

Messung von Potentialströmungen  
an ebenen plattenförmigen  
Anordnungen

Heinz Schlageter

IPP/4/6

14. Dez. 1962

**I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K**

**G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N**



# INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

## GARCHING BEI MUNCHEN

### Inhaltsverzeichnis

#### Messung von Potentialströmungen an ebenen plattenförmigen Anordnungen

Heinz Schlageter

IPP/4/6

14. Dez. 1962

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.



## Inhaltsübersicht

1. Veranlassung
2. Aufgabe
3. Voraussetzungen
  - 3.1 Betriebsbedingungen des Originals  
und seine Nachbildung im Modell
  - 3.2 Das ebene stationäre Strömungsfeld
  - 3.3 Leitfähiges Material
    - 3.3.1 Manganinblech - Graphitpapier
    - 3.3.2 Verwendetes Widerstandsmaterial
  - 3.4 Ermittlung der Kräfte auf die Kollektorplatten  
und der Induktivität der Anordnung aus dem  
Strömungsfeld
    - 3.4.1 Ermittlung der Induktivität bei flächen-  
hafter Einspeisung der Platten
4. Versuchsdurchführung
  - 4.1 Modell, Versuchsaufbau
  - 4.2 Durchgeführte Messungen
5. Ergebnisse
  - 5.1 Verlauf der Stromdichte über die Spulenmitte  
in axialer Richtung  
Stromüberhöhung
    - 5.1.1 Abhängigkeit der Überhöhung von den  
vier Parametern
    - 5.1.2 Beeinflussung der Überhöhung durch die  
Art der Einspeisung
    - 5.1.3 Überhöhung in Abhängigkeit von der Spulen-  
länge bei 7/7- und 5/7-Speisung
    - 5.1.4 Speisung über 2 x 1/7 der Plattenlänge
      - 5.1.4.1 Symmetrische Einspeisung an der  
Längsseite der Platte
      - 5.1.4.2 Speisung an der Schmalseite der Platte



- 5.1.5 Lappenmodelle
- 5.1.5.1 5-Lappen-Modell
- 5.1.5.2 14-Lappen-Modell
- 5.2 Induktivität der Kollektorplatten
  - 5.2.1 Linienförmige Einspeisung
  - 5.2.2 Flächenhafte Einspeisung
  - 5.2.3 Speisung über  $2 \times \frac{1}{7}$  der Plattenlänge an der Plattenlängsseite
  - 5.2.4 Speisung an der Schmalseite der Platten
  - 5.2.5 Lappenmodelle
- 6. Genauigkeit der Ergebnisse
  - 6.1 Stromüberhöhung
  - 6.2 Induktivität
- 7. Bildanhang

Anhang von Modellmessungen zur Induktivität bei sich ändernden geometrischen Abmessungen von Platten und Spulen und verschiedener Einspeisung der Platten ermittelt.

### 3. Voraussetzungen

#### 3.1 Betriebsbedingungen des Originals und seine Nachbildung im Modell

- 1.) Die Kollektorplatten werden über Kabel von einer Kondensatorbatterie gespeist. Die Entladung erfolgt mit einer Frequenz von ca. 25 kHz.
- 2.) Der Plattenabstand ist sehr klein gegenüber Plattenlänge und -breite:

$$d \ll l, b$$



## 1. Veranlassung

Im Zusammenhang mit der Dimensionierung der Kollektorplatte für die 1,5 MJ-Batterie des IPP treten folgende Fragen auf :

- a) Wie verteilt sich die elektrische Strömung in Anordnungen mit verschiedenen geometrischen Abmessungen ?
- b) Wie groß wird die Induktivität, wie groß die auftretenden Kräfte zwischen den beiden Platten bei verschiedenen Spulenabmessungen und Kollektorplattenbreiten ? Wie ist die Kräfteverteilung über die Platten und längs des Anschlusses der einwindigen Entladungsspule ?

Diese Fragen können beantwortet werden, wenn das Strömungsfeld der Anordnung bekannt ist.

## 2. Aufgabe

Anhand von Modellmessungen wurde das Strömungsfeld bei sich ändernden geometrischen Abmessungen von Platten und Spule und verschiedener Einspeisung der Platten ermittelt.

## 3. Voraussetzungen

### 3.1 Betriebsbedingungen des Originals und seine Nachbildung im Modell

- 1.) Die Kollektorplatten werden über Kabel von einer Kondensatorbatterie gespeist. Die Entladung erfolgt mit einer Frequenz von ca. 25 kHz.
- 2.) Der Plattenabstand ist sehr klein gegenüber Plattenlänge und -breite :

$$\delta \ll l, B$$



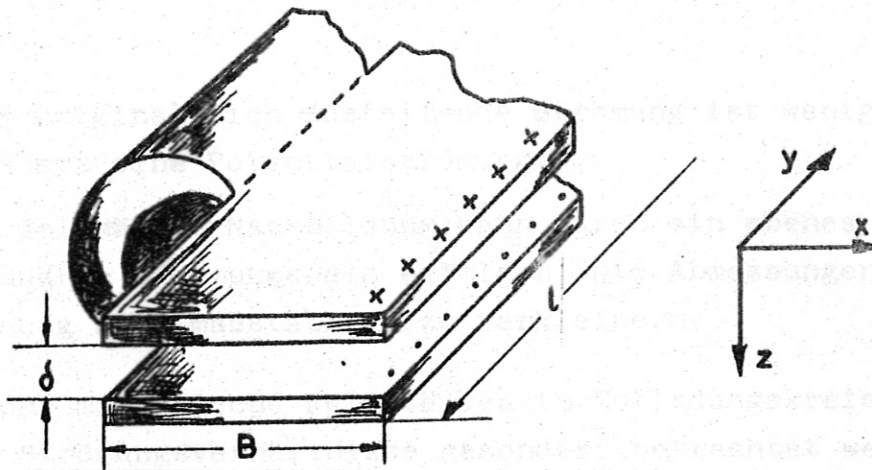


Bild 1

- 3.) Bei der Frequenz von 25 kHz ist die Eindringtiefe  $\delta_e$  des Stromes klein gegenüber der Leitschichtdicke.

$$\delta_e = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0}} \leq 0,45 \text{ mm}$$

- 4.) Die Eindringtiefe des magnetischen Feldes ist gleich der der Strömung; eine Komponente des magnetischen Feldes in Z-Richtung kann sich also durch die Kollektorplatten nicht schließen.
- 5.) Im Luftspalt zwischen den beiden Platten gilt :  $\text{rot } \vec{h}_y = 0$  ; würde ein  $h_z$  im Luftspalt existieren, dann nur in einer Richtung.
- 6.) Nach dem Durchflutungsgesetz müßten aber an den beiden Platteninnenseiten die Komponenten von  $h_z$  entgegengesetzte Richtung haben.
- 7.) 5) und 6) widersprechen sich, also ist  $h_z$  im Luftspalt = 0.
- 8.) Es kann demnach keine induktive Veränderung des Strömungsfeldes in x- und y-Richtung stattfinden, d.h. :

- 9.) Die im Original sich einstellende Strömung ist wenigstens angenähert eine Potentialströmung.
- 10.) Die Modellmäßige Nachbildung kann durch ein ebenes stationäres Strömungsfeld erfolgen. Die Abmessungen der Anordnung sind maßstäblich zu verkleinern.

Für sehr hohe magnetische Feldstärken im Entladungskreis müssen die Strömungsverhältnisse gesondert betrachtet werden.

### 3.2 Das ebene stationäre Strömungsfeld

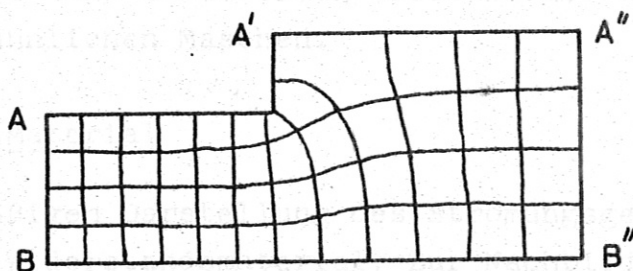


Bild 2

In Bild 2 ist ein Beispiel eines ebenen Strömungsfeldes gezeichnet. Äquipotential- und Stromlinien sind überall orthogonal. Die Randkurven des Strömungsfeldes AA'A'' und BB'' sind als Begrenzung der äußersten Stromröhren Stromlinien; die Äquipotentiallinien münden also senkrecht auf diese ein.

Ist das Feld der Äquipotentiallinien bekannt, dann können die Stromlinien als orthogonale Kurvenschar dazu konstruiert werden, wenn man noch folgendes beachtet : Die Potentialdifferenz zwischen je zwei benachbarten Äquipotentiallinien soll konstant sein. Sie ist nach Bild 2 :

und 
$$U_1 = I_1 R_1 \quad \text{zwischen den Punkten 1 und 1'}$$
$$U_2 = I_2 R_2 \quad \text{zwischen den Punkten 2 und 2'}$$

$$U_1 = I_1 \cdot \rho_1 \frac{\alpha_1}{d_1 \cdot \beta_1} \quad (1)$$

$$U_2 = I_2 \cdot \rho_2 \frac{\alpha_2}{d_2 \cdot \beta_2} \quad (2)$$

mit  $d$  = Dicke des leitfähigen Materials.



Bei homogenem Material ist  $\varrho_1 = \varrho_2$  ;  $d_1 = d_2$  .

In einer Stromröhre fließt in jedem Querschnitt der gleiche Strom, also  $I_1 = I_2$ . Aus der Forderung  $U_1 = U_2$  folgt somit :

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha_2}{\beta_2} \quad (3)$$

Das ist aber neben der Orthogonalität der Kurvenschar die zweite Bedingung für die Konstruktion der Stromlinien. In der Praxis macht man zur Vereinfachung der Konstruktion meist  $\alpha = \beta$  ; Äquipotential- und Stromlinien bilden somit zusammen ein Netz mit quadratähnlichen Maschen.

### 3.3 Leitfähiges Material

Zur modellmäßigen Darstellung des Strömungsgebiets benötigt man leitfähiges Widerstandsmaterial. Zur Nachbildung ebener Felder stehen Manganinblech und leitendes Graphitpapier zur Verfügung.

#### 3.3.1 Manganinblech - Graphitpapier

Das Papier ist billiger; auch komplizierte Feldgebiete können leicht ausgeschnitten werden. Mit leitender Farbe können größere Einspeisepunkte und Äquipotentialflächen direkt auf das Papier aufgezeichnet werden und mit Hilfe von leitendem Lack die Stromzuleitungsdrähte auf diese Flächen festgeklebt werden. Punktförmige Einspeisung ist bei Manganinblech durch Anlöten von Drähten besser zur verwirklichen.

Die Homogenität bezüglich des Widerstands von Blech und Papier wurde an kreisförmigen Scheiben untersucht, bei denen der Widerstand zwischen Kreismitte und am Umfang verteilten Punkten gemessen wurde. Bei Blech ergab sich ein maximaler Fehler von 3,7 %, bei Papier je nach Dicke von 5,3 % bis 17,6 %. Die Inhomogenität der stärkeren Papierproben ist größer.

Die mechanische Festigkeit des dünnen Papiers (0,04-0,08 mm) ist gering.

Die Leitfähigkeit ist beim Papier stark von der Feuchtigkeit abhängig.

Eine Vergleichsgröße für flächenhafte Leiter ist der Flächenwiderstand oder Quadratwiderstand, das ist der Widerstand eines Leiters der Dicke  $d$  und quadratischer Oberfläche.

$$R^{\circ} = \rho \cdot \frac{l}{d \cdot l} = \frac{\rho}{d} \quad (4)$$

Der Quadratwiderstand beträgt :

Papier :  $\rho/d = 300 \div 2000 \Omega$  je nach Papierstärke  
Manganinblech :  $\approx 3,7 \text{ m}\Omega$

### 3.3.2 Verwendete Widerstandsmaterial

Im vorliegenden Fall wird zweckmäßigerweise Manganinblech verwendet. Die Begrenzungskurve des Strömungsfeldes ist sehr einfach, die Stromeinspeisung sollte punktförmig erfolgen, die mechanische Festigkeit des Papiers ist zu gering.

### 3.4 Ermittlung der Induktivität der Anordnung und der Kräfte auf die Kollektorplatten aus dem Strömungsfeld

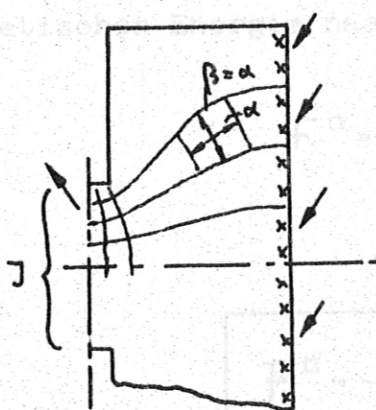


Bild 3 a

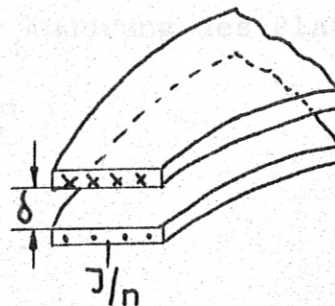


Bild 3 b



In Bild 3a ist eine Stromröhre eingezeichnet, die in Bild 3b mit der der Gegenplatte zu einem Teil dargestellt ist. Aus dem Stromlinien-Äquipotentiallinien-Netz wird eine beliebige "Masche" betrachtet (Bild 3).

Aus dem Durchflutungsgesetz

$$\Theta = \oint H_y d\delta \quad (5)$$

folgt für die Feldstärke zwischen den Platten

$$\frac{J}{n} = H \cdot \alpha ; \quad H = \frac{J}{n \cdot \alpha} \quad (6)$$

Für die magnetische Energie gilt

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \mu_{rel} \cdot H^2 \cdot Vol. \quad (7)$$

Die magnetische Energie im Laufräum zwischen zwei beliebigen Maschen ist somit

$$W_m^{\square} = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \frac{J^2}{n^2 \alpha^2} \cdot \alpha^2 \cdot \delta = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \frac{J^2}{n^2} \cdot \delta \quad (8)$$

Die Kraft, die auf die beiden einander gegenüber stehenden Plattenausschnitte wirkt, ergibt sich aus der Änderung der magnetischen Energie nach der Änderung des Plattenabstandes :

$$F^{\square} = \frac{\partial W_m^{\square}}{\partial \delta} \quad (9)$$

$$F^{\square} = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \frac{J^2}{n^2} \quad (10)$$

$$\frac{F^0}{K_p} = \frac{10,2}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \frac{J^2}{A^2} \quad (11)$$

Die Gesamtkraft ergibt sich aus der gesamten magnetischen Energie, die man durch Aufsummieren der Maschenpaare erhält, zu

$$\frac{F}{K_p} = 5,1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-9} \frac{z}{n^2} \cdot \frac{J^2}{A^2} \quad (12)$$

wenn  $z$  die Anzahl der Maschen pro Platte ist.

Beispiel :

Bestimmung der Kraft auf einen quadratischen Abschnitt eines paralleldurchströmten Bandleiters. Der Abstand zum zweiten Bandleiter soll klein im Verhältnis zu den anderen Abmessungen sein.

Der Gesamtstrom durch den Bandleiter sei  $I = 100 \text{ kA}$ .

Nach (11) erhält man als Kraft auf einen quadratischen Abschnitt, eine Masche,

$$F = 5,1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-9} \cdot 10^{10} K_p$$

$$\underline{F = 640 K_p}$$

unabhängig von der Breite des Bandleiters.

Die Selbstinduktivität  $L$  einer Anordnung ist definiert durch die Gleichung

$$L = \frac{2 \cdot W_m}{J^2} \quad (13)$$

in der  $W_m$  die gesamte magnetische Energie der Anordnung ist.

