

# Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Masterarbeit

im Studiengang Physik

vorgelegt von

**Julian Stark**

geboren in Nürtingen

**2015**



# Design ultrastabiler Hochfrequenzfelder für die Langzeitspeicherung hochgeladener Ionen

Diese Masterarbeit wurde angefertigt von Julian Stark  
am Max-Planck-Institut für Kernphysik Heidelberg  
unter der Betreuung von  
Priv.-Doz. Dr. José Ramón Crespo López-Urrutia



## **Design ultrastabiler Hochfrequenzfelder für die Langzeitspeicherung hochgeladener Ionen**

Das Fallenpotential einer Paulfalle ist stark abhängig von Amplitude, Phase und Frequenz der Hochfrequenzfelder (RF). Für eine stabile Lokalisierung der Ionen wird somit eine rauscharme Wechselspannungsversorgung benötigt. Instabilitäten der Wechselfelder resultieren in zusätzlicher Mikrobewegung und damit einem Aufheizen der gespeicherten Ionen [6]. Der erste Teil dieser Arbeit behandelt Effekte der Mikrobewegung in der kryogenen linearen Paulfalle CryPTE<sub>x</sub>. Es wurde eine mittlere Geschwindigkeitsamplitude der axialen Mikrobewegung von  $(67 \pm 2)$  m/s gemessen. Zur Minimierung der Mikrobewegung wurde die Wechselspannungsversorgung der Paulfalle charakterisiert und verbessert. Darüber hinaus wurde ein supraleitender Hohlraumresonator konstruiert. Das Eingliedern der Fallenelektroden in den Resonator unterdrückt Kopplungsverluste, ermöglicht eine hohe Güte  $Q$  und verbessert insgesamt die Stabilität der Speicherung. Im Rahmen von Simulationen wurde eine Güte von  $1,76(5) \times 10^7$  bei einer Resonanzfrequenz von 27,2(3) MHz bestimmt. Dadurch kann das Heizen gespeicherter Ionen in hohem Maße unterdrückt werden, womit elektrodynamische Speicherzeitbeschränkungen in Zukunft vernachlässigt werden können.

## **Design of ultra-stable radio-frequency fields for long-time storage of highly charged ions**

The trapping potential of a radio-frequency (RF) Paul trap depends strongly on the RF amplitude, phase and frequency. Stable localization of ions therefore requires a low-noise RF drive. Instabilities in the RF fields cause excess micromotion and thus heating of the trapped ions [6]. The first part of this thesis deals with excess micromotion effects in the cryogenic linear Paul trap CryPTE<sub>x</sub>. The axial excess micromotion was measured to have an average velocity amplitude of  $(67 \pm 2)$  m/s. In order to reduce this micromotion and to stabilize the trapping potentials the RF electronics was characterized and improved. Furthermore, a superconducting RF resonator design was developed. Integrating the trap electrodes into the cavity suppresses coupling losses and leads to a high quality factor  $Q$  as well as improves the overall stability of the trapping conditions. Simulations yield a  $Q$  value of  $1.76(5) \times 10^7$  at a resonance frequency of 27.2(3) MHz. This will render electrodynamic trap losses of cooled ions negligible and will greatly reduce Paul trap heating rates.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Die lineare Paulfalle . . . . .	5
2.1.1	Bewegungsgleichungen . . . . .	5
2.1.2	Ursachen der Mikrobewegung . . . . .	9
2.1.3	Simulation der elektrischen Felder im Fallenzentrum . . . . .	12
2.2	Laserkühlung von Ionen in der Paulfalle . . . . .	15
2.2.1	Atom-Licht-Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Systems . . . . .	15
2.2.2	Einfluss der Mikrobewegung des Ions . . . . .	16
2.3	Hohlraumresonatoren . . . . .	19
2.3.1	Kenngrößen von Resonatoren . . . . .	20
2.3.2	Der Parallelschwingkreis . . . . .	21
2.4	Simulationen mit Comsol . . . . .	25
2.4.1	Die Finite-Elemente-Methode . . . . .	25
2.4.2	Berechnung der Eigenfrequenz . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Experimenteller Aufbau</b>	<b>29</b>
3.1	Die kryogene Paulfalle . . . . .	29
3.1.1	Der Aufbau der Paulfalle . . . . .	30
3.1.2	Die Elektronik . . . . .	32
3.1.3	Der optische Aufbau . . . . .	37
3.1.4	Das Injektionssystem . . . . .	38
3.1.5	Das Lasersystem . . . . .	38
3.2	Das Datenaufnahmesystem . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Die Koppelbox</b>	<b>41</b>

4.1	Erzeugung der Elektrodenspannungen . . . . .	41
4.1.1	Erzeugung der RF-Spannungen . . . . .	42
4.1.2	Kopplung von Gleich- und Wechselspannung . . . . .	43
4.1.3	Werte der Bauteile . . . . .	46
4.1.4	Charakterisierung der Trimmkondensatoren . . . . .	48
4.2	Der Monitorkanal . . . . .	49
4.2.1	Der ideale Monitorkanal . . . . .	49
4.2.2	Der reale Monitorkanal . . . . .	51
4.2.3	Eigenschaften des Monitorkanals . . . . .	54
4.2.4	Kalibration der Monitorspannungen . . . . .	57
4.3	Einfluss der Transformatorkopplung . . . . .	59
4.4	Resonanzverhalten der Koppelbox . . . . .	60
4.5	Verbesserungsvorschläge . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Messung der Mikrobewegung</b>	<b>67</b>
5.1	Datenanalyse . . . . .	67
5.1.1	Auswertung der Fluoreszenzmessungen . . . . .	67
5.1.2	Fehlerabschätzung . . . . .	69
5.2	Kalibration der Zeitmessung . . . . .	71
5.3	Messung der Mikrobewegung in CryPTEx . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Der Quadrupol-Resonator</b>	<b>77</b>
6.1	Anforderungen an das Design . . . . .	77
6.2	Entwicklung des Resonatordesigns und Kenngrößen des Quadrupol- Resonators . . . . .	79
6.2.1	Doppelelektroden . . . . .	83
6.2.2	Doppelte Quadrupolstruktur . . . . .	85
6.2.3	Dreierelektroden . . . . .	87
6.2.4	Spitze Elektroden . . . . .	88
6.3	Stabilität der Resonanzfrequenz . . . . .	91
6.4	Unsicherheit der Simulationen . . . . .	92
6.5	Design des Quadrupol-Resonators . . . . .	96
6.5.1	Die Fallenelektroden . . . . .	98
6.5.2	Das Resonatorgehäuse . . . . .	100
6.6	Simulation der Ionenbewegung . . . . .	102



<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>105</b>
<b>A Die Elektronik der kryogenen linearen Paulfalle</b>	<b>109</b>
A.1 Kanalbelegung der Flachbandkabel im Vakuum . . . . .	109
A.2 Kanalbelegung DC-Spannungsversorgung . . . . .	110
A.3 Resonanzverhalten der Koppelelektronik . . . . .	111
A.3.1 Neue Elektronik . . . . .	111
A.3.2 Alte Elektronik . . . . .	112
<b>B Der Quadrupol-Resonator</b>	<b>115</b>
B.1 Simulation der endgültigen Resonatorgeometrie . . . . .	115
B.2 Fehlerabschätzung der Simulationsergebnisse . . . . .	116
B.3 Zeichnungen des Resonators . . . . .	119



# Kapitel 1

## Einleitung

In der Natur lässt sich das Zusammenspiel verschiedener Bestandteile nur verstehen, wenn man sowohl die Eigenschaften der einzelnen Bestandteile als auch ihrer Wechselwirkungen so genau wie möglich kennt. Den besten Zugriff auf die Eigenschaften und Strukturen der Materie hat man daher, wenn man einzelne Teilchen fern ab von äußeren Störeinflüssen für möglichst lange Zeit untersuchen kann. Für Ionen kann dies im Vakuum einer Ionenfalle geschehen.

Die Entwicklung der Ionenfallen hat ihren Ursprung in den 1950er Jahren und ist eng mit Fortschritten in der Molekülphysik und Massenspektrometrie verbunden. Durch die Entdeckung der zweidimensionalen Fokussierung von Teilchen mit einem elektrischen oder magnetischen Dipolmoment in Multipolfeldern wurden Linsen für Atom- und Molekülstrahlen verwirklicht [27]. Darauf aufbauend wurde 1953 das Quadrupol-Massenspektrometer (QMS) entwickelt [40]. Die Bewegung der Ionen im QMS weist eine große Ähnlichkeit zur Dynamik in Beschleunigern auf. Analog zum Prinzip der starken Fokussierung, welches erst wenige Jahre zuvor entwickelt wurde [14], werden geladene Teilchen durch die fokussierenden und defokussierenden Kräfte eines hochfrequenten elektrischen Quadrupolfelds in zwei Dimensionen eingeschränkt, wenn sie die Stabilitätsbedingungen der Bewegungsgleichung erfüllen. Die Erweiterung dieser Methoden auf drei Dimensionen erlaubt die Speicherung von Ionen und führte zur Entwicklung der Paulfalle [24, 25]. Diese enge Verbindung von Beschleunigerphysik und Paulfallen wird beispielsweise verwendet, um Phänomene in hochenergetischen Ionenstrahlen zu verstehen [15, 30].

Durch die Kombination mit Laserkühlung haben sich Paulfallen zu einem herausragenden Instrument für Präzisionsexperimente entwickelt. So konnten fundamentale

Konzepte, wie beispielsweise die Lorentz-Invarianz [43], überprüft werden. Darüber hinaus ermöglicht die reduzierte Dopplerverbreiterung hochpräzise Laserspektroskopie mit gespeicherten Ionen und führte zum bisher genauesten Vergleich zweier optischer Uhren [44].

Für die Weiterentwicklung dieser Untersuchungen spielen hochgeladenen Ionen (HCI, engl. highly charged ion) eine wichtige Rolle. HCIs sind aufgrund ihrer kleinen räumlichen Ausdehnung nur schwach polarisierbar und damit unempfindlich für äußere Störfelder [46]. Daher wurde die Verwendung von HCIs als optischer Frequenzstandard mit einer potentiellen Genauigkeit von  $10^{-19}$  vorgeschlagen [17, 18]. Außerdem finden sich in HCIs Übergänge mit hoher Sensitivität auf eine mögliche Änderung von Naturkonstanten, was sie zu aussichtsreichen Kandidaten für die Untersuchung der zeitlichen Variation der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  macht [5].

Obwohl ein Großteil der sichtbaren Materie im Universum sehr heiß und somit hochionisiert ist [20], müssen HCIs auf der Erde mit großem Aufwand und unter Vakuumbedingungen im Labor erzeugt werden, da ansonsten die Temperaturen nicht ausreichen und die hohe Dichte neutraler Materie zu schnellem Ladungsaustausch führt. In dem hier behandelten Experiment wird dafür eine Elektronenstrahl-Ionenfalle (EBIT, engl. electron beam ion trap) verwendet. Da die Temperatur der erzeugten Ionen im Megakelvin-Bereich liegt, ist die erreichbare Genauigkeit direkter Laserspektroskopie durch die große Dopplerverbreiterung beschränkt. Die Temperatur der Ionen kann durch die Kombination der EBIT mit einer Paulfalle verringert werden. In diesem Experiment wird dafür die kryogene lineare Paulfalle CryPTEx (engl. cryogenic Paul trap experiment) verwendet [51]. Die erzeugten HCI werden aus der EBIT extrahiert und über ein Strahlrohr zur Paulfalle geleitet [48]. Dort können die HCIs, welche meist keine laserkühlbaren Übergänge aufweisen, mit Hilfe einer zweiten Ionensorte sympathetisch gekühlt werden. Hierbei kommt es zwischen den verschiedenen Ionen zur Übertragung von kinetischer Energie durch Coulomb-Wechselwirkung. Mit diesem Aufbau konnte erstmals die sympathetische Kühlung einzelner hochgeladener  $^{40}\text{Ar}^{13+}$  Argon-Ionen in einer Paulfalle bis hinunter zu Temperaturen von 100 mK nachgewiesen werden [49]. Die gekühlten HCIs können entweder direkt spektroskopiert, oder mittels Quantenlogik untersucht werden [47].

Für hochauflösende Spektroskopie müssen die Ionen in einer Paulfalle stabil lokalisiert sein, was ein geringes Rauschen der Wechselspannung zur Erzeugung der zeitabhängigen Fallenpotentiale voraussetzt. Durch die starke Kopplung der elektrischen Felder mit den internen Quantenzuständen der Ionen führen Instabilitäten in

---

der Wechselspannungsversorgung darüber hinaus zu einer Veränderung des elektronischen Anregungsspektrums [8]. Dies kann in zusätzlicher Mikrobewegung [6] und damit einer Erhöhung der Iontemperatur resultieren. Somit sind Präzisionsexperimente nur mit einer stabilisierten Spannungsversorgung möglich.

Diese Stabilisierung kann durch die Verwendung eines Resonators hoher Güte zur Erzeugung der zeitabhängigen Fallenpotentiale erreicht werden. Hierbei führt die hohe Resonatorgüte, welche dem Verhältnis von Resonanzfrequenz zu Bandbreite entspricht, zu stark unterdrücktem Wechselspannungsrauschen. Dies wurde bereits mehrfach für verschiedene Resonatordesigns umgesetzt (z.B. [36, 53]), wobei die erreichten Resonatorgüten im Bereich von  $10^3$  relativ klein im Vergleich zur Beschleunigerphysik sind. Die dort verwendeten supraleitenden Hohlraumresonatoren weisen Güten bis zu  $10^{10}$  auf [4]. Hierbei findet der in den 1970er Jahren entwickelte RF-Quadrupol-Linearbeschleuniger (RF für Radiofrequenz) breite Anwendung [54]. Durch die Quadrupolanordnung der Elektroden werden die Ionen in radialer Richtung, analog zur linearen Paulfalle, fokussiert, wobei sie durch die gewellte Oberfläche der Elektroden axial beschleunigt und gebündelt werden. Im Rahmen dieser Arbeit wurde durch eine Abwandlung dieser Geometrie eine lineare Paulfalle entwickelt. Die kompakte Bauweise ermöglicht den supraleitenden Betrieb, wodurch eine hohe Güte erreicht werden kann. Die typische Resonanzfrequenz eines RF-Quadrupol-Beschleunigers liegt bei mehreren 100 MHz, womit zum Speichern schwerer Ionen sehr hohe Spannungen erforderlich sind. Dies konnte hier durch Verwendung einer coaxialen Elektrodenstruktur vermieden werden. Die Speicherung von Ionen in extrem rauscharmen RF-Potentialen sollte zudem das elektronische Auslesen des Quantenzustands eines gespeicherten Ions erlauben.

In der vorliegenden Arbeit wird die Erzeugung rauscharmer Wechselspannungspotentiale zur stabilen Speicherung geladener Teilchen in einer Paulfalle behandelt. Dazu wurde zunächst die Geschwindigkeit der Mikrobewegung in CryPTE<sub>x</sub> gemessen und die Elektronik zur Erzeugung der Fallenpotentiale verbessert. Weiter wurde ein RF-Quadrupol-Resonator entworfen, welcher als hochstabile Paulfalle betrieben werden kann.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt. Im nächsten Kapitel werden die theoretischen Hintergründe besprochen. Dabei werden zunächst die physikalischen Eigenschaften der RF-Quadrupol-Falle beschrieben und es wird auf Ursachen und Auswirkungen der Mikrobewegung gespeicherter Ionen eingegangen. Anschließend werden die Grundlagen zu Hohlraumresonatoren besprochen und die Theorie erläutert, welche den

durchgeführten Simulationen zur Entwicklung des Resonatordesigns zugrunde liegt. In Kapitel drei wird der experimentelle Aufbau für die Durchführung der Mikrobewegungsmessungen beschrieben. Außerdem wird das Datenaufnahmesystem erläutert. Anschließend wird im vierten Kapitel der Aufbau der Elektronik für die Kopplung von Gleich- und Wechselspannung zur Versorgung der Paulfallenelektroden beschrieben. Dabei werden die vorgenommenen Verbesserungen zur Stabilisierung der zeitabhängigen Fallentiale erläutert. Neben einer experimentellen Untersuchung der Elektronik wurden Simulationen zu deren Charakterisierung durchgeführt.

Das fünfte Kapitel beinhaltet die Messungen der Mikrobewegung eines einzelnen  ${}^9\text{Be}^+$ -Ions mit der alten Koppelelektronik der Paulfalle. Es wurde die Geschwindigkeitsamplitude der axialen Mikrobewegung für verschiedene Positionen entlang der Fallennachse bestimmt.

Anschließend wird im sechsten Kapitel der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und konstruierte RF-Quadrupol-Resonator vorgestellt. Es werden die Anforderungen an das Design erläutert und es wird die Entwicklung der Resonatorgeometrie durch Simulationen beschrieben. Außerdem wird auf die mechanische Konstruktion des Resonators eingegangen. Die Arbeit schließt mit einer Diskussion der Ergebnisse und einem Ausblick.

# Kapitel 2

## Grundlagen

Im ersten Teil dieses Kapitels werden die Grundlagen zur Speicherung von Ionen in linearen Paulfallen erläutert. Dabei werden die Ursachen von Mikrobewegung und deren Einfluss auf die Bewegung und Laserkühlung der Ionen diskutiert. Der zweite Teil behandelt die Eigenschaften von Hohlraumresonatoren und führt in die Theorie der durchgeführten Simulationen mit *Comsol Multiphysics* ein.

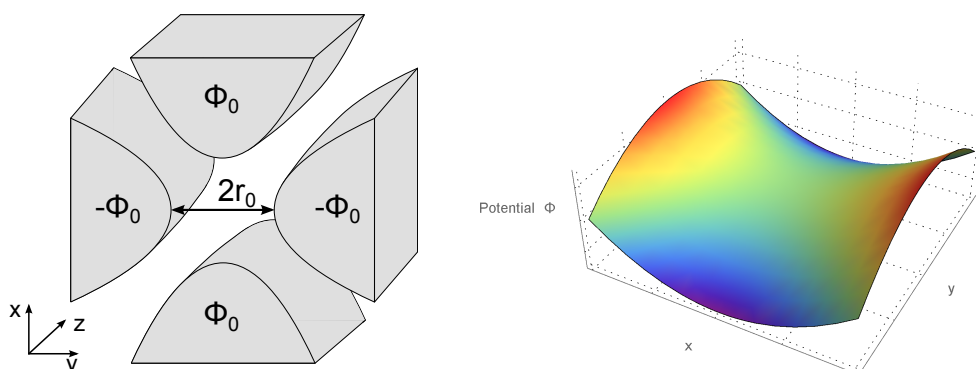
### 2.1 Die lineare Paulfalle

#### 2.1.1 Bewegungsgleichungen

Im Folgenden wird die Theorie zur Speicherung geladener Teilchen in linearen Paulfallen auf der Grundlage von [29, 41] erläutert. Die lineare Paulfalle ist eine Weiterentwicklung der hyperbolischen Paulfalle, in welcher geladene Teilchen mittels hochfrequenter Quadrupolfelder gespeichert werden. Die einfachste Form der linearen Paulfalle besteht aus vier hyperbolischen Elektroden, welche ein Quadrupolfeld erzeugen (siehe Abbildung 2.1). Ein lineares Quadrupolpotential hat die Form

$$\Phi_{\text{QP}}(x, y, z, t) = \Phi_0 (ax^2 + by^2 + cz^2), \quad (2.1)$$

wobei die Parameter  $a, b$  und  $c$  über die Laplace-Gleichung  $\Delta\Phi = 0$  festgelegt sind. Damit ergibt sich die Bedingung  $a + b + c = 0$ , welche sich für das zweidimensionale Quadrupolfeld der linearen Paulfalle mit  $c = 0$  zu  $a = -b$  vereinfacht. Das



**Abbildung 2.1:** Links: Skizze einer linearen Paulfalle mit hyperbolischen Elektroden. Rechts: Schematische Darstellung des Quadrupolpotentials zu einem festen Zeitpunkt.

Quadrupolpotential einer linearen Paulfalle wird somit durch

$$\Phi_{\text{QP}}(x,y,t) = \Phi_0 \frac{x^2 - y^2}{r_0^2} \quad (2.2)$$

beschrieben und ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Hierbei bezeichnet  $r_0$  den Elektrodenabstand zum Fallenzentrum. Ein solches Quadrupolpotential kann in guter Näherung auch durch vier runde Elektroden erzeugt werden, wenn der Elektrodenradius  $r_e$  und der Elektrodenabstand zum Fallenzentrum  $r_0$  ein Verhältnis von  $r_e/r_0 = 1,147$  aufweisen [16].

Ein positiv geladenes Ion, das in  $z$ -Richtung in das Quadrupolpotential eingeschossen wird, erfährt in  $x$ -Richtung eine Fokussierung und kann gespeichert werden. Allerdings wirkt die resultierende Kraft in  $y$ -Richtung aufgrund des umgekehrten Vorzeichens defokussierend und die Teilchenbahn ist instabil. Dies kann vermieden werden, indem die Potentiale der Elektroden periodisch das Vorzeichen wechseln:

$$\Phi_0(t) = V_0 \cos(\Omega t). \quad (2.3)$$

Das so entstehende effektive Potential sorgt bei den richtigen Fallenparametern für eine Speicherung der Ionen in radialer Richtung. Um die Ionen auch in axialer Richtung einzuschränken und zu speichern, werden die Quadrupolelektroden entlang der Fallenachse  $z$  in mindestens drei Elektroden segmentiert. Legt man eine Gleichspannung (DC, engl. direct current)  $U_{\text{DC}}$  an die Endkappenelektroden im Abstand  $z_0$  zum Fallenzentrum an, so kann das dadurch entstehende statische Potential nahe



dem Fallenzentrum harmonisch genähert werden:

$$\Phi_{\text{DC}}(x, y, z) = \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} (dx^2 + ey^2 + fz^2), \quad (2.4)$$

wobei  $\kappa < 1$  einen geometrischen Korrekturfaktor beschreibt. Nach der Laplace-Gleichung gilt wiederum  $d + e + f = 0$ , woraus mit  $d = e$  direkt  $f = -2d$  folgt. Damit kann das Potential in der Nähe des Fallenzentrums durch

$$\Phi(x, y, z, t) = V_0 \cos(\Omega t) \frac{x^2 - y^2}{r_0^2} + \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} \left( -\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + z^2 \right) \quad (2.5)$$

beschrieben werden. Die Bewegung eines geladenen Teilchens der Masse  $m$  und Ladung  $Q$  in diesem zeitabhängigen Potential folgt den Bewegungsgleichungen

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \left( -\frac{Q\kappa U_{\text{DC}}}{mz_0^2} + \frac{2QV_0}{mr_0^2} \cos(\Omega t) \right) x &= 0, \\ \ddot{y} - \left( \frac{Q\kappa U_{\text{DC}}}{mz_0^2} + \frac{2QV_0}{mr_0^2} \cos(\Omega t) \right) y &= 0, \\ \ddot{z} + \frac{2Q\kappa U_{\text{DC}}}{mz_0^2} z &= 0. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Diese Bewegungsgleichungen lassen sich durch Einführung der dimensionslosen Transformationsparameter

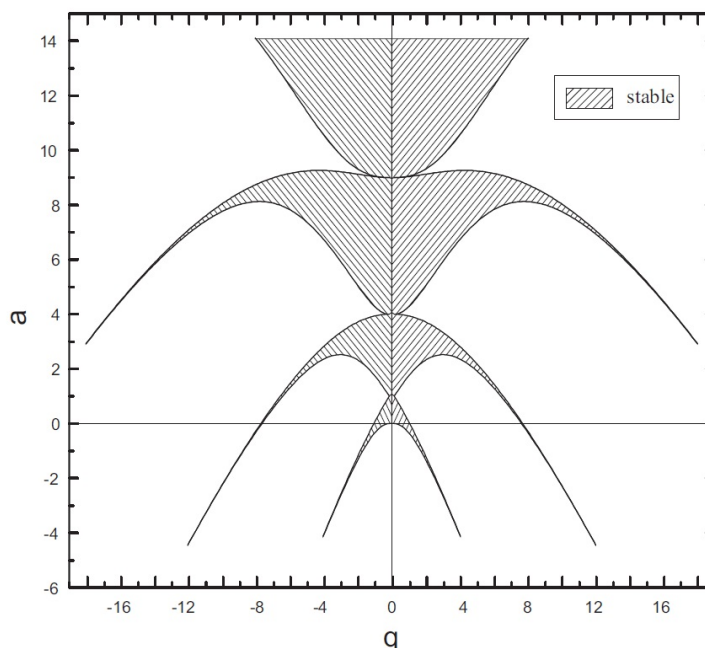
$$\begin{aligned} a_x &= a_y = -\frac{1}{2}a_z = -\frac{4Q\kappa U_{\text{DC}}}{mz_0^2\Omega^2}, \quad \xi = \Omega t/2, \\ q_x &= -q_y = \frac{4QV_0}{mr_0^2\Omega^2}, \quad q_z = 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

in die Mathieu'schen Differentialgleichungen umwandeln:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} u + (a_u - 2q_u \cos(2\xi)) \cdot u = 0, \quad u = x, y, z. \quad (2.8)$$

Die Lösungen dieser Differentialgleichung lassen sich unterteilen in stabile und instabile Teilchenbahnen. Die Speicherung des Ions in axialer Richtung erfolgt allein durch das statische Potential der Endkappen und ist stabil, falls die axiale Energie des Ions kleiner als  $\kappa Q U_{\text{DC}}$  ist.

In radialer Richtung hingegen hängt die Stabilität der Ionenbewegung nur von den Parametern  $a$  und  $q$  ab [40]. Dadurch ist es möglich, verschiedene Ionen mit ähnli-



**Abbildung 2.2:** Darstellung der stabilen Bereiche in der  $(a, q)$ -Ebene der linearen Paulfalle für  $a = a_x = a_y$  und  $q = q_x = -q_y$ . Entnommen aus [7].

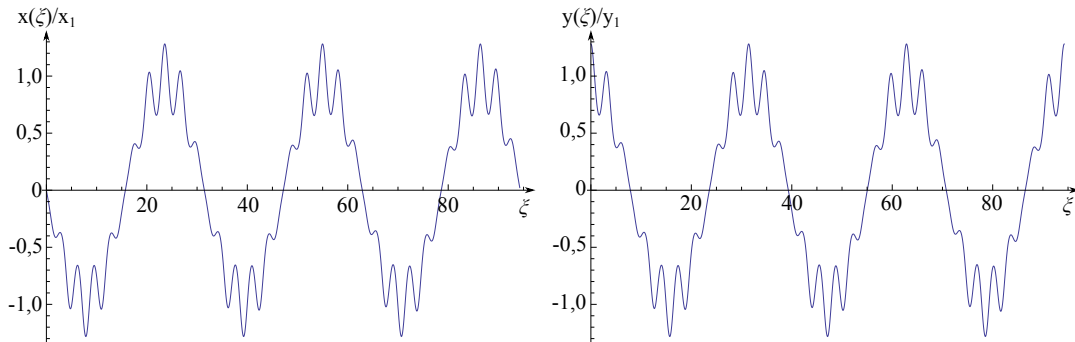
chem  $Q/m$ -Verhältnis gleichzeitig zu speichern. Im  $(a, q)$ -Raum lassen sich Bereiche finden in denen die  $x$ - bzw.  $y$ - Bewegung stabil ist. Diese sind in Abbildung 2.2 für  $a = a_x = a_y$  und  $q = q_x = -q_y$  gezeigt. Da der stabile Bereich symmetrisch bezüglich der  $a$ -Achse ist und  $a_x = a_y$  und  $q_x = -q_y$  gilt, sind die stabilen Bereiche der  $x$ - und  $y$ -Bewegung identisch. Für  $|a_u| \ll 1$  und  $|q_u| \ll 1$  findet man als stabile Lösung der Mathieu'schen Differentialgleichungen

$$u(t) \cong u_1 \cos(\omega t) \left( 1 + \frac{q_u}{2} \cos(\Omega t) \right), \quad \omega_u \cong \sqrt{\frac{q_u^2}{2} + a_u} \Omega/2. \quad (2.9)$$

Dies beschreibt eine harmonische Oszillation entlang der Fallachse  $z$  mit Eigenfrequenz

$$\omega_z^2 = \frac{2Q\kappa U_{\text{DC}}}{mz_0^2}. \quad (2.10)$$

In radialer Richtung setzt sich die Bewegung des Ions aus zwei Teilbewegungen zusammen (siehe Abbildung 2.3). Das Ion vollführt die langsame Schwingung der Makrobewegung mit Säkularfrequenz  $\omega_u$ . Zusätzlich weist die Ionenflugbahn eine schnelle Oszillation mit Frequenz  $\Omega$  und kleiner Amplitude  $u_1 q/2$  auf, welche auch



**Abbildung 2.3:** Darstellung der radialen Ionenbewegung in Abhängigkeit von  $\xi = \Omega t/2$  für  $a = 0,14$  und  $q = 0,6$ . Der Phasenunterschied von  $\pi/2$  zwischen der Säkularbewegung in  $x$ - und  $y$ -Richtung entsteht durch die gewählten Anfangsbedingungen. Verändert übernommen aus [9].

Mikrobewegung genannt wird.

Durch die Harmonizität der Schwingung liegt es Nahe, die Bewegung des Ions in einem Pseudopotential zu beschreiben. Die Potentialtiefe lässt sich zu

$$\begin{aligned} U_{x,y} &= \frac{1}{2} m \omega_{x,y}^2 r_0^2 = \frac{Q^2 V_0^2}{m r_0^2 \Omega^2} - \frac{Q \kappa U_{\text{DC}} r_0^2}{2 z_0^2}, \\ U_z &= \frac{1}{2} m \omega_z^2 z_0^2 = Q \kappa U_{\text{DC}} \end{aligned} \quad (2.11)$$

abschätzen. Die kinetische Energie des Ions durch die Säkularbewegung kann gut durch einen harmonischen Oszillator beschrieben werden. Daher unterliegt die langsame Säkularbewegung im Pseudopotential einer thermischen Energieverteilung und ist inkohärent unter verschiedenen Ionen. Dies hat zur Folge, dass die Bewegung gekühlt und somit auch die Schwingungsamplitude  $u_1$  reduziert werden kann. Dies ist nicht der Fall für die Mikrobewegung des Ions, da es sich hier um eine durch das Wechselfeld getriebene Bewegung handelt.

### 2.1.2 Ursachen der Mikrobewegung

Für das Auftreten von zusätzlicher Mikrobewegung gibt es mehrere Ursachen. Die drei Hauptgründe werden in diesem Unterkapitel anhand eines einzelnen Ions in einer linearen Paulfalle diskutiert. Die physikalische Beschreibung der auftretenden Effekte sowie die Abschätzung des Einflusses auf die Ionenbewegung ist an [6] angelehnt.

Neben den radialen RF-Feldern liegt in der Falle auch ein statisches elektrisches Feld

$\vec{E}_{\text{DC}}$  vor. Dieses entsteht beispielsweise durch Ablagerungen auf den Elektroden oder durch eine asymmetrische Verteilung der statischen Potentiale zur Erzeugung des axialen Fallenpotentials. Mit diesem zusätzlichen elektrischen Feld ändern sich die Bewegungsgleichungen aus Gleichung 2.9 und nehmen für  $|a_u|, |q_u| \ll 1$  die folgende Form an [6]:

$$u(t) \cong u_0 + u_1 \cos(\omega_u t) + [u_0 + u_1 \cos(\omega_u t)] \frac{q_u}{2} \cos(\Omega t), \quad (2.12)$$

mit der Verschiebung

$$u_0 \cong \frac{4Q\vec{E}_{\text{DC}} \cdot \hat{u}}{m(a_u + \frac{1}{2}q_u^2)\Omega^2}. \quad (2.13)$$

Hierbei beschreibt der erste Term in Gleichung 2.12 eine statische Verschiebung der Ionenposition, der mittlere Term die Säkular- und der letzte die Mikrobewegung des Ions. Die zeitlich gemittelte Ionenposition wird durch  $\vec{E}_{\text{DC}}$  zu  $\vec{u}_0$  verschoben. Weiter bleibt die Säkularbewegung des Ions im Vergleich zum Fall ohne  $\vec{E}_{\text{DC}}$  unverändert, sodass sich das Ion immer noch mit der gleichen Frequenz  $\omega_u$  und Amplitude  $u_1$  bewegt. Ebenfalls unverändert bleiben die axialen Bewegungsgleichungen  $z(t)$ , da sich das Ion nach einer statischen Verschiebung entlang der RF-Nulllinie noch im gleichen RF-Feld befindet. In radialer Richtung jedoch erzeugt das RF-Feld am Ort  $u_0$  neben der normalen Mikrobewegung der Ionen in der Falle eine zusätzliche Mikrobewegung mit Amplitude  $\frac{1}{2}q_u u_0$ . Diese Bewegung ist nicht thermisch, sondern wird durch das RF-Feld getrieben und kann daher nicht durch Laserkühlung reduziert werden.

Weiter kann Mikrobewegung auch durch einen Phasenunterschied  $\Delta\phi$  in der Wechselspannung zwischen zwei im Idealfall gleichphasigen Elektroden entstehen. Hierzu sei angenommen, dass sich das Potential der beiden gegenüberliegenden Elektroden als  $V_0 \cos(\Omega t - \frac{1}{2}\Delta\phi)$  bzw.  $V_0 \cos(\Omega t + \frac{1}{2}\Delta\phi)$  schreiben lässt. Da die gleichphasigen RF-Spannungen meist von der gleichen Quelle kommen, kann man von einem kleinen Phasenunterschied  $\Delta\phi \leq 1^\circ$  ausgehen. Für solch kleine Phasenunterschiede können die Elektrodenpotentiale als  $V_0 \cos(\Omega t) \pm \frac{1}{2}\Delta\phi V_0 \sin(\Omega t)$  genähert werden. Damit ist die Situation für das Ion im Fallenzentrum identisch zu zwei Elektroden im Abstand  $2r_0$  mit den Potentialen  $\pm \frac{1}{2}\Delta\phi V_0 \sin(\Omega t)$ . Das dadurch entstehende elektrische Feld  $E_{\Delta\phi}$  kann in niedrigster Ordnung (Dipol) durch einen Plattenkondensator mit

Plattenabstand  $2r_0/\chi$  genähert werden:

$$E_{\Delta\phi} = \frac{\Delta\phi V_0 \sin(\Omega t)}{2r_0/\chi}, \quad (2.14)$$

wobei  $\chi$  einen geometrischen Korrekturfaktor bezeichnet. Damit ergibt sich das in der Falle herrschende elektrische Feld zu [6]

$$\begin{aligned} \vec{E}(x,y,z,t) \cong & - 2V_0 \cos(\Omega t) \frac{x\hat{x} - y\hat{y}}{r_0^2} - 2\frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} \left( z\hat{z} - \frac{1}{2}(x\hat{x} + y\hat{y}) \right) \\ & + \vec{E}_{\text{DC}} + \frac{V_0 \Delta\phi \chi}{2r_0} \sin(\Omega t) \hat{x}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Hier beschreibt der Ausdruck in der ersten Zeile die elektrischen Felder einer idealen linearen Paulfalle und die letzten beiden Terme den Einfluss statischer Felder und eines Phasenunterschieds gegenüberliegender Elektroden. Für letzteren Effekt wurden ohne Beschränkung der Allgemeinheit die zwei Elektroden auf der x-Achse gewählt, sodass das Dipolfeld ebenfalls entlang  $\hat{x}$  ausgerichtet ist. Man sieht, dass das durch  $\Delta\phi$  entstehende zusätzliche elektrische Feld die Bewegungsgleichungen in  $y$  und  $z$  im Vergleich zu Gleichung 2.12 unverändert lässt. Die Bewegung in  $x$  kann mit dem zusätzlichen oszillierenden Feld  $E_{\Delta\phi}$  in niedrigster Ordnung in  $a$ ,  $q$  und  $\Delta\phi$  berechnet werden [6]:

$$x(t) \cong [u_0 + u_1 \cos(\omega t)] \left( 1 + \frac{q}{2} \cos(\Omega t) \right) - \frac{1}{4} q r_0 \chi \Delta\phi \sin(\Omega t). \quad (2.16)$$

Beide bis hier beschriebenen Effekte sorgen für eine zusätzliche Mikrobewegung in radialer Richtung und erhöhen die radiale Energie des Ions in der Falle. Bei der Berechnung von  $E_{\Delta\phi}$  wurde allerdings nur das Dipolmoment des durch  $\Delta\phi$  entstehenden elektrischen Felds berücksichtigt. Alle höheren Ordnungen beeinflussen die Bewegung der Ionen auch in  $y$ - und  $z$ -Richtung.

Ein letzter Effekt, welcher die Bewegung des Ions auch in axialer Richtung beeinflusst, kommt von Unterschieden in den RF-Amplituden  $V_0$  der Elektroden. Um die Stärke dieses Effekts abschätzen zu können, wurden Simulationen mit *SIMION* durchgeführt, welche im folgenden Kapitel beschrieben sind.

### 2.1.3 Simulation der elektrischen Felder im Fallenzentrum

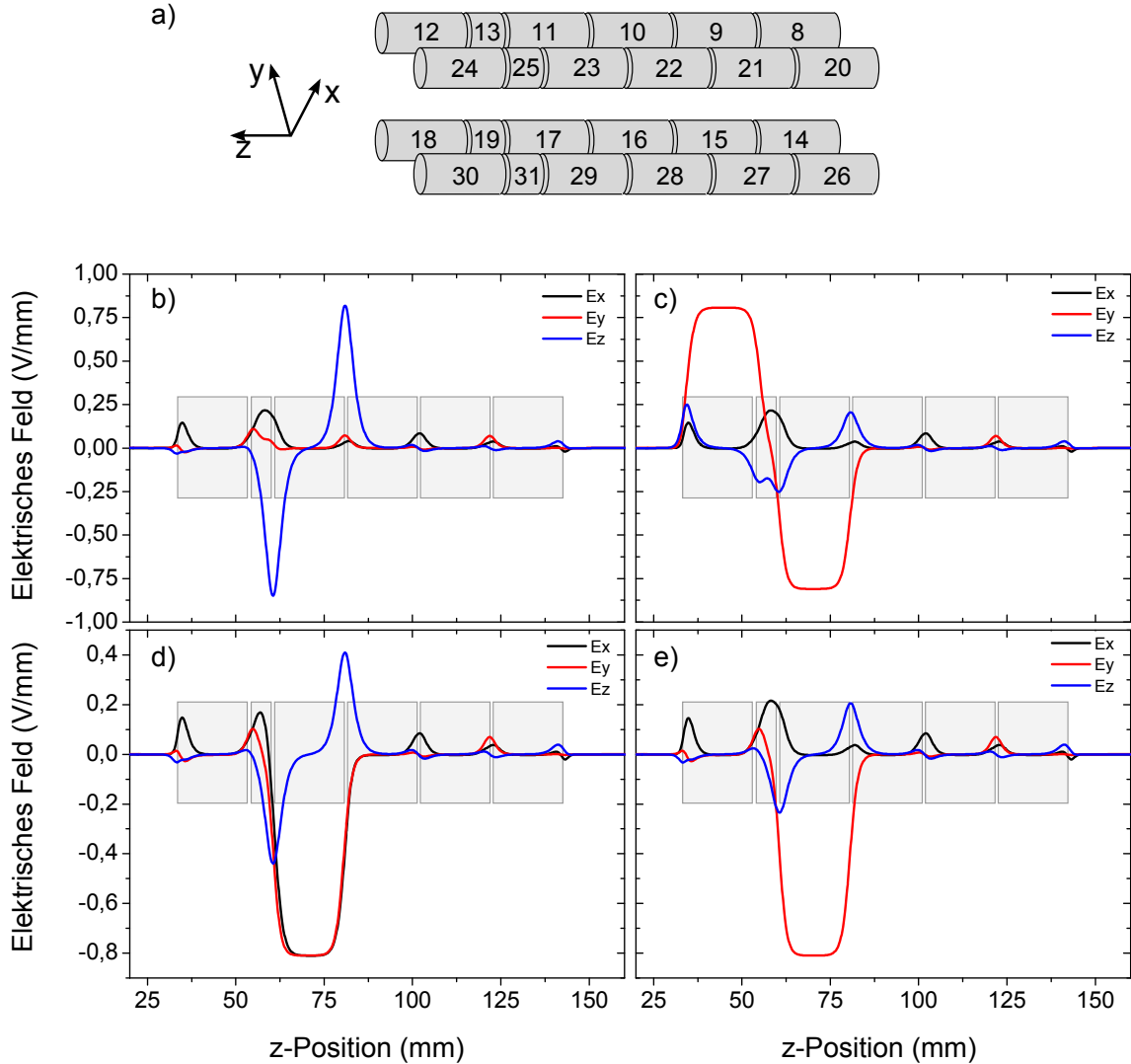
Um den Einfluss unterschiedlicher RF-Amplituden der Elektroden auf die Bewegung der Ionen in der kryogenen linearen Paulfalle CryPTE<sub>x</sub> (siehe Kapitel 3) abzuschätzen, wurden die elektrischen Felder entlang der Fallennachse mit *SIMION* simuliert [52]. Hierzu wurde das CAD-Modell (engl. computer-aided design) der Paulfallenelektroden importiert und jede Elektrode auf ein konstantes Potential  $V_0$  gelegt. Für verschiedene statische Konfigurationen der Elektrodenspannungen wurde ein Ion entlang der Fallennachse eingeschossen, wobei das Potential und das elektrische Feld entlang der Flugbahn aufgezeichnet wurden. Damit die Ionentrajektorie in dieser instabilen, statischen Feldkonfiguration nicht von der Fallennachse abweicht, wurde die Ionenmasse sehr groß gewählt und die radiale Fallennachse sehr genau bestimmt. Die Startposition des Ions wurde dadurch ermittelt, dass die Positionsänderung in radialer Richtung bei Durchfliegen der Falle minimal wurde ( $< 1 \mu\text{m}$ ). Die genauen Parameter der Simulation sind in Tabelle 2.1 aufgelistet.

Für die Simulationen wurden immer alle 24 Elektroden auf eine Spannung von  $\pm 100 \text{ V}$  gelegt und nur die Spannung einzelner Elektroden um 5% variiert. Diese Spannungsunterschiede sind in Übereinstimmung mit einer Messung der alten Paulfallenelektronik aus Kapitel 4.1.3. Dabei wurden Abweichungen bei der Erzeugung der Elektrodenspannungen von bis zu 10% gefunden. Der simulierte Verlauf der elektrischen Felder entlang der Fallennachse ist in Abbildung 2.4 zu sehen.

Es ist zu erkennen, dass der Verlauf der radialen elektrischen Felder selbst bei der symmetrischen Konfiguration b) nicht identisch ist. Dies kann sowohl durch Fehler beim importierten Modell (endliche Gittergröße, hier 0,2 mm), als auch durch eine nicht perfekt mittige Startposition verursacht werden. Allerdings konnte keine Position gefunden werden, in der die radiale Position des Ions beim Durchflug durch

**Tabelle 2.1:** Übersicht der verwendeten Parameter der *SIMION*-Simulation zur Abschätzung der elektrischen Felder im Fallenzentrum.

Parameter	Symbol	Wert
Ionenmasse	$m$	$10^7 \text{ u}$
Ionenladung	$Q$	$13 \text{ e}$
Kin. Energie des Ions	$E_{\text{kin}}$	$2 \cdot 10^7 \text{ eV}$
RF-Spannungsamplitude	$V_0$	$100 \text{ V}$
Unterschied RF-Spannungen	$\Delta V$	$5 \text{ V}$



**Abbildung 2.4:** Simulation der elektrischen Felder in der Paulfalle für vier Konfigurationen der Elektroden Spannungen. Die Bezeichnung der Fallenelektroden ist in **a)** zu sehen. Ausgehend von  $V_0 = 100 \text{ V}$  wurden die Spannungen der an das Fallenzentrum angrenzenden Elektroden manipuliert. **b)** Die Elektroden 23, 29, 11 und 17 haben um 5% verringerte Spannung. **c)** Die Spannung der Elektroden 11 und 12 ist um 5% verringert bzw. erhöht. **d)** Die zwei Elektroden 23 und 11 haben um 5% verringerte Spannung. **e)** Die Elektrode 11 hat um 5% verringerte Spannung.

**Tabelle 2.2:** Simulation der elektrischen Felder im Fallenzentrum für die vier Konfigurationen aus Abbildung 2.4. Gelistet sind die Mittelwerte dreier symmetrischer Messpunkte um das Fallenzentrum  $57,35 \text{ mm} \leq z \leq 57,85 \text{ mm}$  zusammen mit der Standardabweichung.

	b)	c)	d)	e)
$E'_x$ (V/mm)	0,212(3)	0,213(2)	0,157(6)	0,212(2)
$E'_y$ (V/mm)	0,057(3)	0,05(2)	0,00(1)	0,00(1)
$E'_z$ (V/mm)	-0,35(4)	-0,177(3)	-0,17(2)	-0,09(1)
$dE'_x/dz$ (V/mm <sup>2</sup> )	0,013(4)	0,012(4)	-0,03(1)	0,012(4)
$dE'_y/dz$ (V/mm <sup>2</sup> )	-0,013(3)	-0,103(3)	-0,059(3)	-0,059(4)
$dE'_z/dz$ (V/mm <sup>2</sup> )	-0,18(1)	-0,012(5)	-0,097(5)	-0,054(3)

die Falle konstant blieb und die radialen Felder symmetrisch waren. Die Beträge der elektrischen Felder im Fallenzentrum sowie deren Gradienten sind in Tabelle 2.2 gelistet. Dabei wurden die Simulationenwerte im Bereich von  $500 \mu\text{m}$  um das Fallenzentrum gemittelt. Die berechneten elektrischen Felder sind im Bereich der Ausdehnung eines einzelnen Ions um das Fallenzentrum nahezu räumlich konstant und oszillieren in Phase mit der Wechselspannungsfrequenz. Das im Fallenzentrum wirkende elektrische Feld lässt sich durch

$$\vec{E}'(t) = \vec{E}' \cos(\Omega t) \quad (2.17)$$

beschreiben, wobei die Amplitude  $\vec{E}'$  von der Konfiguration der RF-Spannungen abhängt. Das elektrische Feld treibt die Ionen mit der Wechselspannungsfrequenz und erzeugt so zusätzliche Mikrobewegung. In axialer Richtung lässt sich diese Bewegung mit Geschwindigkeit  $v'_z(t)$  durch

$$m \frac{dv'_z(t)}{dt} = QE'_z \cos(\Omega t) \quad (2.18)$$

beschrieben. Die axiale Geschwindigkeit der Mikrobewegung berechnet sich nach

$$v'_z(t) = \frac{QE'_z}{m\Omega} \sin(\Omega t), \quad (2.19)$$

womit die Geschwindigkeitsamplitude

$$v'_{z,\max} = \frac{QE'_z}{m\Omega} \quad (2.20)$$



beträgt. Mit den simulierten Feldstärken  $E'_z$  aus Tabelle 2.2 erhält man für die Speicherung von  ${}^9\text{Be}^+$ -Ionen bei einer Wechselspannungsfrequenz von  $\Omega/2\pi = 3,92$  MHz eine axiale Geschwindigkeitsamplitude im Bereich von  $(39 - 151)$  m/s. Im Vergleich dazu weist eine ideale Paulfalle keine Mikrobewegung entlang der Fallenachse auf.

