

Department of Physics and Astronomy
University of Heidelberg

Bachelor Thesis in Physics
submitted by

Oliver Scholer

born in Trier (Germany)

2018

Neutrinomassenbestimmung anhand von Kurzzeitcharakteristika galaktischer Supernovae

This Bachelor Thesis has been carried out by Oliver Scholer at the
Max-Planck-Institut für Kernphysik Heidelberg
under the supervision of
Prof. Dr. Dr. h.c. Manfred Lindner

Zusammenfassung

Spätestens seit dem Nachweis der Neutrinooszillation wissen wir, dass Neutrinos massebehaftet sind. Dennoch sind die genauen Massen bis heute nicht bekannt.

In dieser Arbeit haben wir die Möglichkeit untersucht, Neutrinomassen anhand von Supernovaneutrinos durch eine Flugzeitdifferenzmessung zu bestimmen. Dabei haben wir uns auf zwei charakteristische Signale mit eng korrelierten und vermutlich starken Gravitationswellensignalen, nämlich den frühen Elektronneutrinoblitz sowie das Abschneiden des Signals durch den Kollaps des Protonen-Neutronensterns zu einem schwarzen Loch, konzentriert. Durch einige Vereinfachungen und unter der Annahme von Vakuum-Oszillationen finden wir, dass wir mit den heutigen und geplanten Detektoren Super-Kamiokande, Hyper-Kamiokande und JUNO die Neutrinomassen für eine Supernova in einer typischen Distanz von 10 kpc anhand des Neutrinoblitzes bis auf 2,1 eV für SK und HK bzw. 2,4 eV für JUNO bestimmen können. Im glücklichen Fall des Kollapses zu einem schwarzen Loch wären sogar Messungen bis 0,83 eV für SK, 0,47 eV für HK und 0,65 eV für JUNO für SNe in derselben Distanz möglich. Dabei haben wir versucht, möglichst konservative Annahmen zu tätigen.

Abstract

Due to the experimental proof of neutrinooscillations we know today that neutrinos have a non-zero mass. Still we do not know the exact values.

In this work we investigated the possibility to determine the neutrino masses via a time-of-flight measurement of supernova neutrinos. We concentrated on two signals with a short characteristic time namely the early neutrino burst and the case of a cutoff in the neutrinosignal due to a collapse of the protoneutron star into a black hole. Both should be accompanied by a strong gravitational wave signal. Making some simplifying assumptions and considering only vacuum neutrino oscillations we found that the modern and future neutrino detectors Super-Kamiokande, Hyper-Kamiokande and JUNO could investigate masses down to 2.1 eV for SK and HK and 2.4 eV for JUNO for a typical SN at a distance of 10 kpc. In the lucky case of a black hole formation we found that SK could determine masses down to 0.83 eV, HK down to 0.47 eV and JUNO down to 0.65 eV for the same distance. In our work we tried to stay as conservative as possible.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Neutrinos	3
2.1	Neutrinos im Standardmodell	3
2.1.1	Neutrinointeraktionen	4
2.2	Neutrinomassen	8
2.2.1	Neutrinomassen im Standardmodell	8
2.2.2	Neutrinooszillation	10
2.3	Detektoren	14
2.3.1	Tscherenkow-Wasserdetektoren	14
2.3.2	Flüssigszintillatordetektoren und andere	16
3	Kernkollaps-Supernovae	17
3.1	Grundlagen	17
3.1.1	Hydrostatisches Gleichgewicht	17
3.1.2	Zustandsgleichung	18
3.1.3	Entartung	18
3.1.4	Chandrasekhar und TOV Limit	22
3.2	Stufen der Sternentwicklung	25
3.2.1	Endszenarien	27
3.3	Supernova Mechanismus	27
3.3.1	Kollaps und Neutrinoeinschluss	27
3.3.2	Rückprall und Schockwelle	29
3.3.3	Schockausbreitung, Stagnation und Neutrinoblitz	30
3.3.4	Neutrinoheizen und Schochwiederbelebung	31
3.3.5	Explosion	32
3.4	Explosionsbedingungen, nichtradiale Effekte und Simulationsergebnisse	33
3.5	Fehlgeschlagene Supernovae	34
3.6	Neutrinoemission - Leuchtkraft und Spektren	35
3.7	Gravitationswellen	41
3.7.1	Theoretische Beschreibung	41
3.7.2	Gravitationswellen einer Supernova - Detektierbarkeit	43

3.8	Beobachtunsrate	45
4	Neutrinomassenbestimmung	48
4.1	Flugzeitdifferenz	48
4.2	Detektorraten	50
4.3	Gravitationswellen und Elektronneutrinoblitz - Massenbestimmung	53
4.4	Fehlgeschlagene Supernovae	55
4.4.1	Schwarze Löcher	56
4.4.2	Relativistische Effekte - Geodäten und Erhaltungsgrößen	57
4.4.3	Massenbestimmung	60
4.5	Potential - Extragalaktische Messungen?	63
5	Zusammenfassung und Diskussion	65

Kapitel 1

Einleitung

Die bisher einzige mit Neutrinodetektoren beobachtete Supernova SN1987A in der großen Magellanschen Wolke bot erstmals die Möglichkeit, anhand der Messung von Flugzeitdifferenzen eine obere Grenze der Masse von Neutrinos zu bestimmen [1] [2]. Damals wurden insgesamt etwa $N \sim 20$ Neutrinos detektiert. Heutige Detektoren würden erwartungsgemäß deutlich mehr Neutrinos detektieren. Wir wollen deshalb in dieser Arbeit anhand einiger Vereinfachungen eine Abschätzung dafür liefern, wie genau wir mit heutigen Detektoren die Neutrinomasse untersuchen können. Dabei wollen wir uns auf zwei charakteristische Signalstrukturen im Neutrinoblit, den Neutrinoblit und den Kollaps zu einem schwarzen Loch, konzentrieren und die Flugzeitdifferenz zu den seit kurzem messbaren Gravitationswellen nutzen.

Diese Arbeit ist wie folgt strukturiert. Zunächst geben wir eine kurze Einführung in die Physik der Neutrinos, insbesondere die für die Detektion wichtigen Interaktionen sowie warum Neutrinos Massen besitzen müssen. Anschließend geben wir eine zweite Einführung in den heutigen Stand der Supernovaphysik und den Neutrino getriebenen Mechanismus. In Kapitel 4 wollen wir dann letztendlich untersuchen, inwieweit wir anhand der genannten Signale eine obere Grenze der Neutrinomassen bestimmen können. Dazu werden wir ebenfalls kurz das Thema Gravitationswellen anreißen, um zu zeigen, warum diese sich für eine solche Untersuchung eignen. Allgemein versuchen wir dabei möglichst konservative Abschätzungen zu tätigen.

Wir verwenden in dieser Arbeit die natürlichen Einheiten

$$\hbar = G = c = k_B = 1 \quad . \quad (1.1)$$

Des Weiteren gelten die folgenden Konventionen:

$$\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1) \quad (1.2)$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} \quad (1.3)$$

$$x_\mu x^\mu = \sum_\mu x_\mu x^\mu \quad (1.4)$$

Griechische Buchstaben repräsentieren Zahlen von 0 bis 3, lateinische Buchstaben Zahlen von 1 bis 3. Der natürliche Logarithmus wird mit \log bezeichnet. Die Benutzung der ersten Person Plural dient alleine als stilistisches Mittel.

Kapitel 2

Neutrinos

Dieses Kapitel soll eine Einführung in die Neutrinophysik darstellen und orientiert sich dabei an [3] sowie [4]. Für einen detaillierten Überblick empfiehlt sich insbesondere letzteres.

2.1 Neutrinos im Standardmodell

Das Standardmodell der Teilchenphysik beschreibt drei der vier fundamentalen Wechselwirkungen: die starke Wechselwirkung, die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung. Es kennt verschiedene Elementarteilchen: die Eichbosonen, welche die drei Wechselwirkungen vermitteln und Fermionen, die sich in Quarks und Leptonen aufteilen, wie in Tabelle 2.1 dargestellt. Namentlich sind dies acht Gluonen der starken Wechselwirkung, zwei W-Bosonen sowie das Z-Boson der schwachen Wechselwirkung, das Photon der elektromagnetischen Wechselwirkung, das Higgsboson, welches den Fermionen und W- und Z-Bosonen ihre Masse verleiht. Die Fermionen teilen sich auf in sechs Quarks, drei geladene Leptonen und zuletzt drei ungeladene Leptonen, die Neutrinos [5]. Fermionen treten in je drei Generationen oder Familien auf, die sich jeweils nur durch ihre Masse voneinander unterscheiden. Neutrinos wurden 1930 von Wolfgang Pauli als Erklärung

	Fermionen			Bosonen	
Quarks	Up u	Charm c	Top t	Gluon g	Higgs
	Down d	Strange s	Bottom b	Photon γ	
Leptonen	Elektron e^-	Myon μ^-	Tauon τ^-	Z-Boson Z^0	
	Elektron-Neutrino ν_e	Myon-Neutrino ν_μ	Tauon-Neutrino ν_τ	W-Boson W^\pm	

Tabelle 2.1: Die Elementarteilchen des Standardmodells ohne fermionische Antiteilchen \bar{f} . Die Bosonen sind vollständig wobei die acht Gluon Flavours hier zu einem zusammengefasst sind.

der kontinuierlichen Energieverteilung des Elektrons beim β -Zerfall eingeführt. Erst 26 Jahre später konnte ihre Existenz experimentell von Reines und Cowan [6] anhand von Reaktorantineutrinos nachgewiesen werden.

2.1.1 Neutrinointeraktionen

Als ungeladene Leptonen wechselwirken Neutrinos nur über schwach und gravitativ. Im Standardmodell wird die schwache Wechselwirkung über die zwei W^\pm -Bosonen und das Z^0 -Boson übertragen. Man bezeichnet diese Interaktionen jeweils auch als geladene Ströme CC (charged current) und neutrale Ströme NC (neutral current). Die schwache Wechselwirkung zeigt dabei einige Besonderheiten im Vergleich zu den anderen Kräften im Standardmodell. So kann es im Gegensatz zu den anderen bekannten Wechselwirkungen zu Flavorzahl ändernden Interaktionen kommen. Des Weiteren gibt es keine durch die schwache Wechselwirkung gebundenen Zustände und die Parität ist maximal verletzt [5].

Prozess	Reaktion
Beta-Prozesse	
Elektron und ν_e Einfang an Kernen	$e^- + (A, Z) \longleftrightarrow (A, Z - 1) + \nu_e$
Elektron und ν_e Einfang an freien Nukleonen	$e^- + p \longleftrightarrow n + \nu_e$
Positron und $\bar{\nu}_e$ Einfang an freien Nukleonen	$e^+ + n \longleftrightarrow p + \bar{\nu}_e$
Thermische Prozesse - Paarprozesse	
Nukleon-Nukleon Bremsstrahlung	$N + N \longleftrightarrow N + N + \nu + \bar{\nu}$
Elektro-Positron Paarprozesse	$e^- + e^+ \longleftrightarrow \nu + \bar{\nu}$
Plasmon-Neutrino Paarprozesse	$\bar{\gamma} \longleftrightarrow \nu + \bar{\nu}$
Reaktionen zwischen Neutrinos	
Neutrino Paarannihilation	$\nu_e + \bar{\nu}_e \longleftrightarrow \nu_x + \bar{\nu}_x$
Neutrino-Streuung	$\nu_x + \{\nu_e, \bar{\nu}_e\} \longleftrightarrow \nu_x + \{\nu_e, \bar{\nu}_e\}$
Streuprozesse an Materie	
Kohärente Neutrino-Streuung an Kernen	$\nu + N \longleftrightarrow \nu + N$
Neutrino-Streuung an Nukleonen	$\nu + (A, Z) \longleftrightarrow \nu + (A, Z)$
Neutrino-Streuung an Elektronen und Positronen	$\nu + e^\pm \longleftrightarrow \nu + e^\pm$

Tabelle 2.2: *Wichtige Neutrino-Prozesse.* $\nu \in \{\nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau\}$, $\nu_x \in \{\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau\}$, N sind Nukleonen sprich Protonen p oder Neutronen n . (A, Z) steht für Kerne mit Massenzahl A und Kernladungszahl Z . Tabelle übersetzt aus [7]

Im Folgenden wollen wir auf die verschiedenen Wechselwirkungsmöglichkeiten von Neutrinos eingehen. Die für diese Arbeit wichtigsten Wechselwirkungen sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Dabei werden insbesondere die jeweiligen Wirkungsquerschnitte im späteren Verlauf von Bedeutung sein, da diese die Ereignisraten der verschiedenen Interaktionen in Detektoren bestimmen. Neutrinowirkungsquerschnitte skalieren mit der sogenannten Fermi-Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung G_F

$$\sigma_\nu \propto G_F^2 \quad . \quad (2.1)$$

In erster Ordnung (*Englisch*: tree-level) d.h. unter Einbeziehung derjenigen Feynman-

Diagramme mit der minimalen Anzahl an Vertizes, ergeben sich mit

$$g_1^{(\nu_e)} = g_2^{(\bar{\nu}_e)} = \frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \approx 0,73 \quad (2.2)$$

$$g_2^{(\nu_e)} = g_1^{(\bar{\nu}_e)} = \sin^2 \theta_W \approx 0.23 \quad (2.3)$$

$$g_1^{(\nu_{\mu,\tau})} = g_2^{(\bar{\nu}_{\mu,\tau})} = \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2} \approx -0.27 \quad (2.4)$$

$$g_1^{(\bar{\nu}_{\mu,\tau})} = g_2^{(\nu_{\mu,\tau})} = \sin^2 \theta_W \approx 0.23 \quad (2.5)$$

$$\sigma_0 = \frac{2G_F^2 m_e^2}{\pi} \approx 88,06 \cdot 10^{-46} \text{ cm}^2 \quad (2.6)$$

$$|g_A| \approx 1,27 \quad (2.7)$$

folgende Wirkungsquerschnitte:

1. Elastische Elektronstreuung ($\nu + e^- \longleftrightarrow \nu + e^-$):

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist mit der kinetischen Energie des gestreuten Elektrons T_e gegeben durch

$$\frac{d\sigma_{\nu,e}(E_\nu, T_e)}{dT_e} = \frac{\sigma_0}{m_e} \left[(g_1^\nu)^2 + (g_2^\nu)^2 \left(1 - \frac{T_e}{E_\nu}\right)^2 - g_1^\nu g_2^\nu \frac{m_e T_e}{E_\nu^2} \right], \quad (2.8)$$

sodass sich der Wirkungsquerschnitt durch Integration über die kinetische Energie T_e

$$\sigma_{\nu e} = \int_0^{T_{e,max}} \frac{d\sigma}{dT_e} dT_e \quad (2.9)$$

mit der maximalen kinetischen Rückstoßenergie des Elektrons von

$$T_{e,max} = \frac{2E_\nu^2}{m_e + 2E_\nu} \quad (2.10)$$

ergibt. Für $E_\nu \gg m_e$ ergeben sich damit näherungsweise die Werte

$$\sigma_{\nu,e} \approx \sigma_0 \left((g_1^\nu)^2 + \frac{(g_2^\nu)^2}{3} \right) \frac{E_\nu}{m_e} \quad (2.11)$$

$$\sigma_{\nu e,e} \approx 9,49 \cdot 10^{-45} \text{ cm}^2 \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right). \quad (2.12)$$

2. Inverser Beta-Zerfall ($\bar{\nu}_e \longleftrightarrow e^+ + n$)

Wir implementieren die Näherung des Wirkungsquerschnitts nach Strumia und Vissani [8], die gegeben ist durch

$$\sigma_{IBD} = 10^{-43} \text{ cm}^2 \left(\frac{E_e p_e}{\text{MeV}^2} \right) \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right)^{-0,07056+0,02018 \log(E_\nu/\text{MeV})-0,001953 \log^3(E_\nu/\text{MeV})} \quad (2.13)$$

und für $E_\nu < 300 \text{ MeV}$ sehr genaue Werte liefert¹. Dabei bezeichnen E_e und p_e die Energie und den Impuls des erzeugten Positrons ($\bar{\nu}_e + p$) bzw. Elektrons ($\nu_e + n$), die durch die Neutrinoenergie E_ν ausgedrückt werden können als

$$E_{e\mp} = E_\nu \pm \Delta_{np} \quad (2.15)$$

und

$$p_e = \sqrt{E_e^2 - m_e^2} \quad , \quad (2.16)$$

wobei $\Delta_{np} = m_n - m_p \approx 1,293 \text{ MeV}$ die Massendifferenz zwischen Proton und Neutron darstellt.

