

Berechnungsgrundlagen
für Crowbar- und
Power-Crowbar-Entladungen

B. Oswald

IPP/4/1

Juni 1962

I N S T I T U T F Ü R P L A S M A P H Y S I K

G A R C H I N G B E I M Ü N C H E N

INSTITUT FÜR PLASMAPHYSIK

GARCHING BEI MÜNCHEN

Berechnungsgrundlagen
für Crowbar- und
Power-Crowbar-Entladungen

B. Oswald

IPP/4/1

Juni 1962

Dieser Bericht ist der Nachdruck des Techn. Berichts MPI Nr.7 mit Nachtrag. Die beiden Arbeiten wurden am 1.2.61 bzw. 21.7.61 abgeschlossen.

Die nachstehende Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.

I N H A L T

Seite

Vorbemerkung	1
1. CROWBAR - Schaltungen	2
a) Berechnung der allgemeinen Schaltung	2
aa) 1. Stufe: Strom- und Spannungsverlauf	2
ab) 2. Stufe: Stromverlauf	4
ac) 2. Stufe: Spannungsverlauf	7
b) CROWBAR-Entladungskurven bei Vernachlässigung des Verbraucherwiderstandes	7
c) Zusammenfassung	9
2. POWER-CROWBAR-Schaltungen	11
a) Langsame Hauptentladung mit steiler Anstiegs= front	12
aa) Strom- und Spannungsverlauf	13
ab) i_{\max} -Vergleich einer normalen Entladungs= batterie und einer POWER-CROWBAR-Anlage	15
ac) Ladespannung und Spannungsextremwert	16
ad) Verhältnis der Ladespannungen der Vorentladungs= batterie und der CROWBAR-Batterie	17
b) Langsame Hauptentladung mit schneller Vor= entladung	18
3. CROWBAR- und POWER-CROWBAR-Schaltungen in sehr schnellen Entladungskreisen	20
<u>Anhang</u>	
Verwendete Symbole	22
Kurvenblätter	22

Vorbemerkung:

CROWBAR und POWER-CROWBAR-Schaltungen sind im Grunde Kondensator-Entladungskreise, deren Entladungscharakteristik aus 2 zeitlich aufeinander folgenden Bereichen zusammengesetzt ist. Während einem normalen Kondensatorentladungsvorgang wird durch das Zuschalten eines Parallelkreises die Frequenzcharakteristik der Gesamtentladung sprunghaft geändert und zwar so, daß die Ausschwing-Frequenz des ersten Bereiches größer ist als die des folgenden $f_1 > f_2$;

Von den Anwendungsmöglichkeiten her lassen sich die Aufgaben dieser Schaltungen veranschaulichen. Es gelingt mit einer CROWBAR-Schaltung beispielsweise das Durchschwingen einer Kondensatorentladung zu vermeiden, ohne für Stromanstieg und -maximum eine entscheidende Dämpfung hinnehmen zu müssen. Weiterhin lassen sich durch CROWBAR-oder POWER-CROWBAR-Entladungen rasch aufgebaute Magnetfelder längere Zeit aufrechterhalten. Andererseits läßt sich mit POWER-CROWBAR-Schaltungen die Aufgabe lösen, einer von Natur her langsamen Entladung eine steile Stoßfront (Stromanstieg) voranzusetzen.

Die Verwendungsmöglichkeiten werden an Beispielen verdeutlicht werden.

Für die Durchführung der Rechnung ist noch grundsätzlich zu bemerken, daß beide Bereiche der gesamten Entladungscharakteristik jeweils getrennt behandelt werden müssen, wobei der erste Bereich die Anfangsbedingungen für den zweiten vorgibt. Erster und zweiter Bereich werden durch die Verschiedenheit der Zeitvariablen t' und t markiert.

1. CROWBAR - Schaltungen

a) Berechnung der allgemeinen Schaltung.

Für die normale zweistufige CROWBAR-Entladung gilt folgendes Schaltbild:

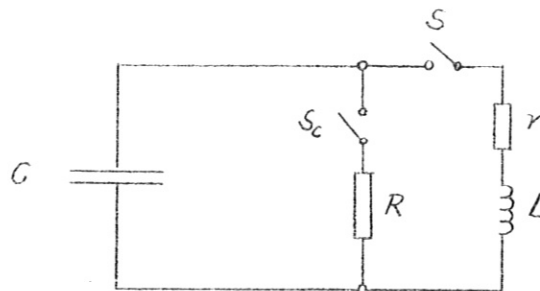


Abb. 1

Der Verbraucher besteht im wesentlichen aus einer Induktivität L und einem Verlustwiderstand r , der nach Möglichkeit klein gehalten wird. Der CROWBAR-Zweig enthält für den allgemeinen Fall den Widerstand R , der abhängig von der gewünschten Kurvencharakteristik dimensioniert wird. Für den eigentlichen CROWBAR-Betrieb: "möglichst gute Strom-Konstanthaltung" wird der CROWBAR-Zweig als satter Kurzschluß ausgeführt, sodaß nur noch mit den unvermeidbaren Verlustwiderständen der Schaltelemente und Leitungen gerechnet werden muß.

Die CROWBAR-Entladung erfolgt in 2 Stufen.

aa) 1.Stufe: Strom- und Spannungsverlauf.

Schalter S wird geschlossen und entlädt den zuvor auf U_0 aufgeladenen Kondensator C über den Verbraucher L und r in Form einer gedämpften Sinusschwingung. Für die 1.Stufe gilt also das Ersatz-

schaltbild

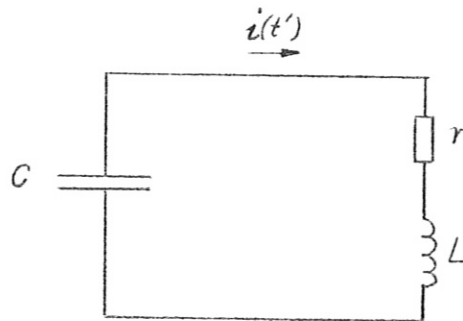


Abb. 2

Mit der Zeitvariablen t' (Zuschaltung von S zur Zeit $t' = 0$)
und den Anfangsbedingungen

$$(1) \quad i_{(t'=0)} = 0$$

und

$$(2) \quad \frac{1}{C} \int_{(t'=0)} i dt' = U_0$$

ist der Verlauf von Strom und Spannung bekanntermaßen:

$$(3) \quad i(t') = \frac{U_0}{\omega L} \sin \omega t' \cdot e^{-\delta t'}$$

$$(4) \quad u(t') = U_0 \sin(\omega t' + \varphi) \cdot e^{-\delta t'} \quad \text{welche?}$$

$$\text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{r}{2L}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega}{\delta}$$

$$\delta = \frac{r}{2L}$$

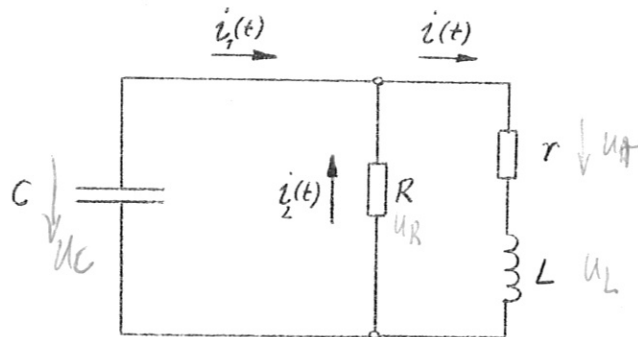
ab) 2. Stufe: Stromverlauf,

Zum Zeitpunkt des ersten Spannungsnulldurchgangs der ersten Entladungsstufe wird der Schalter S_c geschlossen. Der Zuschaltzeitpunkt von S_c ist $t'_1 = \frac{1}{\omega} (\pi - \arctan \frac{\omega}{J})$

Für die 2. Stufe gilt das Ersatzschaltbild:

$$U_c = U_V + U_L$$

$$U_c = -U_R$$



$$U_c = -\frac{1}{C} \int i_1 dt$$

Abb. 3

Mit der neuen Zeitvariablen t (Zuschaltung von S_c zur Zeit $t = 0$) und den Anfangsbedingungen

(5) $i_1(t=0) = J_0$

(6) $\int i_1 dt \neq 0$ (at $t=0$) falsch

(7) $i_2(t=0) = J_{20} = 0$

gelten für diese Schaltung die Gleichungen:

(8) $\frac{1}{C} \int i_1 dt + L \frac{di}{dt} + r \cdot i = 0$

(9) $\frac{1}{C} \int i_1 dt - R \cdot i_2 = 0$

$$(10) \quad i_1(t) + i_2(t) = i(t)$$

Durch Substitution mit (10) und Differentiation von (8) und (9) erhält man die Ausgangsgleichungen:

$$(8a) \quad \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i - \frac{1}{LC} i_2 = 0 \quad \downarrow$$

$$(9a) \quad \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{RC} i_2 - \frac{1}{RC} i = 0$$

Zur Lösung dieses Gleichungssystems wird die Laplace-Transformation angewendet:

Variable $i = i(P)$ und $i_2 = i_2(P)$

$$J_0' = J_0 R$$

$$L(8a) \quad i P^2 - J_0 P - J_0' + \frac{r}{L} i P - \frac{r}{L} J_0 + \frac{1}{LC} i - \frac{1}{LC} i_2 = 0$$

$$L(9a) \quad i_2 P - J_{20} + \frac{1}{RC} i_2 - \frac{1}{RC} i = 0$$

Nach den Anfangsbedingungen (5) und (6) ist
Zusammen mit $J_{20} = 0$ ergibt sich somit:

$$J_0' = \frac{r}{L} J_0 \quad \text{falsch}$$

$$L(9a) \quad i_2 = \frac{\frac{1}{RC} i}{P + \frac{1}{RC}}$$

$$\frac{1}{LC} \cdot \frac{\frac{1}{RC} i}{P + \frac{1}{RC}} = \frac{i}{RLC^2(P + \frac{1}{RC})}$$

Unterbereich

und durch Substitution in L(8a)

$$L(11) \quad i(P) = \frac{J_0(P + \frac{1}{RC})}{P^2 + P(\frac{1}{RC} + \frac{r}{L}) + \frac{r}{L} \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC}}$$

$$\frac{22}{\cdot}$$

Zur vereinfachenden Schreibweise wird gesetzt: $\frac{1}{2RC} = \delta_c$; $\frac{r}{2L} = \delta$;

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

Die Rücktransformation ergibt die explizite Lösung für den Verbraucherstrom (im 2. Entladungsbereich)

$$(11) \quad i(t) = \frac{J_0}{\beta - \alpha} \left[(\beta + 2\delta_c) e^{\beta t} - (\alpha + 2\delta_c) e^{\alpha t} \right]$$

mit

$$\alpha = -(\delta + \delta_c) + \sqrt{(\delta - \delta_c)^2 - \omega_0^2}$$

$$\beta = -(\delta + \delta_c) - \sqrt{(\delta - \delta_c)^2 - \omega_0^2}$$

Dabei können in der Schreibweise folgende Vereinfachungen getroffen werden:

mit

$$\alpha = -(\delta + \delta_c) + w$$

$$\beta = -(\delta + \delta_c) - w$$

$$w = \sqrt{(\delta - \delta_c)^2 - \omega_0^2} \quad ; \quad v = \frac{\omega_0}{\delta - \delta_c}$$

$$(11a) \quad i(t) = \frac{J_0}{2} \cdot e^{-(\delta + \delta_c)t} \left\{ \left[1 + \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \right] e^{-wt} - \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \right] e^{wt} \right\}$$

Je nachdem ob der Ausdruck w reell oder imaginär wird, handelt es sich beim zeitlichen Stromverlauf um einen aperiodischen oder periodischen Vorgang. Der aperiodische Grenzfall wird durch das Verschwinden des Wurzelausdrucks gekennzeichnet.

Im Rahmen dieser Untersuchung sind nur die reellen Lösungen der obigen Gleichung von Interesse, d.h.

$$(12) \quad (\delta - \delta_c)^2 \geq \omega_0^2$$

Für den aperiodischen Grenzfall gilt demnach

$$(13) \quad |\delta - \delta_c| = \omega_0$$

Für den aperiodischen Grenzfall verläuft der Verbraucherstrom gemäß der Gleichung:

$$(14) \quad i(t) = J_0 \cdot e^{-(\delta + \delta_c)t} \left[1 + (\delta_c - \delta)t \right];$$

Dieses Ergebnis geht aus der Grenzwertbildung der Gleichung (11) für $\alpha \rightarrow \beta$ hervor.

ac) 2. Stufe: Spannungsverlauf.

Der Spannungsverlauf am Kondensator bzw. am Verbraucher oder am CROWBAR-Widerstand ergibt sich aus den Gleichungen (8) und (11)

$$(15) \quad u(t) = \frac{J_0}{2\omega C} \cdot e^{-(\delta+\alpha)t} \left[e^{-\omega t} - e^{\omega t} \right]$$

Die Spannung schwingt in der 2. Entladungsstufe in dem gegenüber der Ladespannung ($+U_0$) negativen Bereich und hat einen Extremwert an der Stelle

$$(16) \quad t_{(u_{min})} = \frac{1}{2\omega} \cdot \ln \frac{\beta}{\alpha}$$

und nähert sich dann asymptotisch dem 0-Wert.

b) CROWBAR-Entladungskurven bei Vernachlässigung des Verbraucherwiderstandes.

Es erscheint zweckmässig, über die Vernachlässigung des Verbraucherwiderstandes ein Schema aufzustellen, das die Charakteristik von CROWBAR-Entladungen anschaulich wiedergibt.

Die Vernachlässigung von r und damit von $J = \frac{r}{2L}$ hat reelle Bedeutung für den Fall des sehr niederohmigen CROWBAR-Zweiges, d.h.

$$\frac{1}{2RC} \gg \frac{r}{2L}$$

Mit dieser Annahme werden die Koeffizienten der Stromgleichung (11)

$$(17) \quad \alpha = -\delta_c + \sqrt{\delta_c^2 - \omega_0^2} ;$$

$$(18) \quad \beta = -\delta_c - \sqrt{\delta_c^2 - \omega_0^2} ;$$

Für den aperiodischen Grenzfall gilt dann:

$$(19) \quad \gamma_c^2 = \omega_0^2$$

Der Widerstand im CROWBAR-Zweig ist hiermit:

$$(20) \quad R_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Das bedeutet: wird der Widerstand im CROWBAR-Zweig gerade so groß wie $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ gewählt, wird nach Erreichen des 1. Strommaximums eine schnellstmögliche Löschung des Stromes bewirkt.

Der Stromverlauf für diesen Fall ist:

$$(21) \quad i(t) = I_0 \left[1 + \frac{t}{2R_0C} \right] e^{-\frac{t}{2R_0C}}$$

wird nun für R_0 der Ausdruck (20) eingesetzt, dann ist:

$$(22) \quad i(t) = I_0 [1 + \omega_r t] e^{-\omega_r t} \quad \text{mit} \quad \omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

ω_r ist nichts anderes als die Kreisfrequenz der idealisierten Schaltung für die 1. Entladungsstufe. Erste und zweite Stufe der gesamten CROWBAR-Entladung stehen in einer festen Zeitbeziehung zueinander und können normiert über ω_r angegeben werden.

Werden weiterhin die Koeffizienten α und β in der Form

$$(23) \quad \alpha = -\gamma_c \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R'}{R_0}} \right)$$

$$(24) \quad \beta = -\gamma_c \left(1 + \sqrt{1 - \frac{R'}{R_0}} \right)$$

angeschrieben, können alle Entladungsformen mit dem Parameter $\frac{R}{R_0}$ (Verhältnis vom wirklichen CROWBAR-Widerstand zu dem im aperiodischen Grenzfall) zusammen mit dem Stromanstieg während der 1. Entladungsstufe als Kurvenschar dargestellt werden (siehe Kurvenblatt 1).

c) Zusammenfassung.

Zusammenstellung der wichtigsten Bestimmungsgleichungen:

1. Entladungsstufe : (Zeitvariable t')

Stromverlauf:
$$i(t') = \frac{U_0}{\omega L} \cdot \sin \omega t' \cdot e^{-\delta t'}$$

Spannungsverlauf:
$$u(t') = U_0 \cdot \sin(\omega t' + \varphi) \cdot e^{-\delta t'}$$

Strommaximum

zur Zeit:

$$t_{(i_{\max})} = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{1}{\omega} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\delta}$$

Spannungs nulldurchgang

zur Zeit:

$$t_{(u=0)} = \frac{1}{\omega} (\pi - \varphi) = \frac{1}{\omega} \operatorname{arctg} \frac{\omega}{\delta}$$

2. Entladungsstufe : (Zeitvariable $t = t' - \frac{1}{\omega}(\pi - \varphi)$)

Stromverlauf
im Verbraucher:
$$i(t) = \frac{J_0}{2} \cdot e^{-(\delta + \delta_c)t} \left\{ \left[1 + \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \right] e^{-wt} - \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \right] e^{wt} \right\}$$

$$v = \frac{\omega_0}{\delta - \delta_c} \quad i = \frac{1}{\sqrt{LC}(\delta - \delta_c)}$$

Spannungsverlauf:
$$u(t) = \frac{J_0}{2\omega C} \cdot e^{-(\delta + \delta_c)t} \left[e^{-wt} - e^{wt} \right];$$

Stromsteigung zu
Beginn der 2. Stufe:
$$J_0' = - \frac{r}{L} \cdot J_0$$

Spannungsminimum
zur Zeit:
$$t_{(u_{\min})} = \frac{1}{2\omega} \cdot \ln \left(\frac{\delta + \delta_c + \omega}{\delta + \delta_c - \omega} \right)$$

Strom im CROWBAR-Zweig:

$$i_2(t) = \frac{J_0 \delta_c}{\omega} \cdot e^{-(\delta + \delta_c)t} \left(e^{-wt} - e^{wt} \right)$$

i_2 verläuft gleichphasig mit u

Die ursprüngliche Aufgabe der CROWBAR-Schaltungen ist es, durch Kurzschluß eines induktiven Verbrauchers zum Zeitpunkt des magnetischen Energiemaximums den Strom über längere Zeit aufrecht zu erhalten. Die Zuschaltung dieses parallelen Kurzschlußkreises sollte theoretisch zum Zeitpunkt des Strommaximums geschehen. Bei verlustbehafteten Verbrauchern wird der natürliche Schalt Augenblick nämlich bei $u = 0$, aber erst zeitlich nach dem Strommaximum erreicht. Die Stromkurve hat dann bereits ein Gefälle von $\frac{r}{L} \cdot I_0$, durch das die Grenze der möglichen Stromkonstanz bereits vorgegeben ist.