## 2.2 Laserkühlung von Ionen in der Paulfalle

Die kinetische Energie der Ionen in einer Paulfalle setzt sich aus der Energie der Mikrobewegung und der Energie der Säkularbewegung zusammen. In einer idealen Paulfalle ( $q_z = 0$ ) ist die Ionenbewegung entlang der Fallenachse  $z$  nur durch die langsame Säkularbewegung gegeben, deren Amplitude und Energie durch Laserkühlung reduziert werden können [34]. Zur Kühlung der Ionen wird ein Laser der entsprechenden Frequenz verwendet, welcher entlang der Fallenachse  $z$  verläuft. In diesem Unterkapitel wird die Wechselwirkung eines Ions mit dem Kühllaser und der Einfluss der Mikrobewegung diskutiert.

### 2.2.1 Atom-Licht-Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Systems

Um die Wechselwirkung eines Ions mit dem Kühllasers zu beschreiben, wird das Ion als Zwei-Niveau-System genähert. Die zwei Niveaus, welche energetisch durch  $\hbar\omega_0$  getrennt sind, werden durch das elektrische Feld des Lasers miteinander gekoppelt. In der Näherung als monochromatische ebene Welle mit Wellenvektor  $\vec{k}$  und Frequenz  $\omega_{\text{laser}}/2\pi$  hat das elektrische Feld des Lasers die Form

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \left( \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega_{\text{laser}}t + i\varphi_{\text{laser}}) + c.c. \right). \quad (2.21)$$

Durch die Wechselwirkung mit dem Laserfeld vollführt das Ion Rabi-Oszillationen und die Population des angeregten Zustands ist durch

$$P_e(t) = -i \frac{\Omega_r}{\sqrt{|\Omega_r|^2 + \delta^2}} e^{-i\delta t/2} \sin\left(\frac{1}{2}\sqrt{|\Omega_r|^2 + \delta^2} t\right) \quad (2.22)$$

gegeben [26]. Hierbei steht  $\delta = \omega_{\text{laser}} - \omega_0$  für die Verstimmung des Lasers und  $\Omega_r$  bezeichnet die Rabi-Frequenz. Eine vollständige Beschreibung des Systems muss außerdem die endliche Lebensdauer  $\tau$  des angeregten Zustands berücksichtigen und

findet im Rahmen der optischen Bloch-Gleichungen statt. Der angeregte Zustand kann mit der Übergangsrate  $\gamma$  spontan in den Grundzustand zerfallen. Dadurch werden die Rabi-Oszillationen gedämpft und die Population des angeregten Zustands  $P_e$  wird für Zeiten  $t \gg 1/\gamma$  stationär. Die stationäre Lösung der optischen Bloch-Gleichungen ergibt eine Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustands von [10, 26]

$$P_e = \frac{|\Omega_r|^2/\gamma^2}{1 + 2|\Omega_r|^2/\gamma^2 + (2\delta/\gamma)^2} = \frac{s_0/2}{1 + s_0 + (2\delta/\gamma)^2}. \quad (2.23)$$

Hierbei wurde der Sättigungsparameter

$$s_0 = 2 \frac{|\Omega_r|^2}{\gamma^2} = \frac{I}{I_s} \quad (2.24)$$

eingeführt, welcher das Verhältnis von Laserintensität  $I$  und Sättigungsintensität des Übergangs  $I_s = \pi\hbar c/3\lambda^3\tau$  angibt. Im Gleichgewicht ist die Photonenstreureate  $\Gamma$  durch

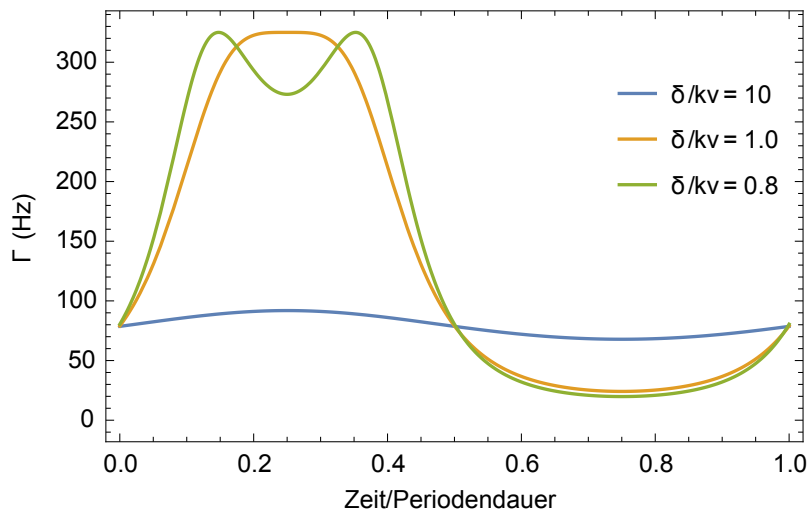
$$\Gamma = \gamma P_e = \frac{s_0}{2(1 + s_0)} \frac{\gamma}{1 + (2\delta/\gamma')^2} \propto \frac{(\gamma'/2)^2}{(\gamma'/2)^2 + \delta^2} \quad (2.25)$$

gegeben, wobei die Leistungsverbreiterung des Übergangs durch  $\gamma' = \gamma\sqrt{1 + s_0}$  berücksichtigt wird. Die Photonenstreureate als Funktion der Laserverstimmung  $\delta$  wird durch eine Lorentz-Verteilung beschrieben.

### 2.2.2 Einfluss der Mikrobewegung des Ions

Eine Möglichkeit die Mikrobewegung eines Ions nachzuweisen ist die Modulation der Fluoreszenz durch den Dopplereffekt zu messen. Die Wechselwirkung des Laserfelds mit dem Ion hängt von  $\vec{k} \cdot \vec{u}$  ab, wobei sich die Position  $\vec{u}$  des Ions aus der Gleichgewichtsposition  $\vec{u}_0$  und der Schwingungsamplitude der Mikrobewegung  $\vec{u}'$  nach Gleichung 2.16 zusammensetzt. Unter der Annahme  $|u_0| \gg |u_1|$  und  $|r_0\chi\Delta\phi| \gg |u_1|$  lässt sich der Effekt der Mikrobewegung entlang der Ausbreitungsrichtung des Lasers isolieren:

$$\vec{k} \cdot \vec{u}' = \beta \sin(\Omega t + \varphi), \quad (2.26)$$



**Abbildung 2.5:** Zeitlicher Verlauf der Fluoreszenzrate eines Ions unter Einfluss der Mikrobewegung für eine Periode der Wechselspannung und verschiedene Geschwindigkeitsamplituden  $v'_{\max} = \beta\Omega/k$ . Für die Rechnung wurde eine maximale Fluoreszenzrate  $\Gamma_{\max} = 325 \text{ s}^{-1}$ , eine Zerfallsrate von  $\gamma = 1,13 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ , eine Laserverstimmung von  $|\delta| = 10^8 \text{ s}^{-1}$ , eine Phase von  $\varphi = 0$  sowie eine Wechselspannungsfrequenz von  $\Omega/2\pi = 3,92 \text{ MHz}$  verwendet.

wobei  $\beta$  und  $\varphi$  Funktionen von  $u_0$ ,  $|r_0\chi\Delta\phi|$ ,  $\vec{k}$  und  $q_u$  sind [6]. Bezeichnet man die Geschwindigkeit des Ions durch die zusätzliche Mikrobewegung mit  $\vec{v}'(t)$ , so ist die Dopplerverschiebung in erster Ordnung durch

$$-\vec{k} \cdot \vec{v}'(t) = \beta\Omega \cos(\Omega t + \varphi) \quad (2.27)$$

gegeben. Nach Gleichung 2.25 ist die Fluoreszenzrate damit

$$\Gamma(t) = \Gamma_{\max} \frac{(\gamma'/2)^2}{(\gamma'/2)^2 + (\omega_{\text{atom}} - \omega_{\text{laser}} - \beta\Omega \cos(\Omega t + \varphi))^2}. \quad (2.28)$$

Der zeitliche Verlauf der Fluoreszenzrate eines einzelnen Ions ist in Abbildung 2.5 für verschiedene  $\beta$  dargestellt. Der qualitative Verlauf der Fluoreszenzrate kann in drei Bereiche eingeteilt werden. Für eine schwache Mikrobewegung ( $\delta/kv'_{\max} \gg 1$ ) ist die Streurrate nahezu konstant und variiert periodisch mit der Geschwindigkeit der Mikrobewegung [6]. Für den entgegengesetzten Fall einer stark ausgeprägten Mikrobewegung ( $\delta/kv'_{\max} \ll 1$ ) ist die Dopplerverschiebung der Laserfrequenz so groß, dass das Ion zwei Mal pro Periode der Wechselspannung eine maximale Streurrate aufweist. Dies ist der Fall für die zwei Zeitpunkte  $t_{1,2}$  für die  $\delta = kv'(t_{1,2})$  gilt,

welche symmetrisch um den Umkehrpunkt der Mikrobewegung ( $v' = 0$ ) liegen. Im Grenzfall  $\delta = kv'_{\max}$  ist die Photonenstreurate genau einmal pro Periode maximal, wenn die gesamte Verstimmung Null wird.

Die Mikrobewegung der Ionen in der Falle führt zu einem veränderten Anregungsspektrum der Ionen, was zum Aufheizen der axialen Bewegung führen kann. Dieser Effekt wird im Folgenden erläutert.

Unter Berücksichtigung der Mikrobewegung nach Gleichung 2.26 lässt sich das elektrische Feld des Kühllasers aus Sicht des Ions schreiben als [6]

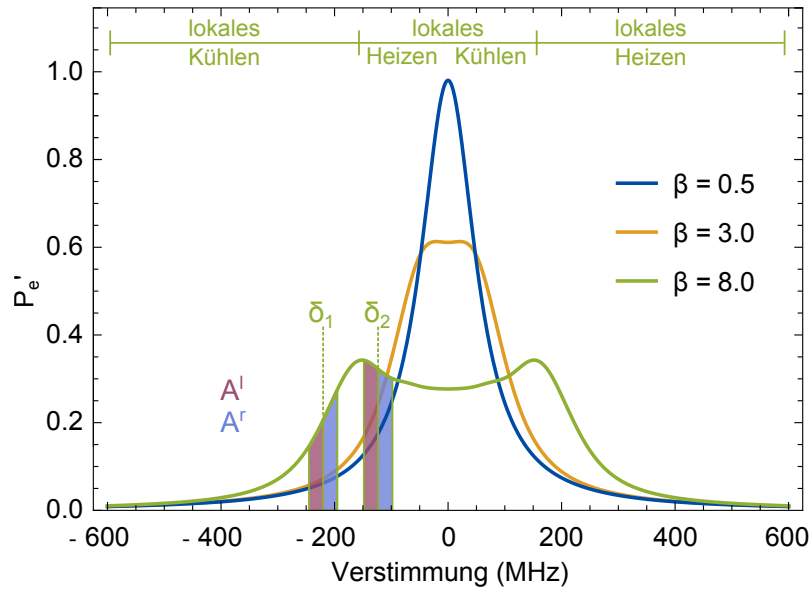
$$\begin{aligned} \vec{E}(t) = & \vec{E}_0 \exp(i\vec{k} \cdot \vec{u}_0) \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} J_n(\beta) \\ & \times \exp(-i\omega_{\text{laser}}t + i\varphi_{\text{laser}} + in(\Omega t + \varphi)) + c.c., \end{aligned} \quad (2.29)$$

wobei  $J_n$  die Besselfunktionen bezeichnen. Das Laserfeld wechselwirkt mit dem Ion auch mit Seitenbändern bei  $\omega_{\text{laser}} \pm n\Omega$ , wobei die Intensität der Seitenbänder mit Ordnung  $n \geq 1$  gering im Vergleich zur nullten Ordnung ist, jedoch mit der Amplitude der Mikrobewegung  $\beta$  zunimmt. Nach [8] lässt sich die Besetzung des oberen Fluoreszenzniveaus  $P_e$  schreiben als

$$P_e = \left( \frac{P(E_0)}{\hbar} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(\beta)}{(\gamma/2)^2 + (\omega_{\text{atom}} - \omega_{\text{laser}} + n\Omega)^2}, \quad (2.30)$$

wobei  $P(E_0)$  das Übergangsmatrixelement zwischen den zwei Niveaus des Ions ist, welche zur Laserkühlung verwendet werden, und  $h = 2\pi\hbar$  das Planck'sche Wirkungsquantum bezeichnet. Die Besetzung  $P_e$  ist in Abbildung 2.6 für verschiedene Amplituden der Mikrobewegung als Funktion der Laserverstimmung  $\delta = \omega_{\text{laser}} - \omega_{\text{atom}}$  gezeigt.

Betrachtet man die Wirkung des Kühllasers auf das Ion für eine Laserverstimmung  $\delta < 0$ , so würde man ohne Mikrobewegung eine Kühlung des Ions erwarten. Unter Einfluss der Mikrobewegung erfährt das Ion durch die Dopplerverschiebung eine periodisch variierende Verstimmung  $\delta'$  im Bereich  $\delta - kv'_{\max} < \delta' < \delta + kv'_{\max}$ . Für eine starke Mikrobewegung von  $\beta = 8$  ist der abgedeckte Bereich der Verstimmung  $\delta'$  für zwei Verstimmungen des Kühllasers  $\delta = \delta_1, \delta_2$  in Abbildung 2.6 markiert. In guter Näherung ist die Anzahl der gestreuten Photonen proportional zur abgedeckten Fläche unter der Fluoreszenzkurve, wobei die Fläche  $A_{1,2}^l$  bzw.  $A_{1,2}^r$  der Menge gestreuter Photonen entspricht, welche sich in die gleiche bzw. entgegengesetzte



**Abbildung 2.6:** Veränderung der Population des angeregten Niveaus  $P_e$  unter Einfluss der Mikrobewegung. Dargestellt ist  $P_e = P_e[\hbar\gamma/(2P(E_0))]^2$  für verschiedene Werte von  $\beta$  bei einer Wechselspannungsfrequenz von  $\Omega/2\pi = 3,92$  MHz. Für eine Mikrobewegungsamplitude von  $\beta = 8$  sind die Regionen des lokalen Kühlens bzw. Heizens eingezeichnet. Der abgedeckte Bereich der Verstimmung im System des Ions unter Einfluss der Mikrobewegung ist für zwei Laserverstimmungen  $\delta_{1,2}$  farblich markiert. Nach [8].

Richtung wie das Ion bewegen und die Bewegung heizen bzw. kühlen [8]. Somit wird das Ion auch für rote Laserverstimmungen  $\delta < 0$  nur gekühlt, wenn  $A^l < A^r$  gilt. Dies wird als lokales Kühlen bzw. Heizen bezeichnet. In Abbildung 2.6 würde das Ion bei der Verstimmung  $\delta_2$  immer weiter geheizt werden, bis die Amplitude der Mikrobewegung groß genug ist, dass global  $A^l < A^r$  gilt und sich ein neues Gleichgewicht einstellt [8]. Somit kann die Mikrobewegung zu einer Erhöhung der Ionentemperatur führen, welche hinderlich für Präzisionsexperimente ist.

## 2.3 Hohlraumresonatoren

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Hohlraumresonator mit Quadrupolstruktur der Elektroden entwickelt, welcher als Ionenfalle hoher Güte die im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Probleme mit Mikrobewegung lösen soll. Im Folgenden wird in die Theorie der Hohlraumresonatoren eingeführt.

### 2.3.1 Kenngößen von Resonatoren

In diesem Abschnitt sollen zunächst die wichtigsten Begriffe und Definitionen zur Charakterisierung eines Resonators eingeführt werden. Die theoretische Beschreibung orientiert sich vorwiegend an [39].

Unter einem Resonator versteht man allgemein ein leitend umschlossenes Objekt, innerhalb dessen im Resonanzfall bei Einkopplung kleiner Leistungen sehr große magnetische und elektrische Feldstärken auftreten. Der Frequenzgang von magnetischer oder elektrischer Feldstärke an einem beliebigen Punkt im Resonator wird als Resonanzkurve bezeichnet, über deren Maximum die Resonanzfrequenz des Resonators  $f_0 = \omega_0/2\pi$  definiert ist. Durch das externe Einkoppeln von Leistung enthält der Resonator zu jedem Zeitpunkt magnetische und elektrische Feldenergie. Durch die Oszillation der eingespeisten Felder werden beide Energieformen periodisch in einander umgewandelt, wobei der zeitliche Mittelwert konstant bleibt. Die magnetische Feldenergie im Volumenelement  $dV$  berechnet sich mit der Permeabilität  $\mu$  des eingeschlossenen Mediums und der magnetischen Feldstärke  $H$  nach

$$dW_{\text{mag}} = \frac{1}{2}\mu H^2 dV. \quad (2.31)$$

Die elektrische Feldenergie im Volumenelement  $dV$  ist durch

$$dW_{\text{el}} = \frac{1}{2}\epsilon E^2 dV \quad (2.32)$$

gegeben, wobei  $\epsilon$  die Permittivität des eingeschlossenen Mediums ist und  $E$  die elektrische Feldstärke bezeichnet. Die Summe aller Teilenergien ergibt die magnetische bzw. elektrische Feldenergie  $W_{\text{mag}}$  bzw.  $W_{\text{el}}$ .

Eine wichtige Kenngröße des Resonators ist seine Güte  $Q_0$ . Diese ist definiert als das Verhältnis der gespeicherten Energie  $W_{\text{stor}}$  und der pro Schwingungsperiode  $T_0 = 1/f_0$  dissipierten Energie  $W_{\text{diss}} = P_{\text{diss}}T_0$ :

$$Q_0 = 2\pi \frac{W_{\text{stor}}}{T_0 P_{\text{diss}}} = \frac{\omega_0 W_{\text{stor}}}{P_{\text{diss}}}, \quad (2.33)$$

wobei  $P_{\text{diss}}$  die im Resonator verbrauchte Wirkleistung ist. Somit entspricht  $Q_0$  der  $2\pi$ -fachen Anzahl an Schwingungsperioden des Wechselfeldes bis die im Resonator gespeicherte Energie vollständig dissipiert ist. Die Felder innerhalb des Resonators werden durch Wechselströme aufrecht erhalten, welche in dünnen Schichten der

Oberflächen fließen und dort Joule'sche Wärmeleistung dissipieren. Mit dem Oberflächenwiderstand  $R_A$  lässt sich diese berechnen [42]:

$$P_{\text{diss}} = \frac{1}{2} R_A \int_S H^2 dA, \quad (2.34)$$

wobei über alle inneren Resonatorflächen integriert wird. Somit kann die Güte mit

$$Q_0 = \frac{\omega_0 \frac{1}{2} \mu \int_V H^2 dV}{\frac{1}{2} R_A \int_S H^2 dA} = \frac{\kappa}{R_A} \quad (2.35)$$

berechnet werden, wobei der Geometriefaktor  $\kappa$  eingeführt wurde. Bezeichnet man die lineare Ausdehnung des Resonators mit  $l$ , so skaliert das Volumenintegral mit  $l^3$ , das Flächenintegral mit  $l^2$  und die Resonanzfrequenz einer stehenden Welle mit  $l^{-1}$ . Somit ist der Geometriefaktor nicht von der Ausdehnung des Resonators abhängig, sondern beschreibt nur dessen Form. Um den Oberflächenwiderstand des Resonators zu berechnen, muss berücksichtigt werden, dass ein Wechselstrom nur bis zu einer gewissen Tiefe in den Leiter eindringt. Beim sogenannten Skin-Effekt werden die Wechselströme durch die Induktionswirkung zur Oberfläche hin verdrängt. Damit nimmt die Stromdichte  $j$  mit zunehmender Eindringtiefe  $x$  in den Leiter ab:

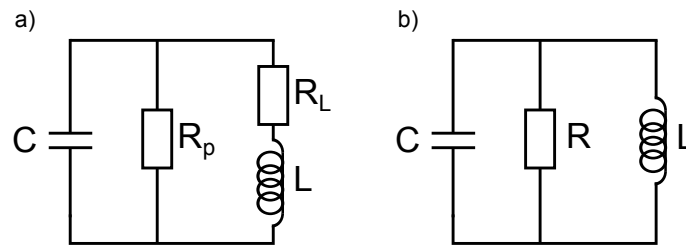
$$j(x) = j(0)e^{-\beta x}, \quad \text{mit } \beta = \sqrt{\pi \mu \sigma f}, \quad (2.36)$$

wobei  $\sigma$  die elektrische Leitfähigkeit des Leitermaterials bezeichnet. Für die Berechnung des Widerstands wird angenommen, dass der Strom gleichmäßig in einer Schicht der Dicke  $d = 1/\beta$  fließt. Der Oberflächenwiderstand berechnet sich zu

$$R_A = \frac{1}{\sigma d} = \sqrt{\frac{\pi \mu f}{\sigma}}. \quad (2.37)$$

### 2.3.2 Der Parallelschwingkreis

Die Eigenschaften eines Hohlraumresonators lassen sich vereinfacht mit dem Modell eines Parallelschwingkreises beschreiben. Dieser besteht aus einer Induktivität  $L$  und einer Kapazität  $C$ , welche beide verlustbehaftet sind (siehe Abbildung 2.7). Im niedrigen MHz-Frequenzbereich können die kapazitiven Verluste als ein paralleler Widerstand  $R_p$  und die induktiven Verluste durch einen Serienwiderstand  $R_L$  berücksichtigt werden. Diese lassen sich in dem gesamten Verlustwiderstand  $R = 1/G$



**Abbildung 2.7:** Links: Realer Parallelschwingkreis mit den Verlustwiderständen  $R_p$  und  $R_L$ . Rechts: Ersatzschaltbild des Parallelschwingkreises mit dem gesamten Verlustwiderstand  $R = 1/G$ .

zusammenfassen. Die gesamte Impedanz des Schwingkreises berechnet sich zu

$$\begin{aligned} Z &= \left[ G + i\omega C + \frac{1}{i\omega L} \right]^{-1} \\ &= \left[ G + i \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Der Schwingkreis befindet sich in Resonanz, wenn der Blindwiderstand verschwindet. Dies ist der Fall für die Resonanzfrequenz

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.39)$$

Hierbei ist der induktive und der kapazitive Blindwert gleich groß, wobei der Betrag als Kennleitwert  $Y_K$  des Schwingkreises bezeichnet wird:

$$Y_K = 1/\omega_0 L = \omega_0 C = \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (2.40)$$

Die Güte des Schwingkreises entspricht dem Verhältnis von Blind- zu Wirkwiderstand und kann mit dem Kennleitwert  $Y_K$  nach

$$Q_0 = \frac{Y_K}{G} = \frac{\omega_0 C}{G} = \frac{1}{G\omega_0 L} = \frac{1}{G} \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (2.41)$$



berechnet werden [39]. Mit der Güte des Schwingkreises kann die Impedanz mit  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  umgeschrieben werden zu

$$\begin{aligned} Z &= \left[ G + i\omega_0 C \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^{-1} \\ &= [G(1 + iQ_0 v)]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.42)$$

wobei die Verstimmung

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad (2.43)$$

eingeführt wurde. Auf Resonanz ( $v = 0$ ) wird die Impedanz des Schwingkreises maximal und ist allein durch den Wirkwiderstand  $R = 1/G$  gegeben. Der Wechselstrom, mit dem der Schwingkreis versorgt wird, lässt sich in der komplexen Darstellung als

$$I(t) = \hat{I} \exp(i\omega t + \phi) + c.c. \quad (2.44)$$

schreiben. Die anliegende Spannung berechnet sich nach dem Ohmschen Gesetz mit  $U(t) = ZI(t)$  und die komplexe Spannungsamplitude ist durch

$$\hat{U} = Z\hat{I} = \frac{\hat{I}}{G(1 + iQ_0 v)} \quad (2.45)$$

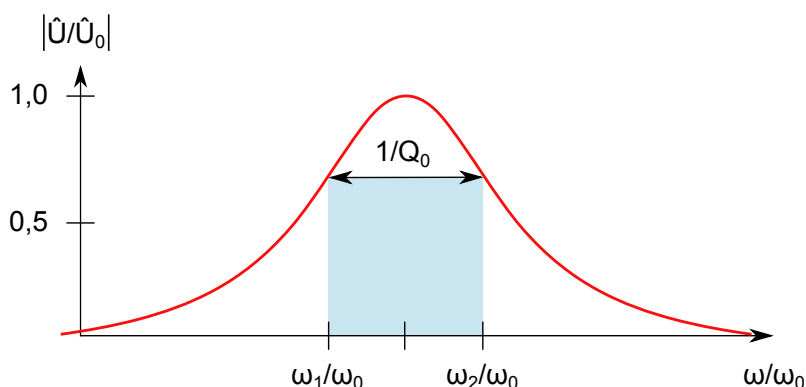
gegeben. Die am Schwingkreis abfallende Spannung hat die Form

$$\left| \frac{\hat{U}}{\hat{U}_0} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 v^2}}, \quad (2.46)$$

wobei  $\hat{U}_0$  die komplexe Spannungsamplitude im Resonanzfall ist. Der Verlauf der Resonanzkurve ist in Abbildung 2.8 zu sehen.

Eine weitere wichtige Kenngröße des Schwingkreises ist die Bandbreite  $\Delta\omega$ . Diese ist definiert als der Frequenzabstand der zwei Grenzfrequenzen der Resonanzkurve, bei welchen die Spannung am Schwingkreis auf das  $1/\sqrt{2}$ -fache des Maximalwerts abgefallen ist. Dies ist der Fall für eine Verstimmung von

$$v_{1,2} = \frac{\omega_{1,2}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{1,2}} = \mp \frac{1}{Q_0}. \quad (2.47)$$



**Abbildung 2.8:** Darstellung der Resonanzkurve mit den eingezeichneten Grenzfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$ .

Damit errechnen sich die entsprechenden Grenzfrequenzen zu

$$\begin{aligned} \frac{\omega_1}{\omega_0} &= -\frac{1}{2Q_0} + \sqrt{\frac{1}{4Q_0^2} + 1}, \\ \frac{\omega_2}{\omega_0} &= +\frac{1}{2Q_0} + \sqrt{\frac{1}{4Q_0^2} + 1} \end{aligned} \quad (2.48)$$

und man erhält die Bandbreite

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q_0}. \quad (2.49)$$

Durch die Bauelemente des Schwingkreises fließt der Strom

$$\begin{aligned} \hat{I}_C &= i\omega C \hat{U} = i\omega C \frac{\hat{I}}{G(1 + iQ_0v)}, \quad \text{bzw.} \\ \hat{I}_L &= \frac{\hat{U}}{i\omega L} = \frac{1}{i\omega L} \frac{\hat{I}}{G(1 + iQ_0v)}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Im Resonanzfall sind die Ströme somit um den Faktor  $Q_0$  gegenüber dem Eingangsstrom überhöht:

$$\begin{aligned} \hat{I}_{C,0} &= iQ_0 \hat{I}, \quad \text{bzw.} \\ \hat{I}_{L,0} &= -iQ_0 \hat{I}. \end{aligned} \quad (2.51)$$

## 2.4 Simulationen mit Comsol

In dieser Arbeit wurden verschiedene Geometrien für Quadrupol-Hohlraumresonatoren untersucht. Dafür wurden Simulationen der elektromagnetischen Eigenschaften dieser Resonatoren mit der Software *Comsol Multiphysics* [11] durchgeführt, welche die Modellierung und Simulation einer Vielzahl physikalischer Zusammenhänge erlaubt, die durch Differentialgleichungen beschrieben werden können. Das Programm basiert auf der Finite-Elemente-Methode (FEM) zur Lösung der partiellen Differentialgleichungen. Für die Eigenwertberechnungen der Hohlraumresonatoren in dieser Arbeit wurde das RF-Modul der Simulationssoftware verwendet. In diesem Unterkapitel wird die Theorie erläutert, welche den Berechnungen zugrunde liegt.

### 2.4.1 Die Finite-Elemente-Methode

Zunächst soll in diesem Abschnitt ein kurzer Einblick in die Berechnungen mit der FEM gegeben werden, welche ein Standardwerkzeug in Fluidodynamik, Akustik, Wärmeleitung, Elektromagnetismus, usw. ist. Die hier vorgestellte Beschreibung ist an die Ausführungen in [31, 45] angelehnt.

Die FEM ist ein numerisches Verfahren zur Lösung partieller Differentialgleichungen. Hierbei wird das Berechnungsvolumen zunächst in eine beliebige Anzahl von Unterbereichen, die finiten Elemente, unterteilt. Für jedes Element wird ein Lösungsansatz gewählt und dieser in die zugrunde liegenden Differentialgleichungen mit den Anfangs- und Übergangsbedingungen eingesetzt. Dies liefert ein Gleichungssystem, welches numerisch gelöst werden kann und dessen Größe durch die Anzahl der finiten Elemente bestimmt ist. Dieser Ansatz findet jedoch in der Regel keine Lösung, welche die Gleichungen und Randbedingungen in jedem Punkt erfüllt. Stattdessen wird für eine Lösung im Rahmen der FEM nur eine Art gemittelte Übereinstimmung gefordert. Die zwei häufigsten Lösungsansätze sind die Variationsrechnung und der gewichtete Mittelwert. Die hier verwendete Methode ist die Galerkin-Methode, welche mit dem gewichteten Mittelwert arbeitet [11, 12]. Bei einer erfolgreichen FEM-Rechnung geht das Ergebnis in die exakte Lösung über, wenn die Größe der Unterbereiche gegen Null geht und die Anzahl der finiten Elemente divergiert.

Eine FEM-Rechnung ist in vier Schritte unterteilt, welche im Folgenden beschrieben

werden. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\hat{O}[g] = c, \quad (2.52)$$

mit dem Operator  $\hat{O}$ , der Quelle  $c$  und der gesuchten Funktion  $g$ .

- i) Das gesamte Berechnungsgebiet  $V$  wird in eine beliebige Anzahl von Unterbereichen eingeteilt, welche das ganze Volumen ausfüllen ohne zu überlappen.
- ii) Für jeden Unterbereich wird die Lösung  $g(\vec{r})$  in der festen Basis  $\{a_i(\vec{r})\}$  mit endlich vielen Elementen entwickelt:

$$g(\vec{r}) = \sum_{i=1}^n g_i a_i(\vec{r}), \quad (2.53)$$

wobei die Funktionen  $a_i(\vec{r})$  meist Polynome niedriger Ordnung sind.

- iii) Man bildet das Residuum  $\sigma = \hat{O}[g] - c$ , welches minimiert werden soll. Bei der Methode der gewichteten Mittelwerte werden dafür Testfunktionen bzw. Gewichtungparameter  $\{w_i\}_{i=1,\dots,n}$  gewählt. Bei der Galerkin-Methode sind diese durch  $w_i = a_i$  festgelegt.
- iv) Danach werden die gewichteten Residuen gleich Null gesetzt

$$\langle w_i, \sigma \rangle = \int_V w_i \sigma \, dV = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.54)$$

und das Gleichungssystem nach den Koeffizienten  $g_i$  aufgelöst.

Der große Vorteil der FEM gegenüber anderen numerischen Näherungsmethoden, wie z.B. der Finite-Differenzen-Methode (FDM) [45], sind die unstrukturierten finiten Elemente, deren Form frei gewählt werden kann und deren Position und Größe sich der zugrundeliegenden Geometrie anpassen. So eignen sich beispielsweise Dreiecke (2D) und Tetraeder (3D) ideal, um runde Formen darzustellen, welche im kartesischen Gitter der FDM nur schlecht beschrieben werden können. Dadurch sind die finiten Elemente sehr flexibel und lassen sich auch an sehr kleine Strukturen anpassen, wodurch ein natürlicher Umgang mit Randbedingungen entsteht.

### 2.4.2 Berechnung der Eigenfrequenz

Zur Bestimmung der Eigenfrequenz des Quadrupol-Resonators wird die elektromagnetische Wellengleichung mit den zugehörigen Randbedingungen im Rahmen der FEM gelöst [11, 35]. Die berechnete Verteilung des elektrischen Feldes im Resonator unterliegt einer beliebigen Normierung der Feldamplitude [3]. Bei der Lösung des Eigenwertproblems treten teilweise nichtlineare Differentialgleichungen auf. Da man mit *Comsol* nur lineare partielle Differentialgleichungen direkt lösen kann, muss zur Lösung des Eigenwertproblems die theoretische Beschreibung zunächst um einen Transformationspunkt linearisiert werden. Dieser sollte im Bereich der gesuchten Eigenfrequenz gewählt werden, damit die Linearisierung ein gutes Ergebnis liefert. Die Eigenfrequenzsuche wird solange wiederholt, bis eine Änderung des Transformationspunkts keinen Einfluss mehr auf die Eigenfrequenz hat. Eine gute Startfrequenz kann durch eine erste lineare Berechnung mit der Annahme eines idealen Leiters und somit der Vernachlässigung von Verlusten abgeschätzt werden.



# Kapitel 3

## Experimenteller Aufbau

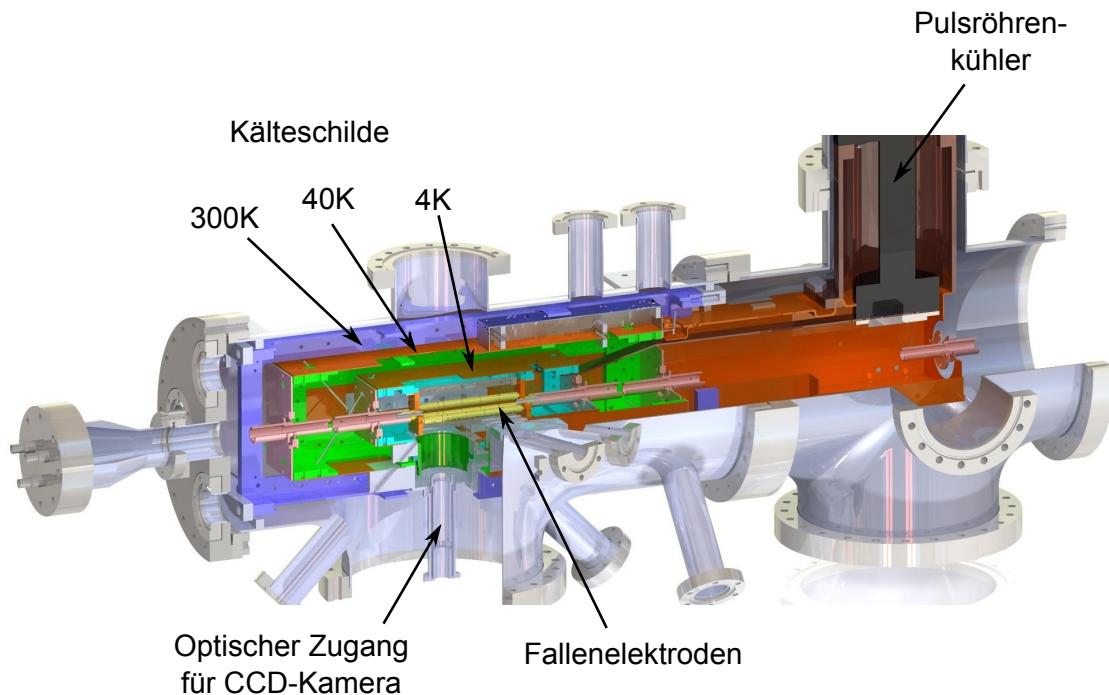
Die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente mit  ${}^9\text{Be}^+$ - Ionen wurden an der kryogenen linearen Paulfalle CryPTE<sub>x</sub> durchgeführt [51]. In diesem Kapitel wird der experimentelle Aufbau und das Datenaufnahmesystem für die Messung der Mikrobewegung beschrieben.

### 3.1 Die kryogene Paulfalle

Eine Schnittansicht des kryogenen Aufbaus mit Paulfalle ist in Abbildung 3.1 gezeigt. Die Paulfalle wurde für das Speichern von hochgeladenen Ionen entwickelt. Die Speicherzeit von Ionen in einer Paulfalle ist durch Stöße mit Restgas, welche zu Ladungsaustausch oder Aufheizen führen, beschränkt. Daher wird für lange Speicherzeiten ein sehr gutes Vakuum mit einem Druck im Bereich  $< 10^{-10}$  mbar benötigt. Ein solches Vakuum wird durch eine kryogene Umgebung (4 K) erreicht, bei der Restgasteilchen an den Wänden des Aufbaus kondensieren. Der kryogene Aufbau ist zur differentiellen Aufteilung des Wärmeeintrags in drei Kältestufen unterteilt: 300 K, 40 K und 4 K. Mit einem Pulsröhrenkühler, welcher 31 W bei 40 K und 1 W bei 4 K leistet, wird der Aufbau heruntergekühlt.

Die Paulfalle verfügt über 13 optische Zugänge zum Fallenzentrum, um Ionen in die Falle zu injizieren und diese mit Lasern zu manipulieren. Außerdem ist die Falle gegenüber anderen Paulfallen mit sechsfach segmentierten Elektroden besonders lang, was den Einfang gepulster Ionenstrahlen vereinfacht.

Im Folgenden werden Aufbau und Elektronik der Paulfalle, sowie das Injektionssystem für Beryllium und das verwendete Lasersystem kurz beschrieben.



**Abbildung 3.1:** Schnitt durch das CAD-Modell der gesamten Paulfalle. Verändert übernommen aus [51].

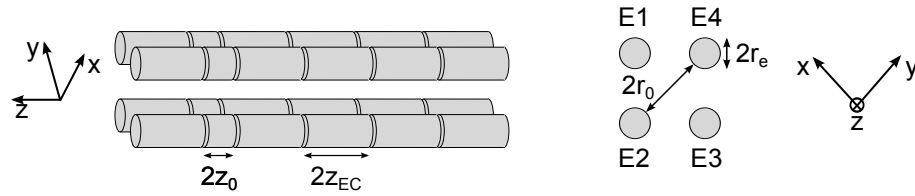
### 3.1.1 Der Aufbau der Paulfalle

In diesem Abschnitt wird der Aufbau der Paulfalle vorgestellt, wobei die Beschreibung an [50] angelehnt ist.

Die Falle besteht aus vier zylindrischen Stabelektroden, welche entlang der Fallenachse sechsfach segmentiert sind, womit die Falle aus insgesamt 24 einzelnen Elektroden besteht (siehe Abbildung 3.2). Für die Erzeugung eines harmonischen DC-Potentials entlang der Fallenachse wurden die mittleren Fallenelektroden gegenüber den Endkappenelektroden verkürzt. Damit steigt das axiale Fallenpotential entlang der  $z$ -Achse stärker an, als wenn alle Elektroden die gleiche Länge hätten, wodurch die gespeicherten Ionen besser lokalisiert sind.

Die Elektroden bestehen aus OFHC-Kupfer (OFHC, engl. oxygen-free high conductivity) und sind mit  $10\ \mu\text{m}$  Silber und danach mit  $5\ \mu\text{m}$  Gold beschichtet. Die Goldbeschichtung erhöht die elektrische Leitfähigkeit der Elektrode und dient als Schutz gegen Oxidation, welche zu Oberflächenpotentialen führen kann. Die Silberschicht verhindert das Diffundieren von Gold in die Kupferelektrode. Ein Querschnitt einer Elektrode ist in Abbildung 3.3 zu sehen. Die Elektroden werden abwechselnd mit

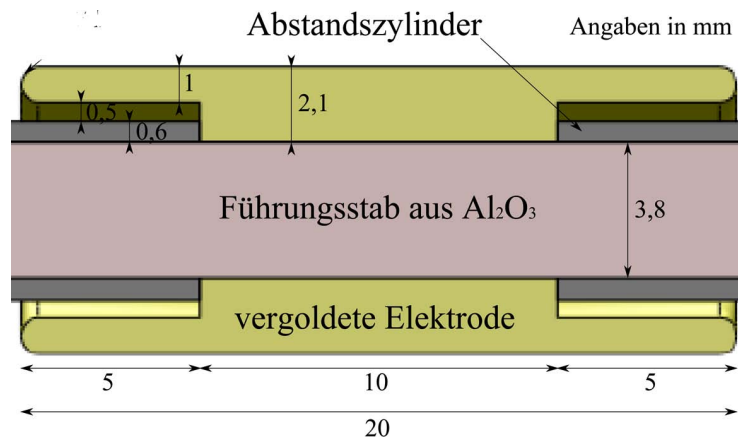




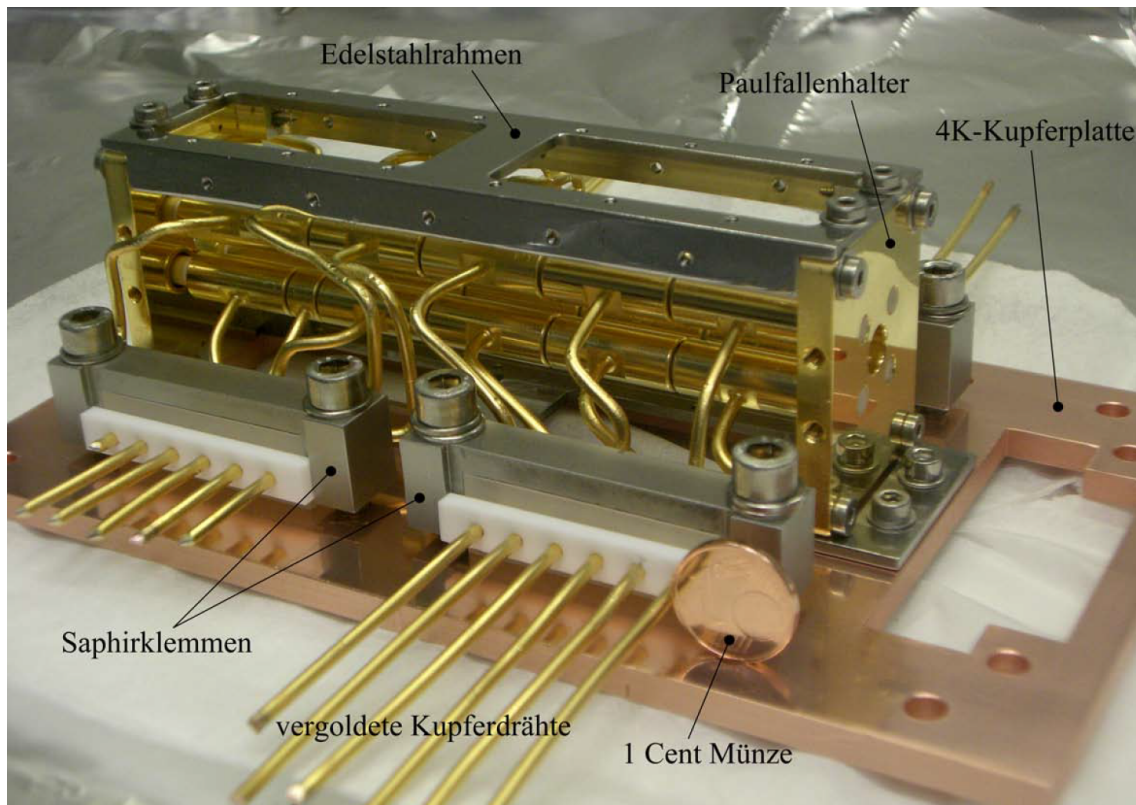
**Abbildung 3.2:** Schematische Darstellung der Fallengeometrie. Gezeigt ist eine Ansicht aller 24 Fallenelektroden (links) und ein Querschnitt durch die Falle (rechts) mit der Nummerierung der vier Elektrodenstapel. Es ist die Länge der mittleren Fallenelektroden  $2z_0$ , die Länge der Endkappenelektroden  $2z_{EC}$ , der Elektrodenradius  $r_e$  und der Falldurchmesser  $2r_0$  eingezeichnet.

isolierenden Zylindern aus Aluminiumoxid ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) auf Führungsstäbe aus  $\text{Al}_2\text{O}_3$  gesteckt und sind in einem Abstand von  $500\ \mu\text{m}$  zueinander aufgereiht. Durch den doppelt T-förmigen Querschnitt der Elektrode wird zum einen die Kriechstrecke zwischen benachbarten Elektroden verlängert. Außerdem ist der Führungsstab dadurch weitestgehend durch die Elektroden verdeckt und Polarisierungseffekte des Isolators durch Ionen in der Falle sind vernachlässigbar. Alle Dimensionen der Falle sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Der Geometriefaktor  $\kappa$  aus Gleichung 2.4 wurde durch numerische Simulationen bestimmt.

Ein Foto der vollständig montierten Falle auf der Basis der 4 K-Stufe ist in Abbildung 3.4 zu sehen. Die  $\text{Al}_2\text{O}_3$ - Führungsstäbe sind beidseitig in goldbeschichteten Kupferhaltern montiert. Die Elektroden werden durch 2 mm dicke, vergoldete Kupferdrähte, welche an die Elektroden angelötet sind, in Sechsergruppen mit 8 mm dicken Saphirplatten an die 4 K- Stufe gepresst und sind durch Macorhalterungen vonein-



**Abbildung 3.3:** Querschnitt durch die Designansicht einer Endkappenelektrode auf einem Führungsstab aus  $\text{Al}_2\text{O}_3$  mit den  $\text{Al}_2\text{O}_3$ -Abstandszyklindern. Entnommen aus [50]



**Abbildung 3.4:** Foto des montierten Fallenaufbaus auf der Bodenplatte der 4 K-Stufe. Als Größenvergleich dient eine 1 Cent-Münze. Man erkennt die vergoldeten Elektroden mit den angelöteten vergoldeten Kupferdrähten, welche durch die Saphirklemmen gegen die 4 K- Stufe gepresst werden. Entnommen aus [50].

ander getrennt. Saphir ist ein guter Isolator und ein sehr guter Wärmeleiter, wodurch jede Elektrode mit einer individuellen Spannung versorgt und effektiv gekühlt werden kann. Die Kupferdrähte sind hinter den Saphirklemmen mit den einzelnen Drähten zweier Flachbandkabel verbunden, welche als Spezialanfertigung von der Firma *andus Electronics* hergestellt wurden. Jedes der Kabel leitet eine Phase der RF-Spannung und ist auf der Länge von 1,5 m durch die einzelnen Temperaturstufen zu den Spannungsquellen bei Raumtemperatur geführt. Die Spannungsversorgung der Fallenelektroden ist im folgenden Kapitel beschrieben.