3. Elastische NC Streuung an Protonen ($\nu + p \longleftrightarrow \nu + p$):

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die $\nu + p$ Streuung ist gegeben nach Beacom et al. [9] durch

$$\frac{d\sigma}{dT_p} = \frac{1}{8} \sigma_0 \frac{m_p}{m_e^2} \left[\left(1 - \frac{m_p T_p}{2E_\nu^2} \right) (1 - 4 \sin^2 \theta_W) + \left(1 + \frac{m_p T_p}{2E_\nu} \right) g_A^2 \right] \quad . \quad (2.17)$$

Erneut erhalten wir den gesamten Wirkungsquerschnitt durch Integration analog zur Streuung an Elektronen. Näherungsweise ergibt sich dann nach Giunti² [4]

$$\begin{aligned} \sigma_{NC}^{\nu,p} &\approx \frac{1}{8} \sigma_0 \left[(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^2 + 3g_A^2 \right] \left(\frac{E_\nu}{m_e} \right)^2 \\ &\approx 2.04 \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2 \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}} \right)^2 \quad . \end{aligned} \quad (2.18)$$

4. Kohärente NC Streuung an Nuklei ($\nu + (A, Z) \longrightarrow \nu + (A, Z)$):

Unter Vernachlässigung der Protonenzahl Z ³ ergibt sich der Wirkungsquerschnitt mit

¹Die häufig genutzte Näherung in erster Ordnung zu $\epsilon = E_\nu/m_p$ gegeben durch

$$\sigma_{IBD,FO} = 9,52 \cdot 10^{-44} \text{ cm}^2 \left(\frac{E_e p_e}{\text{MeV}^2} \right) \quad (2.14)$$

genügt hier laut Strumia und Vissani nicht und würde zu einer deutlichen Überschätzung des Wirkungsquerschnitts für die $\bar{\nu}_e + p$ Reaktion führen, weshalb wir die von ihnen gegebene einfache Näherung unter Einbeziehung der nächsten Ordnung in ϵ implementieren. Für die $\nu_e + n$ Reaktion ist die Näherung durch die führende Ordnung weiterhin gerechtfertigt.

²Der Wert für die Streuung an Neutronen ist ähnlich. Für diese Arbeit ist er allerdings uninteressant.

³Wegen $(1 - 4 \sin^2 \theta_W)^2 \ll 1$ ist der Einfluss von Z vernachlässigbar.

der Neutronenzahl N nach [7]⁴ als

$$\begin{aligned}\sigma_{A,coh} &\approx \frac{1}{8}\sigma_0 \left(\frac{E_\nu}{m_e}\right)^2 N^2 \\ &\approx 4,22 \cdot 10^{-45} \text{ cm}^2 \left(\frac{E_\nu}{\text{MeV}}\right)^2 N^2 .\end{aligned}\tag{2.19}$$

Um ein besseres Gefühl für die Größenordnung der jeweiligen Wirkungsquerschnitte zu bekommen, haben wir die integrierten Wirkungsquerschnitte (2.8), (2.17), sowie die genäherten Wirkungsquerschnitte (2.19), (2.13) und (2.14) in Abbildung 2.1 über die für Supernovaneutrinos relevanten Energien im unteren MeV Bereich geplottet.

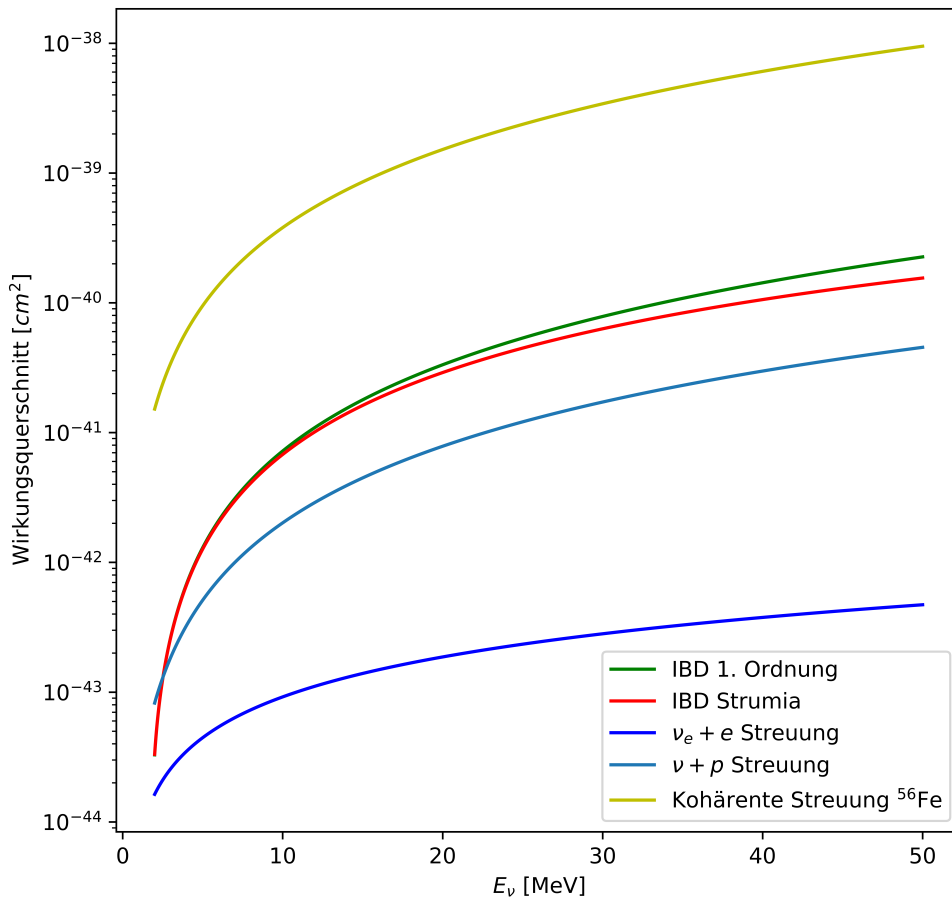


Abbildung 2.1: Wirkungsquerschnitte der wichtigsten Neutrino-Interaktionen im für Supernovaneutrinos interessanten niederenergetischen MeV Bereich. Der Wirkungsquerschnitt für den kohärenten Prozess ist für ^{56}Fe dargestellt. Dieses stellt innerhalb des Eisenkerns während der Supernova einen wichtigen Streupartner für die Neutrinos dar, wie wir später sehen werden. Zusätzlich haben wir den häufig verwendeten Wirkungsquerschnitt in erster Ordnung zu E_ν/m_p geplottet (grün), um die Abweichung zum von Strumia et al. angegebenen Wert (rot) darzustellen.

⁴Man beachte das [7] eine andere Konvention für σ_0 verwendet.

2.2 Neutrinomassen

2.2.1 Neutrinomassen im Standardmodell

Im Standardmodell der Teilchenphysik werden freie Spin-1/2 Teilchen der Masse m als 4-Komponenten Spinor Feld $\Psi(x)$ durch die Dirac Gleichung beschrieben

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi(x) = 0 \quad , \quad (2.20)$$

mit den Dirac γ Matrizen $\gamma^\mu, \mu \in \{0, 1, 2, 3\}$. In der Dirac Darstellung sind diese gegeben durch

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad (2.21)$$

mit den 2×2 Pauli-Matrizen σ^i gegeben durch

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad . \quad (2.22)$$

Wir definieren den Chiralitätsoperator

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad . \quad (2.23)$$

Wir wollen nun im Folgenden das Spinor Feld eines Teilchens als Überlagerung eines „rechtshändigen“ und eines „linkshändigen“ Felds beschreiben.

Offensichtlich gilt

$$\begin{aligned} \gamma^i &= \gamma^0\gamma^5\sigma^i \quad , \\ (\gamma^0)^2 &= (\gamma^5)^2 = 1 \quad , \\ \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2\eta^{\mu\nu} \quad , \\ \{\gamma^\mu, \gamma^5\} &= 0 \quad , \end{aligned} \quad (2.24)$$

weshalb wir nun die folgenden Projektionsoperatoren P_L und P_R definieren können als

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2}, \quad P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \quad , \quad (2.25)$$

$$P_{L,R}^2 = P_{L,R}, \quad P_L + P_R = 1, \quad P_L P_R = 0 \quad . \quad (2.26)$$

Nach (2.26) sind diese in der Tat Projektionen und wir können jedes Feld Ψ als Überlagerung eines rechtshändigen Felds Ψ_R und eines linkshändigen Felds Ψ_L darstellen

$$\Psi = (P_L + P_R)\Psi = P_L\Psi + P_R\Psi = \Psi_L + \Psi_R \quad , \quad (2.27)$$

sodass Ψ_R und Ψ_L Eigenzustände des Chiralitätsoperators γ^5 sind:

$$\begin{aligned}\gamma^5\Psi_L &= \gamma^5\frac{1-\gamma^5}{2}\Psi = \frac{\gamma^5-1}{2}\Psi = -1\Psi_L \\ \gamma^5\Psi_R &= \gamma^5\frac{1+\gamma^5}{2}\Psi = \frac{\gamma^5+1}{2}\Psi = +1\Psi_R\end{aligned}\tag{2.28}$$

Betrachten wir nun die anfängliche Dirac Gleichung (2.20) und multiplizieren diese jeweils von links mit γ^0 bzw. $\gamma^5\gamma^0$ so erhalten wir unter Verwendung von (2.24) und $\sigma^i\gamma^5 = \gamma^5\sigma^i$

$$(i\partial_0 - i\gamma^5\sigma^j\partial_j - m\gamma^0)\Psi = 0\tag{2.29}$$

$$(i\gamma^5\partial_0 - i\sigma^j\partial_j - m\gamma^5\gamma^0)\Psi = 0\quad .\tag{2.30}$$

Durch Addition bzw. Subtraktion von (2.29) und (2.30) erhalten wir

$$(i\partial_0(1+\gamma^5) - i\sigma^j\partial_j(1+\gamma^5) - m\gamma^0(1-\gamma^5))\Psi = 0\tag{2.31}$$

$$(i\partial_0(1-\gamma^5) + i\sigma^j\partial_j(1-\gamma^5) - m\gamma^0(1+\gamma^5))\Psi = 0\quad .\tag{2.32}$$

Wir können also P_L und P_R identifizieren und erhalten nach Umstellen die Feldgleichungen

$$(i\partial_0 - i\sigma^j\partial_j)\Psi_R = m\gamma^0\Psi_L\tag{2.33}$$

$$(i\partial_0 + i\sigma^j\partial_j)\Psi_L = m\gamma^0\Psi_R\quad .\tag{2.34}$$

Wir sehen, dass die zwei Komponenten Ψ_R und Ψ_L über die Masse aneinander gekoppelt sind. Für masselose Teilchen entkoppeln sich die Gleichungen und mit $-i\partial_j = \hat{p}_j$ und $i\partial_0 = \hat{E}$ erhalten wir die Schrödingergleichung

$$\hat{E}\Psi_{R,L} = \mp\sigma^j\hat{p}_j\Psi_{R,L}\quad .\tag{2.35}$$

Für masselose Teilchen ist $E = |p|$ und daher können wir mit

$$\vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \sigma^1 \\ \sigma^2 \\ \sigma^3 \end{pmatrix}\tag{2.36}$$

$\Psi_{R,L}$ als Eigenzustände des Helizitätsoperators \hat{H} mit Eigenwerten ± 1 identifizieren

$$\hat{H}\Psi_{R,L} = \frac{\vec{\Sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}\Psi_{R,L} = \pm\Psi_{R,L}\quad .\tag{2.37}$$

Dies ist eindeutig nur dann der Fall, wenn $m=0$, da sonst $E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \neq |\vec{p}|$ und somit $\Psi_{R,L}$ keine Eigenzustände zu \hat{H} mehr sind. Für masselose Teilchen sind die Eigenzustände der Chiralität und der Helizität demnach identisch, während sie für massebehaftete Teilchen eindeutig unterschiedlich sind. Im Standardmodell können nur linkshändige Teilchen

und rechtshändige Antiteilchen über die schwache Wechselwirkung interagieren. Da Neutrinos abgesehen von der Gravitation nur über die schwache Wechselwirkung mit anderen Teilchen interagieren gilt also

$$\Psi_\nu = \Psi_{\nu,L} \quad \Psi_{\bar{\nu}} = \Psi_{\bar{\nu},R} \quad . \quad (2.38)$$

Experimentelle Ergebnisse zeigen, dass Neutrinos immer eine Helizität von -1 haben und Antineutrinos immer eine Helizität von +1. Historisch wurde dies zuerst 1958 im Goldhaber-Experiment [10] nachgewiesen. Das bedeutet, da in jeder Messung aufgrund von (2.38) die Zustände $\Psi_{R,L}$ vorliegen, scheinen diese Eigenzustände der Helizität zu sein.

