

**Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg**

Bachelorarbeit in Physik
eingereicht von

Lukas Maximilian Falk

geboren in Eberbach (Deutschland)

2015

Aufbau eines Beat-Offset-Lock am Lasersystem eines ${}^6\text{Li}$ -MOTReMi

Diese Bachelorarbeit wurde von Lukas Maximilian Falk am
Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg
unter der Aufsicht von
PD Dr. Alexander Dorn
durchgeführt.

Zusammenfassung:

In dieser Arbeit wurde eine Laserfrequenzstabilisierung auf Grundlage eines Beat-Offset-Lock am Lasersystem eines ${}^6\text{Li}$ -MOTReMi aufgebaut und charakterisiert. Dabei wurde das Ziel verfolgt, eine stabile elektrische Regelung des Diodenlasers zu erreichen, um die für das Erzeugen einer magnetooptischen Falle (MOT) notwendige Genauigkeit der Laserfrequenz, insbesondere auch bei langfristigem Betrieb des Locks, zu gewährleisten. Zudem sollte eine schnelle Änderung des Detunings des Lasers durch das Variieren der VCO Spannung ermöglicht werden.

Die Ergebnisse der Charakterisierung zeigen, dass der Beat-Offset-Lock auf ein erzeugtes Fehlersignal locken kann und durch Variation der VCO Frequenz eine Änderung des Detunings möglich ist. Optimierungsbedarf besteht in Hinblick auf die Langzeitstabilität des Locks, welche durch weitere systematische Anpassung der PID-Regelparameter verbessert werden könnte.

Abstract:

In this thesis, a laser frequency stabilisation on the basis of a beat-offset-lock has been built and characterized at the laser system of a ${}^6\text{Li}$ -MOTReMi. This work aimed to create a stable electronic feedback loop for the external cavity diode laser in order to ensure the accuracy in frequency required by the magneto-optical trap (MOT), especially for long operating times of the lock. Additionally, a fast alteration of the detuning of the laser should be made possible by varying the tuning voltage of the VCO.

The results of the characterization show that the beat-offset-lock can lock on a generated error signal and that an alteration of the detuning can be achieved by varying the VCO voltage. However, there is still need for optimization regarding the long term stability of the lock, which could be enhanced by further systematically adjusting the PID parameters.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundlagen	3
2.1	Laserkühlung	3
2.2	PID Regelkreis	5
2.3	Allan-Varianz	7
3	Experimenteller Aufbau	9
3.1	Reaktionsmikroskop	9
3.2	Magnetooptische Falle	10
3.3	MOTReMi	11
3.4	Lasersystem	12
3.4.1	Frequenzstabilisierung	16
4	Aufbau eines Beat-Offset-Lock	19
4.1	Funktionsweise	19
4.2	Realisierung am Experiment	20
4.2.1	Integration in das Lasersystems	20
4.2.2	Elektrischer Regelkreis	20
4.3	Charakterisierung	23
4.3.1	Optimierung der Regelparameter	23
4.3.2	Messung der Stabilität	26
5	Fazit & Ausblick	29
	Literaturverzeichnis	31
	Abbildungsverzeichnis	35

1 Einleitung

“Den Rest meines Lebens möchte ich damit zubringen, darüber nachzudenken, was Licht ist.“

- Albert Einstein

Als Albert Einstein im Jahre 1905 den photoelektrischen Effekt erklärte und die Quantisierung des Lichts beschrieb [Ein05], schuf er damit den Grundstein des heutigen Verständnisses von Licht. Darüber hinaus begründete seine Lichtquantenhypothese zusammen mit den Überlegungen von Max Planck zum Planckschen Wirkungsquantum die Quantenmechanik, welche einige Jahre später unter anderem von Paul Dirac, Werner Heisenberg und Erwin Schrödinger formuliert wurde. Heute ist die Quantenmechanik eine stark etablierte Theorie, auf die sich unter anderem auch die moderne Atomphysik stützt.

Dabei hat Licht nie seine entscheidende Rolle im Fortschritt der physikalischen Erkenntnisse verloren. Im Gegenteil, mit fortschreitender Technologie, vor allem durch die Entwicklung des Lasers, wurde eine atemberaubende Vielfalt an Experimenten möglich gemacht, die es uns erlaubten, immer detaillierte Einblicke in mikroskopische Systeme zu erlangen und die Quantenmechanik experimentell auf die Probe zu stellen.

Auf der einen Seite scheint die Quantenmechanik also bereits gut verstanden zu sein. Allerdings stößt man auch heute noch auf quantenmechanische Phänomene, die sich zwar mathematisch beschreiben lassen, aber physikalisch schwer zu erklären sind. Scheinbar einfache Begriffe wie “Messung“ stellen im Verständnis der Quantenmechanik Probleme dar.

Umso erfreulicher ist es da, dass wir quantenmechanische Systeme zur Verfügung haben, deren Strukturen und Verhalten wir “messen“ (die oben genannte Problematik bleibt ersichtlich) können: Atome. Im Gegensatz zu Molekülen bieten einfache Atome wie Wasserstoff oder Helium den Vorteil, dass theoretisch berechnete Vorhersagen möglich sind, welche dann experimentell überprüft werden können. Ein naheliegender Schritt ist es daher, auch Lithium zu untersuchen, welches mit 3 Elektronen das nächst einfache Atom nach Helium ist.

Eine der zahlreichen experimentellen Anwendungen von Lasern ist die Laserkühlung in der Atomphysik. Durch Aufbauten wie die magnetooptischen Falle (MOT), die erstmals von [CBAC86] realisiert wurde, können Atome gleichzeitig gefangen und auf Temperaturen im μK Bereich gekühlt werden. Eine MOT wird auch in dem Experiment betrieben, an dem diese Arbeit entstanden ist. Sie wird dabei in diesem Experiment als Target verwendet, um Messungen am kalten Atom mit einem Reaktionsmikroskop (ReMi) durchzuführen.

Das Experiment befand sich zum Zeitpunkt dieser Arbeit im Umbau. Man wollte durch die Installation einer Dipolfalle noch kältere Atome erzeugen, weshalb man vom bisherigen ${}^7\text{Li}$ Aufbau von [Sch12] auf ${}^6\text{Li}$ wechseln musste. In diesem Zuge musste auch das Lasersystem, das die MOT betreibt, neu gestaltet werden. Zielsetzung dieser Arbeit war der Aufbau einer Laserfrequenzstabilisierung nach dem Prinzip eines Beat-Offset-Locks.

In dieser Arbeit werden zunächst einige zum Verständnis des Experiments notwendige Grundlagen besprochen, bevor der experimentelle Aufbau erläutert wird. Anschließend wird der aufgebaute Beat-Offset-Lock in seiner Funktion beschrieben und erste Messungen zur Charakterisierung des Aufbaus präsentiert. Den Abschluss der Arbeit bildet ein Fazit, das auch einen Ausblick auf die zukünftige Entwicklung des Experiments bieten soll.

2 Grundlagen

2.1 Laserkühlung

Zur Kühlung von Atomen können unterschiedliche Methoden angewendet werden. In dem dieser Arbeit zugrundeliegenden Experiment wird hierzu eine magnetooptische Falle (magneto-optical trap, kurz *MOT*) verwendet. Die nötigen Grundlagen, auf denen die Funktion einer MOT basiert, sollen in diesem Kapitel kurz zusammengefasst werden. Eine ausführliche Behandlung der Thematik findet sich beispielsweise in [MS99].

Spontankraft

Wir betrachten ein Atom, dass als Zwei-Niveau-System mit einem Grundzustand $|g\rangle$ und einem angeregten Zustand $|e\rangle$ angenommen werden kann. Befindet sich ein solches Atom in einem Lichtfeld, kann es durch Absorption eines Photons angeregt werden und nimmt den Impuls des Photons auf. Dadurch ändert sich die Geschwindigkeit des Atoms um $\hbar\mathbf{k}/m$, wobei m hier die Masse des Atoms bezeichne. Zerfällt der angeregte Zustand in den Grundzustand, so emittiert das Atom ein Photon und erfährt durch den Rückstoß einen Impulsübertrag. Die Impulsänderung des Atoms $\Delta\mathbf{p}_{Atom}$ kann für n Absorptions-/Emissions-Zyklen folgendermaßen dargestellt werden [MS99]:

$$\Delta\mathbf{p}_{Atom} = \sum_n \hbar\mathbf{k} + \sum_n \hbar\mathbf{k}_{spontan} \quad (2.1)$$

Da die spontane Emission isotrop ist, geht der zweite Term $\sum_n \hbar\mathbf{k}_{spontan}$ gegen Null für große n . Der resultierende Impulsübertrag zeigt in die Richtung des Laserstrahls.

Die resultierende Kraft $\mathbf{F}_S = \Delta\dot{\mathbf{p}}_{Atom}$ hängt vom Detuning δ ab. Das Detuning beträgt

$$\delta = \omega_L - \omega_A \quad (2.2)$$

wobei ω_L die Laserfrequenz und ω_A die Frequenz des atomaren Übergangs vom Grund- in den angeregten Zustand bezeichne.

Die Spontankraft lässt sich folgendermaßen ausdrücken [MS99]:

$$\mathbf{F}_S = \hbar\mathbf{k} \frac{\gamma}{2} \frac{I/I_0}{1 + I/I_0 + (2\delta/\gamma)^2} \quad (2.3)$$

Hier bezeichne γ die spontane Zerfallsrate und I/I_0 das Verhältnis von Laserintensität I zur Sättigungsfrequenz I_0 bei gegebener Wellenlänge. Falls die Laserfrequenz

der Resonanzfrequenz entspricht und die Sättigungsintensität erreicht wird, vereinfacht sich Gleichung 2.3 zu

$$\mathbf{F}_S(I = I_0, \delta = 0) = \hbar \mathbf{k} \frac{\gamma}{4} \quad (2.4)$$

Doppler-Kühlung und Optische Melasse

Aufgrund der Doppler-Verschiebung muss die Gleichung 2.2 für Atome, die sich mit Geschwindigkeit \mathbf{v} bewegen, erweitert werden. In erster Näherung ergibt sich ein Detuning

$$\delta_D = \delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (2.5)$$

Dies kann als Verschiebung der Laserfrequenz um $-\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ im Ruhesystem des Atoms interpretiert werden [HW04]. Für das eindimensionale Kühlen von Atomen werden diese mit zwei entgegengesetzt laufenden Laserstrahlen bestrahlt, deren Frequenzen rotverschoben sind. Für ein Atom, das sich auf der Strahlachse bewegt, ist das entgegenkommende Licht zur Resonanz hin Doppler-verschoben, während das Licht, welches sich in die selbe Richtung ausbreitet, von der Resonanz weg verschoben ist. Somit wird das Atom durch Photonenstreuung an dem Strahl, dem es entgegenläuft, abgebremst. Da dieser Prozess auf dem Doppler-Effekt basiert, nennt man ihn auch Doppler-Kühlung [MS99].

Behandelt man die beiden Strahlen unabhängig voneinander, so ergibt sich die Gesamt-Kühl-Kraft \mathbf{F} aus der Differenz der Spontankräfte (siehe Gleichung 2.3). Dies ist der Absorption durch die beiden entgegenlaufenden Strahlen geschuldet, wodurch die Laserfrequenz effektiv um $\pm \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ in Abhängigkeit der Ausbreitungsrichtung des Atoms verändert wird. Wir können dies folgendermaßen formulieren [MS99]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{v}) = \hbar \mathbf{k} \frac{\gamma}{2} \frac{I}{I_0} \left(\frac{1}{1 + I/I_0 + (2(\delta - \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})/\gamma)^2} - \frac{1}{1 + I/I_0 + (2(\delta + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v})/\gamma)^2} \right) \quad (2.6)$$

Für kleine v ($|\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}| \ll \gamma$) und weit unter der Sättigungsintensität ($I/I_0 \ll 1$) kann \mathbf{F} in v linearisiert werden [HW04]:

$$F(v) = 8\hbar k^2 \frac{\delta}{\gamma} \frac{I/I_0}{[1 + I/I_0 + (2\delta/\gamma)^2]^2} v = -\alpha v \quad (2.7)$$

Dabei verhält sich α wie eine Dämpfungskonstante. Für das richtige Laser Detuning ist die Kraft äquivalent zur Reibung in viskosen Flüssigkeiten. Daher wird diese Konfiguration von entgegenlaufenden Strahlen auch optische Melasse genannt [MS99].