Mit Gleichung (8) wird die Selbstinduktivität der beiden Platten



$$L = \mu_0 \cdot \frac{z}{n^2} \cdot \delta \quad (14)$$

$$\frac{L}{nH} = 4 \cdot \pi \cdot \frac{z}{n^2} \cdot \frac{\delta}{cm} \quad (15)$$

Ein Maßstabsfaktor tritt in Formel (15) nicht auf, das heißt aber : geometrisch ähnliche plattenförmige Anordnungen haben bei gleichem Plattenabstand die gleiche Induktivität.

### 3.4.1 Ermittlung der Induktivität bei flächenhafter Einspeisung der Platte

In Bild 2 und 3 erfolgt die Stromeinspeisung bzw. -abnahme am Rande des Strömungsgebiets. Das Feldbild ist also für ein quellenfreies Gebiet gezeichnet.

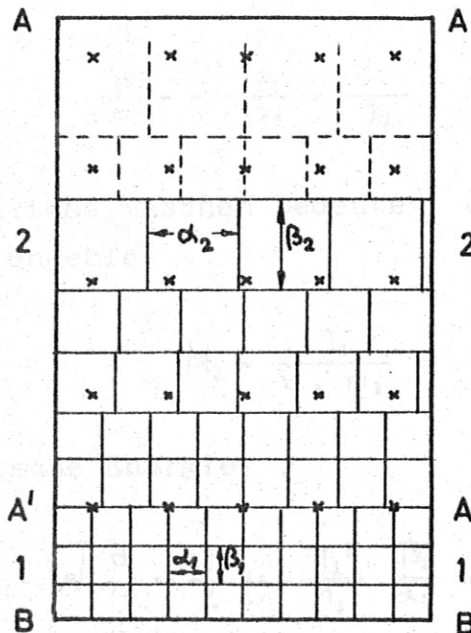


Bild 4

Bild 4 dagegen zeigt eine Platte mit gleichmäßig über die Fläche verteilten Einspeisepunkten. Zur Bestimmung der Induktivität aus der magnetischen Energie muß wieder ein Feldbild gezeichnet werden.

Geometrisch ähnliche Anordnungen haben wieder gleiche magnetische Energie.

mit Maschen gleicher magnetischer Energie; die magnetische Energie einer Masche wird berechnet und aus der Anzahl der Maschen die gesamte magnetische Energie bestimmt.

Das quellenfreie Gebiet  $A'BA'B$  wurde in Maschen mit den Seiten  $\alpha_1, \beta_1$  eingeteilt. Die magnetische Energie einer dieser Maschen ist nach (6) und (7)

$$W_{m_1}^{\square} = \frac{1}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{J_1^2}{n_1^2} \cdot \delta \cdot \frac{\beta_1}{\alpha_1} \quad (16)$$

In jedem Querschnitt des Einspeisegebiets gilt für den Abstand zweier Äquipotentiallinien

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{J_1}{J_2} \quad (17)$$

und

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{J_2}{J_1} \quad (18)$$

Mit

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{J_1}{J_2} \quad , \quad (19)$$

was geometrisch ähnliche Maschen bedeutet, erhält man für die Feldstärke im Quellengebiet

$$H_2 = \frac{J_2}{\alpha_2 \cdot n_2} \quad (20)$$

und für die magnetische Energie

$$W_{m_2}^{\square} = \frac{1}{2} \mu_0 \cdot \frac{J_2^2}{n_2^2} \cdot \frac{\beta_2}{\alpha_2} \cdot \delta \quad (21)$$

Mit (18) und (19) ergibt sich bei Vergleich von (16) und (21)

$$W_{m_2}^{\square} = W_{m_1}^{\square} \quad (22)$$

Geometrisch ähnliche Maschen besitzen also wieder gleiche magnetische Energie.



In Bild 4 wird von B nach A die Stromstärke schrittweise kleiner, der Abstand der Äquipotentiallinien größer, die Anzahl der Maschen pro Flächeneinheit kleiner. Die magnetische Energie und damit die Induktivität der gleichmäßig eingespeisten Platte ist kleiner als diejenige bei konstanter Stromstärke über den gesamten Bereich A-B.

#### 4. Versuchsdurchführung

##### 4.1 Modell, Versuchsaufbau

Bild 5 zeigt das ebene (d.h. aufgeklappte) Modell der Kollektorplatten und der einwindigen Entladungsspule, wobei dieses Modell für eine auf die Dickenabmessungen der Kollektorplatte zusammengedrückte Spule gilt, d.h. Inhomogenitäten der Strömung in der Nähe der Spule schärfer wiedergibt als sie tatsächlich vorhanden sind.

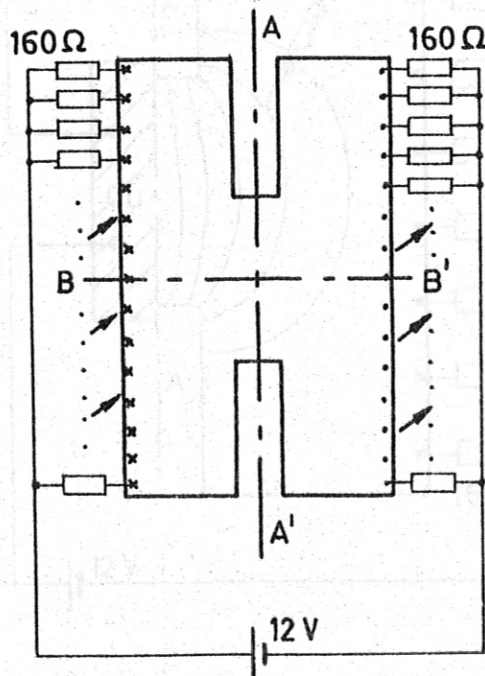


Bild 5

Zur Erzielung gleicher Speiseströme wurde jedem Speisepunkt ein Widerstand vorgeschaltet, der so groß war, daß der unterschiedliche Widerstand der einzelnen Stromwege keinen Einfluß auf den Speisestrom hatte.

Das gesuchte Äquipotentiallinienfeld und das dazu orthogonale Strömungsfeld sind symmetrisch zu den Linien AA' und BB'; AA' ist Äquipotentiallinie, BB' ist eine Stromlinie.

Das Feldbild ändert sich also nicht, wenn man den Strom über eine längs AA' angelötete Kupferplatte abnimmt.

Die Äquipotentiallinien wurden gegen die Kupferplatte als Bezugspotential aufgenommen.

Bild 6 zeigt die endgültige Meßanordnung.

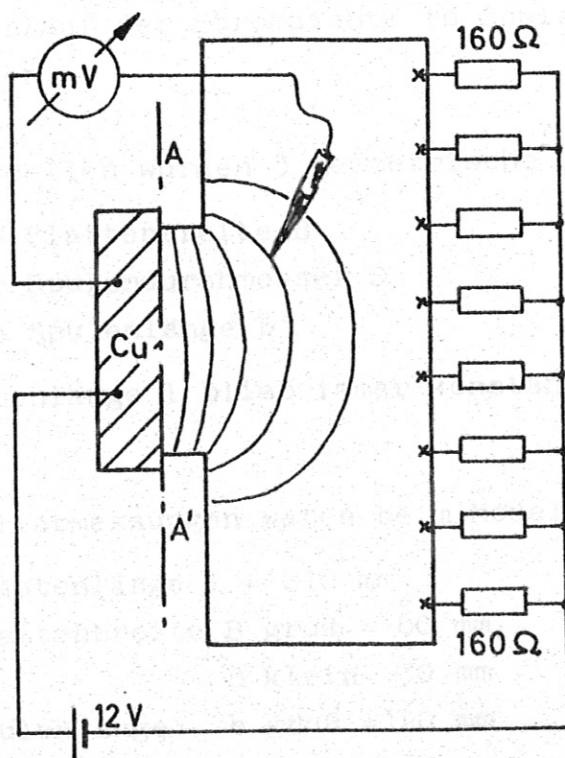


Bild 6



#### 4.2 Durchgeführte Messungen

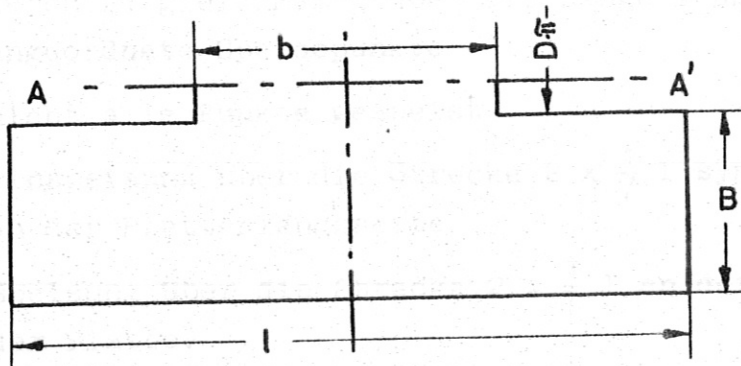


Bild 7

Für die verschiedenen Modelle wurden

- die Äquipotentiallinien durch Messung ermittelt
- der Verlauf der Stromdichte in Spulenmitte (Linie  $AA'$ ) gemessen.

An den Modellen wurden 3 geometrische Größen verändert :

- die Plattenbreite  $B$
- der Spulendurchmesser  $D$
- die Spulenlänge  $b$

die Plattenlänge  $l$  blieb immer konstant.

Die Modellabmessungen waren beim Modellmaßstab 3 : 100

Plattenlänge  $l = 210$  mm

Plattenbreite  $B$  groß = 60 mm

$B$  klein = 30 mm

Spulenlänge  $b$  groß = 120 mm

$b$  klein = 42 mm

Spulendurchmesser  $D$  groß =  $\frac{10}{\pi}$  mm

$D$  klein =  $\frac{5}{\pi}$  mm

Außer den geometrischen Größen wurde als vierte die Art der Einspeisung variiert :

### 1. Linienförmige Einspeisung

- a) durch 21 gleichmäßig über die Länge  $l$  am Plattenrand angeordnete Speisepunkte
- b) nicht alle Punkte gespeist
- c) Einspeisung über die Strecke  $2 \times \frac{1}{7} l$  symmetrisch an der Plattenlängsseite
- d) Speisung über die Strecke  $2 \times \frac{1}{7} l$  an der Schmalseite der Platte.

### 2. Flächenhafte Einspeisung

- a) Es waren 3 Reihen mit je 21 Speisepunkten nebeneinander angeordnet, so daß das Einspeisegebiet jedes Speisepunktes im Modell  $1 \text{ cm}^2$  betrug,
- b) nicht alle Punkte gespeist
- c) Bei einigen Modellen wurde die Platte aufgeschlitzt und so der Bereich mit den Speisepunkten in 5 bzw. 14 gleich große Lappen aufgeteilt. Die Anzahl der Speisepunkte betrug aus Symmetriegründen im ersten Falle  $3 \times 20$ , bei dem Modell mit 14 Lappen  $3 \times 14$ .

## 5. Ergebnisse

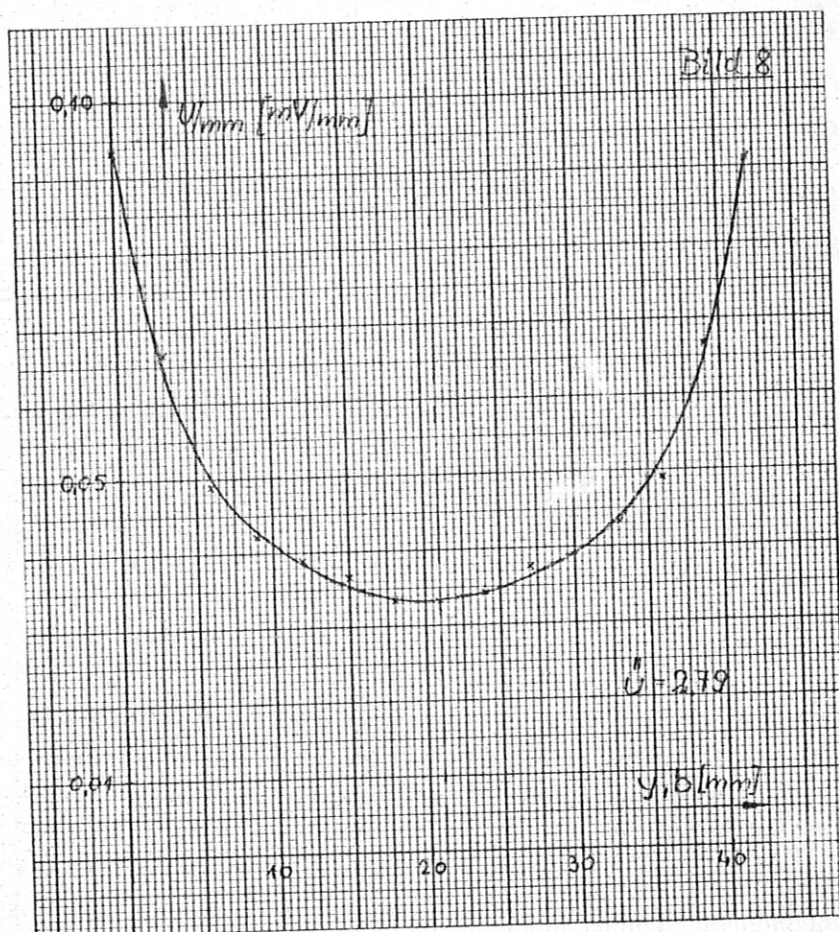
### 5.1 Verlauf der Stromdichte über die Spulenmitte in axialer Richtung. Stromüberhöhung.

Die größten Stromdichten treten am Spulenanschluß auf. Da die auftretenden Kräfte proportional  $I^2$  sind, ist der Verlauf der Stromdichte interessant.

Beim größten Teil der Modelle wurde der Verlauf der Stromdichte in x-Richtung (siehe Bild1) nicht am Spulenanschluß,



sondern in Spulenmitte ermittelt und zwar als proportionale Größe zur Spannung, die längs  $y$  (siehe Bild 2) über die Spulenmitte an einem 5 mm breiten Streifen gemessen wurde. Ein Beispiel ist in Bild 8 dargestellt.



Das Bild zeigt den Verlauf der Stromdichte über Spulenmitte bei einem Modell mit

$$B = 30 \text{ mm}$$

$$b = 42 \text{ mm}$$

$$D \cdot \pi = 5 \text{ mm}$$

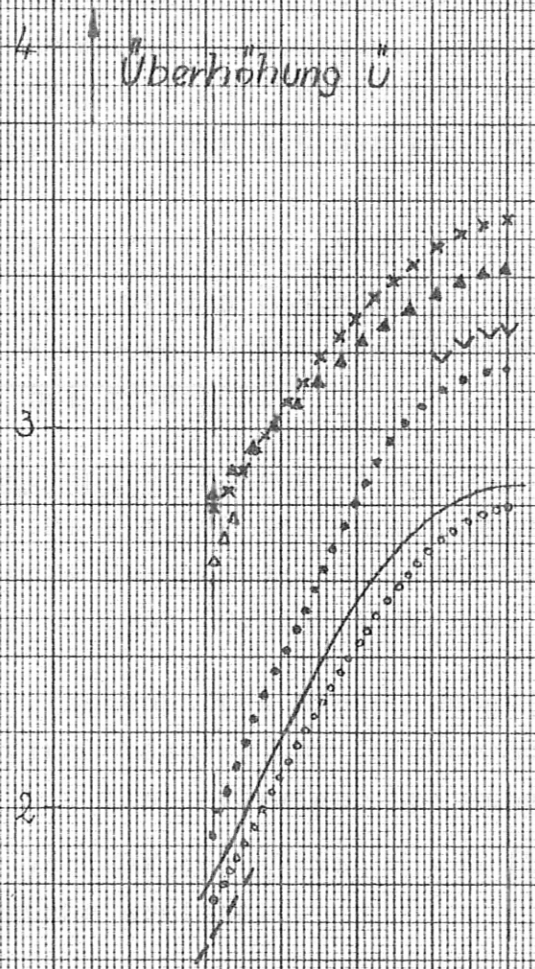
und linienförmiger Einspeisung.