Des Weiteren können wir über die Lagrangefunktion eine Aussage über die Masse treffen. Diese ist für ein freies Feld gegeben durch

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Psi \quad (2.39)$$

mit dem adjungierten Spinor

$$\bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0 \quad . \quad (2.40)$$

Ignorieren wir den kinetischen Term $i\gamma^\mu \partial_\mu$ und betrachten nur den Massenterm so erhalten wir mit (2.24) bis (2.26)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m &= m(\bar{\Psi}_r + \bar{\Psi}_L)(\Psi_R + \Psi_L) \\ &= m(\bar{\Psi}_R\Psi_L + \bar{\Psi}_L\Psi_R + \bar{\Psi}_R\Psi_R + \bar{\Psi}_L\Psi_L) \\ &= m(\bar{\Psi}_R\Psi_L + \bar{\Psi}_L\Psi_R + \Psi^\dagger P_R \gamma^0 P_R \Psi + \Psi^\dagger P_L \gamma^0 P_L \Psi) \\ &= m(\bar{\Psi}_R\Psi_L + \bar{\Psi}_L\Psi_R + \Psi^\dagger \gamma^0 P_L P_R \Psi + \Psi^\dagger \gamma^0 P_R P_L \Psi) \\ &= m(\bar{\Psi}_R\Psi_L + \bar{\Psi}_L\Psi_R) \quad . \end{aligned} \quad (2.41)$$

Die Einschränkung auf ein freies Feld hat hier keinerlei Auswirkungen, da im interagierenden Fall nur höhere Ordnungen von $\Psi_R\Psi_L$ dazukommen. Ein solcher Massenterm kann also nur existieren, wenn sowohl rechtshändige als auch linkshändige Neutrinos existieren, was im Standardmodell nicht gegeben ist. Aus diesen Gründen werden Neutrinos im Standardmodell als masselos angenommen und durch zwei statt vier Komponenten beschrieben.

2.2.2 Neutrinooszillation

Als Nachweis für nichtverschwindende Neutrinomassen und „neue Physik“ jenseits des Standardmodells gilt der Prozess der Neutrinooszillation, für dessen Nachweis 2015 der Nobelpreis verliehen wurde [11]. Das Konzept der Neutrinooszillation wurde Ende der 1950er Jahre zunächst als Neutrino-Antineutrino Oszillation vorgeschlagen [12] und 1962

von Maki, Nakagawa und Sakata auf Flavor-Oszillationen angewandt [13]. Letztere wollen wir nun im Folgenden behandeln und die Neutrinooszillationswahrscheinlichkeit $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ im Vakuum herleiten, ohne Interaktionen mit Materie zu beachten.

Bisher haben wir Neutrinos nur in ihren Flavorzuständen betrachtet. Analog zu Quarks können wir Neutrinos aber in einer Flavorbasis $|\nu_\alpha\rangle$ und einer Massenbasis $|\nu_i\rangle$, die wir an dieser Stelle einführen, darstellen, die durch eine unitäre Matrix U verknüpft sind [4] durch

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle \quad (2.42)$$

mit

$$U^\dagger U = 1 \quad \sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta} \quad \sum_\alpha U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* = \delta_{ij} \quad (2.43)$$

und

$$\langle \nu_\alpha | \nu_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad \langle \nu_i | \nu_j \rangle = \delta_{ij} \quad . \quad (2.44)$$

Die Matrix U heißt Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata Matrix kurz PMNS Matrix und ist analog zur CKM Matrix im Quark Sektor zu verstehen. In CC Interaktionen werden dabei immer die Flavor Eigenzustände ν_α erzeugt. Die Massenzustände sind Eigenzustände des Hamiltonoperators \mathcal{H}

$$\begin{aligned} \mathcal{H} |\nu_i\rangle &= E_i |\nu_i\rangle \\ E_i &= \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2} \quad . \end{aligned} \quad (2.45)$$

Aus der Schrödingergleichung

$$i \frac{d}{dt} |\nu_i(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_i(t)\rangle \quad (2.46)$$

folgt, dass wir die Neutrinomassenzustände als ebene Welle beschreiben können

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle \quad . \quad (2.47)$$

Betrachten wir nun also die zeitliche Entwicklung eines Flavor-Zustands ν_α , der bei $t = 0$ produziert wurde. Es gilt

$$\begin{aligned} |\nu_\alpha(t)\rangle &= \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle \\ |\nu_\alpha(t=0)\rangle &= |\nu_\alpha\rangle \quad . \end{aligned} \quad (2.48)$$

Mit (2.43) können wir die Massenzustände darstellen als

$$|\nu_i\rangle = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} |\nu_{\alpha}\rangle \quad (2.49)$$

und durch Einsetzen in (2.47) erhalten wir

$$|\nu_{\alpha}(t)\rangle = \sum_{\beta} \left(\sum_i U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t} U_{\beta i} \right) |\nu_{\beta}\rangle \quad . \quad (2.50)$$

Wir sehen also, dass, wenn U nicht diagonal ist, die Massen- und Flavorbasen nicht identisch sind. Daraus folgt, dass $|\nu_{\alpha}(t)\rangle$ für $t > 0$ eine Überlagerung verschiedener $|\nu_{\beta}\rangle$ ist. Im diagonalen Fall ist $|\nu_{\alpha}(t)\rangle = |\nu_{\alpha}(0)\rangle = |\nu_{\alpha}\rangle$. Wir wollen nun die Übergangswahrscheinlichkeit $P_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}$ bestimmen. Für die Übergangsamplitude gilt mit (2.44)

$$\begin{aligned} A_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t) &:= \langle \nu_{\beta} | \nu_{\alpha}(t) \rangle \\ &= \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-iE_i t} \quad . \end{aligned} \quad (2.51)$$

Somit erhalten wir die Oszillationswahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} P_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t) &= |A_{\nu_{\alpha} \rightarrow \nu_{\beta}}(t)|^2 \\ &= \sum_{ij} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp(-i(E_i - E_j)t) \quad . \end{aligned} \quad (2.52)$$

Für kleine Massen bzw. hochrelativistische Neutrinos $|\vec{p}|^2 \gg m_i$ können wir die Energie nähern durch

$$\begin{aligned} E_i &= \sqrt{|\vec{p}|^2 + m_i^2} \\ &= |\vec{p}| + \frac{m_i^2}{2|\vec{p}|} + \mathcal{O}(m_i^4) \quad . \end{aligned} \quad (2.53)$$

Wir definieren nun die Massenquadratdifferenz

$$\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2 \quad . \quad (2.54)$$

Des Weiteren können wir für hochrelativistische Neutrinos $|p| \gg m$ den Massenbeitrag zur Energie vernachlässigen und annehmen, dass sie sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen⁵, womit wir die verstrichene Zeit durch die zurückgelegte Strecke ausdrücken können als

$$E = |p| \quad t = L \quad . \quad (2.55)$$

⁵Die Geschwindigkeit von Neutrinos stimmt auch experimentell mit hoher Genauigkeit mit der Lichtgeschwindigkeit überein [14]

Somit erhalten wir schlussendlich die Formel für die Oszillationswahrscheinlichkeit

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \sum_{ij} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right). \quad (2.56)$$

Die Oszillationswahrscheinlichkeit $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}$ ist eindeutig reell, da $\Delta m_{ij} = -\Delta m_{ji}$. Wir sehen also, dass Flavoroszillationen nur möglich sind, wenn $\Delta m_{ij} > 0$ für mindestens ein Δm_{ij} , da sonst nach (2.43) $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta}$. Der Nachweis von Neutrino Flavoroszillationen ist demnach gleichzeitig ein Nachweis für nichtverschwindende Neutrinomassen und damit ein deutlicher Hinweis auf Physik jenseits des Standardmodells.

Massebehaftete Dirac-Neutrinos lassen sich durch die Einführung rechtshändiger Neutrinos, die nicht über die schwache Wechselwirkung interagieren und deshalb auch sterile Neutrinos genannt werden, erklären.

Eine weitere Möglichkeit theoretisch massebehaftete Neutrinos zu erklären stellen die sog. See-saw Mechanismen dar, die jedoch im Allgemeinen voraussetzen, dass Neutrinos ihre eigenen Antiteilchen sog. Majorana Teilchen sind, die nicht durch die Diracgleichung beschrieben werden. Wir wollen diese Beschreibungen hier nicht weiter ausführen.

Die PMNS-Matrix U wird häufig dargestellt als [4]

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.57)$$

mit $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, $\theta_{ij} \in [0, \frac{\pi}{2})$ und einer CP-verletzenden Phase $\delta \in [0, 2\pi]$, die wir in dieser Arbeit zur Vereinfachung gleich null setzen. Aus Oszillationsexperimenten sind die quadratischen Massendifferenzen Δm_{ij}^2 sowie die Mischungswinkel θ_{ij} heute gut bekannt. Eine immer noch offene Frage betrifft das Vorzeichen von Δm_{32}^2 , weshalb eine normale Massenhierarchie NH $\Delta m_{32}^2 > 0$ und eine invertierte Hierarchie IH $\Delta m_{32}^2 < 0$ unterschieden werden. Die heute bekannten Werte sind in Tabelle 2.3 dargestellt.

	NH	IH
Δm_{21}^2	$(7, 53 \pm 0, 18)10^{-5}eV^2$	$(7, 53 \pm 0, 18)10^{-5}eV^2$
Δm_{32}^2	$(2, 44 \pm 0, 06)10^{-3}eV^2$	$-(2, 51 \pm 0, 06)10^{-3}eV^2$
$\sin^2 \theta_{12}$	$0, 304 \pm 0, 014$	$0, 304 \pm 0, 014$
$\sin^2 \theta_{13}$	$(2, 19 \pm 0, 12)10^{-2}$	$(2, 19 \pm 0, 12)10^{-2}$
$\sin^2 \theta_{23}$	$0, 51 \pm 0, 05$	$0, 50 \pm 0, 05$

Tabelle 2.3: Neutrinooszillationsdaten für normale Hierarchie NH und invertierte Hierarchie IH. Daten aus [15]

Die Summe aller Neutrinomassen

$$m_{tot} = 2 \sum_i m_i \quad (2.58)$$

kann mithilfe kosmologischer Beobachtungen durch die Abschätzung ihres Beitrags zur Energiedichte des Universums im Vergleich zur maximalen Massendichte zu $m_{tot} < 11eV$ abgeschätzt werden. Unter Einbeziehung weiterer Beobachtungsdaten der Kosmologie insbesondere des kosmischen Mikrowellen Hintergrunds CMB kann das obere Limit auf $m_{tot} < 0,2eV$ abgeschätzt werden [16].

2.3 Detektoren

Da Neutrinos nur über die schwache Wechselwirkung mit anderen Teilchen interagieren, ist ihre Detektion von jeher schwierig. Es benötigt meist sehr große Detektoren, um Neutrinosignale mit einer relativ guten Statistik messen zu können. Insbesondere zur Untersuchung von Supernovaneutrinos ist eine möglichst große Detektorrate daher von hoher Relevanz. Wir möchten hier kurz auf die für uns wichtigsten Detektortypen eingehen.

2.3.1 Tscherenkow-Wasserdetektoren

Tscherenkow-Wasserdetektoren bilden die zur Zeit größten Neutrinodetektoren. Das Prinzip beruht auf dem Effekt der sog. Tscherenkow-Strahlung, der besagt, dass geladene Teilchen, die sich durch ein Medium mit einer Geschwindigkeit $v > c_n$ schneller als der Lichtgeschwindigkeit in diesem Medium $c_n = \frac{1}{n}$ mit Brechungsindex n bewegen, Strahlung aussenden, die sich kegelförmig um die Bewegungsrichtung des Teilchens ausbreitet. Das Spektrum pro zurückgelegter Strecke x ist gegeben durch [4]

$$\frac{dN}{d\lambda dx} = 2\pi\alpha \left[1 - \left(\frac{1}{nv} \right)^2 \right] \lambda^{-2} \quad (2.59)$$

mit der Feinstrukturkonstante α und der ausgestrahlten Wellenlänge λ . Der Öffnungswinkel θ des Kegels ist gegeben durch

$$\cos \theta = \frac{1}{nv} \quad (2.60)$$

Dieses Licht kann von Photomultipliern (PMTs) mit hoher Präzision aufgezeichnet werden, sodass, wenn die zeitliche Auflösung der jeweiligen Signale gut genug ist, Zeitpunkt und Ort des jeweiligen Ereignisses sowie Flugrichtung und Energie des

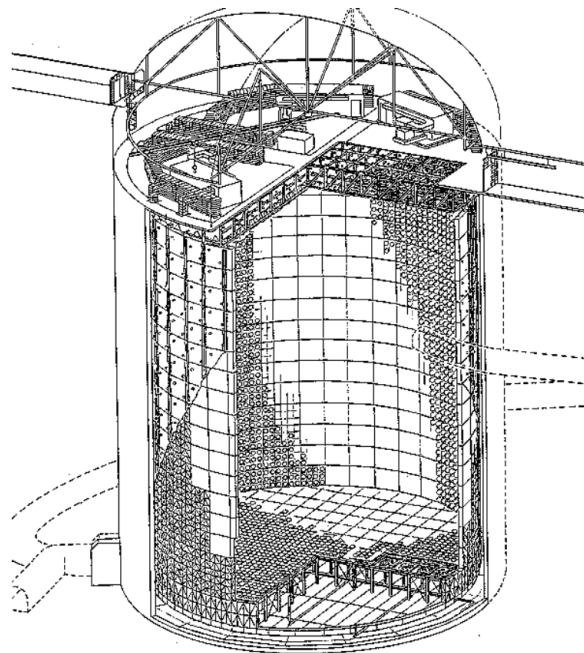


Abbildung 2.2: Zeichnerische Darstellung des Aufbaus des Super-Kamiokandedetektors. Ca. 40% der Fläche innerhalb des Tanks sind mit PMTs (kleine Kreise in der Zeichnung) bedeckt. Der Tank fasst bis zu 50 kton an Wasser wovon 22.5 kton durch die PMTs abgedeckt sind. Bild aus [17]

geladenen Teilchens einzelner Ereignisse aufgezeichnet werden können. Der größte heutige Tscherenkow-Detektor ist der Super-Kamiokande Detektor mit einer Referenzmasse von 22.5 kton Wasser [18]. Prinzipiell kann dieser Detektortyp Neutrinos aller Flavors durch elastische Streuprozesse d.h. NC-Interaktionen detektieren. Allerdings sind diese Flavor-neutral, d.h. die Neutrinos können zwar als Ereignis detektiert, ihr Flavor aber nicht gemessen werden. Dies ist nur in CC-Interaktionen möglich. Der mit Abstand wichtigste Prozess ist der inverse Beta-Zerfall

