RADIALE POTENTIALVERTEILUNG IM

HOCHSTROMKOHLEBOGEN

von

H. Ringler

34

MAX-PLANCK-INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

- LABORBERICHT Nr. 001 -

RADIALE POTENTIALVERTEILUNG IM

HOCHSTROMKOHLEBOGEN

von

H. Ringler

Im Hochstromkohlebogen findet man bei Potentialmessungen gegen Kathode stets einen Anstieg des Potentials von der Bogenachse nach außen. Dieser Anstieg kann durch das Zusammensetzen von radialen Stromkomponenten und einprüfen der elektrostatischen Kräfte quantitativ erklärt werden. Gleich IPP 3/1 und das gesamte Stromfeld 3.4.1962 bestimmt und mit Hilfe der Kontinuitätsdivergenz kontrolliert.

- Mit 12 Figuren im Text -

Diese Arbeit erscheint in
der Zeitschrift für Physik

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

Zusammenfassung

Im Hochstromkohlebogen findet man bei Potentialmessungen gegen Kathode stets einen Anstieg des Potentials von der Bogenachse nach aussen. Dieser Verlauf kann durch das Zusammenwirken von radialen Stromkomponenten und eingeprägten elektromotorischen Kräften quantitativ erklärt werden. Gleichzeitig wird das gesamte Stromlinienfeld des Bogens bestimmt und mit Hilfe der Bedingung $\text{div } \vec{j} = 0$ kontrolliert.

I. Einleitung

W. Finkelburg und G. Müller (1) haben kürzlich mit Sondenmessungen die Potentialverteilung in einem Hochstromkohlebogen senkrecht zur Achse des Bogens bestimmt und dabei in der Nähe der Kathode radiale Potentialänderungen festgestellt. Als Ursache vermuten die Verfasser sog. Potentialfaltungen, wie sie von W. Finkelburg und S.M. Segal (2) in einer früheren Arbeit beschrieben wurden. Danach soll die Potentialverteilung in den Aussenzonen eines Lichtbogens ungestört sein, dagegen im Leitfähigkeitsbereich des Bogens eine starke Störung aufweisen. Der Übergang zwischen diesen beiden Gebieten soll in einer relativ dünnen Schicht erfolgen (Fig.1).

Das Ziel der vorliegenden Untersuchungen war es, den Potentialverlauf für die Bogensäule zu untersuchen und theoretisch zu klären.

Fig.1 Potentialverteilung nach W. Finkelburg und S.M. Segal.

-
- (1) W.Finkelburg und G.Müller Z.f.ang.Phys. 8, 282 (1956)
 (2) W.Finkelburg und S.M.Segal Phys.Rev. 83, 582 (1951)

II. Der Hochstromkohlebogen

Für die Experimente und Berechnungen wird der Hochstromkohlebogen mit einer Stromstärke von 200 Ampere benutzt. Fig.2 zeigt ein Bild dieses Bogens. Er brennt zwischen einer Graphitkathode mit 5 mm Durchmesser und einer Kohleanode mit 35 mm Durchmesser. Das Bild der Bogensäule ist gekennzeichnet durch verschiedenfarbige Bereiche, die sog. Aureolen, die einer ganz bestimmten Temperatur entsprechen.

Fig.2 Bild des 200-A-Hochstromkohlebogens.

H. Maecker (3) hat die Temperaturverteilung in diesem Bogen spektroskopisch gemessen und das Isothermenfeld angegeben. Im Bereich der Bogenachse erkennt man einen weiss leuchtenden Bereich, den sog. Bogenkern, der einer Temperatur von etwa $10\,000^{\circ}\text{K}$ entspricht.

(3) H.Maecker, Z.f.Phys. 136, 119 (1953)

Der Bogen brennt sehr ruhig, weil er durch eine von der Kathode ausgehende Plasmaströmung (H.Maecker (4)) stabilisiert wird. R. Wienecke (5) hat die radiale Verteilung dieser Plasmaströmung in verschiedenen Abständen von der Kathode gemessen. Mit dem Isothermenfeld ist auch die Verteilung der elektrischen Leitfähigkeit gegeben, so dass für diesen Bogen alle hier interessierenden Grössen bekannt sind.