Den zweiten nachteiligen Einfluß auf den Stromverlauf übt der endliche Wert der CROWBAR-Induktivität aus. Der Strom im CROWBAR-Zweig kann nur endlich schnell auf den Wert des augenblicklichen Verbraucherstromes ansteigen. Im allgemeinen wird sich dann ein Einschwingvorgang ergeben, der abhängig ist von der Größe des Induktivitätsverhältnisses von Verbraucher zu CROWBAR-Zweig.

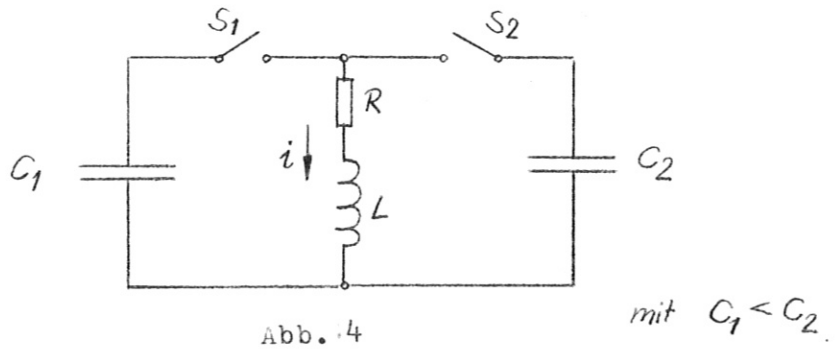
Durch Einsetzen von Widerständen im CROWBAR-Zweig läßt sich für einen weiteren Anwendungsbereich der CROWBAR-Schaltungen die Aufgabe lösen, eine Kondensatorentladung nach ungedämpftem Stromanstieg beliebig stark abzdämpfen und zwar im Grenzfall so, daß gerade ein weiteres Durchschwingen des Stromes verhindert wird.

2. POWER - CROWBAR - Schaltungen.

Mit POWER-CROWBAR-Schaltungen bezeichnet man im Grunde Kondensator-Entladungskreise, in denen 2 kapazitive Energiequellen zeitlich nacheinander auf denselben Verbraucher entladen werden. Die Kapazität der ersten Batterie ist dabei

kleiner als die der zweiten und die Entladungsfrequenzen verhalten sich wie $\frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$, wenn Streuinduktivitäten und Verlustwiderstände vernachlässigt werden.

Idealisiertes Schaltbild



Abhängig vom Zeitpunkt der Zuschaltung von S_1 nach S_2 lassen sich mit dieser Anordnung folgende Entladungsformen über den Verbraucher (R,L) erreichen.

Dabei soll nur vorausgesetzt werden, daß im Augenblick des Zuschaltens von S_2 der Wert der Entladungsspannung am Verbraucher (vom Entladungsverlauf C_1 bestimmt) gleich ist der Ladespannung von C_2 .

$$(27) \quad u(t'_1) = U_0$$

a) Langsame Hauptentladung mit steiler Anstiegsfront

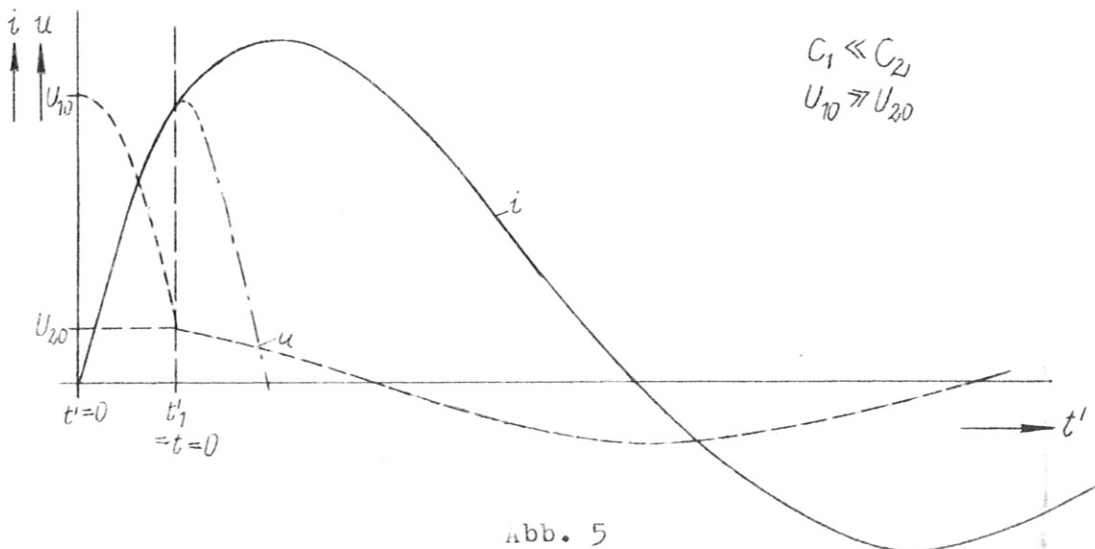


Abb. 5

Nach einem schnellen Stromanstieg mit $\omega_1 \approx \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$ erfolgt ein langsames Ausschwingen mit der Frequenz $\omega_2 \approx \frac{1}{\sqrt{LC_2}}$, wobei im Augenblick des Zuschaltens von S_2 : $\frac{di}{dt} \approx 0$ sein kann. Diese Entladungscharakteristik ist besonders für stark gedämpfte Kreise, in denen ein großes i_{\max} erreicht werden soll, geeignet.

aa) Strom- und Spannungsverlauf:

Bis zum Zeitpunkt t'_1 des Zuschaltens von S_2 verläuft der Strom in Form einer gedämpften Sinusschwingung.

$$(28) \quad i_{(0 \rightarrow t'_1)} = \frac{U_{10}}{\omega_1 L} \cdot e^{-\delta t'} \cdot \sin \omega_1 t'$$

$$\text{mit } \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC_1} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

$$\text{und } \delta = \frac{R}{2L}$$

Verlauf der Spannung:

$$(29) \quad u_{(0 \rightarrow t'_1)} = U_{10} \frac{\omega_{1r}}{\omega_1} \cdot e^{-\delta t'} \cdot \sin(\omega_1 t' + \varphi)$$

$$\text{mit } \omega_{1r} = \frac{1}{\sqrt{LC_1}}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega_1}{\delta}$$

Nach dem Zuschalten von S_2 sei die Kapazität C_1 der Vorentladungsbatterie vernachlässigbar gegen C_2 (gegebenfalls kann auch mit einer Parallelschaltung $C_1 + C_2$ gerechnet werden) dann ergibt sich mit der Zeittransformation $t' - t'_1 = t$ aus der Differentialgleichung.

$$(30) \quad \frac{1}{C} \int i dt - L \frac{di}{dt} - R \cdot i = 0$$

mit den beliebigen Anfangsbedingungen i_0 und i'_0 ($\frac{di}{dt}(t=0)$)
(für $t = 0$) der Stromverlauf:

$$(31) \quad i_{(t \geq 0)} = \frac{i_0}{\sin \psi} [\sin(\omega t + \psi)] \cdot e^{-\delta t}$$

$$\begin{aligned} \text{mit } \psi &= \arctg \frac{\omega l_0}{\delta l_0 - l'_0} \\ &= \arctg \frac{\omega}{\delta} \left(\frac{1}{1 - \frac{l'_0}{l_0}} \right) \end{aligned}$$

und der Spannungsverlauf:

$$(32) \quad u_{(t \geq 0)} = \frac{U_{20}}{\sin(\varphi + \psi)} [\sin(\omega t + \varphi + \psi)] e^{-\delta t}$$

$$\begin{aligned} \text{und} \\ \text{mit } \varphi &= \arctg \frac{\omega}{\delta} \end{aligned}$$

Lage des 1. Strommaximums:

$$(33) \quad t_{(i_{\max})} = \frac{1}{\omega} (\varphi - \psi)$$

Höhe des 1. Strommaximums:

$$(34) \quad i_{\max} = i_0 \frac{\sin \varphi}{\sin \psi} \cdot e^{-\frac{\delta}{\omega} (\varphi - \psi)}$$

Lage des ersten Spannungsextremwertes (Minimum)

$$(35) \quad t_{(u_{\min})} = \frac{1}{\omega} (\pi - \varphi) \quad ;$$

Höhe des Spannungsminimums:

$$(36) \quad u_{\min} = -U_{20} \frac{\sin \varphi}{\sin(\varphi + \psi)} e^{-\frac{\delta}{\omega}(\pi - \psi)}$$

ab) i_{\max} -Vergleich einer normalen Entladungsbatterie und einer POWER CROWBAR Anlage.