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow n + e^+ \quad (2.61)$$

Dieser findet primär an den zwei Protonen der Wassermoleküle statt⁶ und setzt eine Mindestenergie der Neutrinos $E_{\nu_e, \min}$ entsprechend der Massendifferenz zwischen Proton und Neutron $\Delta_{np} = m_n - m_p \approx 1,293 \text{ MeV}$ und der Elektronmasse $m_e \approx 0,511 \text{ MeV}$ von $E_{\nu_e, \min} = \Delta_{np} + m_e \approx 1,804 \text{ MeV}$ voraus. Während Streuprozesse, wie die elastische Streuung an Elektronen

$$\nu + e^- \longleftrightarrow \nu + e^- \quad , \quad (2.62)$$

aufgrund der gleichmäßigen Energieverteilung der gestreuten Elektronen keine eindeutige Energiemessung einzelner Ereignisse erlauben, es sei denn der Streuwinkel kann nachträglich durch in unserem Fall der Lokalisierung der Supernova ermittelt werden, ermöglicht der inverse Beta-Zerfall genau dies, da aufgrund der großen Massendifferenz zwischen Neutron und Elektron das Elektron praktisch die gesamte kinetische Energie mit sich trägt. Aufgrund von Störeffekten, wie z.B. radioaktiven Zerfällen, liegt die reale Grenzenergie, ab der ein Ereignis detektiert werden kann, oberhalb der Mindestenergie, die für den jeweiligen Prozess notwendig ist. Der Super-Kamiokande IV Detektor kann nach dem letzten Update Ereignisse oberhalb von einer Elektronenergie von 5 MeV eindeutig detektieren [19], was einer kinetischen Mindestenergie von

$$\boxed{T_{e, \min, SK} = 4,5 \text{ MeV}} \quad (2.63)$$

entspricht und im Falle des inversen Beta-Zerfalls eine Neutrinoenergie von

$$\boxed{E_{\nu, \min, IBD, SK} = 6,3 \text{ MeV}} \quad (2.64)$$

erfordert. Der Nachfolger des Super-Kamiokande Experiments ist das sich in Planung befindende Hyper-Kamiokande Experiment [20], welches anfangs aus einem, später aus zwei Wassertanks mit je einer Referenzwassermasse von 190 kton bestehen soll.

⁶ $\bar{\nu}_e + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+$ bzw. $\nu_e + (A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^-$ Prozesse sind ebenfalls möglich, besitzen aber eine deutlich höhere Mindestenergie aufgrund der größeren Massendifferenzen der Nuklei

2.3.2 Flüssigszintillatordetektoren und andere

Flüssigszintillatordetektoren sind mit Kohlenwasserstoffen in flüssiger Form oder in Wasser gelöst gefüllte Detektoranlagen, welche ansonsten dem Aufbau der Tscherenkowdetektoren ähneln. Wie in Tscherenkowdetektoren, emittieren geladene Teilchen, die sich durch das flüssige Szintillatormaterial bewegen, Licht. Aufgrund der Szintillatoreigenschaften besitzen diese Detektoren jedoch eine deutlich niedrigere Schwellenenergie als Tscherenkowdetektoren [21], da das messbare Lichtsignal pro Energieverlust sich durch den Szintillator bewegender, geladener Teilchen ca. 50 mal größer ist. Somit können Neutrinos mit deutlich niedrigeren Energien detektiert werden. Allerdings wird dieses isotrop ausgesendet, sodass eine Richtungsbestimmung schwierig ist [21]. Die primäre Detektion verläuft auch hier über den inversen Beta-Zerfall (2.61) an freien Protonen. Aufgrund der niedrigeren Schwellenenergie können aber zusätzlich zur Neutrino-Elektron Streuung auch Streuprozesse an Protonen detektiert werden. Ein geplanter großer Flüssigszintillatordetektor ist der JUNO Detektor [22] mit einer Referenzmasse von $20kt$. JUNO soll in der Lage sein, Elektronen mit einer kinetischen Energie oberhalb von [22][23]

$$\boxed{T_{e,min,JUNO} = 0.2 \text{ MeV}} \quad (2.65)$$

detektieren zu können. Damit könnte JUNO IBD Ereignisse ab einer Neutrinoenergie von

$$\boxed{E_{\nu,min,IBD,JUNO} \approx 2 \text{ MeV}} \quad (2.66)$$

detektieren. Im Falle des Protons liegt die zur Detektion minimal benötigte kinetische Rückstoßenergie bei [24]

$$\boxed{T_{p,min,JUNO} = 1 \text{ MeV}} \quad . \quad (2.67)$$

JUNO soll lineares Alkylbenzol sog. LABs der Form $C_6H_5C_nH_{2n+1}$ mit $10 \leq n \leq 13$ als Flüssigszintillator benutzen.

Weitere interessante Detektortypen sind Flüssigargondetektoren sowie Tscherenkowdetektoren mit schwerem Wasser, wie das ehemalige SNO Projekt, die beide die Detektion von ν_e durch den Neutrinoeinfang

$$\nu_e + n \longrightarrow p + e^- \quad (2.68)$$

ermöglichen. Ebenfalls interessant wird in Zukunft die erst kürzlich nutzbar gewordene Detektion kohärenter Neutrino-Nukleus Streuung sein, die aufgrund des erheblich größeren Wirkungsquerschnitts deutlich größere Ereignisraten pro Detektormasse ermöglichen wird. Für uns interessant sind jedoch aufgrund der, den Detektorgrößen geschuldeten zu erwartenden, hohen Ereignisraten [25] zunächst nur die ersten beiden Typen, wie wir in Kapitel 4 sehen werden.

Kapitel 3

Kernkollaps-Supernovae

Kernkollaps-Supernovae massereicher Sterne sind starke astrophysikalische Neutrinoquellen und sind daher besonders zu deren Untersuchung geeignet. Besonders massereiche Sterne beenden ihr Leben in einer gigantischen Explosion, die zeitweise so hell ist wie eine ganze Galaxie und als Kernkollaps-Supernova bezeichnet wird. Im gegenwärtig vorherrschenden Modell solcher Supernovae spielen Neutrinos eine wesentliche Rolle.

Ziel dieses Kapitels ist es, das gegenwärtige Verständnis des physikalischen Mechanismus einer solchen Kernkollaps-Supernova (im Folgenden kurz als CCSN - Core Collapse Supernova bezeichnet) darzulegen und zu erläutern.

3.1 Grundlagen

Sterne sind durch Gravitation gebundene, selbst leuchtende, sich im hydrostatischen Gleichgewicht befindliche Körper aus Gas, die durch verschiedene Fusionsprozesse Energie freisetzen. Zunächst möchten wir auf die grundlegende physikalische Beschreibung eines Sterns eingehen, um anhand dieser dessen Entwicklung von Beginn seiner Lebenszeit als Hauptreihenstern bis hin zum möglichen Sterntod als Kernkollaps-Supernova zu beschreiben.

3.1.1 Hydrostatisches Gleichgewicht

Die Dynamik eines Sterns wird durch vier verschiedene Kräfte bestimmt: die Gravitationskraft auf der einen Seite, den Strahlungsdruck, den Entartungsdruck und den Gasdruck auf der anderen Seite. Diese liefern je nach Entwicklungsstadium des Sterns unterschiedliche Beiträge. In einem stabilen Zustand müssen diese sich ausgleichen d.h. der nach innen gerichtete Gravitationsdruck muss vom inneren Druck P kompensiert werden. Es liegt also ein hydrostatisches Gleichgewicht vor und es gilt in nicht relativistischer Näherung

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{M(r)\rho(r)}{r^2} \quad (3.1)$$

mit der vom Radius r eingeschlossenen Masse $M(r)$ und der Dichte bei r $\rho(r)$. Dabei ignorieren wir den Einfluss von Rotation und möglichen Magnetfeldern.

3.1.2 Zustandsgleichung

Der Druck P ergibt sich als Summe der oben bereits genannten Beiträge des Gasdrucks P_G , des Strahlungsdrucks P_γ und des Entartungsdrucks P_F . Wir betrachten nun den Stern als ideales Gas und erhalten so die Zustandsgleichung [26][27] in Abhängigkeit von der Temperatur T

$$P_G(r) = n(r)T(r) = \frac{\rho(r)}{\mu(r)m_H}T(r) \quad (3.2)$$

mit der Teilchendichte n , der Masse eines Wasserstoffatoms $M_H = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$ und dem mittleren Molekulargewicht $\mu(r) = \frac{A}{Z+1}$, das gegeben ist durch die Massenzahl A pro Teilchenanzahl (Kern+Elektronenzahl, d.h. der Kern wird als ein Teilchen gezählt!).

Der Strahlungsdruck entsteht durch den Impulsübertrag durch streuende und absorbierte Photonen der Frequenz ν mit Impuls $p_\gamma = 2\pi\nu$ und ist beschrieben durch

$$P_\gamma = \frac{1}{3}aT^4 \quad (3.3)$$

mit der Strahlungsdichtekonstanten $a = 4\sigma \approx 7,566 \cdot 10^{-16} \frac{\text{J}}{\text{m}^3\text{K}^4}$.

3.1.3 Entartung

Fermionen ,d.h. Spin-1/2 Teilchen ,wie zum Beispiel Protonen, Neutronen und insbesondere Elektronen, unterliegen dem Pauli-Prinzip. Dieses besagt, dass zwei Fermionen niemals denselben Zustand einnehmen können. Genauer heißt das, dass sich in jeder Elementarzelle des Phasenraums nur g (im Allgemeinen $g=2$) Fermionen einer Teilchenspezies befinden dürfen. Betrachten wir nun ein ideales Gas nicht interagierender Fermionen. Wir ignorieren also die elektrostatische Abstoßung der Elektronen.

Allgemein ist die Phasenraumdichte $F(p, x)$ gegeben durch

$$N = \int F dp^3 dx^3 \quad (3.4)$$

Für Fermionen wird diese durch die dimensionslose Fermi-Dirac-Statistik in Abhängigkeit von der Teilchenenergie E beschrieben [28]

$$F = \frac{g}{8\pi^3} f \quad (3.5)$$

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu}{T}\right) + 1}$$

mit der Anzahl möglicher Zustände g bei festem \vec{p} und dem Phasenraumvolumen h^3 , welches sich aus der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta x \cdot \Delta p \geq h = 2\pi$ ableiten lässt. Im Allgemeinen gilt für Teilchen mit dem Spin s $g = 2s + 1$, sodass $g = 2$ für Fermionen. D.h., dass sich in einer Elementarzelle des Phasenraums mit Volumen $8\pi^3$ nur ein Spin-up und ein Spin-down Teilchen befinden dürfen. Eine Ausnahme bilden Neutrinos, da im Standardmodell nur linkshändige Neutrinos auftreten, es also keine zwei Spinzustände pro Phasenraumzelle gibt. μ ist das chemische Potential [29]

$$\mu = E_F \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{T}{E_F} \right)^2 + \mathcal{O}(T^4) \right) \quad (3.6)$$

mit der sog. Fermi-Energie E_F , welche die maximale Energie der besetzten Zustände am Nullpunkt $T=0$ darstellt. Der Druck ist dann für ein isotropes System gegeben durch [28]

$$P = \frac{1}{3} \frac{g}{8\pi^3} \int p v f(E) d^3 p \quad (3.7)$$

$$v = \frac{p}{E} \quad .$$

Wir wollen nun die Zustandsgleichung eines vollständig entarteten Elektronengases im Grenzfall $T \rightarrow 0$ d.h. $\mu \rightarrow E_F$ herleiten. Die Fermi-Dirac-Verteilung verändert sich dann wie folgt:

$$f(E)|_{T=0} = \left\{ \begin{array}{l} = 1, \text{ für } E \leq E_F \\ = 0, \text{ für } E > E_F \end{array} \right\} \quad (3.8)$$

In diesem Grundzustand niedrigster Energie sind demnach für N Teilchen die N niedrigsten Energiezustände besetzt. D.h. im isotropen Fall ist im Impulsraum eine Kugel K_F mit Radius p_F , dem Fermiimpuls, besetzt, wobei jeder \vec{p} -Wert g -fach besetzt ist. Demnach gilt

$$N = g \sum_{p \leq p_F} 1$$

$$= \frac{g}{8\pi^3} \int_{K_F} f dp^3 dx^3 \quad (3.9)$$

$$= \frac{g}{8\pi^3} V \cdot 4\pi \int_0^{p_F} p^2 dp$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{gp_F^3}{6\pi^2} \quad .$$

Und somit erhalten wir auch die Fermienergie

$$E_F = \sqrt{p_F^2 + m_e^2} \quad . \quad (3.10)$$

Damit können wir den Druck in (3.7) nun berechnen, wobei wir zur Vereinfachung den dimensionslosen Relativitätsparameter x definieren als

$$x = \frac{p_F}{m_e} \quad . \quad (3.11)$$

Dann folgt aus (3.9) mit der Compton-Wellenlänge $\lambda_e = 1/m_e$ die Teilchendichte

$$n = \frac{gx^3}{6\pi^2\lambda_e^3} \quad . \quad (3.12)$$

Wir erhalten also den Druck für Elektronen mit $g = 2$

$$\begin{aligned} P &= \frac{g}{3 \cdot 8\pi^3} \int_{K_F} p v f(E)|_{T=0} d^3 p \\ &= \frac{2}{3 \cdot 8\pi^3} 4\pi \int_0^{p_F} \frac{p^2 c^2}{\sqrt{p^2 c^2 + m_e^2 c^4}} p^2 dp \\ &= \frac{8\pi}{3 \cdot 8\pi^3} \int_0^{p_F} \frac{x'^4 m_e^3 c^4}{\sqrt{x'^2 + 1}} dp \\ &= \frac{m_e}{3\pi^2 \lambda_e^3} \int_0^x \frac{x'^4}{\sqrt{x'^2 + 1}} dx' \quad . \end{aligned} \quad (3.13)$$

Wir lösen das Integral durch partielle Integration mit anschließender Substitution $x \rightarrow \sinh(z)$ und erhalten so die Zustandsgleichung $P(x)$

$$P = \frac{m_e}{3\pi^2 \lambda_e^3} \frac{1}{8} \left(x\sqrt{x^2 + 1}(2x^2 - 3) + 3 \log(\sqrt{x^2 + 1} + x) \right) \quad . \quad (3.14)$$

