

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Bachelorarbeit im Studiengang Physik
vorgelegt von

Sandra Bogen

geboren in Stuttgart (Deutschland)

2017

**Laserspektroskopie des
 $1s^2 2s^2 2p^2 P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1-Übergangs
in sympathetisch gekühlten Ar^{13+} -Ionen**

Diese Bachelorarbeit wurde angefertigt von Sandra Bogen
am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg
unter der Betreuung von
Priv.-Doz. Dr. José Ramón Crespo López-Urrutia

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird die Spektroskopie des ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1 Feinstruktur-Übergangs in Ar^{13+} -Ionen bei 441 nm betrachtet. Durch eine Hochpräzisionsspektroskopie soll es möglich werden, die Theorie einer Variation der Feinstrukturkonstante α zu überprüfen. Der hierfür verwendete Versuchsaufbau ermöglicht erstmals eine Spektroskopie von ultrakalten und somit präzise lokalisierten hochgeladenen Ionen. Dazu wurde der Ort der Erzeugung von borartigen Ar^{13+} -Ionen (hochgeladene Ionen), vom Ort der Spektroskopie, einer kryogenen linearen Paulfalle, räumlich getrennt. Hier werden die Ar^{13+} -Ionen sympathetisch in einem Coulombkristall aus einfach geladenen Beryllium-Ionen bis in den mK-Bereich gekühlt. Zur Spektroskopie findet ein langfristig stabiler, einstellbarer 882 nm Titan:Saphir Laser mit einer 100 kHz Linienbreite Verwendung, der durch Frequenzverdopplung resonant zum gewünschten Bereich ist.

Mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation wird die benötigte Spektroskopiezeit zur eindeutigen Detektion spontaner Emission in einem Messbereich analysiert und beurteilt, ob nach einer sechsstündigen Messung bereits ein Signal erahnt werden kann, um die weitere Suche auf diese Bereiche einzugrenzen. Von den im Experiment gewählten sieben Messbereichen sagt die Simulation signalartige Untergrundverläufe in 20 % der Bereiche, also in ein bis zwei Messbereichen, voraus. Unter Anwendung dieser Erkenntnisse wurde die eigentliche Spektroskopie durchgeführt und ein vielversprechender Bereich gefunden, der eine Messung von Oktober 2016 bestätigt.

Abstract

In this thesis the spectroscopy of the ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1 fine-structure-transition in Ar^{13+} -ions at 441 nm was examined. Using high precision spectroscopy a verification of a possible drift in the value of the fine-structure constant α should be possible. The unique experimental setup enables spectroscopy of ultra-cold and hence precisely localized highly charged ions for the first time. For this purpose the production of boron-like Ar^{13+} -ions (highly charged ions) was spatially separated from the spectroscopy which takes place in a cryogenic linear Paul trap. Here the Ar^{13+} -ions are sympathetically cooled to the mK-range in a ${}^9\text{Be}^+$ -Coulomb crystal. For the spectroscopy a long-term stable, but tunable 882 nm Titan:Sapphire laser having a 100 kHz linewidth is used, which after frequency-doubling covers the required range.

With a Monte Carlo Simulation the necessary spectroscopy-time needed for a clear detection of spontaneous emission in a measuring range is analyzed and evaluated, whether a signal could be surmised after a six-hour measurement in order to limit further measurements of this range. The simulation predicts a signal-like background structure in 20 % of the measuring ranges. Out of the seven ranges, this would affect one or two. Using these perceptions a promising measuring range was detected during the actual spectroscopy supporting a measurement from 2016/10.

Inhaltsverzeichnis

1	Motivation	1
2	Grundlagen	5
2.1	Quantenmechanische Grundlagen	5
2.1.1	Struktur der Atome	5
2.1.2	Energieaustausch durch Strahlung	8
2.1.3	Laserspektroskopie	10
2.1.4	Strahlungsübergänge	11
2.2	Hochgeladene Ionen	13
2.2.1	Borartiges Argon	14
2.2.2	Bestimmung des zu untersuchenden Wellenlängenbereichs . .	14
2.2.3	Lebensdauer des Zustands	16
2.3	Monte Carlo Simulation	16
3	Experiment	19
3.1	EBIT	19
3.2	Beamline	21
3.3	Paulfalle	23
3.3.1	HCI's in der Paulfalle	23
3.3.2	Theoretische Grundlagen zur Paulfalle	24
3.3.3	Aufbau der Paulfalle	26
3.3.4	Be ⁺ -Coulomb-Kristall	27
3.4	Laserspektroskopie	30
3.4.1	Referenzlaser	31
3.4.2	Transfer Lock	32
3.4.3	Spektroskopielaser	33
3.4.4	Photovervielfacher	34
4	Simulation des PMT Signals	37
4.1	Die Simulation	37
4.2	Signalinterpretation	40
4.3	Betrachtung des Untergrunds	44
5	Datenauswertung	45
6	Rekapitulation und Ausblick	49
7	Anhang	51

1 Motivation

In der Grundlagenforschung existiert ein essentielles Interesse, fundamentale Naturkonstanten immer präziser zu bestimmen, um die gültigen Theorien bis in Grenzbereiche überprüfen und hinterfragen zu können. Die Atomphysik spielt dabei eine entscheidende Rolle.

Die Laserspektroskopie stellt hierfür eine wichtige Methode dar. Bei dieser wird das Absorptions- bzw. Emissionsverhalten einer Probe in Abhängigkeit von der Wellenlänge einer durchstimmbaren Laserquelle bestimmt. Weil diese Wellenlänge durch verschiedene Methoden sehr präzise bestimmbar ist, erhält man entsprechend präzise Auflösungen der Spektren. Dieser Methode verdanken wir einen großen Teil des heutigen Wissens über atomare oder molekulare Strukturen [1, 2].

Die spektroskopische Untersuchung von hochgeladenen Ionen (engl. Highly Charged Ions, kurz HCI) gewinnt dabei immer mehr an Bedeutung. HCIs kommen zwar in kosmischen Objekten wie Sternen, Supernovä oder aktiven galaktischen Kernen in natürlicher Form vor [3], allerdings nicht auf der Erde. Seit 1986 [4] gibt es sogenannte Elektronenstrahl-Ionenfallen, diese werden zur künstlichen Erzeugung und Speicherung von HCIs, was Voraussetzung für eine erfolgreiche Laserspektroskopie ist, verwendet. Es handelt sich dabei also noch um ein sehr junges Gebiet der Wissenschaft. Die wachsende Bedeutung der HCIs basiert darauf, dass relativistische und quantenelektrodynamische Effekte mit zunehmender Kernladung Z verstärkt werden.

Die HCIs sind damit für eine genauere Bestimmung des g -Faktors, der den Quotienten zwischen dem gemessenen und dem aus der klassischen Physik berechneten magnetischen Moment darstellt [5], genauso geeignet wie für genauere optische Uhren [6–9]. Ebenso sind sie für die exakte Bestimmung der Feinstrukturkonstante α , die die Kopplungsstärke der elektromagnetischen Wechselwirkung beschreibt, und die man aus den spektroskopisch bestimmten Energieniveaus ableiten kann, prädestiniert. Damit ist eine Messung an HCIs auch extrem sensitiv gegenüber einer zeitlichen Änderung der Feinstrukturkonstante α [10].

α hat für das Leben, wie wir es heute kennen, eine essentielle Bedeutung. Junge Sterne produzieren durchgehend ${}^4\text{He}$ durch Verbrennung von H, ältere Sterne ab einer gewissen Masse können hingegen die für die uns bekannte Form von Leben grundlegenden Elemente ${}^{12}\text{C}$, ${}^{14}\text{N}$ und ${}^{16}\text{O}$ durch die Reaktionen



1 Motivation

produzieren [11]. Wie Rechnungen durchgeführt in [12] zeigen, ist der genaue Wert von α für diese Prozesse essentiell. Wäre α nur 4% größer oder kleiner, würde 30 – 100 mal weniger Kohlenstoff oder Sauerstoff produziert werden und wir wären vermutlich nicht hier um uns darüber Gedanken zu machen.

Basierend auf einer Messung der Strahlung von sehr hellen Quasaren, welche Milliarden von Lichtjahren von der Erde entfernt sind [13], wurde erst vor wenigen Jahren eine Theorie zur Nichtkonstanz von α aufgestellt. Vielmehr soll α durch einen räumlichen Dipol über kosmologische Distanzen [10, 13, 14] variieren. Dies steht im Widerspruch zur Allgemeinen Relativitätstheorie, in der α als Konstante betrachtet wird. Die Theorie der α -Variation kann bei der Suche nach Leben im Universum hilfreich sein, da durch diesen Gradienten der Bereich des Universums bestimmt werden kann, in dem α die richtige Größe für die Reaktionen aus 1.1 und 1.2 hat. Die Theorie besagt eine relative Änderung auf der Erde von $10^{-19}/\text{yr}$ [15], da sich die Erde in diesem räumlichen Dipol bewegt. Dies soll experimentell in Laboren auf der Erde überprüft werden. Dazu werden Übergangsenergien von Feinstrukturaufspaltungen in Atomen mit hoher Präzision gemessen und über einen Zeitraum von einem Jahr verglichen.

Momentan ergibt sich allerdings durch Vergleichen von Hg⁺- und Al⁺-Atomuhren eine α -Variation von $\dot{\alpha}/\alpha = (-1,6 \pm 2,3) \cdot 10^{-17}/\text{yr}$ [16]. Zur Verifikation der Theorie müssen demzufolge Übergänge betrachtet werden, deren Sensitivität gegenüber einer α -Variation zwei Größenordnungen höher ist.

Um dies zu erreichen, muss die Auflösung der Spektrallinien des Übergangs verbessert werden. Wie allgemein in der Spektroskopie üblich, limitiert die kinetische Energie der zu untersuchenden Atome die Auflösung der Spektrallinien durch die Dopplerverbreiterung. Am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg wurde erstmalig ein Experiment aufgebaut, welches hochgeladene Ionen in den mK-Bereich kühlt. Dies verspricht die Möglichkeit, die Messgenauigkeit um die gewünschten zwei bis drei Zehnerpotenzen zu erhöhen. Eine genaue Beschreibung dieser Apparatur ist Teil der vorliegenden Bachelorarbeit.

Das Experiment wird benutzt, um den $1s^2 2s^2 2p^2 P_{3/2} \rightarrow 2P_{1/2}$ M1 Übergang in Ar¹³⁺-Ionen präzise zu vermessen. Ein Grund für die Wahl dieses Übergangs ist, dass dessen Wellenlänge bereits durch vorherige Experimente ([17–21]) so genau bekannt ist, dass mit einem schmalbandigen Spektroskopielaser der wahrscheinlichste Bereich abgetastet werden kann. Die beste spektroskopische Untersuchung für diesen Übergang in Ar¹³⁺-Ionen ergab bisher eine Auflösung von ~ 400 MHz [17]. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine genauere Laserspektroskopie dieses Übergangs angestrebt.

Erzeugt werden die hochgeladenen Ionen wie üblich in einer Elektronenstrahl-Ionenfalle (engl. Electron Beam Ion Trap, kurz: EBIT), dabei sind die HCIs Millionen von Kelvin heiß. Die notwendige Kühlung kann nur erreicht werden, wenn der Ort der

Messung vom hochenergetischen Ort der Ionenerzeugung räumlich getrennt wird. Dies unterscheidet die Apparatur von allen bisher verwendeten, bei denen diese Trennung nicht existiert und die HCIs folglich nur durch Verdampfungskühlung gekühlt werden konnten. Die sich dadurch ergebenden Temperaturen erzeugen allerdings immer noch eine zu große Doppler-Verbreiterung der Spektroskopielinie für Hochpräzisionsspektroskopie. Bei dem im Rahmen dieser Bachelorarbeit verwendeten Aufbau hingegen werden die HCIs aus der EBIT durch eine Beamline weiter in eine kryogene lineare Paulfalle geleitet. In dieser herrscht eine Temperatur von 6 K. Zusätzlich werden die HCIs hier in einem lasergekühlten Kristall aus Be^+ -Ionen sympathetisch auf wenige mK gekühlt.

In diesem gekühlten Zustand wird der $^2P_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ M1 Übergang der Ar^{13+} -Ionen bei einer Wellenlänge von 441 nm untersucht. Dazu wird ein durchstimmbarer, hochpräziser Titan:Saphir Laser bei einer Wellenlänge von 882 nm verwendet, dessen Frequenz anschließend verdoppelt wird.

Mit einer solchen Hochpräzisionsspektroskopie lässt sich theoretisch eine Verbesserung um drei Größenordnungen erreichen, also eine α -Variation von $10^{-20}/\text{yr}$ [22] nachweisen.

2 Grundlagen

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit notwendigen Konzepte vorgestellt. Es werden die zum Verständnis notwendigen Grundlagen der Quantenmechanik erläutert, wie das Messprinzip der Laserspektroskopie funktioniert, warum Ar^{13+} -Ionen als HCI verwendet werden und in welchem Wellenlängenbereich die Laserspektroskopie durchgeführt wird. Anschließend wird erklärt, worum es sich bei einer Monte Carlo Simulation handelt und warum diese beim Versuchsdesign nützlich ist.

2.1 Quantenmechanische Grundlagen

2.1.1 Struktur der Atome

Der erste Schritt im Verständnis des Atomaufbaus, wie wir ihn heute kennen, war das 1913 von Nils Bohr postulierte semiklassische Atommodell [23]. Dessen Hauptaussage besteht darin, dass die Elektronen in der Atomhülle in verschiedenen Orbitalen um den Kern verteilt sind und sich diese in Schalen mit der Quantenzahl n einteilen lassen. Dabei hat jede Schale eine charakteristische Energie. Die in der Hülle vorkommenden Energien der Elektronen sind somit diskrete Energieniveaus E_n und kein Energiekontinuum [24].

Mit der Schrödingergleichung, die diese diskreten Energieniveaus im Atom erklärt, können diese Energieniveaus E_n in der Quantenmechanik auch mit Wahrscheinlichkeiten rechnerisch bestimmt werden. Die Schrödingergleichung 2.1 kann allerdings keine Erklärung für die Feinstrukturaufspaltung liefern.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}, t) \right) \psi(\vec{r}, t), \quad (2.1)$$

wobei m die Masse des Teilchens, \vec{r} sein Ort, Δ der Laplace-Operator und t die Zeit darstellen.

Die Feinstrukturaufspaltung ergibt sich erst aus der relativistisch korrekten Dirac-Gleichung 2.2.

$$\left[i\hbar \sum_{\mu=0}^3 \gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - mc \right] \psi(x) = 0, \quad (2.2)$$

dabei sind γ^μ die konstanten Gamma-Matrizen und x der Vierervektor (x_0, x_1, x_2, x_3) . Die Dirac-Gleichung ist im Gegensatz zur Schrödingergleichung Lorentz-invariant und beschreibt in linearer Form automatisch einen Spin des Elektrons, der über sein

2 Grundlagen

magnetisches Moment an den Drehimpuls des Orbitals koppelt [25] - wie in Gleichung 2.3 dargestellt.

Außer der daraus resultierenden Feinstruktur-Aufspaltung, ergeben sich noch relativistische Korrekturen der Energieniveaus (Gleichung 2.4, 2.5). Mit der Dirac-Gleichung kann die Struktur des Wasserstoffatoms, bei der es sich um die einfachste atomare Struktur handelt, sogar analytisch exakt gelöst werden, was im Folgenden dargestellt ist.

- Spin-Bahn-Kopplung:

$$\Delta E_{\text{LS}} = -E_n \cdot \frac{Z^2 \alpha^2}{2n} \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{l(l+1)(l+1/2)} \quad (2.3)$$

- relativistische Massenzunahme:

$$\Delta E_{\text{rel}} = -E_n \cdot \frac{Z^2 \alpha^2}{n^2} \left(\frac{3}{4} - \frac{n}{l+1/2} \right) \quad (2.4)$$

- Darwin Term:

$$\langle \Delta E_{\text{D}} \rangle = -E_n \cdot \frac{Z^2 \alpha^2}{n} \quad (2.5)$$

mit der Feinstrukturkonstante α , der Hauptquantenzahl n , der Bahndrehimpulsquantenzahl l , der Spinquantenzahl s und der Hüllendrehimpulsquantenzahl j . Insgesamt gilt für die Feinstrukturaufspaltung unter der Annahme $l = j \pm 1/2$:

$$\Delta E_{\text{FS}} = \Delta E_{\text{LS}} + \Delta E_{\text{rel}} + \Delta E_{\text{D}} = -E_n \cdot \frac{Z^2 \alpha^2}{n} \left(\frac{3}{4n} - \frac{1}{j+1/2} \right) \quad (2.6)$$

Um das absolute Energieniveau zu bestimmen, muss ΔE_{FS} aus Gleichung 2.6 zum Energieniveau E_n , das sich aus der Schrödingergleichung ergibt, addiert werden.

Aber auch Gleichung 2.6 beschreibt die Realität nicht exakt. Erst nach Einführung der Quantenelektrodynamik (QED) durch Quantisierung des elektromagnetischen Feldes versteht man die sogenannte Lamb-Verschiebung [26], die die Aufspaltung zwischen den $^2P_{1/2}$ und den $^2S_{1/2}$ in der gleichen Schale beschreibt. Die Lamb-Verschiebung wird durch die Selbstenergie der Elektronen und die Polarisation des Vakuums verursacht [27, 28].

Sowohl die Feinstrukturaufspaltung als auch die Lamb-Verschiebung für das Wasserstoffatom sind in Grafik 2.1 dargestellt.

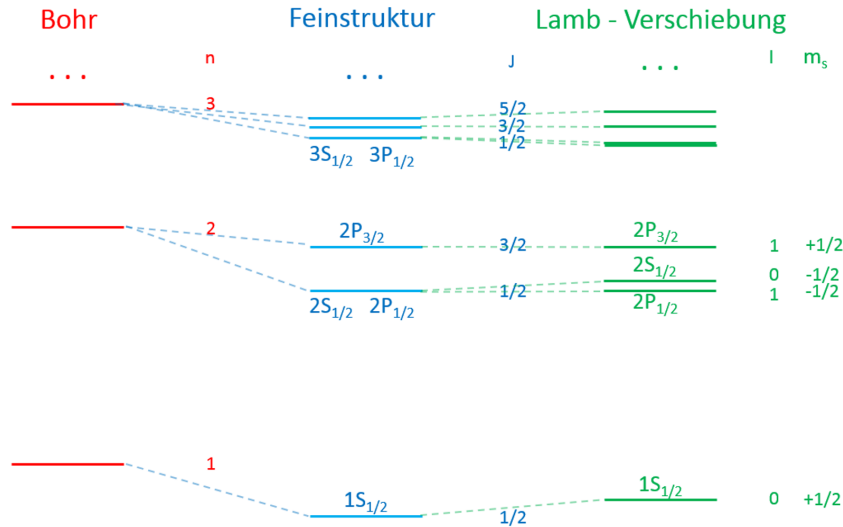


Abbildung 2.1: Feinstrukturaufspaltung und Lamb-Verschiebung der Energieniveaus des Wasserstoffatoms.

Experimentelle Tests theoretischer Vorhersagen der QED sind oft schwer realisierbar, da – außer beim Wasserstoffatom – in der Realität die von der QED abhängigen und unabhängigen Effekte nicht separat gemessen oder analytisch berechnet werden können. In der theoretischen Forschung kommen deshalb Modelle basierend auf der Störungstheorie zum Einsatz. Werden allerdings Systeme mit einer hohen Kernladung Z verwendet, dann werden die relativistischen und QED Effekte, die beide mit hoher Potenz von Z skalieren, verstärkt und unabhängige Effekte verlieren an Bedeutung. Aus genau diesen Gründen eignen sich hochgeladene Ionen, auf die später noch genauer eingegangen wird, für eine Messung zur Variation der Feinstrukturkonstante [29].

Die Feinstrukturenergieniveaus können außerdem durch ein äußeres Magnetfeld noch weiter aufgespalten werden. Für ein starkes Magnetfeld \vec{B} werden der Bahndrehimpuls \vec{L} und der Elektronenspin \vec{S} entkoppelt, hierbei handelt es sich um den Paschen-Back-Effekt [30]. Für ein schwaches Magnetfeld \vec{B} , bleibt die Kopplung zwischen dem Bahndrehimpuls \vec{L} und dem Elektronenspin \vec{S} zum Gesamthüllendrehimpuls \vec{J} erhalten, man spricht vom Zeemaneffekt [30].

Beim Zeemaneffekt wird das Energieniveau eines J -Zustands (Feinstrukturzustand) in all seine möglichen Projektionen m_j auf die durch das Magnetfeld definierte Achse aufgespalten. Für die m_j gilt [30]:

$$-|\vec{J}| \leq m_j \leq |\vec{J}| \quad (2.7)$$

Dabei gilt für die m_j außer der Bedingung aus Gleichung 2.7 noch zusätzlich, dass der Übergang von zwei benachbarten m_j ganzzahlig sein muss. Somit wird ein Energieniveau eines \vec{J} -Zustands durch den Zeemaneffekt in $2J + 1$ Niveaus aufgespalten.

2 Grundlagen

Für die Energiedifferenz zum Niveau ohne Magnetfeld gilt der Zusammenhang [30]

$$\Delta E_{ZE} = g_j \mu_B m_j B, \quad (2.8)$$

wobei μ_B das Bohr'sche Magneton und g_j der Landé Faktor sind.

Beim Paschen-Back-Effekt werden, wie bereits erwähnt, Bahndrehimpuls \vec{L} und Elektronenspin \vec{S} einzeln betrachtet und somit sind die Energiedifferenzen zum ursprünglichen Feinstrukturenergieniveau des \vec{J} -Zustands ohne Magnetfeld in Analogie zum Zeemaneffekt gegeben durch [30]:

$$\Delta E_{PB} = \mu_B (m_l + g_s m_s) B, \quad (2.9)$$

wobei $-|\vec{L}| \leq m_l \leq |\vec{L}|$ und $-|\vec{S}| \leq m_s \leq |\vec{S}|$ gilt.

Die Laserspektroskopie, die im Rahmen dieser Bachelorarbeit durchgeführt wurde, wurde nicht in der EBIT, wo HCIs erzeugt und gespeichert werden können, sondern in der von Magnetfeldern so gut wie möglich abgeschirmten Paulfalle durchgeführt. Deshalb müssen wir die durch ein Magnetfeld verursachten Aufspaltungen im Idealfall nicht berücksichtigen. Wir wollen also die reinen Zustände messen, sonst müssten für die Energieniveaufspaltungen der Feinstruktur die Stabilität und Exaktheit der Stärke des Magnetfeldes mit berücksichtigt werden.

Wird für die Energieaufspaltungen auch noch der Kernspin \vec{I} betrachtet, dann kommt es zur Hyperfeinstrukturaufspaltung. Dabei koppelt der Kernspin \vec{I} an den Hüllendrehimpuls \vec{J} zum Gesamtdrehimpuls $\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$. F kann hierbei die Werte von $|J - I|$ bis $|J + I|$ im Abstand von eins annehmen.

2.1.2 Energieaustausch durch Strahlung

Durch Photonenanregung kann ein gebundenes Elektron von einem Zustand Z_i zu einem höheren Zustand Z_k mit den Energien ε_i bzw. ε_k angeregt werden $Z_i + \gamma \rightarrow Z_k$, wenn die Energie des eingestrahlt Photons $E_\gamma = h\nu$ mindestens der Energiedifferenz $\varepsilon_k - \varepsilon_i$ der Energielevel besitzt. Dabei ist h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz des Photon. Ist dies der Fall, kann das Photon absorbiert werden [1]. Dieser Vorgang ist in Grafik 2.2 (a) dargestellt. Diese Absorption findet aber nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit statt.

Die Wahrscheinlichkeit P_{ik} , dass ein Photon mit der Frequenz ν absorbiert wird und ein Elektron vom Zustand i in den Zustand k anregt, wird beschrieben durch [31]:

$$P_{ik} = B_{ik} \cdot \rho(\nu) \quad (2.10)$$

Hierbei beschreibt ρ die Strahlungsdichte, ν die Frequenz der Photonen und B_{ik} den Einstein-Koeffizient der Absorption [1]. Dieser ergibt sich mit dem Übergangsmatrixelement $|M_{ik}|$ und dem statistischen Gewicht g_i zu [1, 31]:

$$B_{ik} = \frac{1}{g_i} \cdot \frac{2\pi^2}{3\varepsilon_0 h^2} \cdot |M_{ik}|^2, \quad (2.11)$$

Im Zeitintervall dt folgt dieser Prozess dem Wahrscheinlichkeitsgesetz

$$dW = P_{ik} dt = B_{ik} \rho(\nu) dt \quad (2.12)$$

Ebenso ist ein Übergang aus dem Zustand Z_k mit Energie ε_k in den Zustand Z_i mit der Energie ε_i unter Abgabe einer Strahlungsenergie von $\varepsilon_k - \varepsilon_i$ möglich. Diese Strahlungsenergie wird normalerweise in Form eines oder in seltenen Fällen auch in Form mehrerer Photon(en) $X^* \rightarrow X + n\gamma$ ausgesendet [1]. Die Emission kann sowohl spontan (siehe Grafik 2.2 (b)), als auch induziert durch ein äußeres Feld (siehe Grafik 2.2 (c)) stattfinden.