III. Experimentelle Anordnung

Zur Messung der Potentialverteilung wurde das Verfahren von W. Finkelburg und G. Müller (1) angewandt. Dabei wird ein dünner Wolframdraht in Ebenen senkrecht zur Bogenachse durch den Lichtbogen geschlagen und das Potential hochohmig (etwa einige 100 k Ω) gegen eine der Elektroden gemessen. Eine allgemeine Diskussion über die Anwendungsmöglichkeiten und insbesondere deren Grenzen zur Bestimmung von Potentialen in Hochdruckentladungen findet man in der erwähnten Arbeit(1). Es wurde vor allem gezeigt, dass eine nichtisolierte Sonde, die in einen Lichtbogen eintaucht, immer das Potential des Punktes annimmt, dem die grösste Leitfähigkeit entspricht. Das Kontaktpotential, das sich zwischen Sonde und Plasma einstellt, ist nach G. Müller (1) für den hier interessierenden Bereich in erster Näherung von der Temperatur unabhängig. Bei den folgenden Untersuchungen handelt es sich ausserdem immer um die Relativmessung von Potentialwerten, so dass das Kontaktpotential nicht berücksichtigt zu werden braucht. Es beträgt nach Messungen von C. Busz-Peuckert und W. Finkelburg (6) z.B. im Argonbogen maximal 2 Volt.

Der Sondendraht hatte einen Durchmesser zwischen 0,3 und 0,5 mm und wurde mit Hilfe eines Motors durch den Lichtbogen geschlagen. Eine Relaisschaltung sorgte dafür, dass die Sonde nur jeweils einmal durch den Lichtbogen lief.

(4) H.Maecker, Z.f.Phys. 141, 198 (1955)

(5) R.Wienecke, Z.f.Phys. 143, 128 (1955)

(6) G.Busz-Peuckert u. W.Finkelburg, Z.f.Phys. 140, 540 (1955)

Kurz vor dem Eintreten der Sonde in den Bogen wurde der Oszillograph (Tektronix 545) über einen Druckkontakt getriggert und der Spannungsabfall am Sondenwiderstand oszillographisch registriert. Unmittelbar nach Austritt der Sonde aus dem Bogen wurde die Bogenspannung mit Hilfe eines Zeitrelais abgeschaltet und dadurch verhindert, dass die Kathode nach der Aufnahme noch weiter abbrannte und so die Abstandsmessung Sonde - Kathode, die in einer vergrößernden Abbildung vorgenommen wurde, fälschte. Fig.3 zeigt eine Sondaufnahme.

Fig.3 Radialer Potentialverlauf im 200-A-Bogen.

Um bei einem solchen Bild die einzelnen Potentiale dem entsprechenden Ort im Bogen zuordnen zu können, musste noch die Sonden- geschwindigkeit bestimmt werden. Gleichzeitig mit der Sonden- spannung wurde stets die durch die Sonde verursachte Störung der Brennspannung ΔU_B und der Bogenstrom oszillographiert.

Weil in grösserer Entfernung von der Kathode die radialen Potentialänderungen klein werden gegen den axialen Potentialabfall in der Bogensäule, musste nach einer Möglichkeit gesucht werden, diesen als additiven Anteil auftretenden axialen Spannungsabfall abzuschneiden. (Bisher wurden deswegen radiale Potentialänderungen auch nur in Elektrodennähe gefunden). Das konnte mit Hilfe von Silizium-Zenerdioden erreicht werden, deren Schaltung aus Fig.4 ersichtlich ist.

Fig.4 Schaltung der Zenerdioden.

Sobald die Sondenspannung die Sperrspannung übersteigt, fällt an der Zenerdiode Z die Zenerspannung ab, und der restliche Anteil der Sondenspannung liegt am Sondenwiderstand R_s . Durch entsprechende Wahl der Zenerdioden konnte praktisch jede beliebige Spannung abgeschnitten werden, so dass man den radialen Potentialverlauf über die ganze Bogenlänge beliebig fein aufgelöst messen kann.