Wenn der Energieinhalt einer normalgeschalteten Batterie gleich sei dem der Vorentladungsbatterie einer POWER CROWBAR Anlage (PC), kann ein Vergleich der erreichbaren Stromextremwerte durchgeführt werden. Dabei sei $\omega_1 \gg \omega_2$ und $\frac{\delta}{\omega_1}$ vernachlässigbar klein.

Dann ist.

$$(37) \quad \frac{i_{\max(PC)}}{i_{\max(normal)}} = \frac{e^{\frac{\delta}{\omega} \varphi}}{\sin \varphi}$$

Der Höchstwert für $i_{\max}(p-c)$ kann mit $t = 0$ und damit $t(i_{\max}) = 0$ erreicht werden. Die Ladespannung der CROWBAR-Batterie ist $(i_{\max}(pc) \cdot R)$ und ihre gespeicherte Energie: $\frac{1}{2} C \cdot (R \cdot i_{\max})^2$

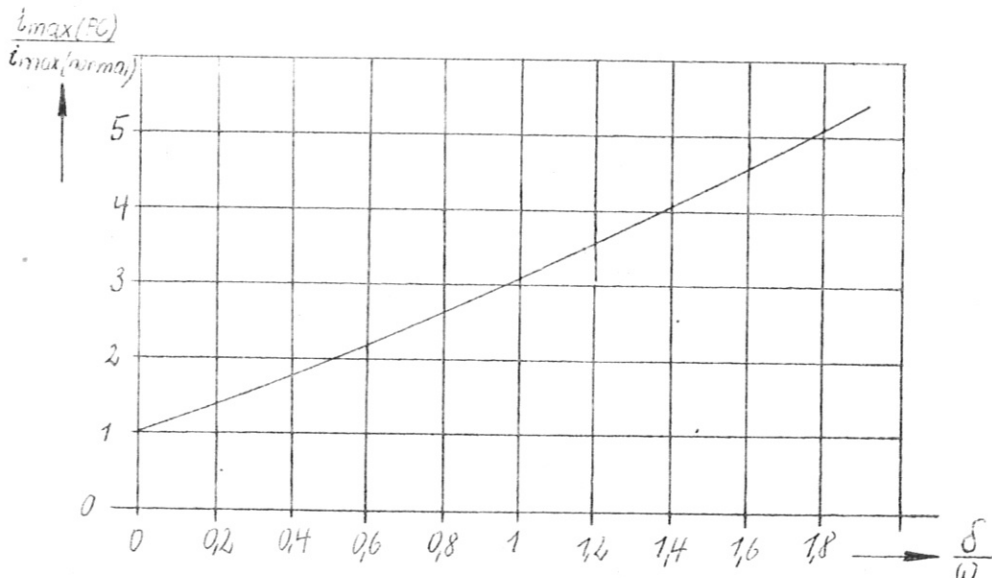


Abb. 6

An Hand dieser Kurve kann im Einzelfall untersucht werden, ob zu Errechnung einer vorgegebenen Entladungscharakteristik eine POWER CRO.BAR-Anlage nötig ist, oder geringeren Aufwand erfordert als ein einfacher Entladungskreis.

ac) Ladespannung und Spannungsextremwert.

Bei einer relativ ungedämpften Entladung kann das 1.Spannungsminimum dem Absolutbetrag nach größer sein als die Ladespannung. Eine CRO.BAR-Batterie ist aber normalerweise nur sinnvoll, wenn der installierte Energieinhalt gleich ist der wirklichen Ladeenergie. Die Grenze ist gegeben durch-

$$(38) \quad |U_{20}| = |u_{min}|$$

und mit (36)

$$(39) \quad U_{20} = - U_{20} \frac{\sin \varphi}{m(\varphi + \psi)} e^{-\frac{\delta}{\omega}(\pi - \psi)}$$

daraus ergibt sich ψ als Funktion von $\frac{\delta}{\omega}$. Bei einem vorgegebenen $\frac{\delta}{\omega}$ kann der Kurve Abb. 10 der Wert ψ entnommen werden, bei dem das Spannung_sminimum absolut gerade so groß sein wird, wie die Ladespannung U_{20} .

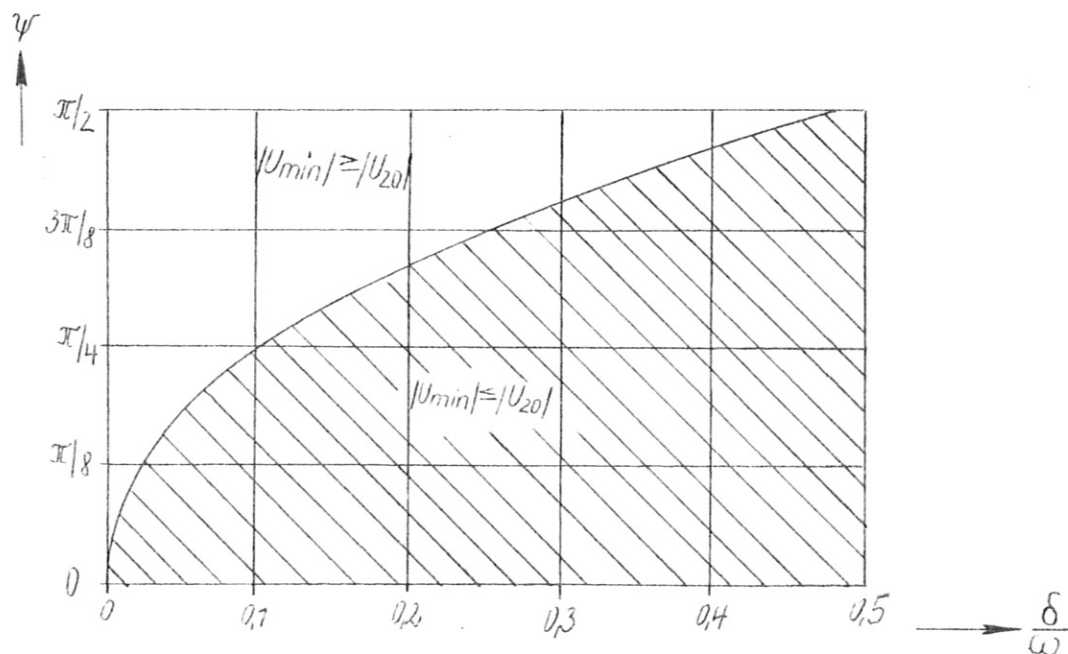


Abb. 7

Zur Veranschaulichung der Zusammenhänge ist im Kurvenblatt 2 (Anhang) das Beispiel einer POWER CROWBAR-Schaltung wiedergegeben mit $|u_{min}| = |U_{20}|$
(2. Teil der Gesamtentladung)

ad) Verhältnis der Ladespannungen der Vorentladungsbatterie (U_{10}) und der CROWBAR-Batterie (U_{20}).

Setzt man voraus, daß der Strom kontinuierlich vom 1. Entladungsbereich in den 2. übergeht (siehe (28)), dann ist die Augenblicksspannung des ersten Teils der Entladung im Schaltzeitpunkt gleich der Ladespannung der CROWBAR-Batterie und das Verhältnis der Ladespannungen:

$$(40) \quad \frac{U_{20}}{U_{10}} = \sin(\omega_1 t_1' + \varphi_1) \cdot e^{-\delta t_1'}$$

und in Näherung:

$$(40a) \quad \frac{U_{20}}{U_{10}} \approx \sin(\omega_1 t_1' + \varphi_1) \quad \text{mit} \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{1}{LC_1}}$$

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega_1}{\delta}$$

Dieser Zusammenhang ist im Kurvenblatt 3 (Anhang) in Form der Abhängigkeit $\frac{U_{20}}{U_{10}} = f\left(\frac{t_1'}{\omega_1}, \varphi_1\right)$ dargestellt.

Zur Erreichung einer über längere Zeit stromkonstanten Entladungscharakteristik kann die CROWBAR-Batterie in Form eines Tiefpaßfilters (Kette) zusammengeschaltet werden.

Zur theoretischen Behandlung einer solchen Anlage sei auf eine Veröffentlichung in der "Zeitschrift für angewandte Physik" 12. Band, 9. Heft 1960 S 393-395 und auf den technischen Bericht Nr. 5 vom 5.1.1961 verwiesen.

b) Langsame Hauptentladung mit schneller Vorentladung.