Obwohl Atome in einer optischen Melasse gekühlt werden, werden sie nicht darin gefangen, da die Kraft nicht positionsabhängig ist. Dies kann durch die Erweiterung um ein inhomogenes Magnetfeld erreicht werden.

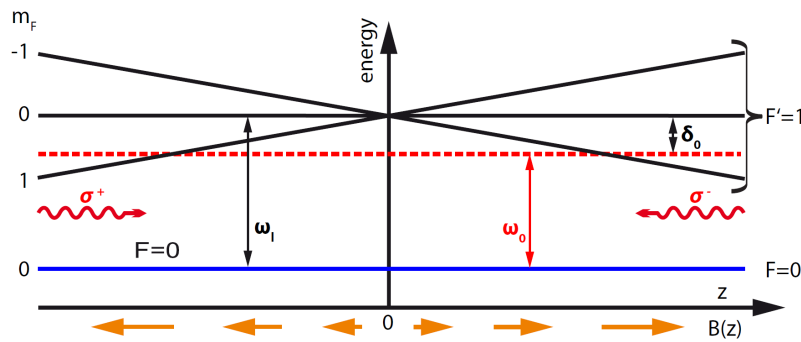


Abbildung 2.1: Schematische Veranschaulichung der eindimensionalen magnetooptischen Falle. Grafik aus [Sch12]

Magnetooptische Falle

Wie in Abschnitt 2.1 erläutert kann die Spontankraft Atome abbremsen. Die Kraft hängt jedoch nicht von der Position der Atome ab, eignet sich folglich auch nicht zum Fangen derselben. Um die Atome dennoch fangen zu können, wird die Frequenz des atomaren Übergangs räumlich variiert. Zur Erläuterung des grundsätzlichen Prinzips genügt es, den eindimensionalen Fall zu betrachten, siehe Abbildung 2.1. Wir können alle involvierten Spins vernachlässigen und annehmen, dass der Grundzustand ein S-Zustand (d.h. $L = 0$ und $m_L = 0$) und der angeregte Zustand ein P-Zustand ($L' = 1$, $m_L = 0, \pm 1$) sei. Befindet sich das Atom in einem inhomogenen Magnetfeld $B(z)$ mit

$$B(z) = bz \quad (2.8)$$

hat der angeregte Zustand eine linear ansteigende Zeeman-Aufspaltung der magnetischen Unterniveaus $m_L = 0, \pm 1$ und somit drei positionsabhängige Resonanzfrequenzen. Jedoch wird nur einer der drei angeregten Zustände angesprochen, was sich auf die Wahl einer geeigneten Polarisierung der Laserstrahlen begründet. σ^+ -polarisiertes Licht regt nur den $m = +1$ Zustand an, analog regt σ^- -polarisiertes Licht nur den $m = -1$ Zustand an. Strahlt man Laserlicht mit σ^+ - und σ^- -Polarisation von links respektive rechts mit einer Frequenz von ω_L , die um δ zum atomaren Übergang ω_0 rotverschoben ist (siehe Gleichung 2.2), ein, so wird aufgrund der positionsabhängigen Unausgewogenheit der Streuraten für die beiden Laserstrahlen eine rückstellende Kraft induziert. Somit werden die Atome zurück in die Fallenmitte gedrängt und sind dort gefangen [MS99].

2.2 PID Regelkreis

Ein Regelkreis kommt zum Einsatz, wenn einem System ein bestimmtes Verhalten aufgezwungen werden soll. Üblicherweise regelt ein Regelkreis nur eine physikalische

Größe. Dabei wird der Zustand des Systems respektive der Wert der zu regelnden Größe gemessen und mit dem Sollwert, d.h. dem Wert, den wir dem System aufdrängen wollen, abgeglichen. Dies geschieht über einen elektrischen Differenzbildner. Bei einem Fehlerwert $e = \text{ist} - \text{soll}$ gibt der Differenzbildner ein Signal an den Regelkreis weiter. Ist der Istwert zu hoch, muss er nach unten korrigiert werden und umgekehrt. Die Regelung wirkt also invertierend auf die Abweichung. [Hin96]

Dem Differenzbildner folgen Regler, Stellglied und Regelstrecke. Hierbei passt das Stellglied das Signal des Reglers auf die Regelstrecke an, mit welcher das zu regelnde Bauteil des Aufbaus gemeint ist.

Der modifizierbare Teil des Regelkreises bildet der Regler. In dem Experiment dieser Arbeit werden dazu sogenannte PID-Regler benutzt. Dieser besteht aus einer Kombination von P-, I- und D-Regler, welche im Folgenden kurz in ihrer Wirkungsweise beschrieben werden sollen.

Ein *Proportionalregler*, kurz P-Regler, gibt einen Stellwert s_P proportional zur Abweichung e aus:

$$s_P = K_P \cdot e \quad (2.9)$$

Hierbei bezeichnet s_P den Stellwert, der Parameter K_P den sog. Proportionalbeiwert, und e die Regelabweichung. [Hin96] Der P-Regler zeichnet sich durch seine Schnelligkeit, d.h. kurze Einregelzeiten, aus. Allerdings ist er ungenau, da er nur einen Stellwert liefern kann, solange ein Fehlersignal vorliegt. Daher bleibt bei einem reinen P-Regler immer eine Regelabweichung bestehen.

Der *Integralregler*, kurz I-Regler, gibt einen Stellwert s_I aus, der proportional zur zeitlichen Integration der Regelabweichung $e(t)$ ist:

$$s_I = K_I \int e(t) dt \quad (2.10)$$

In dieser Gleichung bezeichnet s_I den Stellwert, K_I den Integralbeiwert und $e(t)$ die zeitabhängige Regelabweichung. [Hin96] Der Vorteil des I-Reglers ist seine Genauigkeit. Dies geht allerdings auf Kosten der Schnelligkeit: Für kleine Integralbeiwerte ist der I-Regler träge, für zu große K_I neigt er zu Schwingungen. Daher wird er in der Regel mit einem P-Regler zum sog. PI-Regler kombiniert, der die Vorteile beider Regelungen (Schnelligkeit des P-Reglers und Genauigkeit des I-Reglers) verbindet. [Roh83]

Ein *Differentialregler*, kurz D-Regler, gibt einen Stellwert s_D aus, der proportional zur zeitlichen Änderung der Regelabweichung ist:

$$s_D = K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.11)$$

Hier bezeichnet s_D den Stellwert, K_D den Differenzierbeiwert und $e(t)$ die zeitabhängige Regelabweichung. [Hin96]

Der D-Regler reagiert nur auf Änderungen der Regelabweichung, nicht jedoch auf konstante Abweichungswerte. Allerdings reagiert der D-Regler um einiges schneller als ein P-Regler. Die Kombination der beiden Regler, der sog. PD-Regler, liefert eine

sehr schnelle Regelzeit. Jedoch ist eine konstante Regelabweichung nötig, damit der PD-Regler arbeiten kann. [Roh83]

Die Kombination der drei vorgestellten Regler ist der *PID-Regler*. Dieser Regler behebt das Problem der konstanten Regelabweichung des PD-Reglers und vereint die Vorteile der einzelnen Regler in sich. Durch Anpassung der Beiwerte K_p , K_I und K_D lässt sich die Regelung durch den PID-Regler am Experiment optimieren. [Hin96]

2.3 Allan-Varianz

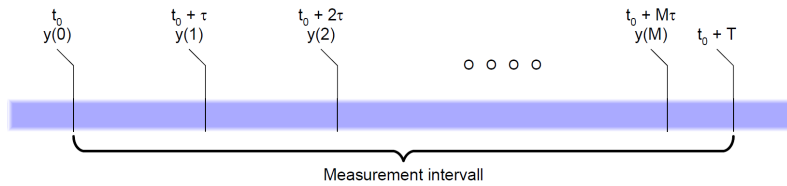


Abbildung 2.2: Zeitintervall der Frequenzmessungen. Grafik aus [Ram]

Die Allan-Varianz, auch Zweiwert-Varianz, ist ein Maß für die zeitliche Stabilität eines Oszillators. Sie gibt die Varianz der Differenz zweier Bruchfrequenzen (im Englischen *fractional frequency*) $y(i+1)$ und $y(i)$ an [All75]. Dabei sei die Bruchfrequenz $y(i)$ zum Zeitpunkt $t_0 + i \cdot \tau$ gemessen worden und $y(i+1)$ entsprechend zum Zeitpunkt $t_0 + (i+1) \cdot \tau$ [All75]. Die Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau)$ hängt von der Variablen τ ab und entspricht dem mittleren Quadrat aller aufgenommenen Messwerte im zeitlichen Abstand τ über die Gesamtmessdauer T , respektive im Intervall $[t_0, t_0 + T]$ [All87]. Das Zeitintervall mit den einzelnen Messzeitpunkten ist in Abbildung 2.2 veranschaulicht.

Die Wurzel der Allan-Varianz entspricht der Allan-Deviation (Allan-Standardabweichung) und lässt sich in folgender Form darstellen:

$$\sigma_y(\tau) = \left[\frac{1}{2M} \sum_{i=0}^{M-1} (y(i+1) - y(i))^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

wobei $M = (\frac{T}{\tau}) - 1$ [SAHW90] und

$$y(i) = \frac{\langle (v_1(t_0 + i \cdot \tau)) \rangle_{\tau} - v_0}{v_0} \quad (2.13)$$

die Bruchfrequenz zum Zeitpunkt $t_0 + i \cdot \tau$ [All75]. In Gleichung 2.13 bezeichne $\langle v_1(t) \rangle_{\tau}$ die über ein Zeitintervall τ gemittelte, momentane Frequenz des getesteten Oszillators, während v_0 die Frequenz eines Referenzoszillators beschreibt [SAHW90].

Die Allan-Varianz ist somit die Varianz von M Paaren von Frequenzmessungen, die zu Zeiten t respektive $t + \tau$ aufgenommen wurden [All87]. An dieser Stelle sei

anzumerken, dass der Fehler der Messung maßgeblich von der Stabilität des Referenzoszillators abhängt. Daher sollte ein Oszillator als Referenz gewählt werden, der mindestens eine Größenordnung stabiler ist als der untersuchte Oszillator [SAHW90].

3 Experimenteller Aufbau

3.1 Reaktionsmikroskop

Ursprünglich wurden Reaktionsmikroskope zur Beobachtung von Atom-Ionen Kollisionen konzipiert, entwickelten sich aber zu einer etablierten Methode, viele Arten von Kollisionsprozessen zu untersuchen. Dazu zählen insbesondere auch Ionisationsprozesse, welche bereits für unterschiedliche Alkalimetalle in mehreren Experimenten untersucht wurden.

Der Aufbau eines Reaktionsmikroskops ist in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt. Hierbei ist ein Gasjet als Target eingezeichnet, was in unserem Fall durch eine MOT ersetzt wird.