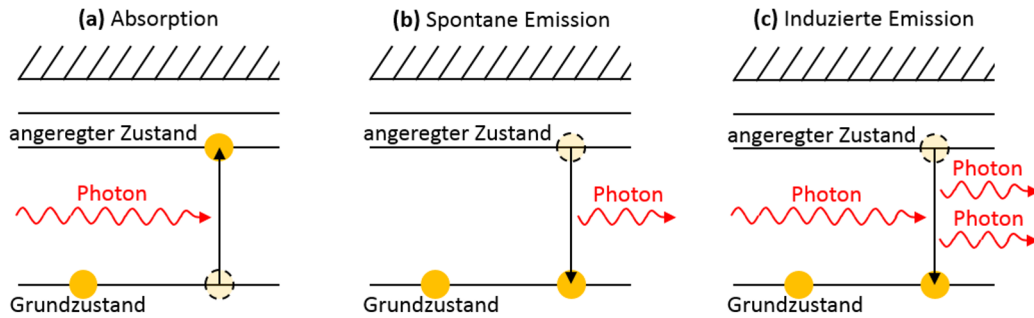


Abbildung 2.2: Wird ein Elektron durch ein Photon auf ein angeregtes Energieniveau gehoben, spricht man von Absorption (a). Der umgekehrte Prozess – also die Abregung aus einem angeregten Zustand – kann sowohl spontan (b) als auch induziert durch ein weiteres Photon (c) stattfinden. (angelehnt an [32])

Die Wahrscheinlichkeit dW , dass eine spontane Emission in einem Zeitintervall dt stattfindet, wird beschrieben durch [31]

$$dW = A_{ik} dt, \quad (2.13)$$

wobei $A_{ik} = \frac{1}{g_k} \cdot \frac{16\pi\nu^3}{3\varepsilon_0\hbar c^3} \cdot |M_{ik}|^2$ als Einstein-Koeffizient der spontanen Emission bezeichnet wird, mit dem statistischen Gewicht g_k [1, 31].

Je nachdem in welchem Zustand das Ion sich gerade befindet, kann eine Einstrahlung zu einer Anregung (Absorption) oder einer Abregung (induzierte Emission) führen. Bei der induzierten Emission kann das Strahlungsfeld einen Abregungsprozess vom Zustand Z_k zum Zustand Z_i verursachen, wobei die Strahlungsenergie $\varepsilon_k - \varepsilon_n$ frei wird. Das hierzu korrespondierende Wahrscheinlichkeitsgesetz ist

$$dW = B_{ki} \rho(\nu) dt, \quad (2.14)$$

wobei B_{ki} Einstein-Koeffizient der induzierten Emission genannt wird [1].

2 Grundlagen

Ebenso kann ein Ion nun vom Zustand Z_i in den Zustand Z_k übergehen, indem es die Strahlungsenergie $\varepsilon_k - \varepsilon_i$ absorbiert. Das Wahrscheinlichkeitsgesetz für diesen Prozess ist bereits in Gleichung 2.12 dargestellt.

Die Koeffizienten B_{ik} und B_{ki} sind durch die statistischen Gewichtungen g_i und g_k , die als Kennzeichnung der Entartung von quantenmechanischen Zuständen dienen, miteinander verknüpft [1].

$$g_i B_{ik} = g_k B_{ki} \quad (2.15)$$

Sind die Einstein-Koeffizienten Null, dann nennt man den Übergang Dipol-verboten.

2.1.3 Laserspektroskopie

Mithilfe der Laserspektroskopie sollen atomare Strukturen untersucht werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit soll mit dieser Methode der ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1 Übergang in Ar^{13+} spektroskopiert werden. Dazu wird ein schmalbandiger durchstimmbarer Laser verwendet, der den Übergang in der Probe anregen soll, die anschließende spontane Emission stellt dann das zu messende Signal dar. Wird die Frequenz ν des Lasers in dem zu untersuchenden Frequenzbereich kontinuierlich variiert, ergibt sich nur genau dann eine erhöhte Zählrate der vom Ar^{13+} emittierten Photonen, wenn die Laserfrequenz in Resonanz mit dem Übergang in der Probe war [2]. Kann kein Übergang angeregt werden, dann interagiert das Licht nicht mit der Probe, somit ist diese für das Licht transparent [2].

Die Abregung des angeregten Zustands durch Emission eines Photons kann, wie bereits beschrieben, sowohl spontan als auch induziert stattfinden. Bei der induzierten Emission werden Photonen nur während der Lasereinstrahlung und in Strahlrichtung kohärent emittiert. Die spontane Emission hingegen findet unabhängig von der Einstrahlung und in alle Raumrichtungen statt und kann somit auch bei ausgeschaltetem Laser gemessen werden. Werden genügend Photonen während der Messzeit detektiert, sodass sich das Signal deutlich vom Grundrauschen abhebt, verifiziert dies, dass zuvor eine Anregung stattgefunden hat und die eingestrahlte Laserwellenlänge somit resonant mit dem Übergang war. Der Detektor, ein Photonenvervielfacher, muss hierbei nur Photonen erkennen und nicht deren Wellenlänge bestimmen können. Dies hat allerdings auch zur Folge, dass Streulicht aufwendig minimiert werden muss. Das detektierte Signal wird in Abhängigkeit von der jeweils eingestrahlten Laserwellenlänge dargestellt und bildet somit ein Spektrum.

Je schmalbandiger der Laser ist, desto besser ist das Auflösungsvermögen. Denn je geringer die Frequenzschwankung der gleichzeitig eingestrahlten Photonen ist, desto präziser kann die nötige Energie des in Resonanz gehenden Übergangs bestimmt werden [2]. Aus diesem Grund ist die Erzeugung eines solchen Lasers ebenfalls ein wichtiger Teil des Aufbaus dieses Experimentes.

2.1.4 Strahlungsübergänge

Berechnet man die Übergangsmatrixelemente zwischen zwei Übergängen, stellt man folgendes fest: Nähert man das Photon als elektrischen Dipol, so sind manche Übergänge erlaubt und manche verboten, ergeben also Null als Übergangswahrscheinlichkeit. Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind von der Quantenzahl des Ausgangs- und Endzustandes abhängig. Berechnen wir die Übergänge des magnetischen Dipols, die die nächst schwächeren Übergänge sind, gibt es ebenso wieder verbotene und erlaubte Übergänge. Gleiches gilt für die nächst schwächeren Übergänge, die Übergänge des elektrischen Quadrupol. In der Tabelle 2.1 sind die Regeln dargestellt, wann ein Übergang in der jeweiligen Näherung erlaubt ist. Hierbei werden die Übergänge geringerer Wahrscheinlichkeit nur relevant, wenn die höheren verboten sind. Dabei gilt:

- J die Gesamthüllendrehimpulsquantenzahl
- L die Gesamtbahndrehimpulsquantenzahl
- S die Gesamtspinquantenzahl
- m_J die gesamt magnetische Quantenzahl
- l Bahndrehimpulsquantenzahl

Die Parität π , die ebenfalls in Tabelle 2.1 betrachtet wird, bezeichnet die Symmetrie gegenüber einer Raumpiegelung. Dabei bleibt die Zeit erhalten und alle drei Ortskoordinaten wechseln ihr Vorzeichen: $(t, x, y, z) \rightarrow (t, -x, -y, -z)$. Ändert sich ein System nach dieser räumlichen Spiegelung nicht, spricht man von einer geraden Parität $\varphi(\vec{x}) = \varphi(-\vec{x})$. Erhält man nach Spiegelung der Raumkoordinaten ebenfalls ein gespiegeltes System, ist die Parität ungerade $\varphi(\vec{x}) = -\varphi(-\vec{x})$. Jedes Energieniveau hat nun eine gerade oder ungerade Parität. Abhängig von der Art des Übergangs haben Ausgangszustand und Endzustand die gleiche oder unterschiedliche Parität. Je nachdem ob beide Energieniveaus gerade Parität / ungerade Parität ($\pi_f = \pi_i$) haben oder ob ein Niveau eine gerade und das andere eine ungerade ($\pi_f = -\pi_i$) Parität hat, sind bestimmte Übergangsarten möglich.

Die Polarisation des Photons wird durch Δm_J bestimmt. Ist $\Delta m_J = 0$, dann ist es linear polarisiert π_z . Bei $\Delta m_J = \pm 1$ liegt eine zirkulare Polarisation $\sigma_{L/R}$ des Photons vor.

Die elektrischen Dipolübergänge (E1) stellen die wahrscheinlichsten Übergänge dar und werden als erlaubte Übergänge bezeichnet [33]. Für magnetische Dipolübergänge (M1) und elektrische Quadrupolübergänge (E2) ist das elektrische Dipolmoment Null, die Abregung findet über einen sogenannten verbotenen Übergang statt. Durch die Energie-Zeit-Unbestimmtheitsrelation haben diese Übergänge eine kleinere Linienbreite und der Ausgangszustand ist sehr stabil. Die Relation zeigt, dass die Breite der lorentzförmigen Spektrallinie durch das Inverse der Lebensdauer τ gegeben ist: $\Delta E = \hbar/\tau$ [34]. Diese Übergänge werden zwar als verboten bezeichnet, sind aber

2 Grundlagen

dennoch möglich, finden nur mit geringerer Wahrscheinlichkeit als E1-Übergänge statt.

Tabelle 2.1: Übergangsregeln für diskrete Zustandsübergänge (nach [24, 29, 33, 35]).

	(E1), elektrische Dipolübergänge „erlaubt“	(M1), magnetische Dipolübergänge „verboten“	(E2) elektrische Quadrupolübergänge „verboten“
1.	$\Delta J = 0, \pm 1$ (nicht $J = J' = 0$)	$\Delta J = 0, \pm 1$ (nicht $J = J' = 0$)	$\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2$ (nicht $J = J' = 0$, oder $J = 0$ und $J' = 1$, oder $J = J' = \frac{1}{2}$)
2.	$\Delta m_J = 0, \pm 1$ (nicht $J = J' = 0$)	$\Delta m_J = 0, \pm 1$ (nicht $J = J' = 0$)	$\Delta m_J = 0, \pm 1, \pm 2$
3.	ungleiche Parität $\pi_f = -\pi_i$	gleiche Parität $\pi_f = \pi_i$	gleiche Parität $\pi_f = \pi_i$
4.	$\Delta l = \pm 1$ Δn beliebig	$\Delta l = 0$ $\Delta n = 0$	$\Delta l = 0, \Delta n = 0$ oder $\Delta l = 0, \pm 2, \Delta n$ beliebig
5.	Wenn $\Delta S = 0$ $\Delta L = 0, \pm 1$ (nicht $L = L' = 0$)	Wenn $\Delta S = 0$ $\Delta L = 0$	Wenn $\Delta S = 0$ $\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2$ (nicht $L = L' = 0, 1$)
6.	Wenn $\Delta S = \pm 1$ $\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2$	Wenn $\Delta S = \pm 1$ $\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2$	Wenn $\Delta S = \pm 1$ $\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ (nicht $L = L' = 0$)

Außer M1 und E2 gibt es noch sehr viele weitere Übergänge, allerdings handelt es sich bei M1 und E2 um die mit der nächst geringeren Übergangswahrscheinlichkeit nach E1 und somit werden hier nur diese betrachtet. Da die Übergangswahrscheinlichkeiten für verbotene Übergänge mit hoher Potenz der Kernladung zunehmen, können diese für HCIs für eine Messung stark genug sein [29].

Beim $1s^2 2s^2 2p^2 P_{3/2} \rightarrow 2P_{1/2}$ Übergang gilt:

- $\Delta J = -1$ ($3/2 \rightarrow 1/2$)
- $\Delta M_J = -1$
- Ausgangs- und Endzustand haben gleiche Parität
- $\Delta l = 0$ ($1 \rightarrow 1$), $\Delta n = 0$ ($2 \rightarrow 2$)
- $\Delta S = 0$ und $\Delta L = 0$

Somit handelt es sich bei diesem Übergang um einen elektrisch verbotenen, allerdings um einen magnetisch erlaubten Dipolübergang.

2.2 Hochgeladene Ionen

Unter einem hochgeladenen Ion (HCI) versteht man ein Ion, dem viele Elektronen zum ursprünglichen Atom fehlen. Was genau *viele* bedeutet, ist allerdings nicht klar definiert; meist jedoch wird diese Bezeichnung ab einem Verlust der Hälfte der Elektronen benutzt [36].

Hochgeladene Ionen sind für die Forschung von großem Interesse, da sie zum Fortschritt in vielen Gebieten – beispielsweise für die Teilchenphysik außerhalb des Standard Modells aber auch der Astrophysik – beitragen [37].

Bei HCIs ist das elektromagnetische Feld für die Valenzelektronen nahe zum schweren Atomkern sehr stark, somit steigt die Bindungsenergie dieser mit zunehmender Ladung des Ions stark an. Dies führt zu einem Eindringen der räumlichen Wellenfunktion der Elektronen in den Kern [37], wodurch sich fundamentale Elektron-Kern-Wechselwirkungen untersuchen lassen. Zudem werden relativistische und QED Effekte, die zunächst durch das neutrale Wasserstoffatom verstanden wurden, in hochgeladenen Ionen verstärkt, was diese zu gut geeigneten Kandidaten zur Überprüfung von theoretischen Vorhersagen mit hoher Präzision macht. Deshalb sind HCIs beispielsweise extrem sensitiv gegenüber einer Variation der Feinstrukturkonstante α . Auch die Lage der Energieniveaus sowie die Energieaufspaltungen der Feinstruktur werden stark von der Kernladungszahl Z beeinflusst, so skaliert die Lage der Energieniveaus durch das Coulomb Potential mit Z^2 und die Feinstruktur-Energieaufspaltung ungefähr mit Z^4 bei gleicher Elektronenzahl [36].

Für die Spektroskopie im Allgemeinen ist es wichtig, systematische Effekte, die die Genauigkeit der Messung beeinflussen, so gut wie möglich zu reduzieren. Diesen Vorteil bieten hochgeladene Ionen durch ihre eben genannten Eigenschaften gegenüber neutralen Atomen oder einfach geladenen Ionen. Spektroskopische Messungen an hochgeladenen Ionen wurden bereits durchgeführt [3, 32], allerdings liegen diese Übergänge im Röntgenbereich und bieten keine Möglichkeit für schmalbandige Laserspektroskopie. Dies wird durch Untersuchen von Ionen mit Energieniveaureuzungseffekten (engl.: level crossing) [14] möglich. Beginnend bei der Madelung-Ordnung im neutralen Atom steigt der Einfluss des Kernpotentials je mehr Elektronen entfernt werden. Ist nur noch ein Elektron übrig, liegt also ein wasserstoffartiger Zustand vor, dann ist eine Elektronenwechselwirkung nicht mehr signifikant und es gilt die Coulomb-Ordnung. Irgendwo zwischen diesen zwei Extremen kommt es zu einer Kreuzung der beiden und Orbitale überschneiden sich. In diesem Bereich eliminieren sich Beiträge zur Bindungsenergie annähernd und es ergibt sich eine atomare Struktur mit einer Vielzahl an optischen Übergängen. Das HCI Ir^{17+} , in dem sich das $4f$ und das $5s$ Orbital überschneiden, hat nach theoretischen Berechnungen die höchste Sensitivität gegenüber einer α -Variation [10]. Bevor hier allerdings eine Hochpräzisionsspektroskopie durchgeführt werden kann, müsste der Übergang zunächst noch genauer untersucht werden.

2.2.1 Borartiges Argon

In diesem Experiment wurde borartiges Ar^{13+} als Test-HCI für Hochpräzisions-spektroskopie an ultra-kalten HCIs gewählt, da es einen wohlvermessenen optischen Übergang besitzt [17], der sowohl starke Beiträge zur QED, als auch eine lange Lebensdauer, resultierend in einer schmalen Linienbreite, besitzt. Wir interessieren uns für den $2s^22p^2P_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ M1 Feinstrukturübergang. Dieser Übergang ist als elektrischer Dipolübergang (E1) verboten, daher hat der Zustand $^2P_{3/2}$ eine große Lebensdauer und der Übergang eine sehr kleine Linienbreite. Die Wellenlänge des betrachteten Übergangs liegt mit 441 nm im optisch sichtbaren Bereich und ist durch vorausgegangene Experimente (siehe Tabelle 2.2) bereits genau genug für die Durchführung einer Hochpräzisionsspektroskopie bekannt. Die bisher beste Laserspektroskopieauflösung ergab eine Auflösung von ~ 400 MHz [17]. Ziel des im Rahmen dieser Bachelorarbeit verwendeten Experiments ist es, eine um zwei bis drei Größenordnungen genauere Auflösung zu erlangen.

2.2.2 Bestimmung des zu untersuchenden Wellenlängenbereichs

Aus historischen Gründen erfolgt die Angabe des resonanten Übergangs nicht mit der Frequenz, sondern mit der Wellenlänge, die zudem in Luft und nicht in Vakuum angegeben wird. Dies gilt somit auch für die Angaben der experimentell in vorhergegangenen Experimenten bestimmten resonanten Wellenlänge des $2s^22p^2P_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ M1 Übergang in Ar^{13+} . Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Tabelle 2.2 zusammengetragen.

Für die Bestimmung der Übergangsenergie $E = h \cdot c / \lambda$ wird jedoch die Wellenlänge in Vakuum λ_{Vakuum} und nicht die Wellenlänge in Luft λ_{Luft} verwendet. Aus diesem Grund wird im Folgenden die wahrscheinlichste Vakuumwellenlänge λ_{Vakuum} basierend auf den Messergebnissen in Tabelle 2.2 bestimmt.

Tabelle 2.2: *Zuvor bestimmte resonante Wellenlängen in Luft für den $2s^22p^2P_{3/2} \rightarrow ^2P_{1/2}$ M1 Übergang in Ar^{13+} durchgeführt in einer EBIT.*

Paper/ Quelle	Jahr	Wellen- länge λ [nm]	Unsicherheit $\Delta\lambda$ [nm]	Anmerkung
[17]	2011	441,25568	0,00026	
[18]	2006	441,2556	0,0001	
[19]	2007	441,2559	0,0001	in Freiburg
[20]	2003	441,2563	0,0004	in Heidelberg
[21]	2004	441,2561	0,0003	mit Ar^+ Linie
[38]	1997	441,24	0,003	

Zunächst wird dazu aus den experimentell bestimmten Wellenlängen in Luft der mit den Unsicherheiten gewichtete Mittelwert bestimmt. Hierbei wird die Messung aus dem Jahr 1997 jedoch nicht berücksichtigt, da diese verglichen mit den anderen sehr viel ungenauer ist.

Als Gewichtungsfaktor zur Mittelwertbestimmung wird hierbei der Kehrwert der Ungenauigkeit im Quadrat verwendet:

$$g_{\text{Skalierung},i} = \frac{1}{(\Delta\lambda_i)^2} \quad (2.16)$$

Damit lassen sich dann die Standardabweichung σ und der Mittelwert λ_{Luft} berechnen:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{\sum_i g_{\text{Skalierung},i}}} = 0,00007 \text{ nm} \quad (2.17)$$

$$\lambda_{\text{Luft}} = \frac{\sum_i \lambda_i \cdot g_{\text{Skalierung},i}}{\sum_i g_{\text{Skalierung},i}} = 441,25578 \text{ nm} \quad (2.18)$$

Insgesamt ergibt sich also ein Mittelwert von $\lambda_{\text{Luft}} = (441,25578 \pm 0,00007) \text{ nm}$ (2.18) für die resonante Wellenlänge in Luft. Hierbei wird angenommen, dass eine Temperatur von 15°C , ein Luftdruck von 101325 Pa , ein CO_2 Gehalt von $0,033\%$ und eine Luftfeuchtigkeit von 0% herrscht. Für uns ist allerdings die Wellenlänge im Vakuum λ_{Vakuum} von Interesse. Zur Bestimmung dieser wird eine Formel für den Brechungsindex n [39], der zu den eben genannten Parametern passt, verwendet. Hier werden die Wellenlängen in μm eingesetzt.

$$(n - 1) \cdot 10^8 = \frac{5791817}{238,0185 - (\frac{1}{\lambda_{\text{Vakuum}}})^2} + \frac{167909}{57,362 - (\frac{1}{\lambda_{\text{Vakuum}}})^2} \quad (2.19)$$

$$n = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{\lambda_{\text{Luft}}} \quad (2.20)$$

Somit muss die Gleichung:

$$\frac{5791817}{238,0185 - (\frac{1}{\lambda_{\text{Vakuum}}})^2} + \frac{167909}{57,362 - (\frac{1}{\lambda_{\text{Vakuum}}})^2} - (\frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{\lambda_{\text{Luft}}} - 1) \cdot 10^8 = 0 \quad (2.21)$$

für λ_{Vakuum} gelöst werden. Als Lösung erhält man:

$$\lambda_{\text{Vakuum}} = (441,37970 \pm 0,00007) \text{ nm} \quad (2.22)$$

Um den so bestimmten Mittelwert wird im Rahmen dieser Bachelorarbeit ein Bereich von $\pm 2,2\sigma$ untersucht.

2.2.3 Lebensdauer des Zustands

Die Lebensdauer des $\text{Ar}^{13+} 1s^2 2s^2 2p^2 P_{3/2}$ Zustands wurde in einer EBIT auf $9,574(4)(5)$ ms [40] bestimmt, wobei die erste Unsicherheit den statistischen und die zweite den systematischen Fehler darstellt. Dort wurde mit Verdampfungskühlung gekühlt, wobei man HCIs aus der Falle verliert [41]. Die geringsten erreichten Temperaturen waren hierbei allerdings nicht für eine Hochpräzisionsspektroskopie ausreichend. Um die Messung durch effizientere Kühlung zu verbessern, wird nun der Ionen-Erzeugungsprozess, bei dem die HCIs Millionen von Kelvin heiß sind, vom Ort der Spektroskopie, die desto präziser funktioniert, je kälter es ist, räumlich getrennt.

2.3 Monte Carlo Simulation

Die Monte Carlo Simulation ist eine Lösungsstrategie, die näherungsweise Ergebnisse vorhersagt, die analytisch schwer oder gar nicht berechenbar sind. In unserem Fall wird eine Monte Carlo Simulation benutzt, um vorhersagen zu können, welche Messzeit benötigt wird, um abhängig von der Stärke des Streulichts, der Halbwertsbreite des eingestrahlten Lasersignals und der Signalstärke, verursacht durch die emittierten Photonen, ein Signal erkennen zu können.

Das Prinzip einer Monte Carlo Simulation ist wie folgt (im eindimensionalen Fall): Man kenne zu einem beliebigen Anfangswert x den Ergebniswert $A(x)$. Es ist also bekannt, wie sich das System im Einzelfall verhält. Nun seien in der Realität die Anfangswerte x mit einer Wahrscheinlichkeit $P(x)$ vorhanden. Man möchte wissen, was sich daraus als Mittelwert (und Standardabweichung) im statistischen Mittel über x ergibt; also was $\langle A \rangle = \sum_{x \in \Omega} P(x)A(x)$ gemittelt über alle x ist, bzw. $\langle A \rangle = \int P(x)A(x)dx$ bei kontinuierlichen Werten [42].

Wenn dies nun rechnerisch zu schwer zu lösen ist, sucht man Abhilfe durch eine näherungsweise Berechnung. Dazu generiert man eine Reihe von Werten x_i , welche mit einer Häufigkeit gemäß $P(x)$ auftreten. Hierbei handelt es sich um den ersten wichtigen Schritt der Methode. Eine detailliertere Erklärung dieses Schrittes folgt später im Text.

Mit diesen Werten x_i berechnet man als nächstes $\sum_{i=1}^N A(x_i)$. Die Monte Carlo Methode zeigt nun, dass es sich hierbei um einen Näherungswert für $\langle A \rangle$ handelt, der sich mit wachsendem N immer stärker dem wahren Wert von $\langle A \rangle$ annähert [43]. Statt einer komplexen Arithmetik, benötigen wir also nur eine Summation.

Zur Generierung der Reihe von Werten x_i mit der richtigen Verteilung $P(x)$, benötigt man zunächst gleichverteilte Zufallszahlen als Ausgangsgröße und in einem zweiten Schritt werden daraus dann Werte mit der gewünschten Verteilung $P(x)$ generiert. Dies wird im folgenden detaillierter erklärt.