Das Verhältnis der maximalen Stromdichte am Spulenende zur minimalen in Spulenmitte wird als Überhöhung  $\bar{u}$  definiert. Sie ist im dargestellten Fall

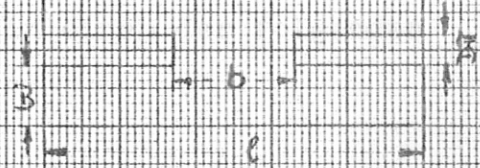
$$\bar{u} = 2,8.$$

Überhöhung  $\bar{u}$  in Abhängigkeit  
 von den geometr. Abmessungen  
 und der Art der Speisung

Bild 9



fl.h.	lin.f.	Speisung
		D groß
		B groß
o	o	D groß
o	o	B klein
△	△	D klein
△	△	B groß
▽	x	D klein
▽	x	B klein



Spulentänge  
 Plattentänge





### 5.1.1 Abhängigkeit der Überhöhung von den vier Parametern

Für die Modelle 1a) und 2a) nach 4.2 (linienförmige und flächenhafte Einspeisung jeweils aller Speisepunkte) ist die Abhängigkeit der Überhöhung von den geometrischen Größen  $B$ ,  $b$ ,  $D$  und der Art der Einspeisung aus Bild 9 ersichtlich.

Kurze Spule ( $b$  klein) : Die Plattenbreite  $B$  hat keinen großen Einfluß auf die Überhöhung, umso mehr der Spulendurchmesser  $D$ . Bei kleinerem  $D$  ist die Überhöhung  $\bar{u}$  um den Faktor 1,45 größer als bei großem  $D$ .

Lange Spule ( $b$  groß) : Die Plattenbreite  $B$  fällt stärker ins Gewicht als bei der kurzen Spule. Schmale Platten bewirken größere Überhöhung. Der Einfluß des Spulendurchmessers ist nicht mehr so groß (Faktor 1,12 bzw. 1,2).

Bei flächenhafter Einspeisung (diese Modelle entsprechen dem Original besser) ist die Überhöhung in allen Fällen 9 % kleiner als bei linienförmiger Speisung.

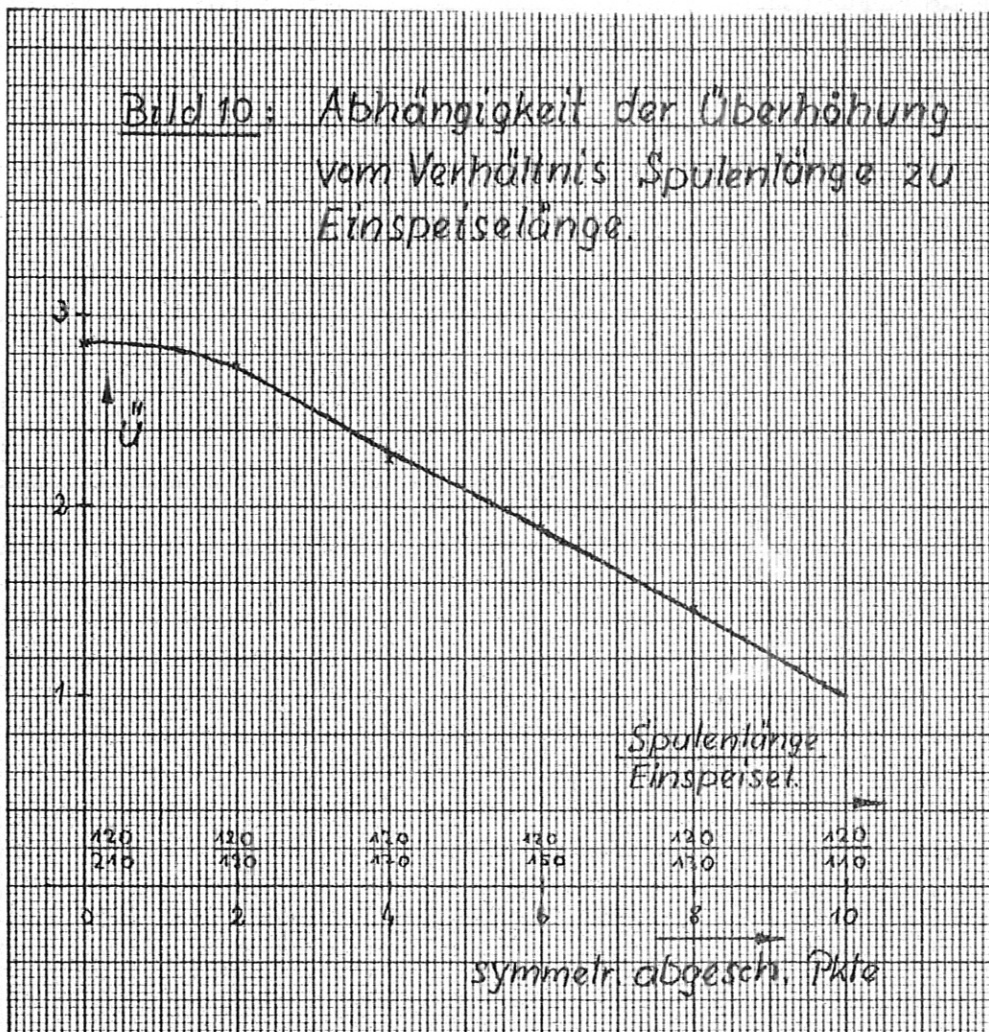
Der Verlauf der Kurve  $\bar{u} = \bar{u}(b)$  wurde in einem der folgenden Versuche ermittelt.

### 5.1.2 Beeinflussung der Überhöhung durch die Art der Einspeisung

Bei einem Modell mit linienförmiger Einspeisung, schmalen Platten und langer Spule wurde bei konstanter Spulenlänge die Zahl der gespeisten Punkte schrittweise verkleinert. Die Punkte wurden symmetrisch von außen nach innen abgeschaltet.

In Bild 10 ist die Überhöhung  $\bar{u}$  in Abhängigkeit vom Verhältnis Spulenlänge / Einspeiselänge gezeigt.

Für Modelle mit flächenhafter Einspeisung wurden ähnliche Ergebnisse erzielt.



### 5.1.3 Überhöhung in Abhängigkeit der Spulenlänge bei 7/7- und 5/7-Speisung

Bei der 5/7-Speisung sind die Einspeisepunkte symmetrisch auf 5/7 der Plattenlänge verteilt. Dieser Fall hat praktische Bedeutung, weil auch im Original die Anschlüsse der Kabel von der Hauptbatterie eventuell nicht an der gesamten Plattenlängenseite angeordnet sein können. Es muß u.U. noch Platz für die Kabel bzw. Anschlüsse der Vormagnetisierungs- und Vorionisierungsbatterie vorhanden sein. Für diese Zusatzbatterien wurde ein Platzbedarf von  $2 \times \frac{1}{7}$  der Plattenlänge l angenommen.



Bild 11

Verlauf der Stromdichte über der Spulenlänge bei sich ändernder Spulenlänge

linienförmige Einspeisung am ganzen Rand des Blechs

schmale Platte

großer Spulendurchmesser

Kurven für gleichen Gesamtstrom

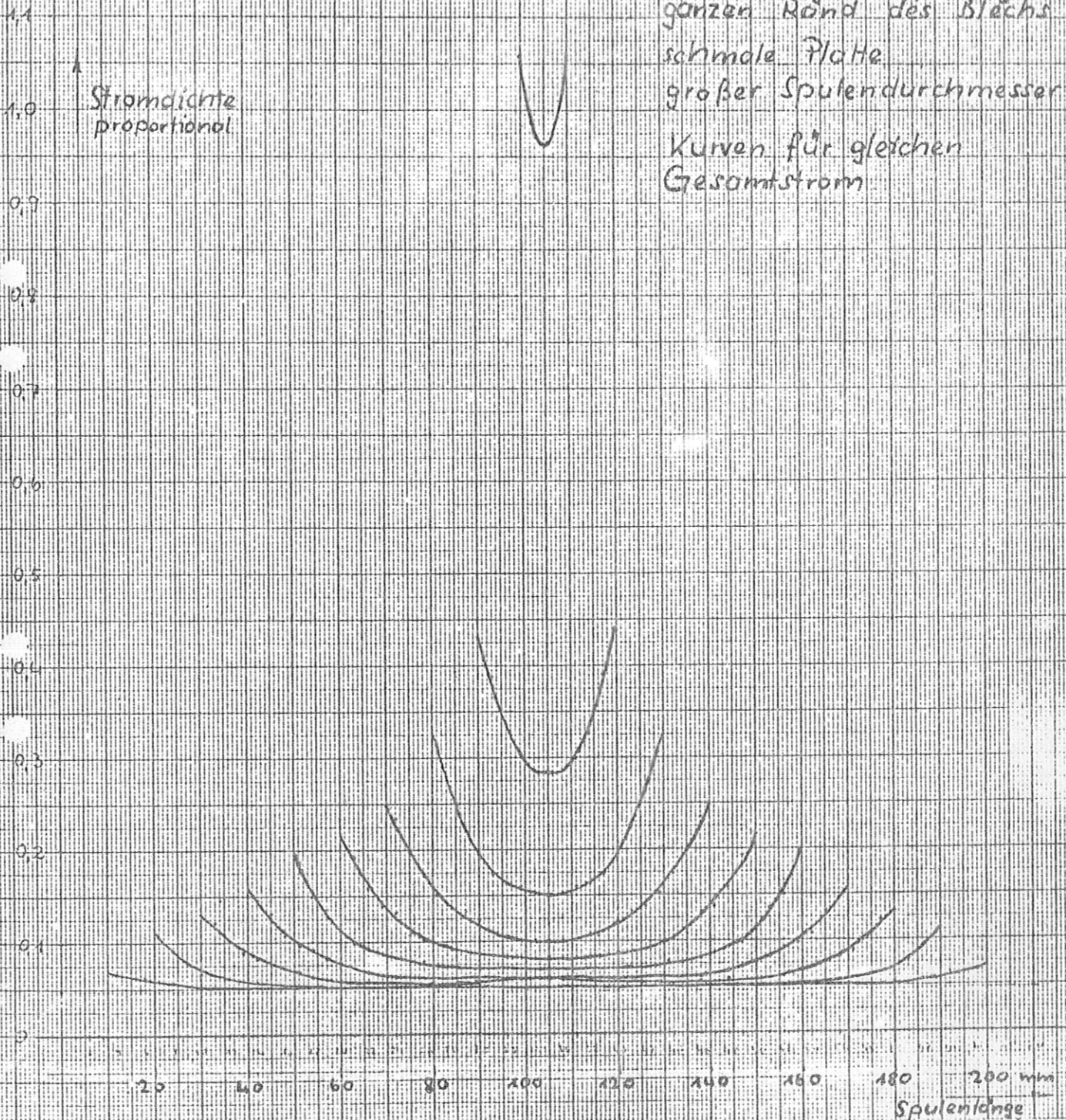




Bild 12

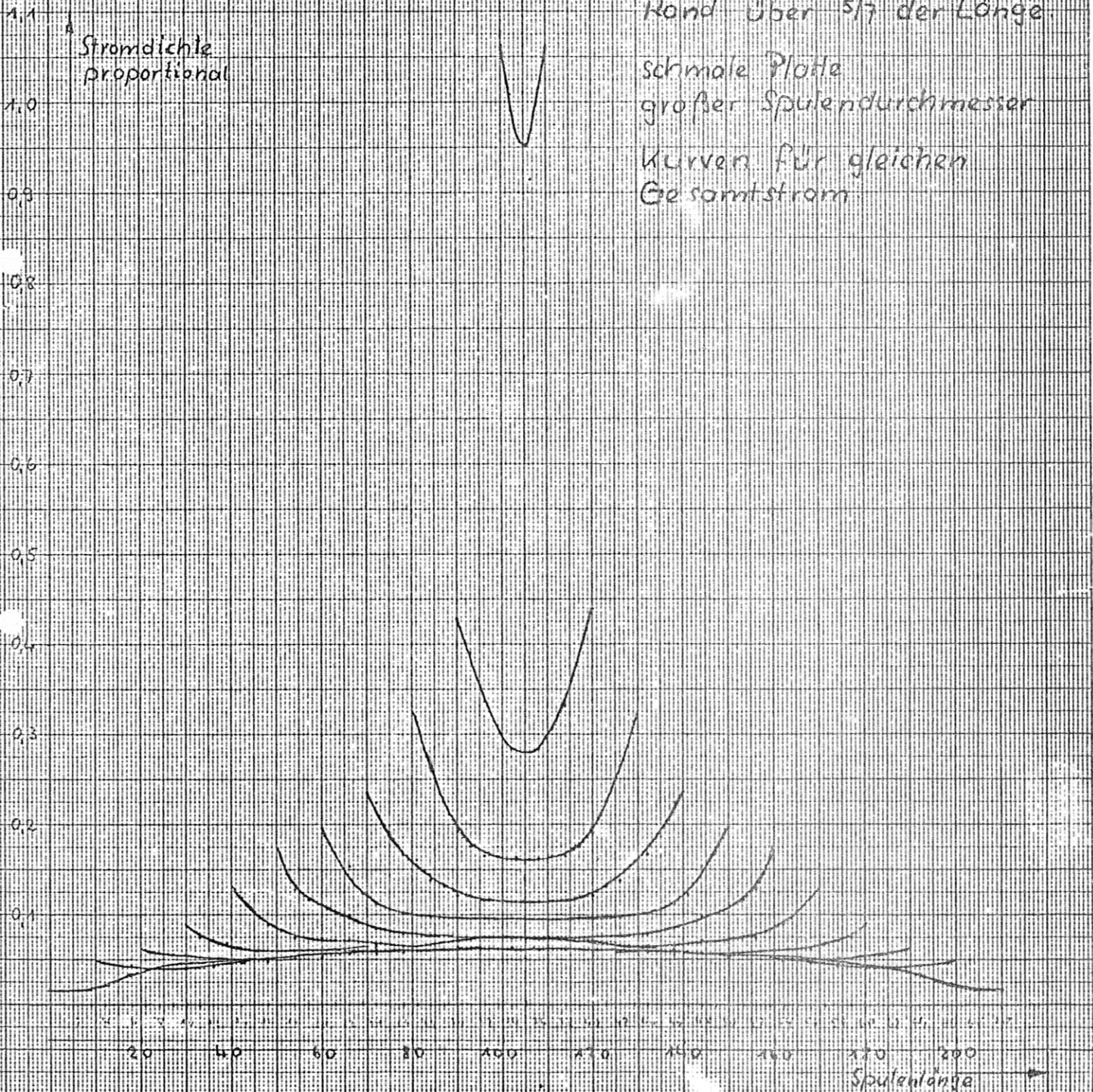
Verlauf der Stromdichte über der Spulenlänge bei sich ändernder Spulenlänge

linienförmige Einspeisung am Rand über 5/7 der Länge

schmale Platte  
großer Spulendurchmesser

Kurven für gleichen Gesamtstrom

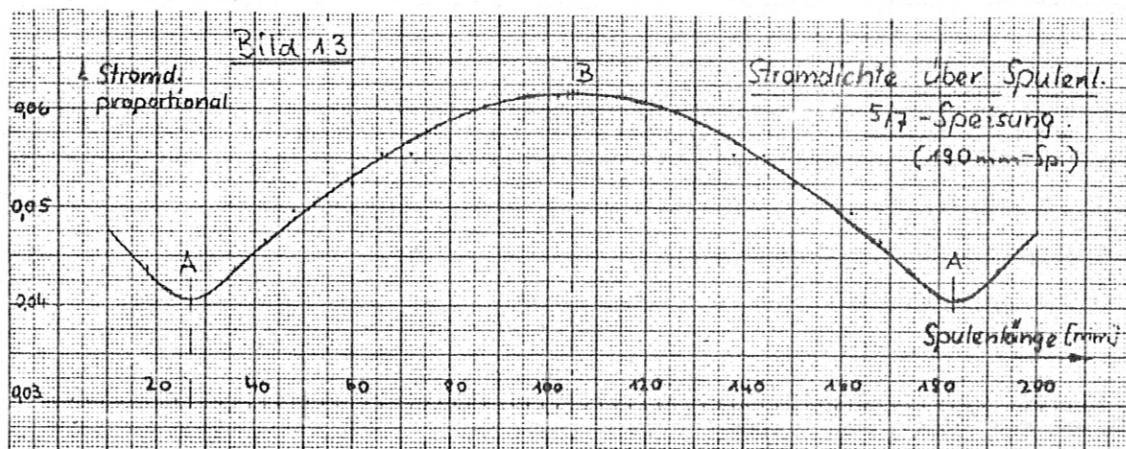
Stromdichte proportional





Der in Bild 9 eingezeichnete Kurvenverlauf  $u = \hat{u}(b)$  wurde an einem Modell mit schmalen Platten und großem Spulendurchmesser bei linienförmiger Speisung über 7/7 bzw. 5/7 der Plattenlänge untersucht. Dazu wurde die Spulenlänge schrittweise von 210 mm bis 10 mm verändert und bei jeweils gleichem Gesamtstrom die Stromdichteverteilung gemessen.