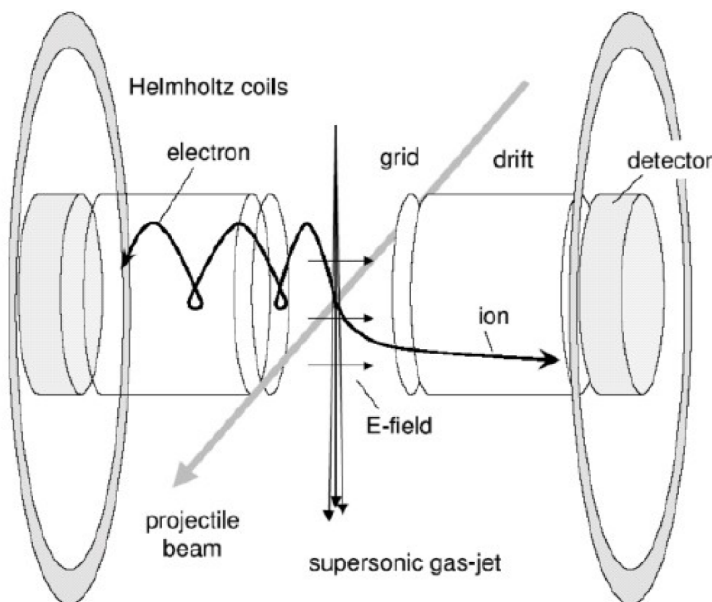


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung eines Reaktionsmikroskops. Grafik aus [US03]

Das in dem der Arbeit zugrunde liegende Experiment verwendete Reaktionsmikroskop besteht aus einem Ionen- und einem Elektronendetektor, die sich orthogonal zu einer Raumachse gegenüber liegen. Die Detektoren sind zeit- und positionsauflösend. Auf dieser Raumachse findet die zu beobachtende Reaktion statt. Dabei ist die Überschneidung von Target und Projektil das Interaktionsvolumen. In dem be-

trachteten Experiment ist das Target eine MOT und das Projektil ein Laserstrahl. Durch das Interagieren von Target und Projektil werden Rückstoßionen und freie Elektronen emittiert. Parallele elektrische und magnetische Felder führen die Teilchen zum jeweiligen positionsauflösenden Detektor. Dabei genügt für die schweren Ionen mit kinetischen Energien von einigen meV bereits das elektrische Feld. Für die freien Elektronen, die eine deutliche höhere kinetische Energie von einigen eV besitzen, muss das magnetische Feld zugeschaltet werden, um sie auf eine Kreisbahn zu zwingen. Dies ermöglicht es, fast den vollständigen Raumwinkel der emittierten freien Elektronenimpulse aufzunehmen [Brü13]. Im Experiment verwenden wir zur Erzeugung des Magnetfelds zwei Spulen in Anti-Helmholtz Konfiguration.

Für gepulste Projektilstrahlen lässt sich zusätzlich zur Position auf dem Detektor auch die benötigte Flugzeit (Time of Flight, TOF) der Teilchen zum Detektor bestimmen. Aus der Position und der Flugzeit lassen sich die Trajektorien und daraus die vektoriellen Impulse der Kollisionsprodukte bestimmen. Die Auflösung hängt dabei maßgeblich vom Interaktionsvolumen, der Thermischen Energie des Targets und der Pulsdauer des Projektilstrahls ab. Aufgrund der Impulserhaltung ist es ausreichend, bei einer Reaktion mit N Reaktionsprodukten N-1 dieser Teilchen zu detektieren. Dies folgt aus der Gleichheit der Summe der Impulse der eingehenden Teilchen und der Summe der Impulse der ausgehenden Teilchen, die folgendermaßen formuliert werden kann:

$$\vec{p}_p^i + \vec{p}_r^i = \vec{p}_p^f + \vec{p}_r^f + \sum_j (\vec{p}_e^f)_j + \sum_l (\vec{p}_\gamma^f)_l \quad (3.1)$$

Dabei stehen die Indizes p für das Projektil, r für das Target respektive Rückstoßion, e für die freien Elektronen und γ für die emittierten Photonen [Sch12].

3.2 Magnetooptische Falle

In Kapitel 2.1 wurde die magnetooptische Falle (MOT) vorgestellt. Die MOT in unserem Experiment besteht aus drei gegenläufigen Laserstrahlen, die in den drei Raumrichtungen verlaufen. Diese sind gegenüber dem atomare Übergang rotverschoben. Wie bereits in Abschnitt 2.1 beschrieben, werden die Atome über optische Melasse gekühlt. Der Dopplereffekt bewirkt eine Veränderung der Laserfrequenz im Ruhesystem eines bezüglich des Laserstrahls bewegten Atoms. Wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, werden die Atome für eine Rotverschiebung des Lichts besonders gut in den angeregten Zustand angehoben, wenn sie sich auf die Lichtquelle zubewegen. Die Atome erhalten aufgrund der Impulserhaltung sowohl bei der Absorption als auch bei der Emission von Photonen einen Rückstoß. Die Rückstoßimpulse der Emission ist im zeitlichen Mittel Null (siehe Abschnitt 2.1), die durch Absorption bedingten Rückstöße addieren sich allerdings auf, da sie lediglich in eine Raumrichtung verlaufen. Durch den oben beschriebenen Effekt der Rotverschiebung des Lichts können wir die Atome also effektiv abbremsen.

Die räumliche Fixierung wird analog zur Beschreibung in Abschnitt 2.1 durch

ein inhomogenes Magnetfeld realisiert. Im Experiment wird hierzu ein magnetisches Quadrupolfeld verwendet, da hierdurch aufgrund des Zeemaneffekts eine ortsabhängige Aufspaltung der Resonanzfrequenz des atomaren Übergangs erreicht wird (siehe Abbildung 2.1).

Die verwendete MOT kann Atome bei Raumtemperatur fangen und auf ein bis einige hundert μK herunterkühlen, abhängig von der Art der Atome und der experimentellen Umsetzung. Eine Lithium MOT mit typischerweise $N \approx 10^{-9}$ Atomen kann mit üblichen Aufbauten auf ca. $T \approx 200\mu K$ mit einer Phasenraumdicke in der Größenordnung von 10^{-5} gekühlt werden [Dem07].

3.3 MOTReMi

Die Kombination aus magnetooptischer Falle und Reaktionsmikroskop wird mit der zusammengeführten Abkürzung *MOTReMi* bezeichnet. Ein solcher Aufbau macht es möglich, die typischen reaktionsmikroskopischen Experimente auf sehr kalte, in der MOT gekühlten und gefangenen Atome anzuwenden. Einige der Experimente, die mit einer MOTReMi durchgeführt wurden, umfassen die Untersuchung von Ionisationsprozessen von Alkalimetallen. Das Experiment, an dem diese Arbeit entstanden ist, verfolgt das Ziel, durch eine Erweiterung der MOT um eine Dipolfalle ultrakalte Teilchen zu erzeugen und diese mittels eines Reaktionsmikroskops zu untersuchen. Dazu ist es notwendig, das Isotop ${}^6\text{Li}$ zu verwenden.

Die Schwierigkeit in der Kombination der beiden Aufbauten besteht in der Inkompatibilität der benötigten Magnetfelder: Während für das Betreiben einer MOT ein magnetisches Gradientenfeld notwendig ist, benötigt ein Reaktionsmikroskop ein konstantes magnetisches Feld [Sch12]. Um dieses Problem zu lösen, werden die Magnetfelder nach Laden der MOT umgeschaltet.

Da das Quadrupolfeld der MOT für die Messung mit dem ReMi ausgeschaltet werden muss, sind die Atome nicht länger durch die ortsabhängige Kraft gefangen und können durch Diffusion aus der Falle entkommen. Daher steht für die ReMi Messung nur ein enges Zeitfenster zur Verfügung. Das Abschalten der MOT-Spulen muss entsprechend schnell erfolgen, typischerweise innerhalb weniger hundert μs .

Umgekehrt ist das Betreiben der MOT im homogenen Magnetfeld des ReMi ebenfalls nicht möglich, da das homogene Magnetfeld des ReMi den Feldstärkennullpunkt verschiebt, was die räumliche Position der MOT während des Ein- und Ausschaltprozesses des Gradientenfeldes verändert. Durch diese Verschiebung ändert sich das Fallenvolumen, einige der zuvor gefangenen Atome gehen für die Messung verloren. Zudem verursacht eine Verschiebung des Feldstärkennullpunktes bei ausgeschaltetem Gradientenfeld eine einseitige Kraft auf die Atome, da die Laserstrahlen ihre Polarisation am verschobenen Feldstärkennullpunkt nicht ändern. Auf Grundlage des Zeemaneffekts ist die Absorption eines der Laserstrahlen daher bei ausgeschaltetem Gradientenfeld stärker. Umgehen kann man dieses Problem durch Betreiben der Falle in der sog. vortex-trap-Konfiguration [WFHI92]. Hierbei haben die beiden gegenläufigen Strahlenpaare verschiedene Helizitäten in longitudinaler Richtung, wo-

durch sie bei ausgeschaltetem Gradientenfeld die gleiche Polarisation aufweisen.

3.4 Lasersystem

Um eine effektive Laserkühlung zu gewährleisten, sollte die Bandbreite des Lasersystems kleiner als die natürliche Linienbreite des verwendeten Atomübergangs sein. Für Lithium beträgt die natürliche Linienbreite $\nu_{nat} = 5,87\text{MHz}$ und die Wellenlänge des Übergangs 671 nm [Dem07]. Die relative Stabilität des Lasers sollte also mindestens 10^{-8} betragen [Dem07]. Dies lässt sich durch Verwendung von External-Cavity Diodenlasern (ECDL) erreichen, welche durch wellenlängenselektive Rückkopplung eine geringen Linienbreite besitzen. Im Experiment betreiben wir ECDL, bei denen ein Gitter als frequenzselektives Bauteil dient. Die Gitterposition wird durch einen piezoelektrischen Kristall gesteuert wird. Die Anordnung entspricht dabei der Littrow-Konfiguration, wie sie in Abbildung 3.3 abgebildet ist.

Desweiteren spielt die Laserintensität eine wichtige Rolle. Um die atomaren Übergänge in Sättigung anregen zu können braucht man trotz Rotverschiebung der Laserfrequenzen ca. $2\text{-}3\text{ mW/cm}^2$ für jeden der Strahlen. Da die benötigten optischen Bauteile hohe Verlusten mit sich bringen, sollte das Lasersystem eine Eingangsleistung von mehreren hundert mW erbringen. Um diese Größenordnung zu erreichen, muss der Output der ECDL, der typischerweise bei $10\text{-}30\text{mW}$ pro Laser liegt, durch sog. Tapered Amplifier (kurz TA) verstärkt werden.

Der Aufbau des im Experiment verwendeten Lasersystems ist in Abbildung 3.2 skizziert. Das Lasersystem befindet sich auf einem separaten optischen Tisch in einem Nebenlabor, die benötigten Laserstrahlen für MOT und den sog. Zeeman-Slower werden über optische Fasern zur Experimentierkammer transportiert.

Der Frequenzreferenzlaser (DL100, Toptica) wird mittels einer Gaszelle auf einen Atomübergang stabilisiert, was im Abschnitt 3.4.1 genauer beschrieben wird. Für das Experiment werden nur Strahlen des Seedlasers (DL100, Toptica) ausgekoppelt.

Sowohl Seed- als auch Referenzlaser lassen sich in diesem Aufbau in ein Wavemeter und ein Fabry-Pérot-Interferometer einkoppeln. Durch Öffnen oder Schließen der verschiebbaren Strahlblocker, in Abbildung 3.2 Block 1 und Block 2 genannt, kann man je einen der Laser getrennt vom anderen sowohl mit dem Wavemeter als auch mit dem Fabry-Pérot-Interferometer analysieren. Das Fabry-Pérot-Interferometer erfüllt dabei den Zweck, den Laser auf Modensprünge zu untersuchen. Zusätzlich kann bei Bedarf der Frequenzlaser vollständig geblockt werden und Block 3 geöffnet werden, um den Seedlaser in die Gaszelle einzukoppeln und ein Absorptionsspektrum aufzunehmen. Dies wurde allerdings lediglich zu Kalibrationszwecken der Lasersteuerung durchgeführt. Für den Betrieb im Experiment ist Block 3 immer geschlossen.