Echte Zufallszahlen kann man nur durch Messung von statistischen Messgrößen erzielen. Im Computer erzeugt man hingegen Pseudo-Zufallszahlen, die sich unwesentlich von echten Zufallszahlen bezüglich ihrer Verteilung unterscheiden. Da-

für gibt es Verfahren, wie sich durch geschickte Wahl der Größen a , c und m mit $x_{i+1} = (ax_i + c) \bmod m$ genau gleichverteilte Pseudo-Zufallszahlen ergeben [43]. Anschließend sollen aus diesen Zufallszahlen Zahlen mit der gewünschten Verteilung $P(x)$ generiert werden. Auch hierfür gibt es bestimmte Verfahren. Es seien hier zwei genannt:

1. Kann man aus der Verteilung $P(x)$ die kumulierte Verteilung $F(x)$ samt deren Umkehrfunktion $F^{-1}(x)$ berechnen, dann ergeben gerade die Werte $y_i = F^{-1}(x_i)$ die gewünschte Verteilung [44].
2. Ist eine derartige Berechnung nicht möglich, hilft auch hier eine Näherungsfunktion. Hierfür gibt es mehrere Methoden:

- Rejection Sampling

Diese Methode wird auch in der von uns benutzten Monte Carlo Simulation benutzt.

Hierbei wird das Maximum M der Verteilung $P(x)$ ausgewählt, um durch $\frac{P(x)}{M}$ zu gewährleisten, dass nur Werte bis eins vorkommen. Anschließend werden gleichverteilte Zufallszahlen x_i im gewünschten Intervall, sowie weitere Zufallszahlen u_i im Intervall $[0,1)$ erzeugt. Falls nun $u_i < \frac{P(x_i)}{M}$ ist, dann wird x_i übernommen, sonst verworfen. Die nach dieser Methode verbleibenden x_i passen sich dann der gewünschten Verteilung $P(x)$ [42, 44] an; je mehr Zufallszahlen verwendet werden, desto besser passt die Simulation zur eigentlichen Verteilung $P(x)$.

Diese Methode ist durch die vielen Verwerfungen langsam.

Kennt man eine Funktion $q(x)$, für die man bereits Zufallszahlen generiert hat und für die $P(x) \leq Mq(x)$ gilt, dann wird der Vorgang mit $u_i < \frac{P(x_i)}{Mq(x_i)}$ durchgeführt. So muss man weniger Zahlen verwerfen [43].

- Importance Sampling

Hier wird das Integral $I(A) = \int_a^b A(x)P(x) dx$ angenähert, indem innerhalb der Integrationsgrenzen N gleichmäßig verteilte Zufallszahlen erzeugt werden und dann gemäß $I_N(A) = \frac{b-a}{N} \cdot \sum A(x_i)P(x_i)$ summiert werden. Dabei wird die Näherung der Summe an das Integral desto besser, je größer N ist [45, 46].

Auch in diesem Fall hilft es, wenn man Zufallszahlen mit einer Verteilung $q(x)$ kennt, deren Abweichung zu $P(x)$ hinreichend klein ist. Dann berechnet man $I(A) = \int_a^b A(x)w(x)q(x) dx$ mit $w(x) = \frac{P(x)}{q(x)}$, indem man wieder $I_N(A) = \frac{b-a}{N} \cdot \sum A(x_i)w(x_i)q(x_i)$ summiert. Wenn man nun nicht gleichmäßig verteilte Zufallszahlen sondern Zufallszahlen gemäß der bekannten Funktion $q(x)$ verwendet, dann vereinfacht sich die Summe zu $I_N(A) = \frac{b-a}{N} \cdot \sum A(x_i)w(x_i)$. Nimmt man Zufallszahlen, deren Verteilung genau mit P übereinstimmen, dann eliminiert sich w sogar.

2 Grundlagen

- MCMC Markov Chain

Hat man ein endliches diskretes Spektrum an Zufallszahlen x - also x_i - und kennt die Wahrscheinlichkeit, mit der von einer Zufallszahl zu den jeweils anderen gewechselt wird, dann kann man daraus beispielsweise mit dem sogenannten Metropolis-Hastings Algorithmus [47, 48] eine Reihe von Zufallszahlen generieren. Dabei sorgt der Metropolis-Hastings Algorithmus für die Berücksichtigung der Übergangswahrscheinlichkeiten. Diese werden in eine Matrix geschrieben, deren Eigenvektor die mittlere Verteilung der Zufallszahlen in der Reihe beschreibt.

Somit können wir die Reihe von Werten x_i mit der richtigen Verteilung im Computer realisieren. Ein berühmtes Beispiel ist die Berechnung der Zahl π , bei der gleichverteilte Zufallszahlen im Einheitsquadrat generiert werden und dann ausgezählt wird, wie viele von einer Ecke einen Abstand kleiner eins haben. Dies müssen $\frac{\pi}{4}$ sein [43].

3 Experiment

In diesem Kapitel wird der Gesamtaufbau mit den zur Spektroskopie des ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1 Übergangs in Ar^{13+} -Ionen essentiellen Komponenten vorgestellt. Zunächst müssen die hochgeladenen Ionen erzeugt werden. Dazu wird eine Elektronenstrahl-Ionenfalle verwendet, in der Ar^{Q+} -Ionen erzeugt werden. Diese werden pulsartig in eine Beamline, welche die EBIT mit der Paulfalle verbindet, geleitet, wo HCIs mit $Q = 13$ selektiert werden. Da die Ionen bei der Extraktion noch eine hohe kinetische Energie von $680 \text{ eV}/Q$ [22] haben, müssen sie vor Eintritt in die Paulfalle abgebremst werden. Dies geschieht mit Hilfe eines Abbremspotentials in der Beamline, welches sowohl die Energie als auch die Breite der Energieverteilung der HCIs reduziert. In der Paulfalle werden die HCIs durch einen lasergekühlten Coulomb-Kristall aus einfach geladenen Berylliumionen eingefangen und sympathetisch gekühlt. Für dessen Erzeugung wird ein Berylliumofen, ein Ionisationslaser und ein Kühllaser benötigt, der den Kristall und damit auch indirekt die eingefangenen Argonionen kontinuierlich kühlt. Für die Spektroskopie des gespeicherten HCIs wird ein stabilisierter, stimmbarer Spektroskopielaser und ein Photovervielfacher (engl. photomultiplier tube, PMT) für die Signaldetektion verwendet. Für die Bildaufnahme wird eine CCD-Kamera (engl. charge coupled device) genutzt.

3.1 EBIT

Die HCIs werden in einer EBIT produziert. Die EBIT besteht aus der Elektronenkanone (EG), der Falle (DTs) und dem Kollektor (CO). Anhand von Abbildung 3.1 wird die Funktionsweise der EBIT erläutert.

Zunächst wird auf die Elektronenkanone eingegangen. Hier werden die Elektronen des Elektronenstrahls aus einer Kathode durch Glühemission emittiert und durch eine angelegte Hochspannung in die Mitte der Falle beschleunigt, so dass sie ausreichend kinetische Energie besitzen, um Argonionen bis hin zu Ar^{13+} zu ionisieren. Anschließend werden die Elektronen stark abgebremst und durch einen Kollektor (CO) aus der Falle geleitet. Der Elektronenstrahl wird durch das Magnetfeld zweier supraleitender Spulen (HC) in Helmholtzanordnung fokussiert. Das Magnetfeld erreicht hierbei bis zu 7 T [49]. Das in der Mitte der Anordnung homogene Magnetfeld muss stark genug sein, um die radiale Ausdehnung des Elektronenstrahls trotz gegenseitiger Abstoßung der Elektronen in der Mitte der Helmholtzanordnung auf ca. $100 \mu\text{m}$ zu komprimieren. Dadurch ergibt sich am Ort der axialen Falle eine hohe Elektronenstromdichte, die zur effektiven Elektronenstoß-Ionisation der Ionen benötigt wird.

3 Experiment

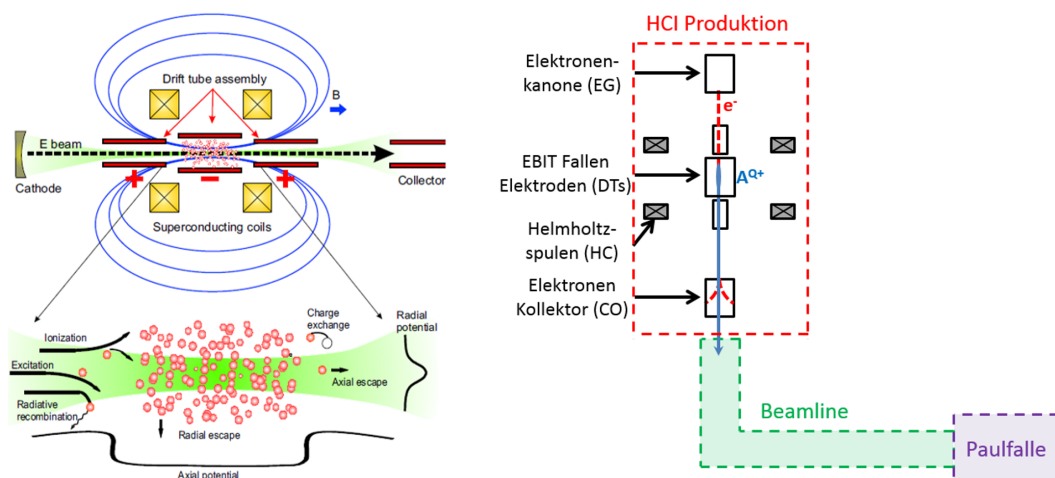


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Aufbaus und des Funktionsprinzips der EBIT sowie der Prozesse, die in dieser stattfinden. ([29] und angelehnt an [22])

Neutrales Argon wird ebenfalls in die Mitte der Anordnung injiziert, damit es dort zu Kollisionen mit dem Elektronenstrahl kommen kann. Dadurch werden die Atome schrittweise ionisiert. Der einfachste Prozess hierfür ist: $A^{Q+} + e^- \rightarrow A^{(Q+1)+} + 2e^-$. Die Elektronen werden sequenziell aus dem Atom herausgelöst. Dabei muss die kinetische Energie der Elektronen größer als das Ionisationspotential des Ions sein, sodass ein Hüllenelektron aus dem gebundenen Zustand in das Kontinuum angehoben werden kann. Da in dieser Arbeit dreizehnfach ionisierte Argonatome untersucht werden sollen, muss die Energie der Elektronen also entsprechend hoch sein, um auch noch das dreizehnte Elektron herauslösen zu können. Die benötigte Elektronenenergie liegt laut "J.Scofield, Ionization Energies" bei 0,6752 keV. Sind die Argonatome erst einmal ionisiert und damit positiv geladen, werden sie in der Mitte der Helmholtzspulen gehalten. Dies ist radial durch die negative Raumladung des Elektronenstrahls und zusätzlich axial durch Anlegen eines positiven Potentials an die einzelnen Driftrohren (DTs) der Anordnung möglich. Die Bewegung der Ionen ist also in allen drei Raumrichtungen eingeschränkt; die Anordnung wirkt somit als Ionenfalle. Durch immer weitere Stöße der Elektronen des Elektronenstrahls, werden die Argon-ionen immer stärker ionisiert. Prozesse wie radiative und resonante Rekombination sowie Ladungsaustausch mit neutralen Atomen können den Ladungszustand der Ionen allerdings wieder verringern. Dadurch entsteht nach einer festen Zeit in der EBIT ein Gemisch aus Ladungszuständen, die dann alle zusammen aus der EBIT extrahiert werden. Nun möchte man aber nur einen bestimmten Ladungszustand des ursprünglich neutralen Ions selektieren. Um dies zu erreichen, werden die erzeugten Ionen in Pulsen durch kurzzeitiges Öffnen der Falle, indem man das schließende Fallenpotential heruntersetzt, aus der Falle entlassen. Um den höchsten Ladungszustand der

Ionen zu selektieren, kann man sich zu Nutze machen, dass die Flugzeit für eine bestimmte Strecke (engl. time-of-flight, kurz: TOF) vom Ladungs-Massenverhältnis abhängt. Bei den Ionen des gleichen ursprünglichen Elements machen sich somit beim Vergleich der TOFs nur die unterschiedlichen Ladungen bemerkbar. Dabei gilt: Je höher der Ladungszustand, desto geringer die TOF. Dies ermöglicht das Abfangen von Ionen mit geringerer Ladung, indem nach passieren der Ionen mit der gewünschten Ladung ein Potential angelegt wird, welches die nachfolgenden Ionen abblockt und damit aus der Beamline, die zur Paulfalle führt, lenkt. Bei dieser Methode könnten höher geladene Ionen mit in die Beamline gelangen, weshalb bereits deren Erzeugung verhindert werden muss. Dazu wird die Elektronenstrahlenergie so gewählt, dass die unterhalb des Ionisationspotentials des nächsthöheren Ladungszustandes liegt.

3.2 Beamline

Anhand der Abbildung 3.2 wird die Funktionsweise der Beamline erläutert.

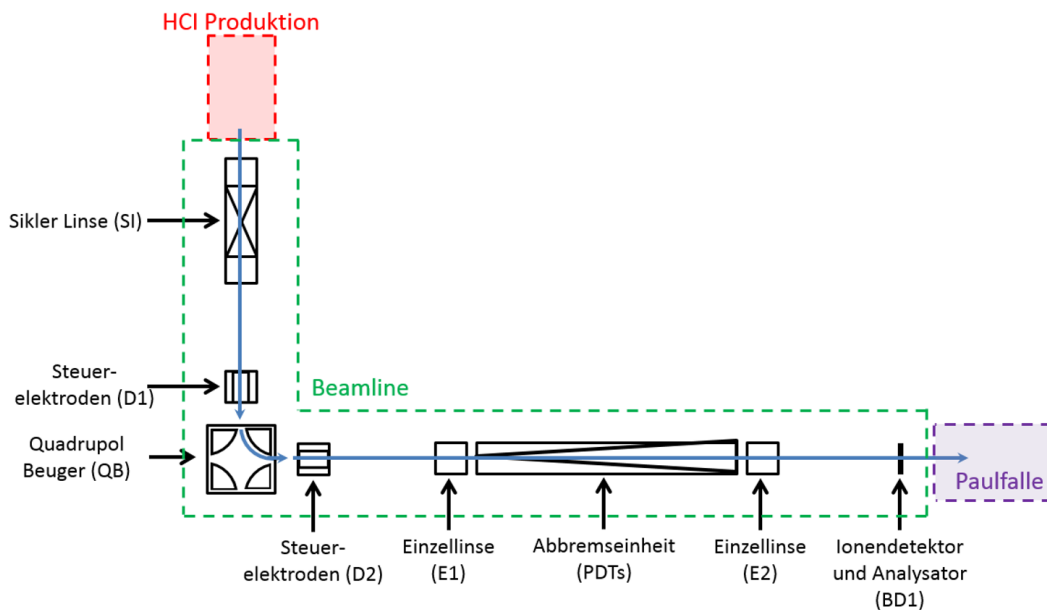


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung der Beamline. (angelehnt an [22])

Die HCIs verlassen die EBIT durch eine gepulste Hochspannung der Elektrode in der Mitte der Falle mit einer Energie von ungefähr $680 \text{ eV}/Q$ [22]. Dabei unterscheiden sich die Energien der emittierten HCIs untereinander um ein paar hundert Elektronenvolt (ca. $25 \text{ eV}/Q$ [22]), was durch die Temperatur der Ionen in der EBIT verursacht wird.

3 Experiment

Verlassen die HCIs die EBIT, werden sie durch Strahlführungselektroden geleitet. Diese befinden sich in zwei 160 CF (Conflat) Vakuumkammern, die auf $5 \cdot 10^{-10}$ mbar gehalten wird [22].

Zunächst durchqueren die HCIs eine 232 mm [22] lange Sikler Linse (SI). Diese wird zur Fokussierung und zweidimensionalen Steuerung der Ionen mit möglichst wenig Verlusten benutzt. Anschließend folgen vier Steuerelektroden (D1), wovon eine zur Selektion des gewünschten Ladungszustandes benutzt wird. An dieser Stelle wird das zuvor erwähnte Potential angelegt, welches die Ionen mit geringerer Ladung als gewünscht ablenkt. Da die Fallachse der EBIT durch die EG blockiert ist, müssen die HCIs auf dem Weg zur Paulfalle um 90° abgelenkt werden, um die Einstrahlung eines Lasers auf der Fallachse der Paulfalle zu ermöglichen. Dies wird mit einem elektrostatischen Quadrupolbeuger (QB) realisiert. Bei der Strahlablenkung auftretende Ungenauigkeiten können durch den Einsatz weiterer Elektroden (D2), die den gleichen geometrischen Aufbau wie die von D1 haben, ausgeglichen werden.

Damit die HCIs in der Paulfalle eingefangen werden können, muss ihre Geschwindigkeit aber noch um ca. einen Faktor von 40 [22] abgebremst und gleichzeitig die Breite der Energieverteilung der HCIs verringert werden. Jeweils vor und nach dem als nächstes auftretenden Abbremmsprozess werden die Ionenpulse durch Einzellinsen ((E1) und (E2)) fokussiert, um die Raumladungseffekte wieder ausgleichen zu können. Der Abbremmsvorgang der HCIs findet in der Abbrems Einheit (PDTs) statt.

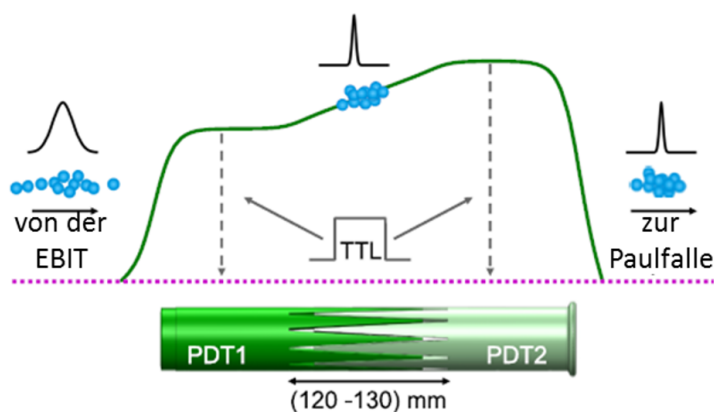


Abbildung 3.3: *Abbremsung der HCI durch ein linear ansteigendes Potential (grüne Kurve), das auf Masse gepulst wird, wenn sich die HCIs im mittleren Bereich der Abbrems Elektroden befinden (lila gestrichelte Linie). [22]*

Für den ersten Schritt wird mit Hilfe eines Potentials von $V_{\text{PDT1}} = 474$ V [22] allen Ionen die gleiche kinetische Energie entzogen. Dabei bleibt die Breite der Verteilung jedoch erhalten. Um diese zu verkleinern, wird ein linear ansteigendes Abbremspotential benötigt. Dazu wird ein zweites Potential ($V_{\text{PDT2}} = 630$ V [22]) verwendet, das größer als das erste sein muss; $V_{\text{PDT1}} < V_{\text{PDT2}}$ wie in Grafik 3.3 dargestellt. Wie man ebenfalls in dieser Grafik sehen kann, wird das linear ansteigende Abbremspotential dadurch erzeugt, dass die beiden eben erwähnten Potentiale durch gezackte

Elektroden ineinander verschachtelt sind. Durch das Erklimmen des Abbremspotentials verlieren die Ionen kinetische Energie. Dabei führt das linear ansteigende Potential dazu, dass schnellere Ionen durch ihre kürzere Flugzeit früher ein höheres Potential erklimmen als langsamere. Schaltet man das Abbremspotential abrupt ab, wenn das Ionenpaket bis zur Mitte vorgedrungen ist, dann wurde den vormals schnelleren Ionen mehr Energie entzogen, als den langsameren; die Energieverteilung der Ionen wird schmaler.

Wartet man für das Herunterpulsen zu lange, verlassen die Ionen das Potential wieder und haben dadurch wieder die gleiche kinetische Energie wie zuvor, wartet man hingegen zu kurz, ist ein Teil der Ionen noch nicht durch das Potential abgebremst worden.

Die Herunter-Puls-Elektronik besteht aus zwei schnellen Hochspannungstransistor-schaltern. Diese werden durch einen Verzögerungsgenerator ausgelöst, der wiederum beim Verlassen der HCIs aus der EBIT aktiviert wird. Die Zeitkonstante für die Verzögerung wurde experimentell bestimmt. Durch das Herunterpulsen des ansteigenden Potentials, also das Abbremsen vor der Paulfalle, wird nicht nur die mittlere kinetische Energie, sondern auch die longitudinale Energieverteilung reduziert und dadurch die Phasenraumdicke der HCI Bündel erhöht.

Am Ende der Beamline direkt hinter E2 befindet sich dann noch ein beweglicher Ionendetektor zusammen mit einem Analysator, der die abgebremsten Ionen bezüglich ihrer mittleren Energie und Energievarianz vermessen kann (BD1). Dieser besteht aus zwei Mikrokanalplatten (MCP), die Ionen detektieren, und zwei direkt davor liegenden Gittern. Das erste liegt auf Masse. Das Potential des zweiten kann erhöht werden, was gemacht wird, bis die Anzahl der detektierten Ionen auf Null gefallen ist. Die Anzahl der detektierten Ionen als Funktion des Abbremspotentials kann dann durch eine Boltzmannverteilung angenähert werden. Zur Bestimmung der Verteilung der kinetischen Energien innerhalb des Ionenbündels wird die erste Ableitung gebildet. Die Fläche unter dem MCP Ionensignal gibt Aufschluss über die ungefähre gesamte Zahl an abgebremsten Ar^{13+} -Ionen. Die hier ermittelten Ergebnisse sind für die weitere Potentialeinstellung der Paulfalle notwendig und gewährleisten einen optimal ablaufenden letzten Abbremsprozess in der Paulfalle, womit die Wahrscheinlichkeit, dass weiter abgebremste Ar^{13+} -Ionen dort (durch den Be^+ -Coulomb-Kristall) gestoppt werden können, deutlich ansteigt.

3.3 Paulfalle

3.3.1 HCIs in der Paulfalle

Die in der Beamline schon abgebremsten Ionen gelangen in die Paulfalle, die schematisch in Grafik 3.4 dargestellt ist.

Das Hauptelektrodenpotential der Paulfalle wird durch die zuvor in BD1 bestimmte mittlere kinetische Energie der HCIs festgelegt. Die HCIs können dieses Potential

3 Experiment

gerade noch so erklimmen und haben dann innerhalb der Paulfalle noch eine kinetische Energie geringer als $1 \text{ eV}/Q$ [22]. Bevor die HCIs die Paulfalle nach dem Durchflug verlassen, werden sie durch eine Spiegelelektrode mit einem Potential von 200 V [22] reflektiert. Damit die HCIs die Paulfalle auf der Eindringseite auch nicht wieder verlassen können, wird hier nach ihrem Eintritt ebenfalls ein Potential von 200 V , das die Falle somit verschließt, angelegt. Nun führen die HCIs eine Oszillation zwischen den zwei Spiegelelektroden durch. Eine radiale Begrenzung besteht durch die Hochfrequenzfelder der Paulfalle mit einer Frequenz von $f_{\text{RF}} = \frac{\Omega_{\text{RF}}}{2\pi} = 3,9 \text{ MHz}$ und einer Spitze-Spitze-Spannung von 46 V [22].

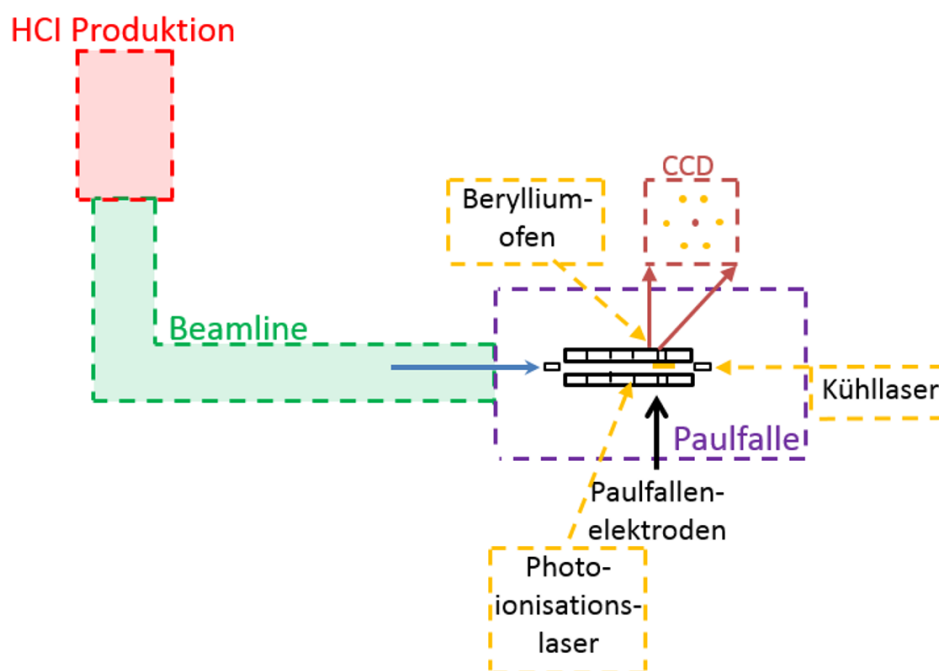


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Paulfalle (angelehnt an [22]).

3.3.2 Theoretische Grundlagen zur Paulfalle

Da die im Rahmen dieser Bachelorarbeit durchgeführte Laserspektroskopie in der Paulfalle stattfindet, wird diese an dieser Stelle noch etwas genauer betrachtet.