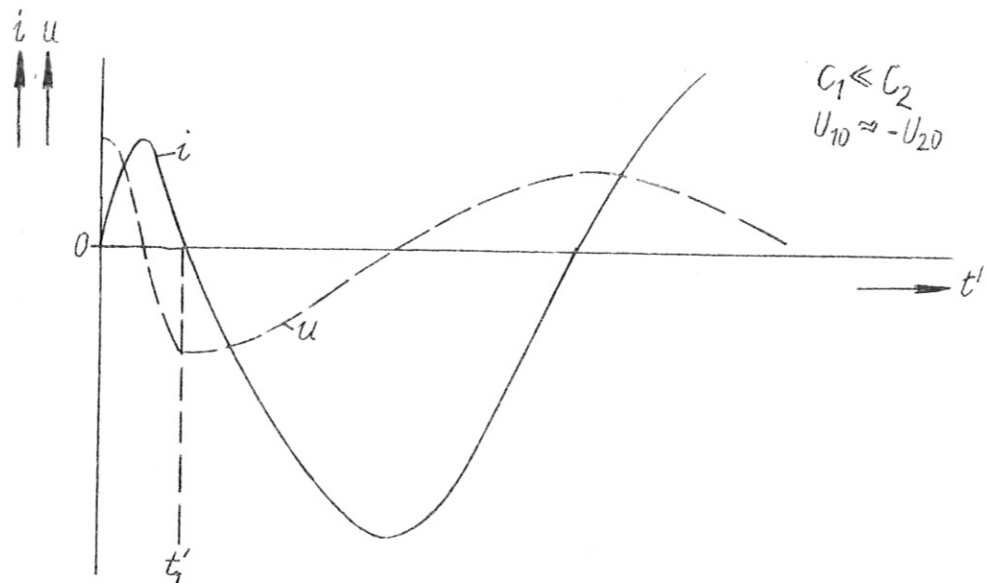


Abb. 8

S_2 wird zum Zeitpunkt des Strom-Nulldurchgangs zu geschaltet. Die oben formulierte Spannungsbedingung besagt gleichzeitig, daß die Steigung der Stromkurve sich nicht un-
stetig ändert.

$$(41) \quad \frac{di}{dt'}(t_1') = \frac{di}{dt}(t=0)$$

Diese Art der Entladung findet Anwendung bei zweistufiger Plasmaheizung: Einer Stoßwellenheizung durch hohe Frequenz folgt eine adiabatische Kompression durch großes i_{\max} (resp. B_{\max}).

Selbstverständlich kann bei beiden Anordnungen der Schaltzeitpunkt von S_2 : t_1' auch eine oder mehrere Perioden später gewählt werden.

$$(42) \quad t_1' = \frac{n}{\omega} \pi + t_{10}' \quad (\text{mit } n = 0, 1, 2, \dots)$$

Während bei den bisher geschilderten Stromkurven der gesamte Energieinhalt der beiden Batterien etwa halb zu halb verteilt ist, sofern man annimmt, daß die Zuschaltung der CROWBAR-Batterie in der Nähe des Strommaximums der Vorentladung stattfindet, besteht bei der unter b) dargestellten Entladungscharakteristik der Hauptteil der Gesamtenergie aus der Ladeenergie der CROWBAR-Batterie. Abgesehen von den ohm'schen Verlusten verhalten sich die Ladeenergien beider Batterien wie die Quadrate der Stromextremwerte.

Im wesentlichen setzt sich die gesamte Stromentladung aus 2 gedämpften Sinusschwingungen zusammen, die - sofern die Vorentladungsenergie gegenüber der CROWBAR-Ladeenergie vernachlässigt wird - unabhängig von einander behandelt werden können.

Strom- und Spannungsverlauf sind nach den Gleichungen (28) und (29) zu ermitteln. Der zweite Teil der Entladung kann als Sonderfall der unter a) behandelten Fälle betrachtet werden und zwar mit $\psi = \pi$

Zur Erreichung eines kontinuierlichen Stromverlaufs sind die Ladespannungen beider Batterien so an einander anzupassen, daß der Wert der Vorentladungsspannung im Augenblick der Zuschaltung der CROWBAR-Batterie gleich ist der Ladespannung der CROWBAR-Batterie.

$$(43) \quad u(t_1') = U_{20}$$

Im Augenblick des 1. Stromnulldurchgangs erreicht die Spannung gerade ihr Minimum. Der Zeitpunkt der Zuschaltung ist,

$$t_1' = \frac{\pi}{\omega_1} \equiv t=0;$$

Die Ladespannungen beider Batterien verhalten sich zueinander wie:

$$(44) \quad \frac{U_{20}}{U_{10}} = - \sin \varphi_1 \cdot e^{-\frac{\sigma}{\omega_1} \pi} = - \sin(\arctg \frac{\omega_1}{\sigma}) \cdot e^{-\frac{\sigma}{\omega_1} \pi}$$

Wenn die CROWBAR-Batterie erst nach $t'_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$ zugeschaltet wird, ist

$$(45) \quad \frac{U_{20}}{U_{10}} = + \sin \varphi_1 \cdot e^{-\frac{\sigma}{\omega_1} 2\pi}$$

$\frac{U_{20}}{U_{10}}$ ist als Funktion von $\frac{\sigma}{\omega_1}$ im Kurvenblatt 3 dargestellt. Im Kurvenblatt 4 (Anhang) ist eine Entladungscharakteristik nach b) für $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 4$ und $\frac{\sigma}{\omega_1} = 91$ dargestellt.

3. CROWBAR und POWER CROWBAR-Schaltungen in sehr schnellen Entladekreisen.

"Sehr Schnell" sei damit charakterisiert, daß die Streuinduktivitäten der Zuleitungen und Schaltelemente sowohl im Kondensatorkreis als auch im CROWBAR-Zweig nicht mehr vernachlässigbar sind. Qualitativ kann hierzu folgendes gesagt werden.

Streuinduktivitäten im CROWBAR-Zweig führen dazu, daß sich der normalen CROWBAR-Charakteristik im 2. Entladungsbereich Schwingungen der Vorentladungsfrequenz überlagern. In POWER CROWBAR-Kreisen ist die Größe der CROWBAR-Induktivitäten maßgebend für den Anstieg des CROWBAR-Stromes (der bei der obigen theoretischen Behandlung als unendlich schnell vorausgesetzt wurde).

Wird im Extremfall die Eigenfrequenz des CROWBAR-Zweiges kleiner als die der Vorentladung, ist die Realisierung einer POWER CROWBAR-Schaltung höchstens für die Kurvenform b) möglich. Bei der Spannungsanpassung ist dann darauf zu achten, daß die CROWBAR-Ladespannung im Verhältnis der inneren zur äußeren Reaktanz größer sein muß als der Augenblickswert der Verbraucherspannung.

Im technischen Bericht Nr.6 ist an Hand eines Modells das Beispiel einer CROWBAR-Schaltung untersucht, bei dem die Streuinduktivitäten und Verlustwiderstände der einzelnen Leitungselemente berücksichtigt sind.

Verwendete Symbole:

<u>Zu1</u>	<u>CROWBAR-Schaltungen:</u>
i bzw $i(t)$	Strom im Kondensatorzweig
i_1	" " Verbraucher (L)
i_2	" " CROWBAR-Zweig
i_{10}	" " Verbraucher zur Zeit $t = 0$
i'_{10}	Stromanstieg im Verbraucher zur Zeit $t = 0$
$i(P)$ bzw $i_1(P)$	Stromfunktion im Unterbereich (der Laplace Transformation).
u bzw $u(t)$	Spannung am Verbraucher, bzw. Kondensator, bzw. CROWBAR-Zweig
U_0	Ladespannung des Kondensators
C	Kondensatorkapazität
L	Verbraucher - Induktivität
R	CROWBAR - Widerstand
r	Eigenwiderstand des Verbrauchers
R_0	CROWBAR Widerstand am aperiodischen Grenzfall
R'	auf den CROWBAR-Zweig transformierter Widerstand bei Berücksichtigung von r
R'_0	transformierter Widerstand im aperiodischen Grenzfall
t'	Zeitvariable ($t' = 0$ wenn S_1 schließt)
t'_j	Zeitpunkt S_2 schließt
t	Zeitvariable ($t = 0$ wenn S_2 schließt)
ω	2π - fache Frequenz der Entladung
ω_r	Kreisfrequenz der Entladung ohne Berücksichtigung von r
p	Variable im Unterbereich der Laplace-Transformation
α, β, ϵ	Konstanten (idealisierte Schaltung)
α', β'	Konstanten (Berücksichtigung von r)
φ	Stromphasenwinkel
T	Zeitkonstante
φ	Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung

Zu 2)

POWER CROWBAR-Schaltungen

i bzw $i(t)$ Strom im Verbraucher
 i_0 " zur Zeit $t = 0$
 i_0' Stromanstieg zur Zeit $t = 0$
 ψ CROWBAR-Phasenwinkel bezogen auf den 2. Entladungsbereich
 a Konstante