Beide Laser werden mittels eines 50/50-Strahlteilers auf einer Photodiode (PDA10A-EC, ThorLabs) überlagert. Dies dient der Frequenzstabilisierung des Seedlasers durch einen Beat-Offset-Lock, der in Kapitel 4 ausführlich beschrieben wird. Der Seedlaser wird nun zweimal verstärkt, zunächst im TA (TA100, Toptica), von welchem ein kleiner Teil der Outputintensität ausgekoppelt wird und im BoosTA (Top-

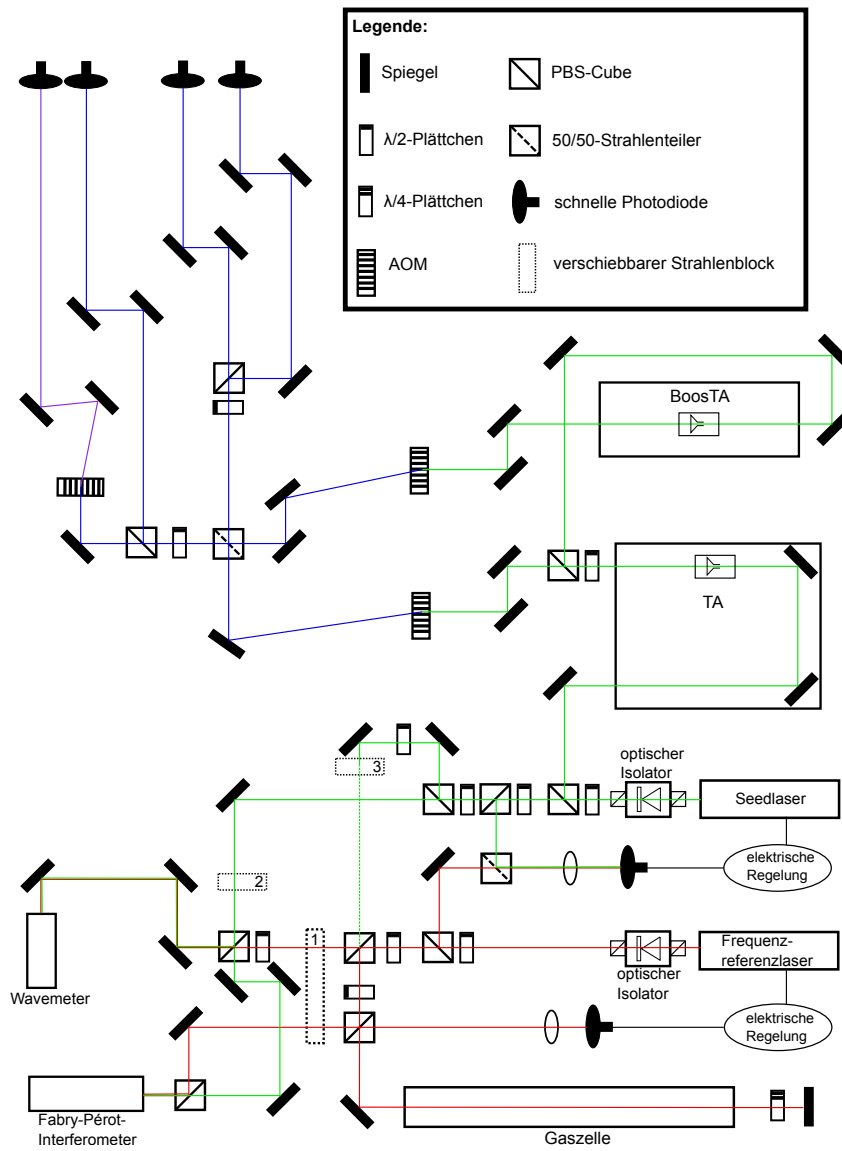


Abbildung 3.2: Schematische Skizze des Lasersystems

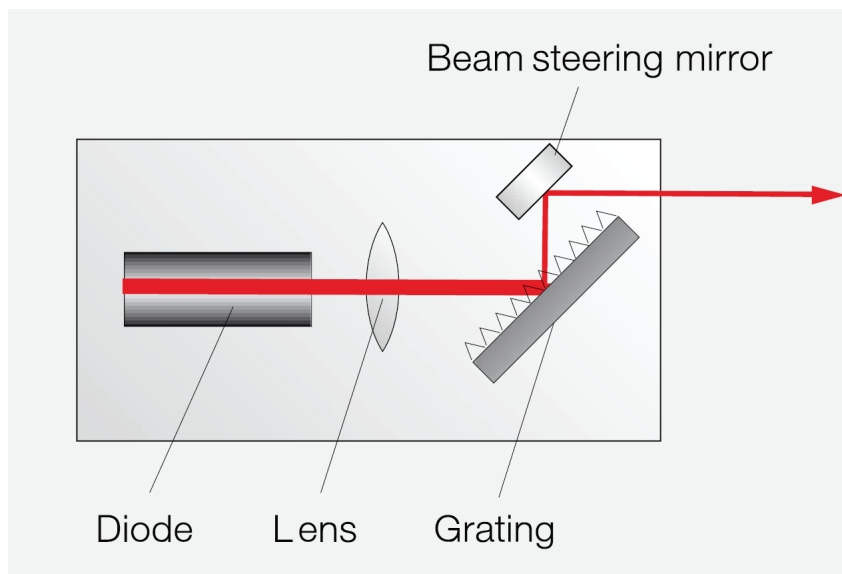


Abbildung 3.3: External Cavity Diode Laser in einer Littrow-Konfiguration. Grafik aus [Top]

tica) verstärkt wird. Die aus den beiden Verstärkern auslaufenden Strahlen werden durch je einen akustooptischen Modulator (kurz AOM) geführt.

Ein AOM besteht aus einem transparenten Festkörper, welcher durch Schallwellen auf eintreffendes Licht wie ein optisches Gitter wirkt, an welchem das Licht gebeugt wird und zudem die Lichtfrequenz um einen bauteilspezifischen Wert verschoben wird. Eine ausführlichere Beschreibung des Aufbaus und der Funktionsweise eines AOM findet sich beispielsweise in [ST07]. Die frequenzverschobenen Strahlen verlassen einen AOM unter einem Beugungswinkel, was in der Skizze angedeutet wird. In unserem Aufbau verwenden wir AOMs, um eine solche Frequenzverschiebung auszunutzen.

Die Dipolübergänge in Lithium vom Grundzustand $^2S_{\frac{1}{2}}$ in den angeregten Zustand $^2P_{\frac{3}{2}}$ sind für kleine Magnetfelder nicht diskret, da die Hyperfeinstruktur des angeregten Zustands kleiner als die natürliche Linienbreite ist. Das Energieniveauschema der S- und P-Zustände von ^6Li ist in Abbildung 3.4 schematisch dargestellt. Man will daher die gleiche Laserleistung für die beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustands verwenden und mit den MOT-Strahlen beide Übergänge anregen. Lockt man den Seedlaser beispielsweise auf den Crossover, der genau zwischen den Übergängen $F = \frac{3}{2}$ (Cooler) und $F = \frac{1}{2}$ (Repumper) liegt (erklärt in Abschnitt 3.4.1), so liegt man mittig im Frequenzabstand von 228 MHz der beiden Übergänge. Durch die beiden verwendeten AOMs wird die Frequenz nun um +114 MHz respektive -114 MHz verschoben, sodass sich - nach erneuter Überlagerung der beiden Strahlen - sowohl die Cooler- als auch die Repumperfrequenzen in den MOT-Strahlen überlagern.

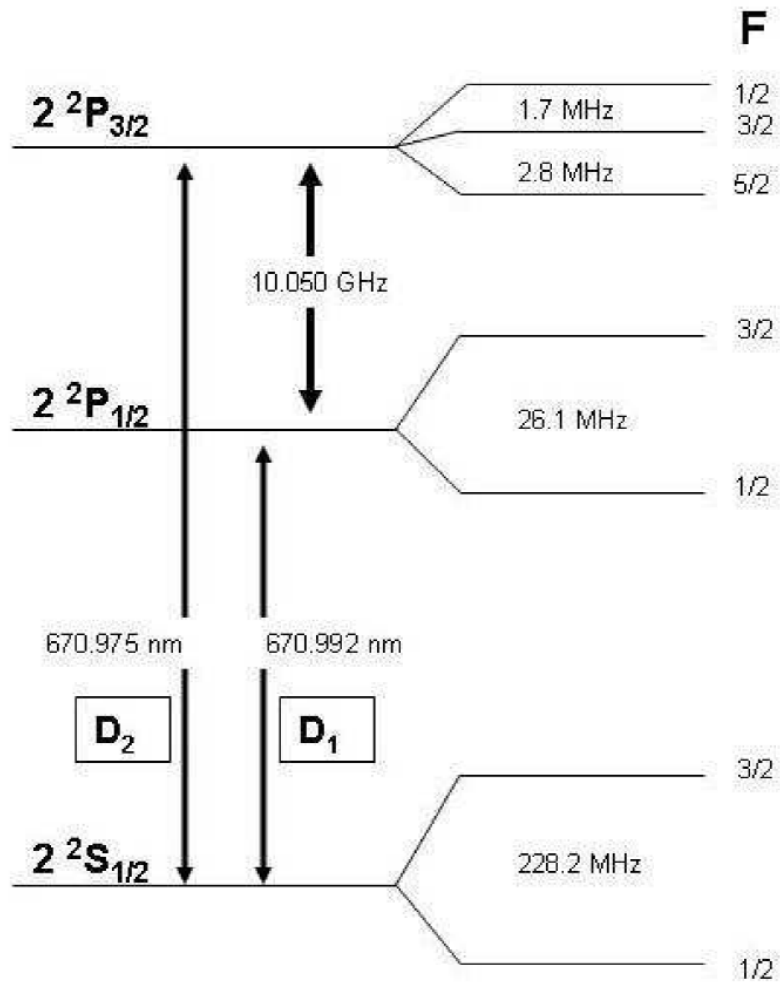


Abbildung 3.4: Energieniveau-Schema der Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturaufspaltung der ${}^6\text{Li}$ S- und P-Zustände. Grafik aus [Car07]

Die Überlagerung findet in unserem Aufbau mittels eines 50/50-Strahlteilers statt. Anschließend wird einer der beiden entstandenen Strahlen nochmals geteilt und in zwei optische Fasern eingekoppelt, welche die horizontalen Strahlen der MOT am Experiment betreiben. Der zweite Strahl des 50/50-Strahlteilers wird ebenfalls geteilt, allerdings in einen Strahl mit hoher und einen mit geringer Intensität. Der Strahl mit geringer Intensität wird in eine optische Faser eingekoppelt und betreibt den vertikalen MOT Strahl am Experiment. Der Strahl mit hoher Intensität wird durch einen weiteren AOM um 70 MHz frequenzverschoben und in eine Faser eingekoppelt, von wo aus er für den Zeeman-Slower bereitgestellt wird. Ein Zeeman-Slower dient der Abbremsung der Atome, die beim Verlassen des Ofens, wo sie ausgeheizt werden, eine zu hohe Geschwindigkeit haben, um mit der MOT gefangen werden zu können. Eine Beschreibung und Erläuterung des Zeeman-Slowers findet sich beispielsweise in [Sch12].

3.4.1 Frequenzstabilisierung

Selbst unter geregelten Laborbedingungen ist ein Laser thermischen Fluktuationen, Vibrationen sowie akustischen und elektronischen Störungen ausgesetzt. Diese Störungen verursachen Frequenzänderungen, die einige Größenordnungen über der benötigten Genauigkeit der Laserfrequenz liegen können. Daher muss die Laserfrequenz aktiv stabilisiert werden. Man spricht hierbei auch von einem Laser-Lock bzw. dem ‐Locken‐ von Lasern (aus dem Englischen: *to lock - feststellen*).

In unserem Experiment wird zunächst einer der beiden verwendeten Laser mithilfe von dopplerfreier Sättigungsspektroskopie gelockt. Anschließend werden die beiden Laser überlagert und der zweite Laser durch einen sog. Beat-Offset-Lock stabilisiert. Im Folgenden soll die dopplerfreie Sättigungsspektroskopie kurz vorgestellt werden, eine ausführlichere Beschreibung findet sich beispielsweise in [Dem07]. Der Beat-Offset-Lock ist in Kapitel 4 genauer beschrieben.

Dopplerfreie Sättigungsspektroskopie

Wir wollen einen der beiden Diodenlaser, in Abbildung 3.2 und im Folgenden mit Frequenzreferenzlaser oder Referenzlaser bezeichnet, auf den Übergang $2^2S_{1/2} \rightarrow 2^2P_{3/2}$ ($F = 3/2 \rightarrow F = 5/2$) von ^6Li stabilisieren, dem sog. Cooler-Übergang [Lom08](siehe Abbildung 3.4).