Die hier verwendete Paulfalle liegt in linearer Bauform vor und wird somit als lineare Paulfalle bezeichnet. Die einfachste Realisierung einer linearen Paulfalle besitzt eine Quadrupolgeometrie; besteht also aus vier hyperbolischen Elektroden, wie in Grafik 3.5 dargestellt.

Damit ergibt sich für das Quadrupolpotential einer linearen Paulfalle [51]

$$\phi(x,y,t) = \phi_0 \frac{x^2 - y^2}{r_0^2}. \quad (3.1)$$

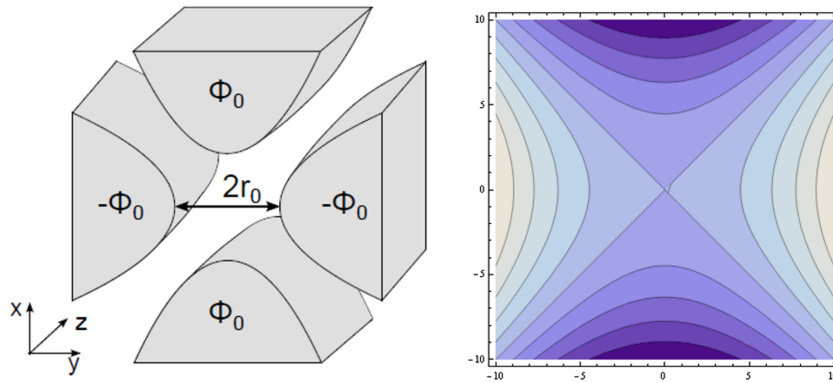


Abbildung 3.5: *Hyperbolische Paulfallenelektroden und zugehörige Äquipotentiallinien ([50] und angelehnt an [51]).*

r_0 beschreibt hierbei den Abstand einer Elektrode zum Fallenzentrum.

Zunächst sind die Elektroden, wie in Grafik 3.5 dargestellt, auf einem Potential von ϕ_0 in x -Richtung bzw. $-\phi_0$ in y -Richtung. Wird nun ein positiv geladenes Ion in z -Richtung eingeschossen, dann wird es in x -Richtung fokussiert, da die Elektroden durch ihre jeweils positiven Potentiale ϕ_0 das positiv geladene Ion gleichstark abstoßen. In y -Richtung wird der Ionenstrahl jedoch defokussiert, da die Elektroden auf einem negativen, das Ion anziehenden Potential liegen. Um die Ionen in x - und y -Richtung, also radial, einschließen zu können, werden die Potentiale der Elektroden ϕ_0 periodisch mit Ω mit der Radiofrequenz (RF) umgepolt [51]:

$$\phi_0 \rightarrow \phi_0(t) = V_0 \cos(\Omega t) \quad (3.2)$$

Für die gewählten experimentellen Parameter der Ionenbewegung besteht die sich für die Ionen radial ergebende Bewegung aus zwei Teilen. Zum Einen aus einer sogenannten Makrobewegung, die eine langsame harmonische Schwingung darstellt. Zum Anderen tritt durch die RF-Felder noch eine schnellere Oszillation auf, hierbei handelt es sich um die sogenannte Mikrobewegung (Micromotion). Zusätzliche Mikrobewegungen in axialer und radialer Richtung können beispielsweise von einem statischen elektrischen Feld in der Falle, das durch Ablagerungen auf den Elektroden oder durch eine Asymmetrie der zur Erzeugung des axialen Fallenpotentials notwendigen statischen Potentiale entsteht, hervorgerufen werden. Eine weitere Ursache kann ein Phasenunterschied in der Wechselspannung zwischen zwei Elektroden, die im Idealfall gleichphasig sind, sein. Außerdem kann zusätzlich Mikrobewegung auch durch unterschiedliche Amplituden des RF-Signals der Elektroden verursacht werden [50]. In einer idealen linearen Paulfalle können sich die Ionen auf einer Achse im Raum, der Fallenachse, ohne Mikrobewegung aufhalten. Dies ist ein großer Vorteil gegenüber einer hyperbolischen Paulfalle, für welche dies nur in einem Punkt erfüllt ist. Aus diesem Grund ist eine lineare Paulfalle für Präzisionsspektroskopie empfehlenswert.

3 Experiment

Um die Ionen axial, also in z -Richtung, in der Paulfalle speichern zu können, werden die Quadrupolelektroden entlang der Fallennachse z in mindestens drei Segmente unterteilt. Somit kann an alle drei Teile eine unterschiedliche Spannung angelegt werden. Zur axialen Speicherung werden dabei an die beiden äußeren Elektroden nach Eindringen des Ions Potentiale höher als sie vom Ion überwindbar wären, angelegt. Das Ion führt dadurch eine harmonische Oszillation in axialer Richtung durch.

Zur Vermeidung ungewollter Kollisionen mit anderen Teilchen und sofortige Absorption der Strahlung, muss in der verwendeten Paulfalle ein sehr gutes Vakuum herrschen. Um dies umzusetzen, wird eine lineare Tieftemperatur (cryogenic) Paulfalle CryPTE_x verwendet. Sie wird idealerweise bei der minimal möglichen Temperatur von 4 K im Fallenzentrum [52] betrieben. In unserem Fall kann die Paulfalle bis zu 6 K gekühlt werden. In der Nähe der Paulfalle bei Raumtemperatur wird ein Druck von 10^{-9} mbar gemessen, in der Falle selbst soll ein Druck geringer als 10^{-12} mbar [52] herrschen. Um die Falle so tief abzukühlen und auf dieser Temperatur zu halten, wird ein geschachtelter Aufbau aus drei Kältestufen verwendet: Das auf 6 K abgekühlte Gebiet ist von einem 40 K kalten Schild umgeben, welches die Wärmestrahlung der beides einschließenden 300 K-Stufe [52] verringern soll. Dieser Aufbau ist in in Grafik 3.6 zu sehen.

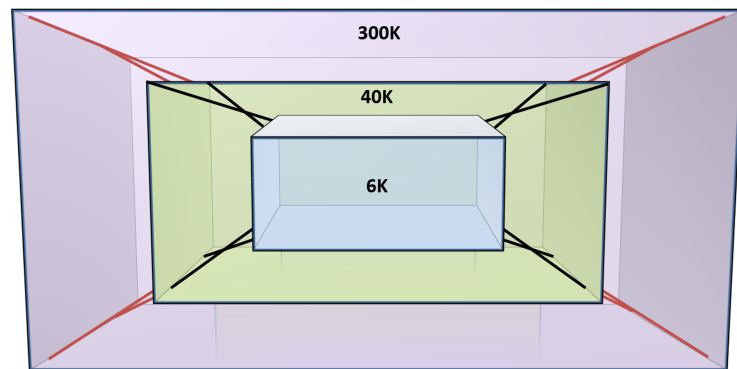


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des kryogenen Aufbaus der Paulfalle bestehend aus drei Temperaturbereichen (angelehnt an [52]).

3.3.3 Aufbau der Paulfalle

Die lineare Paulfalle besteht aus vier Stabelektroden. Die hier verwendeten sind allerdings in axialer Richtung in sechs, wie man in Grafik 3.4 sehen kann, und nicht in drei Teile unterteilt. Somit besteht die Falle aus insgesamt 24 [52] hohlen Elektroden. Dabei generieren die ersten zwölf Elektroden das Hauptfallenpotential. Die anderen zwölf können zur Erzeugung von weiteren Fallenpotentialen benutzt werden, beispielsweise um die Fallenregion in axialer Richtung zu erweitern, oder um eine Nebenfalle zu erzeugen, in der ein Ionenreservoir angelegt werden kann. Alle

Elektroden, bis auf die mittleren Elektroden der Hauptfalle, welche eine Länge von 5,4 mm [52] haben, haben eine Länge von 20 mm [52]. Diese Wahl hat ein optimales harmonisches Potential entlang der Fallachse zur Folge, da das axiale Fallenpotential entlang der z -Achse so stärker ansteigt. Dadurch können die gespeicherten Ionen besser lokalisiert werden.

Die Elektroden sind elektrisch an eine Gleichspannungs- (DC) und an eine Hochfrequenzquelle (RF) angeschlossen. Für eine individuelle Spannungsversorgung jeder Elektrode werden Kupferdrähte sehr hoher Reinheit verwendet. Die Drähte werden durch Saphirstücke an die 6 K Stufe angepresst, was eine gute thermische Ankopplung zur Temperaturstufe darstellt. Bei Saphir handelt es sich um einen guten elektrischen Isolator, sowie um einen sehr guten Wärmeleiter. Die Drähte und somit die Elektroden werden zusätzlich von der Masse isoliert. Nach der Thermalisierung durch das Saphir, sind die Kupferdrähte mit einem 60 mm [52] breiten Flachbandkabel verbunden; für jede Hochfrequenzphase eines. Das Kabel verbindet die Elektroden schließlich mit dem Hochfrequenz-Gleichspannungs-Koppler (RF-DC-Koppler). Hierbei gelangt es durch alle Temperaturbereiche und wird zur Minimierung des Wärmeeintrags auf die 6 K Stufe in gefalteter Form mit maximaler Länge zwischen den einzelnen Ankerpunkten der verschiedenen Temperaturbereiche geführt. An die Elektroden wird eine Wechselspannung von $U = \pm U_{\text{RF}} \cos(2\pi f \cdot t)$ mit der Frequenz $f = 3,918 \text{ MHz}$ und einer Amplitude von $U_{\text{RF}} \leq 600 \text{ V}$ angelegt [52]. Mit Hilfe des RF-DC-Kopplers können Hochfrequenzpotentiale mit einer Gleichspannung von $\pm 100 \text{ V}$ [52] überlagert werden.

Die Paulfalle hat 13 optische Zugänge [50] zum Fallenzentrum, die zur Injektion der Ionen und zum Einstrahlen von Lasern benutzt werden können.

Zur Überprüfung der Laserstrahlausrichtung wird eine Faser benutzt. Diese liegt in der horizontalen Ebene und kann unter einem Winkel von 45° [52] zur Fallachse in den 6 K Bereich eingeführt werden. Das Bildaufnahmesystem ist hierbei auf die Spitze dieser Faser fokussiert. Indem entweder das Bild oder der Schatten der Faser betrachtet wird, kann die Laserstrahlausrichtung überprüft werden. Sind alle Laser korrekt eingestellt, wird die Faser wieder aus dem Gebiet zwischen den Elektroden entfernt und befindet sich dann im 40 K Bereich.

Um nun ein Bild zu erzeugen, wird ein abbildendes Element direkt innerhalb des 6 K Vakuumbereichs angebracht. Das echte Bild durchdringt ein antireflexbeschichtetes Siliziumdioxid Fenster, wird auf einen UV empfindlichen Bildverstärker projiziert und wird anschließend an eine CCD Kamera weitergegeben.

3.3.4 Be^+ -Coulomb-Kristall

In der Paulfalle wird für die laserspektroskopische Messung ein lasergekühlter $^9\text{Be}^+$ -Coulomb-Kristall gespeichert.

Dieser Kristall wird wie folgt erzeugt: Durch Erhitzen eines Berylliumfestkörpers außerhalb der Paulfalle werden freie Beryllium Atome erzeugt. Der sogenannte Berylliumofen ist an einem der radialen Zugänge zum Fallenzentrum angebracht.

3 Experiment

Die erzeugten Berylliumatome werden durch eine resonante Zweiphotonenionisation bei 235 nm [53] zu einfach geladenen Berylliumionen.

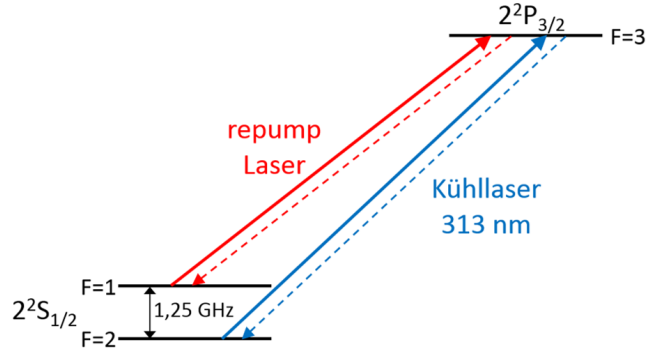


Abbildung 3.7: Schematische Darstellung der Energieniveaus von ${}^9\text{Be}^+$ für die Laserkühlung. (angelehnt an [50])

Zur Kühlung werden zwei Laser benötigt, dies ist in Grafik 3.7 dargestellt. Zum einen werden die ${}^9\text{Be}^+$ Ionen bei 313 nm mit dem Übergang $2^2S_{1/2} (F = 2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2} (F = 3)$ [53], der eine natürliche Linienbreite von $\Gamma/2\pi = 18 \text{ MHz}$ [53] hat, lasergekühlt. Dazu wird ein einzelner, zirkular polarisierter Laserstrahl entlang der Fallachse eingestrahlt. Zum anderen müssen spontane Zerfälle in den metastabilen Zustand $2^2S_{1/2} (F = 1)$ ausgeglichen werden. Dazu wird ein um die $(F = 1) - (F = 2)$ Hyperfeinaufspaltung um 1,25 GHz rot verstimmt repump Laser [53] verwendet. Dabei stellt F die Hyperfeinstrukturquantenzahl dar. Die Leistungsstabilisierung des Kühllasers ist von großer Bedeutung, da dadurch eine konstante Temperatur der sympathetisch gekühlten HCIs gewährleistet werden kann.

Wenn die Be-Ionen kalt genug sind, bilden sie einen Coulomb-Kristall. Derartige Kristalle bestehen aus räumlich geordneten, sich gegenseitig abstoßenden, aber in einem Fallenpotential eingeschlossenen Ionen. Sie werden gebildet, wenn die kinetische Energie viel kleiner als die elektrostatische Feldenergie der Ion-Ion Coulombabstoßung wird, was hier der Fall ist.

Treten die HCIs in die Paulfalle ein, können sie mittels sympathetischer Kühlung durch Interaktion mit einem lasergekühlten Be^+ -Coulomb-Kristall in einem mikroskopischen Bereich der Paulfalle lokalisiert werden. Das Prinzip der sympathetischen Kühlung wird verwendet, da die Ar^{13+} -Ionen keinen geeigneten Übergang für direkte Laserkühlung besitzen. Die nötige Abbremslänge der Ar^{13+} -Ionen in einem Be^+ -Coulomb-Kristall ist ca. 130 nm [22], der Kristall ist aber nur 2 mm [22] lang. Somit ist die axiale Oszillation der Argonionen in der Paulfalle notwendig. Bei jedem Durchgang kommt es zu Interaktion mit dem Coulomb Kristall, wobei die HCIs Energie an die Be^+ -Ionen abgeben. Welche wiederum lasergekühlt werden.

Zu Ladungsaustausch kommt es auf Grund der schon sehr geringen Energien der HCIs kaum. Somit werden die HCI immer weiter bis in den mK Bereich gekühlt, was einer kinetischen Energie im Bereich von $\mu\text{eV}/Q$ entspricht.

Schließlich kristallisieren die Ar^{13+} -Ionen im Be^+ -Kristall, was auf die Minimierung der Gesamtenergie des Zweiarten-Ionen-Ensemble zurückzuführen ist. Die Ionen mit einem kleineren Ladungs-Massenverhältnis, in diesem Fall also die Ar^{13+} -Ionen, erfahren ein steileres radiales Pseudopotential und kristallisieren somit auf der Fallachse.

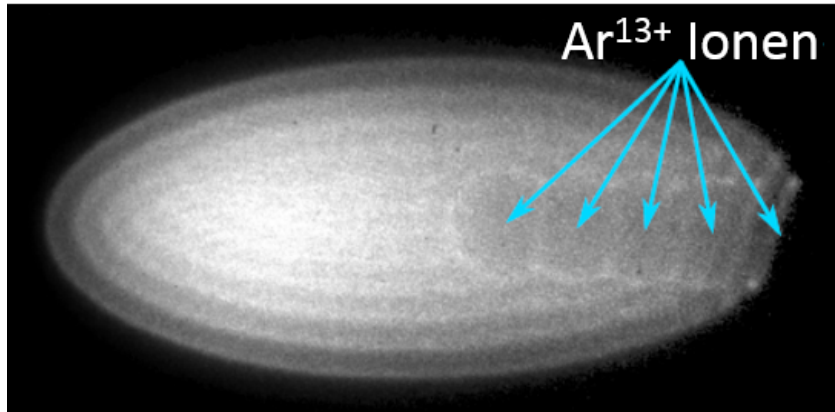


Abbildung 3.8: *CCD-Kamera Bild mit fünf Ar^{13+} -Ionen in einem lasergekühlten Be^+ -Coulomb-Kristall. [22].*

Das Licht des Kühllasers wird an den Be^+ -Ionen des Kristalls gestreut und kann von der CCD-Kamera detektiert werden. Somit ist es möglich, die Ionen des Kristalls mit Hilfe einer bildverstärkenden CCD Kamera aufzunehmen.

Die nun kristallisierten HCIs streuen das Licht des Kühllasers im Gegensatz zu den Berylliumionen allerdings nicht und sind demzufolge durch ihre dunkle runde Struktur innerhalb des hellen Be^+ -Kristalls auf den Bildern der CCD-Kamera zu erkennen. Dies ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Bei Betrachtung dieser fällt auf, dass die Argonionen zwar auf der Mittelachse liegen, dass sie aber eine asymmetrische Verteilung entlang dieser Achse haben. Dafür kommen zwei Ursachen in Frage: Zum einen kommt es entlang dieser Achse zu Mikrobewegung, die durch nicht ganz perfekt angelegte RF-Spannungen verursacht wird. Zum anderen wird nur ein Kühllaser entlang dieser Achse verwendet, was dazu führen könnte, dass der Strahlungsdruck die lasergekühlten Be^+ -Ionen vom Laser weg drückt.

Die Methode der sympathetischen Kühlung durch Coulomb Kristalle bei fehlenden direkt läserkühlbaren Übergängen für die Kühlung der zu betrachtenden Teilchen wurde in der Vergangenheit schon erfolgreich für einfach und zweifach geladene Ionen und Moleküle [54, 55] durchgeführt. Und ist auch für HCIs am Beispiel von Ar^{13+} bereits gelungen [37].

3.4 Laserspektroskopie

Der Punkt, von dem der Spektroskopielaser letztendlich in die Paulfalle auf die Ar^{13+} -Ionen einstrahlt, ist in Grafik 3.9 dargestellt.

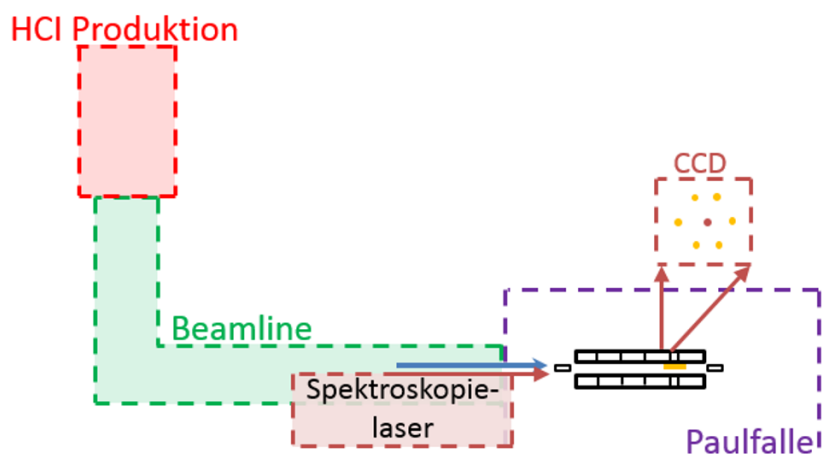


Abbildung 3.9: Spektroskopielasereinstrahlung in die Paulfalle dargestellt im Rahmen des gesamten Aufbaus (angelehnt an [22]).

Bei der durchgeführten Spektroskopie handelt es sich um Fluoreszenzspektroskopie. Wird gleichzeitig mit der Lasereinstrahlung gemessen, dann werden senkrecht zum Laserstrahl außer den spontan emittierten Photonen, die von Interesse sind, noch so viele Streulichtphotonen des Lasers detektiert, dass diese das schwache Signal der Emission überdecken. Deshalb wird der Laser nur 1 ms eingestrahlt und erst anschließend für knapp 9 ms gemessen. Die Messzeit gewährleistet einen spontanen Zerfall einiger Ionen vom angeregten, relativ langlebigen Zustand in den Grundzustand.

Für die Spektroskopie des $1s^2 2s^2 2p^2 P_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ M1 Übergangs in sympathetisch gekühlten Ar^{13+} -Ionen, wird ein durchstimmbarer Spektroskopielaser im Bereich von 441 nm benötigt. Die mögliche Auflösung der Linienbreite des Übergangs liegt in einer Größenordnung von 100 kHz [56], bedingt durch die sehr gute Kühlung im Be^+ -Kristall. Der Spektroskopielaser muss demzufolge zur Vermessung des Übergangs mindestens eine ähnliche Linienbreite aufweisen.

Zur Laserspektroskopie gibt es häufig keinen im benötigten Frequenzbereich liegenden atomaren Übergang, oder die Linienbreite ist breiter als für die Spektroskopie benötigt. Im vorliegenden Fall kann ein Titan:Saphir Laser benutzt werden, denn dieser emittiert Licht mit einer Wellenlänge von 882 nm [56]. Damit kann durch Frequenzverdopplung Strahlung im Bereich um 441 nm generiert werden. Die Erzeugung eines Laserstrahls mit dem für die Spektroskopie benötigten scharfen Peak,

der innerhalb eines Wellenlängenbereichs auch noch fein justiert werden kann, erfordert einen mehrstufigen, komplexen experimentellen Aufbau. Dieser lässt sich in drei Teile unterteilen: In einen Referenzlaser mit fester, auf langen Zeitskalen stabiler Frequenz; Einen Transfer Lock über einen Resonator, dessen Spiegelabstand mit Hilfe des Referenzlasers exakt stabilisiert wird und gleichzeitig durch einen Offset einstellbar (tunable) bleibt; Und dem eigentlichen Spektroskopielaser, der wiederum mit dem stabilisierten Resonator stabilisiert wird. Dargestellt ist der gesamte Aufbau in Grafik 3.10.

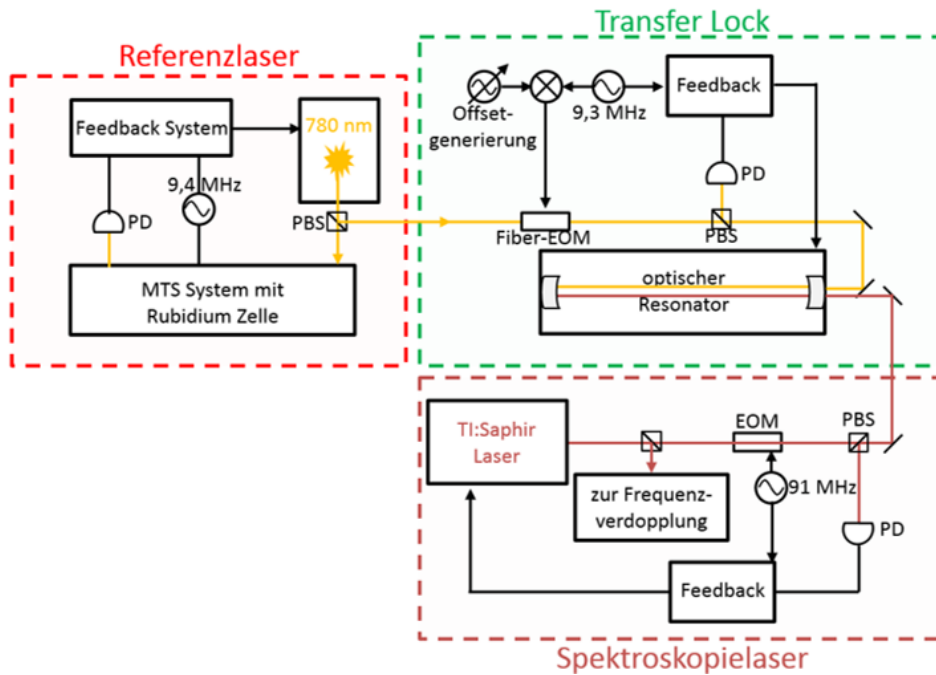


Abbildung 3.10: Schematischer Aufbau der Stabilisierung des Spektroskopielasers [56].

3.4.1 Referenzlaser

Dieser Teil des Aufbaus ist in Grafik 3.10 links dargestellt. Ein 780 nm Dioden-Laser [56] wird durch die Modulationstransfer-Spektroskopie-Methode (MTS) [57] auf den optischen D2 Hyperfein-Übergang vom $F = 3$ Grundzustand zu $F' = 4$ von ^{85}Rb -Atomen stabilisiert [56]. Die Linienbreite hängt hierbei von einer stabilen Frequenz des benutzten Übergangs ab. Um den Druck zu stabilisieren werden die Rb-Atome auf einer konstanten Temperatur gehalten. Außerdem werden sie so gut wie möglich von Magnetfeldern abgeschirmt.