Mit

$$\Phi(x) = \frac{1}{8\pi^2} \left(x\sqrt{x^2 + 1} \left(\frac{2}{3}x^2 - 1 \right) + \log(\sqrt{x^2 + 1} + x) \right) \quad (3.15)$$

erhalten wir dann

$$\boxed{P_F = \frac{m_e}{\lambda_e^3} \Phi(x)} \quad . \quad (3.16)$$

Wir möchten nun mithilfe von (3.12) den Entartungsdruck als Funktion der Dichte darstellen. Die Dichte ist gegeben als die Summe der Produkte der jeweiligen Teilchenzahldichten mit der entsprechenden Teilchenmasse durch

$$\rho_0 = \sum_i n_i m_i \quad . \quad (3.17)$$

Wir betrachten also nur den Beitrag der Ruhmassen der jeweiligen Teilchen und ignorieren weitere Beiträge durch die kinetische Energie [28]. Da die Baryonmassen deutlich größer sind als die Elektronmasse ignorieren wir deren Beitrag ebenfalls und definieren die mittlere Baryonmasse m_B , welche in guter Näherung durch die atomare Masseneinheit

$m_u = 1.660539 \cdot 10^{-27}$ kg gegeben ist als

$$m_B = \frac{1}{n} \sum_i n_i m_i \quad , \quad (3.18)$$

wobei

$$m_B \approx m_u \quad . \quad (3.19)$$

Somit erhalten wir die Dichte als Ausdruck der Elektronenzahldichte n_e

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \frac{n_e m_B}{\Upsilon_e} \\ &\approx 0.97395 \cdot 10^6 \frac{m_B}{m_u \Upsilon_e} x^3 \frac{g}{\text{cm}^3} \\ &\approx 0.97395 \cdot 10^6 \frac{x^3}{\Upsilon_e} \frac{g}{\text{cm}^3} \end{aligned} \quad (3.20)$$

mit der mittleren Elektronenzahl pro Baryon

$$\Upsilon_e = \frac{Z}{A} \quad . \quad (3.21)$$

Diese können wir nun über (3.12) mit der Zustandsgleichung (3.16) verknüpfen. Wir betrachten dazu nun zwei Grenzfälle. Erstens den nicht relativistischen Fall $x \ll 1$ und zweitens den stark relativistischen Fall $x \gg 1$. In diesen Fällen vereinfacht sich $\Phi(x)$ [28]:

1. Nicht relativistischer Fall $x \ll 1$:

$$\Phi(x) \approx \frac{1}{15\pi^2} x^5 \quad (3.22)$$

2. Relativistischer Fall $x \gg 1$:

$$\Phi(x) \approx \frac{1}{12\pi^2} x^4 \quad (3.23)$$

Damit können wir die Zustandsgleichung in beiden Fällen in eine polytrophe Form bringen.

$$\boxed{P = K \rho_0^\Gamma} \quad (3.24)$$

mit dem sog. Adiabatenindex Γ . Wir erhalten dann in den genannten Grenzfällen:

1. Nicht relativistischer Fall $x \ll 1$:

$$\begin{aligned} K &= \frac{3^{2/3}\pi^{4/3}}{5} \frac{1}{m_e m_B^{5/3} \Upsilon_e^{5/3}} \quad , \\ \Gamma &= \frac{5}{3} \quad , \\ \rho_0 &\ll 10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad . \end{aligned} \tag{3.25}$$

2. Relativistischer Fall $x \gg 1$:

$$\begin{aligned} K &= \frac{3^{1/3}\pi^{2/3}}{4} \frac{1}{m_B^{4/3} \Upsilon_e^{4/3}} \quad , \\ \Gamma &= \frac{4}{3} \quad , \\ \rho_0 &\gg 10^6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad . \end{aligned} \tag{3.26}$$

Diese Herleitung kann analog mit entsprechend angepasster Masse m_i und g für beliebige Fermionen durchgeführt werden.

Wir erhalten die finale Zustandsgleichung als Summe der drei genannten Beiträge

$$P(\rho, T) = P_G(\rho, T) + P_\gamma(T) + P_F(\rho) \quad . \tag{3.27}$$

Für verschiedene T und ρ dominieren unterschiedliche Beiträge.

3.1.4 Chandrasekhar und TOV Limit

Sterne, deren Zustandsgleichung vom Entartungsdruck dominiert wird, sind zum Beispiel weiße Zwerge, die Überbleibsel ausgebrannter massearmer Sterne. 1931 zeigte S. Chandrasekhar, dass es für solche Sterne, die durch den Druck entarteter Elektronen stabilisiert werden, eine Massengrenze gibt [30], die nach ihm benannte Chandrasekhar-Grenze. Um dies zu erklären betrachten wir erneut das hydrostatische Gleichgewicht (3.1) und mit

$$\frac{dm}{dr} = 4\pi r^2 \rho \tag{3.28}$$

erhalten wir nach Umstellen der Gleichung nach m und Ableiten nach r :

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -4\pi \rho \quad . \tag{3.29}$$

Wir können diese Gleichung nun in die dimensionslose Lane-Emden Gleichung (3.31) überführen, indem wir die polytrope Zustandsgleichung (3.24) einsetzen. Mit den Defini-

tionen

$$\Gamma = 1 + \frac{1}{n} \quad ,$$

$$\alpha^2 = \frac{(n+1)K\rho_C^{\frac{1}{n}-1}}{4\pi} \quad , \quad (3.30)$$

$$r = \alpha\xi \quad ,$$

$$\text{und} \quad \rho = \rho_C \Theta^n$$

erhalten wir also

$$\boxed{\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\Theta}{d\xi} \right) + \Theta^n = 0} \quad . \quad (3.31)$$

Nun wollen wir mithilfe der Lane-Emden Gleichung auf die maximale Masse schließen, die ein durch Entartungsdruck stabilisierter Stern im hydrostatischen Gleichgewicht haben kann. Dazu betrachten wir den Radius R , den ein solcher Stern annimmt. Dieser ist gegeben durch die Bedingung $P = \rho = 0$. Damit korrespondiert R zur Nullstelle $\Theta(\xi_1) = 0$ der Lane-Emden Gleichung, welche im Allgemeinen numerisch bestimmt werden muss und für $n < 5$ eindeutig ist [28]. Damit erhalten wir die Masse mit (3.30) und (3.31) als

$$\begin{aligned} M &= \int_0^R 4\pi \rho r^2 dr \\ &= 4\pi \alpha^3 \rho_C \int_0^{\xi_1} \xi^2 \Theta^n d\xi \\ &= 4\pi \left(\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right)^{3/2} \rho_C^{\frac{3-n}{2n}} \xi_1^2 \left| \frac{d\Theta}{d\xi}(\xi_1) \right| \quad . \end{aligned} \quad (3.32)$$

Betrachten wir nun den für uns relevanten Grenzfall hoher Dichten $\gamma = \frac{4}{3} \rightarrow n = 3$. Fügen wir die entsprechende numerische Lösung ξ_1 nach [28] ein, so erhalten wir die Chandrasekhar-Masse (Man beachte, dass ρ_C für $n = 3$ aus der Formel verschwindet):

$$\boxed{M_{Ch} = 1.457(2\Upsilon_e)^2 M_\odot} \quad (3.33)$$

Dies ist die Masse eines hochrelativistischen durch den Entartungsdruck von Elektronen stabilisierten Sterns. Für größere Massen ist kein hydrostatisches Gleichgewicht mehr möglich. Dies stellt also die maximale Masse für durch Entartungsdruck entarteter Elektronen stabilisierte Sterne dar. Offensichtlich ist M_{Ch} abhängig von der mittleren Elektronenzahl pro Baryon und damit von der chemischen Zusammensetzung des Sterns.

Überschreitet ein durch Entartungsdruck stabilisierter Stern diese Grenze kollabiert er zunächst zu einem Neutronenstern. Ähnlich wie für durch entartete Elektronen stabilisierte Sterne lässt sich auch ein Limit für die maximale Masse eines Neutronensterns, also eines durch entartete Neutronen stabilisierten Sterns, bestimmen. Jedoch müssen hier relativistische Effekte sowie insbesondere der abstoßende Teil der Nukleon-Nukleon

Wechselwirkung miteinbezogen werden. Leider ist die genaue Zusammensetzung von Neutronensternen und damit deren Zustandsgleichung bis heute nicht eindeutig bekannt.

Auch ohne die genaue Zustandsgleichung zu kennen, lässt sich jedoch ein oberes Limit für die maximal erlaubte Masse eines Neutronensterns bestimmen [28]. Unter den Annahmen, dass jede Zustandsgleichung folgende Bedingungen erfüllen muss,

1. der Druck nimmt mit steigender Dichte zu

$$\frac{dP}{d\rho} \geq 0 \quad , \quad (3.34)$$

2. Kausalität bleibt bewahrt, die Schallgeschwindigkeit darf die Lichtgeschwindigkeit also nicht überschreiten

$$\frac{dP}{d\rho} \leq c^2 \quad (3.35)$$

3. die Zustandsgleichung für Dichten ρ unterhalb einer kritischen Dichte ρ_0 ist bekannt,

lässt sich durch Variationsrechnung diejenige Zustandsgleichung bestimmen, welche die erlaubte Neutronensternmasse maximiert. Rhoades und Ruffini [31] fanden dabei, dass die größte Masse durch die Zustandsgleichung gegeben ist, welche die Schallgeschwindigkeit maximiert, d.h. in Gleichung (3.35) gilt Gleichheit.

$$P = P_0 + (\rho - \rho_0)c^2 \quad (3.36)$$

für $\rho > \rho_0$. Durch numerische Integration der Oppenheimer-Volkoff-Gleichung [28]

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{M(r)\rho(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\rho(r)}\right) \left(1 + \frac{4\pi P(r)r^3}{M(r)}\right) \left(1 - \frac{2M(r)}{r}\right)^{-1} \quad , \quad (3.37)$$

die das hydrostatische Gleichgewicht im relativistischen Fall beschreibt, erhält man unter Anwendung einer bekannten Zustandsgleichung und den entsprechenden Werten ρ_0 und P_0 (in diesem Fall der Harrison-Wheeler Zustandsgleichung und $\rho_0 = 4,6 \cdot 10^{14} \frac{g}{cm^3}$) die maximal erlaubte Masse für Neutronensterne

$$M_{NS}^{max} \approx 3,2 M_{\odot} \quad . \quad (3.38)$$

Es ist anzumerken, dass diese Herleitung letztendlich nur die Existenz einer maximalen Masse zeigt und nicht als finale maximale Masse zu verstehen ist. Diese muss natürlich in Abhängigkeit der vollständigen Zustandsgleichung bestimmt werden. Beobachtungen legen bisher aber eine Massengrenze von

$$\boxed{M_{NS}^{max} \approx 2 M_{\odot}} \quad (3.39)$$

nahe [32][33]¹.

3.2 Stufen der Sternentwicklung

Im Laufe seines Lebens durchläuft ein Hauptreihenstern verschiedenen Stufen der Sternentwicklung. Diese kann man grob unterteilen in [26]:

1. Protostern
2. Vorhauptreihenstern
3. Hauptreihenstern
4. Nachhauptreihenstern

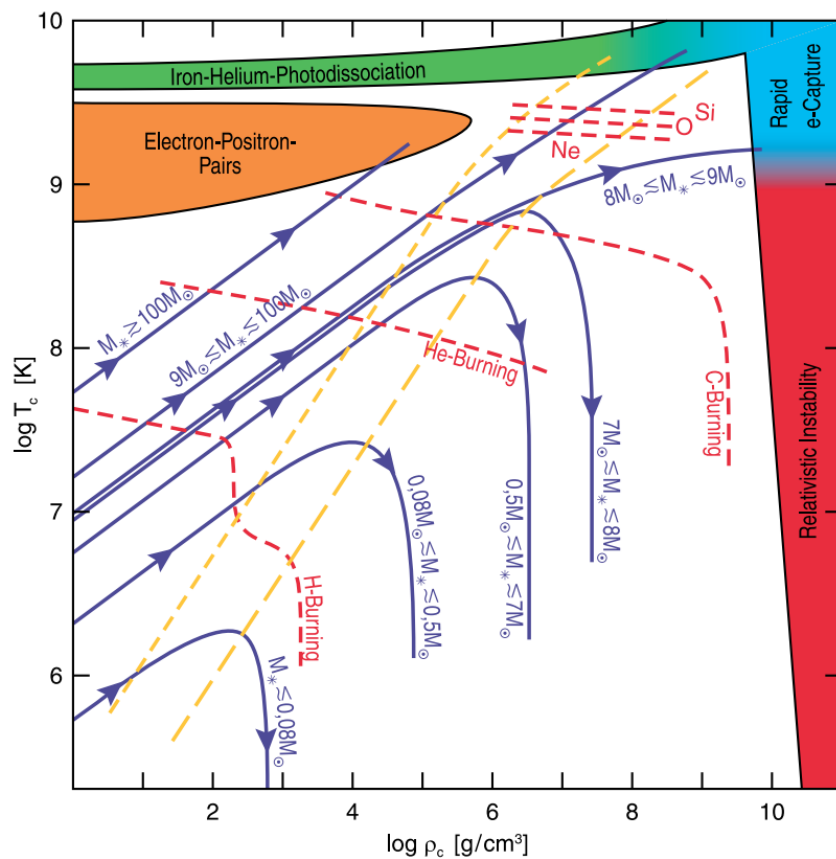


Abbildung 3.1: Entwicklung der zentralen Temperatur T_c und Dichte ρ_c für Sterne zwischen $M < 0,08M_\odot$ (Braune Zwerge) und $M > 100M_\odot$ durch die verschiedenen Brennphasen aus Tabelle 3.1, die durch roten Linien gekennzeichnet sind. Bild aus[36]

Sterne entstehen durch den gravitativen Kollaps interstellarer Wolken, die hauptsächlich aus Wasserstoff bestehen. Während der Kontraktion heizt sich der Stern auf. Gleichzeitig

¹Die maximale Masse eines Neutronensterns wird auch als Tollmann-Oppenheimer-Volkoff-Limit TOV-Limit bezeichnet, da R. Oppenheimer und G.M. Volkoff auf Grundlage der Arbeit von R.C. Tollmann 1939 als erste eine obere Grenze für Neutronensterne analog zur Chandrasekhar-Grenze berechneten [34][35]