Hierzu wird der Laser durch eine Gaszelle aus Edelstahl geführt und anschließend rückreflektiert. In der Gaszelle befindet sich auf ca. 300°C erhitztes ^6Li . Der rückreflektierte Strahl wird mithilfe eines $\lambda/4$ Plättchens und eines polarisierenden Strahlteilers ausgekoppelt und mittels einer Photodiode (PDA155, ThorLabs) aufgenommen. Scannt man über die Laserfrequenz, so zeigt das Transmissionssignal durch die Gaszelle ein Doppler-verbreitertes Absorptionsmaximum. Dies kommt zustande, da die Strahlen von beiden Richtungen über einen breiten Frequenzbereich absorbiert werden, bedingt durch die Dopplerverschiebung der Atome. Atome mit einer Geschwindigkeit von Null entlang der Richtung der Laserstrahlen

werden von einem der Strahlen nur auf zwei spezifischen Frequenzen angeregt. Da der Grundzustand dieser Geschwindigkeitsklasse von Atomen bei diesen beiden Frequenzen teilweise entleert ist, wird der in die andere Richtung laufende Laserstrahl weniger absorbiert, was in einer Zunahme der Transmissionsintensität für diese zwei Laserfrequenzen resultiert. Diese Peaks in der Transmissionsintensität werden *Lamb dips* genannt. Die zugehörigen atomaren Übergänge von Lithium sind $|2^2S_{1/2}, F = 3/2\rangle \rightarrow |2^2P_{3/2}, F = 1/2, 3/2, 5/2\rangle$, der sog. Cooler-Übergang, und $|2^2S_{1/2}, F = 1/2\rangle \rightarrow |2^2P_{3/2}, F = 1/2, 3/2, 5/2\rangle$, der sog. Repumper-Übergang [Sim10].

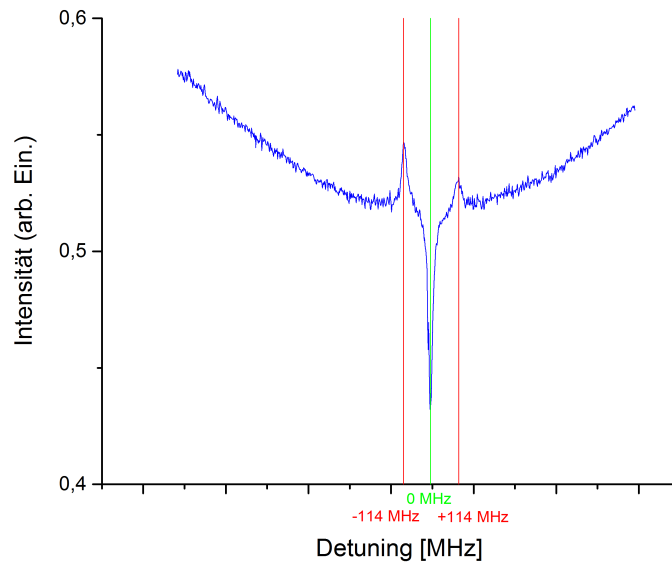


Abbildung 3.5: Transmissionssignal durch die Gaszelle

Da der Abstand der beiden Lamb dips kleiner als das Dopplerprofil im Frequenzbereich der Atome ist, tritt die sog. Crossover-Resonanz genau in der Mitte der beiden Lamb dips auf. Bei dieser Crossover-Frequenz regt einer der Laserstrahlen Atome mit einer spezifischen Geschwindigkeit vom Grundzustand mit $F = 3/2$ an, während der gegenläufige Laserstrahl ebenfalls Atome derselben Geschwindigkeitsklasse anregt, allerdings vom Grundzustand mit $F = 1/2$. Optisches Pumpen führt zu einer schnellen Umverteilung der Grundzustandsbesetzung, so dass keiner der beiden Zustände entleert ist und das Licht am effektivsten absorbiert wird. Ein am Experiment aufgenommenes Transmissionssignal ist in Abbildung 3.5 dargestellt.

Das Transmissionssignal wird mit Hilfe einer schnellen Photodiode (PDA155, ThorLabs) aufgezeichnet. Das Signal der Photodiode wird in das DigiLock (DigiLock110 Feedback Controllyzer, Toptica) geleitet. Das DigiLock ist mit einem Computer verbunden und erlaubt es, den Laser durch eine digitale Ansteuerung

zu locken. Alle dazu notwendigen elektrischen Module sind bereits im DigiLock und der Lasersteuerung enthalten. Für den gewünschten Lock auf den Cooler Übergang erzeugen wir ein Pound-Drever-Hall Fehlersignal am DigiLock, welches der ersten Ableitung der Absorptionslinie entspricht. Auf einen Nulldurchgang dieses Fehlersignals, entsprechend einem Maximum oder Minimum im Absorptionssignal, können wir nun mithilfe von zwei ebenfalls im DigiLock enthaltenen PID-Reglern (siehe Kapitel 2.2) locken. Als Output liefert das DigiLock für je einen der PID-Regler ein Feedbacksignal. Eines der Feedbacksignale regelt die Position des Gitters des Diodenlasers mithilfe eines piezoelektrischen Kristalls, das andere Feedbacksignal regelt die Stromstärke, mit welcher der Laser betrieben wird.

4 Aufbau eines Beat-Offset-Lock

Wie bereits in Abschnitt 3.4.1 erwähnt, kann die benötigte Genauigkeit der Laserfrequenzen aufgrund von äußeren Störungen nur durch eine Frequenzstabilisierung gewährleistet werden.

Ein Beat-Offset-Lock nutzt dabei eine Überlagerung von zwei Lasern, eines Referenzlasers, der separat gelockt wird, und des zu lockenden Lasers, in unserem Experiment mit Seedlaser bezeichnet (da die Tapered Amplifier mit diesem “geseedet“ werden). Der Vorteil des Beat-Offset-Lock ist die Möglichkeit, das Detuning des Seedlaser schnell und einfach zu ändern. In bisherigen Experimenten wurden Änderungen des Detunings von bis zu einigen Gigahertz realisiert.

4.1 Funktionsweise

Namensgebend für den Beat-Offset-Lock ist die Schwebung (aus dem Englischen: “beat“ - Schwebung), die auftritt, wenn zwei Frequenzen nahe genug beieinander liegen. Die Schwebungsfrequenz ist dabei

$$\Delta\nu = |\nu_1 - \nu_2| \quad (4.1)$$

wobei $\Delta\nu$ die Schwebungsfrequenz, ν_1 die Frequenz des einen und ν_2 die Frequenz des anderen Lasers bezeichne [SEG⁺99]. Da für $\Delta\nu \neq 0$ einer der Laser einen Frequenzoffset hat, wird das Verfahren Beat-Offset-Lock oder auch Frequency-Offset-Lock genannt.

Um dieses Schwebungssignal nun zum Locken eines der Laser verwenden zu können, muss daraus ein Fehlersignal produziert werden, welches relative Abweichungen detektiert und regelt. Hierzu wird in unserem Experiment ein Aufbau nach [SEG⁺99] verwendet, in welchem im elektrischen Regelkreis das Schwebungssignal mit einer generierten Frequenz gemischt und anschließend geteilt wird. Einer der Teile wird durch eine sog. Delayline verzögert, bevor die beiden Teile wieder gemischt werden. Dies führt zu einer relativen Phasenverschiebung, mithilfe derer man das Fehlersignal erzeugt [SEG⁺99]. Für die Erzeugung des beigemischten generierten Signals verwendet man Bauteile, welche eine Variation der generierten Frequenz zulassen. In unserem Experiment ist dies ein spannungsgesteuerter Oszillator (Voltage Controlled Oscillator, kurz VCO). Die Outputfrequenz des VCO lässt sich dabei durch Verändern der angelegten Tuningspannung variieren. Dies ermöglicht das Detunen des Lasers, welches ein Ziel des Aufbaus darstellt.

Der genaue Ablauf der Signalerzeugung und elektrischen Regelung im Experiment ist in Abschnitt 4.2.2 erläutert.

4.2 Realisierung am Experiment

Zu Beginn dieser Arbeit sollte ein bestehendes ${}^7\text{Li}$ MOTReMi Experiment auf ${}^6\text{Li}$ umgestellt werden. Für geplante Experimente mit ultrakalten Teilchen ist es sinnvoll, einen Laser zu benutzen, der leicht und über einen großen Frequenzbereich zu detunen ist. Da das Lasersystem neu entworfen und aufgebaut werden sollte, wurde im Zuge dieser Arbeit der Beat-Offset-Lock vollständig integriert. Zudem soll in diesem Abschnitt auf die Realisierung der elektrischen Schaltung zur Regelung der Laserfrequenz eingegangen werden.

4.2.1 Integration in das Lasersystems

Wie eingangs beschrieben, wurde das Lasersystem zum Zeitpunkt dieser Arbeit neu gestaltet. Im bisherigen Laseraufbau wurde ein Diodenlaser verwendet, der mittels dopplerfreier Sättigungsspektroskopie gelockt wurde. Für den Betrieb eines Beat-Offset-Locks wurde ein zweiter Diodenlaser desselben Typs (DL100, Toptica) angeschafft. Der zuvor vorhandene Laser wurde weiterhin durch die dopplerfreie Sättigungsspektroskopie gelockt und diente daraufhin als Frequenzreferenz, zu welchem sich der zweite Laser, mit dem die MOT betrieben werden sollte, verhältnismäßig detunen ließ.

Zudem musste ein Aufbau entworfen werden, in welchem sich beide Laser separat voneinander in ein Wavemeter zur Überprüfung der Laserfrequenz sowie in ein Fabry-Pérot-Interferometer einkoppeln ließen. Dies wurde durch Überlagerung der Strahlen vor dem Wavemeter respektive Fabry-Pérot-Interferometer und verstellbaren Strahlblockern bewerkstelligt, mit welchen jeweils einer der Laser geblockt werden konnte.

Eine Skizze des Laseraufbaus findet sich in Abschnitt 3.4, Abbildung 3.2.

4.2.2 Elektrischer Regelkreis

In Abschnitt 4.1 wurde die generelle Funktionsweise des Beat-Offset-Lock beschrieben. Im Experiment müssen wir das AC-Signal, das wir von der Photodiode erhalten, in ein DC-Signal umwandeln, welches proportional zum Schwebungssignal ist und auf welches wir locken können. Zur Realisierung am Experiment wurden kommerziell erhältliche Mini-Circuits Bauteile verwendet. Der entsprechende Aufbau ist in Abbildung 4.1 skizziert. Dieser Aufbau soll im Folgenden Schritt für Schritt, dem Signal folgend, erläutert werden.

Zunächst wird der DC-Bias (das entspricht einem Gleichstromoffset) des Photodiodensignal mittels eines BIAS-Tee (ZX85-12G-S+, Mini-Circuits) geblockt. Ein BIAS-Tee kann als idealer Kondensator betrachtet werden, der AC Anteile des Signals ungehindert passieren lässt und DC-Bias blockt. Anschließend wird das Signal von einem Splitter (ZMSC-2-1+, Mini-Circuits) geteilt. Ein Splitter teilt die elektromagnetische Leistung der einlaufenden Welle auf zwei Ausgänge auf. Die besondere Eigenschaft ist hierbei die ausgewiesene Richtung, in der die Welle den Splitter