Der Teil des Strahls, der zur Stabilisierung des Lasers verwendet wird, wird weiter in einen Probe- und einen Pump-Laser aufgeteilt.

3 Experiment

Der Pump-Laser wird nun mit einer Frequenz von 9,4 MHz in einem Elektrooptischen Modulator (EOM) phasenmoduliert. Dabei entstehen in erster Näherung Seitenbänder mit einem Frequenzabstand entsprechend der Frequenz der Phasenmodulation, die kohärent zum Pump-Laser sind. Der Probe-Laser strahlt von der anderen Seite durch die Rb-Atome. Diese interagieren mit dem elektrischen Feld der Photonen, wodurch sich als Reaktion außer einer linearen Polarisation auch eine nichtlineare gemäß

$$P = \chi_1 E + \chi_3 EEE \quad (3.3)$$

ergibt [58]. Die zweite Ordnung fällt in Medien mit Inversions-Symmetrie aus, was bei Gasen wie hier beim Rb-Dampf der Fall ist. Die nichtlineare Polarisation ergibt das sogenannte *four-wave-mixing*. Hierbei entsteht durch Kopplung von drei Photonen ein viertes kohärentes Photon. Wegen

$$\omega_4 = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 \quad \text{beziehungsweise} \quad (3.4)$$

$$k_4 = k_1 - k_2 + k_3, \quad (3.5)$$

wobei \vec{k}_1 in Richtung des Probe-Strahls und \vec{k}_2 sowie \vec{k}_3 in Richtung des Pump-Strahls propagieren, bewegt sich \vec{k}_4 unter anderem in Richtung des Pump-Strahls [59]. Damit ergeben sich auch kohärente Seitenbänder in Richtung des Probe-Strahls. Dieser Probe-Strahl mit seinen Seitenbändern wird in einer Photodiode (PD) in ein elektrisches Signal umgewandelt, welches auf Grund der Kohärenz der Seitenbänder zum Probe-Strahl durch Interferenz auch die Differenzfrequenz der Seitenbänder zum Probe-Strahl enthält [59]. Dieses kann durch Mischen mit der ursprünglichen Modulationsfrequenz und einem anschließenden Tiefpass selektiert werden. Die Signalstärke entspricht dabei der Differenz der Stärke der Seitenbänder. Ist der Probe-Laser in Resonanz mit den Rb-Atomen, sind die beiden Seitenbänder gleich stark, das resultierende Signal also Null. Bei leichter Abweichung überwiegt das eine bzw. das andere, so dass sich ein resultierendes Signal mit unterschiedlichem Vorzeichen ergibt. Dieses Signal koppelt man über ein Feedback System zurück auf die Laserdiode und stabilisiert diese damit exakt auf den hier verwendeten (D2) $F = 3 \rightarrow F' = 4$ Übergang der Rb-Atome.

3.4.2 Transfer Lock

Dieser Teil des Aufbaus ist in Grafik 3.10 rechts oben dargestellt. Der stabilisierte Referenzlaser wird weiter in einen optischen Resonator geleitet. Für genauere Ergebnisse wird ein evakuierter Resonator verwendet, sodass es keine Dispersion durch störende Einflüsse wie Variation der Luftfeuchtigkeit, des Drucks oder der Temperatur gibt. Zwei gekrümmte Spiegel mit einer Reflektivität von mehr als 99 % [56] stellen jeweils die Enden des 100 mm [56] langen Abstandhalters des Resonators dar. Dadurch ergibt sich ein symmetrischer Resonator, mit einer freien Spektralbreite (engl. free spectral range, kurz: FSR) von 1500 MHz [56]. Dies ist die Frequenz, bei

der sich eine stehende Halbwelle im Resonator befindet. Der Resonator hat eine Länge von 100 mm, für eine Halbwelle als stehende Welle gilt somit: $2 \cdot 100 \text{ mm} = 0,2 \text{ m}$. Dies entspricht $c_{\text{Licht}}/0,2 \text{ m} = 1500 \text{ MHz}$ als minimal vorkommende Frequenz.

Der Abstandshalter befindet sich in einer kleinen Vakuumkammer mit einem Druck von ungefähr 10^{-8} mbar [56]. Die Länge des Resonators wird mit der Sideband locking Technik in einem Pound-Drever-Hall (PDH) Aufbau, der in [60] detaillierter beschrieben ist, auf den Referenzlaser stabilisiert. Da man den Spektroskopielaser aber durchstimmen will, muss auch der Resonator eine zwar stabile, aber einstellbare Länge haben. Daher erzeugt man durch Modulation des Referenzlaser-Signals ein Seitenband mit definiertem Offset. Auf dieses Seitenband wird der Resonator nun stabilisiert.

Dies funktioniert in einem Bereich kleiner als die halbe FSR eindeutig. Die PDH-Methode erfordert seinerseits eine Phasenmodulation des Seitenbands, um dadurch einen Regelkreis um das Seitenband aufzubauen. Zum besseren Verständnis bezeichnen wir dieses Seitenband als PDH-Seitenband. Durch die zweite Phasenmodulation entstehen um das PDH-Seitenband weitere Seitenbänder. Hierbei ist es wichtig, dass das erste Seitenband weiter vom Referenzsignal wegliegt als von den PDH-Seitenbändern, damit es eindeutig bleibt. Wir benötigen also eine über einen Bereich von 10 bis 750 MHz einstellbare Frequenz des PDH-Seitenbands und zusätzlich eine Modulation bei 9,3 Mhz. Dies erfüllt die obigen Bedingungen. Allerdings hängen nun sowohl die Stabilität als auch die Resonanzfrequenzen des Resonators nicht nur vom Referenzlaser ab, sondern auch von der Exaktheit des Offsets (die Genauigkeit der weiteren Seitenbänder des PDH-Seitenbands mittelt sich im Regelkreis heraus). Die Frequenz des PHD-Seitenbands kann dann, wie für die Spektroskopie gewünscht, gewählt werden. Die Bandbreite des Messsignals wird elektronisch auf 150 Hz [56] limitiert, wodurch Frequenzrauschen des Referenzlasers über 150 Hz herausgefiltert werden. Somit wird die mittlere Frequenzstabilität des Referenzlasers vollständig genutzt.

3.4.3 Spektroskopielaser

Dieser Teil des Aufbaus ist in Grafik 3.10 rechts unten dargestellt. Für die Spektroskopie wird ein Titan:Saphir Ringlaser verwendet. Dieser emittiert Licht mit einer Wellenlänge von 775 bis 890 nm, abhängig von der genauen Einstellung des Resonators. Wir wollen ihn im Bereich um 882 nm [56] betreiben. Der Pumplaser des Drei-Niveau-Lasers pumpt optisch bei 532 nm [56].

Ein Teil des Strahls wird zur Stabilisierung verwendet. Dazu wird er durch den Resonator des Transfer Locks geleitet, welcher, wie vorhin beschrieben, auf einer einstellbaren Länge äußerst stabil gehalten wird. Für den Fall einer resonanten Frequenz des Lasers mit dem Resonator ist das rückgekoppelte Signal maximal. Dadurch lässt sich der Titan:Saphir Laser auf die gewünschte Wellenlänge einstellen und stabilisieren.

3 Experiment

Der Teil des Strahls, der zur Laserspektroskopie verwendet wird, wird noch durch einen Frequenzverdoppler geschickt, wodurch der Laser im Wellenlängenbereich von 441 nm liegt. Durch die Stabilisierung des Resonators auf das variable Seitenband, kann der Spektroskopielaser über einen Bereich von 100 nm [56] variiert werden. Die Frequenzfluktuationen über mehrere Tage liegen dabei unter 50 kHz [56].

Die Linienbreite des stabilisierten Spektroskopielasers wurde im Infraroten durch den Vergleich mit einem ultrastabilen Laser bei 1542 nm auf 55 kHz [56] bestimmt.

3.4.4 Photovervielfacher

Zur Detektierung der Fluoreszenzsignale der Laserspektroskopie des $1s^2 2s^2 2p^2 P_{1/2} \rightarrow 2P_{3/2}$ M1 Übergangs in Ar^{13+} -Ionen wird ein Photovervielfacher (PMT) verwendet.

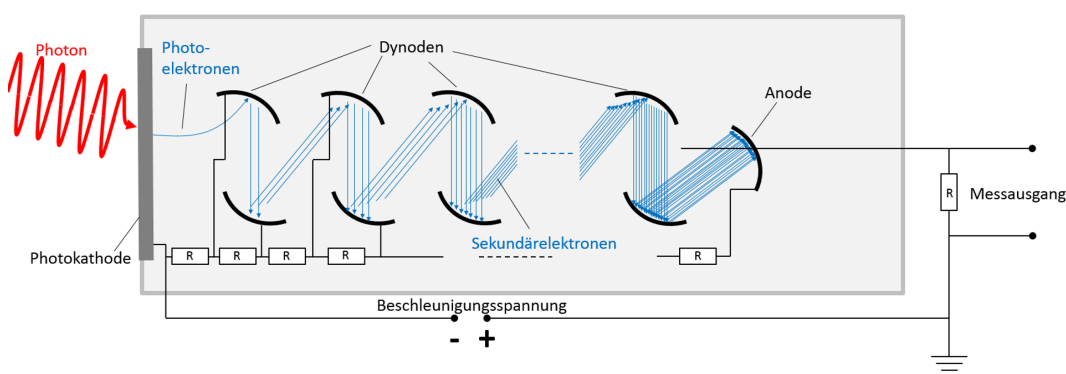


Abbildung 3.11: Schematischer Aufbau eines PMTs.

Ein PMT ist ein Lichtsensor, der Signale von einzelnen Photonen verstärken und durch Umwandlung in elektrische Signale detektieren und somit als Nachweis von einzelnen Photonen verwendet werden kann. Der schematische Aufbau eines PMT ist in Grafik 3.11 dargestellt. Dabei besteht das PMT aus einer Photokathode, mehreren (meist 10 oder mehr [61]) Elektroden - sogenannten Dynoden - und einer Anode. Zunächst treffen die Photonen auf die Photokathode, aus deren Oberfläche lösen sie durch den äußeren photoelektrischen Effekt Elektronen aus. Damit die Elektronen nicht wieder zurück zur Oberfläche wandern, müssen sie von einem positiven Potential angezogen werden. Deshalb werden die Elektronen in einem elektrischen Feld zwischen Photokathode und der ersten Dynode, die auf einem höheren Potential als die Photokathode liegt, beschleunigt. Beim Auftreffen auf diese Dynode, löst jedes Elektron mehrere Elektronen - sogenannte Sekundärelektronen - heraus. Wie viele Sekundärelektronen durch das auftreffende Elektron herausgelöst werden, wird durch das sogenannte Sekundäremissionsverhältnis δ [61] beschrieben. Dabei ist $\delta > 1$; je größer δ ist, desto besser/effizienter ist das PMT. Die Sekundärelektronen werden wieder durch ein elektrisches Feld zur nächsten Dynode beschleunigt,

wo jedes Elektron weitere Elektronen herausschlägt. Es kommt zu einem kaskadenartigen Effekt.

Nach dem gleichem Prinzip nimmt die Anzahl n der Elektronen von Dynode zu Dynode exponentiell zu, es ergibt sich eine Gesamtverstärkung der Elektronenzahl von δ^n [61]. Die absolute Anzahl der erzeugten Sekundärelektronen ist dabei proportional zur Anzahl der Photonen, die auf die Photokathode eingestrahlt wurden. Schlussendlich treffen die Sekundärelektronen der letzten Dynode auf eine Anode, dort fließen sie über einen Widerstand zur Masse ab. Die Spannung, die somit an diesem Widerstand anliegt, hängt linear von der Anzahl der abfließenden Sekundärelektronen ab und ist deshalb ebenfalls proportional zur Anzahl der eingestrahelten Photonen. Dadurch hat man das Problem einer Detektierung von einzelnen Photonen auf eine Spannungsmessung zurückgeführt [62].

Charakterisiert wird ein PMT sowohl durch sein Sekundäremissionsverhältnis δ als auch durch seine Zeitkonstante. Diese beschreibt die Zeit, die zwischen Auftreffen des Photons auf der Photokathode des PMT und fertiger Analyse des Signals vergeht.

Für die Messung wurde das PMT Modell H10682-210 der Firma Hamamatsu [63] verwendet. Dieses ist für einen Wellenlängenbereich von 230 nm bis 700 nm geeignet.

4 Simulation des PMT Signals

Dieses Kapitel widmet sich einer Simulationsmethode mit der vor der Messung beurteilt werden kann, unter welchen Bedingungen man ein Signal durch spontane Emission bei der Durchführung der Laserspektroskopie überhaupt im PMT identifizieren kann. Abhängig von den wichtigsten Parametern wird die Messzeit bestimmt, die notwendig ist, damit sich das Signal zuverlässig vom Untergrundrauschen abhebt.

4.1 Die Simulation

Mit Hilfe einer Monte Carlo Simulation in Mathematica werden die gezählten Ereignisse durch spontane Emission zusammen mit einem Untergrundrauschen simuliert. Diese Simulation wird berechnet für verschiedene Parameter: Die Messzeit, die erwartete Stärke des Untergrundrauschens und die des Signals, sowie die Schärfe des Signals in Form der Linienbreite.

Für die Simulation der Signalstärke wird angenommen, dass sich drei Ar^{13+} -Ionen in der Paulfalle befinden. Weniger HCIs würden ein noch schwächeres Signal erzeugen und die benötigte Messzeit würde sich damit drastisch verlängern, bei weiteren HCIs könnte die optimale sympathetische Kühlung durch den Coulomb-Kristall nicht mehr gewährleistet werden. Nach einer resonanten Einstrahlung, die zur Absorption von Photonen aus dem Laserstrahl führt, senden diese drei HCIs durch spontane Emission wieder Photonen aus und verursachen so das zu detektierende Signal. In der Realität wissen wir vor der Messung nicht, wie groß die Stärke des Signals ist, können aber annehmen, dass durch die Optimierung der Laserintensität die zu erwartende Signalstärke in dem Bin, in dem das Maximum des gaußförmigen Signals liegt, mindestens 0,20 Hz beträgt. Der untersuchte Frequenzbereich wird dabei in 33 Bins unterteilt, wodurch jeder Bin eine eigene Frequenz hat.

Die Messzeit T_{Mess} wird in Schritten von 100 s pro Bin, hier in der Simulation also 3 300 s in Summe für alle Bins über den Parameter k in der Simulation variiert. Damit ist

$$T_{\text{Mess}} = k \cdot 3\,300 \text{ s} \quad (4.1)$$

bzw. in Stunden $k \cdot 0,92 \text{ h}$. Bei der Durchführung der Simulation wird k beginnend bei eins ganzzahlig erhöht, bis ein Signal aus dem Rauschen erkennbar wird. Was *erkennbar* bedeutet, wird später erklärt. Pro Sekunde werden 10 000 Messungen angenommen. Dies schafft ein PMT typischerweise mindestens.

4 Simulation des PMT Signals

Die Stärke des Untergrundrauschens können wir im Experiment zwar nicht einstellen, allerdings können wir dieses im Gegensatz zur Signalstärke messen. Es werden hierbei in Summe über alle Bins Werte zwischen 1,5 Hz und 2,5 Hz erwartet. Diese Werte benutzen wir daher in der Simulation. Für die Berechnung der notwendigen Messzeit sind dabei nicht die absoluten Werte, sondern nur das Signal-Rausch-Verhältnis entscheidend, also $0,2 \text{ Hz} / 2,5 \text{ Hz} = 0,08$, auch wenn beide Werte getrennt in die Simulation eingegeben werden können. Weil ein Signal im Gegensatz zum Rauschen gemäß Gaußverteilung nur in wenigen Bins zu finden ist, vergrößert sich der Abstand des Peaks zum Mittelwert linear, wohingegen die Werte des Rauschens zum Mittelwert nur mit Wurzel aus der Zeit wachsen. Damit hilft langes Messen zur Detektierung, obwohl das Rauschen absolut gesehen größer als das Signal ist.

Die Halbwertsbreite Δ des gaußförmigen Spektrums kann zwischen 10 MHz und 20 MHz variieren und ist auch vor Messbeginn bekannt. Für die Simulation werden für die Halbwertsbreite Δ Werte aus diesem Bereich benutzt.

Dazu sollen noch die Mikrobewegungen der Ionen in der Paulfalle durch die Mikrobewegungs-Indices berücksichtigt werden, welche zusammen mit der Halbwertsbreite zu einer Dopplerverbreiterung des Signals führen. Mögliche Ursachen von Mikrobewegungen sind in Abschnitt 3.3.2 beschrieben. Durch ihre Mikrobewegungen können die Ar^{13+} -Ionen nicht perfekt gekühlt werden; oszillieren also auf dem Gitterplatz. Basierend auf einer Charakterisierungsmessung werden als Maß für die Amplitude der Oszillation zwei verschiedene Indices angenommen, $\beta_1 = 2$ und $\beta_2 = 0,3$. Je kleiner die Zahl ist, desto idealer ist das System – im Idealfall gibt es keine Mikrobewegung und der Mikrobewegungs-Index wäre demzufolge Null. Hier wird angenommen, dass zwei der drei Ar^{13+} -Ionen β_1 erfahren und das dritte Ar^{13+} -Ion β_2 . Dies ist in Gleichung 4.2 zu erkennen: Der erste Term, der von β_2 abhängt, kommt einmal vor, der zweite Term, der von β_1 abhängt, kommt zweimal vor. Durch diese Mikrobewegungen entsteht eine Dopplerverbreiterung des Signals, das über die Zeit – also über die oszillierende Bewegung – integriert werden muss. Dies ist in Gleichung 4.2 dargestellt.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{Doppler}}(b, \Delta) = 1 \cdot \int_{-0,125}^{0,125} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{6,5 - b - 4 \cdot \beta_2 \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot y)}{\Delta} \right)^2} dy \\ + 2 \cdot \int_{-0,125}^{0,125} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{6,5 - b - 4 \cdot \beta_1 \cdot \sin(8 \cdot \pi \cdot y)}{\Delta} \right)^2} dy \quad (4.2) \end{aligned}$$

Wobei b die Zuordnung von Ereignissen zum jeweiligen Bin darstellt, also ein Maß für die Frequenz bzw. den Frequenzoffset ist, indem b von -40 MHz bis $+40 \text{ MHz}$ in Schritten von $2,5 \text{ MHz}$ erhöht wird. Dadurch ergeben sich für eine erwartete Signalstärke $(40 - (-40)) / 2,5 = 33$ verschiedene erwartete Zählraten. Die 33 beschreibt hierbei die Anzahl der betrachteten Bins.

Die Dopplerverbreiterung durch die Mikrobewegungen $\tilde{S}_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$ muss nun noch zu $S_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$ auf den Peak normiert werden. Dies gewährleistet anschließend,

dass $S_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$ multipliziert mit der erwarteten Signalstärke genau diese im Maximum ergibt.

Wie auch im Grundlagenteil für Rejection Sampling (Abschnitt 2.3) gezeigt, benötigt man hierfür zunächst das Maximum von $\tilde{S}_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$. Dieses liegt für alle in der Simulation betrachteten Δ bei $b = 7,5$.

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\text{Doppler}}(7,5,\Delta) = \int_{-0,125}^{0,125} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{-1,5-4 \cdot \beta_2 \cdot \sin(8\pi \cdot y)}{\Delta} \right)^2} dy \\ + 2 \cdot \int_{-0,125}^{0,125} e^{-4 \ln 2 \left(\frac{-1,5-4 \cdot \beta_1 \cdot \sin(8\pi \cdot y)}{\Delta} \right)^2} dy \quad (4.3) \end{aligned}$$

Dann wird $\tilde{S}_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$ durch dieses Maximum dividiert, sodass sich $S_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$ ergibt, dessen Maximum eins beträgt.

$$S_{\text{Doppler}}(b, \Delta) = \frac{\tilde{S}_{\text{Doppler}}(b, \Delta)}{\tilde{S}_{\text{Doppler}}(7,5, \Delta)} \quad (4.4)$$

Die bereits erwähnte erwartete Signalstärke bezeichnet das Maximum der zu erwartenden Zählrate Z_{erwartet} des Signals S_{erwartet} . Dazu wird die Dopplerverbreiterung $S_{\text{Doppler}}(b, \Delta)$ mit der erwarteten Signalstärke zu S_{erwartet} multipliziert.

$$Z_{\text{erwartet}} = S_{\text{Doppler}}(b, \Delta) \cdot S_{\text{erwartet}} \quad (4.5)$$

Wie bereits erwähnt wird b von -40 bis $+40$ in Schritten von $2,5$ erhöht. In Summe ergibt sich über alle Bins ein dopplerverbreitetes, gaußförmiges Signal, passend zu den vorgegebenen Parametern. Dies ist in Grafik 4.1 dargestellt.

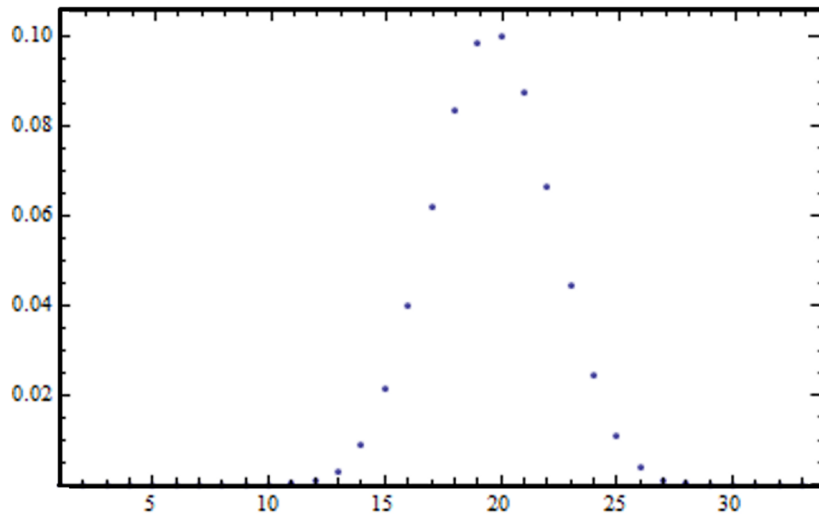


Abbildung 4.1: Die durchschnittlichen Zählraten für drei Ar^{13+} -Ionen bei einer Halbwertsbreite von 10 MHz und einer erwarteten Signalstärke von 0,2 Hz aller 33 Bins, die in Summe ein gaußförmiges Signal ergeben.

4 Simulation des PMT Signals

Für den zu erwartenden Untergrund wird weißes Rauschen mit konstanter Amplitude über alle Bins angenommen. Wichtig ist das Verhältnis von Bins mit Signal und Untergrund zu Bins nur mit Untergrund, denn ein Peak lässt sich nur durch Kontrast zum Untergrund identifizieren.

Das zu erwartende gaußförmige Signal sowie der zu erwartende Untergrund werden anschließend mit einer Poissonstatistik angenähert, wodurch sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(i)$ ergibt. Diese Wahrscheinlichkeitsverteilung ordnet jedem Bin i eine Wahrscheinlichkeit für das zu erwartende Signal bzw. den zu erwartenden Untergrund zu. Anschließend werden durch die *RandomReal* Funktion von Mathematica Zufallszahlen x zwischen Null und eins generiert, die dann in eine Matrix $P_{ij}(x)$ eingefügt werden. Diese Matrix ordnet jedem der 33 Bins $j = T_{\text{Mess}}[s]/(33 \cdot 10^{-4} \text{ s}) = k \cdot 1\,000\,000$ Zufallszahlen zu. An dieser Stelle wird die Wahl der Zeitkonstante mit 3300 s offensichtlich. Dabei beschreibt 10^{-4} s die oben erwähnte charakteristische Zeitkonstante, mit der das PMT ein Signal aufnehmen kann. k stellt den bereits erwähnten Zeitparameter dar. Durch die 33 wird die Verteilung der Messzeit auf alle Bins gewährleistet. Für Signal und Untergrund wird jeweils eine solche Matrix erzeugt. Die Zufallszahl jedes Feldes der jeweiligen Matrix $P_{ij}(x)$ wird dann mit der korrespondierenden Wahrscheinlichkeit des jeweiligen Bins, die sich durch die Poissonstatistik ergeben hat, verglichen. Ist die Zufallszahl dabei kleiner als die Wahrscheinlichkeit, so wird - wie im Grundlagenteil für Rejection Sampling (Abschnitt 2.3) beschrieben - die Zählrate um eins erhöht. Ist die Zufallszahl größer, bleibt die Zählrate unverändert. So wird für jeden Bin eine Zählrate für Signal und Untergrund simuliert.

Für die Auswertung werden die Ereignisse für Untergrund und Signal gemeinsam, sowie der Untergrund alleine exportiert. Dass hier im Gegensatz zur Realität beide Ereignisverläufe getrennt betrachtet werden können, ist wie erwähnt der Vorteil der Simulation.