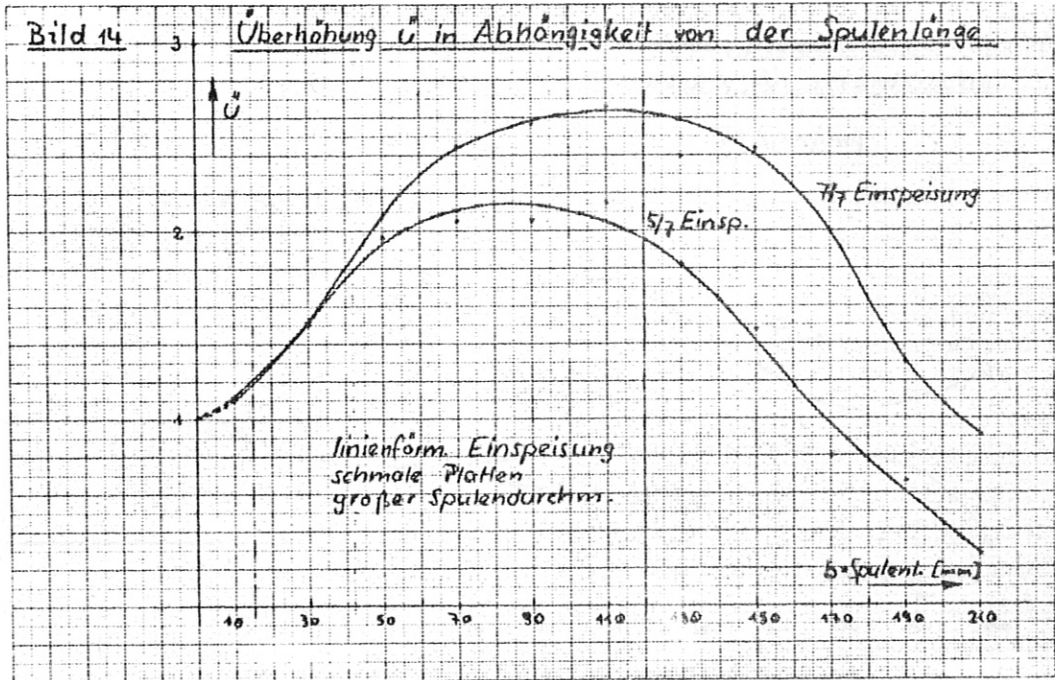
Bild 11 (Seite 18) und Bild 12 (Seite 19) zeigen die Ergebnisse.



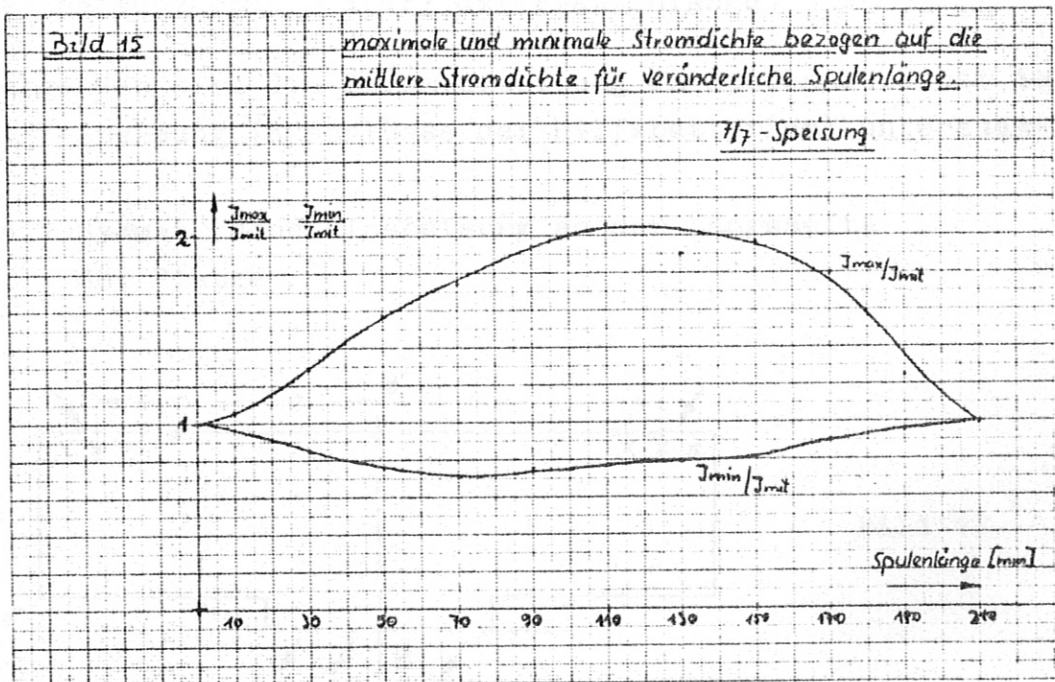
Nach Bild 13 ist bei 5/7-Speisung bei langen Spulen die Stromdichte in Spulenmitte (B) größer als am Spulenende, außerdem liegt das Minimum der Stromdichte nicht immer ganz am Spulenende (A). Aus diesem Grunde wurde die Überhöhung definiert als :

Extremwert der Stromdichte in der Umgebung des Spulenendes ;  
Extremwert in der Umgebung der Spulenmitte;

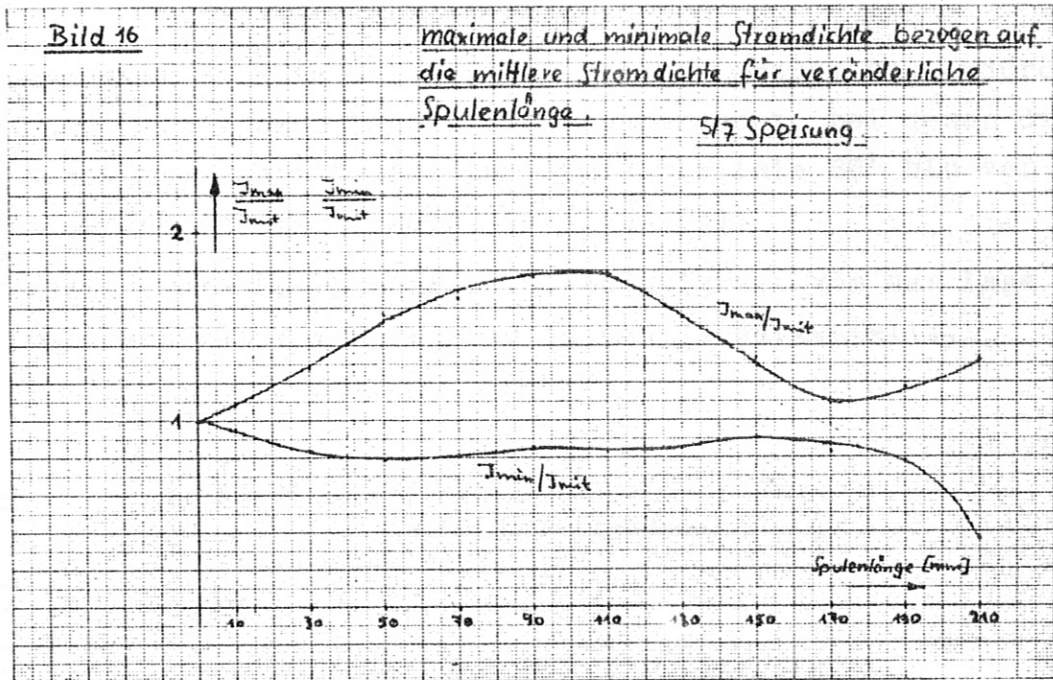
sie ist für die beiden Einspeisefälle als Funktion der Spulenlänge in Bild 14 dargestellt.



Die Kurven  $\bar{u} = \bar{u}(b)$  haben ein flaches Maximum für eine Spulenlänge  $b$ , die gleich der halben Einspeiselänge ist. Für sehr kleine Spulenlänge geht die Überhöhung gegen 1. Der Einfluß der  $5/7$ -Speisung macht sich erst für Spulenlängen  $> 60$  mm (d.h. 2 m im Original) bemerkbar : die Überhöhung wird kleiner.







In Bild 15 und 16 sind die maximale und die minimale Stromdichte, bezogen auf die mittlere Stromdichte, für veränderliche Spulenlängen dargestellt.

#### 5.1.4 Speisung über 2 x 1/7 der Plattenlänge

Im folgenden wird die Stromverteilung in Spulenmitte bei der 2 x 1/7-Speisung (Anschlüsse der Hilfsbatterien) untersucht.

##### 5.1.4.1 Symmetrische Einspeisung an der Längsseite der Platte

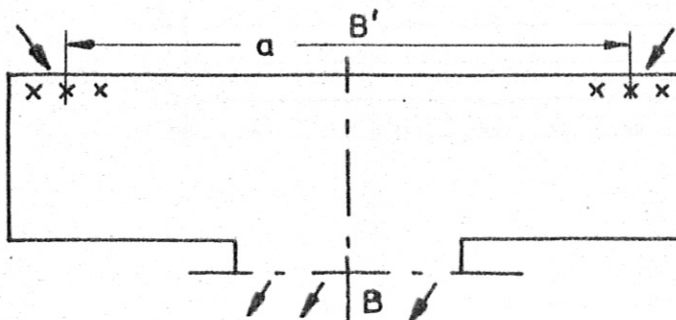
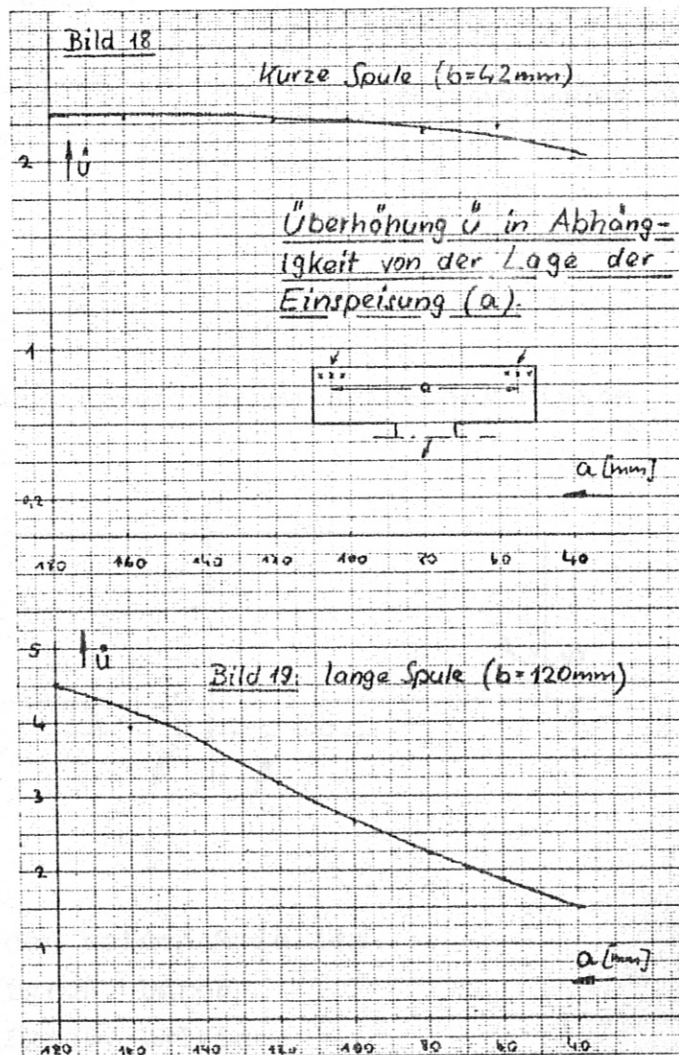


Bild 17

Es wurden zwei Modelle mit breiter Platte, großem Spulendurchmesser und kurzer bzw. langer Spule untersucht, bei denen die Einspeisepunkte schrittweise zur Symmetrielinie  $BB^t$  hin verschoben wurden ( $a$  schrittweise verkleinert).

Das Ergebnis, die Überhöhung  $\bar{u}$  in Abhängigkeit von der Lage der Einspeisepunkte, ist in Bild 18 und 19 dargestellt.





Bei der kurzen Spule ändert sich die Überhöhung nur sehr geringfügig, sie nimmt mit kleiner werdendem  $a$  etwas ab. Bei der langen Spule wird für große  $a$  die Überhöhung sehr groß ( $\bar{u} = 4,5$ ) und nimmt beinahe linear mit kleiner werdendem  $a$  ab.