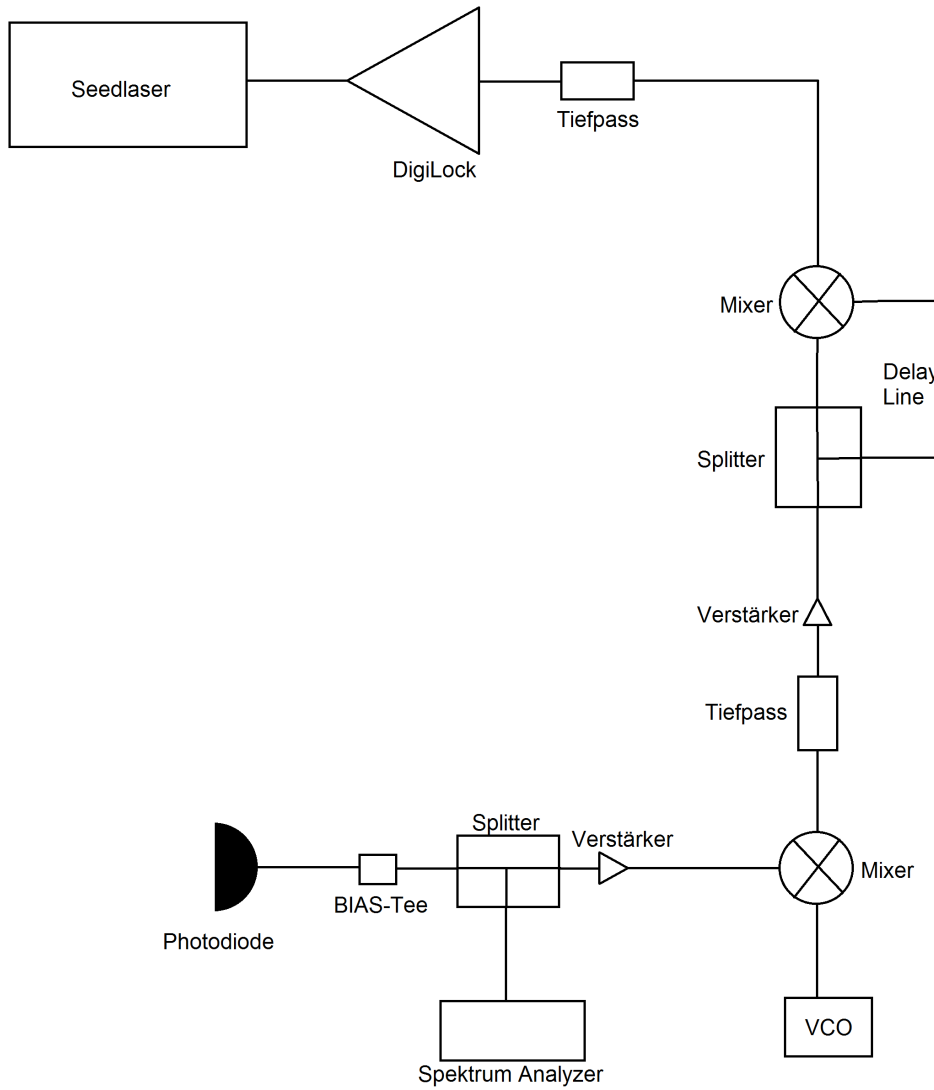


Abbildung 4.1: Skizze der Elektronik des Beat-Offset-Lock

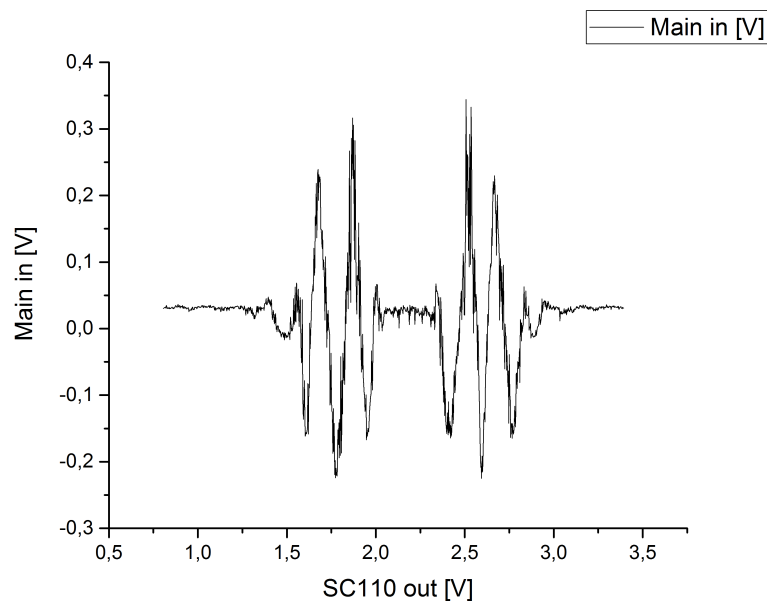


Abbildung 4.2: Fehlersignal des Beat-Offset-Lock

durchlaufen kann. Am Output auftretende Leistungen werden an einen isolierten Port geleitet, wodurch keine Reflexionen oder ähnliche Störungen beim Teilen des Signals auftreten.

Die eine Hälfte des Signals wird über ein BNC Kabel an einen Spektrum Analyser (FSL Spectrum Analyzer, Rohde & Schwarz) angeschlossen, um das Schwebungssignal auch bei eingeschaltetem Lock analysieren zu können, was unter anderem für die Durchführung der Langzeitstabilitätsmessung in Abschnitt 4.3.2 benötigt wurde. Das Schwebungssignal bestätigt zudem die Funktion des Locks. Ein aufgenommenes Schwebungssignal ist in Abbildung 4.3 zu sehen.

Die andere Hälfte des Photodiodensignals wird durch einen Verstärker (ZFL-500LN+, Mini-Circuits) verstärkt und läuft in einen Mixer (ZFM-3-S+, Mini-Circuits), wo es mit dem Signal eines VCO (ZOS-200+, Mini-Circuits) gemischt wird (Beschreibung eines VCO in Abschnitt 4.1). Ein Mixer addiert die Signale nicht nur auf, sondern setzt die Signale um, d.h. der Output besteht aus der Addition und der Differenz der beiden Frequenzen [Roh83]. Als Output des Mixers erhalten wir somit die Frequenzen $\nu_{beat} \pm \nu_{VCO}$, wobei ν_{beat} die Schwebungsfrequenz, also das Photodiodensignal, und ν_{VCO} die VCO Outputfrequenz beschreibe.

Im nächsten Schritt verwenden wir einen Tiefpass (SLP-100+, Mini-Circuits). Ein Tiefpass wird zum Abschneiden von hohen Frequenzen verwendet. Er besitzt eine Grenzfrequenz und lässt Frequenzen, die unter diesem Grenzwert liegen, passieren, während Frequenzen höher als die Grenzfrequenz stark abgeschwächt werden [Roh83]. Das Signal nach dem Tiefpass hat folglich die Frequenz $\nu_{beat} - \nu_{VCO}$. Das

Signal wird nochmals verstärkt (ZFL-500LN+, Mini-Circuits) und durch einen Splitter (ZMSC-2-1+, Mini-Circuits) geteilt. Eine Hälfte des Signals wird ungehindert an einen Mixer (ZFM-3-S+, Mini-Circuits) weitergegeben, die andere Hälfte wird durch ein BNC-Kabel der Länge $L = 2,5$ m, auch mit Delayline bezeichnet, verzögert, bevor es ebenfalls in den Mixer geleitet wird. Dadurch erhält dieser Teil des Signals die Phase $\Phi = (\nu_{beat} - \nu_{VCO})L/c_{Kabel}$. Durch das Mixen der beiden Signale erhalten wir ein Signal, das proportional zu $\cos(\nu_{beat} - \nu_{VCO} \pm (\nu_{beat} - \nu_{VCO} + \Phi))$ ist. Dieses Signal geht nun durch einen Tiefpass (SLP-10.7+, Mini-Circuits), wodurch die hohen Frequenzen abgeschnitten werden. Das Signal ist also proportional zu $\cos(\nu_{beat} - \nu_{VCO} - (\nu_{beat} - \nu_{VCO} + \Phi))$, wodurch effektiv nur die Phase Φ im Kosinus verbleibt. Dieses Signal nennen wir auch das Fehlersignal U_{Error} :

$$U_{Error} \propto \cos\left((\nu_{beat} - \nu_{VCO})\frac{L}{c_{Kabel}}\right) \quad (4.2)$$

Das Fehlersignal wird abschließend in das DigiLock (DigiLock110 Feedback Controler, Toptica) eingekoppelt. Das DigiLock bietet die Möglichkeit, durch zwei interne PID-Regler auf das Fehlersignal zu locken, und sendet die entsprechenden Feedbacksignale an den Diodenlaser.

Ein am Experiment aufgenommenes Fehlersignal ist in Abbildung 4.2 aufgetragen.

Verändert man die VCO-Spannung, sieht man bereits am Fehlersignal deutlich die Auswirkung und kann die Frequenzänderung ebenfalls im Spektrum Analysator beobachten. Für diesen Aufbau ist eine Änderung des Detunings des Laser um bis zu ± 100 MHz möglich, da ein VCO mit einem Frequenzbereich von 200 MHz verwendet wurde.

4.3 Charakterisierung

Nachdem der Beat-Offset-Lock in den Laseraufbau integriert und die Elektronik auf ihre Funktionalität hin geprüft wurde, konnten erste Messungen zur Charakterisierung des Beat-Offset-Lock durchgeführt werden.

Zunächst wurde der Lock auf seine Funktion hin überprüft. Dazu wurde der Lock eingeschaltet und das Schwebungssignal auf dem Spektrum Analysator beobachtet. Abbildung 4.3 zeigt die Aufnahme des Schwebungssignals. Dies genügt bereits als Beweis, dass die Regelung lockt. Verändert man die VCO Frequenz, kann man eine proportionale Veränderung des Schwebungssignals beobachten, was dem gewünschten Verhalten der Regelung entspricht.

Der Aufbau soll im Folgenden charakterisiert werden. Das Hauptaugenmerk lag dabei auf der Stabilität des Locks, da dies die Voraussetzung für weitere Messungen zur Charakterisierung ist.

4.3.1 Optimierung der Regelparameter

Um einen stabile Regelung zu gewährleisten, müssen die Regelparameter, auch Beiwerte genannt (siehe Abschnitt 2.2), optimiert werden. Bei den im DigiLock ver-