IV. Messungen

Fig.3 zeigt die grundsätzliche Form der Potentialverteilung, wie man sie bei allen Messungen erhält. In der Mitte des Oszillogramms (Bogenmitte) erkennt man ein kleines Maximum, an das sich nach beiden Seiten ein etwa parabelförmiger Anstieg nach aussen anschliesst. Weiter aussen wird dieser Anstieg flacher, um schliesslich nach Durchlaufen eines Maximums wieder steil abzufallen. Dieser Abfall ist leicht zu erklären, er erfolgt dann, wenn der Sondenwiderstand R_s nicht mehr gross gegen den Widerstand des Plasmas R_p zwischen der Sonde und der Elektrode, gegen die gemessen wird, ist. In den Aussenzonen eines Lichtbogens ist aber wegen der sehr stark abfallenden Leitfähigkeit diese Bedingung $R_s \gg R_p$ sicher nicht mehr erfüllt. Das kleine Maximum in der Mitte des Oszillogramms wurde auch von G. Müller und W. Finkelburg (1) bei Aufnahmen in Kathodennähe gefunden und als Störung des Bogens durch die Sonde gedeutet. Sie konnten aus ihren Aufnahmen jedoch keine Aussage über die Abhängigkeit der Grösse dieser Störung von der Entfernung von der Kathode und von der Achse des Bogens machen, was bei uns durch Verwendung von Zenerdioden möglich ist.

Um eine Vorstellung davon zu bekommen, auf welchen Bereich des Bogens sich die Störung durch die Sonde erstreckt, wurde für verschiedene Abstände von der Kathode jeweils der Abstand der beiden Minima in der Potentialkurve ausgemessen. Vergleicht man diese Werte mit dem Durchmesser des sog. Bogenkerns (weiss leuchtende Zone in Fig.2), so ergibt sich, dass die Störzone innerhalb der Messgenauigkeit mit diesem Durchmesser übereinstimmt. Das legt die Vermutung nahe, dass die Störung des Potentialverlaufs durch die Sonde in einem ursächlichen Zusammenhang mit dem Bogenkern steht. Das ist leicht einzusehen, denn der wesentliche Teil des Stroms fliesst in diesem Bogenkern und nur wenn ein Teil durch die Sonde abgedeckt wird, reagiert der Bogen wegen der Widerstandsvergrösserung mit einer Spannungserhöhung. Dieser ursächliche Zusammenhang der Störung mit dem Vorhandensein eines Bogenkerns konnte durch verschiedene Experimente nachgewiesen werden.

Um die gemessenen radialen Potentialverteilungen auswerten zu können, ist es nötig, den Sondenstöreffekt zu eliminieren. Dazu haben wir die gemessenen Kurven einfach zu einer Parabel extrapoliert. Das dadurch fortfallende Stück der gemessenen Potentialkurve wurde dann hinterher mit dem Wert für die Störung der Bogenbrennspannung ΔU_B verglichen und dabei recht gute Übereinstimmung festgestellt. Fig.5 zeigt einen solchen Vergleich.

Fig.5 Extrapolation für $z=8 \text{ mm}$.

Wenn man die Extrapolation auf diese Weise vornimmt, setzt man voraus, dass von der Sonde jeweils der ganze Betrag der Brennspannungserhöhung angezeigt wird. Dies ist bei einem Abstand $z < 4 \text{ mm}$ von der Kathode nicht mehr erfüllt, denn bei kleineren Abständen liegt der extrapolierte Wert um ein Vielfaches unter dem zwischen Kathode und Anode gemessenen ΔU_B -Wert. Das liegt daran, dass der Bogenkern hier schon sehr schmal ist, und die Sonde daher eine erhebliche Störung darstellt.

Ausserdem ist unmittelbar vor der Kathode die Geschwindigkeit der von ihr ausgehenden Plasmaströmung noch sehr gross. Dadurch entsteht hinter der Sonde ein langer "Strömungsschatten", in dem die Temperatur und damit die elektrische Leitfähigkeit wesentlich herabgesetzt sind. Dieser Strömungsschatten überträgt die Störung nun natürlich auf grössere Gebiete, die aber von der Sonde - bei Polung gegen Kathode - nicht mehr erfasst werden.

Mit dieser Extrapolation kann man also die Potentialkurven auch in unmittelbarer Umgebung der Achse auswerten.