### 3.1.2 Die Elektronik

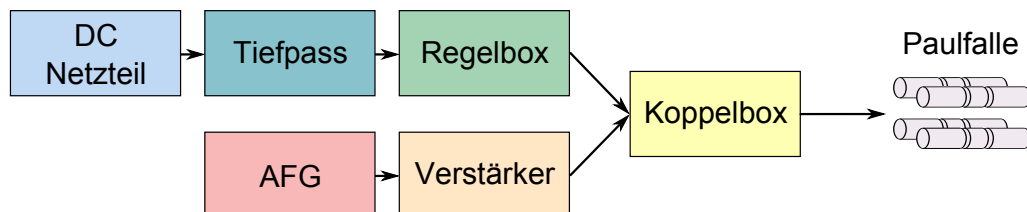
Um in der Paulfalle Ionen zu speichern, müssen die Elektroden mit einem Potential versorgt werden, welches sowohl einen Gleich- als auch einen Wechselspannungsanteil besitzt. Die Spannungsversorgung der Fallenelektroden folgt dem in Abbildung

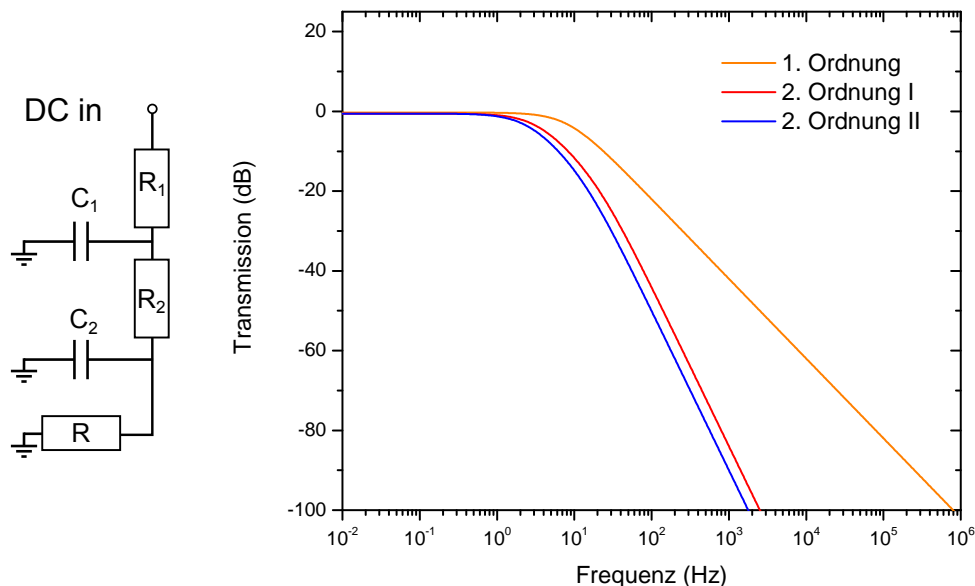
**Tabelle 3.1:** Übersicht der Dimensionen der linearen Paulfalle mit Bezeichnungen nach Abbildung 3.2.

Parameter	Symbol	Wert
Elektrodendurchmesser	$2r_e$	8 mm
Falldurchmesser	$2r_0$	7 mm
Länge der Endkappenelektroden	$2z_{EC}$	20 mm
Länge der mittleren Fallenelektroden	$2z_0$	5,4 mm
Geometriefaktor	$\kappa$	0,259

3.5 dargestellten Schema. Die erzeugten Gleich- und Wechselspannungen werden in der sogenannten Koppelbox zusammengeführt und an die Elektroden der Paulfalle weitergeleitet. Der Aufbau der Koppelbox ist in Kapitel 4 erläutert.

Das Design der Paulfallenelektronik erlaubt es jede Elektrode mit einer individuellen Gleich- und Wechselspannung zu versorgen. Die Wechselspannung der gewünschten Frequenz wird mit einem Funktionsgenerator (AFG, engl. arbitrary function generator), Model 33210A der Firma *agilent*, erzeugt. Für einen möglichst stabilen Arbeitspunkt im  $(a,q)$ -Diagramm sind die damit erreichbaren RF-Spannungen nicht ausreichend, sodass die Signalamplitude mit einem Wechselspannungsverstärker, Model AG1020 der Firma *AD Analog Digital Elektronik GmbH*, erhöht wird. Die statischen Potentiale der Elektroden werden mit einem PLH 250 Power Supply der Firma *Thurlby Thandar Instruments Ltd.* erzeugt. Die damit generierten Spannungen haben ein amplitudenunabhängiges Rauschen von  $2 \text{ mV}_{\text{rms}}$  mit  $10 \text{ mV}_{\text{pp}}$  [57]. Falls man jede Elektrode mit einem eigenen Netzteil ansteuert, so ist das Rauschen der statischen Potentiale statistisch verteilt. Dies hat zur Folge, dass die Orte, an welchen sich die statischen Potentiale zu Null aufsummieren, die sogenannte DC-Null, statistisch fluktuieren, wodurch das gespeicherte Ion geheizt wird. Dies wird durch die im Folgenden beschriebenen Maßnahmen verhindert.

**Abbildung 3.5:** Schematische Darstellung der Spannungsversorgung für die Elektroden der Paulfalle.



**Abbildung 3.6:** Links: Schematische Darstellung eines Tiefpasses zweiter Ordnung. Dieser unterscheidet sich vom Tiefpass erster Ordnung durch eine Serienschaltung zweier RC-Glieder. Rechts: Simulation des Frequenzgangs mit *LTSpice*. Der Tiefpass erster Ordnung besteht aus einem RC-Glied mit  $R_1 = 200 \Omega$  und  $C_1 = 100 \mu\text{F}$ . Der Tiefpass zweiter Ordnung I ist die Serienschaltung zweier dieser Tiefpässe, wohingegen beim Tiefpass zweiter Ordnung II  $C_1 = 200 \mu\text{F}$  verwendet wurde. Die Last wurde mit  $R = 6,1 \text{ k}\Omega$  abgeschätzt.

Zunächst wird die Netzteilspannung durch einen Tiefpassfilter geglättet. Hierbei wird ein Tiefpass zweiter Ordnung verwendet, welcher in Abbildung 3.6 gezeigt ist. Der mit *LTSpice* [38] simulierte Frequenzgang, welcher ebenfalls in Abbildung 3.6 zu sehen ist, wird mit einem Tiefpass erster Ordnung verglichen. Man erkennt, dass der Tiefpass zweiter Ordnung, welcher aus einer Serienschaltung zweier Tiefpässe erster Ordnung besteht, eine stärker negative Steigung im Frequenzgang und eine geringere Grenzfrequenz aufweist. Weiter kann durch die Erhöhung der Kapazität im ersten RC-Glied die Grenzfrequenz weiter gedrückt werden. Für das Experiment wird der Tiefpass zweiter Ordnung II mit  $R_1 = R_2 = 200 \Omega$ ,  $C_1 = 2C_2 = 200 \mu\text{F}$  und einer Grenzfrequenz von 2 Hz verwendet. Dieser filtert das hochfrequente Rauschen heraus, kann jedoch nicht die langsamen Drifts der Fallenpotentiale verhindern. Aus diesem Grund werden alle Elektroden mit dem gleichen DC-Netzteil angesteuert, da sich diese Drifts mit einer einzigen Spannungsquelle genau ausgleichen und die DC-Null unverändert bleibt. Die Potentiale der vier Mittelelektroden können durch

variable Spannungsteiler einzeln eingestellt werden. Um auch die Spannungen der vier Elektrodenstapel auf beiden Seiten der Falle regeln zu können, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Potentiometerschaltung entworfen, welche das Verschieben der DC-Null in allen Raumrichtungen ermöglicht. Der Schaltplan ist in Abbildung 3.7 zu sehen. Die Dimensionierung der Schaltung ist in Tabelle 3.2 gezeigt.

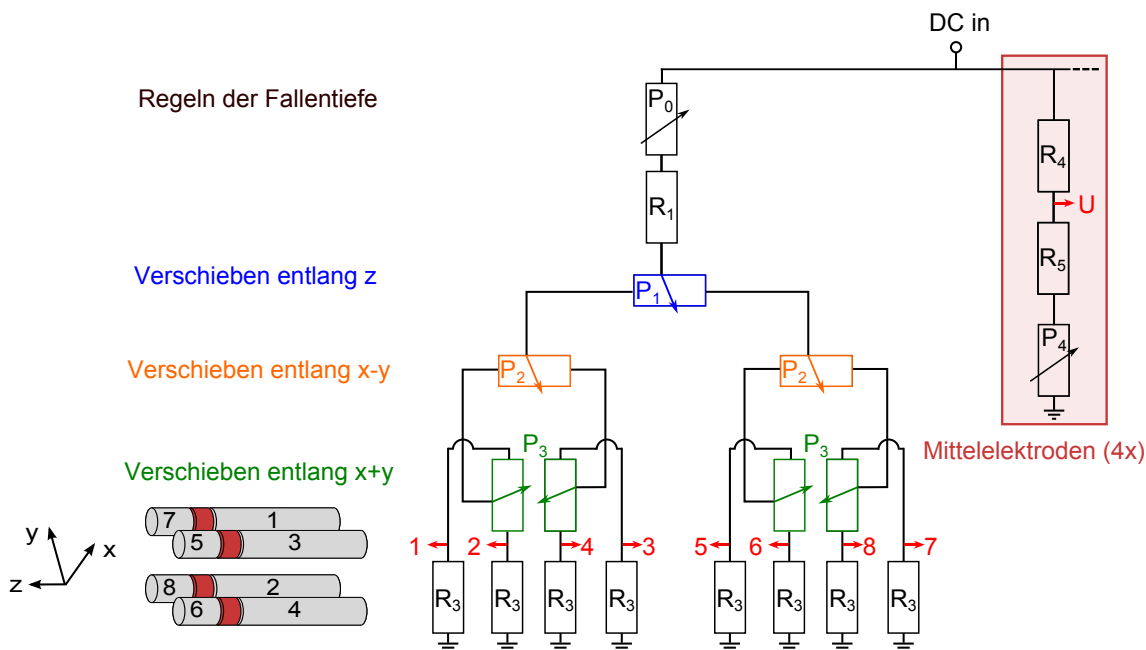
Zunächst kann das gespeicherte Ion im Fallenzentrum radial verschoben werden, indem die Spannungen der vier Mittelelektroden angepasst werden. Der Spannungsteiler jeder Elektrode kann im Bereich von 0,9 % der Eingangsspannung  $U_0$  variiert werden, was bei normalen Betriebsparametern mit  $U_0 = 135 \text{ V}$  etwa 1,24 V bzw. 124 mV pro Umdrehung des Potentiometers entspricht. Im Mittel liegen an den Mittelelektroden 95,7 % der Spannung  $U_0$  an.

Weiter kann durch das Verstellen der Potentiale der Nebenelektroden der Verlauf des Potentialminimums in der Falle variiert werden. Im Mittel liegen dabei 96,3 % der Spannung  $U_0$  an den Nebenelektroden an. Um ein axiales Potentialminimum im Bereich der Mittelelektroden zu formen und die Fallentiefe einzustellen, wird das Potentiometer  $P_0$  verwendet. Dieses regelt die Spannungen der Nebenelektroden im Bereich von 1,5 % der Eingangsspannung, wobei die relative Fallentiefe zwischen  $-0,1 \%$  und  $1,4 \%$  liegt.

Mit dem Potentiometer  $P_1$  werden die Spannungen zwischen den Nebenelektroden zu beiden Seiten der Mittelelektroden geregelt. Damit lässt sich das axiale Potentialminimum der statischen Potentiale entlang der  $z$ -Achse verschieben. Zusätzlich kann für beide Gruppen von Nebenelektroden der Verlauf der DC-Null radial verschoben werden. Durch das Potentiometer  $P_2$  wird die DC-Null im Bereich der Nebenelektroden in horizontaler Richtung senkrecht zur Fallachse verschoben. Um nun eine synchrone Verschiebung der linken und rechten Elektrodenpotentiale in verti-

**Tabelle 3.2:** Übersicht der Bauteile für die Regelbox der DC-Spannungsversorgung in Abbildung 3.7. Der Regelbereich der Elektrodenspannungen relativ zum Spannungseingang  $U_0$  wurde mit *LTSpice* simuliert.

Potentiometer	Wert	Regelbereich (%)	Festwiderstand	Wert
$P_0$	(0 – 2) k $\Omega$	1,5	$R_1$	2,3 k $\Omega$
$P_1$	(0 – 2) k $\Omega$	0,8	$R_3$	1,0 M $\Omega$
$P_2$	(0 – 5) k $\Omega$	1,0	$R_4$	1,0 k $\Omega$
$P_3$	(0 – 5) k $\Omega$	0,5	$R_5$	20 k $\Omega$
$P_4$	(0 – 5) k $\Omega$	0,9		



**Abbildung 3.7:** Schematische Darstellung der Potentiometerschaltung zur Erzeugung der statischen Potentiale für die Fallenelektroden. Links: Einstellung der Spannungen für die Nebenelektroden. Die Falltiefe des DC-Potentials kann mit  $P_0$  eingestellt werden.  $P_1$  regelt die Potentiale zwischen den Elektrodenstapeln auf beiden Seiten der Mittelelektroden und verschiebt das Potentialminimum entlang der  $z$ -Achse.  $P_2$  und  $P_3$  regeln auf einer Seite der Falle den Potentialverlauf in radialer Richtung. Rechts: Durch Variation des Potentiometers  $P_4$  kann die Spannung jeder Mittelelektrode einzeln eingestellt werden, wodurch das Potentialminimum im Bereich der Mittelelektroden radial verschoben wird.

kaler Richtung zu ermöglichen, wird das Dual-Potentiometer  $P_3$  verwendet. Hierbei werden die Potentiale der linken und rechten Elektroden gleichzeitig geregelt. Die über  $1\text{ M}\Omega$  abgegriffenen Spannungen werden über die Koppelbox an die entsprechenden Elektrodenstapel (siehe Abbildung 3.7) weitergeleitet. Insgesamt lassen sich die Potentiale der Nebenelektroden mit den Potentiometern  $P_0$  bis  $P_3$  im Bereich von ca.  $3,7\%$  regeln, was etwa  $5\text{ V}$  bei  $U_0 = 135\text{ V}$  entspricht. Um für alle Zweige der Mittel- und Nebenelektroden gleiche Spannungsteiler und Regelbereiche zu garantieren, wurden alle Festwiderstände durch ein in Serie geschaltetes Potentiometer ergänzt, welches die jeweilige Toleranz ausgleicht. Mit diesem Aufbau der DC-Versorgung ist es nun möglich den Verlauf des radialen Potentialminimums mit einem beliebigen Winkel zur Fallenachse einzustellen, und somit einen Ionenkristall in der Falle zu verschieben und zu verkippen.

Die typischen Betriebsparameter der Fallenelektronik sind in Tabelle 3.3 aufgelistet.

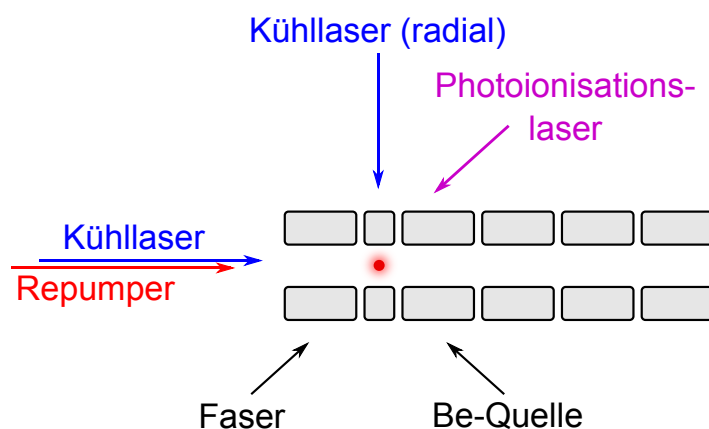
**Tabelle 3.3:** Übersicht der Betriebsparameter der Paulfallenelektronik. Hierbei entspricht die Gleichspannung der Endkappen der Potentialdifferenz von Mittel- und Nebenelektroden.

Parameter	Symbol	Wert
Radiofrequenz	$f$	3,920 MHz
Wechselspannungsamplitude	$V_0$	45 V
Gleichspannung der Endkappen	$U_{EC}$	0,6 V

### 3.1.3 Der optische Aufbau

Zur Abbildung der Ionen in der Falle wird der vertikale Zugang zur Paulfalle verwendet (siehe Abbildung 3.1). Das Fluoreszenzlicht der Ionen wird durch eine Quarzlinse, welche direkt auf der 4 K-Stufe montiert ist, gebündelt und außerhalb der Vakuumkammer fokussiert. Bei Raumtemperatur wird das Fluoreszenzlicht auf einen UV-sensitiven Bildverstärker projiziert, der mit einer CCD-Kamera (engl. charge coupled device) verbunden ist. Der Aufbau mit CCD-Kamera und Bildverstärker ist ca. 20 cm unterhalb der Fallenkammer auf einem  $xyz$ -Manipulator montiert und wird mit einem Balg vor Streulicht geschützt. Die verwendete Linse hat einen Durchmesser von 1,27 cm und eine Brennweite von 40 mm, womit eine Vergrößerung von ca. 13 erreicht werden kann. Die verwendete CCD-Kamera, eine iStar 340T intensified CCD der Firma *Andor*, besitzt  $2048 \times 512$  Pixel mit einer Pixelgröße von  $13,5 \mu\text{m} \times 13,5 \mu\text{m}$ .

Bei der Messung der Mikrobewegung wird die Fluoreszenzrate der Ionen als Funktion der Wechselspannungsphase detektiert. Für diese Messung ist es nicht möglich die CCD-Kamera zu verwenden, da deren Zeitauflösung zu gering ist. Daher wurde das Fluoreszenzsignal der gespeicherten Ionen mit einem Strahlteiler zwischen CCD-Kamera und einem Photovervielfacher (PMT, engl. photomultiplier tube), Model H10682-210 der Firma *Hamamatsu* [32], geteilt. Dieser hat eine Pulsbreite von 10 ns und eine Pulspaarauflösung von 20 ns, was für eine Messung bei 3,92 MHz (250 ns Periodendauer) ausreichend ist. Mit einer Linearität der PMT-Zählrate bis  $5 \times 10^6$  Hz und einer Dunkelzählrate von weniger als 10 Hz ist ein gutes Signal der Fluoreszenzmessung (typischerweise  $10^3$  Hz) zu erwarten.



**Abbildung 3.8:** Schematische Darstellung der Belegung der optischen Zugänge zur Paulfalle für die Experimente mit  ${}^9\text{Be}^+$ -Ionen.

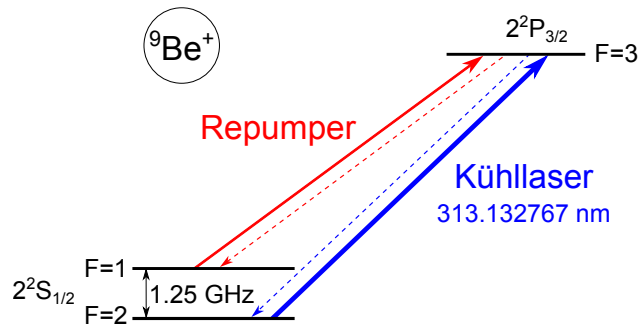
### 3.1.4 Das Injektionssystem

Für die in Kapitel 5 beschriebenen Messungen mit  ${}^9\text{Be}^+$  Beryllium-Ionen wird atomares Beryllium in die Paulfalle injiziert. Zur Erzeugung der Beryllium-Atome wird eine externe Quelle verwendet, welche an einem der radialen Zugänge zum Fallenzentrum montiert ist (siehe Abbildung 3.8). Die Quelle besteht aus einem Beryllium-Festkörper, welcher elektrisch geheizt wird. Die dadurch verdampften Atome werden auf dem Weg zur Paulfalle durch zwei Röhrenchen kollimiert, um ein Kondensieren des Gases auf den kalten Fallenelektroden zu verhindern. Eine detaillierte Beschreibung der Berylliumquelle findet sich in [19].

### 3.1.5 Das Lasersystem

Für die Experimente mit  ${}^9\text{Be}^+$ - Ionen werden drei Laser benötigt. Atomares Beryllium wird durch einen Ofen verdampft und in die Paulfalle injiziert. Dort werden die Berylliumatome durch resonanzverstärkte Zweiphotonenionisation bei 235 nm einfach ionisiert. Die erzeugten  ${}^9\text{Be}^+$ - Ionen werden in den elektrischen Feldern der Paulfalle gefangen und durch zwei Laser gekühlt. Eine Darstellung der beteiligten Energieniveaus ist in Abbildung 3.9 gezeigt. Der Kühlübergang  $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$  liegt bei ca. 313,13 nm und hat eine Sättigungsintensität von  $77,2 \text{ mW/cm}^2$ . Der Kühllaser hat direkt vor dem Eintritt in die Paulfalle eine typische Leistung von 10 mW, was bei einem Strahldurchmesser von ca. 2 mm einer Intensität von  $250 \text{ mW/cm}^2$  entspricht. Da der Kühlübergang  $F = 2 \rightarrow F = 3$  nicht geschlossenen ist, wird





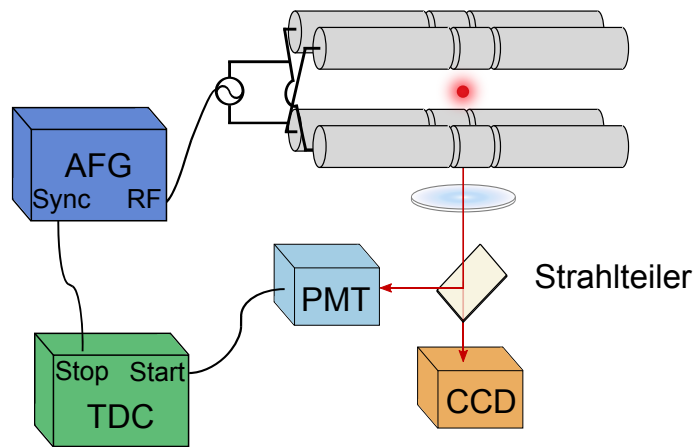
**Abbildung 3.9:** Schematische Darstellung der Energieniveaus von  ${}^9\text{Be}^+$ , welche zur Laserkühlung genutzt werden.

zusätzlich ein Repumper für den um 1,25 GHz rot-verschobenen  $F = 1 \rightarrow F = 3$  Übergang benötigt. Eine genaue Beschreibung des Kühllasers findet man in [23]. Die Belegung der optischen Zugänge der Paulfalle für die Experimente mit  ${}^9\text{Be}^+$ -Ionen ist in Abbildung 3.8 gezeigt. Der Kühllaser wird in zwei Teilstrahlen aufgeteilt, um sowohl die axiale als auch die radiale Bewegung der Ionen zu kühlen, wobei nur wenige Prozent der Kühlleistung für die radiale Kühlung verwendet werden.

## 3.2 Das Datenaufnahmesystem

Bei der Durchführung der Experimente wird zunächst das Lasersystem, bestehend aus Kühllaser, Repumper und Photoionisationslaser, in Betrieb genommen. Dabei wird vor allem die Leistung und Ausrichtung der Laser in der Falle optimiert. Ersteres ist in [23] beschrieben. Die Ausrichtung des Lasers wird überprüft, indem eine Faser in das Zentrum der Falle geschoben wird. Trifft ein Laser die Faser, so kann man durch einen der optischen Zugänge zum Fallenzentrum ein Beugungsmuster beobachten. Nach der Ausrichtung der Laser werden die Fallenelektroden mit DC- und RF-Spannungen versorgt und Be-Ionen in die Falle injiziert. Dort werden sie durch den Photoionisationslaser einfach ionisiert und können als  $\text{Be}^+$ -Ionen in der Paulfalle gespeichert werden. Die Datenaufnahme ist in Abbildung 3.10 gezeigt.

Die in der Paulfalle gespeicherten Ionen streuen die Photonen des Kühllasers, welche durch eine unterhalb der Falle gelegene Linse gebündelt werden. Für die zeitaufgelöste Messung der Fluoreszenz wird das Fluoreszenzsignal mit einem Strahlteiler zwischen CCD-Kamera und Photovervielfacher aufgeteilt. Zur Bestimmung der Wechselspannungsphase wird das Synchronisationssignal des Funktionsgenerators, mit welchem die zeitabhängigen Fallenpotentiale erzeugt werden, verwendet. Dieses wird



**Abbildung 3.10:** Schematische Darstellung der Datenaufnahme. Die von den gespeicherten Ionen gestreuten Photonen des Kühllasers werden über einen Strahlteiler mit einem Photovervielfacher (PMT) detektiert. Das Signal des PMT triggert die Zeitmessung des TDC. Mit dem Funktionsgenerator (AFG) wird die Paulfalle mit Wechselspannung versorgt und über den Synchronisationsausgang die Zeitmessung gestoppt.

so eingestellt, dass einmal pro Periodendauer der Wechselspannung ein TTL-Puls (Transistor-Transistor-Logik) ausgesendet wird. Die relative Wechselspannungsphase eines mit dem PMT registrierten Photons wird über den Zeitabstand zwischen Photon und Synchronisationspuls bestimmt.

Die Datenaufnahme wird mit dem MPA-System (engl. multiparameter data acquisition) der Firma *FAST ComTec* gesteuert. Die Zeitmessung wurde mit dem *7072T Dual Timing ADC* durchgeführt, wobei dieser im TDC-Modus (engl. time to digital converter) betrieben wird [21]. Hierbei wird jedes registrierte Ereignis in eine Spannung umgewandelt, welche proportional zu dem zeitlichen Abstand zwischen Start- und Stoppsignal ist. Der PMT sendet für jedes registrierte Photon einen TTL-Puls aus, welcher durch einen TTL-NIM-Konverter in einen NIM-Puls (engl. nuclear instrumentation modul) umgewandelt wird und als Startsignal für die Zeitmessung dient. Der ebenfalls transformierte Puls des Funktionsgenerators dient als Stoppsignal und beendet die Zeitmessung.

# Kapitel 4

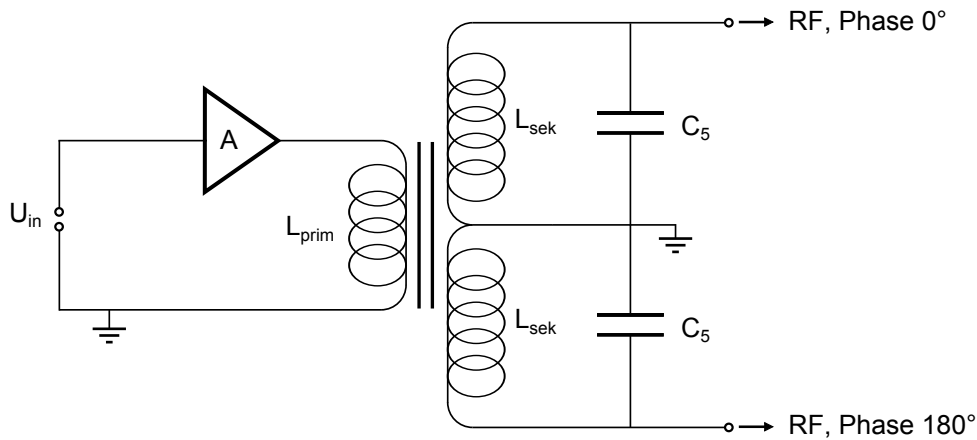
## Die Koppelbox

In dieser Arbeit wurde die vorhandene RF-Elektronik zur Erzeugung der radialen Fallenpotentiale in CryPTE<sub>x</sub> wesentlich verbessert. Dabei wurde vor allem der Transformator zur Erzeugung der zwei RF-Phasen weiterentwickelt, um die Beeinflussung der Elektroden untereinander zu minimieren. Weiter wurde die Toleranz der Bauteile durch eine systematische Auswahl der Einzelkomponenten nach einem engen Wertebereich stark reduziert. Durch den Einbau von Trimmkondensatoren können die Elektrodenspannungen zusätzlich einfach geregelt werden.

Im Folgenden werden zunächst Aufbau und Funktionsweise der Koppelbox erläutert und danach auf die Eigenschaften dieser in Messung und Simulation eingegangen. Abschließend werden weitere mögliche Verbesserungen der Koppelbox diskutiert.

### 4.1 Erzeugung der Elektrodenspannungen

Wie bei der theoretischen Beschreibung der Paulfalle in Kapitel 2.1 gesehen, müssen die Elektroden einer RF-Quadrupolfalle zur Speicherung von Ionen sowohl mit einer Gleichspannungskomponente, als auch mit einem Wechselspannungsanteil versorgt werden. Um das Fallenpotential zu formen und die Ionen in der Falle beliebig verschieben zu können, muss jede Elektrode mit einer individuellen DC- und RF-Spannung versorgt werden. Die Versorgung der Elektroden mit diesen Spannungen findet in zwei Stufen statt und ist im Folgenden beschrieben.



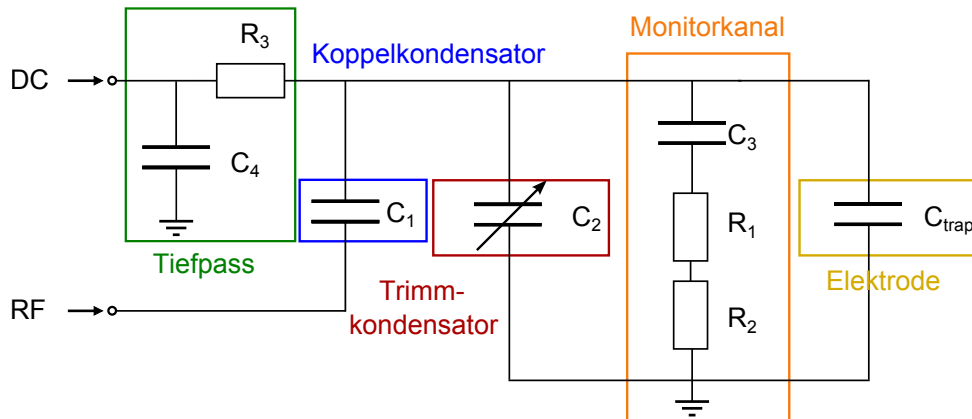
**Abbildung 4.1:** Erzeugung der zwei Phasen der Wechselspannung für die Paulfallenelektroden. Das Ausgangssignal eines Funktionsgenerators  $U_{\text{in}}$  wird mit einem Hochfrequenzverstärker  $A$  verstärkt und über einen Transformator in zwei Phasen aufgeteilt. Jede der beiden Phasen versorgt zwölf Elektroden der Paulfalle mit Wechselspannung. Die Sekundärseiten des Transformators fungieren als Resonanzschwingkreis und Bandpass für die gewünschte Fallenfrequenz. Der verwendete Kondensator hat eine Kapazität von  $C_5 = 120 \text{ pF}$ . Die Induktivitäten des Transformators können mit  $L_{\text{prim}} \simeq 300 \text{ nH}$  und  $L_{\text{sek}} \simeq 5 \text{ } \mu\text{H}$  abgeschätzt werden.

#### 4.1.1 Erzeugung der RF-Spannungen

Die Elektroden der Paulfalle sollen mit einer Wechselspannung versorgt werden, welche ein möglichst schmalbandiges Frequenzspektrum hat und zwei Phasenanteile besitzt, die um  $180^\circ$  gegeneinander verschoben sind. Dies lässt sich gut durch einen Resonanzschwingkreis realisieren, wie er in Abbildung 4.1 dargestellt ist. Die zwei Phasen der Wechselspannung werden durch einen Transformator mit zwei Sekundärseiten erzeugt, welche entgegengesetzt gewickelt sind. Durch den Resonanzkreis auf der Sekundärseite, bestehend aus der Induktivität der Spule  $L_{\text{sek}}$  und der Kapazität  $C_5$ , wird ein Bandpassverhalten erzeugt, wobei die Resonanzfrequenz

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{\text{sek}}C_5}} \quad (4.1)$$

durch  $C_5$  beliebig angepasst werden kann. Zusätzlich dient der Resonanzschwingkreis dazu, die benötigten hohen RF-Amplituden auf der Sekundärseite zu erreichen. In unserem Fall ist die Spannungstransformation dafür alleine nicht ausreichend, weshalb auf der Primärseite zusätzlich ein Hochfrequenzverstärker  $A$  verwendet wird.



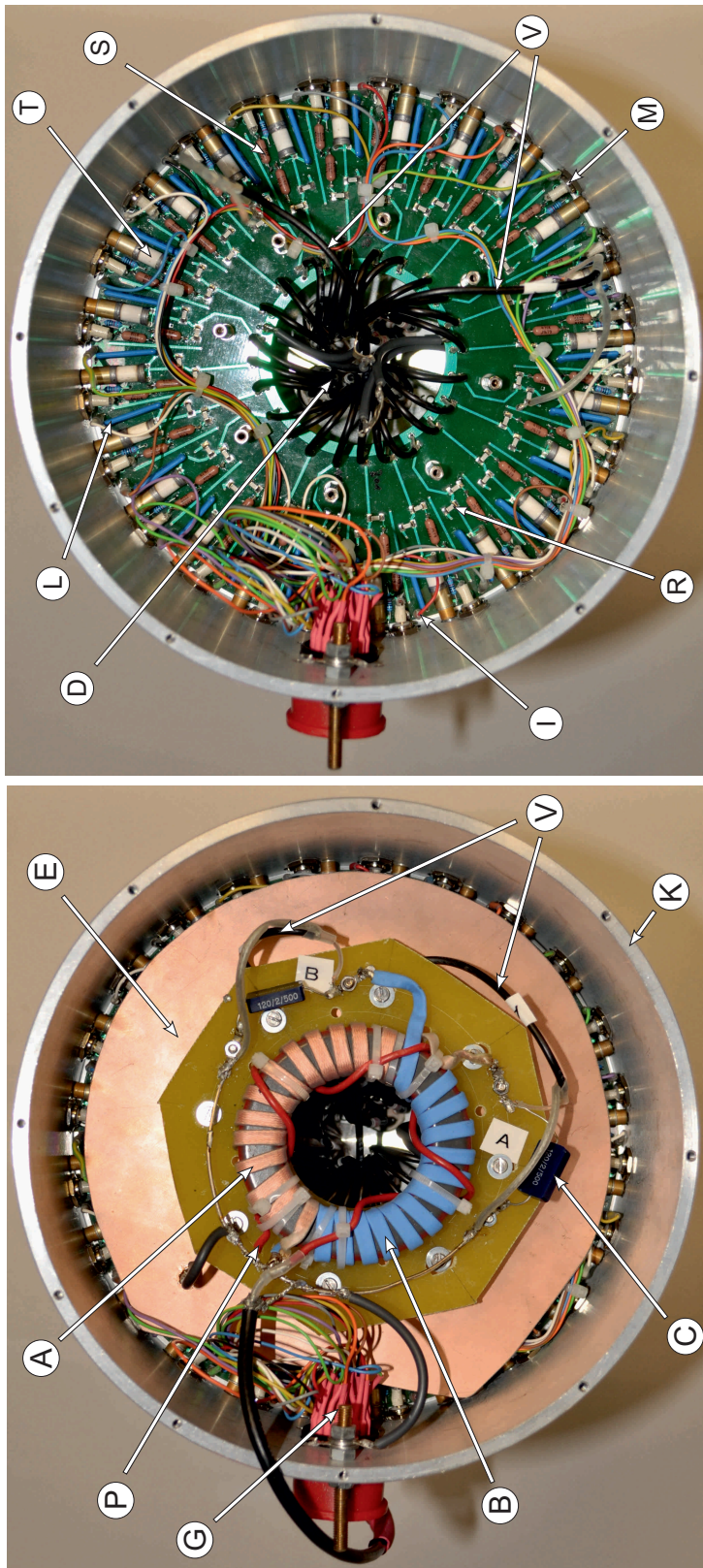
**Abbildung 4.2:** Schaltplan des Koppelkanals zur Kopplung der RF- und DC-Spannungen für eine Fallenelektrode (gelb), welche hier durch eine Kapazität zur Erde modelliert ist. Die durch den Resonanzschwingkreis erzeugte Wechselspannung (RF) liegt an den zwölf parallel geschalteten Koppelkanälen einer RF-Phase an, welche durch die Koppelkondensatoren (blau) voneinander getrennt sind. DC bezeichnet die extern eingekoppelte Gleichspannung zur Formung des axialen Fallenpotentials, welche über einen Tiefpass (grün) vom Resonanzschwingkreis getrennt ist. Die an der Fallenelektrode anliegende RF-Spannung kann am Monitor kanal (orange) über  $R_2$  abgegriffen werden.

### 4.1.2 Kopplung von Gleich- und Wechselspannung

Damit die Gleich- und Wechselspannungsanteile unabhängig voneinander geregelt werden können, braucht es eine spezielle Koppelschaltung, welche in Abbildung 4.2 zu sehen ist. Hierbei ist die Fallenelektrode durch eine Kapazität gegen Erde ( $C_{\text{trap}}$ ) vereinfacht berücksichtigt. Die Dimensionierung des Koppelkanals ist in Tabelle 4.1 gezeigt. Zwei Fotos der verbesserten Koppелеlektronik sind in Abbildung 4.3 zu sehen. Im Folgenden wird die Funktionsweise der Koppelschaltung erläutert.

**Tabelle 4.1:** Übersicht der verwendeten Bauteile für den in Abbildung 4.2 gezeigten Koppelkanal.

Bauteil	Wert
$C_1$	22 pF
$C_2$	(1 – 30) pF
$C_3$	22 pF
$C_4$	100 nF
$R_1$	1 M $\Omega$
$R_2$	10 k $\Omega$
$R_3$	1 M $\Omega$



**Abbildung 4.3:** Fotos der verbesserten Koppelelektronik. Links: Zu sehen ist die Erzeugung der zwei Phasen der RF-Spannungen. Das Signal des Verstärkers wird über die Primärwicklung (F) des Transformators auf die zwei Sekundärwicklungen (A), (B) übertragen. Beide Sekundärseiten sind über einen Kondensator (S) geerdet. Die erzeugten Signale werden mit zwei Koaxialkabeln (V) an die Koppelelektronik weitergeleitet, welche sich unter der Erdungsplatte (E) befinden. Die Gleichspannungsquellen sind über einen mehrpoligen Stecker (I) mit den Koppelkanälen verbunden. Rechts: Die zwei Phasen der Wechselspannung (V) sind an der Unterseite der Platine mit jeweils 12 Koppelkanälen verbunden. Jeder Kanal besteht aus einem Koppelkondensator (R), einem Trimmkondensator (T), einem Monitorkanal (M) mit Spannungsteiler (S) und einem DC-Stecker (I), welcher über einen Tiefpass (L) mit der Wechselspannung verbunden ist. Die so erzeugten Potentiale werden über Koaxialkabel (D) an die Vakuumdurchführungen weitergeleitet.

Zunächst verhindert der Kondensator  $C_1$ , dass die Transformatorschaltung mit Gleichspannung belastet wird. Analog dazu dämpft der Tiefpass, bestehend aus dem Widerstand  $R_3$  und dem Kondensator  $C_4$ , die Wechselspannung des Resonanzschwingkreises, um das DC-Netzteil nicht negativ zu beeinflussen. Für die verwendeten Bauteile liegt die Grenzfrequenz des Tiefpasses bei ca. 2 Hz.

Der Kondensator  $C_1$  erfüllt noch eine weitere Funktion. Die zwölf Koppelkanäle beider Wechselspannungsphasen sind über die Sekundärseite des Transformators miteinander verbunden und somit nicht unabhängig voneinander. Um die Beeinflussung der Kanäle untereinander zu minimieren, werden diese voneinander mittels des Kondensators  $C_1$  getrennt. Dieser stellt eine Ohmsche Last für die Wechselspannung dar, welche im MHz-Bereich etwa

$$|Z| = \frac{1}{\omega C_1} \approx 1,85 \text{ k}\Omega \quad (4.2)$$

entspricht, wobei  $\omega/2\pi$  die Wechselspannungsfrequenz bezeichnet. Dadurch sind die Elektrodenspannungen voneinander entkoppelt und können mit dem Trimmer  $C_2$ , durch welchen die kapazitive Last des Kanals variiert werden kann, individuell eingestellt werden. Die gesamte Impedanz eines Kanals berechnet sich zu

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega C_2 + \frac{1}{R_1 + R_2 + 1/i\omega C_3} + i\omega C_{\text{trap}}}. \quad (4.3)$$

Allerdings ist die Last des Parallelzweigs für den Monitorausgang bei Wechselspannungen im MHz-Bereich mit

$$|R_1 + R_2 + 1/i\omega C_3| = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (1/\omega C_3)^2} \approx R_1 = 1 \text{ M}\Omega \quad (4.4)$$

vernachlässigbar für die gesamte Last des Kanals. Damit erhält man eine Impedanz von

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{i\omega C_1} + \frac{1}{i\omega C_2 + i\omega C_{\text{trap}}}. \quad (4.5)$$

Die Spannung der Fallenelektrode  $U_{\text{trap}}$  fällt über den Parallelzweigen mit  $C_2$  und

$C_{\text{trap}}$  ab. Daher berechnet sich die Elektrodenspannung nach

$$\begin{aligned} U_{\text{trap}} &= U_{\text{rf}} \cdot \left| \frac{Z_{\text{parallel}}}{Z_{\text{ges}}} \right| = U_{\text{rf}} \cdot \frac{1}{|Z_{\text{ges}}|} \cdot \frac{1}{\omega C_2 + \omega C_{\text{trap}}} \\ &= U_{\text{rf}} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2 + C_{\text{trap}}}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

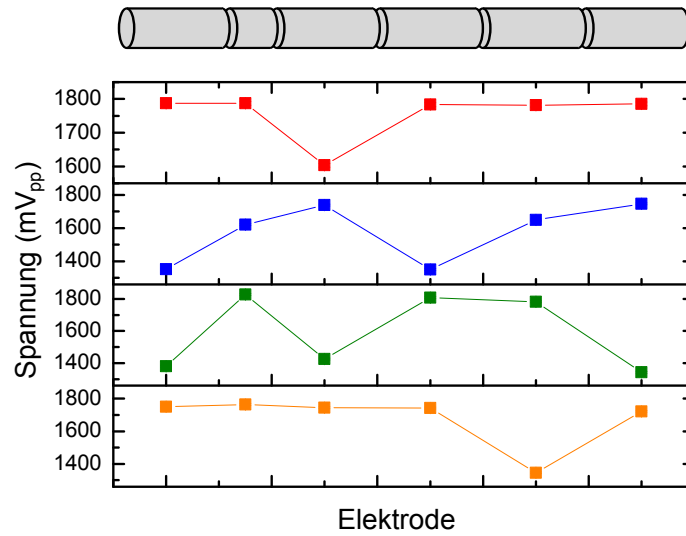
Hierbei bezeichnet  $U_{\text{rf}}$  die Wechselspannung, welche am Koppelkanal anliegt. Man sieht, dass die Spannung der Elektrode einfach über das Verstellen der Trimmer beeinflusst werden kann. Diese individuelle Anpassung der Wechselspannungsamplitude ist vorteilhaft, da die Last der Koppelkanäle durch die unterschiedlichen Elektrodenlängen der Paulfalle verschieden ist. Ohne Kompensation führt dies nach Gleichung 4.6 zu unterschiedlichen Elektrodenspannungen.

### 4.1.3 Werte der Bauteile

Eine sinnvolle Dimensionierung der Bauteile des Koppelkanals hängt maßgeblich von der Kapazität der Fallenelektroden zu Erde ab. Diese ist allerdings schwer messbar und kann theoretisch nur unzureichend genau abgeschätzt werden. Allerdings geht man im Vergleich mit ähnlichen Fallenkonstruktionen davon aus, dass die Fallkapazität etwa 40 pF beträgt. Passend dazu sollte der Trimmkondensator gewählt werden. Damit dieser die Unterschiede der Elektroden ausgleichen kann und eine Regelung der Fallenspannungen im %-Bereich ermöglicht, muss der Trimmer ebenfalls im pF-Bereich liegen. Daher werden für diesen Aufbau Trimmkondensatoren der Firma *Tronser* [58] verwendet, welche zwischen (1 – 30) pF einstellbar sind.

Weiter muss bei der Wahl des Koppelkondensators  $C_1$  berücksichtigt werden, dass dieser hinreichend klein sein muss, um die einzelnen Kanäle einer Phase zu trennen und unabhängig voneinander manipulieren zu können. Im Gegensatz dazu nimmt das Spannungsteilungsverhältnis zwischen Koppelkondensator und Fallenelektrode mit abnehmender Kapazität  $C_1$  zu, sodass die Elektrodenspannung immer kleiner wird. Somit muss hier ein Kompromiss gefunden werden, welcher in diesem Aufbau bei 22 pF liegt. Allerdings entstehen dadurch zwei Probleme: Zum einen ist der Spannungsteiler zwischen  $C_1$  und  $Z_{\text{parallel}}$  so dimensioniert, dass an der Elektrode nur noch (23 – 35) % der Sekundärspannung anliegen. Darüber hinaus regelt der Trimmer einen zu großen Spannungsbereich von 30 % der Elektrodenspannung, was eine Feinanpassung der Fallenpotentiale erschwert. Mögliche zukünftige Verbesse-





**Abbildung 4.4:** Messung der Spannungsunterschiede der alten Koppелеlektronik. Gezeigt ist der Verlauf Elektrodenspannungen  $U_{\text{trap}}$  ohne Last bei resonanter Anregung des Schwingkreises mit einer Spitze-Spitze-Spannung von  $5 V_{\text{pp}}$  für alle vier Elektrodenstapel (vgl. Abbildung 3.2): E1 (rot), E2 (blau), E3 (grün) und E4 (orange). Die Spannungen wurden mit einer Tektronix Messsonde [56] gemessen.

rungen der Koppелеlektronik werden in Kapitel 4.5 diskutiert.