Onion-shell structure of pre-collapse star

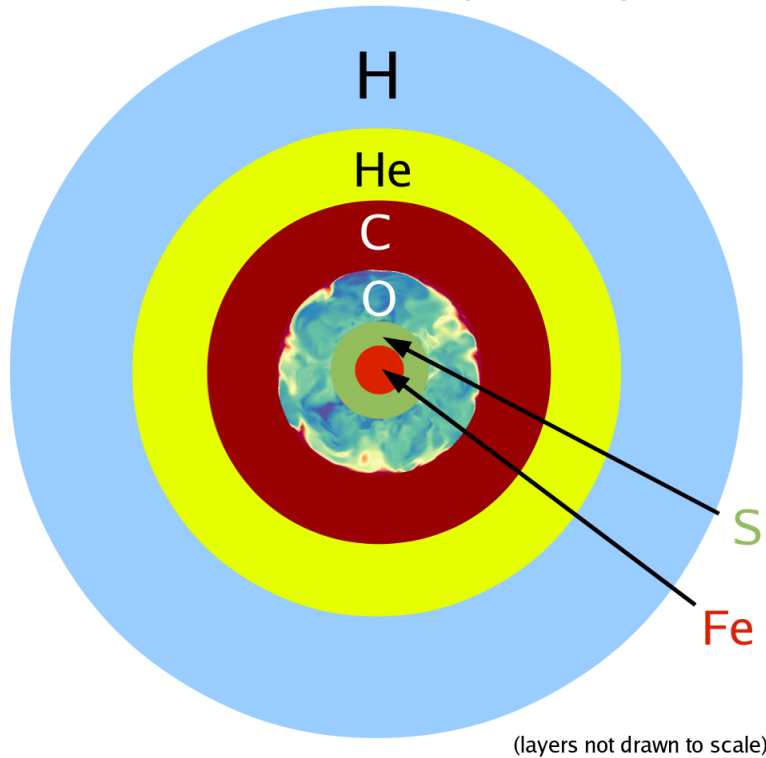


Abbildung 3.2: Schalenförmiger Aufbau eines massereichen Sterns am Ende seines Lebens, der alle Brennphasen bis hin zum Eisen durchlaufen hat. Die Schalen enthalten jeweils die Asche der durchlaufenen Brennphasen. Der Kern des Sterns wird durch den Entartungsdruck stabilisiert. Der bunte Bereich in der O-Schale deutet Dichteschwankungen an, die aufgrund konvektiver Brennprozesse in der O- und Si-Schale entstehen. Bild nachbearbeitet aus [38]

erhöht sich die Dichte und ab einem gewissen Punkt können Fusionsprozesse, angefangen mit dem Wasserstoffbrennen über die pp-Kette, einsetzen. Ab diesem Moment spricht man von einem Hauptreihenstern². Die weitere Entwicklung des Sterns wird hauptsächlich von seiner Masse bestimmt. Da diese im Allgemeinen mit fortschreitendem Alter des Sterns abnimmt, wird häufig die Masse bei Eintritt in die Hauptreihenklassifizierung, die sogenannte ZAMS-Masse (ZAMS=ZeroAgeMainSequence), als Referenzmasse benutzt. Während seiner Lebenszeit kann ein hinreichend schwerer Stern stufenweise verschiedenen Fusionsprozesse bis hin zu Eisen durchlaufen. Diese benötigen immer höhere Dichten und Temperaturen. Welche Brennphasen ein Stern erreichen kann, hängt maßgeblich von seiner Masse ab. Die verschiedenen Brennphasen eines $15M_{\odot}$ -Sterns sind in Tabelle 3.1 dargestellt. Aufgrund der Dichte- und Temperaturabhängigkeit der Fusionsprozesse bil-

²Das bedeutet nicht, dass die pp-Kette für alle Sterne der wichtigste Brennprozess ist. Insbesondere für massereiche Sterne ist der sog. CNO-Zyklus von hoher Relevanz [26]

Brennphase	Dauer [Jahre]	Brennstoff	Asche	Temperatur [10^9K]	Dichte [$\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$]
Wasserstoff	$11 \cdot 10^6$	H	He	0,035	5,8
Helium	$2 \cdot 10^6$	He	C, O	0,18	1400
Kohlenstoff	2000	C	Ne, Mg	0,81	$2,8 \cdot 10^5$
Neon	0,7	Ne	O, Mg	1,6	$2,1 \cdot 10^7$
Sauerstoff	2,6	O, Mg	Si, S, Ar, Ca	1,9	$8,8 \cdot 10^6$
Silizium	0,05	Si, S, Ar, Ca	Fe, Ni, Cr, Ti...	3,3	$4,8 \cdot 10^7$

Tabelle 3.1: Brennphasen eines Sterns mit $15M_{\odot}$. Temperatur und Dichte bezeichnen jeweils den Wert im Sternzentrum. Gekürzt aus [37]

den Sterne so nach und nach einen schalenförmigen Aufbau aus, wie in Abbildung 3.2 zu sehen ist. Die Entwicklung der zentralen Temperatur und Dichte für Sterne unterschiedlicher Massen ist zusammen mit den verschiedenen Grenzen der jeweiligen Brennphasen in Abbildung 3.1 dargestellt.

3.2.1 Endszzenarien

Sobald Temperatur und Dichte nicht mehr ausreichen oder alle Brennphasen bis hin zum Eisen durchlaufen sind, stoppt die Fusion im Kern und er schrumpft soweit zusammen, bis der Entartungsdruck der Elektronen den Gravitationsdruck ausgleichen kann. Dies bedeutet für die meisten Sterne bereits das Ende ihrer Entwicklung und zurück bleibt ein Weißer Zwerg. Massereichere Sterne hingegen können ab etwa $8M_{\odot}$ [38] in einer Supernovaexplosion enden und dabei einen Neutronenstern oder ein schwarzes Loch zurücklassen.

3.3 Supernova Mechanismus

Das gegenwärtig vorherrschende Modell zur Beschreibung des Explosionsmechanismus von CCSNe ist das des „delayed neutrino-driven mechanism“ nach Bethe und Weigert 1985 [39]. Während des Kollaps eines Sterns zu einem Neutronenstern wird ein Großteil der gravitative Bindungsenergie des Sterns frei. Diese frei werdende Energie kann man näherungsweise durch die Gravitationsenergie des neu geformten Neutronensterns mit Radius R_{NS} und Masse M_{NS} darstellen, die wir wiederum als homogene Vollkugel nähern

$$E_b \sim E_g \approx \frac{3M_{NS}^2}{R_{NS}} \approx 3,6 \cdot 10^{53} \left(\frac{M_{NS}}{1.5M_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{R_{NS}}{10 \text{ km}} \right)^{-1} \text{ erg} \quad . \quad (3.40)$$

Den Großteil dieser freiwerdenden Energie, ca. 100 mal mehr als die kinetische Energie der Explosion, tragen Neutrinos davon [38]. Die Idee des Neutrino getriebenen Mechanismus ist, dass die Neutrinos einen Teil ihrer Energie auf die Sternmaterie übertragen und so die Explosion antreiben. Der CCSN-Mechanismus kann nach Janka [38] in verschiedene Phasen unterteilt werden, welche wir im Folgenden, besonders im Hinblick auf die jeweilige Neutrinoemission, beschreiben wollen.

3.3.1 Kollaps und Neutrinoeinschluss

Massereiche Sterne entwickeln zum Ende ihres Lebens hin, wie schon zuvor beschrieben, die in Abb. 3.2 dargestellte Schalenstruktur mit Schalen verschiedener Elemente, die nach innen immer schwerer werden. Der innere Kern, bestehend aus Sauerstoff, Neon und Magnesium oder Eisengruppenelementen, wird hauptsächlich durch den Druck entarteter Elektronen stabilisiert. Dies ist jedoch nur bis zu der in (3.33) gegebenen Chandrasekhar

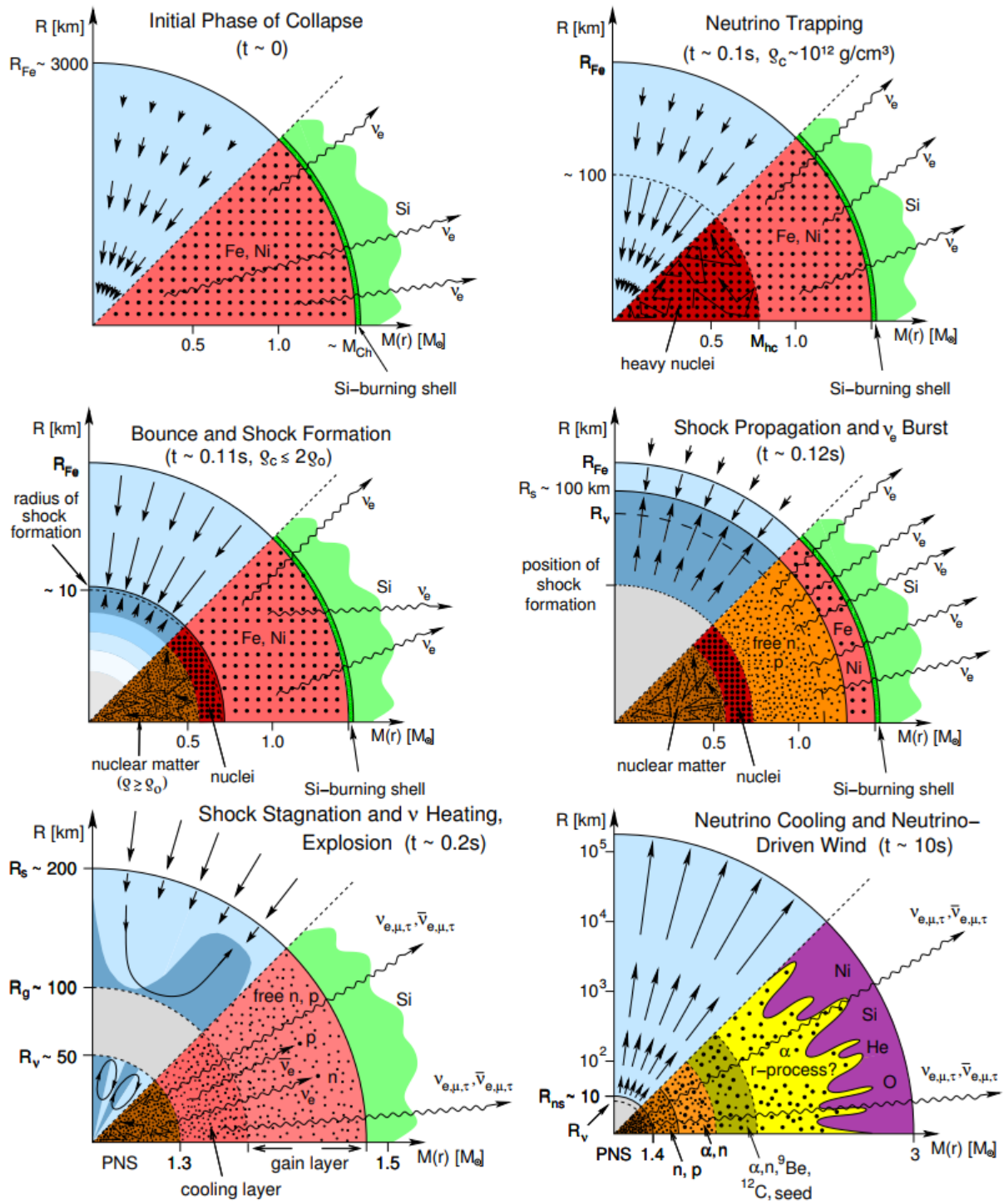
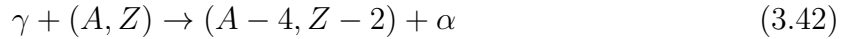


Abbildung 3.3: 6 Phasen der Neutrinoemission im Delayed Neutrino-driven Mechanismus von oben links nach unten rechts der anfängliche Kollaps, der Neutrinoeinschluss, der Rückprall und die Formierung der Schockwelle, die Ausbreitung des Schocks und der Neutrinoerupt, die Stagnation des Schocks und das Neutrino-Heizen und das Auskühlen des Protoneutronensterns via Neutrinos sowie der Neutrino getriebene Wind. Die Pfeile in den oberen blauen Bereichen stellen den Materiefluss dar, während der untere Bereich jeweils die Zusammensetzung der Materie sowie die Neutrinoemission zeigt. Auf der y-Achse ist der Radius in km angegeben, während auf der x-Achse die bis zum jeweiligen Radius eingeschlossene Masse in Einheiten der Sonnenmasse M_{\odot} aufgetragen ist. R_{Fe} ist der Radius des Eisenkerns, R_{ν} ist der Radius der Neutrinosphäre, R_g der Heizradius und R_s die Position des Schocks. Bild aus [7]

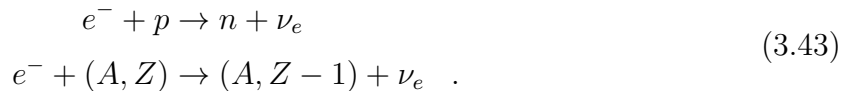
Masse möglich. Insbesondere gilt

$$M_{Ch} \propto \Upsilon_e^2 \quad . \quad (3.41)$$

Der gravitative Kollaps wird eingeleitet durch die teilweise Photodissoziation schwerer Kerne



und Elektroneneinfang an freien Protonen oder Kernen



Welcher dieser beiden Prozesse überwiegt, hängt von der Masse des Sterns ab. Für Massen zwischen $8M_\odot \lesssim M \lesssim 9M_\odot$ überwiegt der Prozess des Elektroneneinfangs, während für $9M_\odot \lesssim M \lesssim 100M_\odot$ der Prozess der Photodissoziation überwiegt. Damit verringern sich der thermische Gasdruck und insbesondere Υ_e , sodass sich die kritische Masse verringert. Der Kern implodiert, sobald seine Masse die abnehmende kritische Masse übersteigt. Die anfänglich noch frei entweichenden Neutrinos können ab einer Dichte von $10^{12} \frac{g}{\text{cm}^3}$ nicht mehr frei entkommen, da die Diffusionsgeschwindigkeit langsamer ist als die Kollapsgeschwindigkeit. Sie werden also im Kern gefangen. Dies geschieht aufgrund des vergleichsweise großen Wirkungsquerschnitts (2.19) hauptsächlich durch die kohärente Streuung an den Nukleonen schwerer Kerne

$$\nu + (A, Z) \longleftrightarrow \nu + (A, Z) \quad . \quad (3.44)$$

Insgesamt tragen natürlich alle Streuprozesse aus Tabelle 2.2 bei. Der Bereich, in dem die Neutrinos vom Protoneutronenstern (PNS) entkoppeln, heißt auch Neutrinosphäre und ist definiert als der Bereich R_ν , in dem die Neutrinos im Mittel einmal mit dem stellaren Plasma interagieren, bevor sie entkommen. Die Neutrinos entkoppeln daher energieabhängig von der Neutrinosphäre $R_\nu = R_\nu(E)$.

Im implodierenden Kern können wir zwei Bereiche identifizieren, den mit Unterschallgeschwindigkeit implodierenden inneren Kern, dessen Masse anfänglich grob durch die Chandrasekhar-Masse M_{Ch} gegeben ist [40], und den beinahe frei fallenden äußeren Kern.