Es wurde zunächst angenommen, dass bis zum Umknicken die gemessenen Kurven den wahren Potentialverlauf wiedergeben (abgesehen von der Extrapolation in Achsennähe), bis dorthin also die Bedingung $R_s \gg R_p$ erfüllt ist. Wenn dies der Fall ist, so müssen bei festem R_s alle Umknickpunkte in verschiedenen Abständen z von der Kathode auf einer Kurve gleicher Leitfähigkeit - also einer Isothermen - liegen. Experimentell konnte gezeigt werden, dass dies für die 6000° -Isotherme zutrifft.

In Fig.6 ist das in Volt gemessene Sondenpotential (bezogen auf Kathode) U_s aufgetragen als Funktion des Abstandes r von der Bogenachse und zwar für verschiedene Abstände z von der Kathode.

Fig.6 Sondenpotential U_s für verschiedene Abstände von der Kathode.

Die Aufnahmen wurden bei einem Elektrodenabstand von 4 cm und einem Sondendurchmesser $\phi_s = 0,55$ mm gemacht, der Sondenwiderstand betrug 500 k Ω . Das gemessene Sondenpotential U_s setzt sich dabei zusammen einmal aus einem Anteil $U_0(z, r=0)$, der nur von z abhängt und den Spannungsabfall in der Bogenachse darstellt, bis zu der Höhe z , in der die Sonde durch den Bogen geschlagen wird. Dazu kommt ein radialer Potentialanstieg von der Achse nach aussen $U(r, z=\text{const})$, der für $z=\text{const}$ nur noch von der Entfernung von der Achse abhängt. Somit ist

$$1) \quad U_s(z, r) = U_0(z, r=0) + U(z=\text{const}, r).$$

In Fig. 7 ist $U(z=\text{const}, r)$ für verschiedene Abstände von der Kathode aufgetragen. Man sieht, dass man für kleine Abstände von der Kathode den grössten radialen Potentialanstieg nach aussen bekommt. Bei grösseren Abständen beginnt der Anstieg erst in einem Abstand von der Achse.

Fig. 7 $U(\text{Volt})$ als Funktion von r bei verschiedenen Abständen von der Kathode.

V. Deutung und Diskussion experimenteller Ergebnisse

Um die Potentialverteilung in einer Lichtbogensäule zu bestimmen, geht man am besten vom Ausdruck für die elektrische Stromdichte in einem Plasma mit Neutralgasanteil aus, denn um ein solches Plasma handelt es sich ja in unserem Fall. Diesen erhält man aus den von A. Schlüter (7) angegebenen allgemeinen Kraftgleichungen für die drei Komponenten des Plasmas (Ionen, Elektronen, Neutralteilchen) unter Mitberücksichtigung der von H. Maecker und Th. Peters (8) eingeführten Thermokräfte.

Elektronen:

$$2) \quad g_e \frac{d\omega_e}{dt} + n_e m_i z_{ei} (\omega_e - \omega_i) + n_e n_0 z_{eo} (\omega_e - \omega_0) =$$

$$= - \text{grad } p_e + \sum f_e g_e - g_e \left(\frac{g_i \alpha_{ei}}{m_e g_i + m_i g_e} + \frac{g_0 \alpha_{eo}}{m_e g_0 + m_0 g_e} \right) k \text{ grad } T.$$

Ionen:

$$3) \quad g_i \frac{d\omega_i}{dt} + n_i n_e z_{ie} (\omega_i - \omega_e) + n_i n_0 z_{io} (\omega_i - \omega_0) =$$

$$= - \text{grad } p_i + \sum f_i g_i - g_i \left(\frac{g_e \alpha_{ie}}{m_i g_e + m_e g_i} + \frac{g_0 \alpha_{io}}{m_i g_0 + m_0 g_i} \right) k \text{ grad } T.$$

Neutralteilchen:

$$4) \quad g_0 \frac{d\omega_0}{dt} + n_0 n_i z_{io} (\omega_0 - \omega_i) + n_0 n_e z_{eo} (\omega_0 - \omega_e) =$$

$$= - \text{grad } p_0 + \sum f_0 g_0 - g_0 \left(\frac{g_e \alpha_{oe}}{m_0 g_e + m_e g_0} + \frac{g_i \alpha_{oi}}{m_0 g_i + m_i g_0} \right) k \text{ grad } T.$$

Auf der rechten Seite der Gleichungen stehen ausser den antreibenden Kräften f_k der Druckgradient der betreffenden Komponente und ein Term mit $\text{grad } T$, der von der Thermodiffusion herrührt, auf der linken Seite die Beschleunigungsglieder und Reibungskräfte.