Die Dimensionierung des Koppelkanals beeinflusst die Abhängigkeit der Elektrodenspannungen von den Toleranzen der verwendeten Bauteile. Aus Gleichung 4.6 lässt sich erkennen, dass die Toleranzen der Bauteile  $C_1$  direkte Auswirkungen auf den Unterschied der Elektrodenspannungen haben:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\text{trap}} &= \frac{U_{\text{rf}}}{(C_{\text{trap}} + C_1 + C_2)^2} \cdot \sqrt{(\Delta C_1 \cdot [C_{\text{trap}} + C_2])^2 + (\Delta C_2 \cdot C_1)^2} \\ &\cong \frac{U_{\text{rf}}}{(C_{\text{trap}} + C_1 + C_2)^2} \cdot \Delta C_1 \cdot [C_{\text{trap}} + C_2], \end{aligned} \quad (4.7)$$

wobei im zweiten Schritt die Toleranzen der Trimmkondensatoren vernachlässigt wurden, da diese einstellbar sind. Somit hängt die Spannungsgenauigkeit direkt von der Toleranz der verwendeten Kondensatoren  $C_1$  ab. Für eine angestrebte Spannungsgenauigkeit von  $10^{-4}$  wurden die Koppelkondensatoren  $C_1$  mit einem *HP* 4285A LCR Meter [33] vorsortiert. Dabei wurde eine Toleranz von 0,0807 % erreicht, womit die durch Bauteiltoleranzen bedingten Spannungsunterschiede bei  $6 \times 10^{-4}$  liegen.

Im Vergleich dazu wurden für die alte Koppелеlektronik unsortierte Bauteile mit einer Toleranz von 5 % verwendet. Die damit durchgeführte Spannungsmessung der

unbelasteten Koppelkanäle ist in Abbildung 4.4 zu sehen. Die Spannungsunterschiede zwischen den Kanälen liegen im Bereich von 10 %, womit nach Kapitel 2.1.3 eine ausgeprägte Mikrobewegung der gespeicherten Ionen zu erwarten ist.

#### 4.1.4 Charakterisierung der Trimmkondensatoren

Die Regelung der Elektrodenspannungen geschieht durch das Verstellen der Trimmkondensatoren in den 24 Koppelkanälen. Daher ist es wichtig, das Regelverhalten der Trimmer genau zu kennen. Dafür wurden an einem Testaufbau die Fallenelektroden durch eine Kapazität von 40 pF gegen Erde ersetzt und alle Trimmkondensatoren auf 30 pF gedreht. Anschließend wurde für einen Kanal beider Phasen die Spannung an der Test-Elektrode mit einer *Tektronix* TPP0200 Messsonde [56] gemessen, während der jeweilige Trimmer von 30 pF auf 1 pF gedreht wurde. Die Spannung an der Elektrode kann in den Kapazitätswert des Trimmers umgerechnet werden. Die Elektrodenspannung berechnet sich nach

$$U_{\text{trap}} = U_{\text{rf}} \cdot \frac{22 \text{ pF}}{22 \text{ pF} + C_2 + 40 \text{ pF}}, \quad (4.8)$$

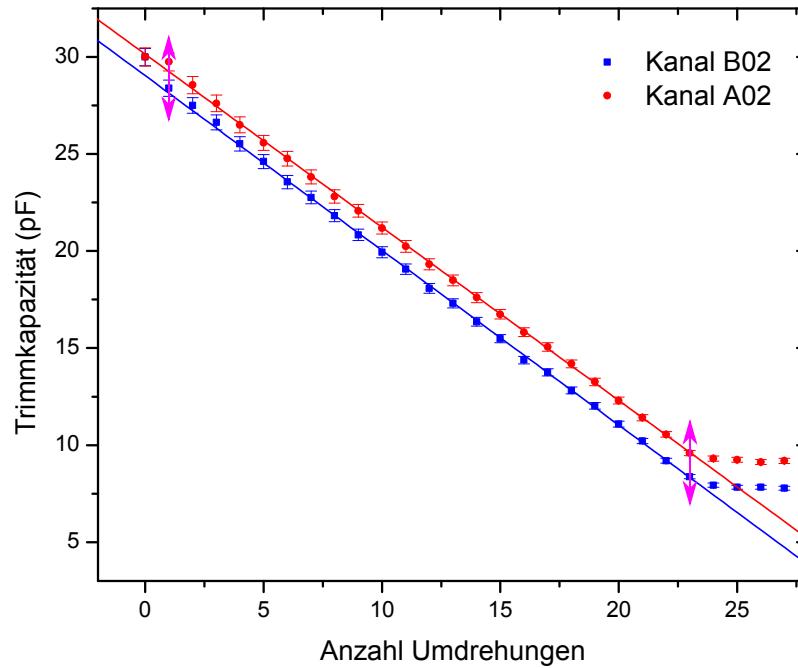
wobei  $U_{\text{rf}}$  die Spannung an der Sekundärseite des Transformators ist. Der genaue Wert von  $U_{\text{rf}}$  ist nicht bekannt, kann allerdings als identisch für alle Messungen genähert werden, da durch das Verstellen eines Trimmers die gesamte Sekundärlast am Transformator nur minimal verändert wird. Indem der maximale Wert der Trimmkapazität mit 30 pF angenommen wird, lässt sich  $U_{\text{rf}}$  mit

$$U_{\text{rf}} = U_{\text{trap}}^{\text{min}} \cdot \frac{92}{22} \quad (4.9)$$

berechnen, womit die Kapazität des Trimmers bestimmt werden kann:

$$C_2 [\text{pF}] = \frac{U_{\text{rf}}}{U_{\text{trap}}} \cdot 22 - 62. \quad (4.10)$$

Die damit berechneten Kapazitätswerte sind in Abbildung 4.5 gezeigt. Man sieht, dass der Trimmer ein näherungsweise lineares Regelverhalten aufweist, wobei eine Umdrehung etwa 0,9 pF entspricht. Der Offset zwischen den Koppelkanälen entsteht durch die Annahme, dass die maximale Kapazität des Trimmers 30 pF beträgt, wie es im Datenblatt angegeben ist. Dieser Maximalwert kann jedoch für jeden Trimmer anders sein.



**Abbildung 4.5:** Messung des Regelverhaltens der Trimmkondensatoren zur Lastenanpassung der 24 Koppelkanäle. Der Kapazitätswert als Funktion der Stellung der Regelschraube wurde aus einer Spannungsmessung nach Gleichung 4.10 berechnet und ist für zwei Kanäle gezeigt. Die Messpunkte wurden linear mit  $y = y_0 + m \cdot x$  gefittet. A02:  $y_0 = 30,14(6)$  pF,  $m = -0,892(3)$  pF. B02:  $y_0 = 29,03(6)$  pF,  $m = -0,900(3)$  pF. Die pinken Pfeile markieren den Fitbereich.

## 4.2 Der Monitorkanal

Jeder Koppelkanal besitzt einen Monitorausgang, welcher es ermöglicht die RF-Spannung der Elektrode über einen Spannungsteiler auszulesen. Damit kann die Regelung der Fallenspannungen mit den Trimmern kontrolliert werden.

### 4.2.1 Der ideale Monitorkanal

Der Monitorausgang des Koppelkanals aus Abbildung 4.2 besteht aus dem Kondensator  $C_3$  zum Blockieren des DC-Signals und den Widerständen  $R_1$  und  $R_2$ , welche einen ohmschen Spannungsteiler bilden. Das Signal des Monitorausgangs berechnet sich mit der Elektrodenspannung  $U_{\text{trap}}$  nach

$$U_{\text{Monitor}} = U_{\text{trap}} \cdot \frac{R_2}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (1/\omega C_3)^2}} \quad (4.11)$$

und ist mit der Unsicherheit

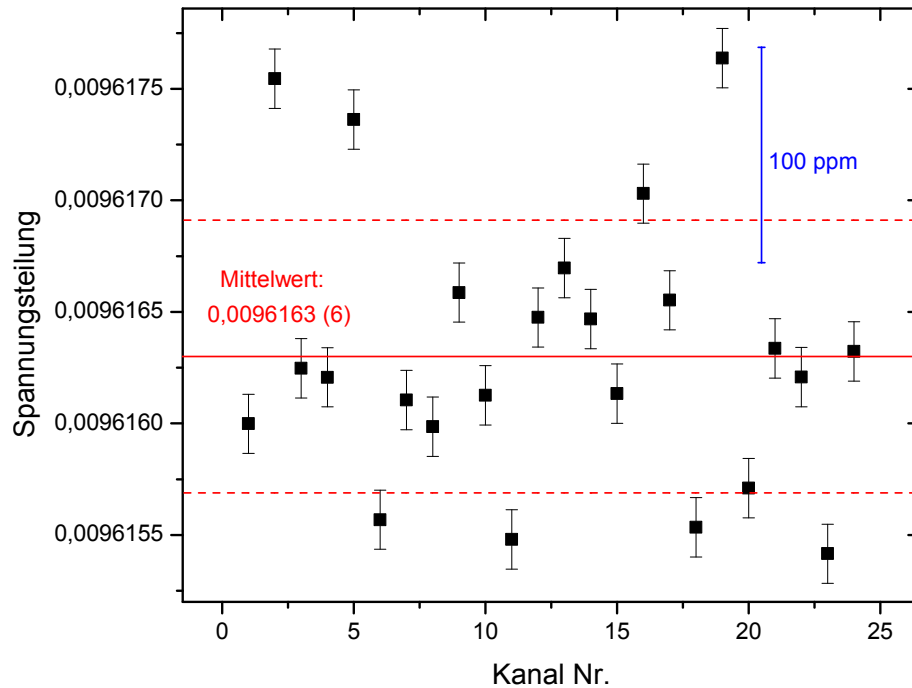
$$\Delta U_{\text{Monitor}} = \frac{U_{\text{trap}}}{((R_1 + R_2)^2 + (1/\omega C_3)^2)^{3/2}} \cdot \sqrt{(\Delta R_2 [(R_1 + R_2)^2 + (1/\omega C_3)^2 - R_2(R_1 + R_2)])^2 + (R_2 \Delta R_1 [R_1 + R_2])^2 + \left(R_2 \Delta C_3 \cdot \frac{1}{\omega^2 C_3^3}\right)^2} \quad (4.12)$$

behaftet. Um die RF-Spannungen der Elektroden mit ausreichender Genauigkeit zu messen, müssen die Spannungsteiler der Monitorausgänge im Bereich von  $10^{-4}$  identisch sein. Dazu wurden die verwendeten Bauteile sehr genau vermessen und aussortiert. Für die Kondensatoren wurde dafür das *HP 4285A* LCR Meter [33] verwendet. Die Widerstände wurden mit dem *Agilent 34401A* Multimeter [2] vermessen. Die verwendeten Bauteile sind mit den jeweiligen Toleranzen in Tabelle 4.2 aufgeführt.

Mit den verbauten Toleranzen erwartet man nach Gleichung 4.12 eine Abweichung zwischen den Monitorspannungsteilern von 0,029%. In einer Probemessung wurde die Spannungsteilung der Widerstände getestet. Da die Toleranzen der Kondensatoren hierbei keine Rolle spielen, sollten die Unterschiede der Spannungsteiler kleiner als 0,025 % sein. Für die Messung wurde ein *Keithley 2410* 1100V source meter [37] verwendet. Bei einem Gleichstrom von  $100 \mu\text{A}$  wurde der Spannungsabfall an den Widerständen gemessen. Die damit berechneten Teilungsverhältnisse sind in Abbildung 4.6 gezeigt und entsprechen der erwarteten Genauigkeit.

**Tabelle 4.2:** Übersicht der verwendeten Bauteile für den Spannungsteiler des Monitorkanals mit den jeweiligen Toleranzen (vgl. Abbildung 4.2). Der Widerstand  $R_1$  des Monitorkanals besteht aus einer Serienschaltung der Widerstände  $R_{1,1}$  und  $R_{1,2}$ .

Bauteil	Wertebereich	Toleranz
$C_3$	(22,262 – 22,28) pF	0,081 %
$R_{1,1}$	(560,20 – 560,30) k $\Omega$	0,018 %
$R_{1,2}$	(469,65 – 469,70) k $\Omega$	0,011 %
$R_2$	(9,9950 – 9,9965) k $\Omega$	0,015 %

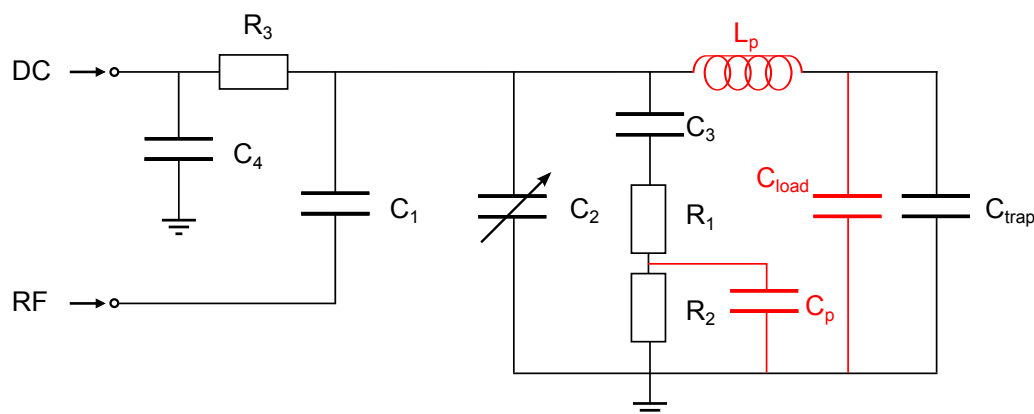


**Abbildung 4.6:** Gleichstrommessung der Teilungsverhältnisse der Spannungsteiler aller Monitorausgänge. Gezeigt ist der Mittelwert (durchgezogene Linie) und die Standardabweichung (gestrichelte Linie). Die Fehler der Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung [37]. Die Nummerierung der Kanäle erfolgt fortlaufend beginnend mit Phase A in aufsteigender Reihenfolge.

## 4.2.2 Der reale Monitorkanal

Nach den in Tabelle 4.2 aufgelisteten Toleranzen erwartet man, dass das Teilungsverhältnis von Elektroden- zu Monitorspannung für alle 24 Kanäle im Bereich von  $10^{-4}$  gleich ist. Dies ist allerdings nur der Fall, wenn alle parasitären Effekte vernachlässigt werden können und die Koppelkanäle komplett identisch sind. Ein realistischeres Schema des Koppelkanals ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Hier sind drei Effekte berücksichtigt, welche zu unterschiedlichen Spannungsteilern der Kanäle führen können.

Zunächst wird die Monitorspannung durch eine BNC-Einbaubuchse aus der Koppelbox herausgeleitet. Je nachdem wie gut diese von weiteren RF-Signalen abgeschirmt ist, wird der Spannungsteiler verändert. Dieser Effekt wird durch die Kapazität  $C_p$  vereinfacht berücksichtigt. Außerdem muss der Einfluss der Messung mit Koaxialkabel und Oszilloskop beachtet werden. Hierdurch ändert sich die Impedanz  $Z_{ges}$ ,



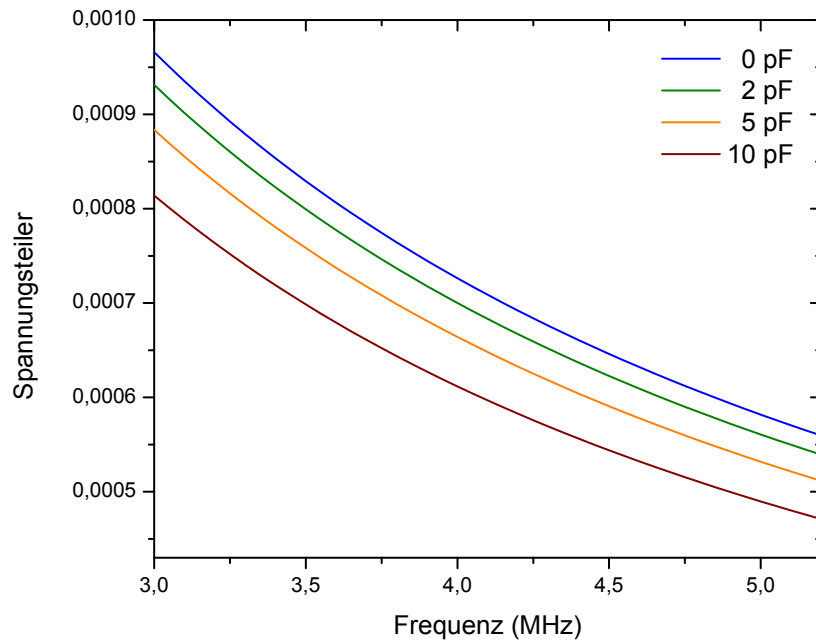
**Abbildung 4.7:** Schaltplan des Koppelkanals mit Einbeziehung parasitärer Effekte, welche hier in Rot dargestellt sind.

an welcher die Monitorspannung abfällt, von etwa  $10\text{ k}\Omega$  zu

$$Z_{\text{ges}} = \sqrt{(1/10\text{ k}\Omega + 1/1\text{ M}\Omega)^2 + (\omega(C_p + C_{\text{Oszilloskop}} + C_{\text{BNC}}))^2}^{-1}, \quad (4.13)$$

wodurch sich der Spannungsteiler entsprechend ändert. Das damit berechnete Teilungsverhältnis des Spannungsteilers ist in Abbildung 4.8 für verschiedene parasitäre Kapazitäten als Funktion der Frequenz gezeigt.

Darüber hinaus können die Koppelkanäle durch die Verbindung zur Paulfalle unterschiedlich belastet sein. Die in der Koppelbox erzeugten Spannungen werden mit 15 cm langen RG 58 Koaxialkabeln über Vakuumdurchführungen der Firma *Hositrad* in die kryogene Paulfalle geleitet. Dort werden sie mit 1,5 m langen Flachbandkabeln in mehreren Windungen zu den Elektroden geführt, welche in den Abbildungen durch  $C_{\text{trap}}$  dargestellt sind. Die Belastung des Koppelkanals lässt sich vereinfacht mit einer Induktivität  $L_p$  und einer zusätzlichen kapazitiven Last  $C_{\text{load}}$  beschreiben. Die Koaxialkabel stellen sowohl eine kapazitive als auch eine induktive Last dar, welche mit  $100\text{ pF/m}$  und  $250\text{ nH/m}$  genormt ist. Die Vakuumdurchführungen stellen eine kapazitive Last dar, wobei der Beitrag nicht abgeschätzt werden kann. Das Flachbandkabel hingegen trägt durch die gewundene Kabelführung hauptsächlich zu  $L_p$  bei. Dieser Beitrag kann in einem einfach Modell berechnet werden. In einer ersten Näherung wird angenommen, dass das Flachbandkabel als eine Serienschaltung von  $N$  kurzen Spulen mit je einer Windung darstellbar ist. Die Induktivität



**Abbildung 4.8:** Berechnung des Monitorspannungsteilers für verschiedene parasitäre Kapazitäten  $C_p$  nach Gleichung 4.13 für eine Messung mit  $C_{\text{Oszilloskop}} + C_{\text{BNC}} = 53 \text{ pF}$ .

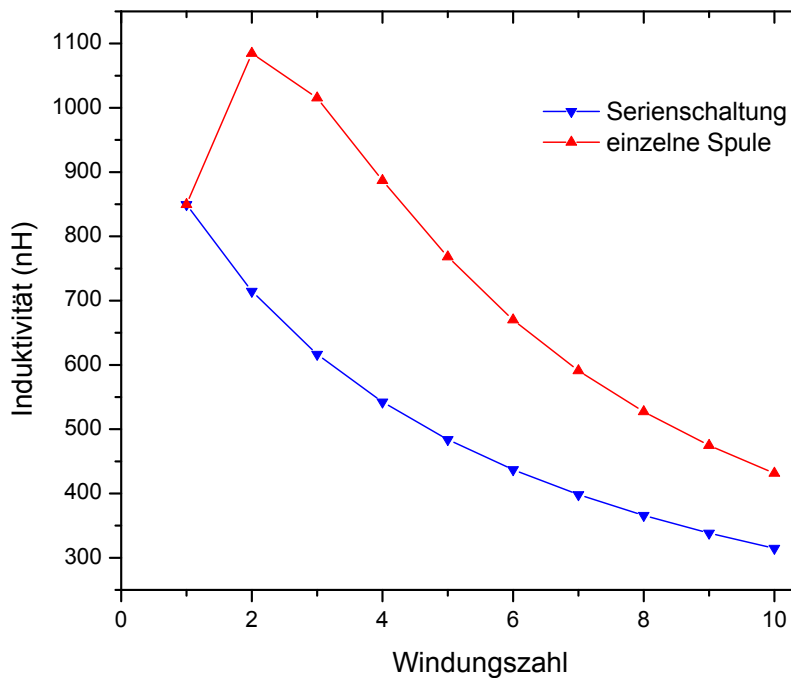
berechnet sich nach

$$L_p = N \cdot \frac{\mu_0 A}{l + 0,9 \cdot r} = N \cdot \frac{\mu_0 \pi \left( \frac{1,5 \text{ m}}{2\pi N} \right)^2}{0,05 \text{ m} + 0,9 \cdot \frac{1,5 \text{ m}}{2\pi N}}, \quad (4.14)$$

wobei  $l$  die Länge,  $A$  die Fläche und  $r$  der Radius der Spule ist. Zur Abschätzung einer oberen Grenze der Induktivität des Flachbandkabels kann dieses auch komplett als Spule mit  $N$  Windungen genähert werden:

$$L'_p = \frac{N^2 \mu_0 A}{l + 0,9r} = \frac{N^2 \mu_0 \pi \left( \frac{1,5 \text{ m}}{2\pi N} \right)^2}{N \cdot 0,05 \text{ m} + 0,9 \cdot \frac{1,5 \text{ m}}{2\pi N}}. \quad (4.15)$$

Der Vergleich beider Näherungen ist in Abbildung 4.9 zu sehen. Da beide Näherungen nur eine Abschätzung des Maximalwerts liefern, ist von einer Induktivität von etwa  $(300 - 500) \text{ nH}$  auszugehen.



**Abbildung 4.9:** Abschätzung der Induktivität des Flachbandkabels, welches die Vakuumdurchführungen mit den Fallenelektroden verbindet. Als obere Grenze des wahren Wertes wurde die Induktivität in der Näherung mehrerer Spulen in Serienschaltung (blau) und einer großen Spule (rot) berechnet.

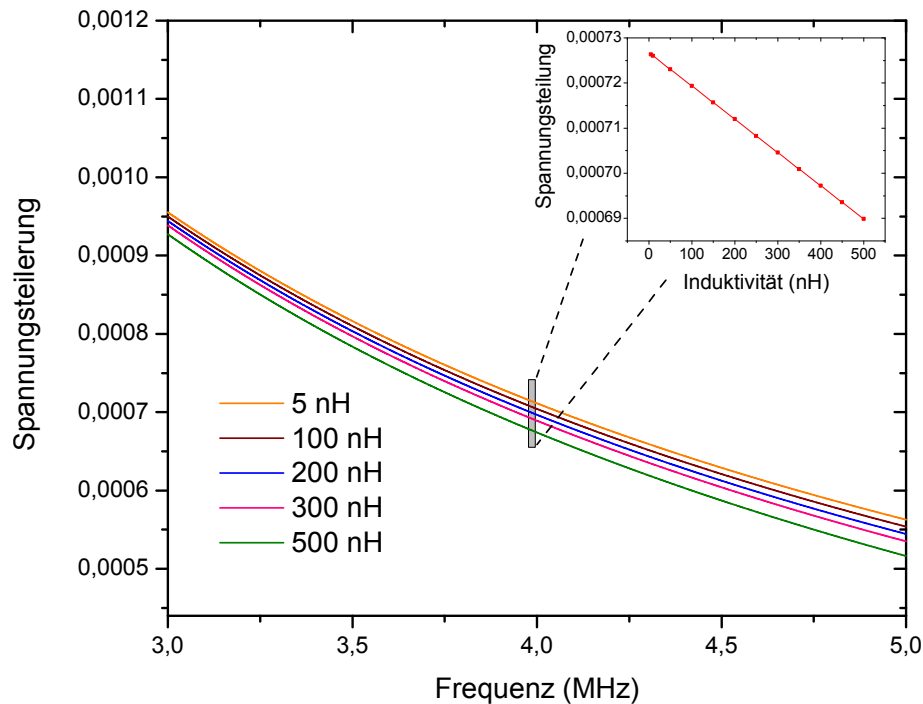
### 4.2.3 Eigenschaften des Monitorkanals

Um die Einflüsse der parasitären Lasten auf das Teilungsverhältnis der Spannungsteiler zu untersuchen, wurden Simulationen mit *LTSpice* durchgeführt. Hierbei wurde das Modell des Koppelkanals aus Abbildung 4.7 mit den in Tabelle 4.3 gelisteten Einstellungen zugrunde gelegt. Weiter wurde in der Simulation berücksichtigt, dass

**Tabelle 4.3:** Übersicht der Parameter zur Simulation des Einflusses parasitärer Effekte auf die Spannungsteiler des Monitorkanals. Die Bezeichnung der Parameter richtet sich nach Abbildung 4.1 und 4.2. Alle weiteren Simulationsparameter entsprechen der Dimensionierung des Koppelkanals aus Tabelle 4.1.

Parameter	Symbol	Wert
Resonanzfrequenz	$f_0$	4,33413 MHz
Induktivität der Primärseite	$L_{\text{prim}}$	346,687 nH
Induktivität der Sekundärseite	$L_{\text{sek}}$	3,7 $\mu\text{H}$
Trimmkapazität	$C_2$	30 pF
Fallenkapazität	$C_{\text{trap}}$	nicht vorhanden



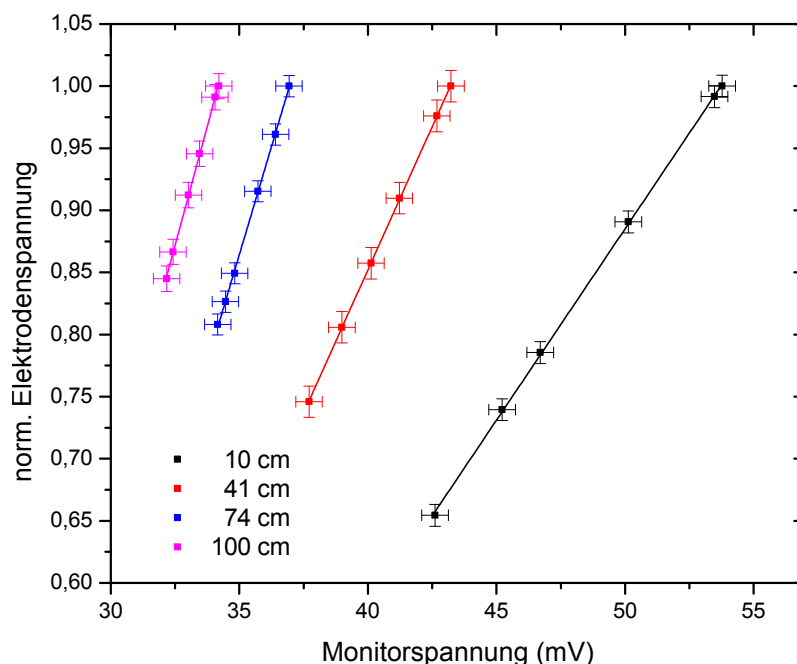


**Abbildung 4.10:** Einfluss der induktiven Last  $L_p$  auf den Spannungsteiler des Monitorkanals als Funktion der Fallenfrequenz. Zusätzlich ist die Spannungsteilung bei einer Frequenz von 3,92 MHz als Funktion der parasitären Induktivität gezeigt. Für die Simulation mit *LTSpice* wurde ein Schaltkreis nach Abbildung 4.7 mit den Parametern aus Tabelle 4.3 verwendet.

die Elektrodenspannung bzw. Monitorspannung mit einem 152 cm bzw. 40 cm langen RG 58 Koaxialkabel über ein Oszilloskop ausgelesen wird.

Zunächst wurde die Änderung des Spannungsteilers mit einer Änderung der induktiven Last  $L_p$  des Koppelkanals untersucht. Die Ergebnisse in Abbildung 4.10 zeigen, dass das Teilungsverhältnis stark von der induktiven Last abhängt. Die Abhängigkeit folgt einem linearen Verlauf, welcher durch die Spannungsteilung zwischen Fallenelektrode und parasitärer Induktivität  $Z(L_p) = i\omega L_p$  zustande kommt. Mit der Abschätzung der Falleninduktivität von 500 nH wird eine Abweichung des Teilungsverhältnisses vom unbelasteten Fall von etwa 5 % erwartet. Daher sollte eine absolute Kalibration der Monitorspannungen erst nach Anschluss an die Falle stattfinden.

Weiter wurde der Einfluss der kapazitiven Last  $C_{\text{load}}$  untersucht. Dabei wurde festgestellt, dass diese keinerlei Einfluss auf den Spannungsteiler des Monitorkanals hat. Dies war zu erwarten, da durch die parallele Anordnung von  $C_{\text{trap}}$  und  $C_{\text{load}}$  an beiden Kondensatoren die gleiche Spannung anliegt. Damit ist auszuschließen, dass der



**Abbildung 4.11:** Messung des Spannungsteilers eines Monitorkanals für verschiedene kapazitive Lasten des Koppelkanals, welche im Experiment durch *RG 58* Koaxialkabel verschiedener Länge realisiert wurden. Die Monitorspannung wurde über ein 40 cm langes *RG 58* Koaxialkabel abgegriffen. Die Fehler der Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung [55]. Die Messpunkte wurden linear mit  $y = y_0 + m \cdot x$  gefittet:  $m = 0,0308(2) \text{ mV}^{-1}$  (schwarz),  $m = 0,0461(2) \text{ mV}^{-1}$  (rot),  $m = 0,0696(8) \text{ mV}^{-1}$  (blau),  $m = 0,0765(8) \text{ mV}^{-1}$  (pink).

Spannungsteiler der Monitorkanäle von der Stellung der Trimmkondensatoren abhängt. Nach Gleichung 4.13 ist das Teilungsverhältnis allerdings frequenzabhängig, was auf die Kapazität von Koaxialkabel und Oszilloskop zurückzuführen ist.

Die Abhängigkeit der Spannungsteiler von der Last am Koppelkanal wurde in einer Messung überprüft. Dazu wurde die Spannung an einer Elektrode und dem zugehörigen Monitorkanal für verschiedene Spannungsamplituden des Funktionsgenerators gemessen. Die Elektrodenspannung wurde mit einem *RG 58* Koaxialkabel unterschiedlicher Länge abgegriffen, um verschiedene Lasten des Koppelkanals zu simulieren. Nach Abbildung 4.10 nimmt das Teilungsverhältnis von Monitorspannung zu Elektrodenspannung mit zunehmender parasitärer Induktivität ab. Da der induktive Anteil des Koaxialkabels mit der Kabellänge zunimmt, erwartet man, dass das Teilungsverhältnis mit der Kabellänge abnimmt. Die durchgeführten Messungen sind in Abbildung 4.11 gezeigt. Es ist gut zu sehen, dass das Teilungsverhältnis, welches dem Kehrwert der Steigung entspricht, mit der Kabellänge abnimmt. Die

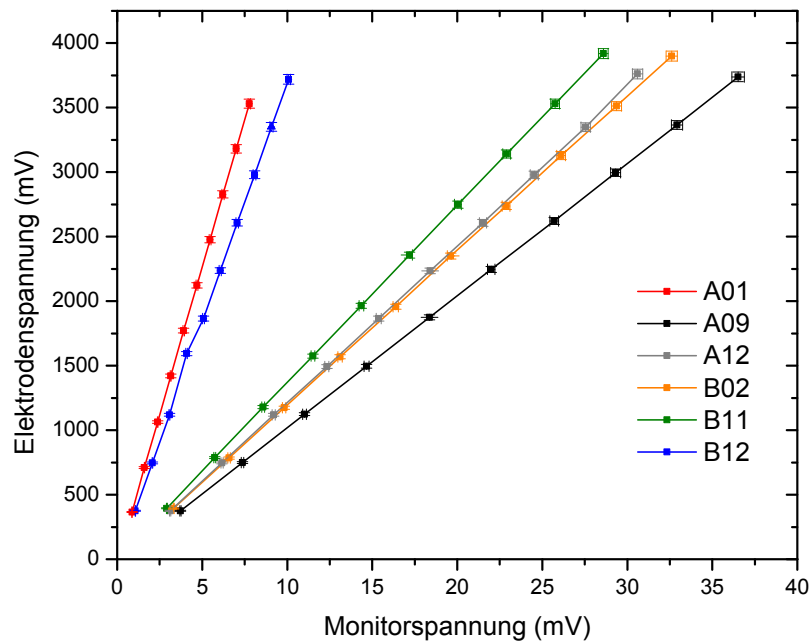
Beobachtung der Simulation kann damit qualitativ durch die Messungen bestätigt werden.

#### 4.2.4 Kalibration der Monitorspannungen

Durch das Verstellen der Trimmkondensatoren können die Spannungen der Elektroden angeglichen werden. Dies kann durch eine Messung der Monitorspannungen kontrolliert werden. Aufgrund von parasitären Effekten ist jedoch jeder Monitorkanal unterschiedlich, sodass die Monitorkanäle kalibriert werden müssen.

Versorgt man den Koppelkanal über den Transformator mit Wechselspannung und misst die Spannungsamplituden an Elektrode und Monitorkanal, so ist die Monitorspannung durch

$$U_{\text{Monitor}} = k \cdot U_{\text{trap}} = k \cdot U_{\text{rf}} \cdot \frac{22}{22 + C_2} \quad (4.16)$$



**Abbildung 4.12:** Gleichzeitige Messung von Elektroden- und Monitorspannung für verschiedene RF-Spannungen des Funktionsgenerators an der Primärseite des Transformators. Gezeigt sind je drei Kanäle beider Phase, wobei die extremen Verläufe gewählt wurden. Die Monitor- bzw. Elektrodenspannung wurde mit einem 40 cm bzw. 152 cm langen *RG 58* Koaxialkabel abgegriffen und der Spannungsabfall über  $1\text{ M}\Omega$  gemessen. Die Fehler Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung [55].

mit der Transformatorspannung  $U_{\text{rf}}$  verbunden, wobei  $k$  das Teilungsverhältnis des Monitorspannungsteilers ist. Da die Trimmer  $C_2$  nicht alle identisch sind, kann der Monitorkanal nur durch die gleichzeitige Messung von Monitor- und Elektrodenspannung kalibriert werden. Eine solche Messung wurde für verschiedene Eingangsspannungen zwischen 1 V und 10 V durchgeführt. Die Messung wurde bei einer Wechselspannungsfrequenz von 3,92 MHz durchgeführt und ist in Abbildung 4.12 gezeigt. Man sieht, dass bei beiden Phasen jeweils ein Kanal - A01 und B12 - eine deutlich abweichende Spannungsteilung aufweist. Die Ursache dafür liegt im Platinendesign der Koppelbox. Auf der Platine werden die zwölf Koppelkanäle beider Phasen über halbkreisförmige Leiterbahnen mit der Transformatorspannung versorgt. Bei den zwei auffälligen Kanälen liegt die gegenphasige Spannung  $U_{\text{rf}}$  so nah am Monitorausgang, dass der RF-Pickup nicht vernachlässigbar ist und das Monitorsignal stark beeinflusst wird. Die Messung zeigt jedoch auch, dass die Elektrodenspannung davon kaum betroffen ist.

Durch die direkte Messung der Elektrodenspannung wird der Koppelkanal belastet. Dies beeinflusst das Resonanzverhalten des Schwingkreises und verfälscht die Kalibration der Monitorspannungen. Daher wurde in einer zweiten Messung die

**Tabelle 4.4:** Messung der Teilungsfaktoren der Monitorspannungsteiler. Die Spannungsteilung wurde bei jedem Kanal für sechs verschiedene Trimmerstellungen gemessen. Die angegebenen Werte entsprechen dem Mittelwert der Messungen mit dem statistischen Fehler. Hierbei wurde das Monitor- bzw. Elektrodensignal mit einem 40 cm bzw. 150 cm langen *RG 58* Koaxialkabel abgegriffen und der Spannungsabfall über  $1\text{ M}\Omega$  bzw.  $50\ \Omega$  gemessen.

Kanal	Teilungsfaktor ( $10^{-3}$ )	Kanal	Teilungsfaktor ( $10^{-3}$ )
A01	$3,072 \pm 0,009$	B01	$2,623 \pm 0,003$
A02	$2,722 \pm 0,003$	B02	$2,586 \pm 0,002$
A03	$2,762 \pm 0,005$	B03	$2,852 \pm 0,003$
A04	$2,393 \pm 0,007$	B04	$2,773 \pm 0,004$
A05	$2,846 \pm 0,009$	B05	$2,536 \pm 0,006$
A06	$2,803 \pm 0,001$	B06	$2,414 \pm 0,003$
A07	$2,678 \pm 0,004$	B07	$2,665 \pm 0,006$
A08	$2,621 \pm 0,005$	B08	$2,728 \pm 0,004$
A09	$2,808 \pm 0,007$	B09	$2,731 \pm 0,001$
A10	$2,746 \pm 0,010$	B10	$2,863 \pm 0,005$
A11	$2,678 \pm 0,009$	B11	$2,722 \pm 0,005$
A12	$2,899 \pm 0,006$	B12	$2,837 \pm 0,006$

Wechselspannung, welche gleichzeitig mit einem Oszilloskop gemessen wurde, über die Vakuumdurchführungen an einen einzelnen Koppelkanal angelegt und die Spannung des entsprechenden Monitorkanals gemessen. Unter Vernachlässigung der Induktivität der Vakuumdurchführungen erhält man damit das Teilungsverhältnis des Monitorkanals aus dem Verhältnis von Monitorspannung und Spannungseingang. Die damit bestimmten Teilungsverhältnisse sind in Tabelle 4.4 für eine Messung bei 3,92 MHz gezeigt.

### 4.3 Einfluss der Transformatorkopplung

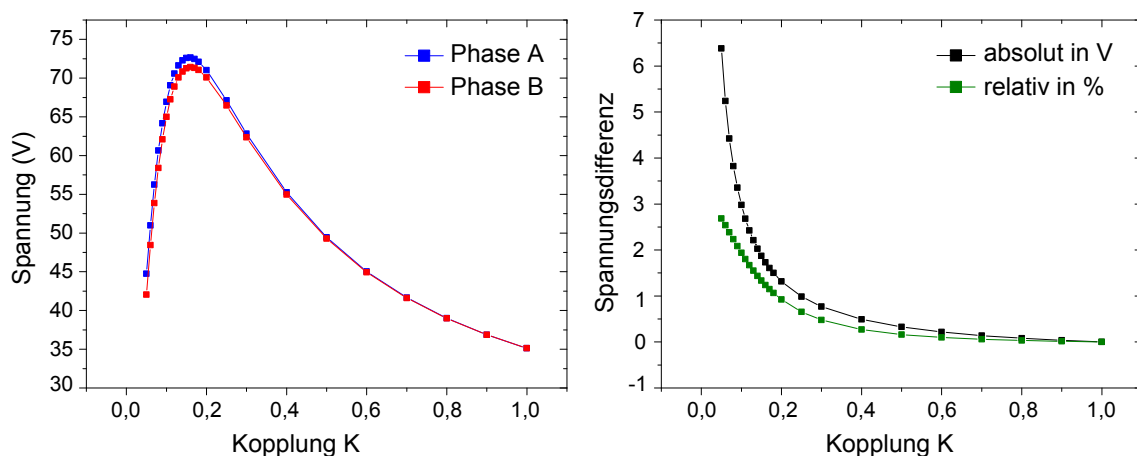
Um den Einfluss der Transformatorkopplung  $K$  auf die gegenseitige Beeinflussung beider Sekundärseiten des Transformators zu untersuchen, wurden Simulationen mit *LTSpice* durchgeführt. Dabei wurden die Spannungsamplituden  $U_{\text{rf}}$  beider Sekundärseiten für verschiedene Kopplungen berechnet. Um einen Lastenunterschied zwischen den zwei Sekundärseiten zu erzeugen, wurden 23 Trimmer  $C_2$  auf den Maximalwert 30 pF und ein Trimmer auf den Minimalwert 1 pF gestellt. Alle weiteren Parameter der Simulation sind in Tabelle 4.5 gezeigt.

Die Ergebnisse der Simulation sind in Abbildung 4.13 zu sehen. Man erkennt, dass der Amplitudenunterschied zwischen beiden Sekundärseiten durch die unterschiedliche Last mit zunehmender Kopplung kleiner wird. Die absolute Spannung beider Sekundärseiten ändert sich außerdem als Funktion der Kopplung in einem großen Bereich und wird bei einer Kopplung von etwa 0,15 maximal.

Für den im Rahmen dieser Arbeit verbesserten Transformator ist die Kopplung nicht genau bekannt, konnte allerdings im Rahmen einer Testmessung zu  $K \simeq 0,5$  abgeschätzt werden.

**Tabelle 4.5:** Übersicht der Simulationsparameter zur Untersuchung des Einflusses der Transformatorkopplung. Die Bezeichnung der Parameter richtet sich nach Abbildung 4.1. Alle weiteren Simulationsparameter entsprechen der Dimensionierung des Koppelkanals aus Tabelle 4.1.

Parameter	Wert
$C_5$	60 pF
$L_{\text{prim}}$	7,3 nH
$L_{\text{sek}}$	9,7 $\mu$ H



**Abbildung 4.13:** Simulation des Einflusses der Transformator kopplung auf die Eigenschaften der Koppelelektronik. Links: Gezeigt ist die absolute Spannung beider Sekundärseiten des Transformators im Resonanzfall für eine Primärseitenspannung von 1 V. Rechts: Relative (grün) und absolute (schwarz) Spannungsunterschiede beider Sekundärseiten im Resonanzfall. Für die *LTSpice*-Simulation wurden die Parameter aus Tabelle 4.5 verwendet.

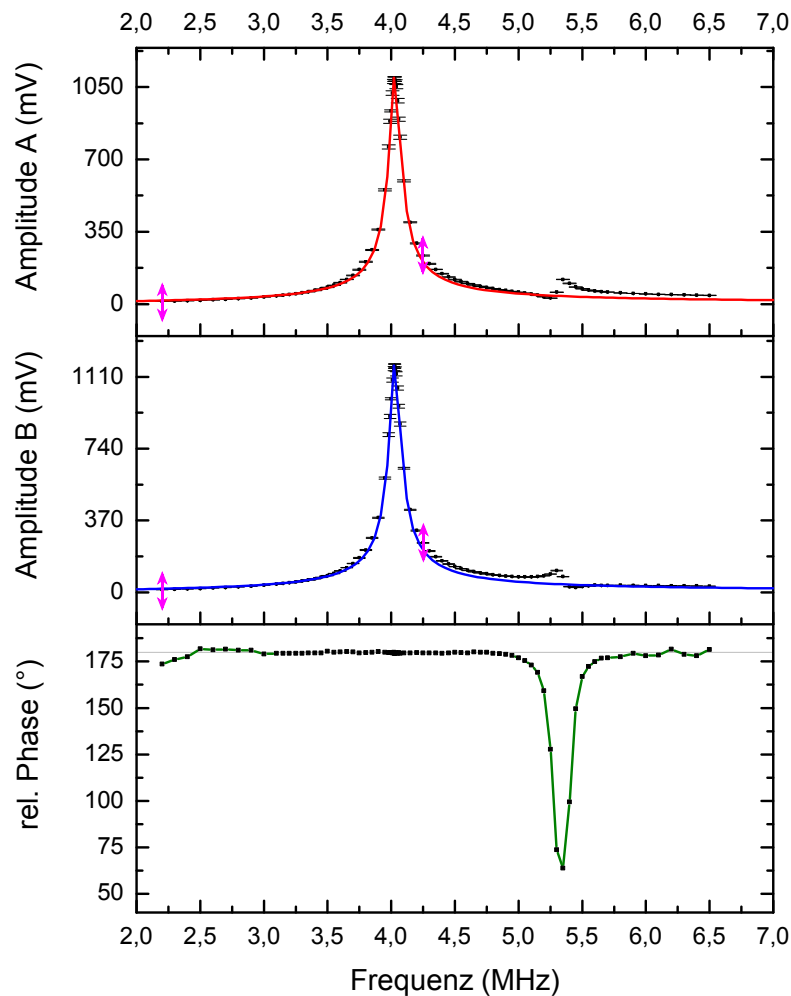
## 4.4 Resonanzverhalten der Koppelbox

Um das Resonanzverhalten der Koppelbox zu untersuchen, wurde die Resonanzkurve für einen Kanal beider Phasen gemessen. Dabei wurde die Belastung des Koppelkanals durch den Anschluss an die Falle mit einer Kapazität von 40 pF gegen Erde im Aufbau berücksichtigt. Die Spannung an der Fallkapazität wurde mit einer *Tektronix* TPP0200 Messsonde [56] für 5 V<sub>pp</sub> Spannungseingang als Funktion der Frequenz gemessen. Die aufgezeichneten Resonanzkurven sind in Abbildung 4.14 zu sehen. Die Messpunkte sind zusammen mit einem Fit (siehe Gleichung 2.46)

$$U = U_0 \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 (f/f_0 - f_0/f)^2}} \quad (4.17)$$

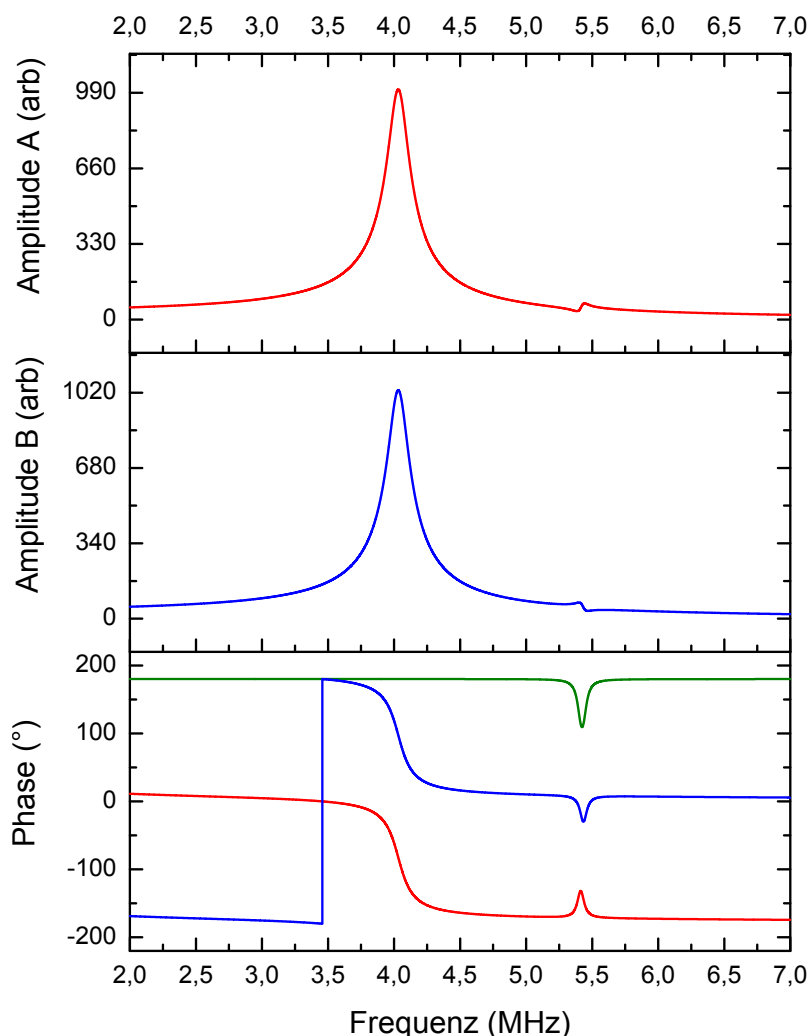
dargestellt. Hierbei entspricht  $Q_0$  der Güte des Schwingkreises. Der Fit liefert im Rahmen der Fehler identische Ergebnisse für beide Phasen:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 51 \pm 2 \\ f_0 &= (4,030 \pm 0,003) \text{ MHz.} \end{aligned} \quad (4.18)$$



**Abbildung 4.14:** Messung des Resonanzverhaltens der Koppelbox mit einer Last von 40 pF pro Koppelkanal. Die beiden oberen Kurven zeigen einen Fit der gemessenen Ausgangsspannungen zweier gegenphasiger Koppelkanäle für einen Spannungseingang von 5 V<sub>pp</sub>. Die pinken Pfeile markieren den Fitbereich. Unten ist die Messung der relativen Phase beider Signale zu sehen. Die Fehler der Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung. Die Messgenauigkeit der relativen Phase beider Signale ist nicht spezifiziert [55].