Im ungünstigsten Falle, für  $a = 180$  mm, ist das Verhältnis der maximalen Stromdichte an den Spulenträndern zur mittleren Stromdichte gleich

$$\frac{I_{\max}}{I_{\text{mit}}} = 2,6 \quad \text{für die lange Spule}$$

$$\frac{I_{\max}}{I_{\text{mit}}} = 1,55 \quad \text{für die kurze Spule}$$

#### 5.1.4.2 Speisung an der Schmalseite der Platte

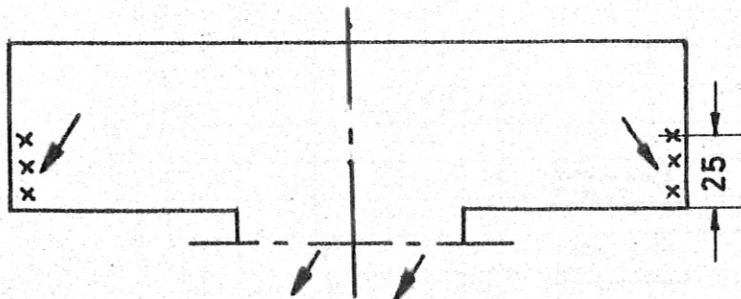


Bild 20

Es wurden an den beiden Modellen

Dgroß, Bgroß, bgroß

Dgroß, Bgroß, bklein

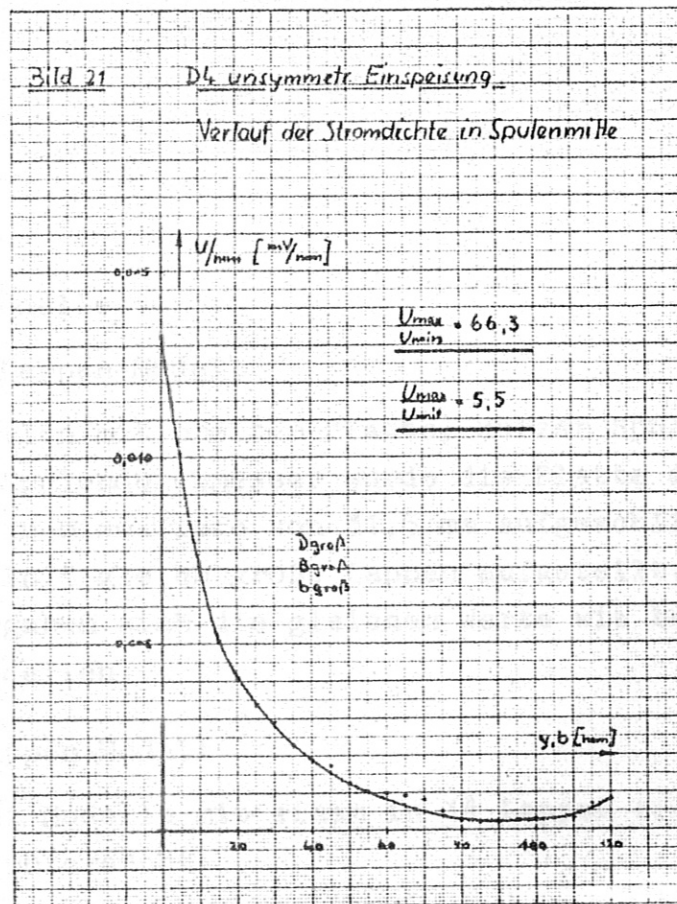
je zwei Fälle untersucht :

- 1.) Einspeisung an beiden Schmalseiten : symmetrische Speisung
- 2.) Speisung an nur einer Schmalseite : unsymmetr. Speisung

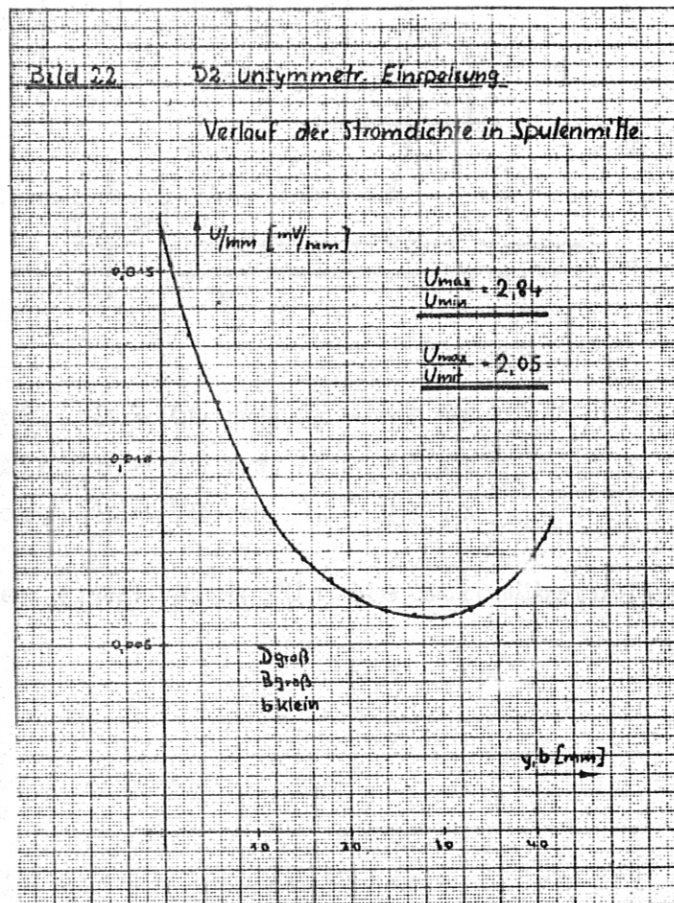
Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt :

		$U_{\max}/U_{\min}$	$U_{\max}/U_{\text{mittel}}$
b groß	symmetr.	6,37	2,88
	unsymmetr.	66,3	5,5
b klein	symmetr.	1,93	1,56
	unsymmetr.	2,84	2,05

Den Stromverlauf über die Spulenhöhe bei unsymmetrischer Speisung zeigen Bild 21 und 22.







### 5.1.5 Lappenmodelle

#### 5.1.5.1 Fünf-Lappen-Modell

Bei zwei Modellen mit breiter Platte, kurzer Spule und großem bzw. kleinem Spulendurchmesser wurde die Platte durch 4 Einschnitte bis in eine Tiefe von 31,5 mm aufgeschlitzt und so das Speisegebiet in 5 gleich große Lappen aufgeteilt. Für die Stromüberhöhung ergaben sich die gleichen Werte wie bei den ungeschlitzten Modellen.

#### 5.1.5.2 14-Lappen-Modell

Es wurden drei Modelle mit einem in 14 Lappen eingeteilten Einspeisegebiet untersucht.

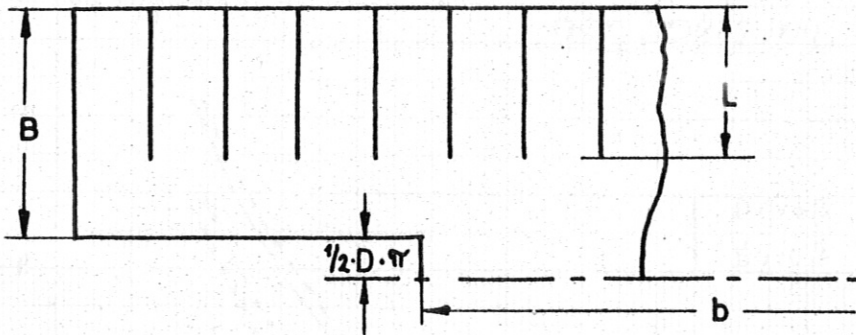


Bild 23

- 1.) D groß, b groß, B = 66 mm, L = 42 mm
- 2.) D groß, b klein, B = 66 mm, L = 42 mm
- 3.) D groß, b groß, B = 70 mm, L = 42 mm

In den drei Fällen ergab sich für die Stromüberhöhung in Spulenmitte :

- 1.)  $\bar{u} = 4,7$
- 2.)  $\bar{u} = 2,3$
- 3.)  $\bar{u} = 2,62$

Vergleicht man die ersten beiden Werte mit den bei ungeschlitzter Platte erhaltenen, so ist die Überhöhung im ersten Falle um 80 %, im zweiten um 60 % höher.

Aus dem Strömungsbild ist ersichtlich, wie bei den ungeschlitzten Platten die Strömung aus dem äußeren Bereich in die Plattenmitte drängt, wodurch in der Spule eine gewisse Vergleichmäßigung der Stromverteilung eintritt. Durch das Schlitzten wird in einem großen Bereich der Platten die freie Ausbildung der Strömung verhindert; die geometrische Anordnung ist so, daß die Stromverteilung in der Spule ungünstiger wird. Ein Vergleich von Messung 1) mit 3) bestätigt diese Aussage :

Beim 3. Modell ist der Bereich, in dem sich die Strömung frei ausbilden kann, größer, die Überhöhung wird gegenüber dem 1. Modell kleiner.



Bild 24

Bezogene Induktivität in Abhängigkeit von den geometr. Abmessungen bei linienförmiger Speisung.

$L/\delta$  [mH/cm]

12  
10  
8  
6  
4  
2

D groß	• D groß
B groß	• B klein
D klein	x D klein
B groß	x B klein

Spulenlänge  
Plattenlänge

0,17      0,11

$L/\delta$  [mH/cm]

10  
8  
6  
4  
2

D groß	0,2
D klein	

Parameter: Spulenlänge  
Plattenlänge

D groß	0,57
D klein	

Bild 25

Plattenbreite  
Plattenlänge

0,1      0,2      0,5

## 5.2. Induktivität der Kollektorplatten

Nach den unter 3.4, 3.4.1 abgeleiteten Vorschriften wurden die Feldbilder für die verschiedenen Modelle gezeichnet und die Induktivität ermittelt.

### 5.2.1 Linienförmige Einspeisung

Für die Modelle 1a) nach 4.2 ist die Induktivität, bezogen auf den Plattenabstand  $\delta$ , in Bild 24 und 25 dargestellt (Seite 28).

Im untersuchten Bereich ist eine starke Abhängigkeit der Induktivität von der Spulenlänge festzustellen (Bild 24) : Mit größer werdender Spulenlänge fällt die Induktivität auf den halben Wert ab. Der tatsächliche Kurvenverlauf zwischen den beiden Meßpunkten wurde nicht gemessen. Der Einfluß des Spulendurchmessers ist nicht groß.

Die verschiedenen Plattenbreiten machen sich bemerkbar : Bei den schmalen Platten ist die Induktivität der Anordnung kleiner.

Der Einfluß der Plattenbreite ist größer bei der langen Spule : Faktor 1,45 gegenüber 1,15 bei der kurzen Spule.

Die Feldbilder für die 8 Modelle mit linienförmiger Einspeisung sind im Anhang in Bild A1 bis A 8 gezeichnet.

Die Werte für die Induktivität, bezogen auf den Plattenabstand, sind in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt :

Modell	n	Z	$L/\mu_0 \cdot \delta = Z/n^2$	$L/\delta$ [nH/cm]
A 1	16	196	0,765	9,61
A 2	16	176	0,686	8,63
A 3	28	320	0,408	5,14
A 4	26	206	0,304	3,82
A 5	16	200	0,781	9,83
A 6	12	94	0,653	8,21
A 7	14	82	0,418	5,26
A 8	15	61	0,271	3,41

$$L = \mu_0 \cdot \frac{Z}{n^2} \cdot \delta$$

Z = Anzahl der Maschen

n = Anzahl der Stromröhren



### 5.2.2 Flächenhafte Speisung

Modell	n	Z	$L/\mu_0\delta = Z/n^2$	$L/\delta$ [nH/cm]
B 1	14	146	0,745	9,360
B 2	33	373	0,3425	4,310
B 3	26	221	0,327	4,100
B 4	54	530	0,182	2,285
B 5	28	532	0,679	8,540
B 6	15	109,5	0,486	6,110
B 7	26	200	0,296	3,720
B 8	72	616	0,119	1,496

Bei flächenhafter Speisung ist die Induktivität geringer als bei linienförmiger Speisung der gleichen Anordnung, wie das Beispiel in 3.4.1 verdeutlichte.

Bei schmalen Platten ist der Einfluß größer, da der prozentuale Anteil des Quellengebiets auf der Platte größer ist.

Bei den breiten Platten verhalten sich die Induktivitäten bei den zwei Spulenlängen wie 2,3 : 1, bei der schmalen Platte wie 4 : 1.

(Bild 26 und 27, Seite 31).

Bild 26

Bezugene Induktivität in Abhängigkeit von den geometrischen Abmessungen bei flächenhafter Speisung.

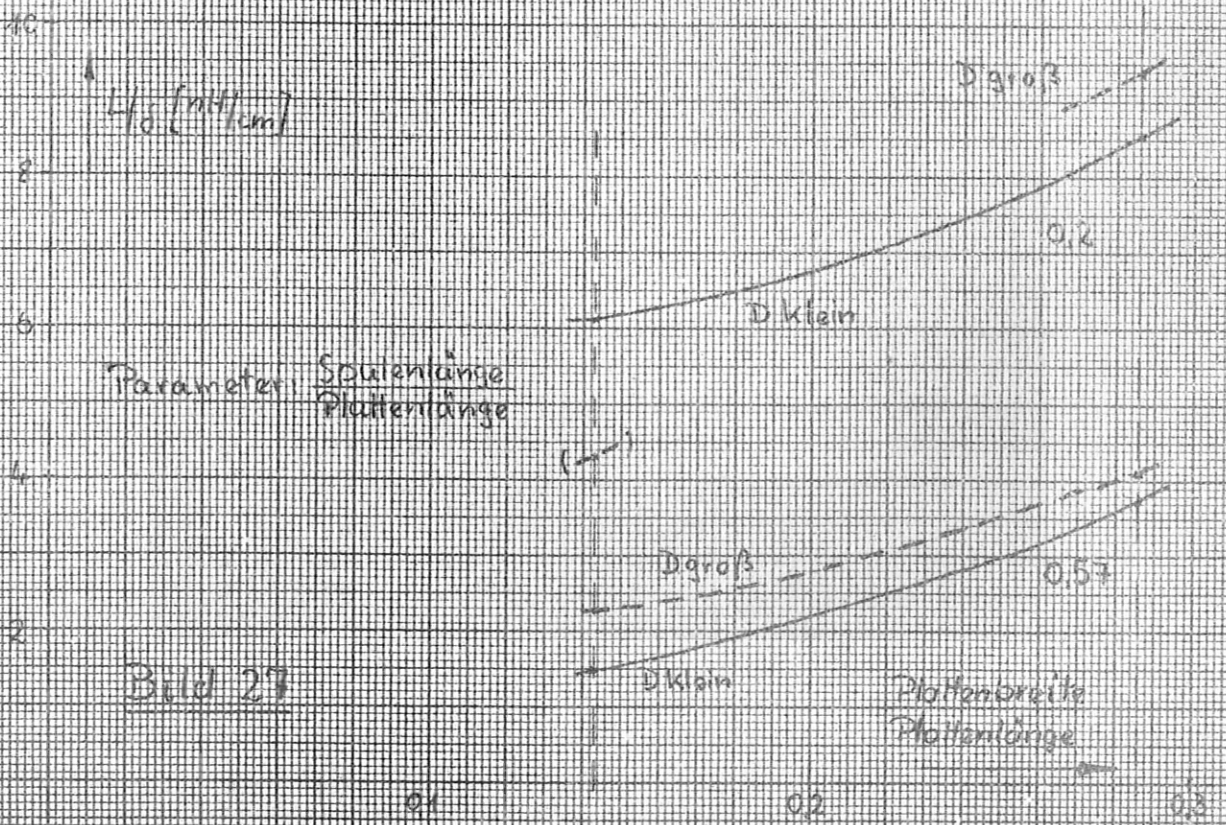
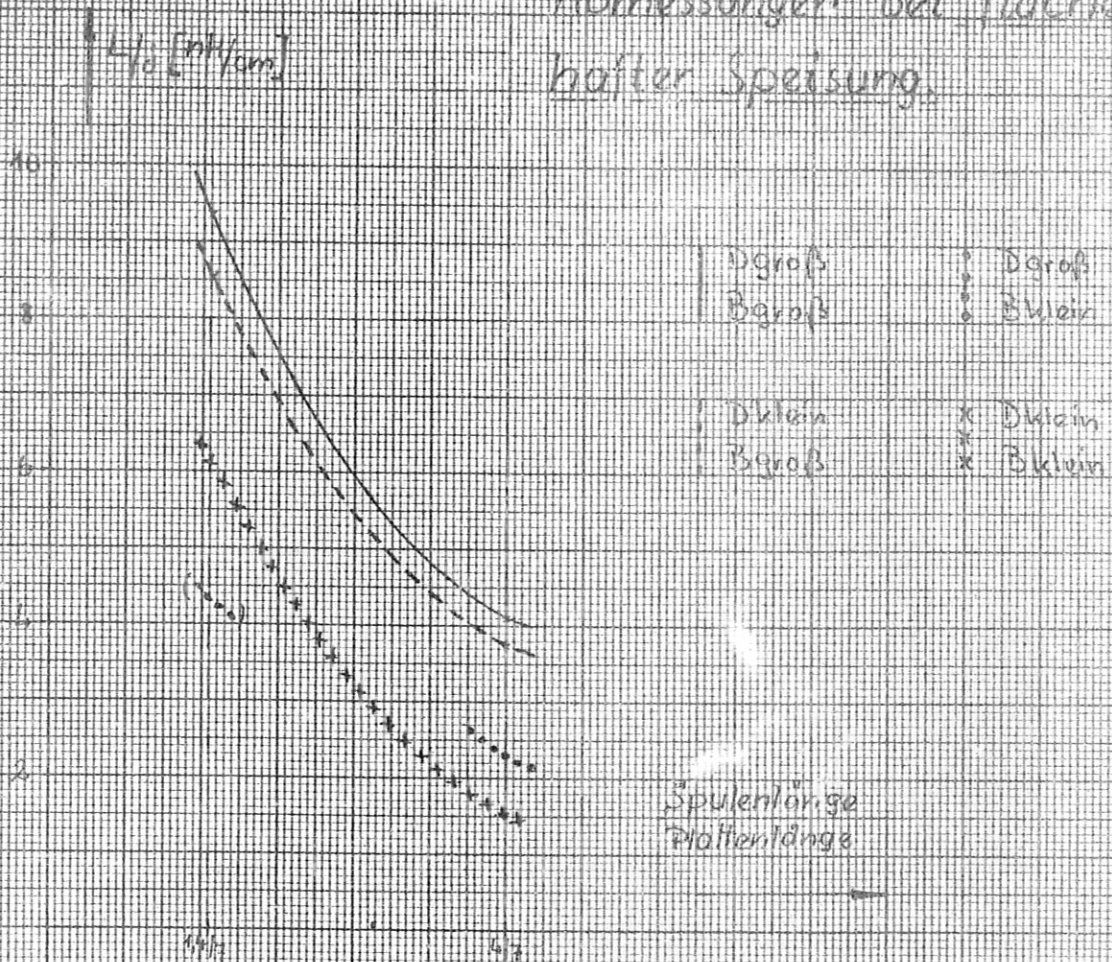