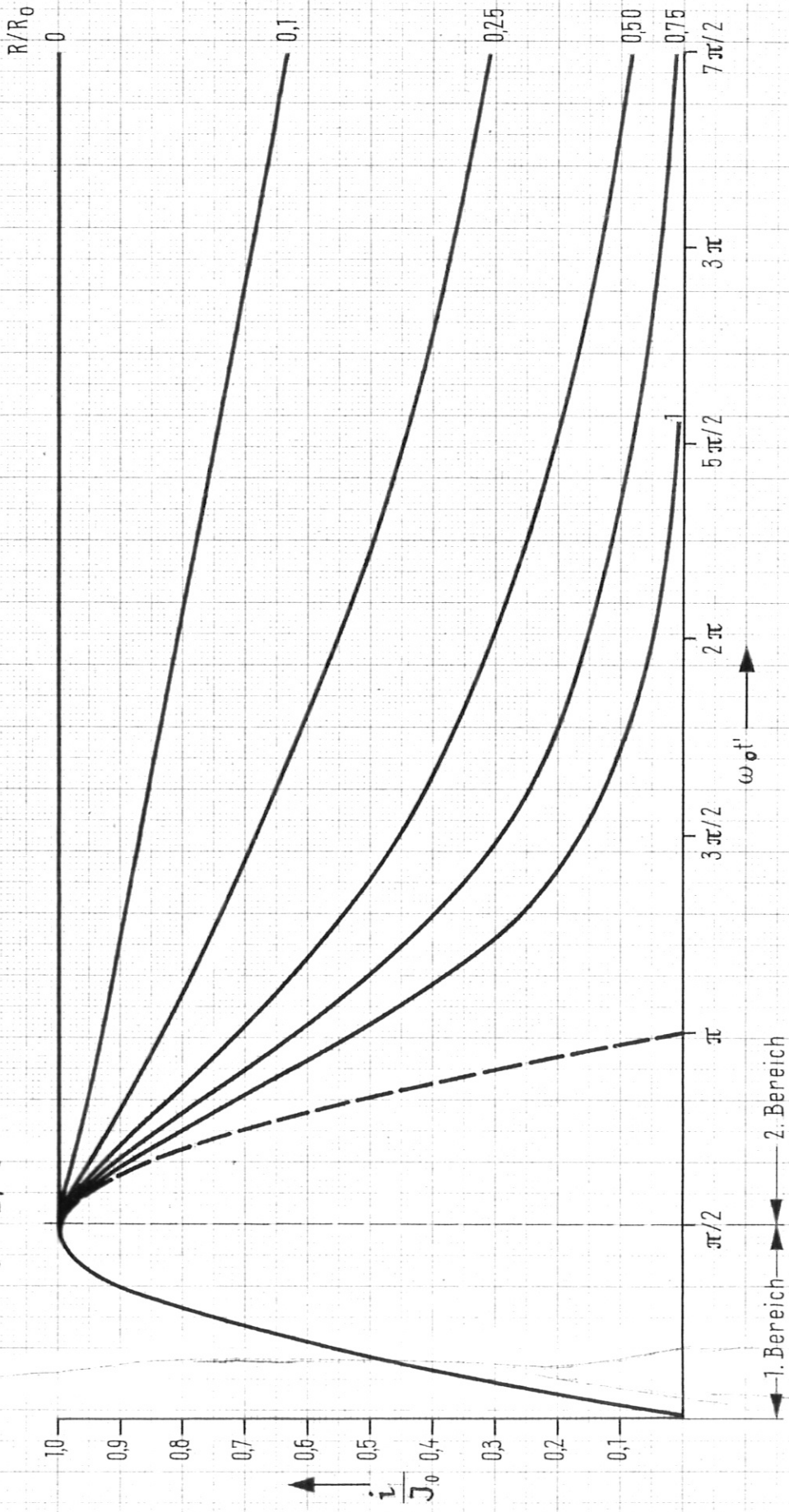
Alle anderen Zeichen wie unter 1)
Index 1 für den Vorentladungskreis
Index 2 für den CROWBAR-Kreis

Kurvenblatt 1

Einheitsfunktion des Stromverlaufs im Verbraucherkreis einer CROWBAR-Schaltung

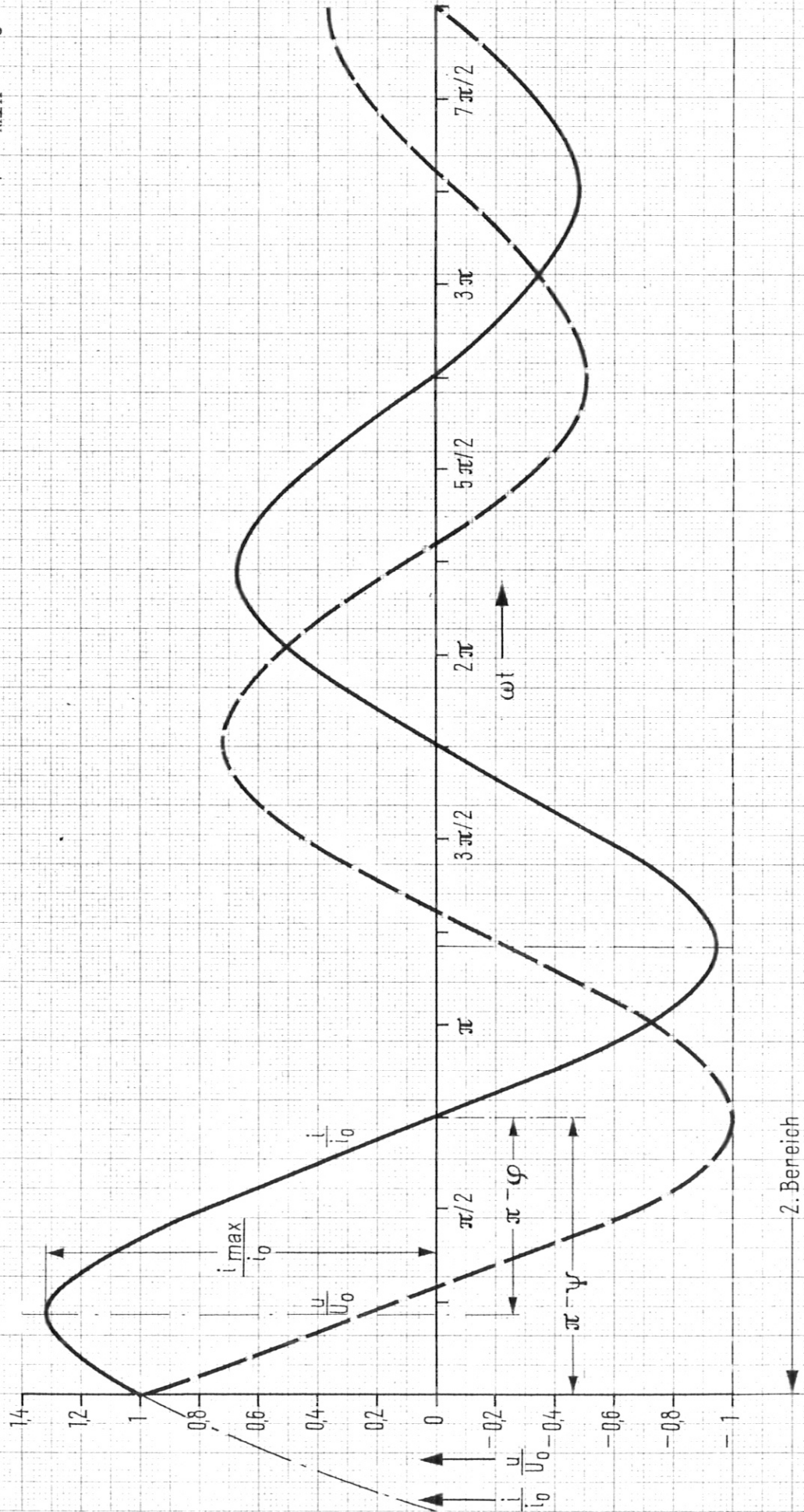
$R =$ Widerstand im CROWBAR-Kreis

$R_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$ Widerstand im CROWBAR-Kreis für den aperiodischen Grenzfall



Kurvenblatt 2

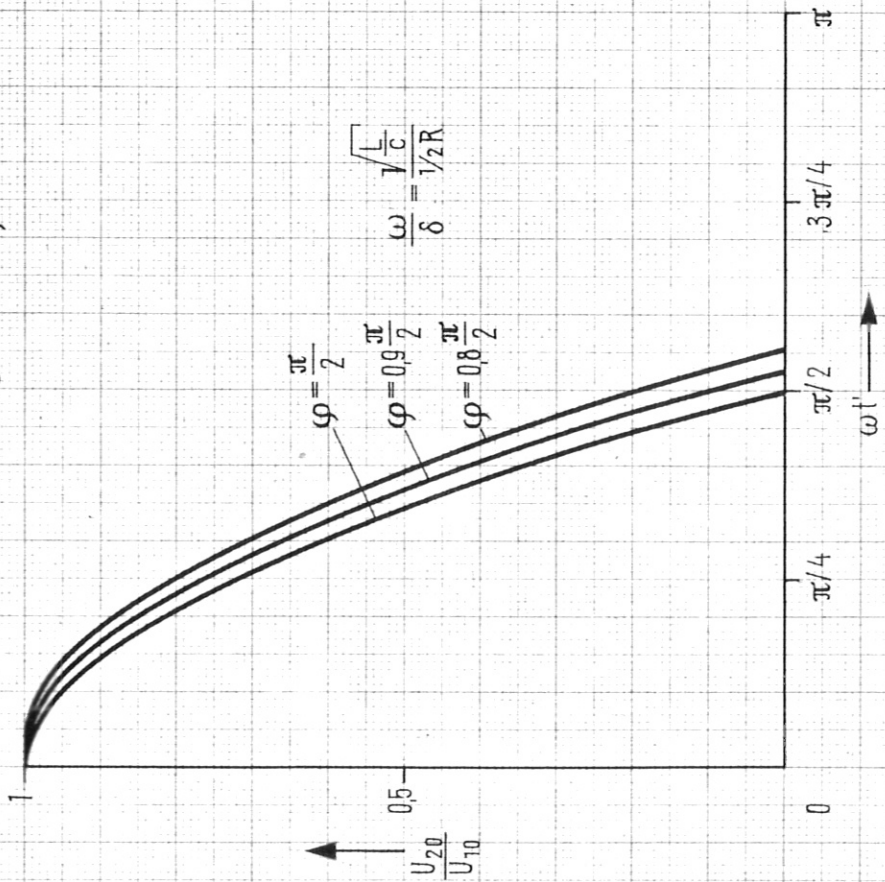
2. Teil einer POWER-CROWBAR Entladung normiert über ωt mit $\psi = \frac{\pi}{4}$; $u_{\min} = -U_0$