Auffällig an den Resonanzkurven ist, dass die gemessenen Spannungsamplituden trotz Spannungstransformation kleiner als der Spannungseingang sind. Dies hat zwei Gründe: Zum einen ist der Resonanzschwingkreis nicht auf die Ausgangsimpedanz des Funktionsgenerators angepasst, sodass ein Großteil der Leistung reflektiert wird. Außerdem wird die Messung des Spannungsabfalls über der Fallkapazität durch die Messsonde verfälscht, da sich die Last am Koppelkanal und damit auch die gemessene Spannungsamplitude ändert.



**Abbildung 4.15:** Simulation des Resonanzverhaltens der Koppelbox mit einer Last von 40 pF pro Koppelkanal mit *LTSpice*. Die beiden oberen Kurven zeigen den Verlauf der Ausgangsspannungen der Koppelkanäle. Unten ist der Frequenzgang der Wechselspannungsphase von Phase A (rot), Phase B (blau) und der relativen Phase (grün) gezeigt. Für die Simulation wurde eine Transformatorkopplung von  $K = 0,4$ , eine Primärinduktivität von  $L_{\text{prim}} = 354 \text{ nH}$  und Sekundärinduktivitäten von  $L_{\text{sek},1} = 4,60 \text{ }\mu\text{H}$ , bzw.  $L_{\text{sek},2} = 4,67 \text{ }\mu\text{H}$  verwendet. Alle weiteren Simulationsparameter entsprechen der Dimensionierung des Koppelkanals aus Tabelle 4.1, wobei die Trimmkondensatoren auf  $C_2 = 15 \text{ pF}$  gestellt wurden

Weiter fällt auf, dass für Frequenzen oberhalb der Resonanzfrequenz eine zusätzliche Struktur neben der Resonanzüberhöhung auftritt. Diese geht einher mit einem Einbruch der relativen Phase beider Sekundärseiten, welche ebenfalls in Abbildung 4.14 gezeigt ist. Dieses Verhalten lässt sich mit einer *LTSpice* Simulation verstehen. Bei der Wicklung des Transformators kommt es zu Unterschieden bei den Induktivitäten beider Sekundärseiten, sodass diese einzeln betrachtet unterschiedliche Resonanzfre-



quenzen besitzen. Da jedoch beide Seiten über den Transformator miteinander gekoppelt sind, erhält man trotzdem eine große Resonanz. Das Ergebnis der Simulation ist in Abbildung 4.15 gezeigt und spiegelt den qualitativen Verlauf der Spannungen aus Abbildung 4.14 wider. Bei den Simulationen wurde festgestellt, dass der Phaseneinbruch mit abnehmender Kopplung und zunehmender Sekundärinduktivität des Transformators stark zunimmt. Da allerdings weder die Kopplung noch die Sekundärinduktivitäten des Transformators genau bekannt sind, ist nur ein qualitativer Vergleich von Simulation und Messung möglich.

Das Resonanzverhalten der Koppelbox hängt neben den Induktivitäten  $L_{\text{sek}}$  des Transformators und den dazu parallel geschalteten Kapazitäten  $C_5$  auch von der Last des Koppelkanals ab. Allerdings wurde bisher keine genaue Bestimmung der Impedanzen der Fallenelektroden durchgeführt. Deshalb wurde eine zweite Messung ohne die kapazitive Last von 40 pF durchgeführt. Die Resonanzkurven ohne kapazitive Last sind in Abschnitt A.3.1 zu sehen. Man erhält die folgenden Fitparameter:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 43 \pm 1 \\ f_0 &= (4,348 \pm 0,002) \text{ MHz.} \end{aligned} \quad (4.19)$$

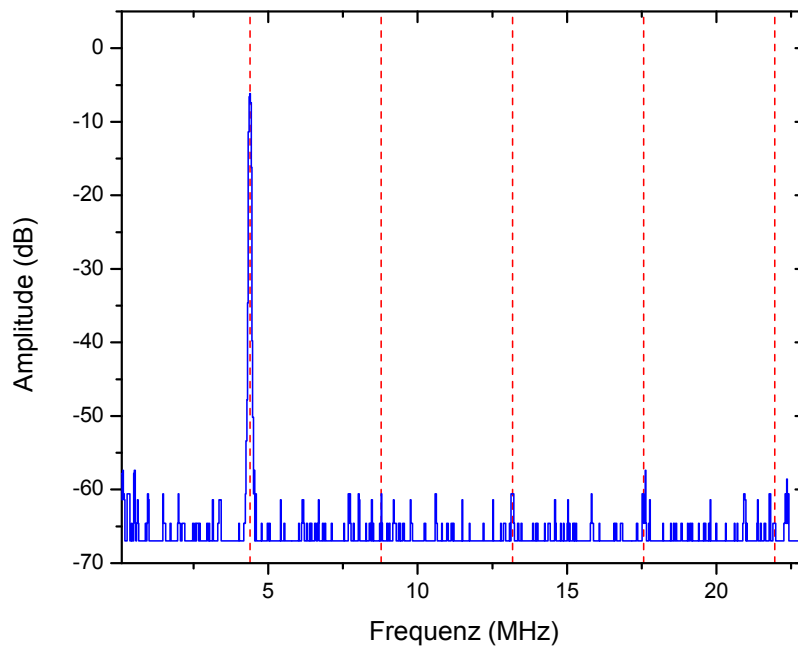
Die Resonanz der Koppelbox nach Anschluss an die Falle ist in einem Bereich zwischen den beiden hier gemessenen Resonanzfrequenzen zu erwarten. Damit ist davon auszugehen, dass die Paulfalle wie bisher bei ca. 3,92 MHz an der steigenden Flanke der Resonanzkurve betrieben werden kann.

Die gleichen Messungen wurden ebenfalls mit der Vorgängerversion der Koppelbox durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Kapitel A.3.2 gezeigt. Man erhält bei einer Belastung der Koppelbox mit 40 pF die Fitparameter

$$\begin{aligned} Q_0 &= 123 \pm 2 \\ f_0 &= (3,896 \pm 0,001) \text{ MHz.} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Ohne kapazitive Belastung des Schwingkreises erhält man

$$\begin{aligned} Q_0 &= 106 \pm 1 \\ f_0 &= (4,141 \pm 0,001) \text{ MHz.} \end{aligned} \quad (4.21)$$



**Abbildung 4.16:** Frequenzspektrum des Spannungsausgangs der Koppelbox ohne Last bei resonanter Anregung des Schwingkreises bei 4,348 MHz. Die Position der Resonanzfrequenz und der höheren Harmonischen ist rot gekennzeichnet.

Der Frequenzgang der alten Koppelbox weist ein sehr ähnliches Phasenverhalten zur neuen Version auf. Die geringere Güte der neuen Elektronik wird durch die erhöhte Induktivität der Sekundärseiten des neuen Transformators verursacht.

Um Ionen in der Paulfalle stabil speichern zu können, ist eine Unterdrückung der höheren Harmonischen der Resonanzfrequenz wichtig. Daher wurde bei resonanter Anregung der Koppelbox ohne Last ein FFT-Spektrum (engl. fast Fourier transform) des Ausgangssignals mit dem Oszilloskop aufgezeichnet. Dieses ist für die neue Koppelelektronik in Abbildung 4.16 zu sehen. Man erkennt dass alle höheren Harmonischen der Resonanzfrequenz stark unterdrückt sind und somit beim Betrieb der Paulfalle vernachlässigbar sind. Das FFT-Spektrum der alten Koppelelektronik zeigt einen sehr ähnlichen Verlauf und ist in Kapitel A.3.2 gezeigt.

## 4.5 Verbesserungsvorschläge

In den vorangehenden Kapiteln wurde die im Rahmen dieser Arbeit verbesserte RF-Elektronik von CryPTEx vorgestellt. In diesem Abschnitt werden weitere mögliche Verbesserungen vorgeschlagen, welche vor allem die Dimensionierung der Bautei-

le des Koppelkanals, sowie das Design der Koppelbox betreffen. Dabei bleibt der grundlegende Aufbau der Transformatorstufe (vgl. Abbildung 4.1) und des Koppelkanals (vgl. Abbildung 4.2) unverändert.

Um einen Unterschied der Sekundärinduktivitäten des Transformators auszugleichen, welcher durch unterschiedliche Wicklungen entsteht, kann der Kondensator  $C_5$  des Resonanzschwingkreises durch einen parallel geschalteten Trimmer ergänzt werden. Dadurch lassen sich die Resonanzfrequenzen und die Spannungsamplituden der zwei RF-Phasen angleichen.

Der Koppelkanal kann vor allem durch eine günstigere Wahl des Koppelkondensators verbessert werden. Die Verwendung von 2,2 nF Koppelkondensatoren zur Trennung der Koppelkanäle bietet folgende Vorteile gegenüber der Koppelelektronik mit 22 pF. Durch den verbesserten kapazitiven Spannungsteiler zwischen Koppelkondensator  $C_1$  und der Parallelschaltung von Trimmkondensator  $C_2$  und Fallkapazität (siehe Abbildung 4.2) liegen an der Fallenelektrode etwa 97 % der Transformatorspannung an (Vergleich zu 22 pF: ca. 30 %). Dadurch wird weniger Spannung auf der Primärseite des Transformators benötigt und an den Bauteilen des Koppelkanals fällt weniger Spannung ab. Außerdem regeln die Trimmkondensatoren der Koppelkanäle  $C_2$  die Elektrodenspannungen in einem angemessenen Bereich:

$$\begin{aligned} \frac{U_{\text{trap}}^{\text{max}}}{U_{\text{trap}}^{\text{min}}} &= \left( \frac{2,2 \text{ nF}}{2,2 \text{ nF} + C_2^{\text{min}} + 40 \text{ pF}} \right) \cdot \left( \frac{2,2 \text{ nF}}{2,2 \text{ nF} + C_2^{\text{max}} + 40 \text{ pF}} \right)^{-1} \\ &= 1,013. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Dadurch wird eine Feinanpassung der Fallenpotentiale ermöglicht, was für einen Koppelkondensator von 22 pF mit  $U_{\text{trap}}^{\text{max}}/U_{\text{trap}}^{\text{min}} = 1,46$  erschwert ist. Allerdings sind die Elektrodenspannungen innerhalb einer Phase durch die kleinere Impedanz der Koppelkondensatoren stärker miteinander gekoppelt, sodass die Koppelkanäle sich gegenseitig beeinflussen. Darüber hinaus spielt die Bauteiltoleranz der Koppelkondensatoren im Vergleich zu 22 pF nur noch eine untergeordnete Rolle für die Gleichheit der Elektrodenspannungen:

$$\frac{\Delta U_{\text{trap}}}{U_{\text{trap}}} = \frac{C_2 + 40 \text{ pF}}{C_2 + 40 \text{ pF} + C_1} \cdot \frac{\Delta C_1}{C_1} \simeq \frac{\Delta C_1}{C_1} \cdot \begin{cases} 0,031 & \text{für } 2,2 \text{ nF} \\ 0,76 & \text{für } 22 \text{ pF} \end{cases}. \quad (4.23)$$

Weitere mögliche Verbesserungen betreffen den Monitorkanal und das Platinendesign der Koppelbox. Die zwölf Koppelkanäle beider Phasen werden durch zwei

gegenüberliegende, halbkreisförmige Leiterbahnen mit der Transformatorspannung versorgt. Diese Anordnung kann in erster Näherung als schwingender Dipol betrachtet werden. Wie bei der experimentellen Charakterisierung der Koppelbox gemessen wurde, beeinflusst dieser Dipol auch massiv die Spannungsteiler der Monitorkanäle. Daher sollte das Design der Platine nochmals überarbeitet werden. Alternativ könnte man die Koppelkanäle durch auflötbare RF-Gehäuse voneinander abschirmen. Darüber hinaus ist der Monitorkanal stark durch die Messung beeinflussbar. Das Abgreifen der Monitorspannung über  $10\text{ k}\Omega$  beeinflusst je nach kapazitiver Last des Messaufbaus das Teilungsverhältnis des Monitorspannungsteilers deutlich. Dieses Verhalten ist nicht wünschenswert und könnte durch einen kapazitiven Spannungsteiler im Monitorkanal vermieden werden.

# Kapitel 5

## Messung der Mikrobewegung

In diesem Kapitel werden die Messungen der Mikrobewegung eines einzelnen  ${}^9\text{Be}^+$ -Ions in der Paulfalle beschrieben. Die Messungen wurden mit der alten Koppel-elektronik durchgeführt, welche nicht die Möglichkeit zur Kompensation der Mikrobewegung bietet. Im Folgenden wird zunächst das generelle Vorgehen bei der Datenanalyse beschrieben, bevor die Messungen der Mikrobewegung diskutiert werden.

### 5.1 Datenanalyse

In diesem Abschnitt wird das Vorgehen bei der Analyse der Messungen beschrieben. Dafür wird zunächst die Datenauswertung erläutert. Anschließend werden die Unsicherheiten der Messung diskutiert, um einen Fehler für die ermittelten physikalischen Größen zu bestimmen.

#### 5.1.1 Auswertung der Fluoreszenzmessungen

Mit den Fluoreszenzmessungen soll die Geschwindigkeitsamplitude  $v'_{\max}$  der axialen Mikrobewegung bestimmt werden. Die Fluoreszenzrate unter dem Einfluss der Mikrobewegung wird nach Gleichung 2.28 durch

$$\Gamma = \Gamma_{\max} \frac{(\gamma'/2)^2}{(\gamma'/2)^2 + (-\delta - kv'_{\max} \cos(\Omega t + \varphi))^2} \quad (5.1)$$

beschrieben. Hierbei bezeichnet  $\delta$  die Verstimmung des Lasers,  $\lambda = 2\pi/k$  die Laserwellenlänge,  $\gamma'$  die intensitätsverbreiterte Zerfallsrate des angeregten Zustands

und  $f = \Omega/2\pi$  die Wechselspannungsfrequenz. Aus der Messung der Fluoreszenzrate kann für große Amplituden der Mikrobewegung direkt die Geschwindigkeitsamplitude berechnet werden. Durch das Ableiten von Gleichung 5.1 erhält man die Zeitpunkte maximaler Fluoreszenz in der  $n$ -ten Periode der Wechselspannung

$$t_{1,2}^n = \frac{1}{\Omega} \left( 2\pi n \pm \arccos \left[ \frac{\delta}{kv'_{\max}} \right] - \varphi \right) \quad (5.2)$$

mit dem Zeitabstand

$$\Delta t = t_2^n - t_1^n = \frac{2}{\Omega} \arccos \left( \frac{\delta}{kv'_{\max}} \right). \quad (5.3)$$

Mit Kenntnis der Laserverstimmung  $\delta$  lässt sich damit die Geschwindigkeitsamplitude der Mikrobewegung  $v'_{\max} = \beta\Omega/k$  berechnen:

$$v'_{\max} = \left[ \frac{k}{\delta} \cos \left( \frac{\Omega\Delta t}{2} \right) \right]^{-1}. \quad (5.4)$$

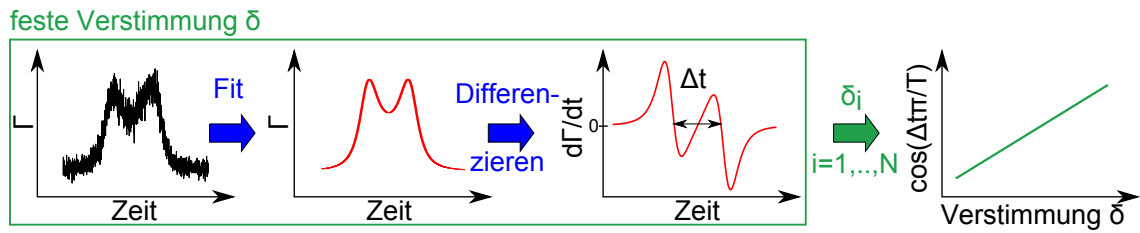
Somit kann die Stärke der Mikrobewegung aus dem Zeitabstand der Fluoreszenzmaxima  $\Delta t$  berechnet werden. Die nachfolgend beschriebene Datenanalyse basiert auf diesem Zusammenhang und ist schematisch in Abbildung 5.1 dargestellt.

Die Messdaten werden zunächst nach Gleichung 5.1 gefittet, wobei die Wechselspannungsfrequenz fest bei  $\Omega/2\pi = 3,92$  MHz ist. Zusätzlich wird ein konstanter Offset als freier Parameter zur Fluoreszenzrate addiert, um den Effekt von Streulicht in der Paulfalle zu berücksichtigen. Die so erhaltene Fitkurve wird abgeleitet und deren Nullstellen abgelesen. Da die absolute Verstimmung des Kühllasers nicht genau bekannt ist, relative Änderungen der Frequenz allerdings sehr genau messbar sind, wurde das Fluoreszenzsignal für verschiedene Verstimmungen  $\delta = \delta_0 + \delta_{\text{rel}}$  gemessen. Die Verteilung kann nach

$$\cos \left( \frac{\Omega\Delta t}{2} \right) = \frac{\delta}{kv'_{\max}} = \frac{\delta_0}{kv'_{\max}} + \frac{1}{kv'_{\max}} \delta_{\text{rel}} \quad (5.5)$$

linear angepasst werden. Mit den Fitparametern der Steigung  $m$  und dem  $y$ -Achsenabschnitt  $y_0$  erhält man

$$v'_{\max} = \frac{\lambda}{2\pi m}, \quad \delta_0 = \frac{y_0}{m}. \quad (5.6)$$



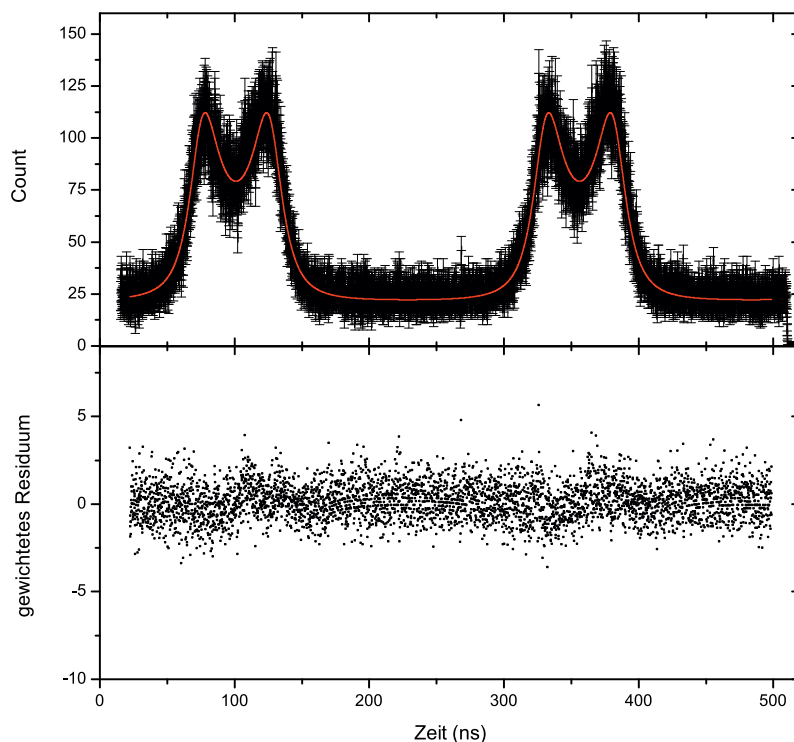
**Abbildung 5.1:** Schematische Darstellung der Datenanalyse. Für Details siehe Text.

Die so berechnete Geschwindigkeitsamplitude wurde als Indikator für die Stärke der Mikrobewegung verwendet.

Eine Messung der unkompensierten Mikrobewegung ist beispielhaft in Abbildung 5.2 zu sehen. Die Messpunkte wurden mit einer Zeitunsicherheit gemäß dem jeweiligen Kalibrationsfehler und einem Fehler der gemessenen Photonenzahl  $N$  von  $\sqrt{N}$  behaftet. Die Messpunkte werden innerhalb der Fehler durch den Fit beschrieben, was auch anhand der gewichteten Residuen deutlich wird. Für die spätere Auswertung wurde allerdings kein Fit für den kompletten Zeitbereich von zwei Wechselspannungsperioden verwendet, sondern beide Doppelpeaks einzeln gefittet. Dies hat den Vorteil, dass man mit der getrennten Information beider Wechselspannungsperioden weniger anfällig für Störungen im Datenaufnahmesystem ist.

### 5.1.2 Fehlerabschätzung

Bei der Datenanalyse wird der Zeitabstand der Fluoreszenzmaxima aus der Ableitung der Fitfunktionen bestimmt. Die zugrunde liegende Unsicherheit dieser Methode ist durch den Ablesefehler der Nullstellenposition nicht ausreichend beschrieben, da wichtige systematische Einflüsse auf die Messung noch nicht berücksichtigt sind. Das Fluoreszenzsignal der Mikrobewegung ist nach Gleichung 5.1 stark abhängig von Leistung und Frequenz des Kühllasers. Die Laserfrequenz wird durch einen Wellenmesser stabilisiert, welcher mit einem Helium-Neon-Laser (HeNe) kalibriert wird. Die Leistung des Kühllasers ist durch einen zweistufigen Aufbau stabilisiert [23]. Weiter ist die Ausrichtung der Laser zur Fallenachse wichtig, da mit zunehmendem Winkel zwischen axialem Kühllaser und Fallenachse vermehrt die radiale anstatt der axialen Mikrobewegung gemessen wird. Durch den Fallenaufbau mit ionenoptischen Elementen, welche axial auf beiden Seiten der Falle angebracht sind, ist der Winkel zwischen Laserstrahl und Fallenachse jedoch beschränkt, falls man einen Durchschuss des Kühllasers durch die Falle beobachtet. Damit konnte der maximale



**Abbildung 5.2:** Fluoreszenzmessung eines einzelnen  ${}^9\text{Be}^+$ -Ions mit unkompensierter Mikrobewegung für zwei Perioden der Wechselfspannung. Oben ist die Messung mit Fehlerbalken (schwarz) und angepasster Fitkurve (rot) nach Gleichung 5.1 zu sehen. Unten sind die gewichteten Residuen gezeigt.

Winkel zwischen Kühllaser und Fallenachse zu

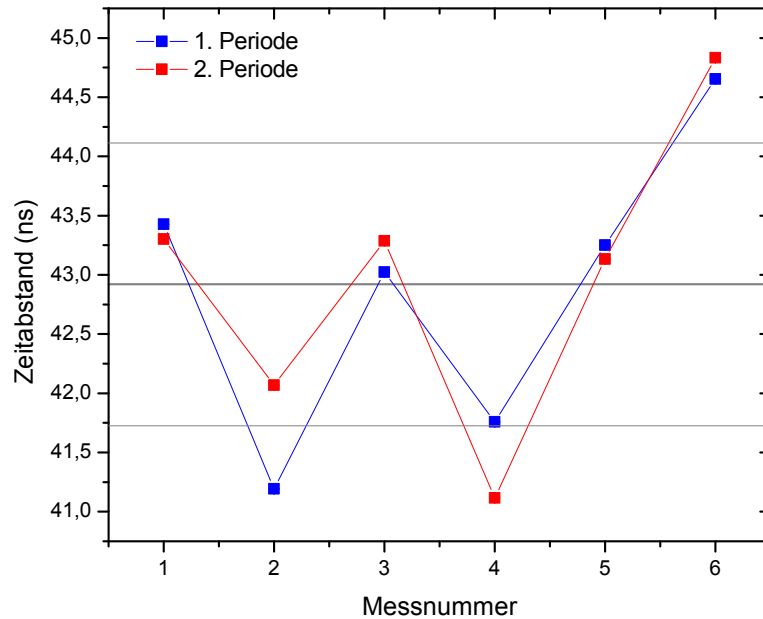
$$\alpha = (0,30 \pm 0,06)^\circ \quad (5.7)$$

abgeschätzt werden. Daraus lässt sich der Beitrag der radialen Mikrobewegung zum Fluoreszenzsignal bestimmen, welcher mit dem axialen Kühllaser aufgrund des Winkels  $\alpha$  gemessen wird. Das Verhältnis von radialem zu axialem Beitrag beträgt

$$\frac{\Gamma_{\text{radial}}}{\Gamma_{\text{axial}}} = \tan \alpha = (5 \pm 1) \times 10^{-3}, \quad (5.8)$$

womit ein radialer Beitrag zur Messung der axialen Mikrobewegung durch die Ausrichtung des Kühllasers vernachlässigbar gegenüber der Messgenauigkeit ist. Die Messunsicherheit wurde im Rahmen einer separaten Messung durch Messstatistik bestimmt. Bei der Mikrobewegungsmessung nimmt jede Einzelmessung ca. 60 s in Anspruch, wobei eine Messreihe aus sechs Messpunkten besteht. Dementsprechend





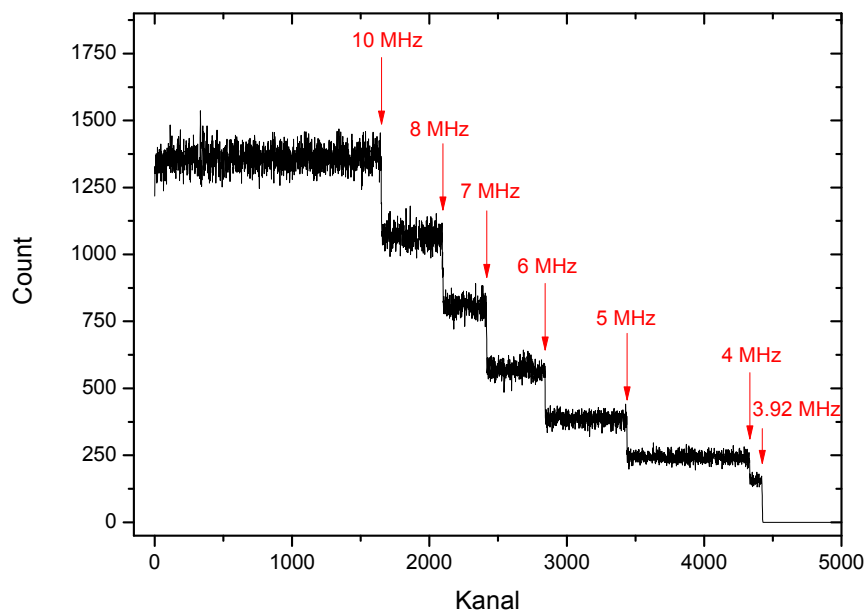
**Abbildung 5.3:** Unsicherheit der Fluoreszenzmessung eines einzelnen  ${}^9\text{Be}^+$ -Ions mit unkompenzierter Mikrobewegung. Gezeigt ist der Abstand der Fluoreszenzmaxima beider Wechselspannungsperioden für sechs aufeinanderfolgende Messungen mit unveränderten Messparametern an der Position  $z = 1044$  pix. Es ist der Mittelwert (dicke Linie) und die Standardabweichung (dünne Linie) der Verteilung eingezeichnet.

wurde die Messunsicherheit der Zeitmessung durch sechs Einzelmessungen bei unveränderten Messparametern abgeschätzt. Das Ergebnis für die unkompenzierte Mikrobewegung ist in Abbildung 5.3 gezeigt.

Für beide Perioden der Wechselspannung wurden die Zeitabstände der Fluoreszenzmaxima getrennt aufgetragen. Man erkennt keinen systematischen Unterschied zwischen den beiden Perioden. Aus diesem Grund werden für alle folgenden Messungen die ermittelten Zeitunterschiede beider Perioden gemittelt. Als Fehler der Zeitabstandsmessung wird die Standardabweichung der 12 Messungen aus Abbildung 5.3 verwendet, welche 1,19 ns beträgt.

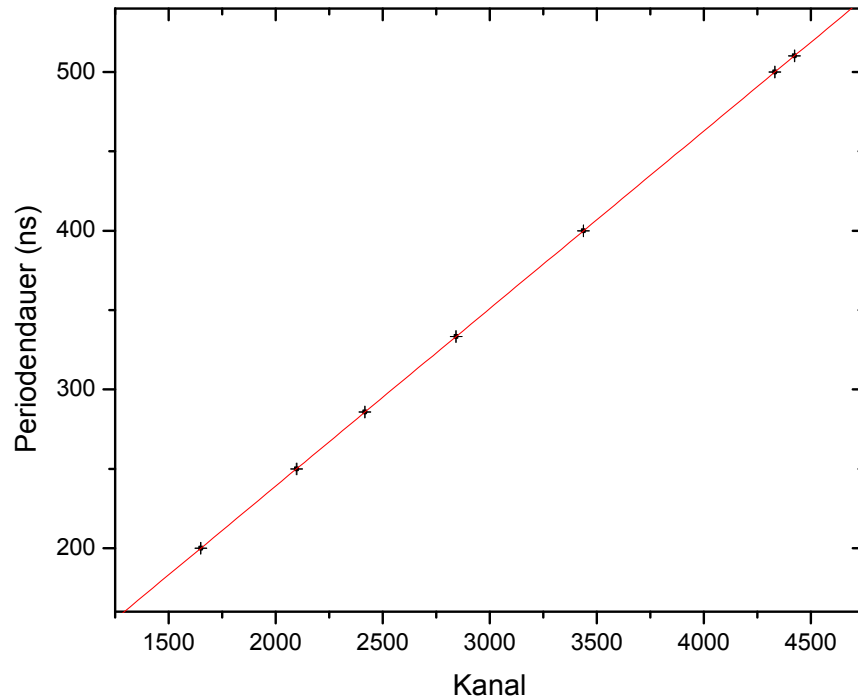
## 5.2 Kalibration der Zeitmessung

Bei der Messung der Mikrobewegung wird die Fluoreszenzrate eines Ions als Funktion der Wechselspannungsphase gemessen. Dabei wird der Zeitabstand zwischen detektiertem Photon und einem Synchronisationspuls mit Wechselspannungsfrequenz



**Abbildung 5.4:** Kalibrationsmessung des TDC. Gezeigt ist die Anzahl der Ereignisse als Funktion des gemessenen Zeitabstands (Kanal). Als Startsignal diente das Untergrundrauschen des PMT. Gestoppt wurde die Zeitmessung durch einen Synchronisationspuls des AFG. Dabei wurden die Ereignisse für verschiedene Frequenzen  $f$  des AFG aufsummiert. Die roten Pfeile markieren den maximalen Zeitabstand  $1/f$  von Start- und Stoppsignal.

$f = \Omega/2\pi$  gemessen. Für die Kalibration der Zeitmessung wird ausgenutzt, dass bei einem Stoppsignal der Frequenz  $f$  der maximale Zeitabstand zwischen Start- und Stoppsignal  $\Delta t = 1/f$  beträgt. Somit kann die Zeitmessung durch Variation der Wechselfrequenz kalibriert werden. Eine Kalibration der Zeitmessung ist in Abbildung 5.4 gezeigt. Bei dieser Messung wurde das PMT-Untergrundsignal bei Raumbelichtung (ca. 10 kHz) als Trigger verwendet und die Frequenz des Synchronisationssignals im Bereich von 3,92 MHz bis 10 MHz variiert. Die Position der Sprünge in der Zählrate des PMT wurden auf Halberhöhe der Stufe abgelesen und sind mit einem Ablesefehler in Abbildung 5.5 gegen die Periodendauer des Synchronisationssignals aufgetragen. Der Fehler der Periodendauer entspricht dem Frequenzfehler des Funktionsgenerators. Der Fit zeigt das lineare Verhalten des TDC. Um die doppelte Anzahl der TDC-Kanäle auszunutzen (Zeitbereich 1  $\mu$ s), wird das Synchronisationssignal des Funktionsgenerators mit einem Frequenzhalbierer manipuliert. Bei der Messung der Mikrobewegung wird bei einer Frequenz von  $f = 3,92$  MHz gearbeitet, sodass maximal in den ersten 4500 Kanälen Ereignisse registriert werden. Damit beträgt der maximale Fehler der Zeitkalibration mit dem



**Abbildung 5.5:** Kalibrationsfit des TDC. Die Kanalnummern mit Fehler wurden aus Abbildung 5.4 abgelesen. Der Fehler der Periodendauer ergibt sich aus dem Frequenzfehler des Funktionsgenerators [1]. Die Messpunkte wurden linear mit  $y = y_0 + m \cdot x$  gefittet:  $y_0 = 15,39(8)$  ns und  $m = 0,11186(3)$  ns/Kanal.

Fit aus Abbildung 5.5

$$\Delta t = \sqrt{(\Delta y_0)^2 + (\Delta m \cdot 4500)^2} = 0,16 \text{ ns.} \quad (5.9)$$

Hierbei bezeichnet  $\Delta m$  den Fehler der Steigung und  $\Delta y_0$  den Fehler des y-Achsen-schnittpunkts des Kalibrationsfits.

In Abbildung 5.4 ist im Bereich niedriger Kanäle eine Struktur zu sehen, welche nicht frequenzabhängig ist. Da die Stabilität des TDC im Datenblatt [21] mit maximal 100 kHz angegeben wird, könnte dies auf ein Problem des MPA-Systems bei hohen Zählraten hindeuten. Allerdings verschwindet diese Struktur auch nicht für niedrige Frequenzen des Stoppsignals. Stattdessen zeigen die ersten Kanäle das Einschwingverhalten der internen TDC-Elektronik. Diese misst den Zeitabstand zweier Signale durch Lade- und Entladeprozesse, welche zu einem 20 MHz-Oszillator synchronisiert sind [22]. Für die späteren Messungen wurde das Fluoreszenzsignal durch eine Phasenverschiebung des Synchronisationssignals in den Bereich höherer Kanäle ohne diese Struktur verschoben, wodurch die Messung davon unbeeinträchtigt bleibt.

### 5.3 Messung der Mikrobewegung in CryPTEx

Wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, gibt es mehrere Ursachen für die Mikrobewegung eines Ions. Im Rahmen dieser Messungen soll der RF-Beitrag zur axialen Mikrobewegung untersucht werden. Dieser konnte mit der alten Koppelelektronik nach [50] nicht verändert bzw. kompensiert werden. Da man mit einer Fluoreszenzmessung stets alle Beiträge der Mikrobewegung zusammen misst, mussten die unerwünschten Beiträge zunächst reduziert werden. Neben ungleichen Amplituden und Phasen der RF-Spannungen trägt eine räumliche Trennung der Potentialminima von DC- und RF-Feldern zur Mikrobewegung bei. Der DC-Beitrag zur Mikrobewegung wurde minimiert, indem ein Ionenkristall in der Falle mit der DC-Regelbox so verschoben und gedreht wurde, dass seine Position und Ausrichtung nicht mehr von der RF-Amplitude abhingen. Damit kann man von einem geringen DC-Beitrag ausgehen. Weiter muss zwischen radialer und axialer Mikrobewegung unterschieden werden. Um ein einzelnes Ion auch bei extremen Verstimmungen des Kühllasers noch stabil speichern zu können, muss die Bewegung des Ions nicht nur axial, sondern auch radial gekühlt werden. Dies wird durch den radialen Kühllaser umgesetzt, welcher allerdings zum Streulicht des Ions beiträgt und somit einen radialen Beitrag zur Messung der Mikrobewegung liefert. Dieser unerwünschte Beitrag zum Fluoreszenzsignal des Ions kann nicht beliebig reduziert werden. Allerdings ist man in dieser Messung nicht nur an einer absoluten Bestimmung der axialen Mikrobewegungsamplitude interessiert, sondern auch an der Änderung der Mikrobewegung mit der axialen Position des Ions. Um trotzdem sensibler auf die axiale Mikrobewegung zu sein, wurde die Intensität des Seitenlasers gegenüber dem axialen Kühllaser reduziert. Alle Parameter der Messung sind in Tabelle 5.1 aufgelistet.

Im Rahmen der Messungen wurde die Fluoreszenz eines einzelnen  ${}^9\text{Be}^+$ - Ions für verschiedene Verstimmungen an fünf Positionen zwischen 856 pix und 1205 pix auf der Fallennachse gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 5.6 zu sehen. Die Änderung der Mikrobewegung mit der Laserverstimmung wird innerhalb der Messfehler gut durch einen linearen Verlauf beschrieben. Die Messung bei  $z = 1205$  pix weist eine starke Streuung der Messpunkte auf. Da das  ${}^9\text{Be}^+$ - Ion während der Messung verloren ging und neu geladen werden musste, ist davon auszugehen, dass die Speicherung an dieser Position mit den gewählten Fallennparametern weniger stabil ist. Dadurch kann die Messung der Mikrobewegung bei kleiner Rotverstimmung des Kühllasers, wenn die axiale Ionenbewegung stark ausgeprägt ist, beeinflusst worden

**Tabelle 5.1:** Übersicht der Parameter für die Messung der unkompenzierten Mikrobewegung. Die Fallenfrequenzen wurden in [23] gemessen.

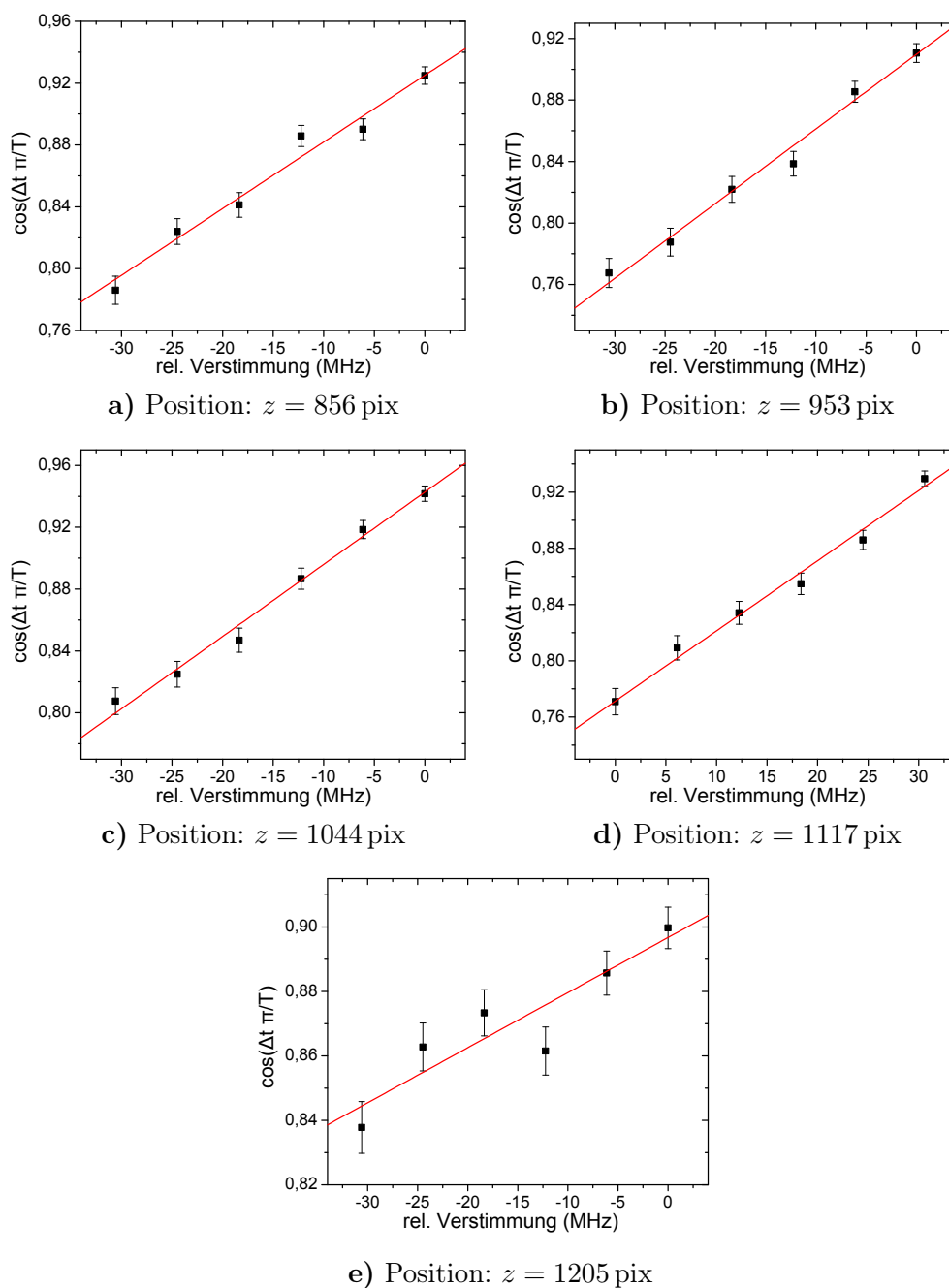
Parameter	Wert
RF-Verstärker	10 %
DC-Potential Mittelelektroden	ca. 133,0 V
DC-Potential Nebenelektroden	ca. 133,6 V
axiale Fallenfrequenz	104,5 kHz
radiale Fallenfrequenz 1	223,5 kHz
radiale Fallenfrequenz 2	232,5 kHz
Leistung axialer Kühllaser	2,9 mW
Leistung radialer Kühllaser	60 $\mu$ W
Leistung Repumper	0,5 mW
typische Messdauer	60 s

sein. Die Messung bei  $z = 1205$  pix ist daher nicht aussagekräftig und wird hier nur aus Gründen der Vollständigkeit aufgeführt.

Die Auswertung der Messdaten in Tabelle 5.2 zeigt eine ausgeprägte axiale Mikrobewegung, welche in einer idealen linearen Paulfalle nicht existiert. Die gemessenen Geschwindigkeiten entsprechen den simulierten Werten aus Kapitel 2.1.3. Somit müssen Unterschiede der RF-Amplituden als Ursache für axiale Mikrobewegung berücksichtigt werden.

**Tabelle 5.2:** Ergebnisse der Mikrobewegungsmessung ohne Kompensation. Für jede axiale Position wurde die Geschwindigkeitsamplitude  $v'_{\max}$  und die Offset-Verstimmung  $\delta_0/2\pi$  berechnet.

$z$ - Position (pix)	$v'_{\max}$ (m/s)	$\delta_0/2\pi$ (MHz)
856	$72 \pm 6$	$214 \pm 18$
953	$64 \pm 4$	$187 \pm 11$
1044	$67 \pm 3$	$202 \pm 10$
1117	$63 \pm 4$	$155 \pm 9$
1205	$183 \pm 40$	$525 \pm 113$



**Abbildung 5.6:** Messung der unkompenzierten Mikrobewegung als Funktion der Verstimmungen des K hl lasers. Die Messung wurde an fünf Positionen entlang der Fallachse durchgeführt. Gezeigt sind die Messpunkte mit den Fehlern nach Kapitel 5.1.2, welche linear gefittet wurden. Der Fit mit  $y = y_0 + m \cdot x$  ergibt: **a)**  $y_0 = 0,925(6)$ ,  $m = 0,0086(7)$  1/MHz, **b)**  $y_0 = 0,910(4)$ ,  $m = 0,0097(6)$  1/MHz, **c)**  $y_0 = 0,942(4)$ ,  $m = 0,0093(5)$  1/MHz, **d)**  $y_0 = 0,771(6)$ ,  $m = 0,0100(6)$  1/MHz, **e)**  $y_0 = 0,897(6)$ ,  $m = 0,0034(7)$  1/MHz.

# Kapitel 6

## Der Quadrupol-Resonator

In diesem Kapitel wird der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte und konstruierte Quadrupol-Resonator vorgestellt. Dabei werden zunächst die Anforderungen an das Design erläutert und danach auf die Entwicklung und die Konstruktion des Resonators eingegangen.

### 6.1 Anforderungen an das Design

Mit dem hier vorgestellten Quadrupol-Resonator sollen hochgeladene Ionen in einem rauscharmen Fallenpotential für lange Zeit gespeichert und sympathetisch gekühlt werden. Diese kalten, stark lokalisierten Ionen stellen ideale Kandidaten für hochpräzise Laserspektroskopie dar.

Um hochgeladene Ionen in einer Paulfalle stabil zu speichern und effizient kühlen zu können, benötigt man ein wohldefiniertes, rauscharmes Fallenpotential, welches die Ionen räumlich möglichst stark einschränkt. Die Ionen in einer Paulfalle werden radial in den zeitabhängigen RF-Potentialen der Quadrupolelektroden gespeichert. Das Pseudopotential  $U_{x,y}$  hängt nach Gleichung 2.11 von der Frequenz  $\Omega$ , der Amplitude  $V_0$  und der Phasenstabilität der Wechselspannung ab:

$$U_{x,y}(r) = \frac{1}{2}m\omega_{x,y}^2 r^2 = \left( \frac{Q^2 V_0^2}{m r_0^2 \Omega^2} - \frac{Q \kappa U_{\text{DC}} r_0^2}{2 z_0^2} \right) \frac{r^2}{r_0^2}. \quad (6.1)$$

Um die Ionen räumlich möglichst stark einzuschränken, muss die Spannungsamplitude  $V_0$  erhöht werden. Allerdings hängt neben der Tiefe des Pseudopotentials auch

der Stabilitätsparameter  $q$  von  $V_0$  ab:

$$q_x = -q_y = \frac{4QV_0}{mr_0^2\Omega^2}. \quad (6.2)$$

Damit das Ion weiter stabil gespeichert werden kann, sollte dieser näherungsweise unverändert bleiben. Somit muss das Verhältnis von  $V_0/\Omega^2$  konstant bleiben, womit  $\Omega \propto \sqrt{V_0}$  geändert werden muss. Damit steigt die Tiefe des Potentials  $U_{x,y} \propto V_0^2/\Omega^2$  linear mit einer Erhöhung der RF-Spannungsamplitude an. Allerdings ist es nicht möglich die Frequenz beliebig zu erhöhen, da bedingt durch den Skin-Effekt die stromführende Leiterschicht immer weiter abnimmt, was zu einem erhöhten Widerstand führt.