Bild 27

01

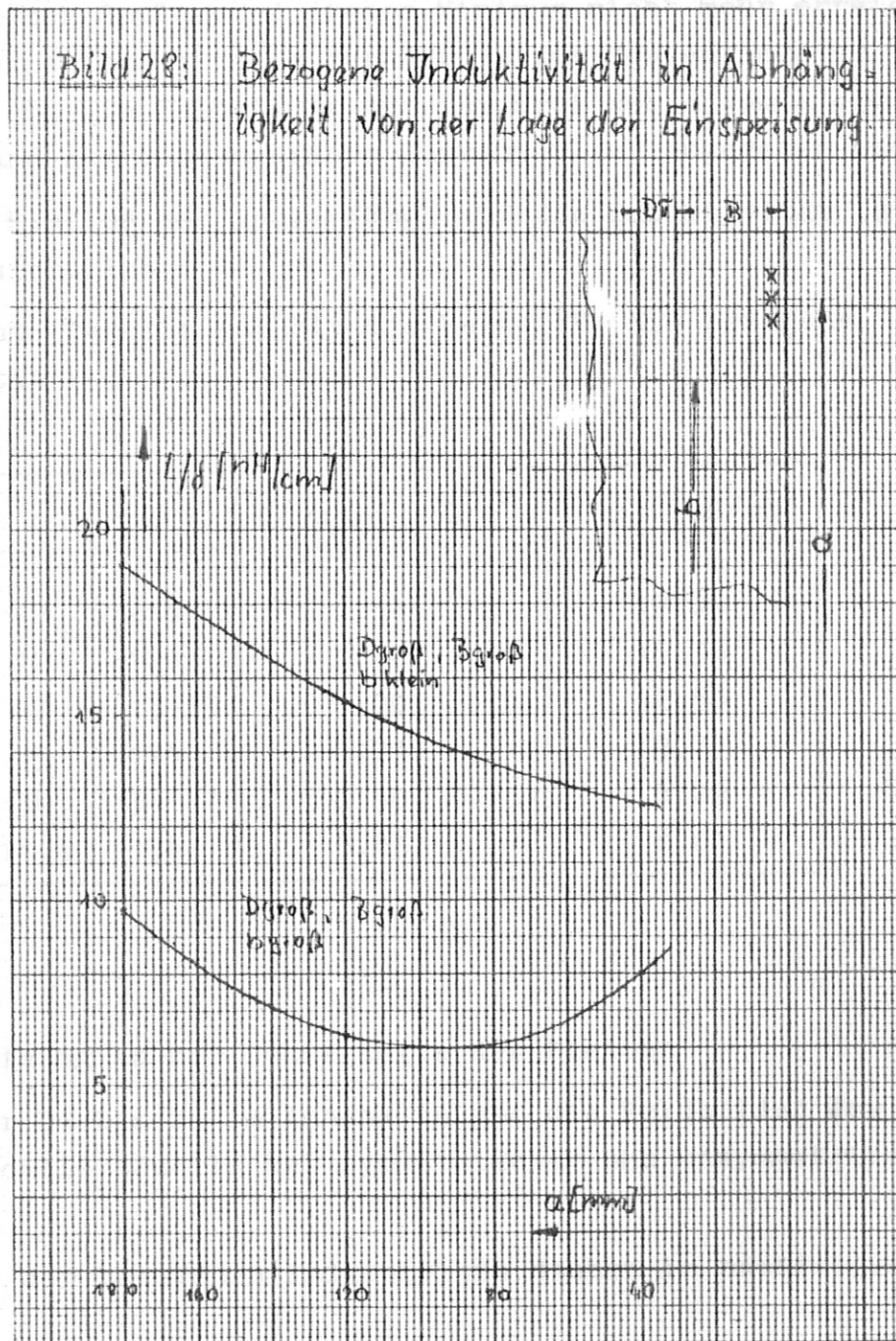
02

03



5.2.3 Speisung über  $2 \times 1/7$  der Plattenlänge an der Plattenlängsseite.

Für die beiden Modelle wurden für drei Werte von  $a$  (Bild 28) die Äquipotentiallinien gemessen. Die Feldbilder sind in Bild C1 bis C6 im Anhang gezeichnet, und das Ergebnis ist in Bild 28 dargestellt.



Für die lange Spule durchläuft die Induktivität in Abhängigkeit von  $a$  ein Minimum, das dann erreicht ist, wenn die Stromröhren parallel zur Symmetrielinie  $BB^t$  verlaufen. Das wird für  $6 \leq a \leq 10$  der Fall sein.

Bei der kurzen Spule wird dieses Minimum nicht mehr erreicht, da der Einspeisebereich im Verhältnis zur Spulenlänge zu breit ist. Da die Feldbilder nur für drei Werte von  $a$  ermittelt wurden, kann nur der ungefähre Kurvenverlauf angegeben werden.

Der große Einfluß der Spulenlänge auf die Induktivität ist wieder ersichtlich.

Die folgende Tabelle enthält die Werte für die bezogene Induktivität :

Modell	n	Z	$L/\mu_0 \cdot d = Z/n^2$	$L/d$ [nH/cm]
C 1	12	218	1,515	19,05
C 2	12	176	1,222	15,36
C 3	13	13·13	1,00	12,58
C 4	15	174	0,774	9,71
C 5	34	34·17	0,50	6,29
C 6	14,5	134	0,637	8,01

#### 5.2.4 Speisung an der Schmalseite der Platten

Die Bilder D1 bis D4 im Anhang zeigen die Feldbilder der beiden Modelle jeweils bei symmetrischer und unsymmetrischer Speisung.

Die Werte der bezogenen Induktivität stehen in nachfolgender Tabelle.



Modell	n	Z	$L/\mu_0 \cdot \delta = Z/n^2$	$L/\delta$ [nH/cm]
D 1	13	220	1,302	16,38
D 2	6	88	2,445	30,75
D 3	27,5	555	0,734	9,21
D 4	12	12·18	1,50	18,88

Bei unsymmetrischer Speisung steigt die Induktivität ungefähr auf den doppelten Wert an.

Die symmetrisch gespeisten Modelle werden bezüglich der Induktivität mit flächenhaft gespeisten Modellen mit schmalen Platten verglichen.

$L/\delta$  [nH/cm]

	Modell	kurze Spule	lange Spule	Modell
a) 2/7-Speisung	D 1	16,38	9,21	D 3
b) flächenh. Speisung	B 2	4,31	2,285	B 4
a/b		3,8 : 1	4,03 : 1	

### 5.2.5. Lappenmodelle

Die Feldbilder der beiden Modelle mit 5 Lappen zeigen die Bilder E1 und E2. Der Einfluß der Unterteilung des Einspeisegebiets in einzelne Lappen geht aus der folgenden Zusammenstellung hervor, in der entsprechende Modelle (gleicher Spulendurchmesser, gleiche Spulenlänge) mit

- 1.) 5 Lappen
- 2.) linienförmiger Speisung, schmaler Platte
- 3.) flächenhafter Speisung, breiter Platte

bezüglich der Induktivität miteinander verglichen werden.

Kurze Spule - großer Spulendurchmesser

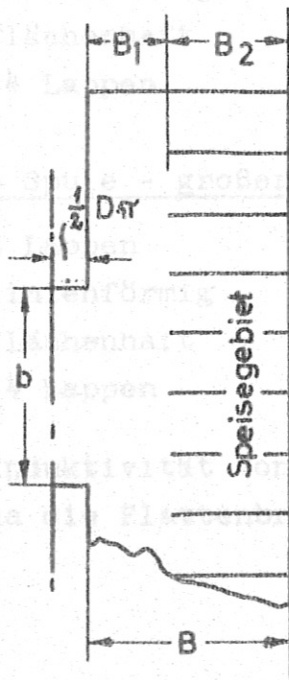
1.) 5 Lappen	(E1)	8,44	$L/\delta$ [nH/cm]
2.) linienförmig	(A2)	8,63	
3.) flächenhaft	(B1)	9,36	

Kurze Spule - kleiner Spulendurchmesser

1.) 5 Lappen	(E2)	7,10
2.) linienförmig	(A6)	8,21
3.) flächenhaft	(B5)	8,54

Die Modelle mit den 5 Lappen besitzen also die kleinste Induktivität.

Bei den drei letzten Modellen (L1, L2, L3) ist das Einspeisegebiet in 14 Lappen aufgeteilt.



- L1 : D groß, b groß  
 $B_1 = 24 \text{ mm}, B_2 = 42 \text{ mm}$
- L2 : D groß, b klein  
 $B_1 = 24 \text{ mm}, B_2 = 42 \text{ mm}$
- L3 : D groß, b groß  
 $B_1 = 28 \text{ mm}, B_2 = 42 \text{ mm}$

Bild 29



Für die Induktivität der drei Modelle erhält man :

Modell	n	Z	$L/\mu_0 \cdot \delta = Z/n^2$	$L/\delta$ [nH/cm]
L 1	36	457	0,3525	4,43
L 2	16	205	0,80	10,06
L 3	36	460	0,355	4,46

Wie der Vergleich zeigt, wird bei 14 Lappen die Induktivität wieder größer als bei flächenhafter Einspeisung ohne Unterteilung des Speisegebiets. Es gibt demzufolge eine optimale Anzahl von Lappen, bei der die Induktivität ein Minimum wird.

Kurze Spule - großer Spulendurchmesser

1.) 5 Lappen	(E1)	8,44	$L/\delta$ [nH/cm]
2.) linienförmig	(A2)	8,63	
3.) flächenhaft	(B1)	9,36	
4.) 14 Lappen	(L2)	10,06	

Lange Spule - großer Spulendurchmesser

1.) 5 Lappen		-
2.) linienförmig	(A4)	3,82
3.) flächenhaft	(B3)	4,10
4.) 14 Lappen	(L1)	4,43

Die Induktivität von Modell L 3 ist etwa größer als die von L1, da die Plattenbreite um 4 mm vergrößert wurde.

## 6. Genauigkeit der Ergebnisse

Fehlerquellen sind :

### a) Ungenauigkeit des Modells

Das Kupferblech zur Stromabnahme muß genau in der Symmetrielinie angelötet werden. Da, besonders bei der Stromüberhöhung, der Spulendurchmesser stark in das Meßergebnis eingeht, muß diese Größe genau eingehalten werden. Diese Forderungen an das Modell konnten mit einer Toleranz von 0,2 mm eingehalten werden.

### b) Inhomogenität des Materials

Bei der Messung des Widerstands in Abhängigkeit von der Richtung an einer kreisförmigen Scheibe aus Manganinblech traten nur in einem kleinen Bereich nennenswerte Abweichungen vom Mittelwert auf. Die größten Abweichungen betragen :

$$\frac{R_{\max}}{R_{\text{mittel}}} = \frac{0,13}{6,23} = 2,1 \%$$

$$\frac{R_{\min}}{R_{\text{mittel}}} = -\frac{0,23}{6,23} = -3,7 \%$$

Es ist keine Abhängigkeit des Widerstandes von der Walzrichtung festzustellen, die Abweichungen ergeben sich lediglich durch zufällige Inhomogenitäten des Materials. Diese Inhomogenitäten haben Unsymmetrien der Feldbilder zur Folge (z.B. Bild A8).



### 6.1 Stromüberhöhung

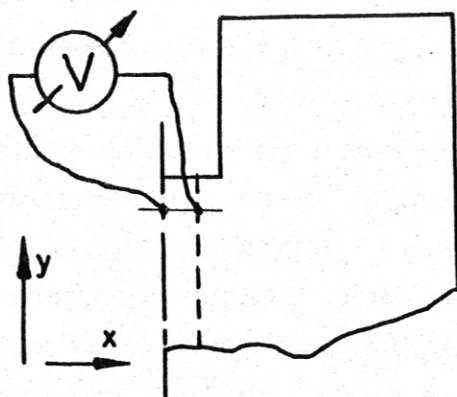


Bild 30

Der gemessene Spannungsverlauf längs der y-Richtung ist proportional dem Verlauf der x-Komponente des Stromes längs y. Da an einem schmalen Streifen in Spulenmitte gemessen wurde, ist in diesem Bereich die Strömung annähernd parallel zur x-Achse (y-Komponente des Stromes klein gegenüber seiner x-Komponente) und die Messung gibt ein genügend genaues Bild vom Stromverlauf.

Bei unterschiedlichen Maximalwerten für die Stromdichte an den beiden Spulenenenden wurde die Überhöhung bestimmt aus dem Mittelwert der beiden Maximalwerte bezogen auf den Minimalwert in Spulenmitte.

Von 35 Modellen betragen die Abweichungen  $\Delta$  der Maximalwerte vom Mittelwert in % :

$\Delta < 1 \%$	bei 10 Modellen
$< 2 \%$	bei 17 Modellen
$< 5 \%$	bei 22 Modellen
$5 \% < \Delta < 10 \%$	bei 11 Modellen
$\Delta > 10 \%$	bei 2 Modellen

## 6.2 Induktivität

Starke Unsymmetrien im Feldbild treten nicht auf, nur bei einigen Modellen kleinere Unsymmetrien im Verlauf der Äquipotentiallinien in den äußeren Bereichen der Platten, wo die Linien weit auseinander liegen. Da der Hauptteil der magnetischen Energie im Luftraum unter dem mittleren Bereich der Platten und dem Bereich des Spulenanschlusses zu suchen ist, haben diese Unsymmetrien auf das Ergebnis keinen großen Einfluß, wie ein Beispiel zeigt :

Bei Modell A2 wurden für die eine Plattenhälfte 87 Maschen, für die andere 89 Maschen gezählt. Die Zahl der Stromröhren betrug 16.