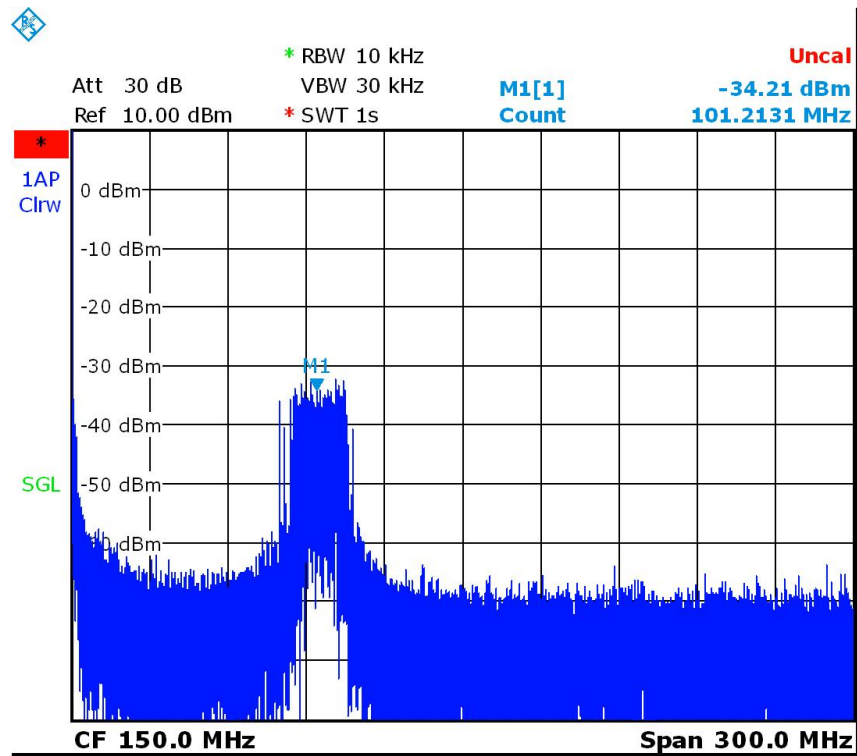


Abbildung 4.3: Schwebungssignal am Spektrum Analysator bei eingeschaltendem Lock

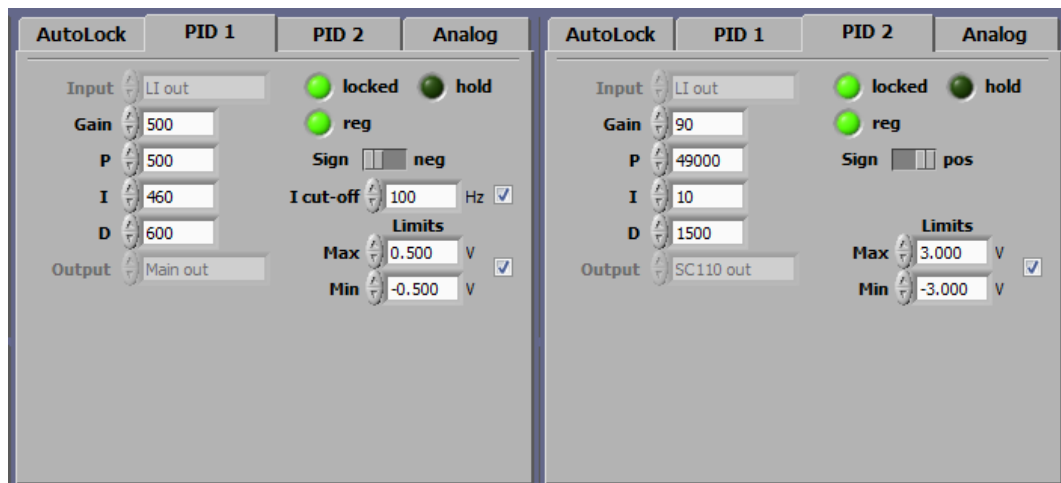


Abbildung 4.4: Optimierte Regelparameter für die PID-Regelung des Referenzlasers

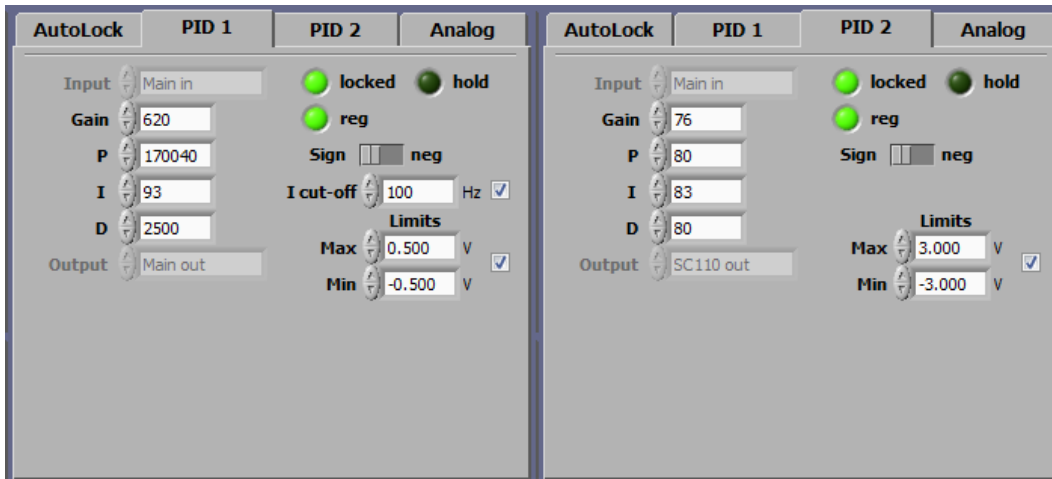


Abbildung 4.5: Optimierte Regelparameter für die PID-Regelung des Seedlasers

bauten digitalen PID-Reglern ist der Output die gewichtete Summe aus P-, I- und D-Regler, die alle durch einen sog. Overall-Gain skaliert werden. Die Optimierung musste dabei für beide Laser (und somit für beide Methoden der Frequenzstabilisierung) durchgeführt werden. Zudem verfügt jedes DigiLock Modul über zwei PID-Regelkreise, die mit PID 1 und PID 2 bezeichnet werden. PID 1 regelt hierbei den am Laser anliegenden Strom und PID 2 regelt die Position des Gitters des Diodenlasers über die Piezo-Spannung.

Für die Optimierung wurde sich an dem Verfahren, welches Toptica im Handbuch des DigiLock110 empfiehlt, orientiert. Es wurde zunächst der Integralbeiwert K_I auf 1 gesetzt, der Proportionalbeiwert K_P und der Differenzierbeiwert K_D jeweils auf 0. Der Overall Gain, im Folgenden auch mit Gain abgekürzt, wurde solange erhöht, bis das System locken konnte. Nun wurden abwechselnd K_I , K_P und der Gain erhöht, bis die Rückkopplungsschleife oszilliert. Dies konnte direkt am DigiLock überprüft werden, welches das aufgenommene Spektrum anzeigen konnte. Eine Oszillation bedeutet in diesem Fall den Übergang zur Mitkopplung der Regelung, d.h. das Feedbacksignal nimmt die Phase und das Vorzeichen des Istwerts des Systems an. Um das System auf den Sollwert zu regeln, benötigen wir jedoch eine Gegenkopplung. Daher wird, sobald die Rückkopplungsschleife oszilliert, der entsprechende Beiwert reduziert, bis die Oszillation verschwindet.

Hat man die Regelung auf diese Weise optimiert, erhöht man wiederum abwechselnd K_I , K_D und den Gain, bis die Rückkopplungsschleife gerade oszilliert. Nun erhöht man die Beiwerte K_I und K_D weiter, um zu Überprüfen, ob sich durch eine Erhöhung der Werte die Oszillation einstellen lässt. Ist dies nicht der Fall, so setzt man sie auf die Werte, bei denen die Rückkopplungsschleife gerade oszilliert und verringert den Gain, bis die Oszillation gestoppt ist.

Mit dieser Methode wurde zunächst die Regelung des Referenzlasers optimiert, da ein gelockter Referenzlaser die Voraussetzung für den Betrieb des Beat-Offset-

Lock ist. Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.4 dargestellt. Anschließend wurden die Regelparameter des Beat-Offset-Lock ebenfalls mit der oben beschriebenen Methode optimiert, die Resultate sind Abbildung 4.5 zu entnehmen.

Kritisch zu betrachten sind die Ergebnisse für den Differenzierbeiwert K_D . Die von Toptica empfohlene Optimierungsmethode macht es schwierig, diesen Beiwert genau einzustellen, da der Integralbeiwert bei der iterativen Erhöhung einen deutlich größeren Einfluss auf das Oszillieren der Rückkopplungsschleife hat. Es ließ sich also lediglich ein Bereich festmachen, in welchem der Differenzierbeiwert optimal regelt.

4.3.2 Messung der Stabilität

Wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, gibt die Allan-Varianz ein Maß für die Stabilität eines Oszillators an. In unserem Fall wollen wir die Stabilität des Locks durch Betrachtung des Schwebungssignals und seiner Stabilität überprüfen. Dazu wurde der Spektrum Analysator mit einem PC verbunden und durch eine Software des Herstellers Rohde & Schwarz ausgelesen. Die Software bot die Möglichkeit, die Allan-Varianz auf drei unterschiedliche Methoden aus den Messwerten zu berechnen. Für die durchgeführten Messungen wurde die frequency counter (Frequenzzähler) Methode ausgewählt, da diese im Vergleich zu den beiden anderen Methoden eine Berechnung der Gesamtmesszeit zuließ, woraus ein Maximalwert für τ berechnet werden konnte. Zudem konnte bei dieser Methode die Frequenzmessung direkt als Input gewählt werden.

Die Messergebnisse sind in Abbildung 4.6 und Abbildung 4.7 dargestellt. Das Programm hat dabei in einem Zeitintervall T die Werte $\sigma(\tau)$ für größer werdende τ aufgenommen, d.h. beginnend beim Minimalwert, im Programm mit $\Delta\tau$ bezeichnet. Der Wert für $\Delta\tau$ ist durch die sweep time am Spektrum Analysator und die Signalübertragungsdauer limitiert und konnte vom Programm berechnet werden.

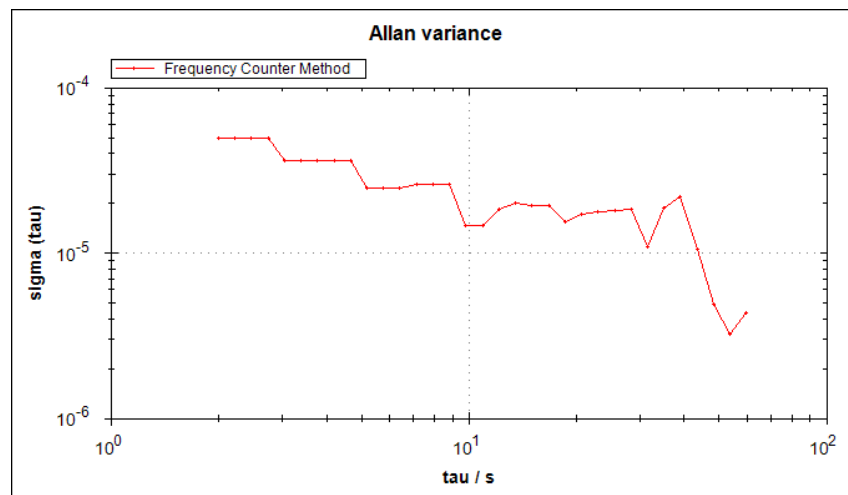


Abbildung 4.6: Messung 1 der Allan-Varianz in kurzem Zeitintervall

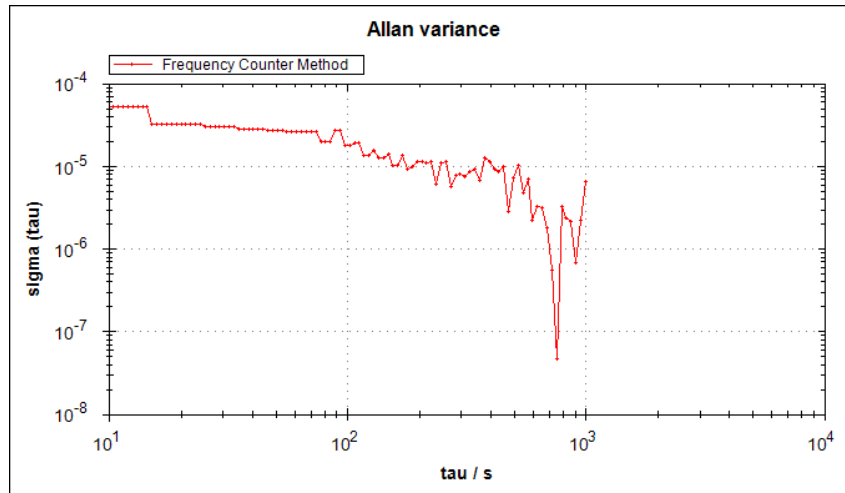


Abbildung 4.7: Messung 2 der Allan-Varianz in langem Zeitintervall

$\sigma(\tau)$ kann, wie in Abschnitt 2.3 beschrieben, als Standardabweichung betrachtet werden. Messung 1, aufgetragen in Abbildung 4.6, wurde für eine kurze Messdauer T von einigen Minuten durchgeführt. Hierbei schwankt $\sigma(\tau)$ zwar um etwa eine Größenordnung, zeigt aber kein unerwartetes Verhalten. Der Lock befand sich nach Abschluss der Messung noch an der zuvor gesetzten Stelle und die Laserfrequenz wurde auf den gewünschten Wert geregelt. Innerhalb kleiner Zeitintervalle erscheint der Lock daher stabil.

Abbildung 4.7 zeigt das Ergebnis von Messung 2, welche für eine - relativ zur ersten Messung - lange Messdauer T von ca. 50 Minuten durchgeführt wurde. Da die Variation von τ bei kleinen Werten beginnt, ist die x-Achse auch proportional zur vergangenen Zeit (allerdings nicht linear proportional). Nach einiger Zeit tritt ein rapider Abfall von $\sigma(\tau)$ um mehr als zwei Größenordnungen auf. Nach Abschluss der Messung befand sich der Lock nicht mehr am ursprünglich gesetzten Punkt, die Laserfrequenz wurde nicht mehr auf den gewünschten Wert reguliert. Der Lock wurde also noch einer gewissen Zeit instabil. Der starke Abfall für $\sigma(\tau)$ kann durch Eigenschaften des Spektrum Analysators erklärt werden. Dieser kann für die Allan-Varianz Messung nur einen kleinen Frequenzbereich aufnehmen. Durch die Instabilität des Locks ist das Schwebungssignal aus diesem Frequenzbereich heraus gewandert, es wurde nur noch ein Untergrund gemessen, für den die Standardabweichung entsprechend niedrig ist.

Eine denkbare Ursache für dieses Verhalten sind nicht ausreichend optimierte PID-Regler Einstellungen. Es wurden die in Abschnitt 4.3.1 vorgenommenen PID-Regler Einstellungen verwendet. Die verwendete Methode zur Optimierung der PID-Einstellungen basiert auf kurzfristiger Betrachtung und ist daher möglicherweise nicht zur Optimierung der Langzeitstabilität des Locks ausgelegt.

Eine mögliche Lösung der Problematik wäre eine iterative Variation der einzel-

nen Reglerbeiwerte in lockenden Gesamtkonfigurationen. Durch Betrachtung der jeweiligen Langzeitstabilität könnte der Einfluss der einzelnen PID-Beiwerte auf die Stabilität des Locks getestet werden und so eine optimale Einstellung gefunden werden.