Weiter ist es in einer Paulfalle, im Gegensatz zu einer Penningfalle, schwer den Quantenzustand eines gespeicherten Ions zu messen. Dies liegt daran, dass der Quantenzustand in einer Penningfalle nur durch das konstante Magnetfeld sowie die statischen DC-Potentiale der Fallenelektroden bestimmt ist, welche sehr genau einstellbar und kontrollierbar sind. Daher befindet sich das gespeicherte Ion in einem wohldefinierten Quantenzustand. In einer Paulfalle ist der Quantenzustand des Ions durch die Eigenfrequenzen  $\omega_x$ ,  $\omega_y$  und  $\omega_z$  bestimmt, welche von den Wechselspannungsparametern abhängen. Ein Rauschen der Amplitude  $V_0$ , der Frequenz  $\Omega$  oder der Phase führt dazu, dass der Quantenzustand des gespeicherten Ions nicht scharf definiert ist, wodurch jede Quantenzustandsmessung deutlich erschwert wird. Außerdem kann erhöhtes Rauschen der Spannungsamplitude oder -Phase in zusätzlicher Mikrobewegung der Ionen resultieren, wodurch diese geheizt werden.

Alle hier beschriebenen Anforderungen an die Elektronik der Paulfalle lassen sich durch eine Spannungsversorgung mit einem Resonator hoher Güte  $Q_0$  erfüllen, welcher in der Nähe der Resonanz hohe Spannungsamplituden  $V_0$  ermöglicht und gleichzeitig als schmaler Bandpass das RF-Rauschen unterdrückt.

Die wichtigsten elektronischen Kenngrößen für den Resonator sind Resonanzfrequenz und Güte. Um größere Fallentiefen zu ermöglichen, wird die Wechselspannungsfrequenz, welche der Resonanzfrequenz entspricht, auf ca. 20 MHz erhöht. Die Güte des Resonators ist durch Materialverluste bestimmt, welche minimiert werden sollen. Als Material für einen ersten Prototyp des Resonators eignet sich beispielsweise Kupfer, welches in hoher Reinheit hergestellt werden kann, wodurch hohe RRR-Werte erreicht werden. Der RRR-Wert (engl. residual resistance ratio) ist definiert als das Verhältnis des elektrischen Widerstands eines Materials bei Raumtemperatur

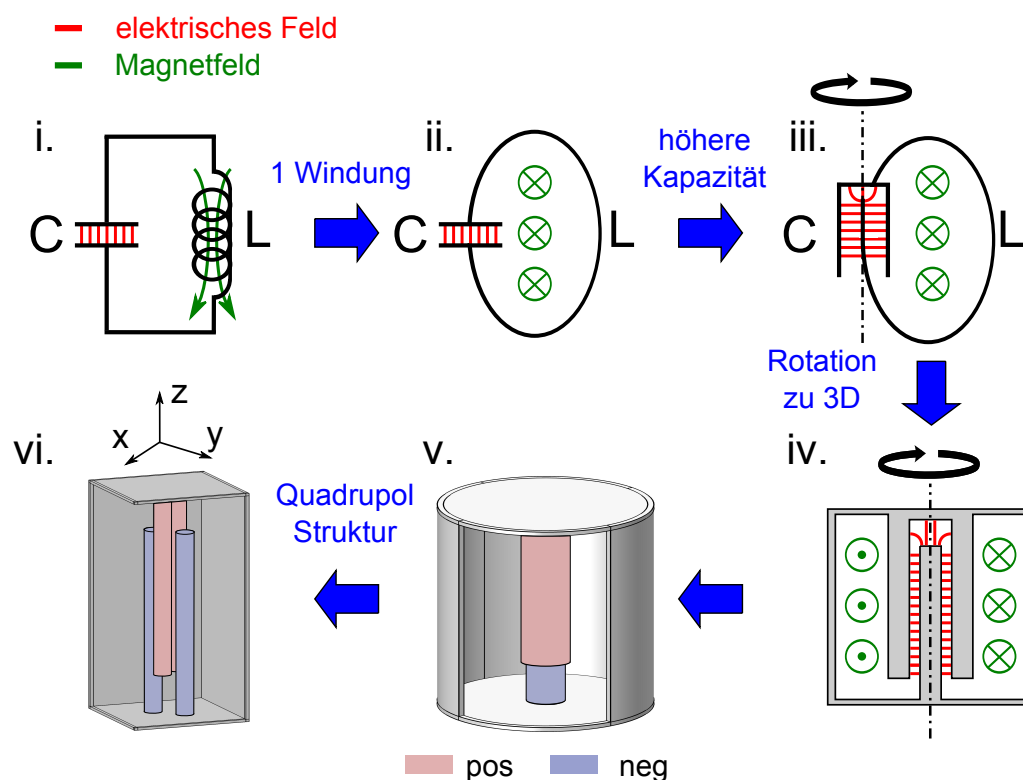


$T = 293\text{ K}$  und dem Restwiderstand bei sehr tiefen Temperaturen. Der Restwiderstand bezeichnet den Widerstandswert, wenn alle thermischen Gitterschwingungen eingefroren sind und nicht mehr zum Widerstand beitragen. Durch Polieren und die Verwendung von hochreinem Kupfer können Werte von bis zu  $\text{RRR} = 1000$  erreicht werden. Somit lassen sich beim Betrieb in einer Hochvakuumumgebung und durch Herunterkühlen des Resonators auf kryogene Temperaturen hohe Güten erzielen. Für das Nachfolgemodell kann die Güte weiter erhöht werden, indem der Resonator aus supraleitendem Material, z.B. Niob, hergestellt wird. Außerdem wurde die Elektrodenstruktur in das Gehäuse des Resonators integriert, wodurch Verluste beim Auskoppeln der Spannungen aus dem Resonator vermieden werden.

Die mechanischen Anforderungen an das Design beziehen sich neben der mechanischen Stabilität auch auf den optischen Zugang zum Fallenzentrum. So muss der Resonator über axiale Zugänge verfügen, über welche die Falle mit einer Atom- oder Ionenquelle verbunden ist. Weitere Zugänge zur Falle werden benötigt, um die Ionen in der Falle mit Lasern in axialer und radialer Richtung zu kühlen und den Einschuss weiterer Ionen zu ermöglichen. Zusätzlich sollte es möglich sein weitere Laser zur Manipulation oder zur Spektroskopie der Ionen einzuschießen.

## 6.2 Entwicklung des Resonatordesigns und Kenngrößen des Quadrupol-Resonators

Der Quadrupol-Resonator als Resonanzschwingkreis besteht aus einer Induktivität  $L$ , einer Kapazität  $C$  und einem Widerstand  $R$ , welcher sich aus den Materialverlusten ergibt. Je nach Umsetzung des  $LC$ -Glieds kann man Resonatoren mit unterschiedlicher Resonanzfrequenz und Güte erhalten. Eine schematische Darstellung der verwendeten Umsetzung des  $LC$ -Glieds ist in Abbildung 6.1 zu sehen. Ein klassischer Schwingkreis besteht aus der Parallelschaltung eines Kondensators und einer Spule (i). Die Kapazität  $C$  der Schaltung ist durch die zwei Pole des Schwingkreises, hier die Platten des Kondensators, gegeben. Die Induktivität  $L$  ergibt sich durch den in der Spule eingeschlossenen magnetischen Fluss. Die Energie des Schwingkreises wird periodisch zwischen der elektrischen Feldenergie des Kondensators und der magnetischen Flussdichte der Spule umgewandelt. Diese Schaltung kann vereinfacht werden, indem man die Anzahl der Windungen der Spule zu einer einzigen reduziert (ii). Der Wechselstrom durch die Leiterschleife erzeugt das zeitlich variie-



**Abbildung 6.1:** Schematische Darstellung der Umsetzung des  $LC$ -Glieds eines Hohlraumresonators. Die Polung der dreidimensionalen Resonatoren ist für einen bestimmten Zeitpunkt farbig markiert. Für Details siehe Text.

rende Magnetfeld. Im nächsten Schritt kann die Form des Kondensators angepasst werden, um die Kapazität des Schwingkreises zu erhöhen (iii). Schließlich entsteht durch die Rotation des Schaltkreises ein Hohlraumresonator (v), welcher gemeinsam mit einer Schnittansicht gezeigt ist (iv). Zwischen Voll- und Hohlzylinder, welche die Pole des Schwingkreises bilden, fließt ein Wechselstrom und erzeugt ein oszillierendes Magnetfeld im Resonator. Die Struktur des elektrischen Feldes, welches sich zwischen den Resonatorpolen ausbildet, ist durch die Geometrie der Pole bestimmt. Im letzten Schritt wurde die Struktur der Resonatorpole verändert (vi). Die vier Stabelektroden, welche einseitig an den Resonatorenden befestigt sind, bilden die Pole des Resonators. Um eine Quadrupolstruktur des elektrischen Feldes zu erhalten, wurde das Elektrodenpaar auf der  $x$ - bzw.  $y$ -Achse am selben Resonatordeckel befestigt.

Zur Entwicklung des Resonatordesigns auf der Grundlage dieser Geometrie wurden Simulationen mit *Comsol* durchgeführt. Dafür wurde ein quaderförmiges Resonatorgehäuse gewählt, um einen guten Zugang zum Fallenzentrum für Laser und Ionen-

quellen zu gewährleisten. Als Material wurde Kupfer mit einem RRR-Wert von 1000 ausgewählt. Da der Resonator später in eine kryogene Umgebung eingegliedert werden soll, wurden die Abmaße des Resonatorgehäuses im Rahmen der Simulationen auf  $220 \text{ mm} \times 100 \text{ mm} \times 100 \text{ mm}$  mit einer Wandstärke von 3 mm beschränkt. Eine Übersicht der Resonatorparameter für die Simulationen ist in Tabelle 6.1 gezeigt. Hierbei wird das umgebende Medium als perfektes Vakuum genähert.

Die Kapazität des Resonators aus Abbildung 6.1 (vi) setzt sich aus zwei Beiträgen zusammen: Der Kapazität zwischen den zwei Elektrodenpaaren und der Kapazität zwischen den Elektroden und der Außenwand des Resonators. Letztere ist für die meisten Konfigurationen allerdings vernachlässigbar gegenüber der Kapazität zwischen den Elektroden. Die Kapazität eines Quadrupols bestehend aus vier zylinderförmigen Stabelektroden mit Radius  $r_e$  und Länge  $l$  berechnet sich zu [28]

$$C_{\text{QP}} = 1,6\pi\epsilon l \left[ \ln \left( \frac{r_e + r_0}{r_e} \right) - \left( \frac{r_e}{2(r_e + r_0)} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (6.3)$$

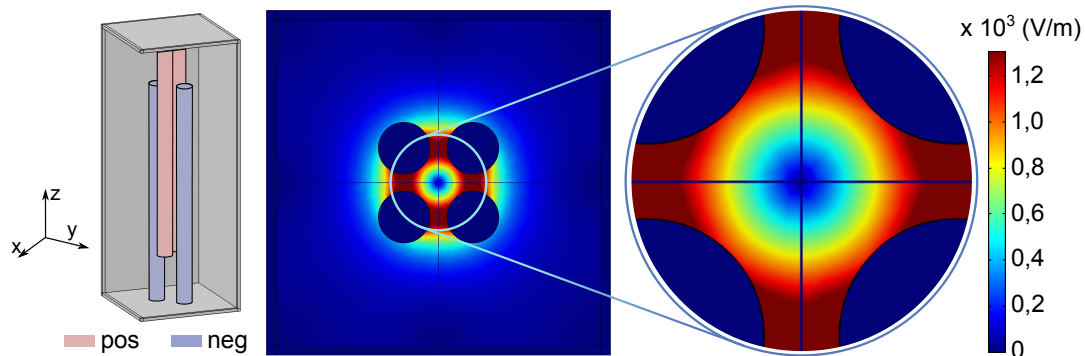
wobei  $r_0$  den Abstand der Elektroden zum Zentrum bezeichnet und  $\epsilon$  für die Permittivität des umgebenden Mediums steht. Berücksichtigt man, dass für ein möglichst ideales Quadrupolpotential das Verhältnis  $r_e/r_0 = 1,147$  festgelegt ist, so vereinfacht sich dieser Ausdruck im Vakuum ( $\epsilon_r = 1$ ) zu

$$C_{\text{QP}}[\text{pF}]/l[\text{m}] = 80,071. \quad (6.4)$$

Für einen Elektrodenradius von  $r_e = 8 \text{ mm}$  ist das elektrische Feld im Resonator in Abbildung 6.2 dargestellt. Erwartungsgemäß ist das elektrische Feld zwischen den

**Tabelle 6.1:** Kenngrößen des Resonators für die Simulationen mit *Comsol*. Neben den geometrischen Dimensionen des Resonatorgehäuses sind die elektromagnetischen Eigenschaften des Leiters angegeben.

Parameter	Symbol	Wert
el. Leitfähigkeit	$\sigma$	$5,7 \times 10^{10} \text{ S/m}$
rel. Permittivität	$\epsilon_r$	1
rel. Permeabilität	$\mu_r$	1
Gehäuselänge	$l$	220 mm
Gehäusebreite	$b$	100 mm
Wandstärke	$d$	3 mm



**Abbildung 6.2:** Links: Schematische Darstellung der Resonatorgeometrie. Die Ladung der Elektroden ist für einen bestimmten Zeitpunkt farblich markiert. Rechts: Simulation der elektrischen Feldstärke im Resonator. Gezeigt ist ein mittiger Querschnitt durch die  $xy$ -Ebene.

Elektroden und der Außenwand vernachlässigbar und die Feldstruktur im Fallenzentrum ist ein Quadrupol.

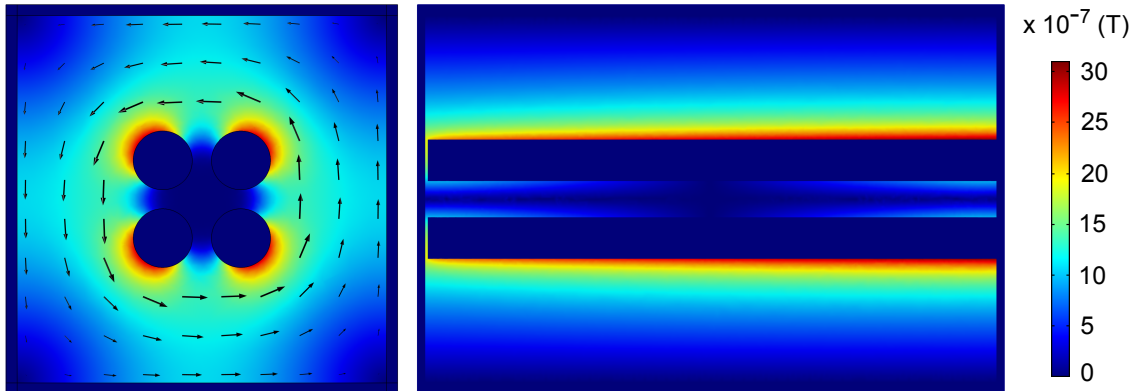
Die Induktivität des Schwingkreises ist durch den im Resonator eingeschlossenen magnetischen Fluss gegeben. In Abbildung 6.3 ist die magnetische Flussdichte im Resonator gezeigt. Der Längsschnitt durch die  $yz$ -Ebene zeigt, dass das Magnetfeld in den Bereichen maximaler elektrischer Felder, zwischen Elektrodenenden und dem gegenpoligen Deckel, relativ schwach ist. Analog dazu treten die maximalen Magnetfelder im Bereich minimaler elektrischer Felder auf. Der mittige Schnitt durch die  $xy$ -Ebene des Resonators zeigt den horizontalen Verlauf der Magnetfeldlinien. Mit *Comsol* wurde für dieses Design eine Resonanzfrequenz von

$$f_0 = (129,46218 \pm 0,00004) \text{ MHz} \quad (6.5)$$

mit einer Güte von

$$Q_0 = (1,68 \pm 0,06) \times 10^8 \quad (6.6)$$

berechnet. Auf Grundlage dieser Geometrie wurde das Resonatordesign weiterentwickelt, um eine Resonanzfrequenz im Bereich von 20 MHz zu erreichen. Im Folgenden ist eine Übersicht der verschiedenen Designs mit den jeweiligen Bemaßungen gezeigt.



**Abbildung 6.3:** Simulation der magnetischen Flussdichte im Resonator. Links: Mittiger Querschnitt durch die  $xy$ -Ebene. Neben der Amplitude (Farbskala) ist auch der horizontale Verlauf der Magnetfeldlinien (schwarze Pfeile) gezeigt. Rechts: Amplitude des magnetischen Flusses in der  $yz$ -Ebene des Resonators.

### 6.2.1 Doppelelektroden

Um die Resonanzfrequenz zu verringern, ist eine größere Kapazität des Schwingkreises wünschenswert. Dies wird erreicht indem man jede Stabelektrode um einen konzentrischen Hohlzylinder erweitert, welcher diese einschließt und leitend mit deren Gegenpol verbunden ist. Eine Skizze des Elektrodendesigns ist in Abbildung 6.4 zu sehen. Die Kapazität zwischen Innenzylinder mit Radius  $r_i$  und Hohlzylinder mit Innenradius  $r_a$  und Außenradius  $r_e$  berechnet sich nach

$$C_{\text{coax}} = 2\pi\epsilon \frac{l}{\ln(r_a/r_i)}. \quad (6.7)$$

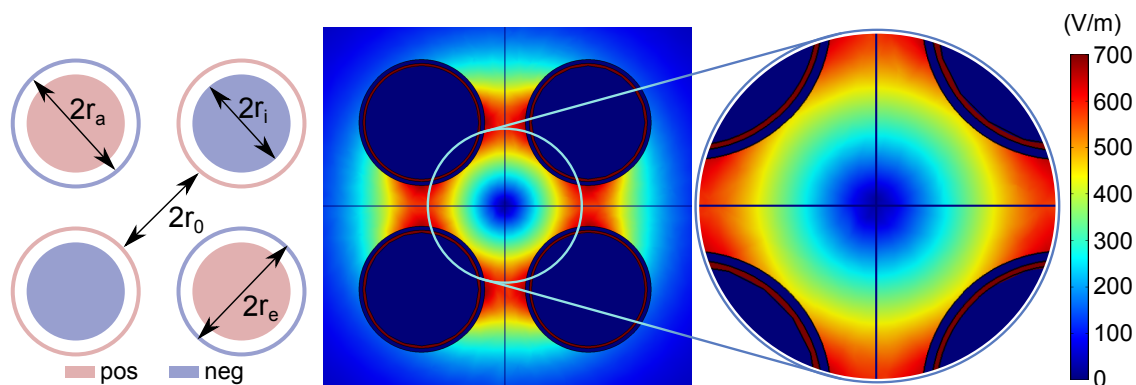
Bei Elektrodenmaßen von  $r_a = 7$  mm und  $r_i = 6,7$  mm entspricht dies im Vakuum

$$C_{\text{coax}}[\text{pF}]/l[\text{m}] = 1269. \quad (6.8)$$

Die Kapazität der Elektroden zu den Außenwänden des Resonators ist analog zum Stabelektrodendesign vernachlässigbar. Die gesamte Kapazität berechnet sich zu

$$C_{\text{ges}} = C_{QP} + 4C_{\text{coax}} = 80,071 \text{ pF} \cdot l[\text{m}] + 4 \cdot 2\pi\epsilon \frac{l}{\ln(r_a/r_i)} \quad (6.9)$$

und kann durch die Länge der Elektroden und den Abstand von Außen- zu Innenzylinder variiert werden. Der koaxiale Anteil der Kapazität wird für  $r_a/r_i \rightarrow 1$



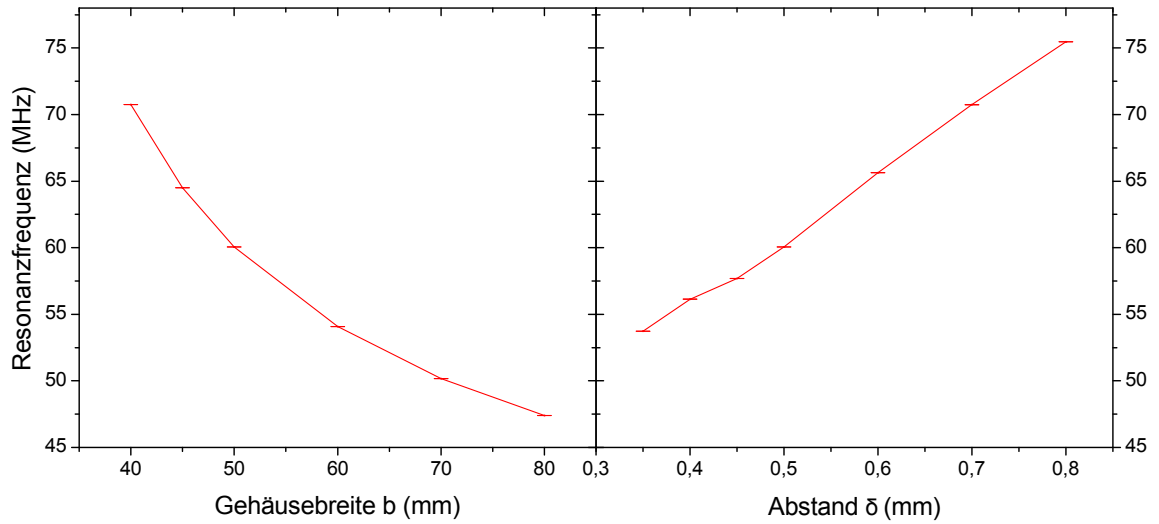
**Abbildung 6.4:** Erster Designvorschlag. Links: Schematischer Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden. Die Ladung der Elektroden ist für einen bestimmten Zeitpunkt farblich markiert. Rechts: Simulation der elektrischen Feldstärke für die optimale Konfiguration:  $r_0 = 7$  mm,  $r_i = 7,2$  mm,  $r_a = 7,5$  mm und  $r_e = 8,0$  mm. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden in der Mitte des Resonators.

maximal. Für einen festen Abstand der Zylinder  $\delta = r_a - r_i$  nimmt die Kapazität mit  $r_i$  zu:

$$C_{\text{coax}} \propto (\ln(1 + \delta/r_i))^{-1}. \quad (6.10)$$

Allerdings nimmt die Induktivität mit wachsendem Außenradius des Hohlzylinders  $r_e$  ab, da die Länge der stromführenden Leiterschicht zwischen den Resonatorpolen verringert wird. Damit muss bei der Dimensionierung der Elektroden ein Kompromiss zwischen Induktivität und Kapazität gefunden werden. In Abbildung 6.5 sind Simulationen der Resonanzfrequenz als Funktion des Abstands  $\delta$  und der Resonatorbreite  $b$  gezeigt. Die Simulationsergebnisse bestätigen die vorangegangenen Überlegungen. Man sieht, dass mit zunehmender Resonatorbreite die Resonanzfrequenz deutlich abnimmt, da die Länge der stromführenden Schicht zunimmt und somit die Induktivität des Schwingkreises steigt. Mit abnehmendem Abstand von Innen- und Außenzylinder fällt die Resonanzfrequenz stark ab, was nach Gleichung 6.10 ebenfalls zu erwarten war.

Die niedrigste Resonanzfrequenz wurde für  $r_i = 7,2$  mm,  $\delta = 0,3$  mm und  $r_e = 8$  mm berechnet, wobei die Wandstärke des Hohlzylinders 0,5 mm beträgt. Die elektrische Feldstärke im Resonator ist in Abbildung 6.4 gezeigt. Mit *Comsol* wurde eine Reso-



**Abbildung 6.5:** Simulation der Resonanzfrequenz des Doppelektrodendesigns für verschiedene Abmessungen des Resonators. Links: Resonanzfrequenz als Funktion der Resonatorbreite  $b$ . Rechts: Resonanzfrequenz als Funktion des Abstands von Innen- und Außenzylinder  $\delta$ . Für die Simulationen wurden die Startparameter  $r_e = 5$  mm,  $\delta = 0,5$  mm,  $l = 150$  mm,  $b = 50$  mm und eine Wandstärke des Hohlzylinders von 0,5 mm verwendet. Die Unsicherheit der Datenpunkte wurde nach Kapitel 6.4 bestimmt und liegt im Bereich von  $10^{-3}$  MHz.

nanzfrequenz von

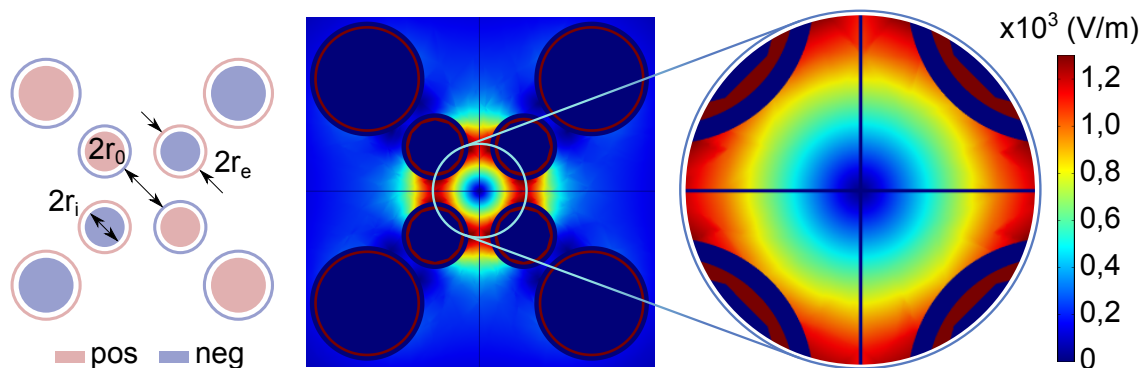
$$f_0^1 = (21,803 \pm 0,002) \text{ MHz} \quad (6.11)$$

berechnet. Die Güte beträgt

$$Q_0^1 = (9,7 \pm 0,1) \times 10^6. \quad (6.12)$$

## 6.2.2 Doppelte Quadrupolstruktur

Als Weiterentwicklung des Designs wurde versucht die Resonanzfrequenz durch eine weitere Erhöhung der Kapazität zu reduzieren. Eine Möglichkeit dies zu erreichen ist es die Anzahl der Doppelektroden mit Innen- und Hohlzylinder zu verdoppeln. Um den optischen Zugang zur Fallennachse zu erhalten, wurde dazu eine zweite Quadrupolstruktur mit größerem Abstand zum Fallenzentrum eingefügt (siehe Abbildung 6.6). Hierbei bilden die inneren vier Doppelzylinder die Fallenelektroden und formen das Fallenpotential, wohingegen die Äußeren nur zur Erhöhung der Kapazität dienen und kaum zum elektrischen Feld im Fallenzentrum beitragen. In den Simulationen



**Abbildung 6.6:** Zweiter Designvorschlag. Links: Schematische Darstellung des Querschnitts der Elektrodenkonfiguration. Die Ladung der Elektroden ist für einen bestimmten Zeitpunkt farblich markiert. Rechts: Simulation der elektrischen Feldstärke für die optimale Dimensionierung von innerem (äußerem) Quadrupol:  $r_0 = 3,3$  mm ( $r'_0 = 11,5$  mm),  $r_i = 3$  mm ( $r'_i = 5,7$  mm),  $r_e = 3,8$  mm ( $r'_e = 6,5$  mm),  $\delta = 0,3$  mm ( $\delta' = 0,3$  mm) und einer Wandstärke beider Hohlzylinder von  $0,5$  mm. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden in der Mitte des Resonators.

war die gefundene Resonanzfrequenz des Resonators unabhängig davon, ob die Elektroden in einem Quadrant des Resonators gleich oder entgegengesetzt gepolt sind. Die Berechnungen wurden daher mit einer gleichphasigen Polung durchgeführt. Die neue Anordnung führt zu einem zusätzlichen Beitrag zu  $C_{\text{coax}}$ . Allerdings nimmt der Abstand der Resonatorpole von der Wand des Resonators weiter ab, sodass die stromführende Schicht deutlich schrumpft und damit die Induktivität des Schwingkreises sinkt. Somit muss auch hier ein Kompromiss zwischen Kapazität und Induktivität des Schwingkreises gefunden werden, weshalb durch dieses Design keine große Abnahme der Resonanzfrequenz erreicht werden konnte. Die elektrische Feldstärke im Resonator ist für die optimale Dimensionierung in Abbildung 6.6 gezeigt. Die Simulation mit *Comsol* ergibt eine Resonanzfrequenz von

$$f_0^2 = (21,4 \pm 0,9) \text{ MHz} \quad (6.13)$$

mit einer Güte von

$$Q_0^2 = (6,4 \pm 0,5) \times 10^6. \quad (6.14)$$



Die geringfügige Reduzierung der Resonanzfrequenz rechtfertigt nicht den erhöhten mechanischen Aufwand, welcher durch die vier zusätzlichen Doppelelektroden entsteht. Daher wurde dieser Designvorschlag nicht weiter verfolgt.

### 6.2.3 Dreierelektroden

Eine alternative Möglichkeit die Kapazität des Schwingkreises zu erhöhen ist es, die Elektrodenstruktur bestehend aus Innen- und Hohlzylinder um einen zusätzlichen Hohlzylinder zu erweitern (siehe Abbildung 6.7). Hierbei liegen jeweils der Innenzylinder und der äußere Hohlzylinder auf demselben Potential. Der koaxiale Anteil der Kapazität berechnet sich für jede Elektrode somit zu

$$C_{\text{coax}}^3 = 2\pi\epsilon l \left( \frac{1}{\ln(1 + \delta_i/r_i)} - \frac{1}{\ln(1 - \delta_a/r_a)} \right). \quad (6.15)$$

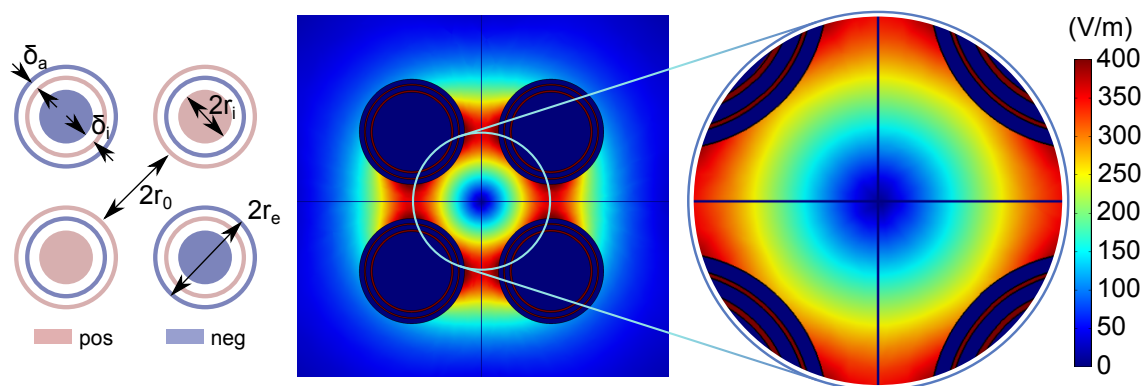
Hierbei bezeichnet  $r_i$  den Radius des Vollzylinders,  $r_a$  den Innenradius des äußeren Hohlzylinders und  $\delta_{i,a}$  den Abstand zwischen Vollzylinder und innerem Hohlzylinder bzw. zwischen den Hohlzylindern. Wie für den ersten Designvorschlag steigt die Kapazität für  $\delta_{i,a} \rightarrow 0$  stark an, wobei aufgrund der größeren Zylinderoberfläche die Resonanzfrequenz stärker von  $\delta_a$  abhängt. Der große Vorteil dieses Designs ist, dass die Kapazität erhöht wird, ohne dass der Abstand der Resonatorpole zur Wand abnimmt. Dadurch nimmt die Induktivität des Schwingkreises weniger stark ab. Ein Nachteil dieser Geometrie liegt in der komplizierten Struktur der Elektroden, wodurch die Fertigung erschwert wird. Ein weiteres Problem dieser Elektrodenstruktur ist die komplizierte Zentrierung der Elektroden zueinander, ohne die Kriechstrecken zwischen den Resonatorpolen zu verkürzen.

Die beste Resonanzfrequenz wurde für einen Elektrodenradius von  $r_e = 10,8$  mm, einer Wandstärke beider Hohlzylinder von 1 mm und Abständen zwischen den Hohlzylindern bzw. Hohlzylinder und Vollzylinder von  $\delta_a = 0,3$  mm bzw.  $\delta_i = 0,4$  mm berechnet. Die elektrische Feldstärke im Resonator ist in Abbildung 6.7 gezeigt. Mit *Comsol* wurde dafür eine Resonanzfrequenz von

$$f_0^3 = (18,3 \pm 0,4) \text{ MHz} \quad (6.16)$$

mit einer Güte von

$$Q_0^3 = (1,0 \pm 0,1) \times 10^7 \quad (6.17)$$



**Abbildung 6.7:** Dritter Designvorschlag. Links: Schematische Darstellung des Querschnitts der Elektrodenkonfiguration. Die Ladung der Elektroden ist für einen bestimmten Zeitpunkt farblich markiert. Rechts: Simulation der elektrischen Feldstärke für die optimale Konfiguration:  $r_0 = 9,4$  mm,  $r_i = 8,1$  mm,  $\delta_i = 0,4$  mm,  $\delta_a = 0,3$  mm,  $r_e = 10,8$  mm und einer Wandstärke beider Hohlzylinder von 1 mm. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden in der Mitte des Resonators.

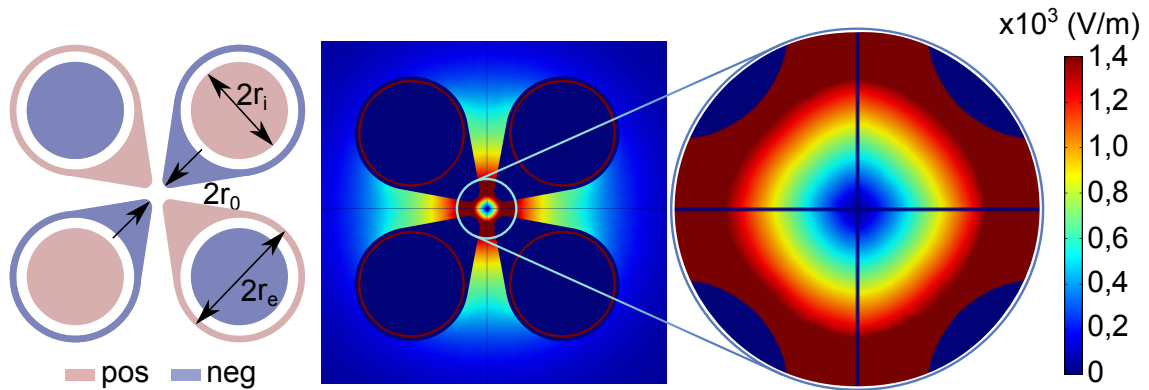
berechnet.

## 6.2.4 Spitze Elektroden

Die erreichten elektrischen Feldstärken der vorherigen Designs können noch erhöht werden, indem der Abstand zwischen den Wechselspannungspolen verringert wird. Verwendet man hierfür weiterhin runde Elektroden mit Radius  $r_e$  und dem Abstand zum Fallenzentrum  $r_0$ , so nimmt der Raumwinkel  $\Omega$  für den optischen Zugang zur Falle mit  $r_0$  schnell ab. Dieses Problem umgeht man, indem man die Elektroden zum Fallenzentrum hin zuspitzt. Dafür wurden das Doppel- und Dreierelektroden-design so verändert, dass die äußere Elektrode mit einer Spitze versehen wurde. Diese wurde so konstruiert, dass man für  $r_0 = 2$  mm einen maximalen Raumwinkel erhält. Für runde Stabelektroden berechnet sich der 2D-Raumwinkel  $\Omega_{2D}$  senkrecht zur Fallachse zu

$$\begin{aligned} \Omega_{2D}/4 &= 90^\circ - 2 \arcsin \left( \frac{r_e}{r_e + r_0} \right) \\ &= 90^\circ - 2 \arcsin \left( \frac{1}{1 + 1/1,147} \right) = 25,42^\circ. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Dieser Winkel kann durch die Verwendung spitzer Elektroden, für welche nicht mehr zwangsläufig  $r_e/r_0 = 1,147$  gilt, je nach experimenteller Anforderung deutlich erhöht



**Abbildung 6.8:** Vierter Designvorschlag. Links: Schematische Darstellung des Querschnitts der Elektrodenkonfiguration. Die Ladung der Elektroden ist für einen bestimmten Zeitpunkt farblich markiert. Rechts: Simulation der elektrischen Feldstärke für die optimale Konfiguration:  $r_0 = 2$  mm,  $r_i = 7,2$  mm,  $r_e = 8$  mm und einem Krümmungsradius der Elektroden spitzen von 1,6 mm. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden in der Mitte des Resonators.

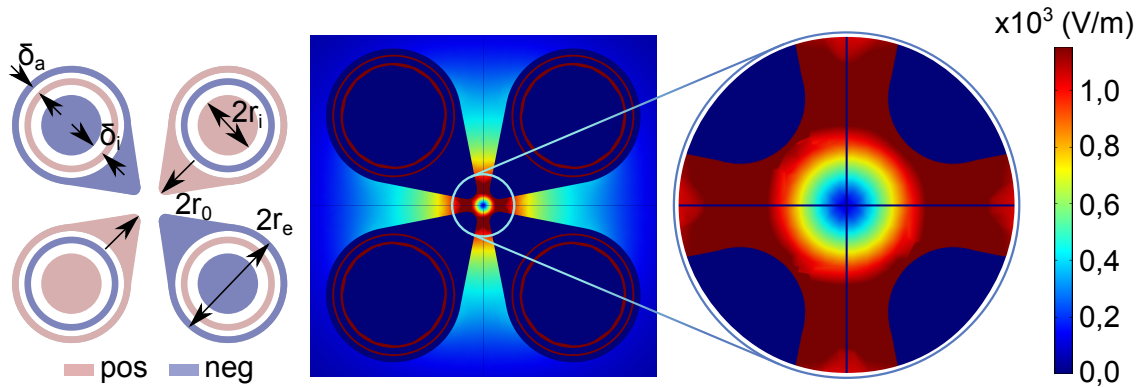
werden. Bei den Simulationen wurde festgestellt, dass man die beste Resonanzfrequenz erhält, wenn die Elektrodenstruktur unverändert zu Designvorschlag 1 bzw. 3 bleibt und diese um einen spitzen Aufsatz ergänzt wird. Für beide spitzen Designs wurde die Spitze der Elektrode abgerundet, wobei deren Breite so gewählt wurde, dass der optische Zugang zur Falle nicht weiter verringert wird. Es wurde ein Verrundungsradius der Spitze von 1,6 mm und ein Abstand zum Fallenzentrum von  $r_0 = 2$  mm gewählt, was einem 2D-Raumwinkel von ca.  $\Omega_{2D}/4 = 37,22^\circ$  entspricht. Da Design 1 und 3 die Quadrupolbedingung für runde Elektroden erfüllen, wird der optische Zugang zum Fallenzentrum durch die spitzen Elektroden nicht eingeschränkt und ist identisch zu einem runden Elektrodendesign.

Die abgewandelte Geometrie des Doppelektrodendesigns ist in Abbildung 6.8 zu sehen. Die Simulation mit *Comsol* ergibt eine Resonanzfrequenz von

$$f_0^4 = (25,93 \pm 0,05) \text{ MHz} \quad (6.19)$$

mit der Güte

$$Q_0^4 = (1,22 \pm 0,03) \times 10^7. \quad (6.20)$$



**Abbildung 6.9:** Fünfter Designvorschlag. Links: Schematische Darstellung des Querschnitts der Elektrodenkonfiguration. Die Ladung der Elektroden ist für einen bestimmten Zeitpunkt farblich markiert. Rechts: Simulation der elektrischen Feldstärke für die optimale Konfiguration:  $r_0 = 2$  mm,  $r_i = 9,5$  mm,  $\delta_i = 0,4$  mm,  $\delta_a = 0,3$  mm,  $r_e = 10,8$  mm und einer Wandstärke beider Hohlzylinder von 1 mm. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden in der Mitte des Resonators.

Die Weiterentwicklung der Dreielektroden ist in Abbildung 6.9 zu sehen. Mit *Comsol* wurde eine Resonanzfrequenz von

$$f_0^5 = (18,6 \pm 0,5) \text{ MHz} \quad (6.21)$$

berechnet. Die Güte beträgt

$$Q_0^5 = (1,03 \pm 0,03) \times 10^7. \quad (6.22)$$

Beide spitzen Elektrodendesigns erfüllen die Anforderungen an das Design des Quadrupol-Resonators. Allerdings sind die spitzen Doppelektroden deutlich einfacher zu fertigen, als eine dreifach verschachtelte Elektrodenstruktur. Deshalb wurde die endgültige Geometrie des Quadrupol-Resonators auf der Grundlage von Designvorschlag 4 entwickelt. Die genaue Konstruktion des Resonators ist in Kapitel 6.5 beschrieben. Für die endgültige Geometrie des Quadrupol-Resonators ergibt sich eine Resonanzfrequenz von

$$f_0 = (27,2 \pm 0,3) \text{ MHz} \quad (6.23)$$

mit einer Güte von

$$Q_0 = (1,76 \pm 0,05) \times 10^7. \quad (6.24)$$

Die Simulation der elektrischen Feldstärke und der magnetischen Flussdichte im Resonator ist in Kapitel B.1 zu sehen. Eine Übersicht der Simulationsergebnisse aller Resonatorgeometrien ist in Tabelle 6.2 gezeigt.

**Tabelle 6.2:** Übersicht der Simulationsergebnisse mit *Comsol* für die untersuchten Geometrien des Quadrupol-Resonators, sowie das endgültige Resonatordesign aus Kapitel 6.5.

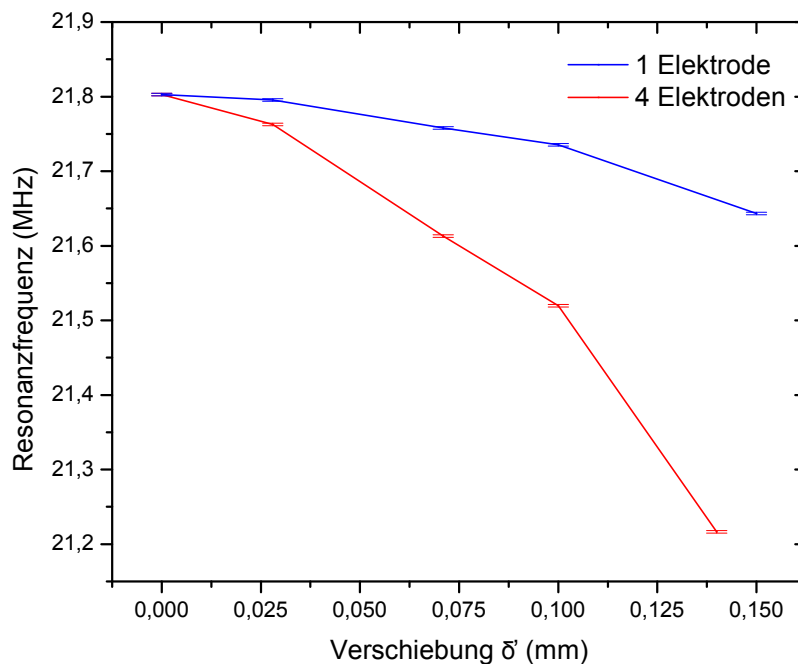
Geometrie	Resonanzfrequenz (MHz)	Güte ( $10^7$ )
Stabelektroden	129,46218(4)	16,8(6)
Doppelektroden	21,803(2)	0,97(1)
Doppelter Quadrupol	21,4(9)	0,64(5)
Dreifachelektroden	18,3(4)	1,00(1)
Spitze Doppelelektroden	25,93(5)	1,22(3)
Spitze Dreierelektroden	18,6(5)	1,03(3)
Endgeometrie	27,2(3)	1,76(5)

### 6.3 Stabilität der Resonanzfrequenz

Die Stabilität der Resonanzfrequenz des Quadrupol-Resonators hängt empfindlich von der Konstanz der Resonatorimpedanz ab. Bei den bisher diskutierten Designs ist vor allem die Kapazität des Schwingkreises stark von dem Abstand von innerem Vollzylinder zu äußerem Hohlzylinder abhängig. Durch die beidseitige Befestigung beider Zylinder an den Deckeln des Resonatorgehäuses kann die relative Bewegung beider Zylinder zueinander minimiert werden. Allerdings ändert sich die Resonanzfrequenz, wenn die Zylinder nicht konzentrisch zueinander montiert sind. Bezeichnet man den Radius des Innenzylinders mit  $r_i$ , den Abstand zum Außenzylinder mit  $\delta$  und die Länge der Zylinder mit  $l$ , so berechnet sich die Kapazität einer Elektrode zu

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln(1 + \delta/r_i)}. \quad (6.25)$$

Ist der Innenzylinder radial um  $\delta'$  gegen den Hohlzylinder verschoben so ändert sich die Kapazität und somit auch die Resonanzfrequenz. Um diese Änderung abschätzen zu können, wurden Simulationen mit *Comsol* für das Doppelelektroden design durchgeführt. Hierbei wurde die Position des Innenzylinders bei einer oder allen vier Elektroden um  $\delta'$  gegen die Position des Außenzylinders verschoben. Dabei konnte

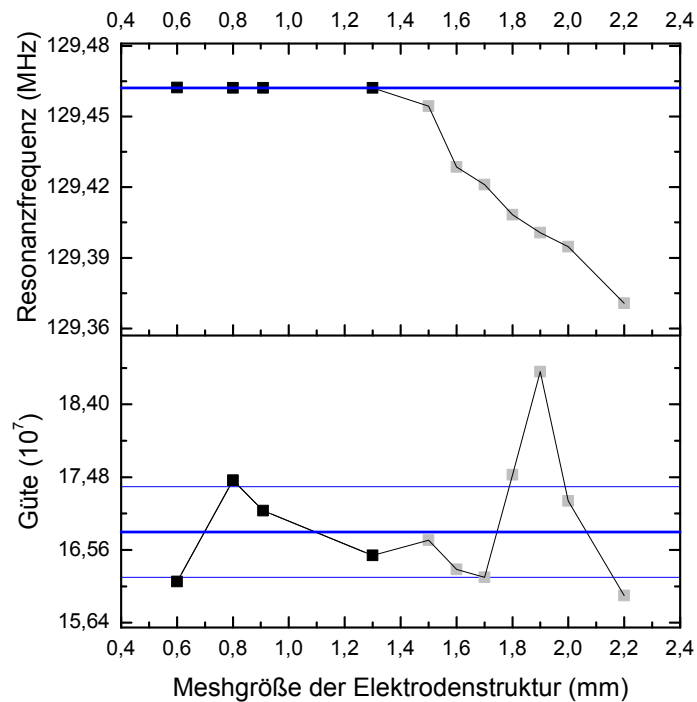


**Abbildung 6.10:** Simulation der Resonanzfrequenz für das Doppelelektroden-Design als Funktion der relativen Verschiebung  $\delta'$  von Innen- zu Außenzylinder bei einer Elektrode (blau) oder allen vier Elektroden (rot). Die Unsicherheit der Datenpunkte wurde nach Kapitel 6.4 bestimmt und liegt im Bereich von  $10^{-3}$  MHz.

keine Abhängigkeit der Frequenzänderung von der Richtung der Verschiebung festgestellt werden. Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abbildung 6.10 gezeigt. Die Änderung der Resonanzfrequenz ist für kleine Verschiebungen  $\delta'$  klein und nimmt schnell mit wachsender Auslenkung zu. Um Änderungen der Resonanzfrequenz durch Vibrationen vorzubeugen, ist es somit unerlässlich Innen- und Außenzylinder an beiden Enden fest zueinander zu positionieren.