Kurvenblatt 3

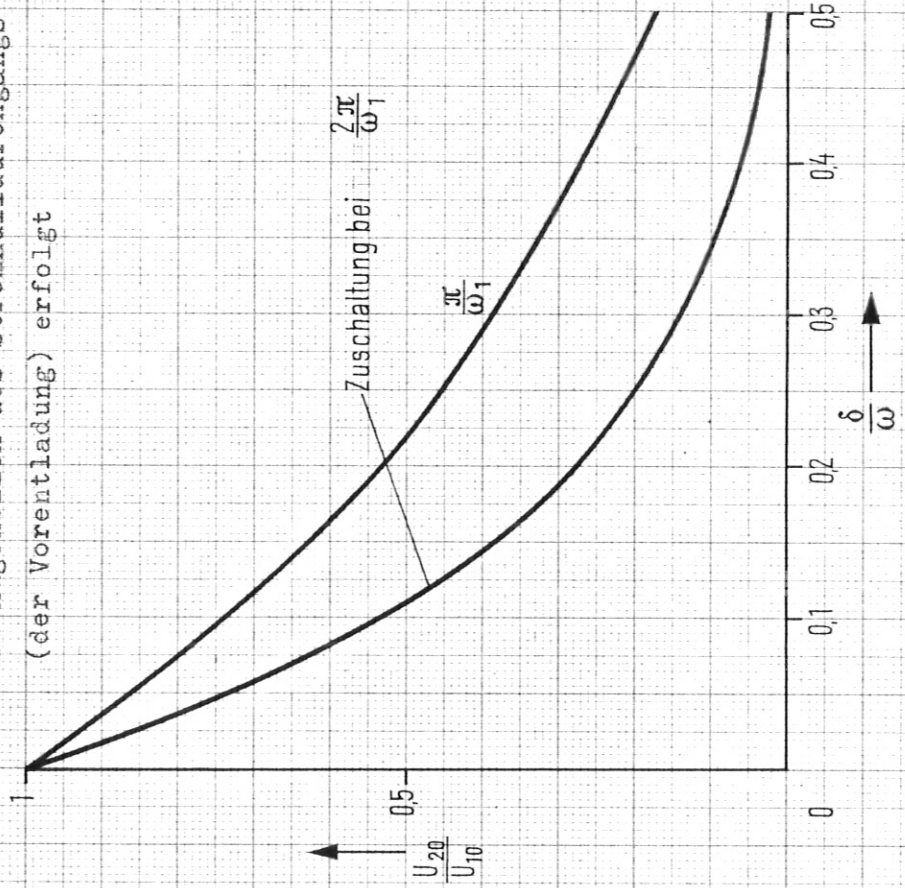
zu a)

Verhältnis der Ladespannungen abhängig vom Zeitpunkt der CROWBAR-Zuschaltung ψ und vom Dämpfungswinkel φ



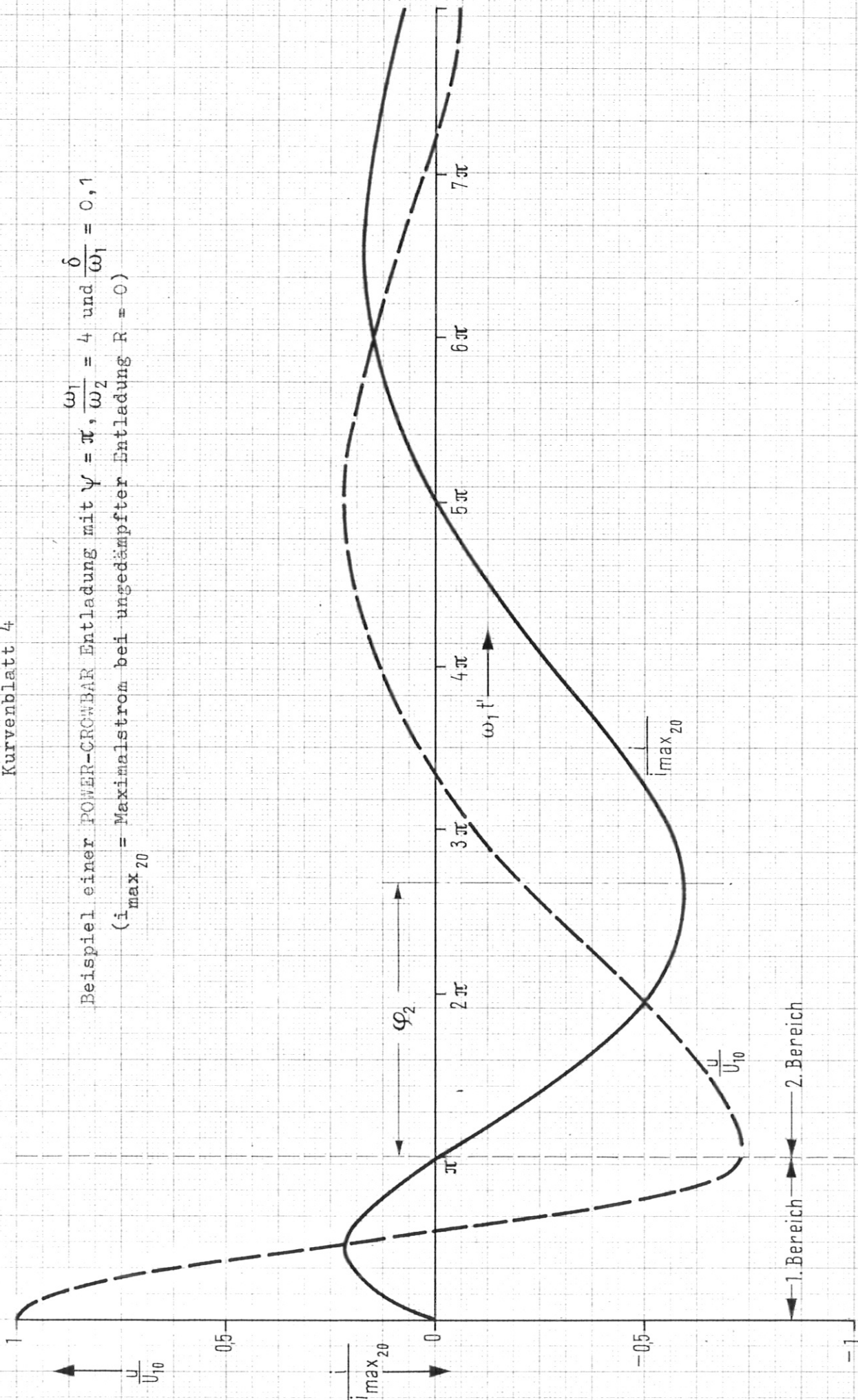
zu b)

Verhältnis der Ladespannungen abhängig von $\frac{\delta}{\omega}$, wenn die CROWBAR-Zuschaltung im Augenblick des Stromnulldurchgangs (der Vorentladung) erfolgt



Kurvenblatt 4

Beispiel einer POWER-CROWBAR Entladung mit $\psi = \pi$, $\frac{\omega_1}{\omega_2} = 4$ und $\frac{\delta}{\omega_1} = 0,1$
 ($i_{\max 20}$ = Maximalstrom bei ungedämpfter Entladung $R = 0$)



Nachtrag zum Techn. Bericht Nr. 7
vom 1.2.61

CROWBAR - ENTLADUNGEN
IN SEHR SCHNELLEN ENTLADUNGSKREISEN.

Datum: 21.7.61

Name: (Oswald)

Oswald

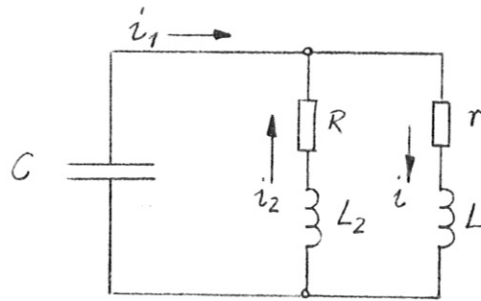
Textblätter: .7...

Zeichnungen:

CROWBAR - ENTLADUNGEN

IN SEHR SCHNELLEN ENTLADUNGSKREISEN.

