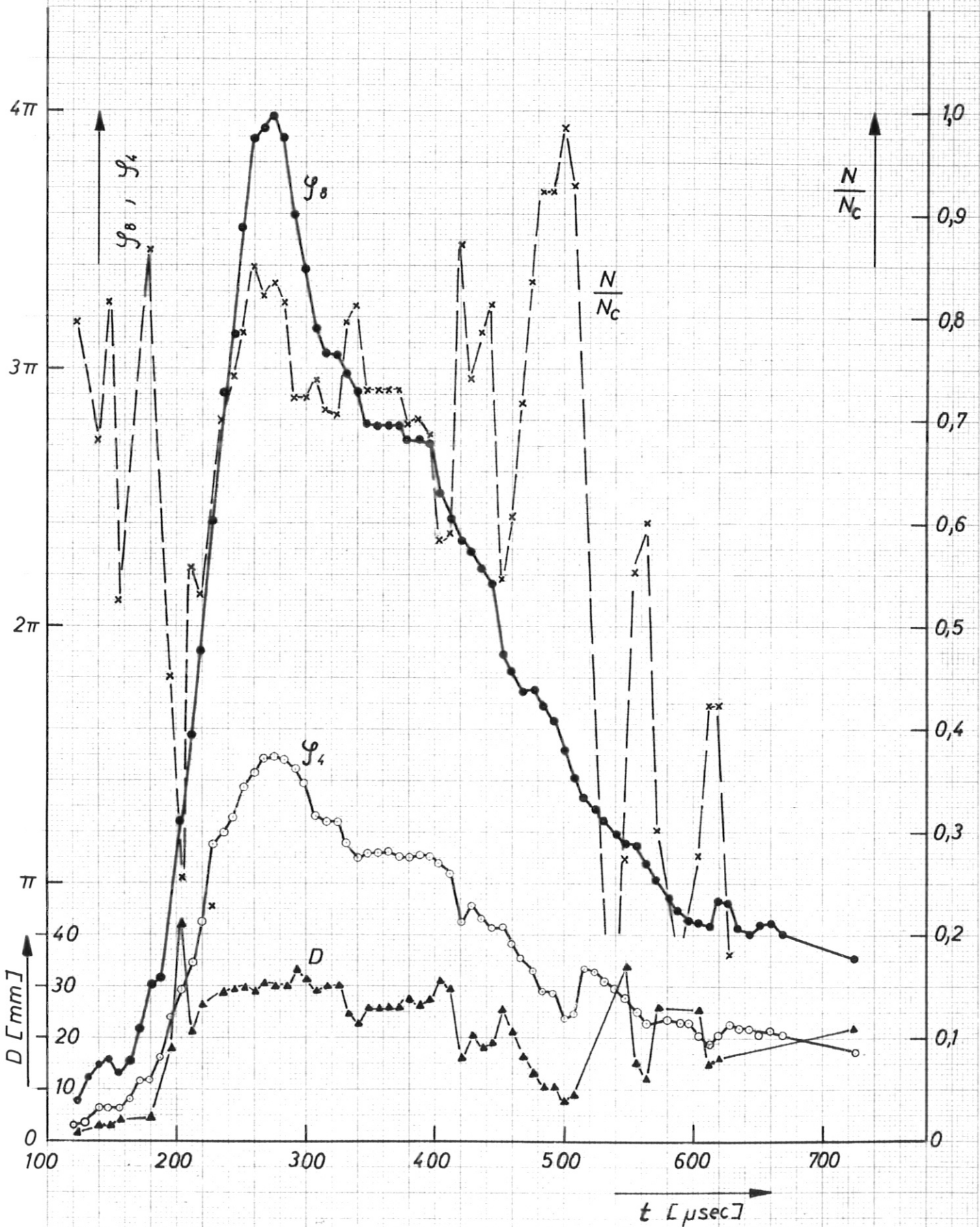


Abb. 8 Verlauf der Plasmadichte und des Plasmadurchmessers.

IV. Bemerkungen

Mit der verwendeten Apparatur ist es möglich, mittels eines einzigen Mikrowellen-Generators, z.B. 34 GHz, Werte der Plasmadichte von $1,4 \times 10^{11}$ bis $5,6 \times 10^{13}$ (el/cm³) zu messen. Bei der normalen Meßmethode wären für diesen Meßbereich 3 Mikrowellen-Apparaturen für 3 cm, 8 mm und 4 mm Wellenlänge notwendig. Durch weitere Entwicklungsarbeit dürfte es möglich sein, auch die zweite Oberwelle ausnützen zu können.

Literatur

- 1) G. Lisitano Plasmadichte-Meßapparatur mit dualer interferometrischer Anzeige der Phasenänderungen der Grund- und der ersten Oberwelle eines 8 mm-Mikrowellen-Generators.
IPP 2/16, Sept. 1962

Herrn Dr. v. Gierke möchte ich meinen Dank aussprechen für seine Ermutigung und Unterstützung, wodurch diese Arbeit wesentlich gefördert wurde. Ebenso danke ich Herrn Dr. Grieger für die Unterstützung bei den Messungen und Dr. Croci und Dr. Canobbio für die Berechnung des Anhangs 2.