3.3.2 Rückprall und Schockwelle

Der Kern implodiert bis er in seinem Zentrum nukleare Dichte $\rho_0 \approx 2,7 \cdot 10^{14} \frac{g}{\text{cm}^3}$ erreicht. Zu diesem Zeitpunkt setzt der abstoßende Teil der starken Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung ein und stabilisiert den Kern zusammen mit dem inneren Druck des Nukleonengases. Dabei überschreitet der Kern während der Kontraktion kurzzeitig die

neue Gleichgewichtslage, was zu einem Rückprall der Materie führt. Dies löst nun eine Schockwelle aus, welche sich an der Grenze zwischen dem inneren und dem äußeren Kern formt und durch die weiterhin einfallende Eisenkernmaterie nach außen propagiert. Die während des Kollaps stattfindenden Elektroneneinfänge haben die mittlere Elektronenzahl pro Baryon zu diesem Zeitpunkt auf $\Upsilon_e \approx 0.25$ gesenkt. Gleichzeitig schrumpft der innere Kern beinahe unabhängig vom Vorgängerstern und der Zustandsgleichung der Neutronenmasse auf $\sim 0.5M_\odot$.

3.3.3 Schockausbreitung, Stagnation und Neutrinoblitz

Die Schockwelle propagiert nach außen. Es werden weiterhin große Mengen an Elektroneneutrinos durch Elektroneinfang unterhalb des Schocks gebildet. Diese bleiben im inneren Kern gefangen, bis die Schockwelle Bereiche niedriger Dichten außerhalb der Neutrinosphäre erreicht, die für die Neutrinos durchlässig sind. In diesem Moment kommt es zu einem starken ν_e -Blitz.

Während die Schockwelle durch die überschallschnell einfallende Materie im äußeren Kern propagiert, verliert die einfallende Materie einen Teil ihrer kinetischen Energie durch Dissipation und heizt so den Schock auf. Dies führt zur Produktion hochenergetischer Photonen, die wiederum schwere Eisenkerne durch Photodissoziation spalten. Unterhalb eines gewissen Radius R_{diss} ist der Eisenkern vollständig dissoziiert. Dabei werden pro Nukleon 8,8 MeV an Energie aus der Region unterhalb des Schocks verbraucht, wodurch sich der Druck stark verringert. Der Dissoziationsradius ist gegeben durch den Radius, an dem die nukleare Bindungsenergie pro Nukleon der kinetischen Energie eines frei einfallenden Nukleons entspricht. Es gilt also mit (3.19):

$$\begin{aligned} 8,8 \text{ MeV} &= \int_{\infty}^{R_{diss}} -\frac{Mm_u}{r} dr \\ &= \frac{Mm_u}{R_{diss}} \end{aligned} \quad (3.45)$$

mit der von R_{diss} eingeschlossenen Masse M . Wir erhalten also den Dissoziationsradius

$$\begin{aligned} R_{diss} &= \frac{Mm_u}{8,8 \text{ MeV}} \\ &\approx 160 \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \text{ km} \quad . \end{aligned} \quad (3.46)$$

Dieser Energieverlust führt zusammen mit dem Energieverlust durch den Neutrinoblitz zu einer Absenkung des Drucks in der Region unterhalb der Schockwelle, was dessen Ausbreitung immer weiter abschwächt. Letztendlich kommt die Schockwelle, sobald der Druck unterhalb des Schocks kleiner ist als der nach innen gerichtete Druck der weiterhin einfallenden Materie, zum Stehen und beginnt anschließend nach innen zu fallen. Dies geschieht bei einem Radius von unter 150 km [7] noch weit innerhalb des Eisenkerns, der eine typische Ausbreitung von 3000 km hat.

3.3.4 Neutrinoheizen und Schochwiederbelebung

Die Energie, die der Schock durch den Rückprall erhält, reicht also alleine nicht aus, um die Explosion des Sterns auszulösen. Im Neutrino getriebenen CCSN-Mechanismus wird der einfallende Schock durch den starken Neutrinofluss, der vom neu geformten Protoneutronenstern (PNS) ausgeht, wiederbelebt. Ein Teil der vom PNS in der Neutrinosphäre abgestrahlten Neutrinos interagiert mit der Materie unter dem Schock über die in Tabelle 2.2 dargestellten Prozesse und überträgt dabei Energie. Der größte Beitrag stammt dabei aus Neutrinoeinfängen.



Dabei lässt sich die Region zwischen der Neutrinosphäre und der Schockfront in zwei Schichten unterteilen (siehe Abb. 3.3 unten links). Betrachten wir also die zwei dominanten Prozesse, sprich die Absorption und Emission der (Anti-)Neutrinos. Wir identifizieren eine Heizrate q_ν^+ , mit der die Neutrinos Energie an das stellare Plasma abgeben, und eine Kühlrate q_ν^- , welche die Abgabe von Energie aus dem stellaren Plasma durch Neutrinoemission darstellt. Diese sind nach Janka [38] mit der mittleren Neutronenzahl pro Baryon Υ_n und der mittleren Protonenzahl pro Baryon Υ_p gegeben durch

$$q_\nu^+ \approx 110 \left(\frac{L_{\nu_e,52} \langle E_{\nu_e,15}^2 \rangle}{r_7^2 s_{r,\nu_e}} \Upsilon_n + \frac{L_{\bar{\nu}_e,52} \langle E_{\bar{\nu}_e,15}^2 \rangle}{r_7^2 s_{r,\bar{\nu}_e}} \Upsilon_p \right) \left[\frac{\text{MeV}}{\text{s} \cdot \text{Nukleon}} \right]\tag{3.48}$$

$$q_\nu^- \approx 145 \left(\frac{k_B T}{2 \text{ MeV}} \right)^6 \left[\frac{\text{MeV}}{\text{s} \cdot \text{Nukleon}} \right] \quad ,\tag{3.49}$$

mit

$$\begin{aligned}L_{\nu_e,52} &= \frac{L_{\nu_e}}{10^{52} \text{ erg/s}} & L_{\bar{\nu}_e,52} &= \frac{L_{\bar{\nu}_e}}{10^{52} \text{ erg/s}} \\ E_{\nu_e,15} &= \frac{E_{\nu_e}}{15 \text{ MeV}} & E_{\bar{\nu}_e,15} &= \frac{E_{\bar{\nu}_e}}{15 \text{ MeV}} \\ r_7 &= \frac{r}{10^7 \text{ cm}} \quad .\end{aligned}\tag{3.50}$$

Die Parameter s_{r,ν_i} sind Faktoren, welche die nicht radiale Bewegung der Neutrinos nahe der Neutrinosphärenoberfläche berücksichtigen. Der Zusammenhang zwischen der Temperatur des stellaren Plasmas und dem Radius ist laut Janka [38] gegeben durch

$$T \propto r^{-1} \quad .\tag{3.51}$$

Also gilt

$$q_\nu^+ \propto r^{-2} \quad q_\nu^- \propto r^{-6} \quad .\tag{3.52}$$

Daraus folgt, dass wir einen Übergangsradius R_g (*Englisch*: gain radius) finden können, bei dem gilt

$$q_\nu^+(r_g) = q_\nu^-(r_g) \quad . \quad (3.53)$$

Unterhalb dominiert der Kühlterm, während oberhalb der Heizterm dominiert. Die Schicht zwischen der Neutrinosphäre und R_g wird auch als Kühlschicht bezeichnet (*Englisch*: cooling layer). Die Schicht zwischen R_g und dem Schock heißt Heizschicht (*Englisch*: gain layer). Die gesamte in die Heizschicht übertragene Energie lässt sich demnach mit der Masse M_g innerhalb der Heizschicht näherungsweise beschreiben durch

$$Q_\nu^+ = q_\nu^+ \frac{M_g}{m_u} \quad . \quad (3.54)$$

Nach Janka [38] ergeben sich so typischerweise Energiebilanzen von

$$\frac{Q_\nu^+ - Q_\nu^-}{L_\nu} \approx 5 - 10\% \quad . \quad (3.55)$$

Dieser Energieübertrag hebt den Druck in der Region unterhalb des Schocks an und kann so, wenn das Neutrinoheizen stark genug ist, den Schock wieder nach außen drücken, er wird „wiederbelebt“.

Während des gesamten Heizprozesses besteht weiterhin ein starker Massefluss von der Größenordnung mehrerer $0,1 \frac{M_\odot}{s}$ [7] durch den Schock hindurch auf den neu geformten PNS. Die akkretierte Masse heizt sich dabei stark auf und emittiert große Mengen an ν_e und $\bar{\nu}_e$, welche die gravitative Bindungsenergie des Sterns mit sich tragen. Der PNS strahlt selber gleichzeitig alle Neutrinosorten ab, die nach und nach aus der Neutrinosphäre diffundieren.

3.3.5 Explosion

Sobald die Materie in der Heizschicht genug Energie aufgenommen hat, um das Gravitationspotential zu überwinden, expandiert sie ebenfalls nach außen. Dabei überschreitet sie schließlich den Dissoziationsradius R_{diss} , sodass die bis dahin freien Nukleonen zu Heliumkernen und Eisengruppenelementen rekombinieren. Dieser Prozess setzt abhängig vom erzeugten Element $7 \text{ MeV} - 8.8 \text{ MeV}$ frei und steuert somit den Großteil der kinetischen Explosionsenergie bei. Gleichzeitig wird weiterhin Materie durch die Heizschicht akkretiert und dort teilweise durch weiteres Neutrinoheizen wieder nach außen beschleunigt. Sobald die Akkretionsphase endet, beginnt der PNS auszukühlen und dabei seine restliche gravitative Bindungsenergie durch ν_e und $\bar{\nu}_e$, die aufgrund diffusiver Effekte im PNS gefangen waren oder durch weitere Elektroneinfänge erzeugt werden, abzustrahlen. Diese starten den sogenannten Neutrino getriebenen Wind, indem sie Energie an die oberflächennahe Materie abgeben und so zu einem auswärts gerichteten Massefluss von

typischerweise $\sim 10^{-2} \frac{M_\odot}{s}$ führen. Dieser Wind trägt ebenfalls durch Rekombination zur Explosionsenergie bei.

3.4 Explosionsbedingungen, nichtradiale Effekte und Simulationsergebnisse

Ob es letztendlich zu einer Explosion und damit zur Supernova kommt hängt also davon ab, ob der Prozess des Neutrinoheizens genug Energie in der Heizschicht deponieren kann, sodass der Druck unterhalb des Schocks den durch die einfallende Materie erzeugten Druck ausgleichen und überwinden kann. Entscheidend dafür ist, wie lange die Materie in der Heizschicht verweilt, ob die Verweilzeit also ausreicht genug Energie zu deponieren oder nicht. Wir können die notwendige Heizzeit t_h durch die Zeit abschätzen, die benötigt wird, um die Masse in der Heizschicht auf Energien äquivalent zur gravitativen Bindungsenergie aufzuheizen. D.h. die Gesamtenergie in der Heizschicht $E_{tot,g} = E_{Gravitation} + E_{kinetisch} + E_{magnetisch}$ muss positiv werden. Es gilt also

$$t_h = \frac{E_{tot,g}}{Q_\nu^+ - Q_\nu^-} \quad (3.56)$$

$$\approx \frac{m_u |e_{tot}(R_g)|}{q_\nu^+ - q_\nu^-} \quad (3.57)$$

mit

$$e_{tot,g} = \frac{E_{tot,g}}{M_g} \quad (3.58)$$

Die Verweilzeit t_v ist nach [38] durch den Akkretionsmassenfluss \dot{M} und M_g bestimmt und gegeben durch

$$t_v \approx \frac{M_g}{\dot{M}} \quad (3.59)$$

Damit eine Explosion stattfinden kann, können wir also die folgende notwendige Bedingung stellen

$$t_v > t_h \quad (3.60)$$

An diesem Punkt werden mehrdimensionale Effekte für den Neutrino getriebenen Mechanismus wichtig. Sphärisch symmetrische 1D Simulationen zeigen oberhalb einer Masse von $\sim 10M_\odot$ keine Explosionen [38]. Erst in 2D und 3D Simulationen können diese nachgestellt werden. Dies legt die Wichtigkeit von nichtradialen Prozessen nahe, welche effektiv die Verweilzeit t_v der Materie innerhalb der Heizschicht vergrößern. Dazu tragen mehrere Phänomene bei:

1. Konvektion - In der Phase des Neutrinoheizens erzeugen die Energieabgabe in nied-

rigeren Radien der KÜhlschicht und die Energieaufnahme in größeren Radien der Heizschicht einen negativen Entropiegradienten, der wiederum zu konvektiven Instabilitäten führt. Dadurch kann ein Energiefluss durch die Heizschicht hin zum Schock stattfinden. Dieser Effekt hebt den thermischen Druck unterhalb des Schocks an und vergrößert somit den Schockradius und damit effektiv die Verweilzeit innerhalb der Heizschicht [41]. Diese konvektiven Prozesse zusammen mit der parallel stattfindenden Massenakkretion führen zur Ausbildung sog. Rayleigh-Taylor-Instabilitäten.

2. SASI - Einen ebenfalls explosionsfördernden Effekt besitzen die sog. Akkretions-Stoß-Instabilitäten im Englischen auch Standing-Accretion-Shock-Instabilities kurz SASI genannt. Simulationen zeigen, dass die stehende Schockfront instabil gegen Störungen durch z.B. Dichtefluktuationen innerhalb des Akkretionsflusses oder lokale Schwankungen in der Geschwindigkeit der Materie unterhalb des Schocks ist. Diese Instabilitäten erzeugen Turbulenzen, die wiederum die kinetische Energie der Materie direkt unterhalb des Schocks erhöhen und damit den Schockradius weiter anheben [42].

3. Weitere Effekte, die eine Schockwiederbelebung und damit eine Explosion begünstigen können, sind eine starke Rotation des Vorgängersterns sowie der Einfluss möglicher starker Magnetfelder. Beide Effekte scheinen jedoch vernachlässigbar zu sein, da sie stärkere Rotation bzw. Magnetfeldstärken benötigen, als gängige Sternmodelle erlauben [41]. Dennoch sollen sie der Vollständigkeit halber nicht unerwähnt bleiben.