4.2 Signalinterpretation

Um zu bestimmen, ob sich das Signal statistisch signifikant vom Rauschen abhebt, wird ein Abstand zwischen Signal mit Untergrund und nur dem Untergrund von 2σ bis 3σ benötigt. Die Größe σ entspricht hierbei der Standardabweichung und wird dabei sowohl für das Signal mit Untergrund, als auch für den Untergrund mit der Wurzel des jeweiligen Mittelwerts der Ereignisse aus allen Bins bestimmt, wie bei Poissonverteilungen üblich.

Bestimmt man nun aus den Werten des Signals mit Untergrundrauschen einen Mittelwert und vergleicht alle Einzelwerte mit diesem, kann ein Signal dann zuverlässig erkannt werden, wenn in drei benachbarten Bins die Abweichung vom Mittelwert aller Werte mindestens 2σ und einer der drei sogar mindestens 3σ vom Mittelwert

abweicht. Ist dies erfüllt sprechen wir von einem signifikanten Signal.

Die Simulation wird jeweils zweimal für die gleichen Parameter durchgeführt und nur wenn sich auch im zweiten Durchlauf für die identischen Bins Signal und Untergrund auf diese Art klar voneinander unterscheiden lassen, gehen wir davon aus, dass es kein zufälliges Artefakt der Simulation war und folglich bei der tatsächlichen Messung ebenfalls ein Peak - wenn vorhanden - erkennbar sein sollte.

Mit Hilfe der Simulation soll nun ermittelt werden, für welche Messzeit, bei jeder Kombination von Halbwertsbreite und Stärke des Untergrundrauschens bei jeder Signalstärke mit gegebenen Mikrobewegungs-Indizes, ein Signal gemessen werden kann. Voraussetzung ist, dass zuvor mit der resonanten Wellenlänge eingestrahlt wurde.

Beispiel für Monte Carlo simulierte Ereignisse

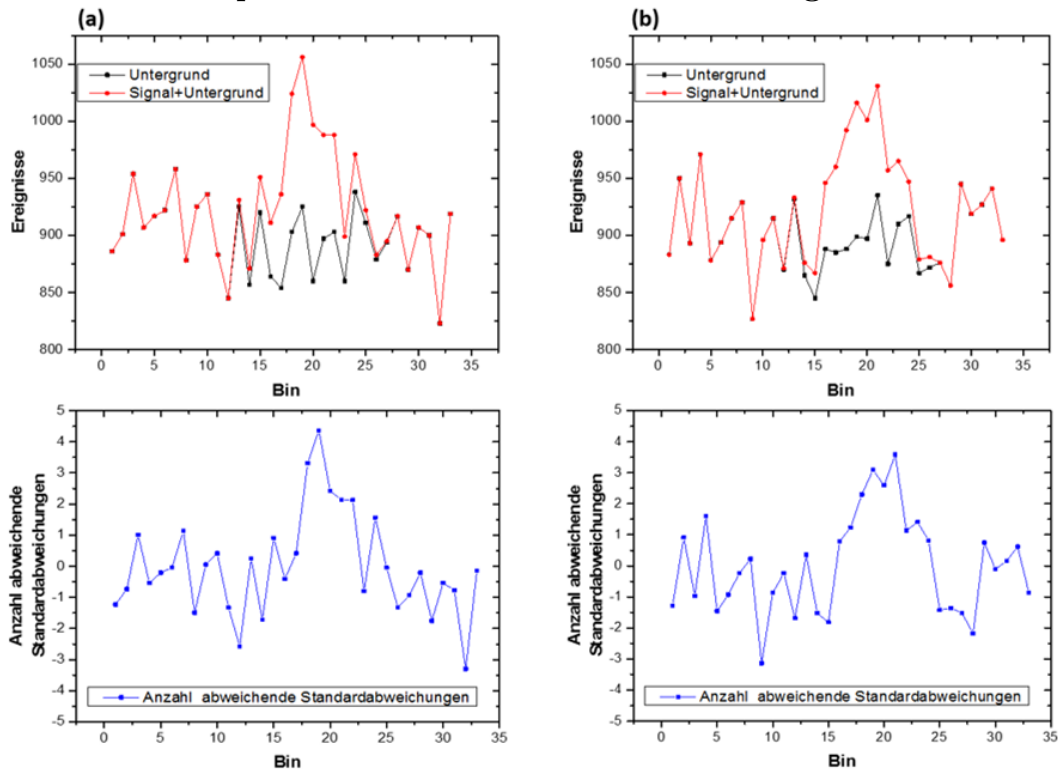


Abbildung 4.2: Zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 1,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 10 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

Hier werden für beide Durchläufe die Anzahl der Ereignisse für Signal mit Untergrund und Untergrund alleine graphisch dargestellt, sowie die Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen.

4 Simulation des PMT Signals

Als Beispiel wird das Simulationsergebnis beider Durchläufe für eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 1,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 10 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h graphisch in Grafik 4.2 dargestellt. Die dazugehörigen Daten sind in den Tabellen 7.1 und 7.2 im Anhang hinterlegt, wobei die Daten des Peaks gelb hinterlegt sind.

Anhand der Simulationsdaten kann ebenfalls rückwirkend die erwartete Signalstärke und somit die Plausibilität der Software überprüft werden. Dazu wird das Signalmaximum betrachtet:

$$N_{S+U} - N_U \stackrel{!}{=} \text{Signalstärke} \cdot \frac{\text{Zeit [s]}}{33} \quad (4.6)$$

$$\text{Signalstärke} = (N_{S+U} - N_U) \cdot \frac{33}{\text{Zeit [s]}} \quad (4.7)$$

Für das bereits in Grafik 4.2 verwendete Beispiel befinden sich die Signalmaxima jeweils im 19. Bin. Aus den Tabellen 7.1 und 7.2 im Anhang können dann folgende Werte abgelesen werden: $N_{S+U} = 1056$ bzw. $N_{S+U} = 1016$ und $N_U = 925$ bzw. $\#N_U = 899$. Unter Verwendung von Gleichung 4.7 wird die Signalstärke 0,22 Hz bzw. 0,20 Hz bestimmt, was sehr gut mit der erwarteten Signalstärke von 0,20 Hz übereinstimmt.

Dabei gilt, wie erwartet, dass je größer die erwartete Signalstärke ist, desto deutlicher kann man das Signal auch erkennen. Kann also ein Signal bei einer erwarteten minimalen Signalstärke von 0,20 Hz erkannt werden, dann ist diese Messzeit für alle erwarteten Signalstärken ausreichend. Somit wurde nur dieser Wert in der Simulation verwendet.

Die Halbwertsbreite wird von 10 MHz bis 20 MHz in ganzzahligen Schritten bei einem erwarteten Untergrundrauschen von 1,5 Hz und 2,5 Hz mit aufsteigender Zeit simuliert, bis die minimal nötige Messzeit gefunden ist. Die minimale Messzeit wird dabei durch die kleinste Zeitkonstante k aus Gleichung 4.1 bestimmt, bei der in der Simulation ein Signal erkennbar ist.

Außerdem gilt, dass je geringer das erwartete Untergrundrauschen ist, desto deutlicher sticht das Signal aus dem Untergrund hervor. Umgekehrt gilt: Ist für ein erwartetes Untergrundrauschen von 1,5 kein Signal zu erkennen, dann gilt dies erst recht für ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5. Des Weiteren kann bei einem breiteren Signal bei gleicher Peak-Höhe auch bei geringeren Messzeiten ein Signal detektiert werden als bei schmalen Signalen. Diese Erkenntnisse schränken die nötigen Simulationen für die Auswertung ein. Die Ergebnisse der Simulation sind in Tabelle 4.1 zusammengetragen.

In Tabelle 4.1 finden sich Parameterkombinationen aus Halbwertsbreite und Untergrundrauschen für die die benötigte Messzeit größer als 6 h ist, meist liegen die Zeiten jedoch unterhalb. Die Simulationsergebnisse der Parameter, für die die benötigte Messzeit größer als 6 h ist, sind bei einer Messzeit von 5,5 h und einer Signalstärke von 0,2 Hz in den Grafiken 7.2 bis 7.12 im Anhang graphisch dargestellt. Dabei ist nur in den Grafiken 7.5 (a) und 7.7 (b) kein eindeutiger Peakverlauf erkennbar, wird

Tabelle 4.1: *Benötigte Messzeiten zur Peakerkennung bei drei signalemittierenden Ar¹³⁺ in Abhängigkeit der variablen Parameter.*

Halbwertsbreite [MHZ]	Stärke des Untergrundrauschens [Hz]	Zeitvariable k	Zeit [s]	Zeit [h]
10	1,5	6	19 800	5,5
	2,5	10	33 000	9,17
11	1,5	6	19 800	5,5
	2,5	8	26 400	7,33
12	1,5	6	19 800	5,5
	2,5	8	26 400	7,33
13	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	8	26 400	7,33
14	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	8	26 400	7,3
15	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	8	26 400	7,33
16	1,5	6	16 500	4,58
	2,5	7	26 400	7,33
17	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	8	26 400	7,33
18	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	8	26 400	7,33
19	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	7	23 100	6,42
20	1,5	5	16 500	4,58
	2,5	7	23 100	6,42

aber bereits vermutet. Vermutet man ein Signal, also wenn mehrere Bins nebeneinander eine positive Anzahl und bei mindestens einem Bin zwei Standardabweichungen über dem Mittelwert liegen und die Anzahl an abweichenden Standardabweichungen vom Mittelwert in den übrigen Bins subjektiv gesehen stärker zwischen positiven und negativen Abweichungen schwanken, dann muss man an dieser Stelle weiter messen bis die längere, aus Tabelle 4.1 empfohlenen Messzeit erreicht ist, um die Vermutung zu bestätigen oder zu widerlegen. Dabei ist von Vorteil, dass der Ereignisverlauf eine Messzeit von t Stunden äquivalent zur Summe der Ereignisverläufe von t einstündigen Messungen ist. Somit kann für die zur eindeutigen Verifikation nötige Zeitdifferenz anschließend weiter spektroskopiert werden. Insgesamt zeigen die Simulationen aber, dass eine Messzeit von nicht mehr als 6 h zur groben Abtastung des Wellenlängenbereichs einen guten Kompromiss zwischen Zeitaufwand und Ergebnisgüte darstellt. Diese Messzeit wurde für die Messung angestrebt.

4.3 Betrachtung des Untergrunds

Um ebenfalls einen Eindruck zu gewinnen, wie gut ein Signal bei einer Messzeit von 5,5 h bei einem höheren erwarteten Untergrundrauschen erkennbar ist, ist in Grafik 7.1 im Anhang exemplarisch eine Simulation mit einem erwarteten Untergrundrauschen von 5 Hz durchgeführt. Für die weiteren Parameter wurden die am wahrscheinlichsten auftretenden Werte gewählt: Eine 10 MHz Halbwertsbreite und eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz. Die Messzeit von 5,5 h wurde erneut gewählt, da wir bei der Abtastung des Wellenlängenbereichs für den ersten Eindruck zunächst maximal 6 h pro Wellenlänge messen wollen. Wie in Grafik 7.1 zu sehen ist, kann ein Signal zwar vermutet, aber nicht sicher identifiziert werden. Zur genaueren Verifikation eines Signals müsste dann nochmals nachgemessen werden, bis ein Signal in diesem Bereich eindeutig bestätigt oder widerlegt werden kann. Die Betrachtung eines höheren Untergrundrauschens ist vorgenommen worden, da nach Abschluss der Durchführung der Simulation ein höherer Untergrund als erwartet für die eigentliche Messung festgestellt wurde. Ein doppelter Untergrund bedeutet eine viermal so lange Messzeit um die gleiche Güte der Ergebnisse zu erreichen.

Anschließend wurde zusätzlich untersucht, wie oft bei den Ereignissen des Untergrunds mit diesem Kriterium fälschlicherweise ein Signal interpretiert werden könnte. Dabei wurde für jede Messzeit gezählt, wie oft die Kriterien für ein Signal aus Abschnitt 4.2 auf das Untergrundrauschen zutreffen. Wie in Tabelle 7.3 im Anhang dargestellt ist, treten diese Kriterien genau einmal auf, also in 0,3% aller simulierten Fälle. Somit ist eine Fehlinterpretation eines Peaks im Untergrund sehr unwahrscheinlich.

Es ist dagegen viel wahrscheinlicher, dass bei einer verkürzten Messzeit ein entstehender Peak fälschlicherweise im Untergrund mit den weicheren Kriterien der *Vermutung* (Abschnitt 4.2) vermutet wird und damit unnötigerweise in diesem Bereich nochmals genauer nachgemessen wird. Um die Wahrscheinlichkeit hierfür abzuschätzen, wurden exemplarisch 117 Simulationen des Untergrunds graphisch dargestellt und betrachtet. Die Beurteilung, ob ein Peak in einem solchen Spektrum vermutet werden könnte, erfolgte auf der Basis der oben beschriebenen Anhaltspunkte (Abschnitt 4.2). Mit dieser Analyse wird in 20 Fällen, also in 17 %, im Untergrund fälschlicherweise ein Peak vermutet. Beide Fälle, dass im Untergrund ein bzw. kein Peak vermutet wird, sind im Anhang in Grafik 7.13 dargestellt. Somit werden vermutlich in ungefähr 15 % – 20 % der Messungen unnötigerweise Bereiche nochmals genauer nachgemessen. Dies ist zeitlich jedoch effizienter als alle Bereiche für die empfohlene Messzeit zur eindeutigen Peakerkennung zu vermessen, denn wenn kein Peak vorhanden ist, ist dies meist schon einige Stunden früher durch eine typische Untergrundstruktur ohne auffällige Verläufe zu erkennen. Eine lange Messung wäre hierbei zeitlich nicht effizient.

Mit Hilfe der 117 Simulationen des Untergrunds wurde außerdem begutachtet, wie oft der Fall eintritt, dass in zwei Bereichen zufällig eine gleich verlaufende Struktur auftritt. Dies war bei 2 der 117 Simulationen, also bei weniger als 2 %, der Fall, und ist damit als statistisch selten zu bewerten.

5 Datenauswertung

Für die Spektroskopie des $1s^2 2s^2 2p^2 P_{1/2} \rightarrow ^2P_{3/2}$ M1 Übergangs in sympathetisch gekühlten Ar^{13+} -Ionen wird ein durchstimmbarer Spektroskopielaser im Bereich von 441 nm verwendet, der in Abschnitt 3.4 beschrieben wurde. Die Fluoreszenzphotonen des Übergangs werden mit einem PMT detektiert. Die wahrscheinlichste resonante Wellenlänge des Übergangs wurde in Gleichung 2.22 zu $(441,37970 \pm 0,00007)$ nm bestimmt. Um diese Wellenlänge wird ein Bereich von $\pm 2,2 \sigma$ betrachtet.

Zur Optimierung der Messung muss vor Beginn der Untergrund, verursacht durch Streulicht, bestmöglich minimiert werden. Dazu wird die Streuung der zur Kühlung des Be^+ -Coulomb-Kristall nötigen Laser, die Öffnungen zur Einstrahlung dieser Laser sowie zur Einstrahlung des Spektroskopielasers und die Durchlässigkeit des gesamten Aufbaus für Streulicht minimiert. Des weiteren muss die Sensibilität des PMT für blaues Licht so groß wie möglich sein. Dies wird optimiert, indem die Position der CCD Kamera so gewählt wird, dass die Anzahl der detektierten Ereignisse bei angeschaltetem Spektroskopielaser maximal ist, damit möglichst viel Licht im 441 nm-Bereich detektiert werden kann. Allerdings muss bei der Wahl dieser Position auch darauf geachtet werden, dass die Streuung bei ausgeschaltetem Spektroskopielaser minimal ist, um ebenfalls den Einfluss von Streulicht auf den Untergrund zu minimieren.

Trotz dieser Optimierungsmaßnahmen schwankt das Untergrundrauschen zwischen 6 Hz und 8 Hz und ist somit - wie im 4. Kapitel bereits erwähnt - um einen Faktor drei größer als für die Simulation zunächst angenommen. Die Signalstärke wird durch die während der Versuchsdurchführung vorgenommenen Spektroskopielaseroptimierung auch größer als in der Simulation angenommen erwartet, was das Signal um mindestens den Faktor zwei verbessert. Damit ist das Signal-Rausch-Verhältnis nur um einen Faktor 1,5 schlechter als angenommen und dadurch sollte die Messzeit um einen Faktor zwei höher liegen um die gleiche Güte der Ergebnisse wie in der Simulation zu erhalten. Trotzdem muss davon ausgegangen werden, dass nach sechs bis acht Stunden bereits ein vorhandenes Signal erahnt werden kann. Wenn die Anzahlen an abweichenden Standardabweichungen der Ergebnisse vom Mittelwert in den einzelnen Bins nach dieser vorläufigen Messzeit zufällig wirken, also sowohl positiv als auch negativ sind, dann wird in diesem Messbereich kein Signal erwartet. Ist jedoch in mehreren benachbarten Bins eine positive Abweichung nach den in Abschnitt 4.2 genannten Kriterien für zu erahnende Signale erkennbar, dann muss dieser Bereich noch weiter vermessen werden, bis ein Signal detektiert ist oder er sicher ausgeschlossen werden kann. Dabei ist von Vorteil, dass die Ergebnisse jeder Einzelmessung binweise addiert werden können.

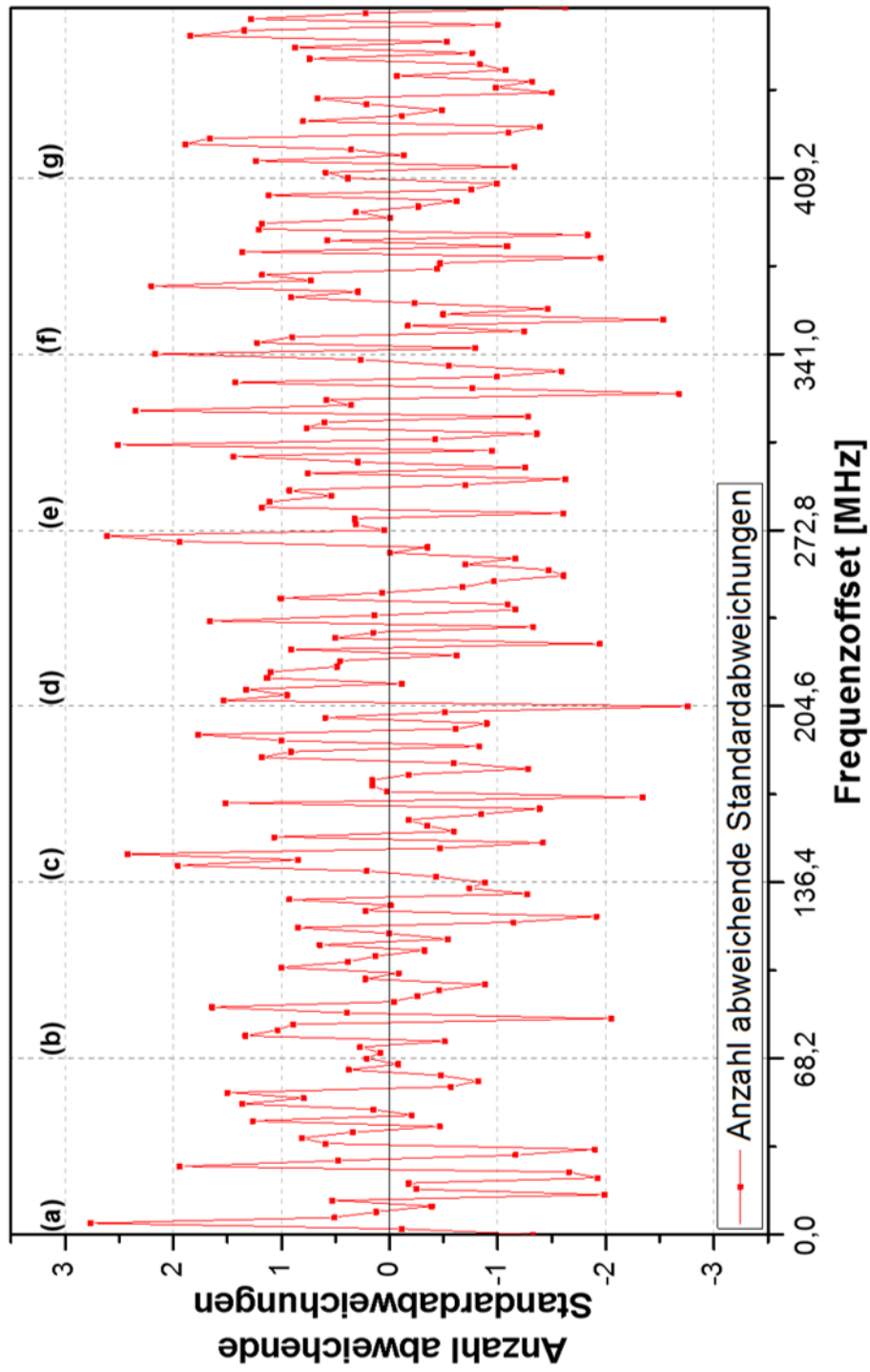


Abbildung 5.1: Das Gesamtspektrum der Anzahlen abweichender Standardabweichungen vom Mittelwert der Ereignisse *se jeweils eines Bereichs aufgeteilt in die sieben Messbereiche (a)-(g).*

Zur Auswertung wird der gesamte Untersuchungsbereich in sieben Bereiche unterteilt. Jeder dieser Bereiche ist in 31 Bins aufgeteilt, die jeweils in einem Frequenzabstand von 2,2 MHz liegen. Somit wird bei $7 \cdot 31 = 217$ Wellenlängen bzw. Frequenzen experimentiert und damit ein Frequenzbereich von $2,2 \text{ MHz} \cdot (217 - 1) = 475,2 \text{ MHz}$ abgedeckt. Rechnet man die wahrscheinlichste Wellenlänge aus Gleichung 2.22 $\lambda_{\text{Vakuum}} = (441,37970 \pm 0,00007) \text{ nm}$ in eine Frequenz ν um, dann erhält man $\nu = (679\,216\,684,96 \pm 107,72) \text{ MHz}$. Und somit wird ein $475,2 \text{ MHz} / 107,72 \text{ MHz} \cdot \sigma = 4,4 \sigma$ Intervall bzw. ein $\pm 2,2 \sigma$ -Bereich um den wahrscheinlichsten Wert untersucht.

Das Spektrum aufgeteilt in die sieben Bereiche, die wiederum in je 31 Bins unterteilt sind, ist in Grafik 5.1 (a) - (g) dargestellt. Dabei wird die Anzahl abweichender Standardabweichungen über einen Frequenzoffset dargestellt. Dieser beschreibt die Bins und wird demzufolge von 0 MHz, im ersten Bin des ersten Bereichs, bis 475,2 MHz, im 217. Bin, also dem im 31. Bin des siebten Bereichs, in Schritten von 2,2 MHz erhöht. Mit zunehmendem Frequenzoffset, was einer kleiner werdenden Absolutfrequenz entspricht, nimmt dabei auch die Wellenlänge zu.

Aufgrund der vorliegenden Ergebnisse wurden die Bereiche (a),(b), (e)-(g) bereits nach dem jeweils ersten Messtag ausgeschlossen. Betrachtet man die dazugehörigen Bereiche im Gesamtspektrum, dargestellt in Grafik 5.1, dann stellt man fest, dass die Ereignisse hier bei keinen drei benachbarten Bins jeweils eine positive Standardabweichung, bei einem dieser Bins mindestens zwei Standardabweichungen über dem Mittelwert aller Ereignisse liegen. Sie erfüllen somit nicht die Kriterien für eine „*Signalvermutung*“ nach Abschnitt 4.2, vielmehr sind die Abweichungen fast kontinuierlich abwechselnd im positiven und negativen Bereich verteilt.

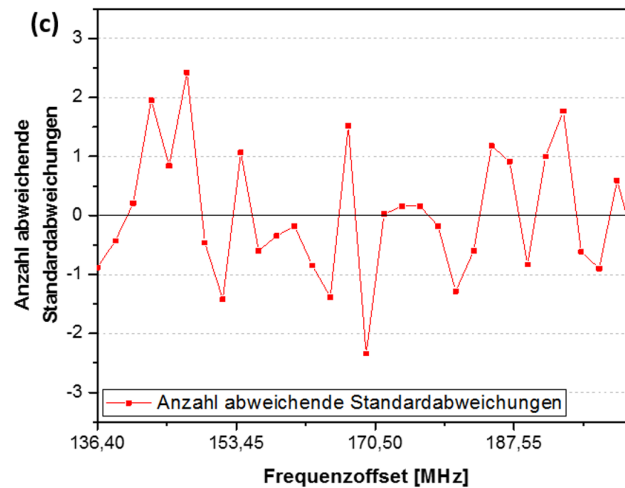


Abbildung 5.2: Das Spektrum der Anzahlen abweichender Standardabweichungen vom Mittelwert der Ereignisse des Messbereichs (c).