(7) A. Schlüter, Z.f.Nat.f., 5a, 72 (1950)

(8) H. Maecker und Th. Peters, Z.f.Phys., 144, 586 (1956)

Die Reibungskräfte werden proportional zur Geschwindigkeitsdifferenz der sich reibenden Teilchenströme und dem Produkt der Teilchendichten angenommen. Die Reibungskoeffizienten ϵ_{lk} werden gaskinetisch berechnet. Für sie ergibt sich nach H.Maecker und Th. Peters (8)

$$5) \quad \epsilon_{lk} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} kT \frac{m_l \cdot m_k}{m_l + m_k} Q_{lk}$$

Q_{lk} Wirkungsquerschnitt für Stoss $l \rightarrow k$.

Für die Thermodiffusionsfaktoren α_{lk} kann man nach L.Waldmann (9) setzen.

$$6) \quad \alpha_{lk} = \frac{(m_l - m_k)(u_l + u_k)}{2(s_l + s_k)}$$

speziell für α_{ei} den Wert von L. Spitzer und R. Härm (10)

$$7) \quad \alpha_{ei} = 3 \frac{\chi_T}{\chi_E}$$

Dabei bedeuten χ_T und χ_E Transportkoeffizienten, deren Zahlenwerte ebenfalls aus der erwähnten Arbeit (10) zu entnehmen sind.

Als äussere Kräfte kommen elektrische und magnetische Felder in Frage, die Schwerkraft soll vernachlässigt werden.

(9) L.Waldmann, Z.f.Nat.f. 1, 12 (1945)

(10) L.Spitzer u. R.Härm, Phys.Rev. 89, 977 (1953)

L.Spitzer, R.S.Cohen u. C.R.Routly, Phys.Rev. 80, 230 (1950)

$$8) \quad f_e = - \frac{e}{m_e} \left(\varphi + \mu_0 [\omega_e \mathcal{L}] \right)$$

$$f_i = + \frac{e}{m_i} \left(\varphi + \mu_0 [\omega_i \mathcal{L}] \right)$$

Wenn man nun mit H. Maecker und Th. Peters (8) eine Schwerpunkts-
geschwindigkeit ω_L der Ladungsträger und die Stromdichte j ein-
führt,

$$9) \quad g_L \omega_L = g_e \omega_e + g_i \omega_i$$

$$10) \quad j = e n_i \omega_i - e n_e \omega_e$$

so erhält man für den stationären Fall unter Vernachlässigung
der Trägheitskräfte aus diesen Gleichungen durch Elimination
von ω_e , ω_i und ω_0 einen Ausdruck für j .

$$11) \quad j = \sigma \left\{ \varphi + \mu_0 [\omega_L \mathcal{L}] - \left(b + \frac{m_i}{e g_L} \right) \mu_0 [j \mathcal{L}] + \right. \\ \left. + \left(b + \frac{m_i}{2 e g_L} \right) \text{grad } p_L + \left\langle \alpha_{ei} - \frac{e n_0 g_L}{g_0 + g_e} \left(b + \frac{m_i}{e g_L} \right) \right\rangle \frac{\hbar}{2 e} \text{grad } T \right\}$$

Dabei werden folgende Abkürzungen verwendet

$n_e = n_i = n_L$, denn es soll Quasineutralität
vorausgesetzt werden.

$$12) \quad g_L = g_e + g_i$$

$$b = \frac{g_e \varepsilon_{io} - g_i \varepsilon_{eo}}{e g_L n_L (\varepsilon_{io} + \varepsilon_{eo})}$$

$$\sigma = \frac{e^2 n_L (\varepsilon_{io} + \varepsilon_{eo})}{n_L (\varepsilon_{io} \varepsilon_{ie} + \varepsilon_{eo} \varepsilon_{ei}) + n_0 \varepsilon_{io} \varepsilon_{eo}}$$