## 6.4 Unsicherheit der Simulationen

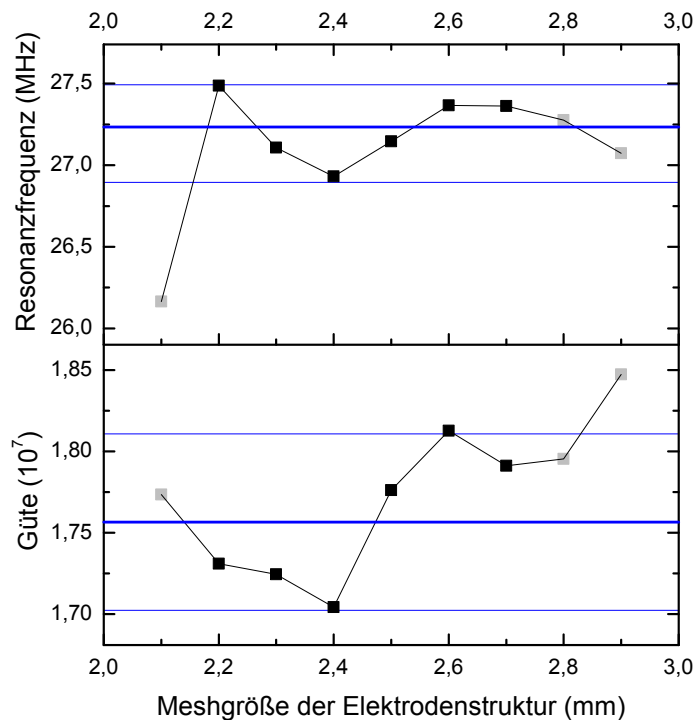
Bei der Berechnung der Eigenfrequenzen mit *Comsol* entsteht durch die numerische Näherung der analytischen Lösung ein Fehler. Dies ist ein Fehler in der Diskretisierung der Geometrie, welcher nur von der Größe der finiten Elemente abhängt. Durch das Reduzieren der Elementgröße kann der Fehler minimiert werden und die numerische Näherung geht in die analytische Lösung über. Für eine gute Abschätzung der Eigenfrequenz sollte man daher die Größe der finiten Elemente solange verringern, bis sich das Ergebnis durch eine Verfeinerung des



**Abbildung 6.11:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für das Stabelektrodenesign bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte bestimmt. Es ist der Mittelwert der Datenpunkte (dicke Linie) mit dem abgeschätzten Fehlerbereich (dünne Linien) eingezeichnet. Die grauen Datenpunkte wurden von der Analyse ausgeschlossen, da die Simulation noch nicht konvergiert war.

Meshs nicht mehr ändert. Die Geschwindigkeit mit der das Simulationsergebnis gegen den analytischen Wert konvergiert ist von der Geometrie abhängig. Aufgrund des begrenzten Arbeitsspeichers von 128 GB konnte das Mesh der finiten Elemente nicht im kompletten Resonatorvolumen verfeinert werden. Stattdessen wurde nur die Größe der finiten Elemente zur Darstellung der Elektrodenstruktur reduziert. Dabei geht eine Verfeinerung der Elektrodendarstellung zu Lasten der Auflösung im restlichen Resonatorvolumen. Somit kann es trotz einer Reduzierung der Meshgröße der Elektroden zu einer fehlerhaften Darstellung der Geometrie kommen.

Für die einfachen Geometrien, wie das Stab- und Doppелеlektrodenesign, konnte eine Konvergenz der Resonanzfrequenz durch Verfeinerung der Diskretisierung erreicht werden, ohne den vorhandenen Arbeitsspeicher vollständig auszulasten. Das Ergebnis für die Geometrie der Stabelektroden ist in Abbildung 6.11 gezeigt. Man sieht, dass die Resonanzfrequenz mit abnehmender Elementgröße gegen einen konstanten Wert konvergiert. Das Simulationsergebnis setzt sich aus dem Mittelwert



**Abbildung 6.12:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für das endgültige Resonator-design bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte des Quadrupol-Resonators bestimmt. Bei den grauen Datenpunkten wird die Geometrie durch das gewählte Mesh verzerrt dargestellt. Diese wurden deshalb von der Analyse ausgeschlossen. Es ist der Mittelwert der Messpunkte (dicke Linie) mit dem abgeschätzten Fehlerbereich (dünne Linien) eingezeichnet.

und der Standardabweichung der konvergierten Datenpunkte zusammen. Da der benötigte Rechenpeicher exponentiell mit der Anzahl der finiten Elemente steigt, konnte nicht für alle hier vorgestellten komplexen Geometrien ein Konvergenztest durchgeführt werden. Für diese Elektrodendesigns wurde die Fehler für Resonanzfrequenz und Güte aus der Streuung der Simulationsergebnisse unter Variation des Meshs abgeschätzt. Dabei wurde die Größe der finiten Elemente so weit verändert, bis starke Abweichungen von der ursprünglichen Geometrie aufgetreten sind. Diese Untersuchung ist beispielhaft für die endgültige Geometrie des Quadrupol-Resonators in Abbildung 6.12 gezeigt. Aus den Simulationen lässt sich keine Tendenz der Resonanzfrequenz oder Güte herauslesen. Daher wurde der Mittelwert aller Simulationen als Ergebnis verwendet. Von der Analyse wurden die Datenpunkte ausgeschlossen, für welche die Hohlelektroden in der Näherung durch finite Elemente nicht mehr abgerundet dargestellt wurden. Die Streuung der Simulationsergebnisse ist nicht statistischer Natur, weshalb die Unsicherheit der



Simulation nicht durch die Standardabweichung der Verteilung beschrieben werden kann. Stattdessen wurde die Unsicherheit des Ergebnisses mit der halben Differenz von Maximal- und Minimalwert abgeschätzt.

Analoge Untersuchungen wurden auch für alle anderen Geometrien durchgeführt. Eine graphische Darstellung der Ergebnisse ist in Kapitel B.2 gezeigt. Hierbei konnte nur für die Geometrie der Stab- und Doppelelektroden eine Konvergenz des Simulationsergebnisses durch Verfeinerung der Diskretisierung erreicht werden. Für alle anderen Geometrien wird der Fehler analog zu Abbildung 6.12 abgeschätzt. Eine Übersicht der ermittelten Unsicherheiten für die einzelnen Resonatorgeometrien ist in Tabelle 6.3 gezeigt. Man sieht deutlich, dass der relative Fehler der Simulationen mit zunehmender Komplexität der Geometrie ansteigt.

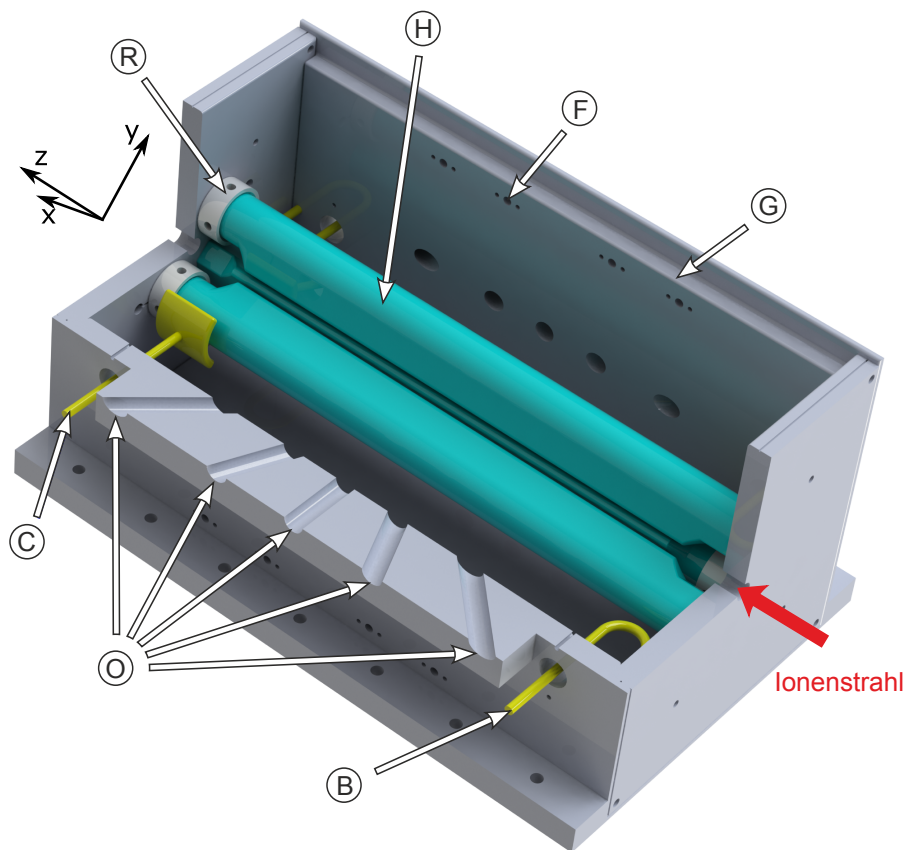
Neben der hier dargestellten Auflösungsanalyse wurde für jede Simulation geprüft, dass das Ergebnis nicht von dem gewählten Linearisierungspunkt der Differentialgleichungen abhängt.

**Tabelle 6.3:** Fehlerabschätzung für die Simulationsergebnisse der einzelnen Geometrien des Quadrupol-Resonators.

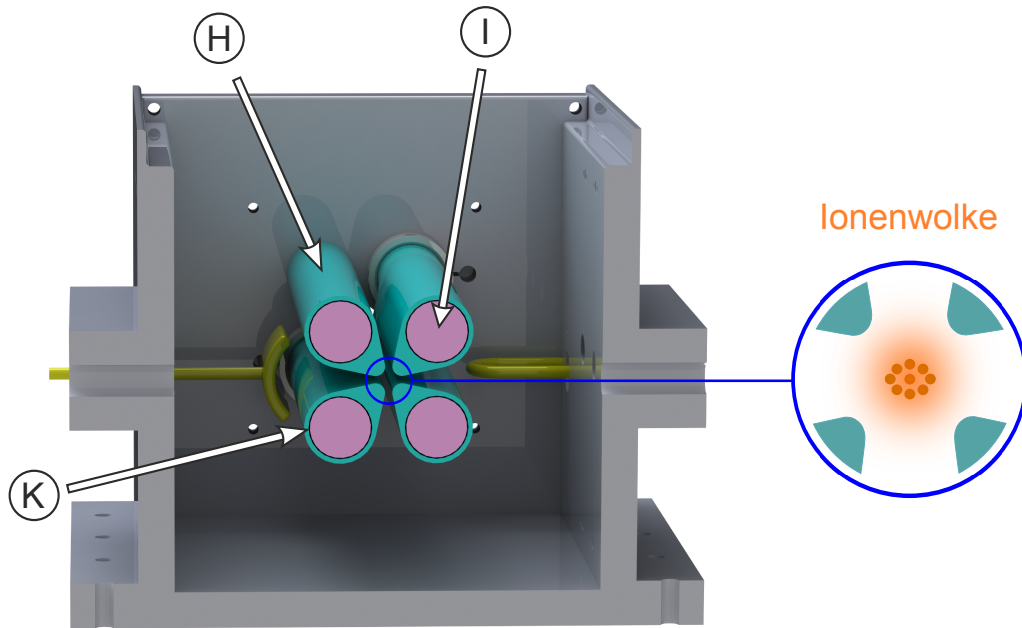
Geometrie	$\Delta f_0/f_0$	$\Delta Q_0/Q_0$
Stabelektroden	$3,0 \times 10^{-7}$	$3,4 \times 10^{-2}$
Doppelektroden	$7,9 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-2}$
Doppelter Quadrupol	$4,2 \times 10^{-2}$	$8,3 \times 10^{-2}$
Dreifachelektroden	$2,2 \times 10^{-2}$	$9,6 \times 10^{-2}$
Spitze Doppelelektroden	$2,0 \times 10^{-3}$	$2,2 \times 10^{-2}$
Spitze Dreierelektroden	$2,6 \times 10^{-3}$	$2,6 \times 10^{-2}$
Endgeometrie	$1,0 \times 10^{-2}$	$3,1 \times 10^{-2}$

## 6.5 Design des Quadrupol-Resonators

In diesem Abschnitt wird der Aufbau des Quadrupol-Resonators beschrieben, welcher auf der Grundlage der FEM-Simulationen aus Kapitel 6.2 entworfen wurde. Eine Schnittansicht des Resonators ist in Abbildung 6.13 und 6.14 zu sehen. Die Konstruktion mit Außenmaßen von  $(110\text{ mm} \times 110\text{ mm} \times 220\text{ mm})$  ist so konzipiert, dass für Experimente mit gespeicherten Ionen auf beiden Seiten der Reso-



**Abbildung 6.13:** Schnittansicht des CAD-Modells des Resonators. Im Resonatorgehäuse  $\textcircled{G}$  sind die Elektroden enthalten, welche die Pole des Resonators bilden. Zu sehen sind die Hohlelektroden  $\textcircled{H}$ , welche einseitig durch Isolatoren  $\textcircled{R}$  in Position gehalten werden und die Innenelektroden einschließen. Optischer Zugang zum Fallenzentrum wird durch zehn radiale Öffnungen  $\textcircled{O}$  unter einem minimalen Winkel von  $45^\circ$  zur Fallenachse und zwei axiale Zugänge garantiert. Weitere Öffnungen im Resonatorgehäuse sind für die Durchführung von RF-Spannungen bestimmt. Die Ein- und Auskopplung von Spannung geschieht mittels zweier kapazitiver  $\textcircled{C}$  und induktiver  $\textcircled{B}$  Einkoppler. Zur Erzeugung des axialen Fallenpotentials kann an vier Positionen  $\textcircled{F}$  entlang der Resonatorachse eine Gleichspannung in das Gehäuse geführt werden. Nicht zu sehen ist in dieser Ansicht der obere Deckel des Gehäuses.



**Abbildung 6.14:** Querschnitt des CAD-Modells des Resonators. Zu sehen ist das ko-axiale Elektrodendesign mit Innelektrode ① und Hohlelektrode ②, welche durch einen kapazitiven Spalt ③ getrennt sind. Rechts ist die Speicherung geladener Teilchen im RF-Quadrupolpotential der spitzen Hohlelektroden schematisch dargestellt.

natorwände Ultrahochvakuum (UHV) herrscht. Dazu soll der Aufbau in eine Vakuumkammer integriert werden, welche über eine Strahlröhre mit einer Ionenquelle, z.B. einer EBIT, verbunden ist. Für den hier beschriebenen ersten Prototyp eines Quadrupol-Resonators hoher Güte ist keine Vorrichtung zur Erzeugung des axialen DC-Potentials vorgesehen, welches notwendig zur Speicherung von Ionen ist. Allerdings sind im Resonatorgehäuse entsprechende Bohrungen zur Durchführung der statischen Potentiale angebracht, sodass die Elektroden zur Erzeugung des axialen Fallenpotentials nachträglich eingebaut werden können. Um den optischen Zugang zum Fallenzentrum nicht einzuschränken, können dafür Ringelektroden verwendet werden, welche um die Quadrupolelektroden angebracht sind.

Der strukturelle Aufbau des Resonators entspricht dem spitzen Doppel elektrodendesign aus Kapitel 6.2. Der Resonator besteht aus vier zur Fallenachse hin zugespitzten Fallenelektroden, welche jeweils einen Vollzylinder des gegenphasigen Schwingungspols einschließen. Die Elektroden sind mit einem der beiden Deckel des Gehäuses fest leitend verbunden und werden an der gegenüberliegenden Seite durch Isolator material zentriert. Das Resonatorgehäuse verfügt über zwei axiale und weitere zehn radiale Zugänge zur Falle.

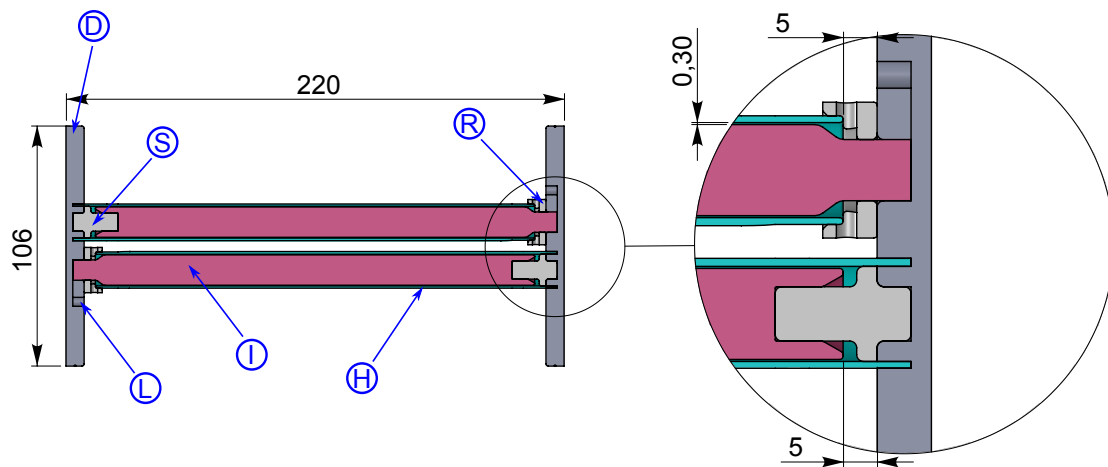
Um eine hohe elektrische Leitfähigkeit zu erreichen, werden alle leitenden Teile des Resonators aus hochreinem Kupfer (99,95 %) gefertigt. Da bedingt durch den Skin-Effekt ein beträchtlicher Teil des Stroms in oberflächennahen Schichten des Leiters fließt, können die Verluste im Material durch Polieren der Oberflächen weiter verringert werden. Zusätzlich wird damit die Durchschlagfestigkeit zwischen Fallenelektrode und Innenzylinder (Abstand 0,3 mm) erhöht. Eine Möglichkeit schwer zugängliche Oberflächen zu polieren ist das Verfahren des Elektropolierens, bei dem Unregelmäßigkeiten in der Oberfläche durch auftretende Spannungsspitzen abgetragen werden.

Die Stabilität der Resonanzfrequenz und Güte des Resonators ist direkt mit der mechanischen Stabilität des Aufbaus verbunden. Deshalb lag das Hauptaugenmerk bei der Konstruktion auf der Befestigung der Elektroden. Diese werden mit einem Isolator gegeneinander bzw. gegen das Resonatorgehäuse zentriert. Bei der Wahl des Isolatormaterials muss vor allem auf den Wärmeausdehnungskoeffizient geachtet werden, damit die Elektroden auch bei kryogenen Temperaturen zueinander zentriert sind. Weiter sollte der Isolator UHV- und kryotauglich sein. Für diese Zwecke wird PEEK (Polyetheretherketon) verwendet. Da die Isolatoren in den Bereichen maximaler elektrischer Felder eingesetzt werden, wurde bei der Konstruktion der Isolatoren darauf geachtet die auftretenden Kriechströme zu minimieren. Weiter wurde versucht, alle Isolator Teile vor dem Ionenstrahl zu verstecken, um eine Beeinflussung der Ionenbahn durch Polarisierungseffekte im Isolator zu vermeiden.

In den folgenden Abschnitten ist die Mechanik der einzelnen Bauteile im Detail dargestellt.

### 6.5.1 Die Fallenelektroden

In Abbildung 6.15 ist ein vertikaler Längsschnitt durch den Resonator entlang eines Elektrodenpaars gezeigt. Man sieht den coaxialen Aufbau der Fallenelektroden, welche aus einer zylinderförmigen Innenelektrode und einer spitz zulaufenden Hohl-elektrode bestehen. Neben dem Aufbau der Fallenelektroden ist die Zentrierung der Elektroden dargestellt. Es ist gut zu sehen, dass sowohl Innenelektrode als auch Hohl-elektrode an einem Ende leitend mit den Deckeln des Resonators verbunden sind und auf der anderen Seite mit einer Konstruktion aus isolierendem Material in Position gehalten werden. Zur Befestigung der Elektroden an den Resonatordeckeln sind in den Deckeln entsprechende Vertiefungen vorgesehen, in welchen die Elek-



**Abbildung 6.15:** Vertikaler Längsschnitt des CAD-Modells des Resonators entlang eines Elektrodenpaars. Gezeigt ist die Befestigung und Zentrierung der Innen- (I) und Hohllektroden (H). Beide Elektroden sind an einer Seite am Resonatordeckel (D) angelötet und werden auf der anderen Seite durch einen Isolatorstift (S) (Innenelektrode) oder einen Isolatorring (R) (Hohlelektrode) in Position gehalten. Außerdem ist das Lötzinnreservoir (L) gezeigt, welches bei Verlöten von Innenelektrode und Deckel benötigt wird, da die Lötstelle durch den Isolatorring nicht mehr zugänglich ist. Alle Längenangaben sind in mm.

troden verlötet werden. Damit die Zentrierung von Innen- und Hohllektrode nicht von der exakten Ausrichtung der Vertiefungen beider Deckel zueinander abhängt, wurden die Vertiefungen nicht passgenau gewählt. Um trotzdem eine genaue Zentrierung der Elektroden zu gewährleisten, werden diese mit Isolatoren zueinander positioniert. Durch Belüftungslöcher in den Isolatorstücken kann das Volumen zwischen beiden Elektroden evakuiert werden. Die Detailzeichnungen von Innen- und Hohllektrode sowie der Isolatorstücke sind in Kapitel B.3 zu sehen.

Aufgrund des geringen Abstands von Innen- zu Hohllektrode (0,3 mm) ist es nicht möglich eine Zentrierung direkt zwischen beiden Elektroden anzubringen ohne die Durchschlagfestigkeit des Aufbaus drastisch zu verringern. Daher wird die Innenelektrode durch einen isolierenden Zentrierstift am gegenüberliegenden Deckel befestigt. Dazu wurde am Ende der Elektrode eine axiale Vertiefung angebracht, welche konisch nach innen zusammenläuft, um ein Zusammensetzen der Teilstücke zu vereinfachen. Um die Elektroden zueinander zu zentrieren, wurde ein Ring am Isolatorstift angebracht, welcher von innen an der Hohllektrode anliegt. Der Zentrierstift wird durch die Hohllektrode vollständig verdeckt und kann somit die Ionen in der Falle nicht beeinflussen. Die Hohllektrode lässt sich aufgrund der geringen Wandstärke von 1 mm nicht durch einen Stift zentrieren und wird daher von außen gestützt. Um

die Form des Isolatorstücks möglichst einfach zu halten, wurde die Hohlelektrode so entworfen, dass der spitze Aufsatz zur Erzeugung hoher elektrischer Felder am Ende der Elektrode abflacht und der Querschnitt in den eines Röhrchens übergeht. Die Hohlelektrode wird durch einen Isolatorring in Position gehalten, welcher auf die Innenelektrode gesteckt ist. Dabei liegt die Hohlelektrode innen auf einer Stufe auf und wird von außen vollständig umschlossen. Damit ist die Hohlelektrode auf der Seite mit spitz zulaufendem Querschnitt fest im Deckel verlötet und wird auf der anderen Seite durch den Zentrierring positioniert, wodurch Elektrodenposition und -Orientierung festgelegt sind.

Wie in Abbildung 6.15 gut zu sehen ist, befindet sich der Isolatorring in direkter Nähe zur Fallachse und kann die Flugbahn der Ionen beeinflussen. Dies kann vermieden werden, indem an den axialen Öffnungen der Resonatordeckel (9,5 mm Durchmesser) geerdete Röhrchen angebracht werden, welche gegen das Resonatorgehäuse isoliert sind und die Isolatorringe verdecken.

Beim Zusammensetzen der Elektroden wird so vorgegangen, dass zunächst beide Deckel mit zwei Innen- und Hohlelektroden, sowie den zugehörigen Zentrierungen bestückt werden. Danach werden die beiden Aufbauten ineinander gesteckt und die Deckel mit den Elektroden zusammen gelötet. Um die Innenelektrode nach dem Bestücken der Deckel noch mit Lötzinn zu erreichen, wurden die Deckel mit einem 1 mm breiten und 5 mm tiefen Kanal zu einem Lötzinnreservoir ausgestattet. Die Hohlelektroden hingegen sind von Außen gut zugänglich und können ohne Weiteres angelötet werden. Der zusammengesetzte Aufbau (wie in Abbildung 6.15 links) wird danach mit dem Gehäuse verschraubt und anschließend verlötet.

### 6.5.2 Das Resonatorgehäuse

Das Resonatorgehäuse verfügt über insgesamt 12 optische Zugänge zum Fallenzentrum. In radialer Richtung sind dafür 10 horizontale Öffnungen mit einem Durchmesser von 7 mm unter  $45^\circ$ ,  $68^\circ$  und  $90^\circ$  zur Fallachse angebracht. Um Strahlungsverluste des elektromagnetischen Felds aus dem Resonatorvolumen zu vermeiden, wurden die Öffnungen so gewählt, dass die Länge des Zugangs mehr als doppelt so groß wie dessen Durchmesser ist. Zur Verstärkung der Konstruktion wurde die Resonatorwand um die optischen Zugänge auf einer Länge von 77,5 mm zu beiden Seiten des Fallenzentrums um 15 mm ausgetragen. Für die Verbindung des Gehäuses mit den Resonatordeckeln wurden die Kanten der Resonatorwände auf einer Breite

von 5 mm um 8 mm nach innen abgestuft. Damit können zuerst die beiden seitlichen Resonatordeckel, welche bereits mit den Fallenelektroden verlötet und ineinander gesteckt wurden, von oben in das Gehäuse eingesetzt werden und danach das Gehäuse von oben abgeschlossen werden. Um die Lötverbindungen der Elektroden nicht zu beschädigen, wird für die Verbindung von Gehäuse und Deckeln ein Lötzinn geringerer Schmelztemperatur verwendet.

Für die Ein- und Auskopplung von RF-Spannungen sind vier 10 mm große Öffnungen in den Seitenwänden des Gehäuses vorgesehen. Grundsätzlich kann man kapazitiv oder induktiv an einen Schwingkreis koppeln. Für diesen ersten Prototyp sind zu Testzwecken beide Varianten vorgesehen (siehe Abbildung 6.13). Bei der induktiven Kopplung wird an das Magnetfeld im Resonator gekoppelt. Diese Variante der Kopplung ist hier durch eine Leiterschleife umgesetzt, welche in das Resonatorvolumen geführt wird und am Resonatorgehäuse endet. Das zeitabhängige Magnetfeld im Resonator

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0(\vec{r})e^{i\omega t} \quad (6.26)$$

durchdringt die Leiterschleife. Durch den sich zeitlich ändernden magnetischen Fluss  $\phi(t)$  in der Leiterschleife wird in dieser eine Wechselspannung  $U_{\text{loop}}(t)$  induziert. Nach dem Induktionsgesetz gilt

$$U_{\text{loop}}(t) = -\frac{d}{dt}\phi = -\frac{d}{dt} \oint \vec{B} d\vec{A}. \quad (6.27)$$

Um eine möglichst gute Kopplung zu erhalten, muss die Leiterschleife demnach senkrecht zum Magnetfeld am Ort der Einkopplung ausgerichtet sein. Macht man außerdem die Annahme, dass das Magnetfeld überall in der Leiterschleife die Amplitude  $|\vec{B}_0|$  hat, so erhält man eine induzierte Spannung mit Amplitude

$$U_{\text{loop}} = \omega A_{\text{loop}} |\vec{B}_0|. \quad (6.28)$$

Die gleiche Überlegung gilt auch für die Einkopplung: Soll eine Wechselspannung der Frequenz  $\omega/2\pi$  über eine Leiterschleife der Fläche  $A_{\text{loop}}$  in den Resonator eingekoppelt werden, so benötigt man zur Erzeugung einer magnetischen Flussdichte  $B_0$  am Ort der Schleife eine Spannungsamplitude von  $U_{\text{loop}}$ . Aus Gleichung 6.28 folgt außerdem, dass für eine gute induktive Kopplung am Ort maximaler Magnet-

feldstärke ein- oder ausgekoppelt werden sollte. Für die eingebaute Koppelschleife (10 mm × 15 mm) wird mit dem in Kapitel B.1 gezeigten Magnetfeld bei einer Frequenz von 27,2 MHz eine Spannung von ca. 25 mV induziert.

Bei der kapazitiven Einkopplung in den Resonator wird an das elektrische Feld gekoppelt. Folglich findet die Kopplung nun am Ort maximaler elektrischer Felder statt. Diese sind räumlich an den Enden der Hohlelektroden lokalisiert. In diesem Aufbau wurde die Kopplung an die Hohlelektrode durch eine parallel zur Elektrode gekrümmte Leiterplatte (15,6 mm × 20 mm) umgesetzt. Die Koppelkapazität  $C_K$  im Abstand von 3,5 mm zur Elektrode (Außenradius  $r_e = 8$  mm) beträgt

$$C_K = \frac{2\pi\epsilon_0 20 \text{ mm}}{\ln(11,5/8)} \cdot \frac{15,6 \text{ mm}}{2\pi 11,5 \text{ mm}} = 0,66 \text{ pF}. \quad (6.29)$$

Der kapazitive Koppler ist über eine Koaxialleitung mit einer RF-Spannungsquelle verbunden. Dabei wird der Außenleiter gegen das Resonatorgehäuse geerdet. Fällt nun zwischen Hohlelektrode und Resonatordeckel eine Spannung von  $U_{\text{trap}}$  ab, so teilt sich diese zwischen der Koppelkapazität und der Kapazität des Koaxialkabels auf. Besitzt die Leitung eine Kapazität von  $C_{\text{cable}}$  gegen Erde, so fällt an der Spannungsquelle eine Wechselspannung mit Amplitude

$$U_{\text{rf}} = \frac{U_{\text{trap}}}{1 + C_{\text{cable}}/C_K} \quad (6.30)$$

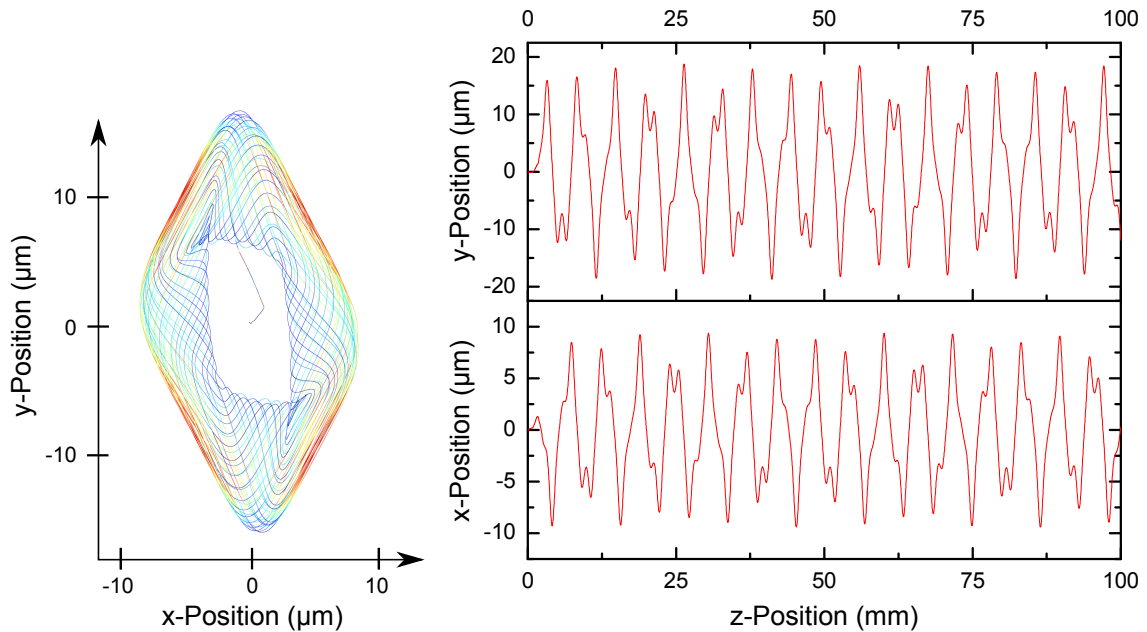
ab. Für eine Koaxialleitung mit einer Kapazität von 100 pF entspricht dies bei einer Fallenspannung von  $U_{\text{trap}} = 1,2$  kV gerade noch 8 V, womit das Netzteil keinen Schaden nimmt.

## 6.6 Simulation der Ionenbewegung

Der entwickelte Quadrupol-Resonators soll hier auf die Stabilität der Ionenbahnen getestet werden. Dazu wurde das CAD-Modell des Resonators aus Abbildung 6.13 in *Comsol* importiert und Simulationen mit dem Particle Tracing Modul durchgeführt [13]. Eine Übersicht der Simulationsparameter ist in Tabelle 6.4 gezeigt.

Die Ionenemission erfolgt durch eine Quelle mit 1,5 mm Durchmesser, welche auf der Fallenachse 2 mm außerhalb des Quadrupols platziert ist. Die kinetische Energie der Ionen bei Emission wurde so gewählt, dass die Ionen 140 Perioden der Wechselspannung zum Durchqueren des Resonators benötigen. Der Resonator wurde bei





**Abbildung 6.16:** Simulation der Ionenbahn eines einzelnen  ${}^9\text{Be}^+$ -Ions im Quadrupol-Resonator mit den Parametern aus Tabelle 6.4. Links: Projektion der Ionenbahn auf die  $xy$ -Ebene senkrecht zur Fallachse. Die kinetische Energie des Ions ist farblich markiert, wobei rot (blau) für maximale (minimale) Energie steht. Rechts: Gezeigt ist die  $(x,y)$ -Position des Ions als Funktion der Position  $z$  entlang der Fallachse.

seiner Resonanzfrequenz von 27,2 MHz als Quadrupol-Massenfilter betrieben.

In einer ersten Simulation wurde die Transmissionswahrscheinlichkeit der Ionen durch den Resonator bestimmt. Um verschiedene Phasen der Wechselspannung bei Eintritt der Ionen in den Quadrupol zu berücksichtigen, wurden während der ersten Wechselspannungsperiode der Simulation zu 11 Zeitpunkten je 100 Ionen emittiert. Die Transmissionswahrscheinlichkeit des Massenfilters für die Parameter aus Tabelle 6.4 beträgt 100 %.

In einer zweiten Simulation wurde für identische Parameter die Trajektorie eines einzelnen Ions berechnet. Diese ist in Abbildung 6.16 dargestellt. Die radiale Bewegung der Ionen ist auf einen kleinen Bereich um die Fallachse eingeschränkt. Die periodische Fokussierung und Defokussierung der Ionen führt zu einer Oszillation der kinetischen Energie. Es ist gut zu erkennen, dass die Bewegung des Ions aus der Überlagerung zweier Bewegungen besteht, wie man sie für die ideale lineare Paulfalle erwartet. Die langsame Schwingung mit großer Amplitude zeigt die Säkularbewegung des Ions, wohingegen die schnelle Oszillation der radialen Mikrobewegung entspricht.

**Tabelle 6.4:** Simulationsparameter für den berechneten Ionenflug mit *Comsol*.

Parameter	Symbol	Wert
Ionenmasse	$m$	9 u
Ionenladung	$Q$	1e
kin. Energie der Ionen	$E_{\text{kin}}$	94,7 eV
RF-Frequenz	$f$	27,2 MHz
Gleichspannung	$U_{\text{DC}}$	0 V
RF-Spannung	$V_0$	1921,2 V
Stabilitätsparameter	$a$	0
	$q$	0,7
Simulationszeit	$t_{\text{TOF}}$	5,15 $\mu\text{s}$

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit behandelt die Erzeugung rauscharmer Wechselspannungspotentiale zur stabilen Speicherung geladener Teilchen. Dafür wurde zunächst die Elektronik der kryogenen linearen Paulfalle CryPTE<sub>x</sub> durch eine Messung der Mikrobewegung untersucht und anschließend verbessert. Als alternative Lösung zur Stabilisierung der Wechselspannungspotentiale wurde ein RF-Quadrupol-Resonator hoher Güte entwickelt und konstruiert.

Als erstes wurde die axiale Mikrobewegung von Beryllium-Ionen in der kryogenen linearen Paulfalle CryPTE<sub>x</sub> untersucht, welche durch Instabilitäten der zeitabhängigen Fallenpotentiale entsteht. Dazu wurden zeitaufgelöste Fluoreszenzmessungen an verschiedenen Positionen entlang der Fallennachse durchgeführt. Diese ergaben eine durchschnittliche axiale Geschwindigkeitsamplitude der Mikrobewegung von  $(67 \pm 2)$  m/s. Zusätzlich wurde mit *SIMION* der Einfluss abweichender Wechselspannungsamplituden der Fallenelektroden auf die elektrischen Felder in der Paulfalle simuliert. Damit konnte für CryPTE<sub>x</sub> bestätigt werden, dass neben Phasenunterschieden der Wechselspannungspotentiale auch unterschiedliche RF-Amplituden der Elektroden als Ursache für diese ausgeprägte axiale Mikrobewegung berücksichtigt werden müssen.

Zur Minimierung der Mikrobewegung wurde die Elektronik zur Erzeugung der zeitabhängigen Fallenpotentiale verbessert. Dabei wurde zunächst die Kopplung des Transformators zur Erzeugung der zwei Wechselspannungsphasen deutlich erhöht. Dies sorgt dafür, dass die gegenseitige Abhängigkeit der Elektrodenspannungen reduziert ist und die Spannungen damit unabhängig voneinander regelbar sind. Für die aktive Regelung der zeitabhängigen Fallenpotentiale wurden variable Konden-

satoren eingebaut, womit die Wechselspannungsamplitude jeder Elektrode einzeln eingestellt werden kann. Dadurch gibt es die Möglichkeit abweichende Lasten der Fallenelektroden, welche beispielsweise durch die verschiedenen Längen der Elektroden entstehen, auszugleichen. Schließlich wurden die elektronischen Komponenten zur Kopplung von Gleich- und Wechselspannung sortiert. Damit wurden die Teilungsverhältnisse der Monitorkanäle von ursprünglich 5 % Toleranz bis auf eine Abweichung von 0,03 % angeglichen, was eine präzise Kontrolle der Fallenspannungen erlaubt.

Es wurden bereits erste Tests der neuen Elektronik an der Paulfalle durchgeführt, wobei Beryllium-Ionen gespeichert werden konnten. Für eine Reduzierung der Mikrobewegung müssen die Fallenspannungen allerdings noch genauer angeglichen werden. Neben der stabilen Speicherung hochgeladener Ionen, welche mit der alten Elektronik für  $^{40}\text{Ar}^{13+}$ -Ionen bereits erfolgreich demonstriert wurde [49], sollte die neue Elektronik mit stark unterdrückter axialer Mikrobewegung die hochpräzise Spektroskopie gespeicherter Ionen erlauben.

Als alternativer Ansatz zur Erzeugung stabiler Wechselspannungspotentiale für die Speicherung geladener Teilchen wurde ein RF-Quadrupol-Resonator hoher Güte entwickelt und konstruiert. Dazu wurden FEM-Simulationen mit *Comsol* durchgeführt, wobei für das endgültige Resonatordesign eine Güte von  $1,76(5) \times 10^7$  bei einer Resonanzfrequenz von 27,2(3) MHz berechnet wurde. Das kompakte Design des Resonators ermöglicht eine einfache Eingliederung in eine Ultrahochvakuum-Umgebung und den Betrieb bei kryogenen Temperaturen. Die im Vergleich zur Beschleunigerphysik niedrige Resonanzfrequenz erlaubt das Speichern schwerer Ionen. Durch die hohe Güte des Resonators sind Instabilitäten der Amplitude oder Frequenz der zeitabhängigen Fallenpotentiale stark unterdrückt. Dies sollte die stabile Lokalisierung hochgeladener Ionen ermöglichen. Um die Stabilität der Ionenbewegung im Wechselfeld des Resonators zu untersuchen, wurden FEM-Simulationen der Ionenbahn beim Betrieb als Quadrupol-Massenfilter durchgeführt. Dabei wurde eine Transmissionswahrscheinlichkeit von 100 % berechnet.

Momentan wird ein erster Prototyp des Resonators in der Werkstatt des Max-Planck-Instituts gefertigt. Dieser soll anschließend in einem Kryostat auf 4 K heruntergekühlt und getestet werden. In der endgültigen Version werden die Oberflächen des Resonators mit Niob beschichtet. Dies verringert Materialverluste und ermöglicht den supraleitenden Betrieb, wodurch die Resonatorgüte erhöht wird. Schließlich

---

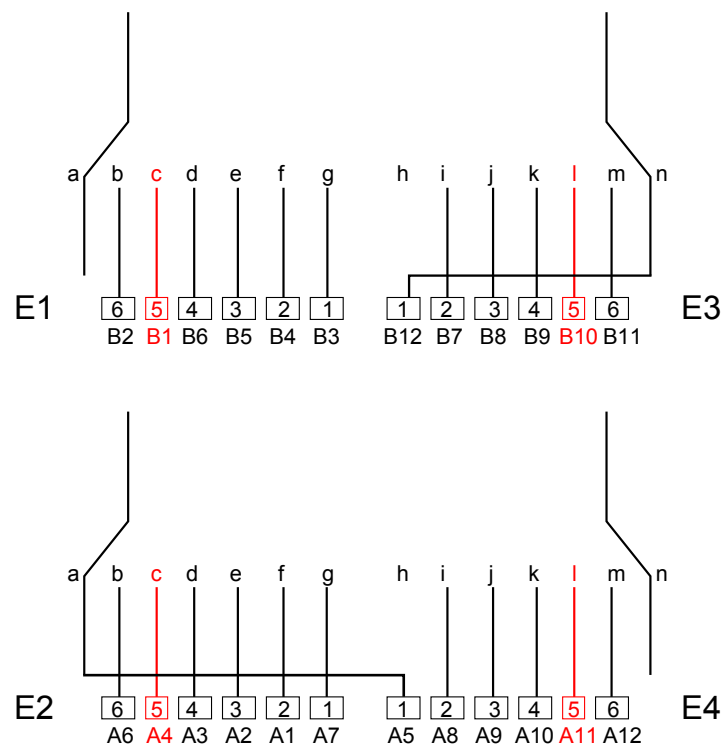
kann der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Resonator durch die Einkopplung von Gleichspannungspotentialen als hochstabile Paulfalle betrieben werden.



# Anhang A

## Die Elektronik der kryogenen linearen Paulfalle

### A.1 Kanalbelegung der Flachbandkabel im Vakuum



**Abbildung A.1:** Kanalbelegung des Flachbandkabels in der Paulfalle, welches die Elektroden über Vakuumdurchführungen mit der Elektronik bei Raumtemperatur verbindet. Die Elektrodenstapel sind nach Abbildung 3.2 bezeichnet.

## A.2 Kanalbelegung DC-Spannungsversorgung

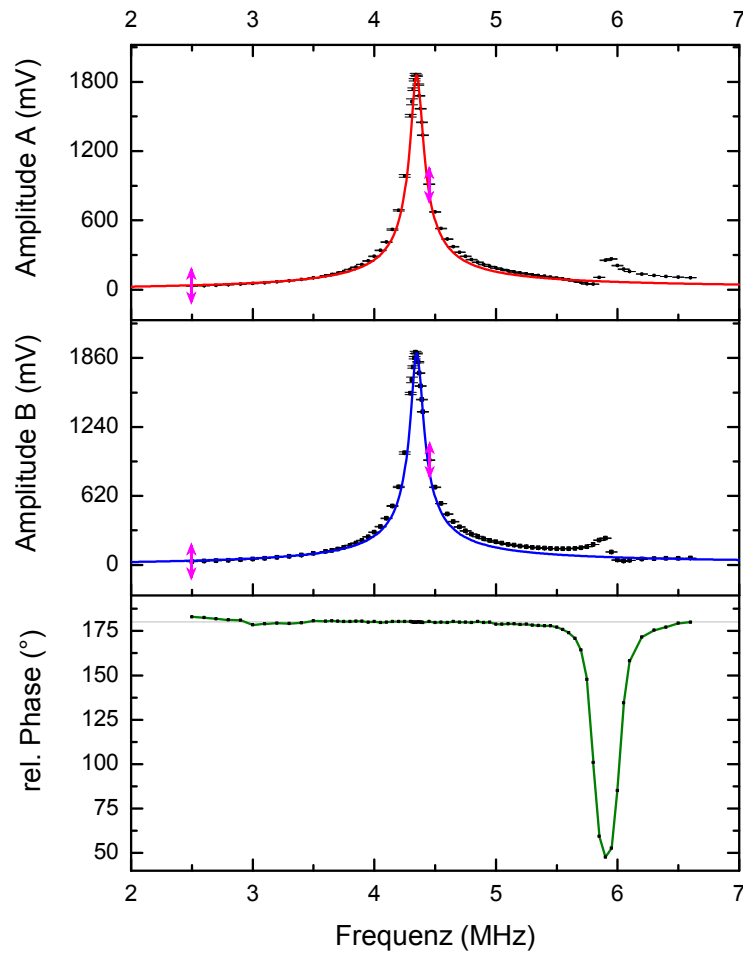
**Tabelle A.1:** Übersicht der Kanalbelegung für die DC-Spannungsversorgung der Elektroden. Es ist die Zuordnung der erzeugten DC-Spannungen („ByPass Out“) zu den Kanälen des mehrpoligen Amphenolsteckers der Koppelbox (siehe Abbildung 4.3) gezeigt. Zusätzlich ist der damit verbundene Koppelkanal mit der zugehörigen Farbe des Verbindungskabels aufgelistet. Hierbei wurde die Kanalnummer *ByPass Out* aus dem Laborbuch *Hans-Peter PAUL TRAP, 15.10.2012* übernommen.