Anzumerken ist zudem, dass beide Locks, also der des Referenzlasers als auch der des Seedlasers, gleichzeitig optimiert wurden. Aus den Messergebnissen ist nicht ersichtlich, welchen Anteil die einzelnen Locks an der Instabilität des Signals haben. Der oben beschriebene Lösungsansatz muss also iterativ für beide Laser durchgeführt werden.

5 Fazit & Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, einen funktionierenden, stabil laufenden Beat-Offset-Lock für den Laser am ${}^6\text{Li}$ -MOTReMi Experiment aufzubauen. Im Zuge dieser Arbeit wurden folgende Resultate erbracht:

- Es wurde ein neu entworfenes, auf die Bedürfnisse einer ${}^6\text{Li}$ -MOT angepasstes Lasersystem aufgebaut. Im Vergleich zum ${}^7\text{Li}$ -MOTReMi Experiment von [Sch12], auf dessen Basis und mit dessen Ausstattung das Experiment aufgebaut wurde, wurde insbesondere für den Aufbau des Beat-Offset-Locks ein zweiter Diodenlaser sowie die notwendige Optik zur Überlagerung der Laser in den Aufbau integriert. Das Lasersystem wurde so entworfen, dass beide Laser getrennt voneinander sowohl in einem Wavemeter zur Überprüfung der Wellenlänge als auch in einem Fabry-Pérot-Interferometer zur Überprüfung eines einmodigen Betriebs beobachtet werden können.
- Das Ziel eines funktionierenden Beat-Offset-Locks wurde im Rahmen dieser Arbeit erreicht. Die notwendige Elektronik zur Erzeugung eines Fehlersignals aus dem Schwebungssignal der beiden Laserfrequenzen wurde mit kommerziell erhältlichen Bauteilen realisiert. Sowohl die Frequenzstabilisierung des Lasers als auch die Änderung des Detunings mittels des VCO funktionierten.
- Im Hinblick auf die Optimierung des Locks, um eine langfristige Stabilität zu erreichen, wurden erste Schritte unternommen. Durch systematische Einstellung der PID-Regelparameter konnte der Lock für eine kurze Betriebsdauer stabil gehalten werden. Hier bietet sich noch Bedarf, die Parameter in Zukunft weiter zu optimieren, um den Lock auch für lange Betriebsdauern stabil zu halten.

Zur weiteren Verbesserung der PID-Regelparameter könnte beispielsweise auf das Schwebungssignal optimiert werden. Die Halbwertsbreite des Schwebungspeaks gibt dabei ein Maß für die Stabilität des Locks an. Generell wäre zwar auch eine Variation der PID-Schaltung denkbar. Die Möglichkeiten hierfür sind an diesem Aufbau jedoch limitiert, da die PID-Regler intern im DigiLock Modul verbaut sind.

Sobald eine langfristige Stabilität des Locks erreicht werden kann, sind weitere Messungen zur Charakterisierung des Locks denkbar. Besonders naheliegend wäre eine Bestimmung des maximalen Detunings, für welches das System noch stabil lockt. Die Bandbreite des möglichen Detunings ließe sich auch einfach anpassen, indem lediglich der VCO ausgetauscht wird.

Der Aufbau des Lasersystems für eine ${}^6\text{Li}$ -MOT und des Beat-Offset-Locks waren notwendige Schritte, um die langfristige Zielsetzung des Experiments - eine Erweiterung der MOT um eine Dipolfalle, um ultrakalte Atome bis hin zum Bose-Einstein-Kondensat erzeugen zu können - möglich zu machen. Die im Rahmen dieser Arbeit erreichten Resultate können also als Grundstein für die weitere Entwicklung des Experiments hin zu diesem Ziel verstanden werden.

Literaturverzeichnis

- [All75] ALLAN, D.W.: The Measurement of Frequency and Frequency Stability of Precision Oscillators. In: *NBS Technical Note 669* (1975), S. 1–27
- [All87] ALLAN, D.W.: Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators. In: *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, UFFC* 34 (1987), S. 647–654
- [Brü13] BRÜHL, Elisabeth: *Photon and Electron Impact Ionization of Lithium Studied with a MOTReMi*, Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2013
- [Car07] CARR, Adra V.: *Hyperfine Studies of Lithium Vapor using Saturated Absorption Spectroscopy*. 2007
- [CBAC86] CHU, S. ; BJORKHOLM, J. E. ; ASHKIN, A. ; CABLE, A.: Experimental Observation of Optically Trapped Atoms. In: *Physics Review Letters* 57 (1986), Nr. 3, S. 314–317
- [Dem07] DEMTRÖDER, W.: *Laserspektroskopie*. 5., erw. u. neubearb. Aufl. Springer-Verlag, 2007. – ISBN 978–3540337928
- [Ein05] EINSTEIN, Albert: Ueber einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. In: *Annalen der Physik* 322 (1905), Nr. 6, S. 132–148
- [Hin96] HINSCH, Hermann: *Elektronik: Ein Werkzeug Für Naturwissenschaftler*. Springer-Verlag, 1996. – ISBN 978–3540613602
- [Hub13] HUBELE, Renate: *Kinematisch vollständige und zustands-selektive Untersuchung der stoßinduzierten Einfachionisation von Lithium*, Universität Heidelberg, Diss., 2013
- [HW04] HAKEN, Hermann ; WOLF, Hans C.: *Atom- und Quantenphysik: Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen*. 8., aktualisierte u. erw. Springer, 2004. – ISBN 978–3540026211
- [Koh08] KOHNEN, Matthias: *Ultracold Fermi Mixtures in an Optical Dipole Trap*, Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2008
- [Lom08] LOMPE, Thomas: *An apparatus for the production of molecular Bose-Einstein condensates*, Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2008

- [MS99] METCALF, Harold J. ; STRATEN, Peter van d.: *Laser Cooling and Trapping*. Springer, 1999 (Graduate Texts in Contemporary Physics). – ISBN 978–0387987286
- [Ott10] OTTENSTEIN, Timo B.: *Few-body physics in ultracold Fermi gases*, Universität Heidelberg, Diss., 2010
- [Pre14] PRES, Sebastian: *BKT-phase transition in a strongly interaction 2d Bose gas*, Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2014
- [Ram] RAMIAN, F. ; ROHDE&SCHWARZ (Hrsg.): *Time Domain Oscillator Stability Measurement Allan variance*. Rohde&Schwarz
- [Rie15] RIES, Martin G.: *A Two-Dimensional Fermi Gas in the BEC-BCS Crossover*, Universität Heidelberg, Diss., 2015
- [Roh83] ROHE, Karl-Heinz: *Elektronik für Physiker: Eine Einführung in analoge Grundsaltungen*. 2., durchges. Teubner Studienbücher Physik, 1983. – ISBN 978–3519130444
- [SAHW90] SULLIVAN, D.B. ; ALLAN, D.W. ; HOWE, D.A. ; WALLS, F.L.: Characterization of Clocks and Oscillators. In: *NIST Tech Note 1337* (1990)
- [Sch12] SCHURICKE, Michael: *Two and Three Photon Double Ionization of Lithium*, Universität Heidelberg, Diss., 2012
- [SEG⁺99] SCHÜNEMANN, U. ; ENGLER, H. ; GRIMM, R. ; WEIDEMÜLLER, M. ; ZIELONKOWSKI, M.: Simple scheme for tunable frequency offset locking of two lasers. In: *Review of Scientific Instruments* 70 (1999), Januar, Nr. 1, S. 242–243
- [Sim10] SIMON, Philipp: *Apparatus for the preparation of ultracold Fermi gases*, Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2010
- [ST07] SALEH, Bahaa E. A. ; TEICH, Malvin C.: *Fundamentals of Photonics*. 2nd. Wiley-VCH Verlag, 2007. – ISBN 978–0–471–35832–9
- [Ste07] STEINMANN, Jochen: *Multiphoton Ionization of Laser Cooled Lithium*, Universität Heidelberg, Diss., 2007
- [Top] TOPTICA (Hrsg.): *Tunable Diode Lasers*. Toptica, http://www.toptica.com/fileadmin/user_upload/products/Diode_Lasers/Research_Grade/Tunable_Diode_Lasers/toptica_BR_SC_TDL.pdf
- [US03] ULLRICH, Joachim ; SHEVELKO, Viacheslav: *Many-Particle Quantum Dynamics in Atomic and Molecular Fragmentation*. Springer-Verlag, 2003 (Springer Series on Atomic, Optical, and Plasma Physics). – ISBN 978–3540006671

- [WFHI92] WALKER, T. ; FENG, P. ; HOFFMANN, D. ; III, R. S. W.: Spin-polarized spontaneous-force atom trap. In: *Physical Review Letters* 69 (1992), Nr. 15, S. 2168–2171
- [Zü09] ZÜRN, Gerhard: *Realization of an Optical Microtrap for a Highly Degenerate Fermigas*, Universität Heidelberg, Diplomarbeit, 2009

Abbildungsverzeichnis

2.1	Schematische Veranschaulichung der eindimensionalen magnetooptischen Falle. Grafik aus [Sch12]	5
2.2	Zeitintervall der Frequenzmessungen. Grafik aus [Ram]	7
3.1	Schematische Darstellung eines Reaktionsmikroskops. Grafik aus [US03]	9
3.2	Schematische Skizze des Lasersystems	13
3.3	External Cavity Diode Laser in einer Littrow-Konfiguration. Grafik aus [Top]	14
3.4	Energieniveau-Schema der Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturaufspaltung der ${}^6\text{Li}$ S- und P-Zustände. Grafik aus [Car07]	15
3.5	Transmissionssignal durch die Gaszelle	17
4.1	Skizze der Elektronik des Beat-Offset-Lock	21
4.2	Fehlersignal des Beat-Offset-Lock	22
4.3	Schwebungssignal am Spektrum Analysator bei eingeschaltetem Lock	24
4.4	Optimierte Regelparameter für die PID-Regelung des Referenzlasers	24
4.5	Optimierte Regelparameter für die PID-Regelung des Seedlasers	25
4.6	Messung 1 der Allan-Varianz in kurzem Zeitintervall	26
4.7	Messung 2 der Allan-Varianz in langem Zeitintervall	27

Danksagung

Am Ende dieser Arbeit möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich während meines Physikstudiums unterstützt haben und ohne die diese Arbeit nicht zustande gekommen wäre.

ALEXANDER DORN für das entgegengebrachte Vertrauen und die ausgezeichnete Betreuung, für seine geduldigen Erklärungen, die interessanten Gespräche, die vielen praktischen Hilfestellungen beim Aufbau des Experiments und für seinen unermüdlichen Einsatz, der selbst kurzfristige Korrekturen der Bachelorarbeit am Tag vor der Abgabe miteinschloss.

THOMAS PFEIFER für die Aufnahme in die Arbeitsgruppe und das Vermitteln der Bachelorarbeit, für das Übernehmen der Zweitkorrektur der Arbeit und für die stets freundlichen Antworten auf meine Anfragen trotz prall gefülltem Terminkalender.

NIELS KURZ für die tolle gemeinsame Arbeitszeit, die angenehme Atmosphäre im Büro, die vielen Gespräche beim Essen in der Kantine und dafür, dass er mich Vieles im Labor übernehmen ließ, wodurch ich sehr viel praktische Erfahrung sammeln konnte.

CHRISTOPH BOGDA für die Hilfe bei den Arbeiten im Labor, für das Erklären vieler physikalischer Feinheiten und dafür, dass er stets ein offenes Ohr für meine Anliegen hatte.

MICHAEL SCHURICKE für den freundlichen Empfang am Max-Planck-Institut, für die erste Einweisung am Experiment und für die lustigen MPI Anekdoten.

DER GESAMTEN ABTEILUNG PFEIFER für die interessanten Gruppenseminare und das Gefühl, am MPI willkommen zu sein.

ENZO MORETTI UND JAN-LUCA KÜBLER für ihre Nachsicht, dass ich meine "häuslichen Pflichten" in der WG während der Schlussphase meiner Arbeit nicht wahrnehmen konnte.

MEINER FAMILIE und insbesondere MEINEN ELTERN für ihre uneingeschränkte Unterstützung. Ohne euch hätte ich es nicht geschafft.

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 26.08.2015

.....