Um den Klammerausdruck $\left(b + \frac{m_i}{e g_L}\right)$ abzuschätzen, hat man

$$\xi_{i0} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} kT \frac{m_i}{2} Q_{i0} \quad \text{und} \quad \xi_{e0} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2}{\pi}} kT \frac{m_e}{2} Q_{e0}$$

zu berechnen. F. Burhorn (11) gibt für $Q_{i0} = 1,4 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^2$ und H. Maecker (12) für $Q_{e0} = 2,0 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ an. Wenn man diese Werte einsetzt, so erhält man

$$\left(b + \frac{m_i}{e g_L}\right) = \frac{m_i}{e g_L} \left(1 + \frac{e g_L}{m_i} b\right) = \frac{m_i}{e g_L} \left(1 - 0,92 \cdot 10^{-3}\right),$$

das heisst, man kann b gegen $\frac{m_i}{e g_L}$ vernachlässigen und Gleichung (11) erhält schliesslich unter Berücksichtigung von $m_i \gg m_e$ folgende Form

11a)

$$j = \sigma \left\{ \varphi + \mu_0 [\omega_L \mathcal{L}] - \frac{1}{e n_L} \mu_0 [j \mathcal{L}] + \frac{1}{2 e n_L} \text{grad } p_L + \left\langle \alpha_{ei} - \frac{n_0 m_i}{n_0 m_0 + n_e m_e} \right\rangle \frac{k}{2 e} \text{grad } T \right\}.$$

Nun ist für den 200-A-Bogen bei 13000°K $\frac{n_0}{n_e} = 2,5$ und für 6000°K $\frac{n_0}{n_e} = 2,8 \cdot 10^3$, das heisst für diesen Temperaturbereich, der hier auch nur interessiert, kann man setzen

$$\left\langle \alpha_{ei} - \frac{n_0 m_i}{n_0 m_0 + n_e m_e} \right\rangle \frac{k}{2 e} \text{grad } T = \left\langle \alpha_{ei} - 1 \right\rangle \frac{k}{2 e} \text{grad } T.$$

Damit wird 11a) zu

$$11b) \quad j = \sigma \left\{ \varphi + \mu_0 [\omega_L \mathcal{L}] - \frac{1}{e n_L} \mu_0 [j \mathcal{L}] + \frac{1}{2 e n_L} \text{grad } p_L + \left\langle \alpha_{ei} - 1 \right\rangle \frac{k}{2 e} \text{grad } T \right\}.$$

(11) F. Burhorn, Z.f. Phys. 155, 42 (1959)

(12) H. Maecker, Z.f. Phys. 140, 119 (1955)

Aus Gleichung 11b) sieht man, dass neben der elektrischen Feldstärke $\mathcal{E}$ noch weitere eingeprägte Feldstärken $\mathcal{E}^e$

$$\mathcal{E}^e = \mu_0 [\omega_L \mathcal{L}] - \frac{1}{en_L} \mu_0 [j \mathcal{L}] + \frac{1}{2en_L} \text{grad } p_L + \langle \alpha_{ei} - 1 \rangle \frac{k}{2e} \text{grad } T$$

für die auftretende Stromdichte verantwortlich sind. Für den 200-A-Bogen sind sämtliche Grössen aus Gl. 11b) bekannt, so dass man die einzelnen Beiträge berechnen kann.

Mit L. Spitzer ergibt sich bei einer mittleren Ionenladungszahl $z=1$ für α_{ei} ein Wert von $\alpha_{ei} = 1,405$.

Zunächst sollen die beiden Terme mit $[\omega_L \mathcal{L}]$ und $[j \mathcal{L}]$ abgeschätzt werden. Für die Werte $\omega_L = 200 \text{ msec}^{-1}$, $I = 200 \text{ A}$, $j_z = 10^3 \text{ A cm}^{-2}$, $n_L = 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ und einem Achsenabstand von 5 mm erhält man für den Term $[j \mathcal{L}]_r = 0,016 \text{ V cm}^{-1}$ und für den $[\omega_L \mathcal{L}]_r$ -Term $0,051 \text{ V cm}^{-1}$.