ByPass Out	Koppelkanal	Amphenol-Stecker	Farbe
2	A01	C	orange
4	A02	E	grün
6	A03	G	lila
7	A04	H	braun
8	A05	J	weiß
9	A06	K	grün-gelb
10	A07	L	blau
11	A08	M	weiß
21	A09	a	schwarz
23	A10	c	gelb
12	A11	N	grau
13	A12	P	rot
3	B01	D	schwarz
1	B02	B	rot
19	B03	Y	grau
17	B04	W	braun
22	B05	b	weiß
5	B06	F	gelb
18	B07	X	weiß
20	B08	Z	lila
14	B09	R	grün
15	B10	S	grün-gelb
16	B11	T	orange
24	B12	j	blau



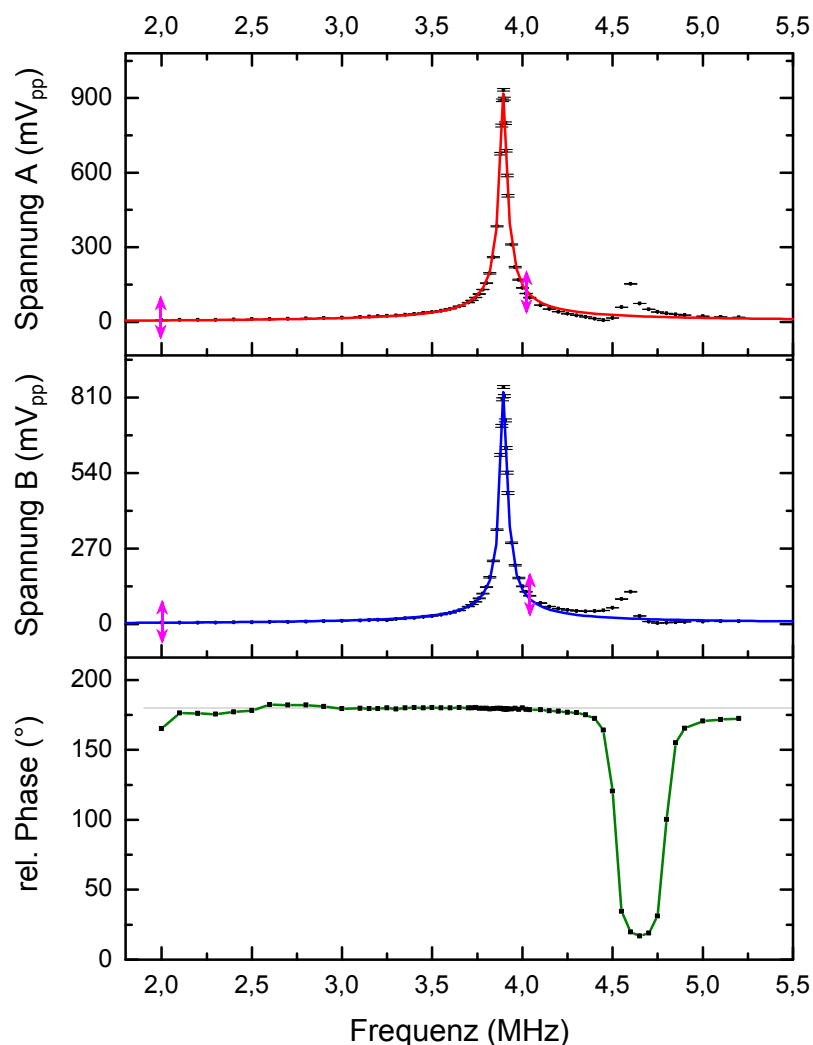
## A.3 Resonanzverhalten der Koppelelektronik

### A.3.1 Neue Elektronik

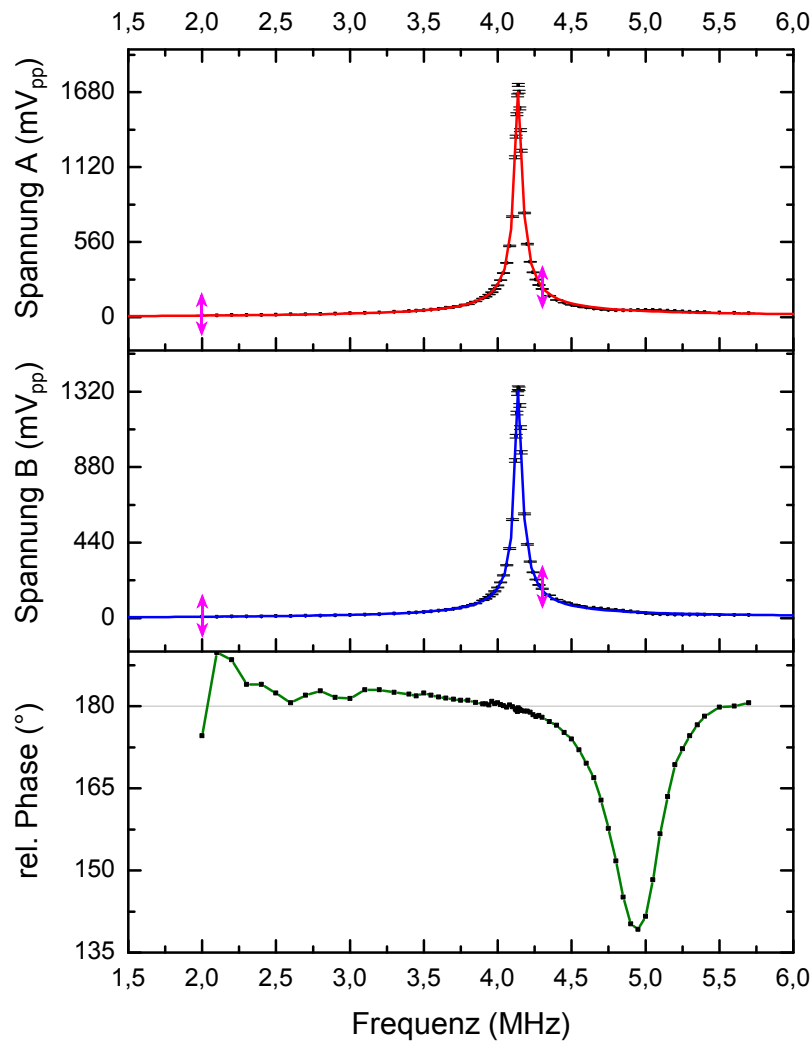


**Abbildung A.2:** Messung des Resonanzverhaltens der Koppelbox ohne Last der Koppelkanäle. Die beiden oberen Kurven zeigen einen Fit der gemessenen Ausgangsspannungen zweier gegenphasiger Koppelkanäle für einen Spannungseingang von  $5 V_{pp}$ . Die pinken Pfeile markieren den Fitbereich. Unten ist die Messung der relativen Phase beider Signale zu sehen. Die Fehler der Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung. Die Messgenauigkeit der relativen Phase beider Signale ist nicht spezifiziert [55].

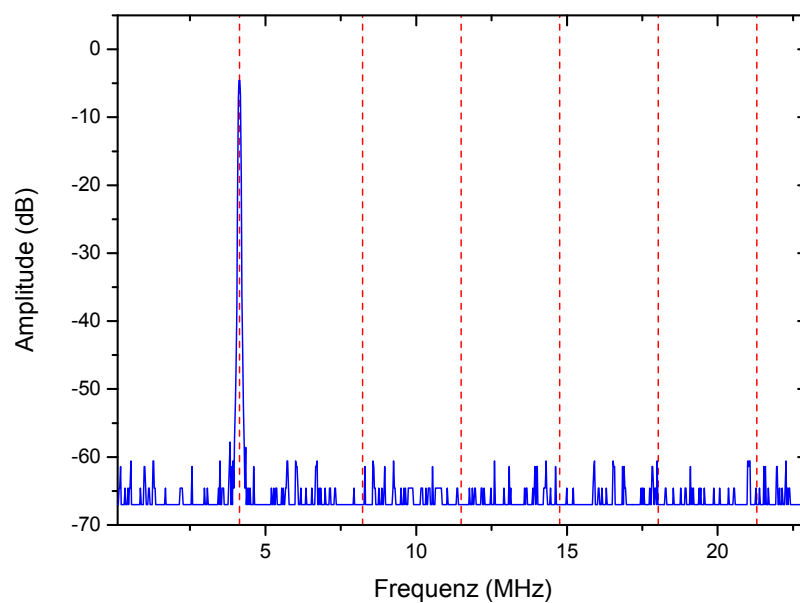
### A.3.2 Alte Elektronik



**Abbildung A.3:** Messung des Resonanzverhaltens der alten Koppelbox mit einer Last von 40 pF pro Koppelkanal. Die beiden oberen Kurven zeigen einen Fit der gemessenen Ausgangsspannungen zweier gegenphasiger Koppelkanäle für einen Spannungseingang von 5 V<sub>pp</sub>. Die pinken Pfeile markieren den Fitbereich. Unten ist die Messung der relativen Phase beider Signale zu sehen. Die Fehler der Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung. Die Messgenauigkeit der relativen Phase beider Signale ist nicht spezifiziert [55].



**Abbildung A.4:** Messung des Resonanzverhaltens der alten Koppelbox ohne Last der Koppelkanäle. Die beiden oberen Kurven zeigen einen Fit der gemessenen Ausgangsspannungen zweier gegenphasiger Koppelkanäle für einen Spannungseingang von  $5 V_{pp}$ . Die pinken Pfeile markieren den Fitbereich. Unten ist die Messung der relativen Phase beider Signale zu sehen. Die Fehler der Messpunkte ergeben sich aus der Genauigkeit der Spannungsmessung. Die Messgenauigkeit der relativen Phase beider Signale ist nicht spezifiziert [55].

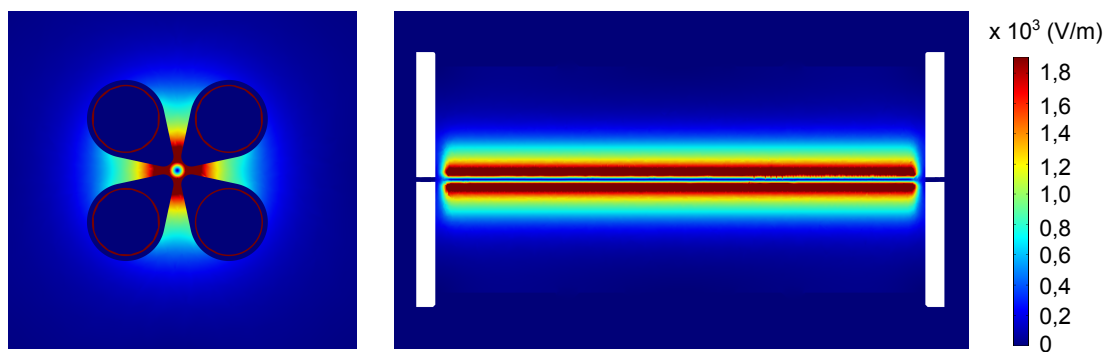


**Abbildung A.5:** Frequenzspektrum des Spannungsausgangs der alten Koppelbox ohne Last bei resonanter Anregung des Schwingkreises bei 4,141 MHz. Die Position der Resonanzfrequenz und der höheren Harmonischen sind rot gekennzeichnet.

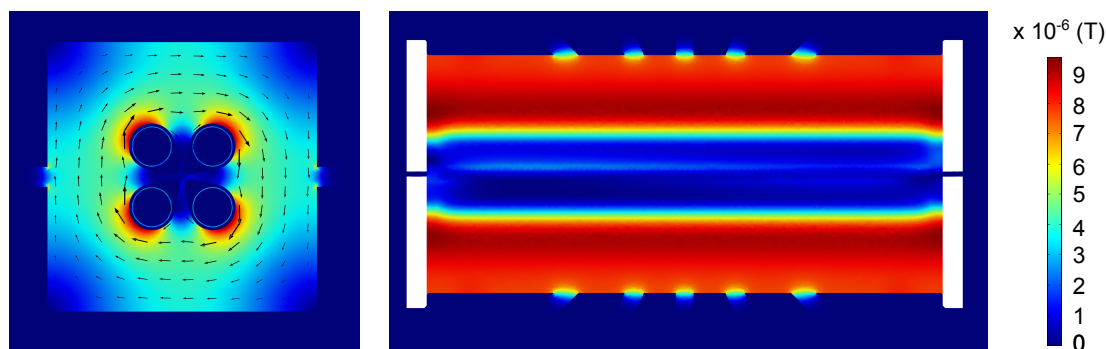
# Anhang B

## Der Quadrupol-Resonator

### B.1 Simulation der endgültigen Resonatorgeometrie

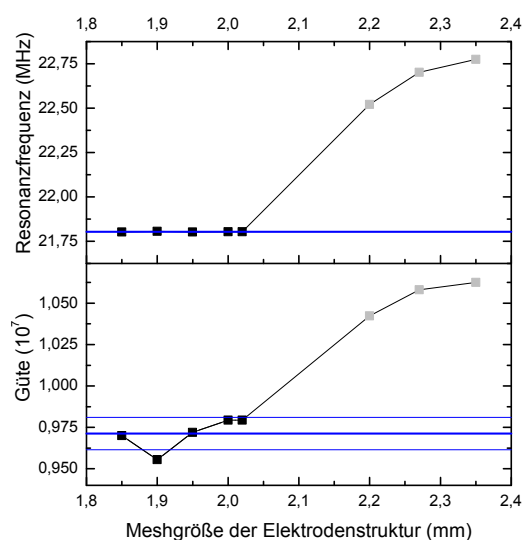


**Abbildung B.1:** Simulation der elektrischen Feldstärke für die endgültige Resonatorgeometrie mit *Comsol*. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden (links) und ein mittlerer horizontaler Schnitt (rechts) durch den Resonator.

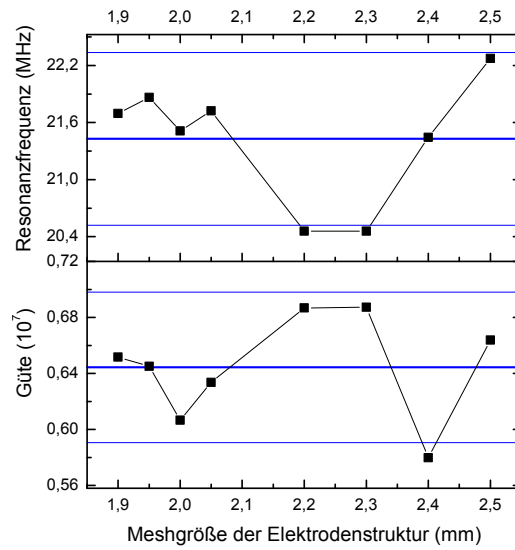


**Abbildung B.2:** Simulation der magnetischen Flussdichte für die endgültige Resonatorgeometrie mit *Comsol*. Gezeigt ist ein Schnitt senkrecht zur Symmetrieachse der Elektroden (links) und ein mittiger horizontaler Schnitt (rechts) durch den Resonator.

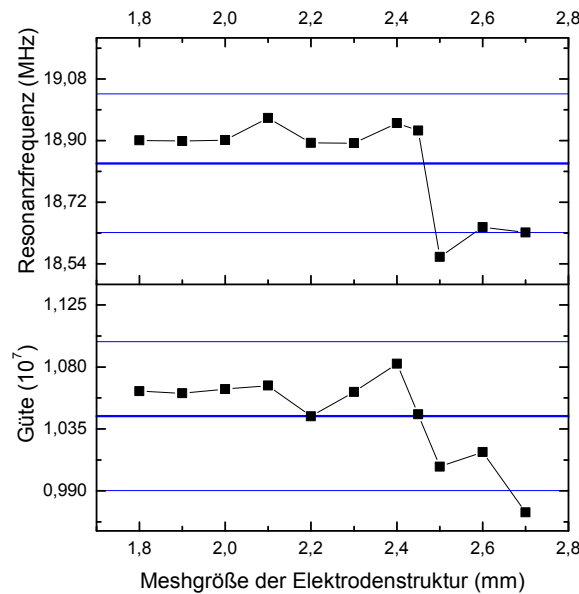
## B.2 Fehlerabschätzung der Simulationsergebnisse



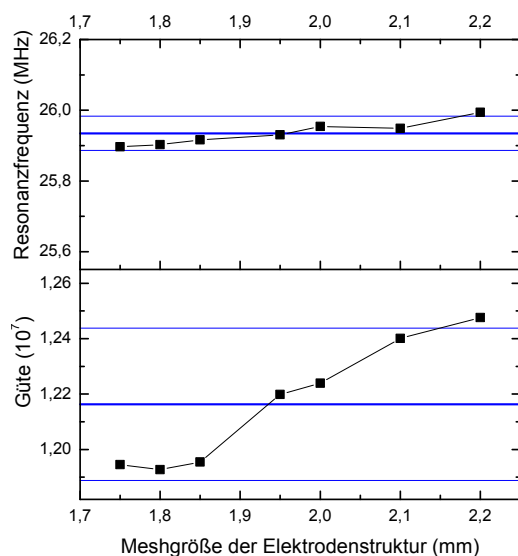
**Abbildung B.3:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für das Doppelektrodenesign bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte des Resonators bestimmt. Es ist der Mittelwert der Datenpunkte (dicke Linie) mit der Standardabweichung der Verteilung (dünne Linien) eingezeichnet. Die grauen Datenpunkte wurden von der Analyse ausgeschlossen, da die Simulation noch nicht konvergiert war.



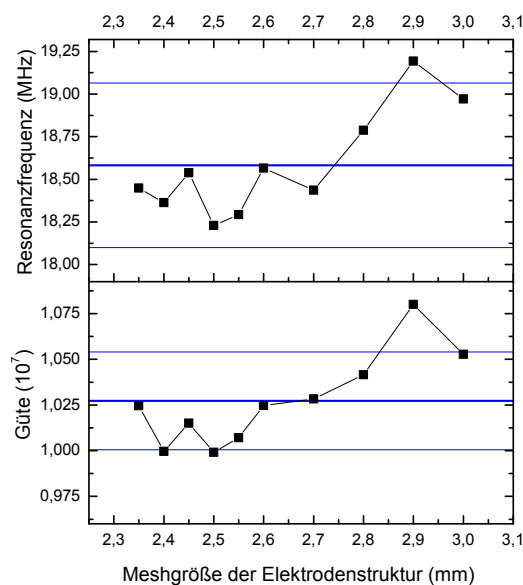
**Abbildung B.4:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für die doppelte Quadrupolstruktur der Elektroden bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte des Resonators bestimmt. Es ist der Mittelwert der Messpunkte (dicke Linie) mit dem abgeschätzten Fehlerbereich (dünne Linien) nach Kapitel 6.4 eingezeichnet.



**Abbildung B.5:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für das Dreielektroden-Design bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte des Resonators bestimmt. Es ist der Mittelwert der Messpunkte (dicke Linie) mit dem abgeschätzten Fehlerbereich (dünne Linien) nach Kapitel 6.4 eingezeichnet.



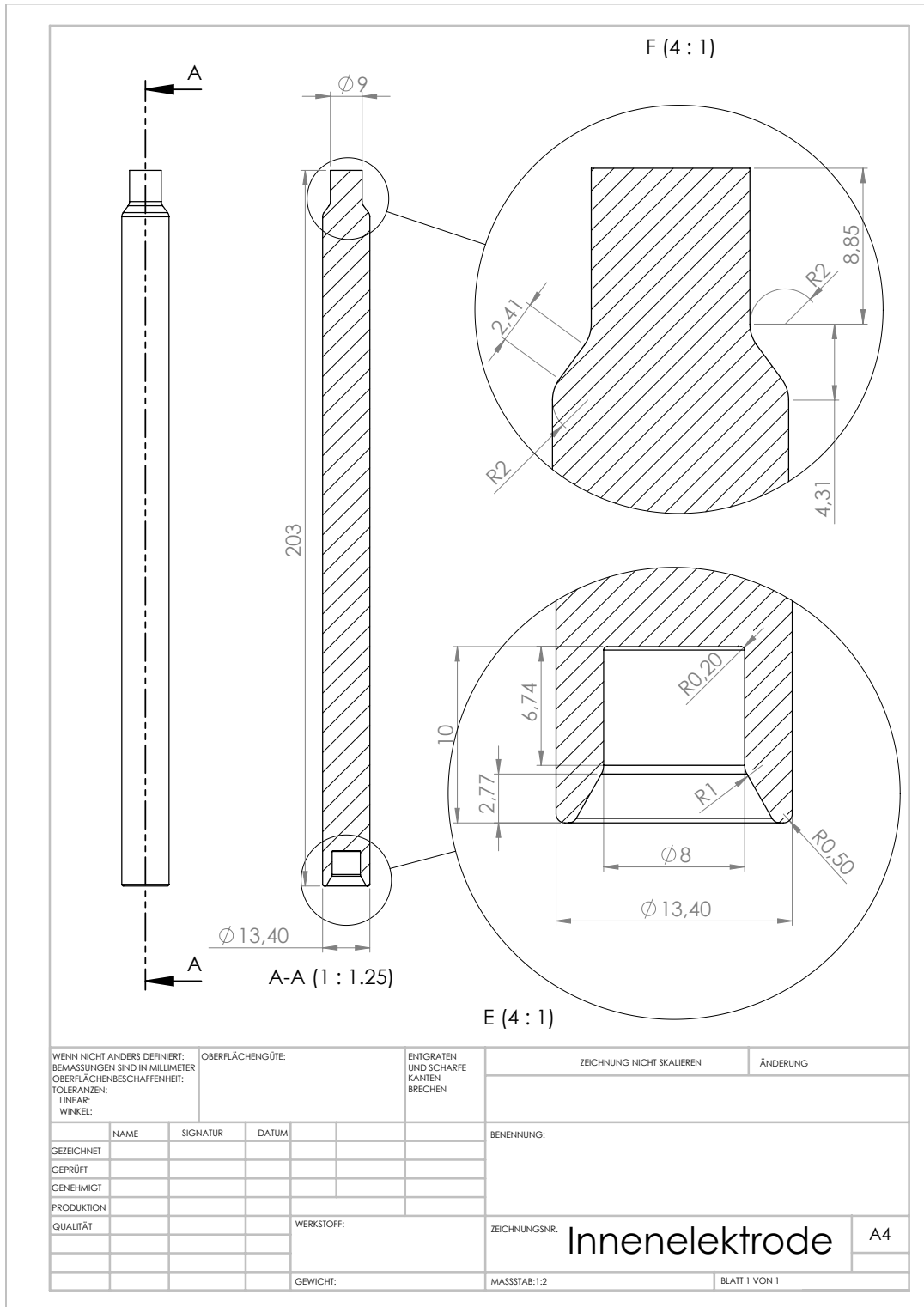
**Abbildung B.6:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für das spitze Doppelektroden-design bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte des Resonators bestimmt. Es ist der Mittelwert der Messpunkte (dicke Linie) mit dem abgeschätzten Fehlerbereich (dünne Linien) nach Kapitel 6.4 eingezeichnet.



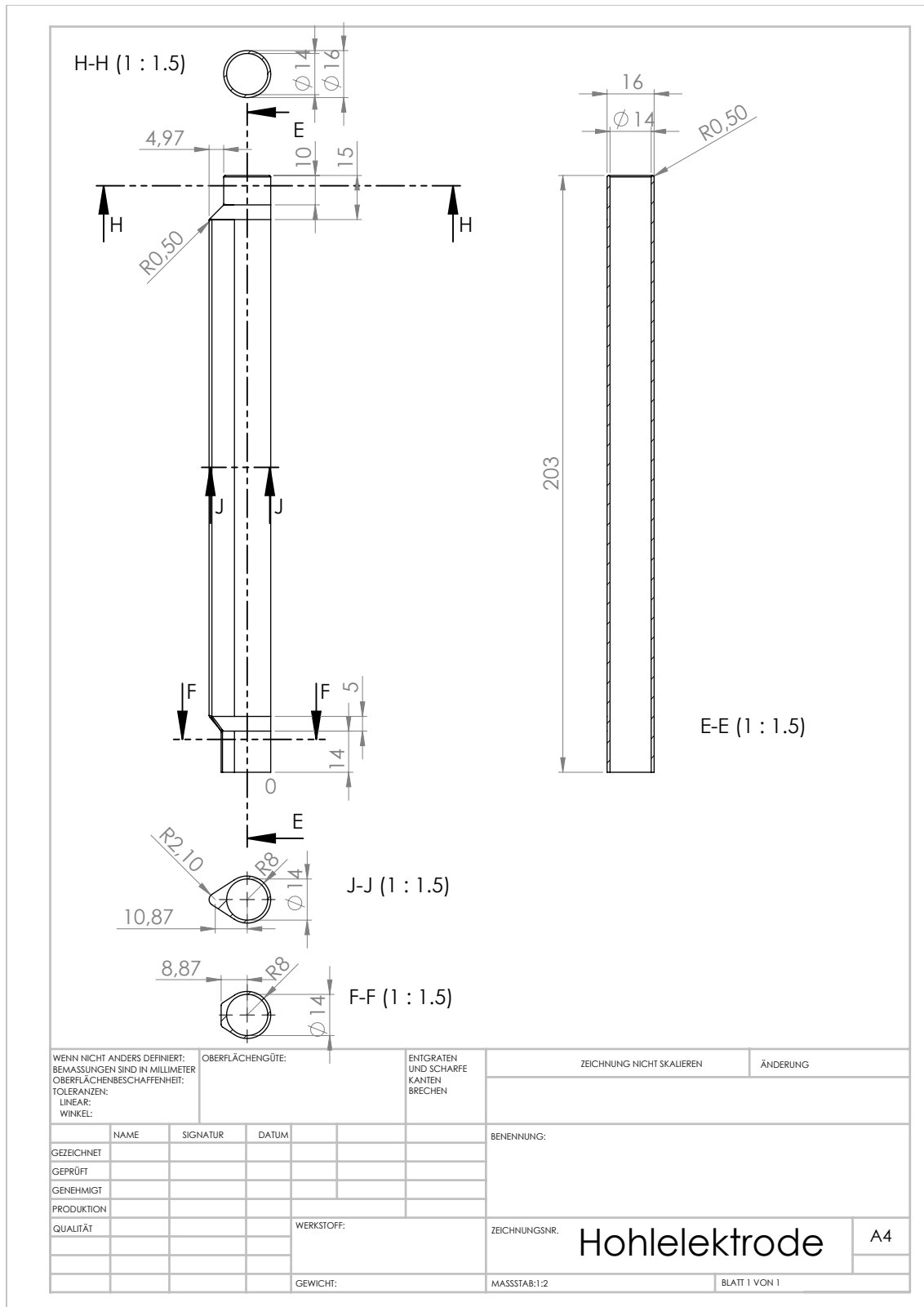
**Abbildung B.7:** Untersuchung der Ergebnisunsicherheit für das spitze Dreielektroden-design bei der Eigenwertberechnung mit *Comsol*. Für verschiedene Größen der finiten Elemente wurden Resonanzfrequenz und Güte des Resonators bestimmt. Es ist der Mittelwert der Messpunkte (dicke Linie) mit dem abgeschätzten Fehlerbereich (dünne Linien) nach Kapitel 6.4 eingezeichnet.



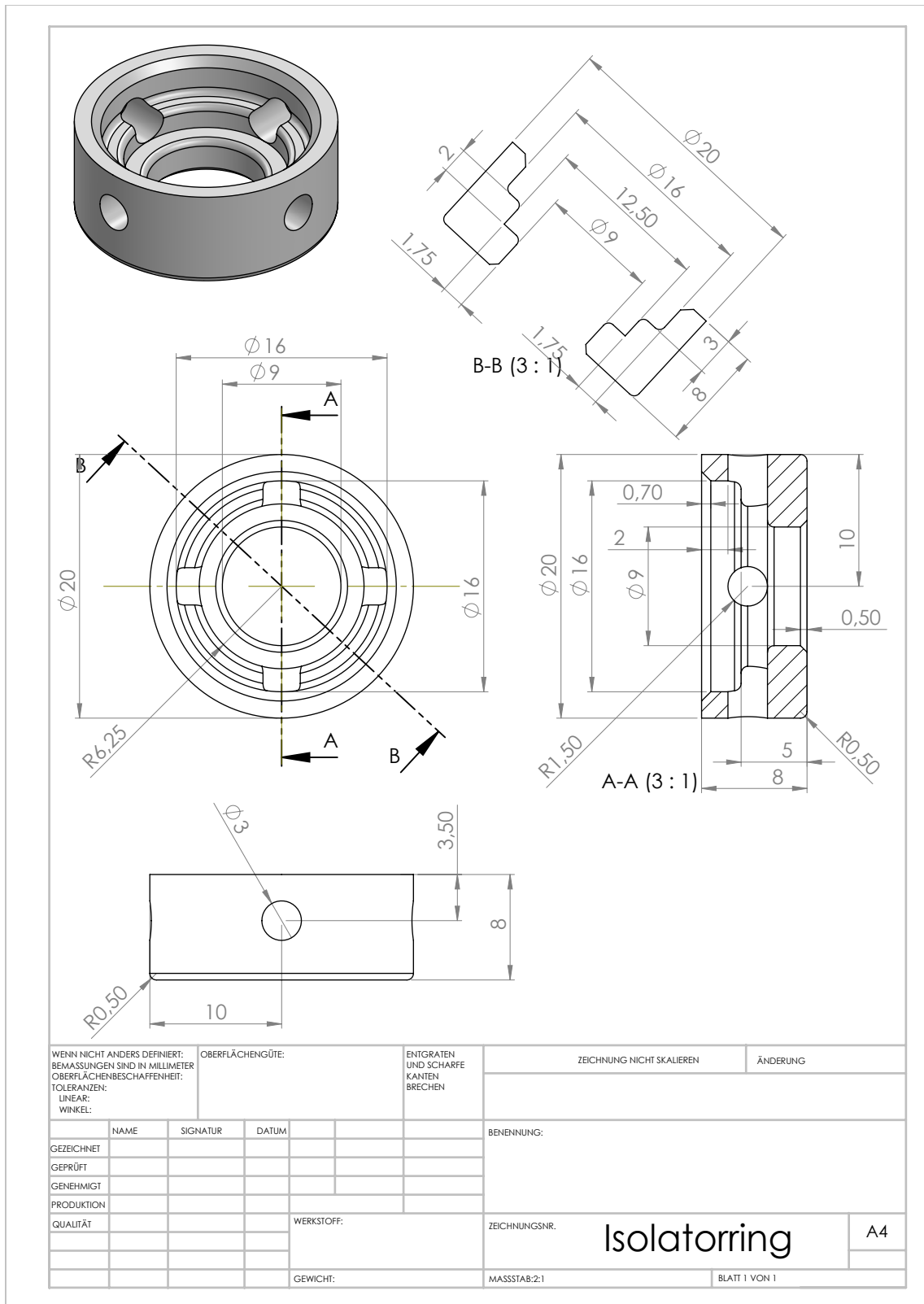
## B.3 Zeichnungen des Resonators



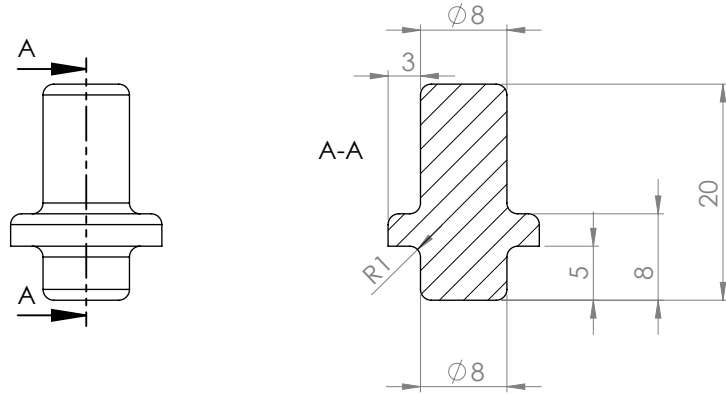
# Anhang B. Der Quadrupol-Resonator



### B.3. Zeichnungen des Resonators

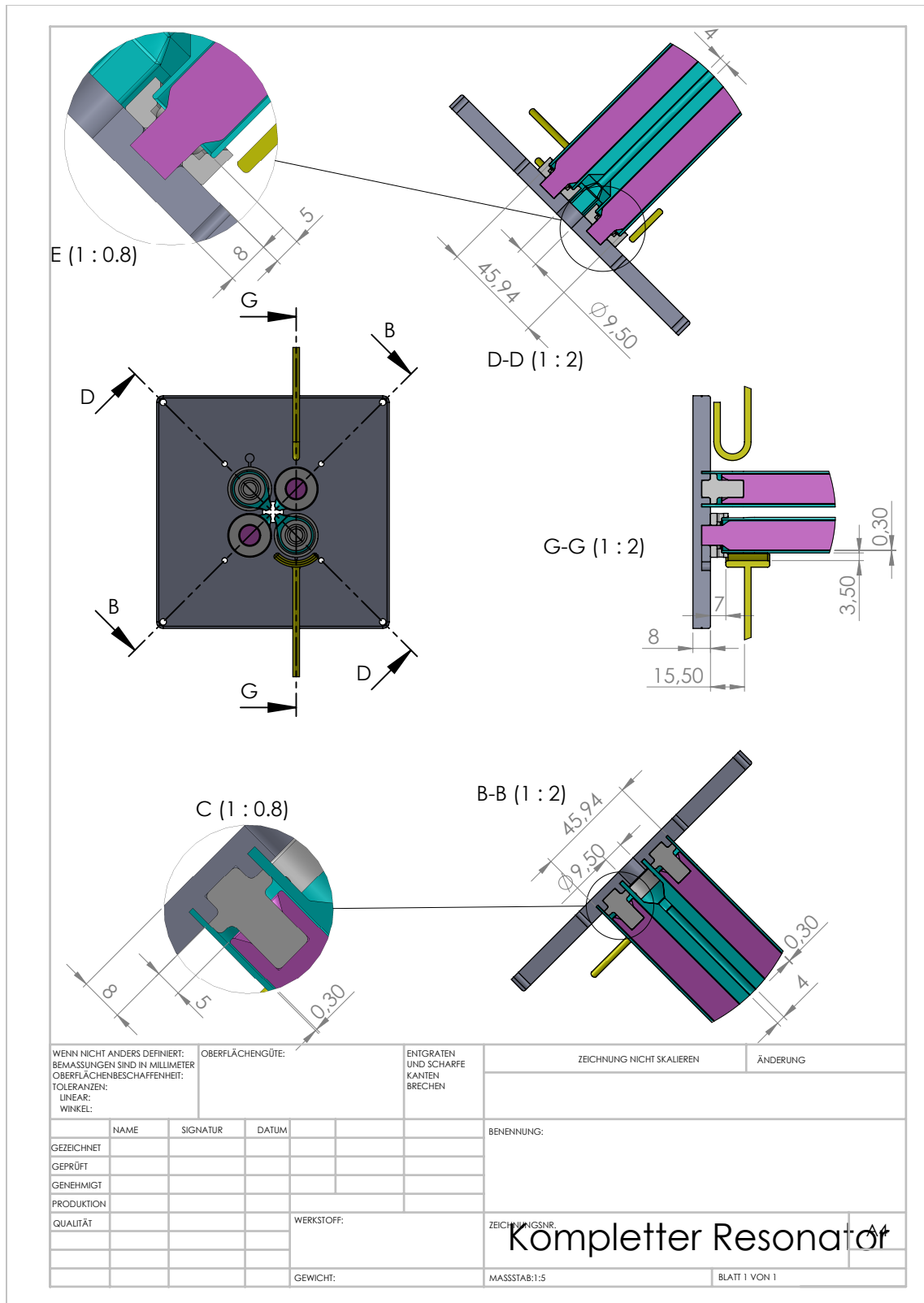


# Anhang B. Der Quadrupol-Resonator



WENN NICHT ANDERS DEFINIERT: BEMASSUNGEN SIND IN MILLIMETER OBERFLÄCHENBESCHAFFENHEIT: TOLERANZEN: LINEAR: WINKEL:		OBERFLÄCHENGÜTE:		ENTGRATEN UND SCHARFE KANTEN BRECHEN		ZEICHNUNG NICHT SKALIEREN		ÄNDERUNG	
GEZEICHNET	NAME	SIGNATUR	DATUM			BENENNUNG:			
GEPRÜFT									
GENEHMIGT									
PRODUKTION									
QUALITÄT					WERKSTOFF:	ZEICHNUNGSNR.		A4	
					GEWICHT:	MASSSTAB:2:1		BLATT 1 VON 1	
						<b>Isolatorstift</b>			

### B.3. Zeichnungen des Resonators





# Literaturverzeichnis

- [1] Agilent. 33210A 10 MHz Function/ Arbitrary Waveform Generator. User's Guide (2008).
- [2] Agilent. 34401A Multimeter. Datasheet (2014).
- [3] L. Andersson, COMSOL Support. Persönliche Mitteilung (2015).
- [4] B. Aune et al.. *Superconducting TESLA cavities*. Physical Review Special Topics - Accelerators and Beams **3**, 092001 (2000).
- [5] J. C. Berengut, V. A. Dzuba, V. V. Flambaum. *Enhanced Laboratory Sensitivity to Variation of the Fine-Structure Constant using Highly Charged Ions*. Physical Review Letters **105**, 120801 (2010).
- [6] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano, und D. J. Wineland. *Minimization of micromotion in a Paul trap*. Journal of Applied Physics **83**, 5025 (1998).
- [7] K. Blaum. *Stored Charged Particles*. Vorlesungsskript, Universität Heidelberg, Sep. 2013.
- [8] R. Blümel, C. Kappler, W. Quint, H. Walther. *Chaos and order of laser-cooled ions in a Paul trap*. Physical Review A **40**, 808 (1989).
- [9] F. Brunner. *Entwurf und Aufbau einer kryogenen, linearen Paulfalle für hochgeladene Ionen*. Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2010).
- [10] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg. *Atom-Photon Interactions*. John Wiley VCH Verlag, Weinheim (2004).

- [11] Comsol Multiphysics 4.3. RF Module User's Guide. COMSOL (2012).
- [12] Comsol Multiphysics 4.4. Reference Manual. COMSOL (2013).
- [13] Comsol Multiphysics 4.3b. Particle Tracing Module User's Guide. COMSOL (2013).
- [14] E. D. Courant, M. Stanley Livingston, H. S. Snyder. *The Strong-Focusing Synchrotron - A New High Energy Accelerator*. Physical Review **88**, 1190 (1952).
- [15] R. C. Davidson, H. Qin, G. Shvets. *A Paul trap configuration to simulate intense non-neutral beam propagation over large distances through a periodic focusing quadrupole magnetic field*. Physics of Plasmas, **7**, 1020 (2000).
- [16] D. R. Denison. *Operating Parameters of a Quadrupole in a Grounded Cylindrical Housing*. The Journal of Vacuum and Technology **8**, 266 (1971).
- [17] A. Derevianko, V. A. Dzuba, V. V. Flambaum. *Highly Charged Ions as a Basis of Optical Atomic Clockwork of Exceptional Accuracy*. Physical Review Letters **109**, 180801 (2012).
- [18] V. A. Dzuba, A. Derevianko, V. V. Flambaum. *Ion clock and search for the variation of the fine-structure constant using optical transitions in  $Nd^{13+}$  and  $Sm^{15+}$* . Physical Review A **86**, 054502 (2012).
- [19] S. N. Eberle. *Photoionization of the Beryllium Atom*. Masterarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2013).
- [20] T. Fang, C. R. Canizares. *Probing Cosmology with the X-Ray Forest*. The Astrophysical Journal **539**, 532 (2000).
- [21] FAST ComTec GmbH. 7072T Dual Timing 500 ns ADC. User Manual (2009).
- [22] M. Köpf, FAST ComTec GmbH. Persönliche Mitteilung (2014).



- [23] S. Feuchtenbeiner. *Lasersysteme für die Präzisionsspektroskopie sympathetisch gekühlter hochgeladener Ionen*. Masterarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2015).
- [24] E. Fischer, O. Osberghaus, W. Paul. *Ein Ionenkäfig*. Forschungsbericht des Wirtschafts-Ministeriums Nordrhein-Westfalen, Nr. **415** (1958).
- [25] E. Fischer. *Die dreidimensionale Stabilisierung von Ladungsträgern in einem Vierpolfeld*. Zeitschrift für Physik **156**, 1 (1959)
- [26] C. J. Foot. *Atomic Physics*. Oxford University Press, New York (2005).
- [27] H. Friedberg, W. Paul. *Optische Abbildung mit neutralen Atomen*. Naturwissenschaften **38**, 159 (1951).
- [28] J. Friedrich. *Untersuchungen des 4-Rod-RFQ zur Beschleunigung hochgeladener Ionen*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt (1993).
- [29] P. K. Ghosh. *Ion Traps*. Clarendon Press, Oxford (1995).
- [30] E. P. Gilson, M. Chung, R. C. Davidson, P. C. Efthimion, R. Majeski, E. A. Startsev. *Simulation of long-distance beam propagation in the Paul trap simulator experiment*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, **544**,171 (2005).
- [31] R. Glowinski, P. Neittaanmäki. *Partial Differential Equations. Modeling and Numerical Simulation*. Springer-Verlag (2008).
- [32] Hamamatsu. Metal package PMT. Photon Counting Head H10682 Series Datasheet (2015).
- [33] Hewlett Packard. 4285A Precision LCR Meter. Operation Manual (1996).
- [34] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, D. J. Wineland. *Cooling methods in ion traps*. Physica Scripta **T59**, 106 (1995).

- [35] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley VCH Verlag, 3. Auflage (1998).
- [36] S. R. Jefferts, C. Monroe, E. W. Bell, D. J. Wineland. *Coaxial-resonator-driven rf (Paul) trap for strong confinement*. Physical Review A **51**, 3112 (1995).
- [37] Keithley. 2410 1100 V Source Meter. Model 2400 Series Source Meter User's Manual (2002).
- [38] Linear Technology. LTspice IV. User manual (2014).
- [39] H. Meinke, F. W. Gundlach. *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer-Verlag Berlin, 3. Auflage (1968).
- [40] W. Paul, H.P. Reinhard, U. v. Zahn. *Das elektrische Massenfilter als Massenspektrometer und Isotopentrenner*. Zeitschrift für Physik **152**, 143 (1958).
- [41] W. Paul. *Electromagnetic traps for charged and neutral particles*. Review of Modern Physics **62**, 531 (1990).
- [42] H. Padamsee. *The science and technology of superconducting cavities for accelerators*. Superconductor Science and Technology **14**, R28-R51 (2001).
- [43] T. Pruttivarasin, M. Ramm, S. G. Porsev, I. I. Tupitsyn, M. S. Safronova, M. A. Hohensee, H. Häffner. *Michelson-Morley analogue for electrons using trapped ions to test Lorentz symmetry*. Nature **517**, 592 (2015).
- [44] T. Rosenband, D. B. Hume, P. O. Schmidt, C. W. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. M. Fortier, J. E. Stalnaker, S. A. Diddams, W. C. Swann, N. R. Newbury, W. M. Itano, D. J. Wineland, J. C. Bergquist. *Frequency Ratio of Al<sup>+</sup> and Hg<sup>+</sup> Single-Ion Optical Clocks; Metrology at the 17th Decimal Place*. Science **319**, 1808 (2008).
- [45] T. Rylander, Pär Ingelström, Anders Bondeson. *Computational Electromagnetics*. 2. Auflage, Springer-Verlag, New York (2013).

- [46] S. Schiller. *Hydrogenlike Highly Charged Ions for Tests of the Time Independence of Fundamental Constants*. Physical Review Letters **98**, 180801 (2007).
- [47] P. O. Schmidt, T. Rosenband, C. Langer, W. M. Itano, J. C. Bergquist, D. J. Wineland. *Spectroscopy Using Quantum Logic*. Science **309**, 5735 (2005).
- [48] L. Schmöger. *Ein elektrodynamisches System für den Transfer hochgeladene Ionen in eine Paulfalle*. Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2013).
- [49] L. Schmöger, O. O. Versolato, M. Schwarz, M. Kohnen, A. Windberger, B. Piest, S. Feuchtenbeiner, J. Pedregosa-Gutierrez, T. Leopold, P. Micke, A. K. Hansen, T. M. Baumann, M. Drewsen, J. Ullrich, P. O. Schmidt, J. R. Crespo López-Urrutia. *Coulomb crystallization of highly charged ions*. Science **347**, 6227 (2015).
- [50] M. Schwarz. *Lasermanipulation von rotationsgekühlten Molekülionen in einer neuen kryogenen Paul-Falle*. Dissertation, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg (2012).
- [51] M. Schwarz, O. O. Versolato, A. Windberger, F. R. Brunner, T. Ballance, S. N. Eberle, J. Ullrich, P. O. Schmidt, A. K. Hansen, A. D. Gingell, M. Drewsen, J. R. Crespo López-Urrutia. *Cryogenic linear Paul trap for cold highly charged ion experiments*. Review of Scientific Instruments **83**, 083115 (2012).
- [52] D. J. Manura, D. A. Dahl. *SIMION 8.0 User Manual*. Scientific Instrument Services, Inc. and Idaho National Laboratory (2007).
- [53] J. D. Siverns, L. R. Simkins, S. Weidt, W. K. Hensinger. *On the application of radio frequency voltages to ion traps via helical resonators*. Applied Physics B **107**, 921 (2012).
- [54] R. H. Stokes, T. P. Wangler. *Radiofrequency Quadrupole Accelerators and their Applications*. Annual Review of Nuclear and Particle Science **38**, 97 (1988).

- [55] Tektronix. Digital Phosphor Oscilloscopes. TDS3000B Series User Manual (2014).
- [56] Tektronix. Passive 10x Voltage Probe. TPP0200 Data Sheet (2015).
- [57] Thurlby Thandar Instruments. PLH, PLH-P Series, Datasheet (2014).
- [58] Alfred Tronser GmbH. Luftrohrtrimmer 60 – 0749 – 15030 – 000. Datenblatt (2006).

# Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 4.5.2015