5 Datenauswertung

Im Bereich (c), dargestellt in Grafik 5.2, können nach der Erstmesszeit von ungefähr 8 h vier benachbarte Bins die eben genannten Kriterien erfüllen. Die Anzahl der Ereignisse der Frequenzoffsets 140,8 MHz, 143 MHz, 145,2 MHz und 147,4 MHz liegen jeweils über dem Mittelwert dieses Bereichs, die bei 147,4 MHz sogar $2,4\sigma$ darüber. Aufgrund dieser Ergebnisse wird dieser Bereich weiter untersucht. Eine Nachmessung, die für ein eindeutiges Ergebnis notwendig war, hat diesen Anfangsverdacht jedoch widerlegt, ein Signal konnte ausgeschlossen werden.

Auch die Struktur bei den Frequenzoffsets 206,8 MHz, 209 MHz und 211,2 MHz im Bereich (d), dargestellt in Grafik 5.3, hat einen auffälligen Verlauf. Hier liegen zwar eigentlich nicht die Kriterien für eine „*Signalvermutung*“ nach Abschnitt 4.2 vor, da keine der Anzahlen abweichender Standardabweichungen vom Mittelwert zwei beträgt oder überschreitet, aber die gleiche Struktur trat in den identischen Bins bereits bei der letzten Strahlzeit im Oktober 2016 auf. Wie im Abschnitt 4.3 anhand der Simulation untersucht, ist eine zufälliges Auftreten einer solche Ähnlichkeit im Untergrund sehr selten und aus diesem Grund wurde auch der Bereich (d) nachgemessen.

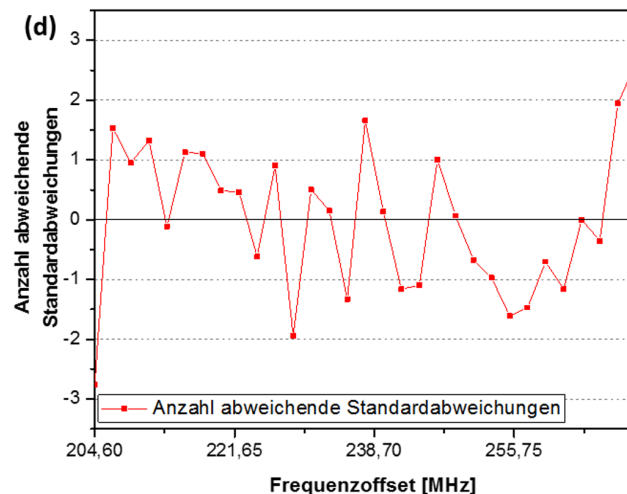


Abbildung 5.3: Das Spektrum der Anzahlen abweichender Standardabweichungen vom Mittelwert der Ereignisse des Messbereichs (d).

Diese Auffälligkeit wird mit der von uns durchgeführten Nachmessung zwar weiter verstärkt, reicht allerdings nicht für eine eindeutige Peakidentifikation nach den Kriterien aus Abschnitt 4.2 aus.

Um ein eindeutiges Ergebnis zur Verifikation oder Widerlegung eines Peaks in diesem Bereich zu erhalten, müsste nochmals einige Zeit gemessen werden.

6 Rekapitulation und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde der ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1 Übergangs in ${}^{40}\text{Ar}^{13+}$ -Ionen bei 441 nm im mK-Bereich im Hinblick auf eine Überprüfung der α -Variationstheorie mit Hilfe der Laserspektroskopie untersucht.

Im Experiment werden die hochgeladenen Ar-Ionen zunächst mit einer maximalen Ladung von $Q = 13$ durch einen Elektronenstrahl in einer EBIT produziert und gefangen. Anschließend werden sie gepulst in eine Beamline entlassen, wo basierend auf der unterschiedlichen TOF der verschiedenen Ladungszustände die Ar^{13+} separiert werden. Mit einem linear ansteigenden Abbremspotential werden die HCIs nicht nur abgebremst, auch ihre Energieverteilung wird durch geeignetes Abschalten der Potentialrampe minimiert. In den mK-Bereich gekühlt werden die Ar^{13+} -Ionen durch sympathetische Kühlung in einem Coulomb Kristall aus ${}^9\text{Be}^+$ -Ionen. Dieser befindet sich in einer kryogenen linearen Paulfalle und wird bei 313 nm mit dem Übergang $2^2S_{1/2} (F = 2) \leftrightarrow 2^2P_{3/2} (F = 3)$ Doppler-Lasergekühlt. Es wird dabei angestrebt, immer drei Ar^{13+} -Ionen im Be^+ -Coulombkristall zu haben, was leicht visuell überprüft werden konnte.

Zur Spektroskopie der Ar^{13+} -Ionen wird ein durchstimmbarer Titan:Saphir Laser bei 882 nm frequenzverdoppelt. Für eine Hochpräzisionsspektroskopie der HCIs sollte der Spektroskopielaser eine maximale Linienbreite von 100 kHz besitzen. Dazu wird der Laser auf einen Resonator stabilisiert, der wiederum mit der Sideband locking Technik in einem Pound-Drever-Hall Aufbau mittels eines Referenz-Lasers variabel fixierbar ist. Dieser Referenz-Laser wird auf einen atomaren Übergang in ${}^{85}\text{Rb}$ stabilisiert.

Für die Ereignisdetektierung wird ein PMT verwendet. Diese Ereignisse werden durch das Signal selbst verursacht - also durch spontane Emission - sowie durch Untergrundrauschen. Dieses wurde vor der Messung so gut wie möglich minimiert und das Signal maximiert.

Die Messbedingungen wurden für eine gute Versuchsplanung zuvor mit einer Simulation untersucht. Ziel der Simulation war es herauszufinden, wie lange ein Messbereich untersucht werden muss, bis ein Signal - wenn vorhanden - eindeutig identifiziert werden kann. Diese Zeit hängt dabei sowohl von der Signalstärke (bei drei Ar^{13+} mindestens 0,2 Hz) als auch von der Stärke des Untergrundrauschens (maximal 2,5 Hz) ab, sowie von der Halbwertsbreite (10 – 20 MHz) des Signals relativ zum Frequenzintervall zwischen zwei Messbereichen. Außerdem wurden die Mikro-motion der HCIs berücksichtigt, die eine Dopplerverbreiterung des Signals bewirken. Zur Optimierung der Messzeit wurde mit der Simulation ermittelt, nach welcher Zeit

sich bereits ein Signal in einem Bereich ausschließen lässt. Mit der Simulation wird ebenfalls der Ereignisverlauf bei einer Messzeit von 5,5 Stunden begutachtet. In allen betrachteten Fällen, in denen diese Zeit geringer als die zur sicheren Signaldetektierung nötige Zeit ist, lässt sich bereits mit den Kriterien aus Abschnitt 4.2 ein Signal erahnen. Diese Erkenntnis ist wichtig, damit - falls kein Signal vorhanden ist - der Messbereich frühzeitig ausgeschlossen und somit Messzeit gespart werden kann, andererseits ein Messbereich mit Signal aber auch nicht auf Grund zu kurzer Messzeit fälschlicherweise ausgeschlossen wird. Andererseits kann natürlich auch nach einer verkürzten Messzeit in der Untergrundstruktur ein Signal erahnt werden, was sich dann nicht als solches herausstellt. Die Wahrscheinlichkeit für diesen Fall wurde mit der Simulation ebenfalls untersucht und ergab sich zu knapp 20 %. Die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Untergrundstrukturen zufällig den gleichen Verlauf haben, wurde mit der Simulation auf kleiner 2 % bestimmt.

Mit Hilfe der Erkenntnisse aus der vorhergehenden Simulation wurde die eigentliche Spektroskopiemessung des ${}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$ M1 Übergangs in ${}^{40}\text{Ar}^{13+}$ -Ionen bei 441 nm durchgeführt. Dazu wurde ein Bereich von $\pm 2,2\sigma$ um die wahrscheinlichsten, aus vorherigen Messungen berechnete Wellenlänge von $(441,37970 \pm 0,00007)$ nm untersucht. Dabei konnten sechs der sieben untersuchten Bereiche ausgeschlossen werden. Allerdings konnte im detektierten Frequenzspektrum auch ein Bereich identifiziert werden, in dem eine längere Messung lohnt.

Dies sollte in einem nächsten Schritt untersucht werden, um vielleicht die resonante Linie im Frequenzspektrum doch noch zu finden.

7 Anhang

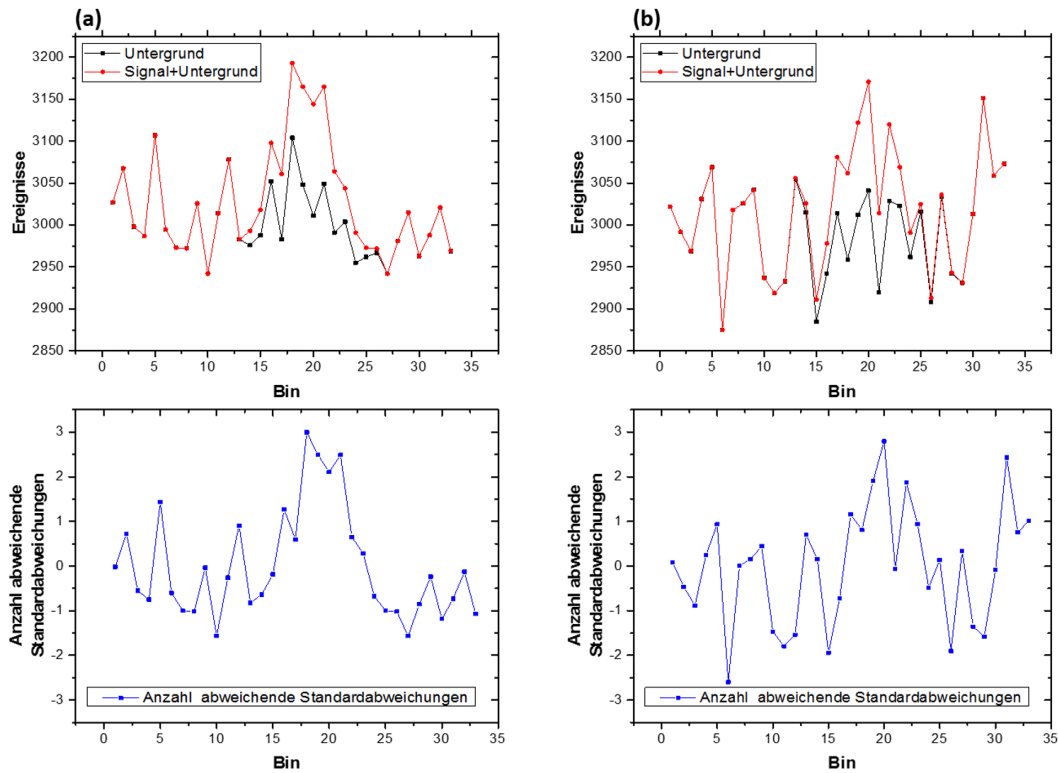


Abbildung 7.1: Zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 5 Hz, eine Halbwertsbreite von 10 MHz und eine Messzeit von 19800 s bzw. 5,5 h.

Hier werden für beide Durchläufe die Anzahl der Ereignisse für Signal mit Untergrund und Untergrund alleine graphisch dargestellt, sowie die Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen.

Tabelle 7.1: 1. Durchlauf von Monte Carlo simulierten Ereignissen für drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalverstärkung von 0,2, ein erwartetes Untergrundrauschen von 1,5, eine Halbwertsbreite von 10 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

Bin	Ereignisse (Signal+ Untergr.)	Anz. Standard- abw.	Ereignisse (Untergr.)	Anz. Standard- abw.	Diff.
1	886	-1	886	0	-1
2	901	-1	901	0	-1
3	954	1	954	2	-1
4	907	-1	907	0	-1
5	917	0	917	1	-1
6	922	0	922	1	-1
7	958	1	958	2	-1
8	878	-1	878	-1	-1
9	925	0	925	1	-1
10	936	0	936	1	-1
11	883	-1	883	-1	-1
12	845	-3	845	-2	-1
13	931	0	925	1	-1
14	871	-2	857	-1	0
15	951	1	920	1	0
16	911	0	864	-1	1
17	936	0	854	-1	2
18	1 024	3	903	0	3
19	1 056	4	925	1	3
20	997	2	860	-1	4
21	988	2	897	0	2
22	988	2	903	0	2
23	899	-1	860	-1	0
24	971	2	938	1	0
25	922	0	911	0	0
26	883	-1	879	-1	-1
27	895	-1	894	0	-1
28	917	0	917	1	-1
29	870	-2	870	-1	-1
30	907	-1	907	0	-1
31	900	-1	900	0	-1
32	823	-3	823	-3	-1
33	919	0	919	1	-1
	Mittel- wert	Standard- abw.	Mittel- wert	Standard- abw.	
	923,36	30	898,12	30	

Tabelle 7.2: 2. Durchlauf von Monte Carlo simulierten Ereignissen für drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalverstärkung von 0,2, ein erwartetes Untergrundrauschen von 1,5, eine Halbwertsbreite von 10 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

Bin	Ereignisse (Signal+ Untergr.)	Anz. Standard- abw.	Ereignisse (Untergr.)	Anz. Standard- abw.	Diff.
1	883	-1	883	-1	-1
2	950	1	950	2	-1
3	893	-1	893	0	-1
4	971	2	971	2	-1
5	878	-1	878	-1	-1
6	894	-1	894	0	-1
7	915	0	915	1	-1
8	929	0	929	1	-1
9	827	-3	827	-2	-1
10	896	-1	896	0	-1
11	915	0	915	1	-1
12	871	-2	870	-1	-1
13	933	0	932	1	-1
14	876	-2	865	-1	0
15	867	-2	845	-2	0
16	946	1	888	0	1
17	960	1	885	0	2
18	992	2	888	0	3
19	1 016	3	899	0	3
20	1 001	3	897	0	3
21	1031	4	935	1	2
22	957	1	875	-1	2
23	965	1	910	0	1
24	947	1	917	1	0
25	879	-1	867	-1	0
26	881	-1	872	-1	0
27	876	-2	876	-1	-1
28	856	-2	856	-1	-1
29	945	1	945	2	-1
30	919	0	919	1	-1
31	927	0	927	1	-1
32	941	1	941	1	-1
33	896	-1	896	0	-1
	Mittelwert	Standardabweichung	Mittelwert	Standardabweichung	
	922,21	30	597,18	24	

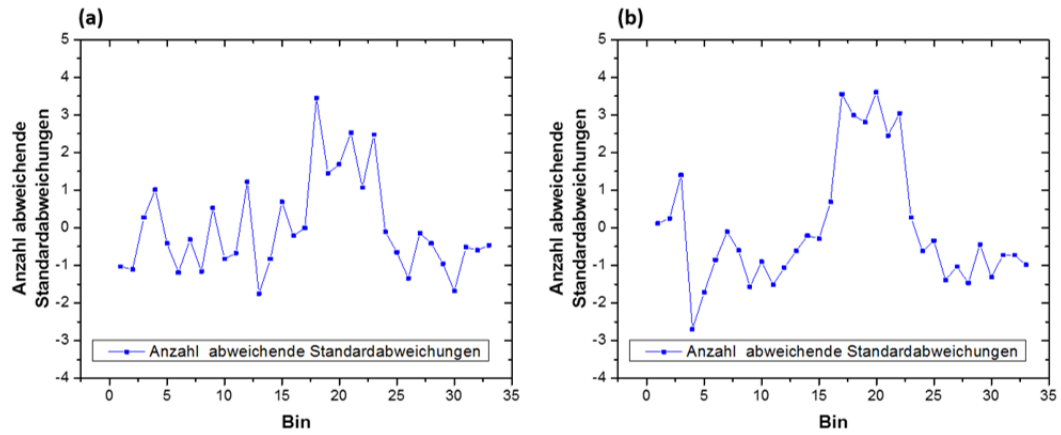


Abbildung 7.2: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 10 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

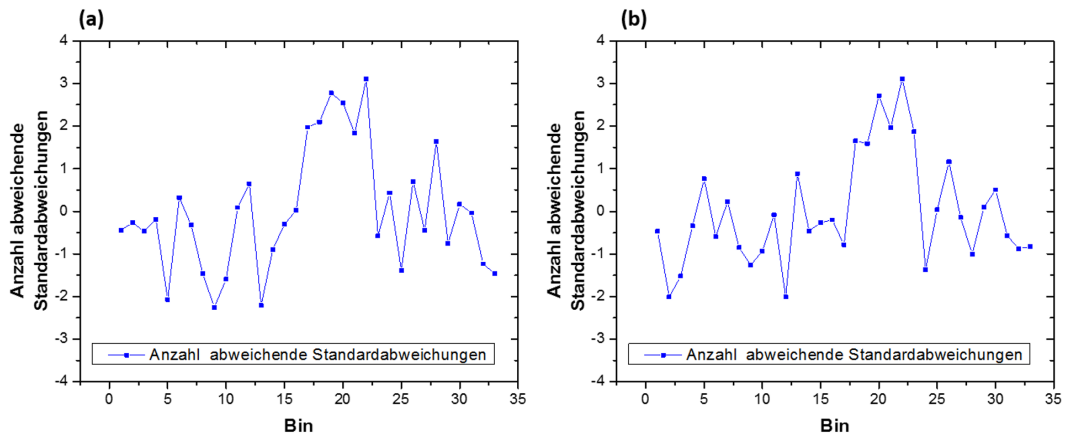


Abbildung 7.3: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 11 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

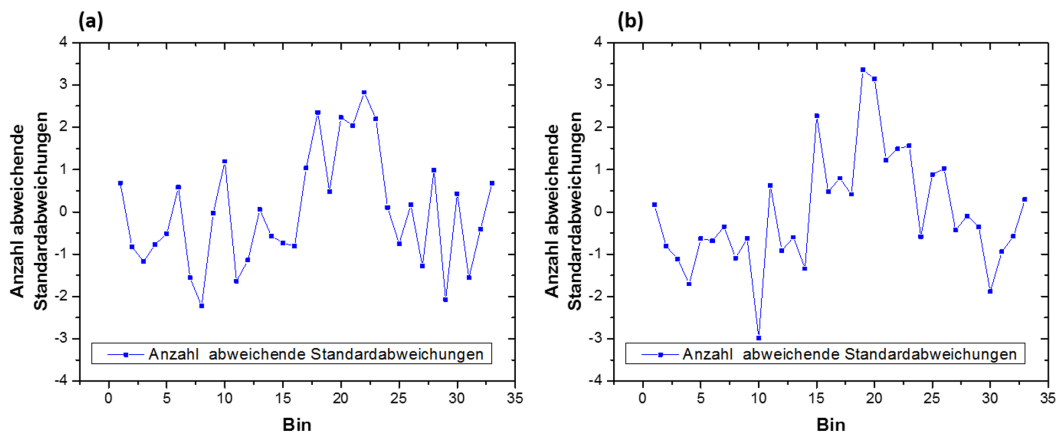


Abbildung 7.4: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 12 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

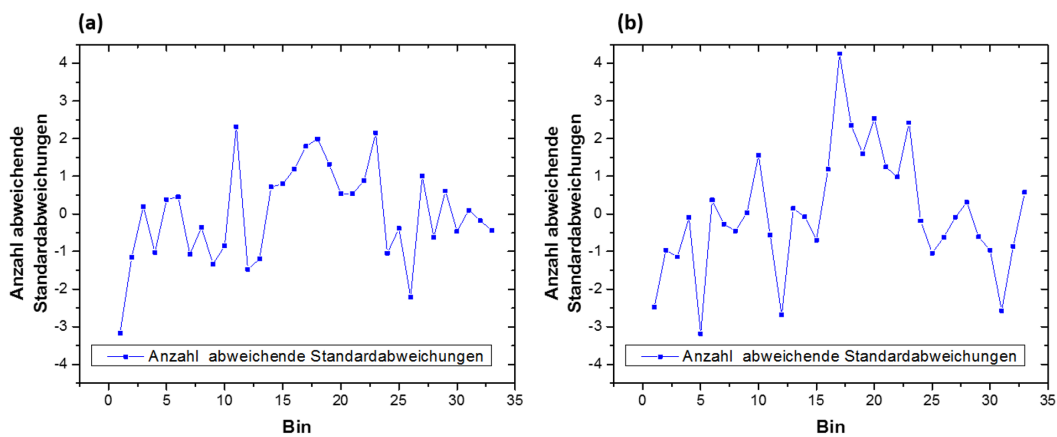


Abbildung 7.5: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 13 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

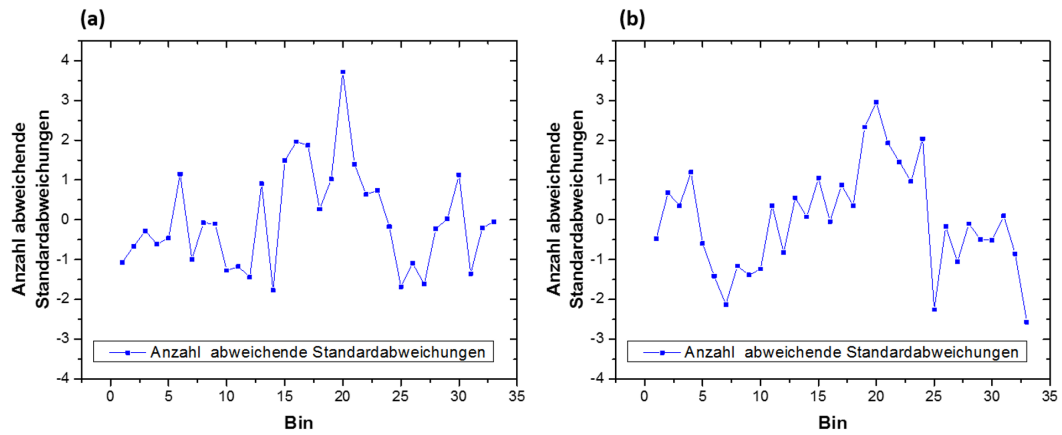


Abbildung 7.6: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 14 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

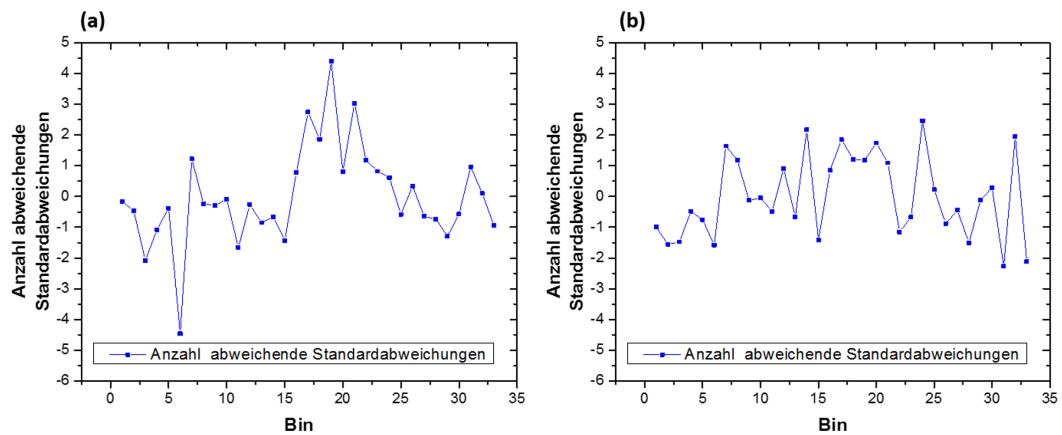


Abbildung 7.7: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 15 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

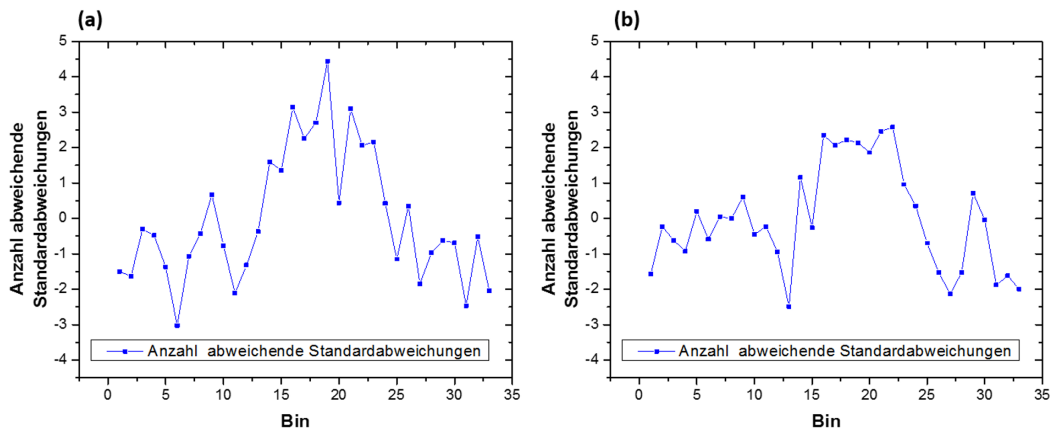


Abbildung 7.8: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 16 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