Dabei wurde für ω_L der Wert für die gemessene Strömungsgeschwindigkeit $\omega_L = 200 \text{ m sec}^{-1}$ verwendet, was ohne weiteres zulässig ist. Für den 200-A-Bogen können diese beiden Glieder also sicher vernachlässigt werden und es bleiben nur die Terme mit $\text{grad } p_L$ und $\text{grad } T$ übrig. Man hat also nur noch $T(r, z)$ und $p_L(r, z)$ zu zeichnen und bekommt dann durch graphische Differentiation direkt die eingeprägten radialen Feldstärken. Für die $T(r, z)$ -Kurven wurde das Isothermenfeld von H. Maecker (3) herangezogen. Damit wurden die eingeprägten radialen Feldstärken $\mathcal{E}_r^e$ berechnet und über den Radius integriert. Fig. 8 zeigt das Ergebnis für einige Abstände von der Kathode. Die Kurven stellen das Integral $\int_0^r \mathcal{E}_r^e dr$ in Ebenen senkrecht zur Bogenachse dar.

Fig. 8

$$\int_0^r \mathcal{E}_r^e dr$$

für verschiedene Abstände von der Kathode

Man kann Gleichung 11b) auch in folgender Form schreiben

$$11c) \quad j = \sigma (\mathcal{E}^a + \mathcal{E}^r + \mathcal{E}^e),$$

wobei $\mathcal{E}^a$ das von aussen angelegte elektrische Feld, das natürlich auch radiale Komponenten haben kann und $\mathcal{E}^e$ die eingeprägten Feldstärken

$$\mathcal{E}^e = \frac{1}{2en_L} \text{grad } p_L + (\alpha_{ei} - 1) \frac{1}{2e} \text{grad } T$$

bedeuten.

Diese eingeprägten Feldstärken können zum Stromtransport beitragen oder ganz oder auch teilweise durch ein sich aufbauendes Raumladungsfeld $\mathcal{E}^r$ kompensiert werden. Liegt z.B. eine völlig zylindersymmetrische Entladung vor, so hat $\mathcal{E}^e$ nur eine radiale Komponente, die wegen $j_r = 0$ vollkommen durch ein sich aufbauendes Raumladungsfeld kompensiert wird. In diesem speziellen Beispiel gilt $\mathcal{E}_r^e = -\mathcal{E}_r^r$.

Da in einem solchen Fall (es sollen wieder nur die beiden letzten Terme mit $\text{grad } p_L$ und $\text{grad } T$ berücksichtigt werden)

φ_r^e wegen der höheren Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen negativ und φ_r^r positiv wird, nimmt hier das Potential von der Achse der Entladung nach aussen hin ab. Diesen Verlauf findet man z.B. in der positiven Säule einer Glimmentladung. In unserem Falle ergibt das Experiment stets einen Anstieg nach aussen, der von der Abweichung von der Zylindersymmetrie herühren muss.

Schon aus dem äusseren Bild des 200-A-Bogens (Fig.2) muss man auf radiale Stromkomponenten schliessen, denn der Bogen setzt in einem Brennfleck auf der Kathode an und erweitert sich zur Anode hin sehr stark. Wenn man in die Stromdichtegleichung 11c) das gemessene Sondenpotential U_s einführt, erhält man 11d)

$$j = \sigma (-\text{grad } U_s + \varphi_r^e).$$

Für die radiale Stromdichte erhält man daraus bei $z = \text{const}$

$$11e) \quad j_r = \sigma(r) \left(-\frac{\partial U(r, z = \text{const.})}{\partial r} + \varphi_r^e \right).$$

In dieser Gleichung kennt man $U(r, z = \text{const.})$ aus den Sondenmessungen (Fig.7) und das berechnete φ_r^e sowie $\sigma(r)$ wegen der bekannten Temperaturverteilung. Das Ergebnis der so gewonnenen radialen Stromdichteverteilung ist in Fig.9 dargestellt.

Bei kleinen Abständen von der Kathode sind die radialen Stromdichten am grössten und zwar liegt hier ihr Maximum in der Nähe der Bogenachse. Diesen Verlauf erwartet man ja auch schon allein aus dem äusseren Bogenbild, weil sich der Bogen hier zum Brennfleck zusammenschnürt. Bei grösseren Abständen von der Kathode nähert sich der Bogen in Achsennähe immer mehr der Zylindersymmetrie. Als Bestätigung dafür zeigt Fig.9 eine Abnahme der Absolutbeträge von j_r und eine Verschiebung der Maxima nach grösseren Abständen von der Bogenachse.