$L/\mu_0 \cdot I = Z/n^2$  wird einmal bestimmt mit den Werten der einen Plattenhälfte, zum anderen mit denen der zweiten Plattenhälfte :

Z	2 x 87	2 x 89
n	16	16
$Z/n^2$	0,680	0,695

Ein Mittelwert für  $Z/n^2$  wird gebildet durch die Auswertung des Bildes beider Plattenhälften :

$$Z_{\text{mittel}} = 87 + 89 = 176$$

$$(Z/n^2)_{\text{mittel}} = 0,686$$

Die Abweichungen von diesem Mittelwert betragen :

$$\frac{(\Delta Z/n^2)}{(Z/n^2)_{\text{mittel}}} = 0,875 \% \quad \text{bzw.} \quad 1,17 \%$$



7. Bildanhang

Im Anhang sind die Feldbilder sämtlicher untersuchter Modelle zusammengestellt.

Die Modelle für linienförmige und flächenhafte Einspeisung aller Speisepunkte sind nach folgendem Schema bezeichnet :

Großer Spulendurchmesser

1

breite Platte  
kurze Spule

2

schmale Platte  
kurze Spule

3

breite Platte  
lange Spule

4

schmale Platte  
lange Spule

Kleiner Spulendurchmesser

5

breite Platte  
kurze Spule

6

schmale Platte  
kurze Spule

7

breite Platte  
lange Spule

8

schmale Platte  
lange Spule

Linienförmige Speisung                    A  
Flächenhafte Speisung                    B

Modelle C :                    2/7-Speisung an der Plattenlängsseite

Modelle D :                    2/7-Speisung an der Schmalseite der Platten

Modelle E :                    5-Lappen- Modelle

Modelle L :                    14-Lappen-Modelle

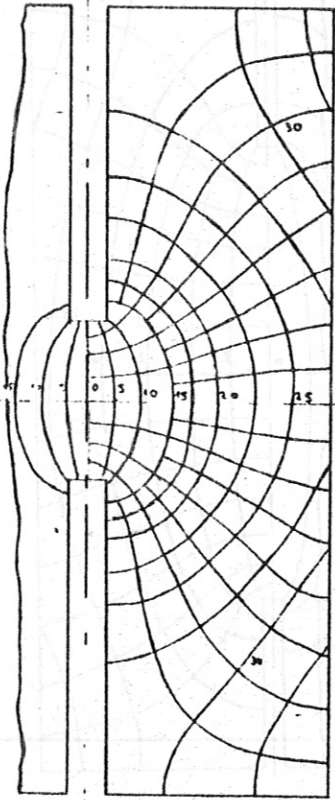
Bei den Modellen B sind die Feldbilder von 2 Modellen, die nur über 45 Punkte eingespeist werden, gezeichnet: B 1 b, B 4 b.

Die den aufgenommenen Äquipotentiallinien beigeschriebenen Zahlen bedeuten den Ausschlag des Millivoltmeters in Skalenteilen.

Die Bilder sind folgendermassen beschriftet:

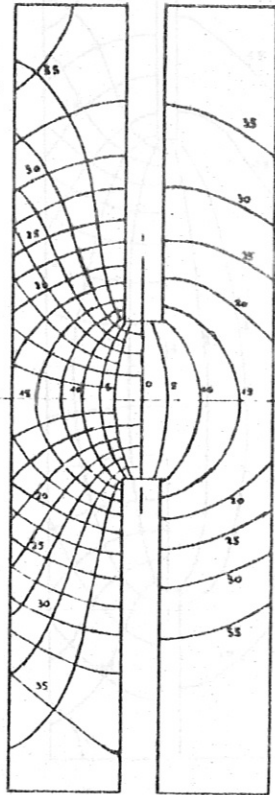
Links steht die Bezeichnung des Modells nach obigem Schema.

Von den beiden rechten Zahlen bedeutet die obere die Grösse des Gesamtspeisestroms in Ampère, die untere gibt an, wieviel Skalenteile des mV-Meters einem mV entsprechen.



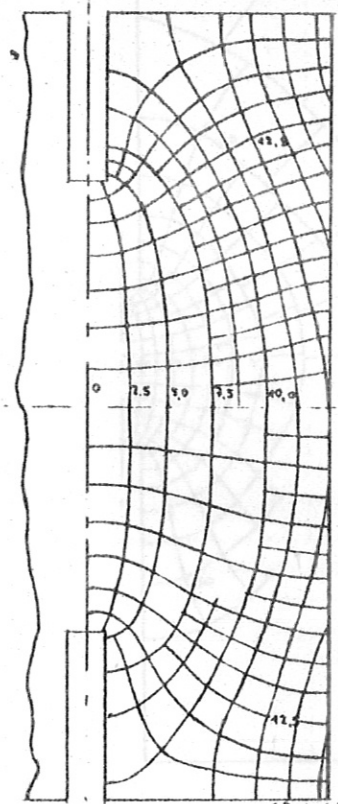
A 1

0,71  
15



A 2

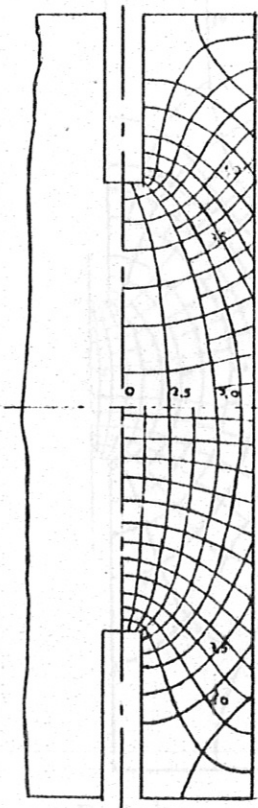
0,71  
15



A 3

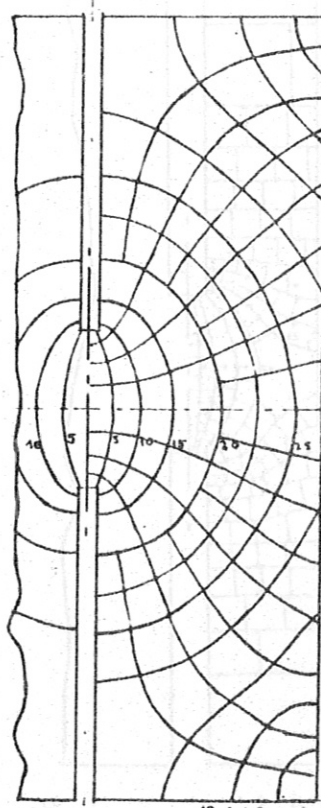
0,71  
15

18.4.62



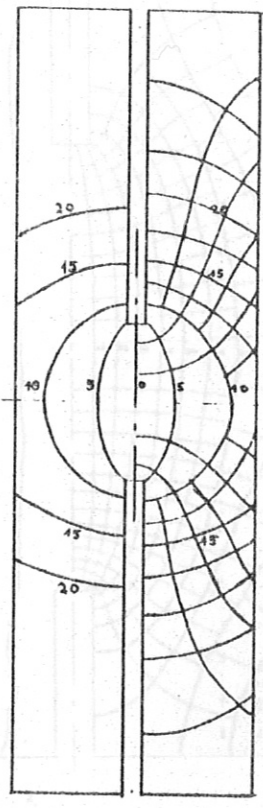
A 4

0,71  
15



A 5

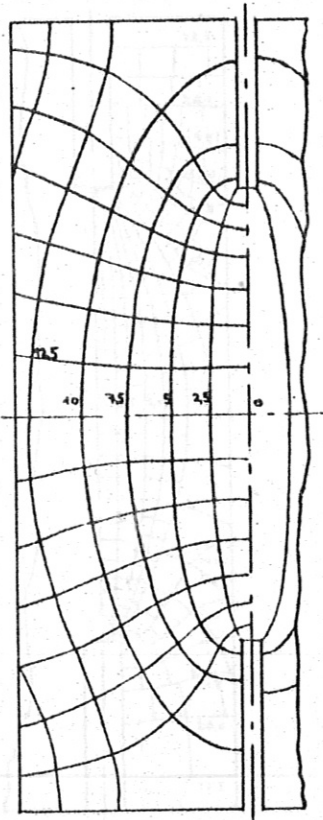
0,71  
15



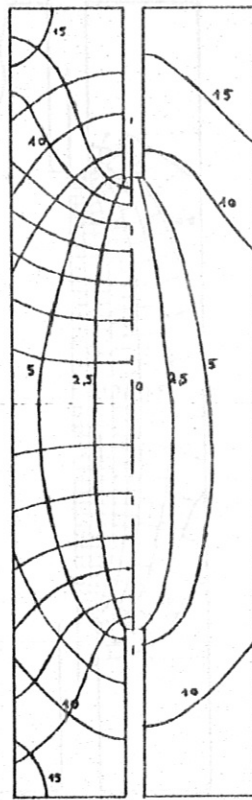
A 6

0,705  
15

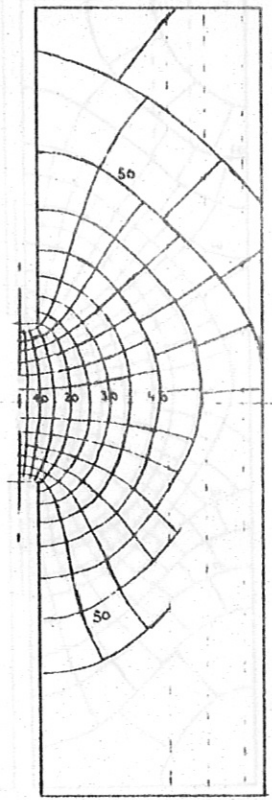




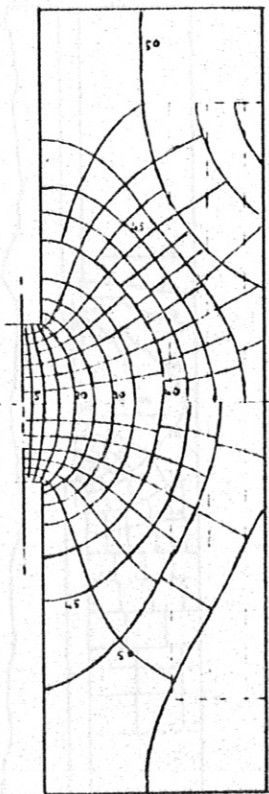
A 7                      0,705  
                                    15



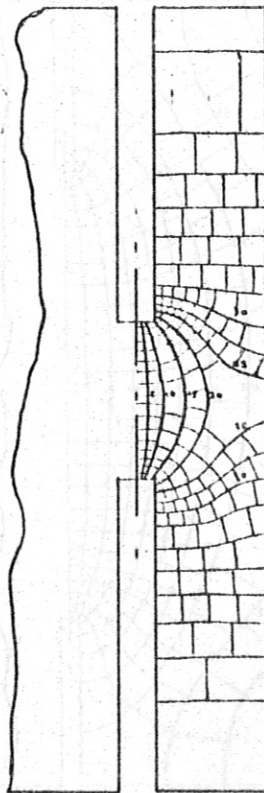
A 8                      0,705  
                                    15



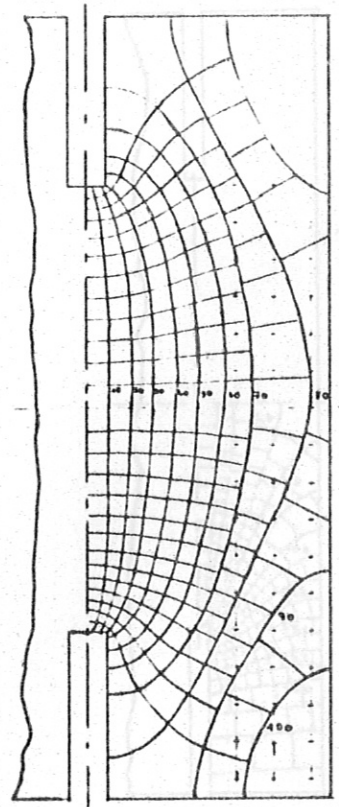
B 1                      1,46  
                                    15



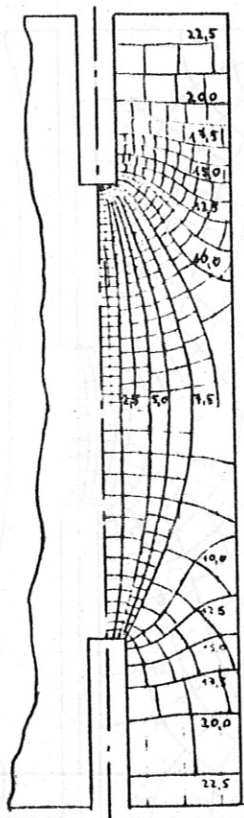
B 1 b                    1,46  
                                    15



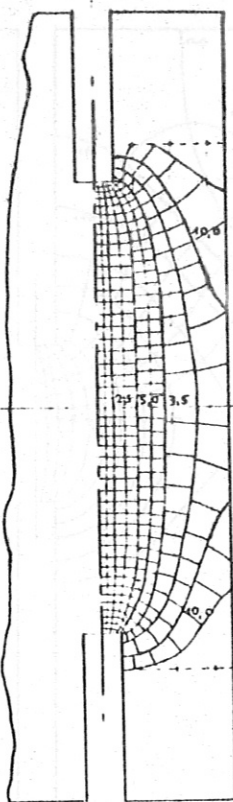
B 2                      1,45  
                                    15



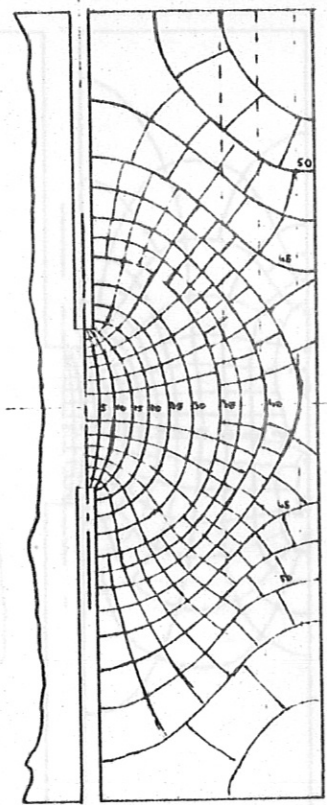
B 3                      1,6  
                                    50