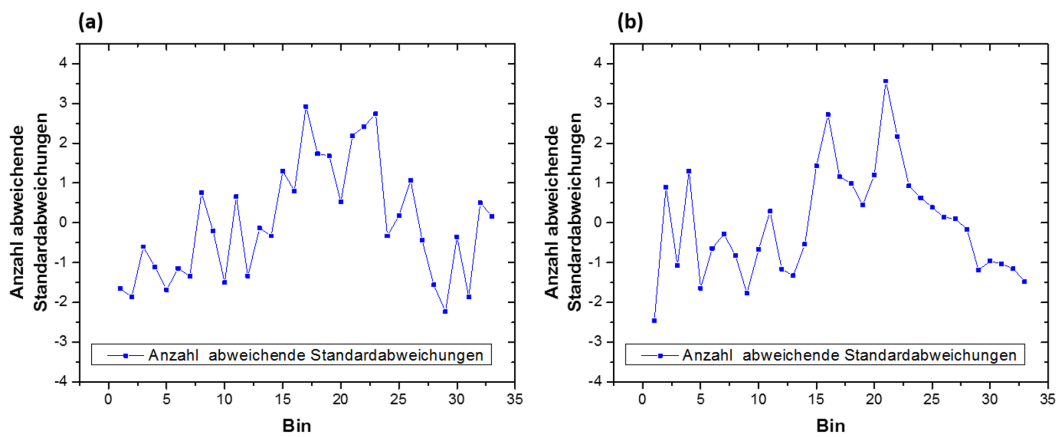


Abbildung 7.9: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 17 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

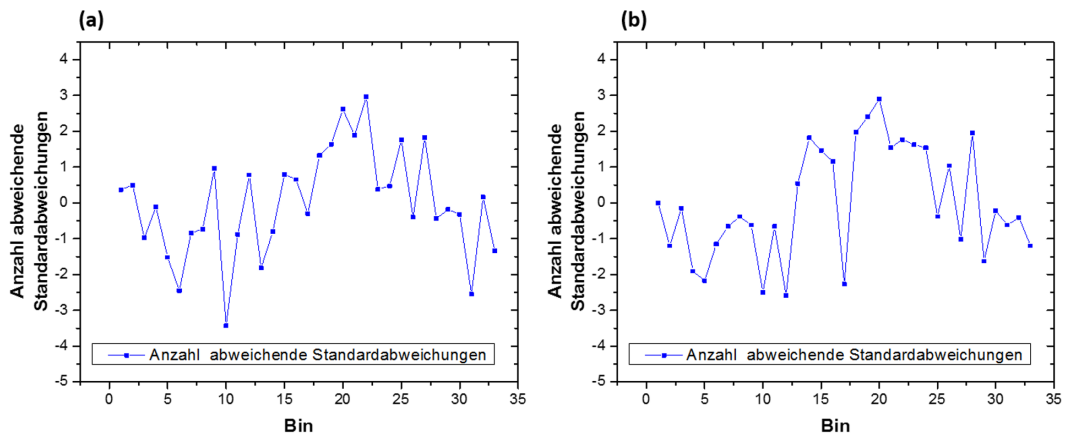


Abbildung 7.10: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 18 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

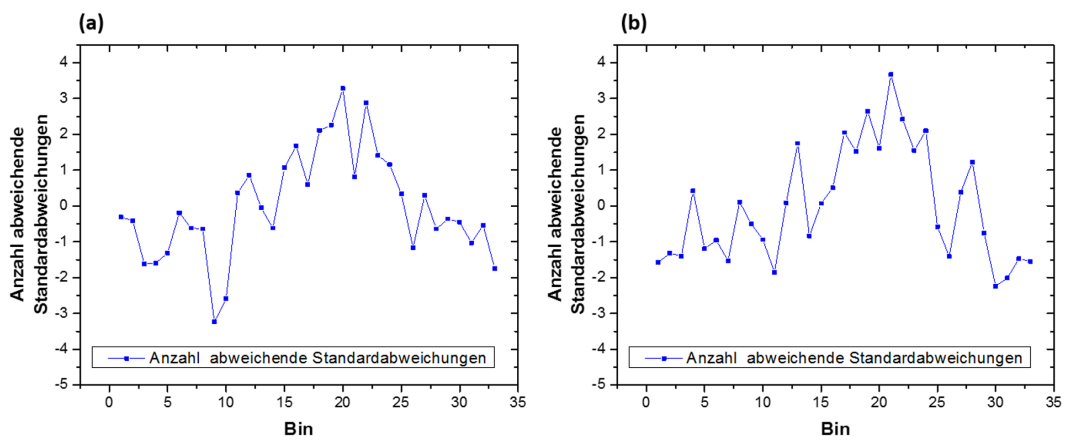


Abbildung 7.11: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 19 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

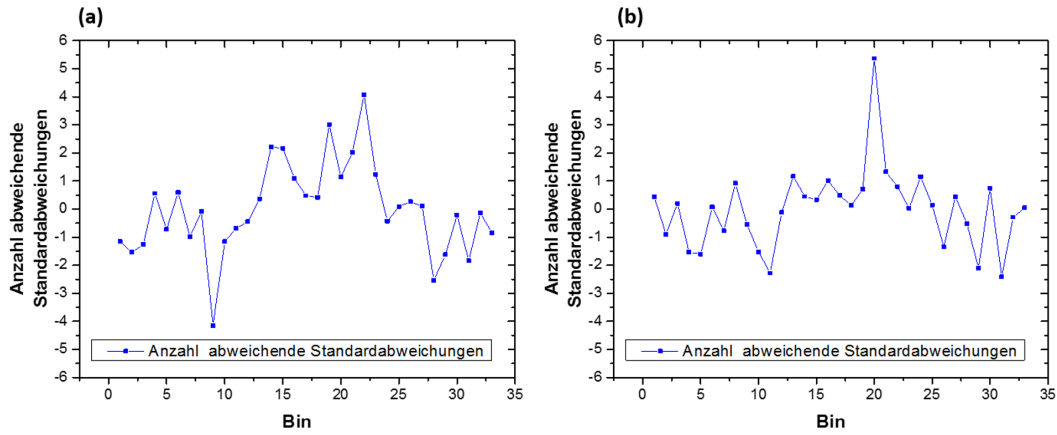


Abbildung 7.12: Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse von Signal mit Untergrund vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen, dargestellt für zwei Monte Carlo simulierte Signale für jeweils drei Ar^{13+} , eine erwartete Signalstärke von 0,2 Hz, ein erwartetes Untergrundrauschen von 2,5 Hz, eine Halbwertsbreite von 20 MHz und eine Messzeit von 19 800 s bzw. 5,5 h.

Tabelle 7.3: Absolute und Relative Anzahl von als Signal interpretierten Untergrundrauschen bei verschiedenen Messzeiten.

Zeit [h]	Anzahl Simulationen	Anzahl Peaks mit $2 \cdot 2\sigma$ und $1 \cdot 3\sigma$ in 3 benachbarten Bins	Relativ [%]
0,89	140	0	0
1,78	116	0	0
2,67	38	0	0
3,56	12	1	8,3
4,44	24	0	0
5,33	18	0	0
6,22	18	0	0
7,11	12	0	0
8,00	2	0	0
8,89	2	0	0
insgesamt	382	1	0,3

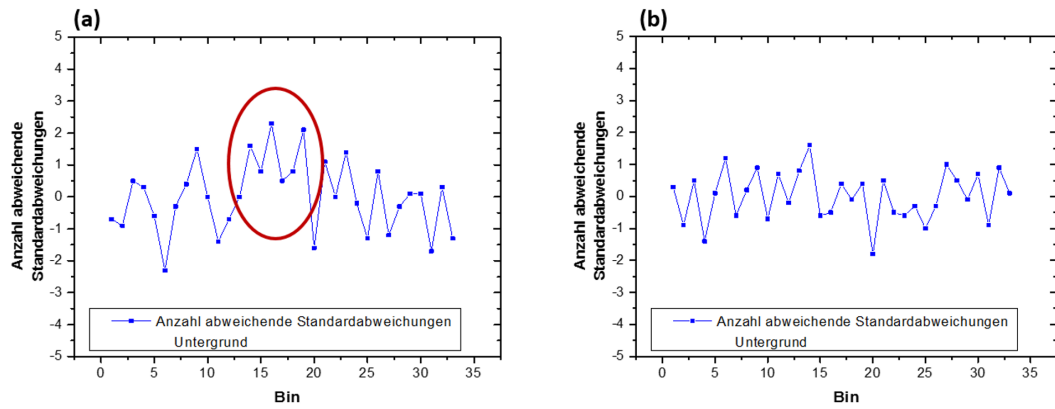


Abbildung 7.13: Zwei exemplarisch dargestellte Simulationsergebnisse für die Anzahl der Standardabweichungen, die die Ereignisse des Untergrunds vom jeweiligen Mittelwert in jedem Bin abweichen. Im Fall von (a) kann fälschlicherweise ein Peak vermutet werden (rot markiert), im Fall von (b) nicht.

Literaturverzeichnis

- [1] W. Demtröder, *Laserspektroskopie: Grundlagen und Techniken*. Springer-Verlag, 2007.
- [2] W. Demtröder, *Laserspektroskopie 2: Experimentelle Techniken*. Springer-Verlag, 2013.
- [3] S. Epp, J. R. Crespo López-Urrutia, and M. F. DeKieviet, *Röntgen-Laserspektroskopie hochgeladener Ionen in einer EBIT am Freie-Elektronen-Laser FLASH*. PhD thesis, Ruprecht-Karls Universität Heidelberg, 2007.
- [4] M. A. Levine, R. Marrs, J. Henderson, D. Knapp, and M. B. Schneider, “The electron beam ion trap: A new instrument for atomic physics measurements,” *Physica Scripta* **1988** no. T22, (1988) 157.
- [5] D.-F. F. v. Lindenfels, “Experimental studies of highly charged ions in a penning trap for the measurement of electron magnetic moments by double-resonance spectroscopy,”
- [6] A. D. Ludlow, M. M. Boyd, J. Ye, E. Peik, and P. O. Schmidt, “Optical atomic clocks,” *Reviews of Modern Physics* **87** no. 2, (2015) 637.
- [7] N. Poli, C. Oates, P. Gill, and G. Tino, “Optical atomic clocks,” *arXiv preprint arXiv:1401.2378* (2014) .
- [8] T. Nicholson, S. Campbell, R. Hutson, G. Marti, B. Bloom, R. McNally, W. Zhang, M. Barrett, M. Safronova, G. Strouse, *et al.*, “Systematic evaluation of an atomic clock at 2 [times] 10⁻¹⁸ total uncertainty,” *Nature communications* **6** (2015) .
- [9] C. Chou, D. Hume, J. Koelemeij, D. Wineland, and T. Rosenband, “Frequency comparison of two high-accuracy optical clocks,” *Physical Review Letters* **104** no. 7, (2010) 070802.
- [10] J. Berengut, V. Dzuba, V. Flambaum, and A. Ong, “Electron-hole transitions in multiply charged ions for precision laser spectroscopy and searching for variations in α ,” *Physical review letters* **106** no. 21, (2011) 210802.
- [11] A. Windberger, J. R. Crespo López-Urrutia, and S. Jochim, *Identification of optical transitions in complex highly charged ions for applications in metrology and tests of fundamental constants*. PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2015.

- [12] H. Oberhummer, A. Csoto, and H. Schlattl, “Stellar production rates of carbon and its abundance in the universe,” *Science* **289** no. 5476, (2000) 88–90.
- [13] J. Webb, J. King, M. Murphy, V. Flambaum, R. Carswell, and M. Bainbridge, “Indications of a spatial variation of the fine structure constant,” *Physical Review Letters* **107** no. 19, (2011) 191101.
- [14] J. Berengut, V. Dzuba, and V. Flambaum, “Enhanced laboratory sensitivity to variation of the fine-structure constant using highly charged ions,” *Physical review letters* **105** no. 12, (2010) 120801.
- [15] J. Berengut and V. Flambaum, “Manifestations of a spatial variation of fundamental constants in atomic and nuclear clocks, oklo, meteorites, and cosmological phenomena,” *EPL (Europhysics Letters)* **97** no. 2, (2012) 20006.
- [16] T. Rosenband, D. Hume, P. Schmidt, C. Chou, A. Brusch, L. Lorini, W. Oskay, R. Drullinger, T. Fortier, J. Stalnaker, *et al.*, “Frequency ratio of al^+ and hg^+ single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place,” *Science* **319** no. 5871, (2008) 1808–1812.
- [17] V. Mäckel, R. Klawitter, G. Brenner, J. C. López-Urrutia, and J. Ullrich, “Laser spectroscopy on forbidden transitions in trapped highly charged ar^{13+} ions,” *Physical review letters* **107** no. 14, (2011) 143002.
- [18] R. S. Orts, Z. Harman, J. C. López-Urrutia, A. N. Artemyev, H. Bruhns, A. G. Martínez, U. D. Jentschura, C. H. Keitel, A. Lapierre, V. Mironov, *et al.*, “Exploring relativistic many-body recoil effects in highly charged ions,” *Physical review letters* **97** no. 10, (2006) 103002.
- [19] R. S. Orts, J. C. López-Urrutia, H. Bruhns, A. G. Martínez, Z. Harman, U. Jentschura, C. Keitel, A. Lapierre, H. Tawara, I. Tupitsyn, *et al.*, “Zeeman splitting and g factor of the $1s^2 2s^2 2p^3/2^2$ and $p^1/2^2$ levels in ar^{13+} ,” *Physical Review A* **76** no. 5, (2007) 052501.
- [20] I. Draganić, J. C. López-Urrutia, R. DuBois, S. Fritzsche, V. Shabaev, R. S. Orts, I. Tupitsyn, Y. Zou, and J. Ullrich, “High precision wavelength measurements of qed-sensitive forbidden transitions in highly charged argon ions,” *Physical review letters* **91** no. 18, (2003) 183001.
- [21] I. Draganić, J. C. Lopez-Urrutia, R. S. Orts, R. DuBois, V. Shevelko, S. Fritzsche, Y. Zou, and J. Ullrich, “Emission spectroscopy of highly charged ions in plasma of an electron beam ion trap,” in *THE PHYSICS OF IONIZED GASES: 22nd Summer School and International Symposium on the Physics of Ionized Gases; Invited Lectures, Topical Invited Lectures and Progress Reports*, vol. 740, pp. 364–372, AIP Publishing. 2004.

- [22] L. Schmöger, M. Schwarz, T. M. Baumann, O. Versolato, B. Piest, T. Pfeifer, J. Ullrich, P. Schmidt, and J. C. López-Urrutia, “Deceleration, precooling, and multi-pass stopping of highly charged ions in be+ coulomb crystals,” *Review of Scientific Instruments* **86** no. 10, (2015) 103111.
- [23] N. Bohr, “Xxxvii. on the constitution of atoms and molecules,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **26** no. 153, (1913) 476–502.
- [24] H. Haken and H. C. Wolf, “Atom-und quantenphysik-eine einführuq in die experimentellen und theoretischen grundlagen,” 1980.
- [25] I. P. Grant, “Relativistic atomic structure calculations,” in *Methods in Computational Chemistry*, pp. 1–71. Springer, 1988.
- [26] W. E. Lamb Jr and R. C. Retherford, “Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method,” *Physical Review* **72** no. 3, (1947) 241.
- [27] J. Schwinger, “Quantum electrodynamics. ii. vacuum polarization and self-energy,” *Physical Review* **75** no. 4, (1949) 651.
- [28] T. A. Welton, “Some observable effects of the quantum-mechanical fluctuations of the electromagnetic field,” *Physical Review* **74** no. 9, (1948) 1157.
- [29] R. S. Orts, “Isotopic effect in b-like and be-like argon ions,”
- [30] F. v. Paschen and E. Back, “Normale und anomale zeemaneffekte,” *Annalen der Physik* **344** no. 15, (1912) 897–932.
- [31] A. Einstein, “Zur quantentheorie der strahlung,” *Physikalische Zeitschrift* **18** (1917) .
- [32] S. Bernitt, *Resonante Anregung astrophysikalischer Röntgen-Übergänge in hochgeladenen Eisenionen mit dem Freie-Elektronen-Laser LCLS*. PhD thesis, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2013.
- [33] I. S. Bowen, “Forbidden lines,” *Reviews of modern Physics* **8** no. 2, (1936) 55.
- [34] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, and P. Thickstun, *Atom-photon interactions: basic processes and applications*. Wiley Online Library, 1992.
- [35] E. Charro, S. López-Ferrero, and I. Martín, “Forbidden emission coefficients for intraconfiguration transitions $2p_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$ along the boron sequence,” *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **34** no. 21, (2001) 4243.

- [36] J. D. Gillaspay, “Highly charged ions,” *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* **34** no. 19, (2001) R93.
- [37] L. Schmöger, O. Versolato, M. Schwarz, M. Kohnen, A. Windberger, B. Piest, S. Feuchtenbeiner, J. Pedregosa-Gutierrez, T. Leopold, P. Micke, *et al.*, “Coulomb crystallization of highly charged ions,” *Science* **347** no. 6227, (2015) 1233–1236.
- [38] D. Bieber, H. Margolis, P. Oxley, and J. Silver, “Studies of magnetic dipole transitions in highly charged argon and barium using an electron beam ion trap,” *Physica Scripta* **1997** no. T73, (1997) 64.
- [39] E. R. Peck and K. Reeder, “Dispersion of air,” *JOSA* **62** no. 8, (1972) 958–962.
- [40] A. Lapierre, U. Jentschura, J. C. López-Urrutia, J. Braun, G. Brenner, H. Bruhns, D. Fischer, A. G. Martínez, Z. Harman, W. Johnson, *et al.*, “Relativistic electron correlation, quantum electrodynamics, and the lifetime of the $1s^2 2s^2 2p^3$ level in boronlike argon,” *Physical review letters* **95** no. 18, (2005) 183001.
- [41] T. Kinugawa, F. Currell, and S. Ohtani, “Pulsed evaporative cooling of ion cloud in an electron beam ion trap,” *Physica Scripta* **2001** no. T92, (2001) 102.
- [42] D. J. MacKay, “Introduction to monte carlo methods,” in *Learning in graphical models*, pp. 175–204. Springer, 1998.
- [43] C. Andrieu, N. De Freitas, A. Doucet, and M. I. Jordan, “Mcmachinelearning,” *Machine learning* **50** no. 1-2, (2003) 5–43.
- [44] C. Robert and G. Casella, *Monte Carlo statistical methods*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [45] L. E. Ortiz and L. P. Kaelbling, “Adaptive importance sampling for estimation in structured domains,” in *Proceedings of the Sixteenth conference on Uncertainty in artificial intelligence*, pp. 446–454, Morgan Kaufmann Publishers Inc. 2000.
- [46] J. Cheng and M. J. Druzdzel, “Ais-bn: An adaptive importance sampling algorithm for evidential reasoning in large bayesian networks,” *Journal of Artificial Intelligence Research* (2000) .
- [47] W. R. Gilks, G. O. Roberts, and S. K. Sahu, “Adaptive markov chain monte carlo through regeneration,” *Journal of the American statistical association* **93** no. 443, (1998) 1045–1054.
- [48] W. K. Hastings, “Monte carlo sampling methods using markov chains and their applications,” *Biometrika* **57** no. 1, (1970) 97–109.

- [49] T. Baumann, “Spektroskopische untersuchungen resonanter rekombinationsprozesse an hochgeladenem silizium in einer elektronenstrahl-ionenfalle,”.
- [50] J. Stark, “Design ultrastabiler hochfrequenzfelder für die langzeitspeicherung hochgeladener ionen,” 2015.
- [51] K. Blaum, “High-accuracy mass spectrometry with stored ions,” *Physics Reports* **425** no. 1, (2006) 1–78.
- [52] M. Schwarz, O. Versolato, A. Windberger, F. Brunner, T. Ballance, S. Eberle, J. Ullrich, P. Schmidt, A. K. Hansen, A. D. Gingell, *et al.*, “Cryogenic linear paul trap for cold highly charged ion experiments,” *Review of Scientific Instruments* **83** no. 8, (2012) 083115.
- [53] L. Schmöger, O. Versolato, M. Schwarz, M. Kohlen, A. Windberger, B. Piest, S. Feuchtenbeiner, J. Pedregosa-Gutierrez, T. Leopold, P. Micke, *et al.*, “Supplementary material for coulomb crystallization of highly charged ions,” *Science* **347** no. 6227, (2015) 1233–1236.
- [54] D. Larson, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, W. M. Itano, and D. J. Wineland, “Sympathetic cooling of trapped ions: A laser-cooled two-species nonneutral ion plasma,” *Physical review letters* **57** no. 1, (1986) 70.
- [55] M. Drewsen, I. Jensen, J. Lindballe, N. Nissen, R. Martinussen, A. Mortensen, P. Staunum, and D. Voigt, “Ion coulomb crystals: a tool for studying ion processes,” *International Journal of Mass Spectrometry* **229** no. 1, (2003) 83–91.
- [56] T. Leopold, L. Schmöger, S. Feuchtenbeiner, C. Grebing, P. Micke, N. Scharnhorst, I. D. Leroux, J. R. C. López-Urrutia, and P. O. Schmidt, “A tunable low-drift laser stabilized to an atomic reference,” *arXiv preprint arXiv:1602.04169* (2016) .
- [57] D. McCarron, S. King, and S. Cornish, “Modulation transfer spectroscopy in atomic rubidium,” *Measurement science and technology* **19** no. 10, (2008) 105601.
- [58] J. Reintjes, *Nonlinear optical parametric processes in liquids and gases*. Elsevier, 2012.
- [59] C. Thiel, “Four-wave mixing and its applications,” *Faculty of Washington, Washington DC* (2008) .
- [60] E. D. Black, “An introduction to pound–drever–hall laser frequency stabilization,” *American Journal of Physics* **69** no. 1, (2001) 79–87.
- [61] K. Hamamatsu Photonics, “Photomultiplier tubes: Basics and applications,” *Edition 3a* (2006) .

Literaturverzeichnis

- [62] H. Iams and B. Salzberg, “The secondary emission phototube,” *Proceedings of the Institute of Radio Engineers* **23** no. 1, (1935) 55–64.
- [63] K. Hamamatsu Photonics, “Photon counting heads: H10682 series,”.

Danksagung

Zuerst möchte ich Prof. Dr. Thomas Pfeifer und Priv.-Doz. Dr. José Ramón Crespo López-Urrutia für das Ermöglichen und die stets motivierende Betreuung dieser Bachelorarbeit in der EBIT Gruppe des MPIK danken, wo ich viel über wissenschaftliches Arbeiten und über Experimentalphysik lernen durfte.

Ohne die lehrreiche und warmherzige Betreuung von Lisa Schmöger wäre diese Arbeit für mich nicht möglich gewesen. Hierfür und für viele interessante, lehrreiche und unterhaltsame gemeinsame Stunden möchte ich ihr von ganzem Herzen danken. Während der Strahlzeit hatte ich auch Gelegenheit zu spannenden und lehrreichen Gesprächen mit Maria Schwarz, Andrea Graf und Julian Stark, wofür ich mich an dieser Stelle bedanken möchte.

Ein großer Dank geht an meine lieben Korrekturleser Stepan Dobrodey, Martin Bogen, Jan Trautmann, sowie Julian Stark und natürlich auch an Tobias Abele, Daniele und Irmgard Bogen, Ruth und Hans-Joachim Wiemers, Scott Brownlie, sowie Tim und Sue Des Lauriers für sprachliche Anregungen.

Bei allen aus der EBIT-Gruppe möchte ich mich für die herzliche Aufnahme in die Gruppe, sowie für viele lustige Stunden während der Kaffeepause und bei gemeinsamen Unternehmungen bedanken. Ohne diese Bachelorarbeit hätte ich „*Stepan and the girls*“ (Stepan Dobrodey, Julia Jäger, Leticia Täubert, Fatima Bakhtawar und Chintan Shah) wohl nicht kennen und schätzen gelernt.

An dieser Stelle möchte ich auch von ganzem Herzen meiner Familie danken. Vor allem meinen lieben Eltern, Daniele und Martin Bogen, die mir mit ihrer seelischen und auch finanziellen Unterstützung das Studium überhaupt erst ermöglicht haben und mir in allen Lebenssituationen mit Rat und Tat zur Seite stehen. Außerdem möchte ich meinen Großeltern, Günter und Irmgard Bogen, sowie Werner und Hannelore Stengelin für ihre motivierenden und anerkennenden Worte während der letzten Jahre danken. Ein Dank geht auch an den engen Kreis meiner Familie, der während der Weihnachtsfeiertage meine Physik-Vorträge „ertragen“ hat.

Sehr dankbar bin ich auch für die ständige Motivation meiner Freunde, vor allem Katrin Heil, Najwa Karzoon, Anna Schroeder, Katharina Brusniak, Luisa Bergmann, Philine Bommer, Tobias Abele, Jan Trautmann, Scott Brownlie und Sebastian Wetzel während der letzten Jahre.

Last but not least, I would like to thank Sue, Tim, Cole and Reid Des Lauriers and also Joan Grant for being my second family and providing a warm welcome as well as caring hospitality when I lived with them in Vancouver.

DANKE

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst habe und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 8. Januar 2017

.....