Fig. 9 j_r für verschiedene Abstände von der Kathode

Ganz analog zu j_r erhält man nun aber auch j_z aus

$$11f) \quad j_z(r, z) = \sigma(r, z) \cdot \left(-\frac{\partial V_s(r, z)}{\partial z} + \frac{r_e}{z} \right).$$

Damit hat man aber jetzt die Möglichkeit, auch das gesamte Stromlinienfeld zu zeichnen, das man bisher nur angenähert angeben konnte. Fig. 10 zeigt das Stromlinienfeld bis herab zu einem Abstand $z = 2\text{ mm}$ vor der Kathode.

Für das gesamte Stromlinienfeld kann man die Bedingung, dass die Stromlinien geschlossen sind, integrieren und erhält so ein Integral, so erhält man mit dem Gauß'schen Satz

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{f} = 0.$$

Für die Oberflächen, die man sich als Zylinder vorstellt, fallen in der Regel die Stromlinien durch und jeweils

Fig.10 Gemessenes Stromlinienfeld.

Um die Messergebnisse zu überprüfen, kann man das Integral

$$\int j_z df = 2\pi \int_0^{\infty} \sigma(r, z) \cdot E_z(r) r dr = 200 A = I_B$$

bilden. Das wurde für verschiedene Abstände von der Kathode durchgeführt und es ergaben sich dabei Abweichungen von $\pm 15\%$.

Für das gesamte Stromlinienfeld kann man die Bedingung $\text{div } j = 0$ auch noch auf folgende Art prüfen: Integriert man $\text{div } j$ über ein Volumelement, so ergibt sich mit dem Gauß'schen Satz

$$\int_V \text{div } j d\tau = \oint j df = 0.$$

Für die Bildung dieses Oberflächenintegrals wurden Zylinder verschiedener Höhen und Radien in die Bogenachse gelegt und jeweils über deren Oberfläche integriert.

$$\oint_F j \, d\vec{f} = \int_0^R j_z 2\pi r dr - \int_0^R j_z 2\pi r dr - \int_0^z j_r 2\pi R dz$$

Boden Deckel Mantel

Die Radien der Zylinder betrugen 2, 3, 4 mm, die Höhe 8 bzw. 18 mm. Der Boden der Zylinder befand sich in allen Fällen bei $z = 2$ mm.

Man bekommt folgendes Ergebnis:

Radius des Zylinders	Höhe des Zylinders	div $j=0$
2	8	+ 10%
3	8	+ 5%
4	8	+ 2%
2	18	+ 2%
3	18	- 5%
4	18	- 2%

Damit ist als Bestätigung der Messergebnisse auch die Divergenzbedingung erfüllt.

Bei den bisherigen Experimenten handelte es sich immer um Komponenten von j_r , die zur Achse hin gerichtet waren. Dafür erhielt man den Potentialanstieg von der Achse nach aussen. Dieser Anstieg nach aussen müsste verschwinden, wenn man durch ein Experiment erreichen könnte, dass j_r in +r-Richtung fließt. Dies ist der Fall bei einem Lichtbogen, der durch eine Kupferdüse brennt (Fig.11).

Fig.11 Bogen brennt durch Kupferdüse.

Unterhalb der Düse tritt der Bogen aus der engen Düsenöffnung aus und hat, weil j_z zur Kathode hin gerichtet ist, eine Komponente in $+r$ -Richtung, während oberhalb der Düse j_r wie auch im freibrennenden Bogen in $-r$ -Richtung zeigt. In Fig.12 sind zwei Sondenmessungen einmal 1,5 mm oberhalb der Düse (obere Kurve) und 1,5 mm unterhalb der Düse (untere Kurve) wiedergegeben. Die Bogenstromstärke betrug hier 80 A. Man erkennt im Sondenpotential über der Düse den erwarteten Anstieg von der Achse nach aussen, während unterhalb der Düse ein deutlicher Abfall des Potentials mit wachsendem Abstand zu beobachten ist.

Fig.12 Sondenmessungen an einem Bogen, der durch eine Kupferdüse brannte.

Die vorliegende Arbeit wurde zu einem Teil im Institut für Experimentalphysik der Universität Kiel durchgeführt, dessen Direktor Prof. Lichte-Holtgreven ich für die Bereitstellung der Institutsmittel danke.

Herrn Dr. R. Wienecke möchte ich für die Anregung und seine stete Anteilnahme und Unterstützung bei der Durchführung der Arbeit herzlich danken.