Anhang 1

Berechnung des Plasmadurchmessers D aus φ_8 und φ_4 für $E \parallel B$.

Es wird eine homogene Dichte-Verteilung auf einer Plasmaschicht der Dicke D angenommen. Durch Bestrahlung mit zwei Wellenlängen λ_8 und λ_4 lauten die Phasenverschiebungen φ_8 und φ_4 :

$$\varphi_8 = \frac{2\pi}{\lambda_8} D (1 - n_8)$$

$$\varphi_4 = \frac{2\pi}{\lambda_4} D (1 - n_4)$$

wobei n_8 und n_4 der Realteil des Brechungsindex für λ_8 und λ_4 ist. Bei einer Stoßfrequenz $\nu = 0$ ist:

$$n_8 = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_8}\right)^2}; \quad n_4 = \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega_4}\right)^2}$$

mit $\omega_8 = 2\omega_4$ ist $n_8^2 = 4n_4^2 - 3$

$$n_8 = 1 - \frac{\varphi_8 \lambda_8}{2\pi D}; \quad n_4 = 1 - \frac{\varphi_4 \lambda_4}{2\pi D}$$

$$n_8^2 = \left(1 - \frac{\varphi_8 \lambda_8}{2\pi D}\right)^2 = \left(1 - \frac{\varphi_8 \lambda_4}{\pi D}\right)^2 = 4 \left(1 - \frac{\varphi_4 \lambda_4}{2\pi D}\right)^2 - 3$$

$$4 \left[1 + \left(\frac{\varphi_4 \lambda_4}{2\pi D}\right)^2 - 2 \frac{\varphi_4 \lambda_4}{2\pi D}\right] - 3 = 1 + \left(\frac{\varphi_8 \lambda_4}{\pi D}\right)^2 - \frac{2\varphi_8 \lambda_4}{\pi D}$$

$$\left(\frac{\varphi_4 \lambda_4}{\pi D}\right)^2 - 4 \frac{\varphi_4 \lambda_4}{\pi D} = \left(\frac{\varphi_8 \lambda_4}{\pi D}\right)^2 - 2 \frac{\varphi_8 \lambda_4}{\pi D}$$

$$\frac{1}{4} \frac{\varphi_4 \lambda_4}{\pi D} - 1 = \frac{1}{4} \frac{\lambda_4 \varphi_8^2}{\pi D \varphi_4} - \frac{1}{2} \frac{\varphi_8}{\varphi_4}$$

$$\frac{1}{D} \frac{\lambda_4}{4\pi} \left(\varphi_4 - \frac{\varphi_8^2}{\varphi_4}\right) = 1 - \frac{1}{2} \frac{\varphi_8}{\varphi_4}$$

$$D = \frac{\lambda_4}{4\pi} \frac{\varphi_4^2 - \varphi_8^2}{\varphi_4 - \frac{1}{2}\varphi_8}$$

$$D = \frac{\lambda_8}{4\pi} \frac{\varphi_8^2 - \varphi_4^2}{\varphi_8 - 2\varphi_4}$$

Anhang 2

Berechnung der Plasma-Dichte N/N_c aus φ_2 und φ_4 für EHB.

Es wird wiederum eine homogene Dichteverteilung angenommen.

Aus φ_2 und φ_4 des Anhanges 1 wird:

$$\frac{\varphi_2}{\varphi_4} = \frac{1}{2} \frac{1 - n_2}{1 - n_4} = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_2^2}}}{2 - \sqrt{4 - \frac{\omega_p^2}{\omega_2^2}}}$$

mit:

$$\psi = \frac{\varphi_2}{\varphi_4}; \quad \sigma = \frac{\omega_p^2}{\omega_2^2} = \frac{N}{N_c}; \quad N_c = \frac{\omega_2^2 \cdot m}{4\pi \cdot e^2}$$

wird:

$$2\psi - \psi\sqrt{4-\sigma} = 1 - \sqrt{1-\sigma}$$

$$[(2\psi - 1) - \psi\sqrt{4-\sigma}]^2 = 1 - \sigma$$

$$(2\psi - 1)^2 - 2\psi(2\psi - 1)\sqrt{4-\sigma} + \psi^2(4-\sigma) = 1 - \sigma$$

$$[(2\psi - 1)^2 + \psi^2(4-\sigma) - (1 - \sigma)]^2 = 4\psi^2(2\psi - 1)^2(4-\sigma)$$

$$[4\psi^2 + 1 - 4\psi + 4\psi^2 - \psi^2\sigma - 1 + \sigma]^2 = 4\psi^2(2\psi - 1)^2(4-\sigma)$$

$$[\sigma(1 - \psi^2) + 4\psi(2\psi - 1)]^2 = 4\psi^2(2\psi - 1)^2(4-\sigma)$$

$$\sigma^2(1 - \psi^2)^2 + 8\psi\sigma(2\psi - 1)(1 - \psi^2) + \sigma 4\psi^2(2\psi - 1)^2 = 0$$

$$\sigma = \frac{4\psi(2\psi - 1)[\psi(2\psi - 1) + 2(1 - \psi^2)]}{(1 - \psi^2)^2}$$

$$\frac{N}{N_c} = \frac{4\psi(2\psi - 1)(\psi - 2)}{(1 - \psi^2)^2}$$