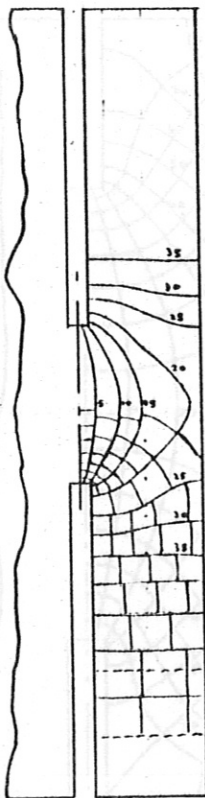
B 4 1,46  
15



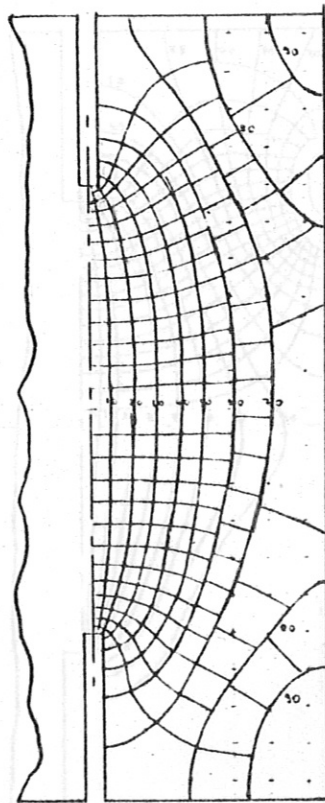
B 4 b 1,45  
15



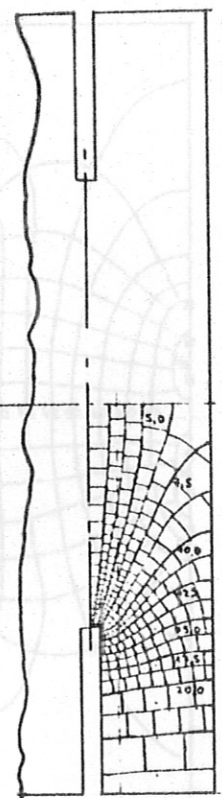
B 5 1,47  
15



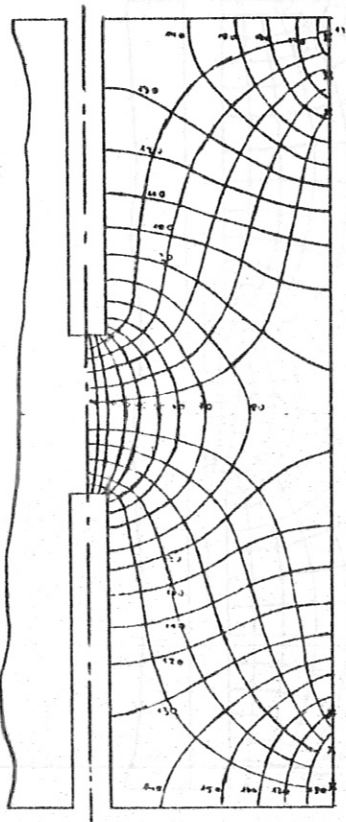
B 6 1,47  
15



B 7 1,5  
50

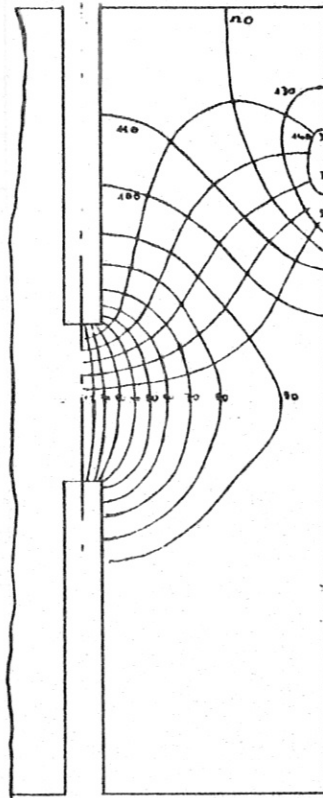


B 8 1,45  
15



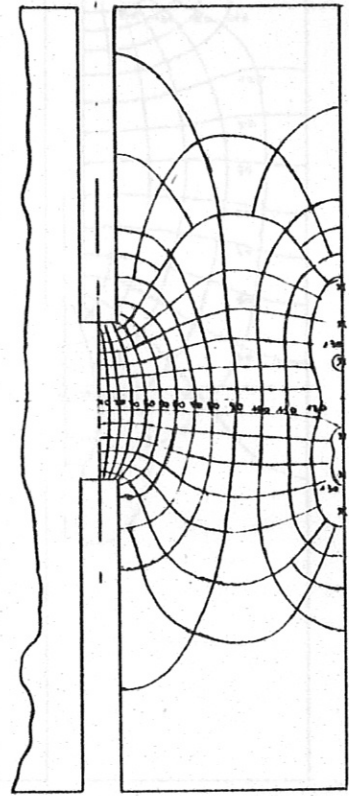
C 1

0,2  
200



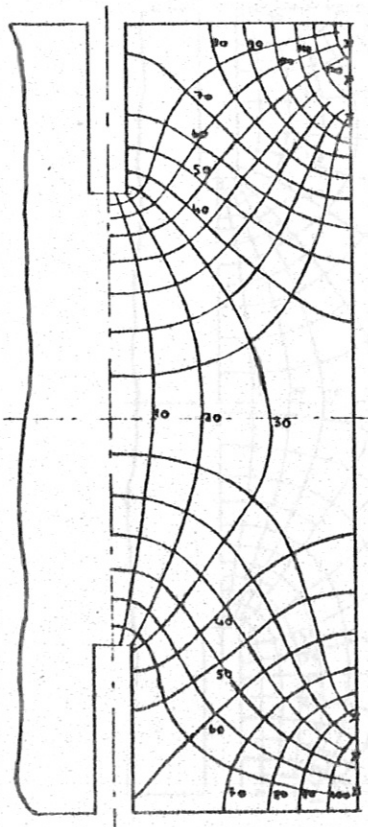
C 2

0,2  
200



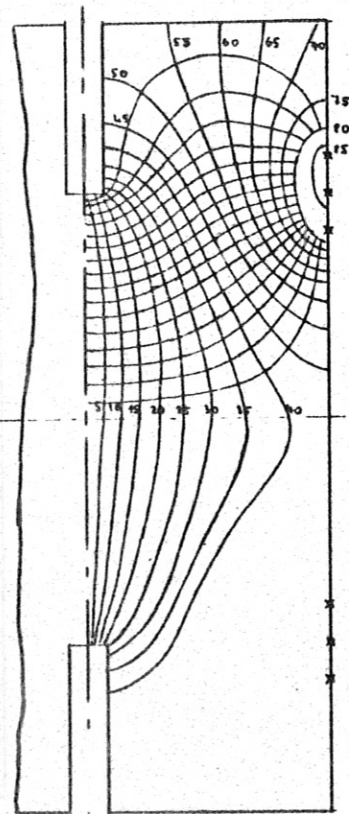
C 3

0,2  
200



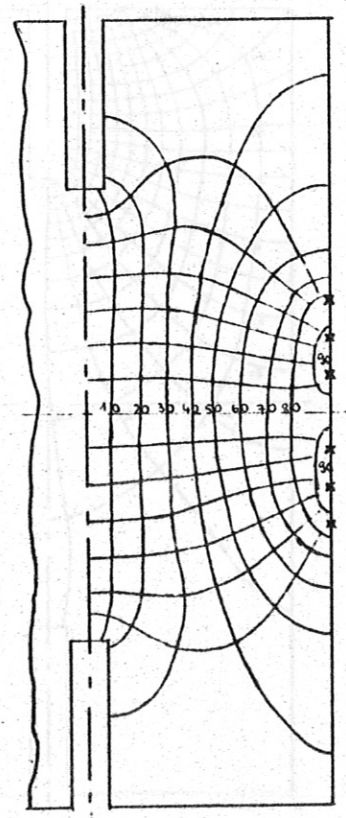
C 4

0,2  
200



C 5

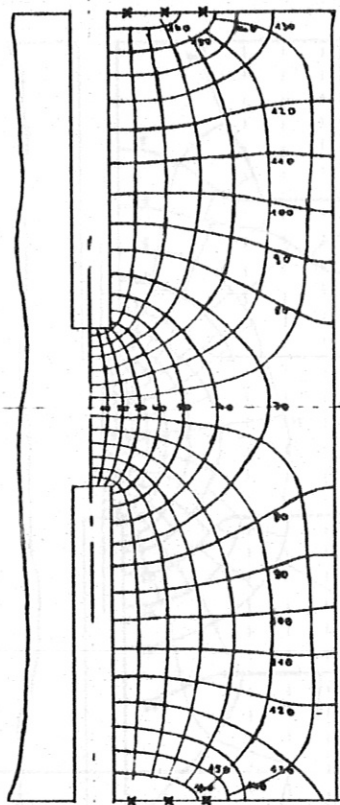
0,2  
200



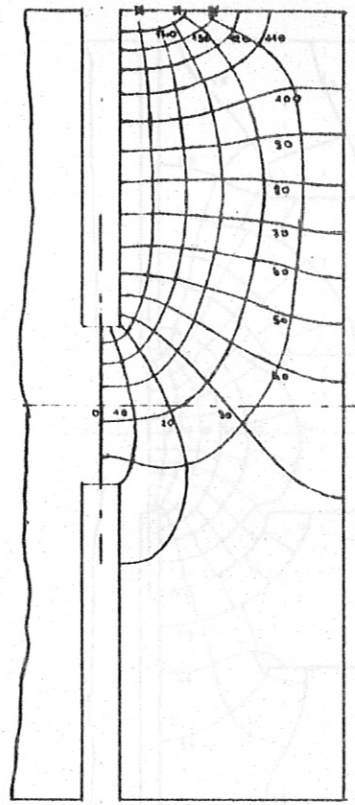
C 6

0,2  
200

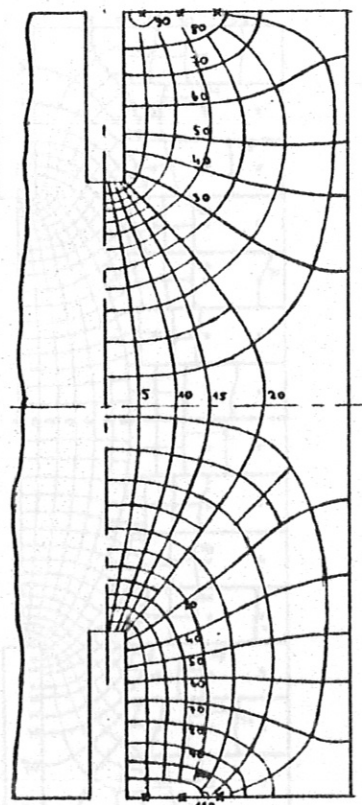




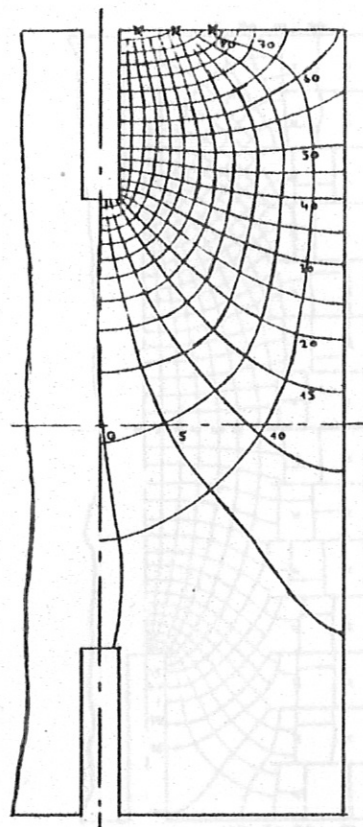
D 1                      0,2  
                                 200



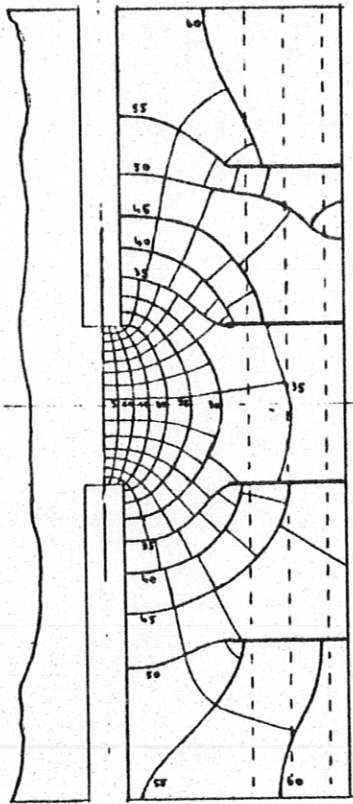
D 2                      0,1  
                                 200



D 3                      0,2  
                                 200

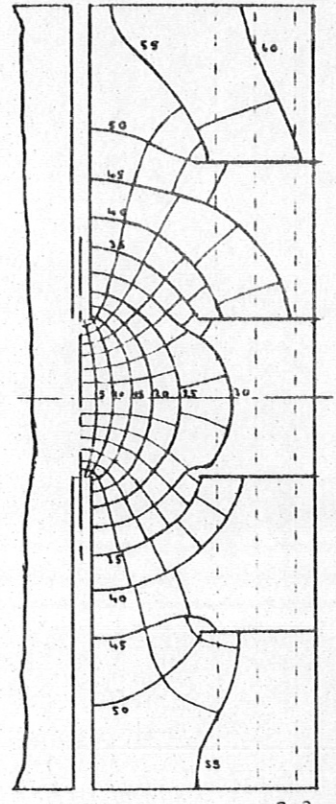


D 4                      0,1  
                                 200



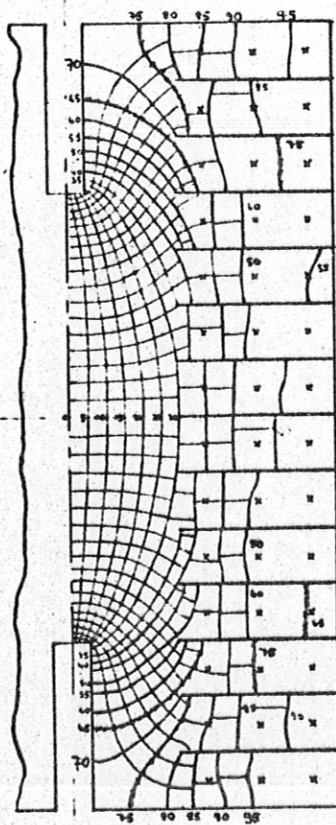
E 1

1,45  
15



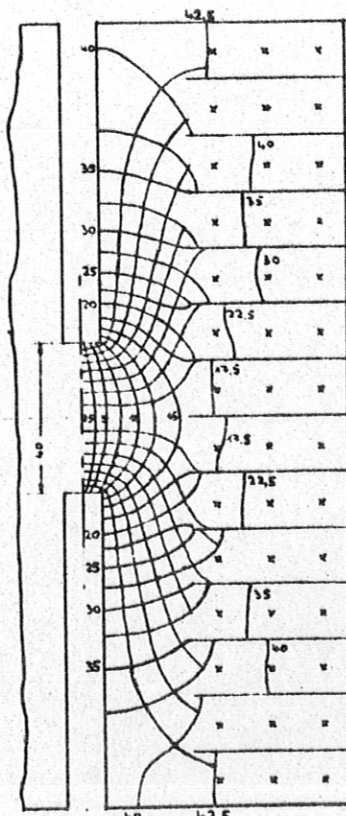
E 2

1,47  
15



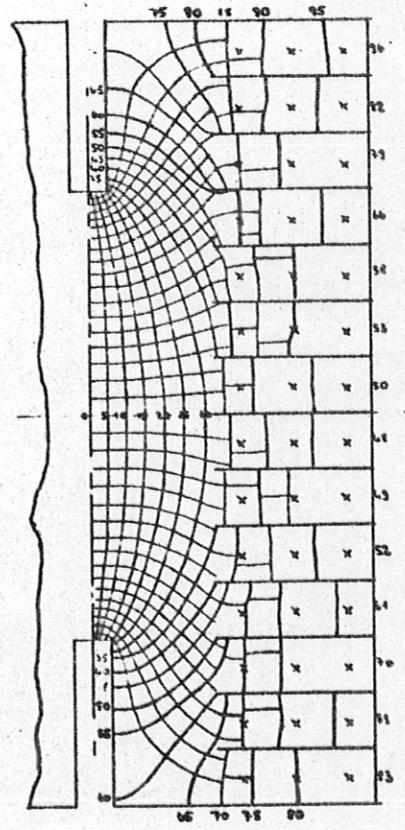
L 1

1,0  
50



L 2

1,0  
50



L 3

1,0  
50