In sehr schnellen Entladungskreisen d.h. bei sehr niedrigen Verbraucher-Induktivitäten ist die Vernachlässigung der Streuinduktivitäten nicht mehr möglich. Im wesentlichen ist die Streuinduktivität im Crowbarzweig zu berücksichtigen, so daß folgendes Ersatzschaltbild zugrunde gelegt werden muß:



Der Anfangspunkt des Crowbar-Entladungsvorgangs ($t = 0$; siehe Seite 4 des T.Ber. 7 vom 1.2.61 "2. Stufe") sei dadurch charakterisiert, daß die Spannung am Kondensator und damit am komplexen Verbraucher \emptyset gleich 0 ist (spannungslose Zuschaltung des Crowbar-Schalters S_C , siehe Seite 2, Abb. 1 des ob. Berichtes). Abgesehen von den ohm'schen Verlusten befindet sich die gesamte Energie des Kreises zur Zeit $t = 0$ in der Verbraucherinduktivität.

Während für die 1. Stufe der Crowbar-Entladung (Zeitvariable t') die Gl. (3) und (4) (Seite 3 des obg. Berichtes) gelten, sind die 3 Ausgangsgleichungen für die 2. Stufe der Entladung (Zeitvariable t):

$$(46) \quad \frac{1}{C} \int i_1 dt + L \frac{di_1}{dt} + r \cdot i_1 = 0$$

$$(47) \quad \frac{1}{C} \int i_2 dt - L_2 \frac{di_2}{dt} - R i_2 = 0$$

$$(48) \quad i_1 + i_2 = i$$

Bei Einsetzung von (48) in die differenzierten Gleichungen (46) und (47)

$$(46a) \quad \frac{d^2 i_1}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{di_1}{dt} + \frac{1}{LC} (i_1 - i_2) = 0$$

$$(47a) \quad \frac{d^2 i_2}{dt^2} + \frac{R}{L_2} \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{L_2 C} (i_2 - i) = 0$$

Die oben bereits angedeuteten Randbedingungen sind für $t = 0$

$$(49) \quad i_2(t=0) = 0$$

$$(50) \quad u(t=0) = 0 \quad \text{damit} \quad i_2'(t=0) = 0$$

$$(51) \quad i_1'(t=0) = \frac{r}{L} i_1(t=0)$$

Der Verbraucherstrom zum Zeitpunkt $t = 0$: I_0 kann aus den Gleichungen (3) und $t'_1 = \frac{1}{\omega} (\tau - \arctg \frac{\omega}{f})$ berechnet werden.

Zur Vereinfachung der weiteren Rechnung werden folgende Abkürzungen eingeführt:

$$\frac{r}{2L} = \delta \quad ; \quad \frac{R}{2L_2} = \delta_2 \quad ; \quad \frac{1}{LC} = \omega^2 \quad ; \quad \frac{1}{L_2C} = \omega_2^2$$

Laplace - Transformation - Unterbereich:

Die Lösung der transformierten Gleichungen (46a) und (47a) im Unterbereich lautet

$$L(52) \quad \dot{i}(P) = J_0 \frac{P^2 + 2\delta_2 P + \omega_2^2}{P^3 + P^2 \underbrace{(2\delta + 2\delta_2)}_b + P \underbrace{(\omega_2^2 + \omega^2 + 4\delta\delta_2)}_c + \underbrace{2\delta\omega_2^2 + 2\delta_2\omega^2}_d}$$

Mit den Nullstellen des Nennerpolynoms α, β, f ergibt sich bei der Rücktransformation in den Oberbereich die explizite Lösung für den zeitl. Verlauf des Verbraucherstromes

Oberbereich

$$(52) \quad i(t) = -\frac{J_0}{(\alpha-\beta)(\beta-f)(f-\alpha)} \left[(\alpha^2 + 2\delta_2\alpha + \omega_2^2)(\beta-f) \cdot e^{\alpha t} + (\beta^2 + 2\delta_2\beta + \omega_2^2)(f-\alpha) \cdot e^{\beta t} + (f^2 + 2\delta_2f + \omega_2^2)(\alpha-\beta) \cdot e^{ft} \right]$$

Die Lösung der kubischen Gleichung:

$$p^3 + bp^2 + cp + d = 0$$

besteht - wie der Koeffizientenvergleich ergibt - aus zwei konjugiert komplexen und einer reellen Wurzel:

$$\begin{aligned} \alpha &= -u - j \cdot v & j &= \sqrt{-1} \\ \beta &= -u + j \cdot v \\ \gamma &= -w \end{aligned}$$

und die Gleichung (52) kann in folgender Form geschrieben werden:

$$(52a) \quad i(t) = I_0 \left[g \cdot e^{-ut} \cdot \sin(vt - \varphi) - h \cdot e^{-wt} \right]$$

In Worten: Der Verbraucherstrom fällt vom Zeitpunkt der Zuschaltung des Crowbarzweiges an in Form einer Exponentialkurve e^{-wt} mit der Zeitkonstante $\frac{1}{w}$ ab, wobei eine schwingende Entladung von der Frequenz v und der Anfangsamplitude g überlagert ist. Diese schwingende Entladung wird mit der Zeitkonstante $\frac{1}{u}$ gedämpft.

Die Koeffizienten der Gleichung (52a) lassen sich folgendermaßen ermitteln.

$$(53) \quad u = \frac{\frac{A}{2} + b}{3}$$

$$(54) \quad v = \frac{1}{3} \sqrt{\left(\frac{A^2}{2} - 3b^2 + 9c\right)}$$

$$(55) \quad w = \frac{b-A}{3} = b - 2u$$

$$(56) \text{ Dabei ist } A = 0,794 \left[\sqrt[3]{m + \sqrt{m^2 - 4n^3}} + \sqrt[3]{m - \sqrt{m^2 - 4n^3}} \right]$$

$$(57) \quad \text{mit } m = 9bc - 27d - 3b^3$$

$$(58) \quad n = b^2 - 3c$$

Die Amplituden - Koeffizienten sind:

$$(59) \quad h = \frac{w^2 - 2\sigma_2 w + w_2^2}{u^2 - 2uw + w^2 + v^2}$$

$$(60) \quad \varphi = \arctg \frac{v}{2w - \left(\frac{w - 2\sigma_2}{1-h}\right)}$$

$$(61) \quad g = \frac{h-1}{\sin \varphi}$$

In den meisten Fällen ist es möglich, die vorstehenden Bestimmungsgleichungen durch gute Näherungen wesentlich zu vereinfachen.

Für schnelle Crowbar-Entladungskreise können normalerweise folgende Voraussetzungen gemacht werden (ihre Berechtigung ist gegebenenfalls nachzuprüfen):

$$\omega_2 \geq 3\omega ; \quad \omega_2 \gg \sigma_1 \sigma_2 ; \quad \omega \gg \sigma_1 \sigma_2$$

(62) Damit wird: $v \approx \omega_2$

(63) $u \approx w \approx \frac{2\sigma_1 + 2\sigma_2}{3}$

(64) $h \approx 1 + \frac{\omega^2 - 2\sigma_2 \omega}{\omega_2^2}$

(65) $g \approx \frac{\omega^2 - 2\sigma_2 \omega}{\omega_2^2 \cdot \sin \varphi}$

Nach diesem Ergebnis entspricht also die Frequenz der überlagerten Schwingung etwa der Resonanzfrequenz des Crowbarzweiges. Die Dämpfungsfaktoren w und u sind sich etwa gleich und errechnen sich aus der Summe der beiden Dämpfungswerte \mathcal{D} und \mathcal{D}_2 . Die Amplitude der überlagerten Schwingung g ist abhängig von der Größe der Dämpfungsfaktoren und zwar ist sie im wesentlichen umso größer, je weniger die Stromkreise gekoppelt sind; zum anderen wird die Amplitude der überlagerten Schwingung kleiner je höher die Resonanzfrequenz des Crowbarzweiges ist.

Der Stromphasenwinkel \mathcal{P} ist sowohl abhängig von der Dämpfungscharakteristik im Verbraucher als auch im Crowbarzweig. Nach Gl. (60) wird \mathcal{P} mit den oben genannten Näherungen ungefähr $\frac{\pi}{2}$.

Im Hinblick auf die techn. Realisierung von Crowbar-Schaltungen ist die Tatsache bemerkenswert, daß der Crowbarkreis bei Verwendung von Ignitrons nicht genau zum Zeitpunkt des Spannungsnulldurchganges zugeschaltet werden kann, sondern erst etwas später, wenn nämlich die für Ignitrons nötige Zündspannung von ca. 100 300 V (pos. an der Anode) erreicht ist. Dieser Effekt macht sich besonders dann ungünstig bemerkbar, wenn das Verhältnis der minimalen Zündspannung zur Nennladespannung groß wird. Die Auswirkung ist eine Vergrößerung der Amplitude der überlagerten Schwingung; sie drückt sich rechnerisch aus im Wert von $\sin \mathcal{P}$, dem die Amplitude g umgekehrt proportional ist.

- Literatur:
1. Handbuch für Hochfrequenz- und Elektrotechniker Band III (Rint)
 2. Tables of Integral Transforms, Volume I (Bateman)
 3. Kubische und Biquadratische Gleichungen (Dörrie)