3.5 Fehlgeschlagene Supernovae

Wir sehen also, dass nicht jedes Kernkollaps Ereignis zwangsläufig alle Bedingungen für eine erfolgreiche Schockwiederbelebung und damit eine sichtbare Explosion erfüllt. Folglich bleibt zu klären was passiert, wenn eine sich anbahnende Supernova fehlschlägt. Ohne Schockwiederbelebung wird zwangsläufig eine weitere Massenakkretion stattfinden bis der zentrale Protoneutronenstern schließlich die maximal erlaubte Neutronensternmasse überschreitet und kollabiert. Bis heute sind keine dichteren stabilen Zustände endlicher Dichte bekannt, in die der Kern nun kollabieren könnte, sodass der Kollaps unausweichlich zur Formierung eines schwarzen Lochs führt. Fraglich ist nun, wie groß der Anteil der fehlschlagenden Supernovae ist. Dazu gibt es einige Schätzungen, welche auf verschiedenen Annahmen oder Beobachtungen beruhen und teils sehr große Abweichungen aufweisen. Adams et al. [43] bestimmten die Rate an fehlgeschlagenen Supernovae nach siebenjähriger Beobachtungszeit von 27 Galaxien im Umkreis von 10 Mpc als

$$\begin{aligned} f_{failed} &= \frac{N_{failedSN}}{N_{totSN}} \\ &= 0.14^{+0.33}_{-0.10} . \end{aligned} \tag{3.61}$$

Dabei beobachteten sie sechs erfolgreiche CCSNe und eine fehlgeschlagene CCSN als plötzlich verschwundenen Stern. Diese Beobachtungen sollen in den nächsten Jahren ge-

nauere Einschränkungen liefern.

Eine andere Methode die Rate an fehlgeschlagenen SNe abzuschätzen bieten theoretische Überlegungen. Unter der Annahme, dass alle Sterne zwischen $M_{min} = 9M_{\odot}$ und $M_{max} = 100M_{\odot}$ den Prozess des Kernkollapses durchlaufen lässt sich f_{failed} bestimmen als

$$f_{failed} = 1 - \frac{1}{N_{CC}} \int_{M \in M_{CCSN}} \frac{dN}{dM} dM \quad , \quad (3.62)$$

wobei $\frac{dN}{dM}$ die Anzahl der Sterne pro Sternmasse ist, die durch die stellare Massenfunktion (stellar initial mass function kurz IMF) gegeben ist, und N_{CC} die Zahl der Sterne zwischen $M_{min} = 9M_{\odot}$ und $M_{max} = 100M_{\odot}$ ist, gegeben durch

$$N_{CC} = \int_{M_{min}}^{M_{max}} \frac{dN}{dM} dM \quad . \quad (3.63)$$

Suzuki und Maeda [44] bestimmen so die Rate an fehlgeschlagenen SN unter Beachtung der mit Supernovae eng korrelierten Sauerstoffverteilung innerhalb Galaxien und damit verbundenen Grenzen an die Explosionsfähigkeit für Sterne bestimmter Massen als $0.1 \lesssim f_{failed} \lesssim 0.2$.

Generell erwarten wir fehlgeschlagene Supernovae eher von massereicheren Sternen über $\sim 20M_{\odot}$, wobei auch Sterne unterhalb dieser Masse ohne Explosion kollabieren und ein schwarzes Loch formen können [38].

3.6 Neutrinoemission - Leuchtkraft und Spektren

Die Neutrinoemission lässt sich also grob in drei charakteristische Phasen unterteilen, den Elektronneutrinoblitz, die Akkretionsphase und die Kühlphase wie in Abbildung 3.4 dargestellt. Wir wollen nun noch etwas genauer auf die Emissionseigenschaften eingehen. Von besonderem Interesse für uns sind das zu erwartende Spektrum sowie die absolute Leuchtkraft und damit auch die Emissionsrate der Neutrinos. Der anfängliche Neutrinoblitz hat typischerweise eine Halbwertsbreite von $\lesssim 10$ ms und erreicht unabhängig vom Vorgängerstern, wie in Abbildung 3.6 zu sehen ist, eine maximale Leuchtkraft von

$$L_{blitz,max} \approx 4 \cdot 10^{53} \frac{\text{erg}}{\text{s}} \quad . \quad (3.64)$$

Damit dient er als eine Art Standardkerze. Insgesamt setzt der Elektronneutrinoblitz etwa $2 \cdot 10^{51}$ erg frei [7]. Anschließend beginnt die Akkretionsphase, in der sich die Leuchtkraft abhängig von der Akkretionsrate im Bereich weniger bis einiger 10^{52} erg/s bewegt.

Nachdem der wiederbelebte Schock die Explosion gestartet hat, geht die Emission über in die Kelvin-Helmholtz Kühlphase, in der der PNS seine restliche gravitative Bindungsenergie durch Neutrinos abstrahlt und parallel deleptonisiert. Dies findet auf einer Zeitskala von ca. ~ 10 s statt. Währenddessen gleichen sich die Emissionsraten der verschiedenen

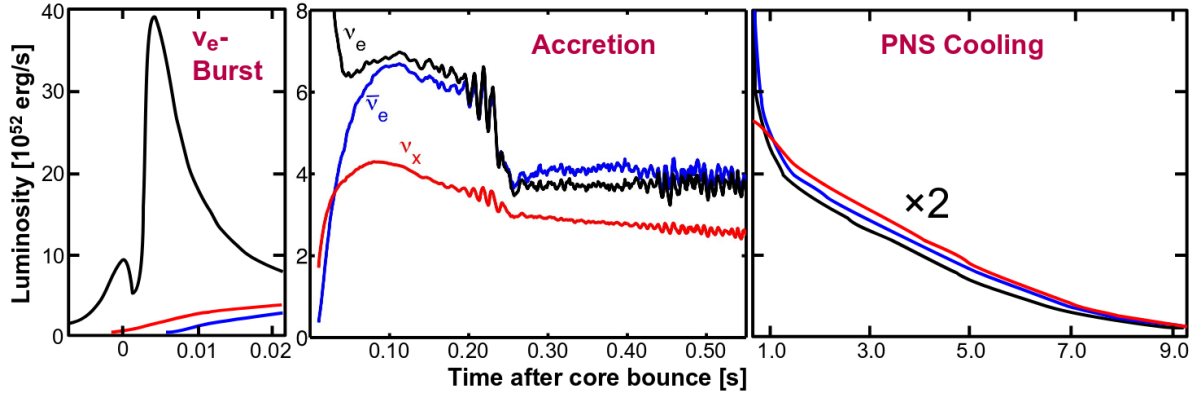


Abbildung 3.4: Die verschiedenen Leuchtkräfte ν_e , $\bar{\nu}_e$ und ν_x während der drei Phasen der Neutrinoemission. Das linke Bild zeigt den anfänglichen Neutrinoblitz wenige Millisekunden nach dem Kernrückprall, das mittlere zeigt die Akkretionsphase nach dem Rückprall bevor die Schockwiederbelebung eintritt nach einer Simulation von [45] und das rechte Bild zeigt den Abfall der Neutrinoeuchtkräfte während des Auskühlens des neu geformten Protoneutronensterns um einen Faktor von 2 hochskaliert. Bild aus [7].

Neutrino flavors bis auf ca. $\sim 10\%$ an, wie in Abbildung 3.4 rechts zu sehen ist, und nehmen langsam ab. Die mittlere Energie ist abhängig vom Vorgängerstern [7]. Betrachten wir nun die zu erwartenden Spektren. Die Neutrinos werden entweder im kollabierenden Kern durch Elektroneinfänge oder durch thermische Prozesse im Kern und in der Küschicht erzeugt. Die im Kern erzeugten Neutrinos stoßen, bevor sie emittiert werden, sehr häufig mit der Kernmaterie und tauschen so Energie aus. Damit können wir annehmen, dass sie anfänglich im thermischen Gleichgewicht mit der Umgebung, in der sie erzeugt werden, stehen und somit prinzipiell durch die Fermi-Dirac-Statistik (3.5) beschrieben werden. Diese Annahme kann nun für eine analytische Bestimmung des zu erwartenden Neutrinosppektrums genutzt werden. Dazu nutzen wir zunächst die sehr kleinen Neutrinomassen $m_i c^2 \ll p_\nu c$, um die Dispersionsrelation zu nähern

$$\begin{aligned}
 E &= \sqrt{p^2 + m^2} \\
 &\approx p \quad .
 \end{aligned}
 \tag{3.65}$$

Damit können wir die Teilchenzahl innerhalb der Neutrinosphäre mit Radius $R - \nu^3$ aus (3.4) in das zu erwartende Energiespektrum überführen. Wir bestimmen die Teilchenzahl

³Es ist anzumerken, dass wir dadurch keineswegs die gesamte Zahl an emittierten Neutrinos ausdrücken können, sondern dies nur die Zahl der sich in einer Kugel mit Radius R_ν im thermischen Gleichgewicht bei einer Temperatur T befindlichen Neutrinos darstellt. Damit ist dieser Ansatz jedoch gut geeignet, um das Energiespektrum zu bestimmen.

als

$$\begin{aligned}
N &= \frac{g}{8\pi^3} \int_{\mathbb{R}^3} \int_{V_\nu} \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\mu_\nu}{T}\right) + 1} dp^3 dx^3 \\
&= \frac{1}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{4\pi}{c^3} \frac{R_\nu^3(E) E^2}{\exp\left(\frac{E-\mu_\nu}{T}\right) + 1} dE \\
&= \frac{2}{3\pi} \int_0^\infty \frac{R_\nu^3(E) E^2}{\exp\left(\frac{E-\mu_\nu}{T}\right) + 1} dE \quad .
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Wobei $g = 1$ für Neutrinos gilt. Daraus folgt direkt das zu erwartende Spektrum

$$\frac{dN}{dE} = \frac{2R_\nu^3(E)}{3\pi} \frac{E^2}{\exp\left(\frac{E-\mu_\nu}{T}\right) + 1} \quad . \tag{3.67}$$

Dieses können wir nun normieren, indem wir die Energieabhängigkeit der Neutrinosphäre sowie das chemische Potential ignorieren, also $R_\nu(E) = R_\nu = \text{konst.}$ und $\mu_\nu = 0$. So erhalten wir das normierte Spektrum

$$\begin{aligned}
f_{\nu, \text{norm}} &= \frac{1}{N} \frac{dN}{dE} \\
&= \frac{E^2 / (1 + \exp\left(\frac{E}{T}\right))}{\int_0^\infty E^2 / (1 + \exp\left(\frac{E}{T}\right))} \\
&= \frac{2}{3(T)^3 \zeta(3)} \frac{E^2}{1 + \exp\left(\frac{E}{T}\right)} \\
&\propto \frac{E^2}{1 + \exp\left(\frac{E}{T}\right)}
\end{aligned} \tag{3.68}$$

mit der Riemannschen ζ -Funktion $\zeta(x) := \sum_{k=1}^\infty \frac{1}{k^x}$, $x > 1$. Dies beschreibt jedoch nur das Spektrum der sich mit ihrer Umgebung im thermischen Gleichgewicht befindlichen Neutrinos. Das reale Spektrum der Emission ist aufgrund von Interaktionen der Neutrinos mit dem stellaren Plasma deformiert bzw. gestaucht, da der Wirkungsquerschnitt mit der Energie skaliert⁴ $\sigma_\nu \propto E^2$, siehe (2.19). Dies wird auch durch den energieabhängigen Neutrinosphärenradius $R_\nu(E)$ ausgedrückt [7]. Schöner lässt sich das Spektrum mithilfe eines Stauchungsparameters α , erstmals eingeführt von Keil et al. [46] darstellen. Damit können wir das normierte Spektrum nach Tambora et al. [45], schreiben als

$$\begin{aligned}
f_\alpha &= \left(\frac{\alpha + 1}{\langle E \rangle} \right)^{\alpha+1} \frac{E^\alpha}{\Gamma(\alpha + 1)} \exp\left(-\frac{(\alpha + 1)E}{\langle E \rangle} \right) \\
&\propto \frac{E^\alpha}{\exp\left(\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle} \right)} \quad .
\end{aligned} \tag{3.69}$$

⁴Erinnerung: Der innerhalb der stellaren Materie dominante Prozess ist der Prozess der kohärenten Streuung. Siehe auch Abbildung 2.1

Mit der Γ -Funktion

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt \quad \text{für } x > 0 \quad (3.70)$$

$$\Gamma(n+1) = n! \quad \text{für } n \in \mathbb{N} \quad (3.71)$$

Die mittlere Energie $\langle E \rangle$ ist hier natürlich schon vorweg genommen, ergibt sich aber formal aus

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &= \frac{\int_0^{\infty} E f_{\alpha} dE}{\int_0^{\infty} f_{\alpha} dE} \\ &= \frac{\int_0^{\infty} E^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE}{\int_0^{\infty} E^{\alpha} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE} \\ &= \frac{\left[-\frac{\langle E \rangle}{\alpha+1} E^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) \right]_{E=0}^{\infty} - \int_0^{\infty} \left(-\frac{\alpha+1}{\alpha+1}\right) \langle E \rangle E^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE}{\int_0^{\infty} E^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE} \\ &= \frac{0 + \langle E \rangle \int_0^{\infty} E^{\alpha} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE}{\int_0^{\infty} E^{\alpha} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE} \\ &= \langle E \rangle \quad . \end{aligned} \quad (3.72)$$

Eine im späteren Verlauf interessante Größe ist die Breite σ des Spektrums, welche gegeben ist durch die Varianz

$$\sigma^2 = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 \quad . \quad (3.73)$$

Diese lässt sich leicht und vollkommen analog zur Berechnung von $\langle E \rangle$ bestimmen durch

$$\begin{aligned} \frac{\langle E^2 \rangle}{\langle E \rangle} &= \frac{\int_0^{\infty} E^{\alpha+2} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE}{\int_0^{\infty} E^{\alpha+1} \exp\left(-\frac{(\alpha+1)E}{\langle E \rangle}\right) dE} \\ &= \frac{\alpha+2}{\alpha+1} \langle E \rangle \quad , \end{aligned} \quad (3.74)$$

woraus die Varianz σ^2 folgt als

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\langle E \rangle^2}{\alpha+1}} \quad . \quad (3.75)$$

Für $\alpha \approx 2,3$ ergibt sich die obige Fermi-Dirac-Verteilung, für $\alpha = 2$ ergibt sich die bekannte Maxwell-Boltzmann Verteilung. Allgemein liegen die Werte für α im Bereich $2 \lesssim \alpha \lesssim 3$ mit Ausnahme des starken ν_e -Blitz, der allgemein eine stärkere Stauchung von $6 \lesssim \alpha \lesssim 7$ aufweist [7]. Natürlich skaliert auch das Spektrum der Neutrinoemissionsrate

$\eta_\nu = \frac{d^2 N}{dt dE}$ analog, das gegeben ist durch die Leuchtkraft L

$$\eta_\nu(E) = \frac{L}{\langle E \rangle} f_\alpha(E) \quad . \quad (3.76)$$

In Abbildung 3.5 ist ein Spektrum der Form (3.76) an aus Simulationen erhaltene Neutrinoemissionsspektren gefittet.

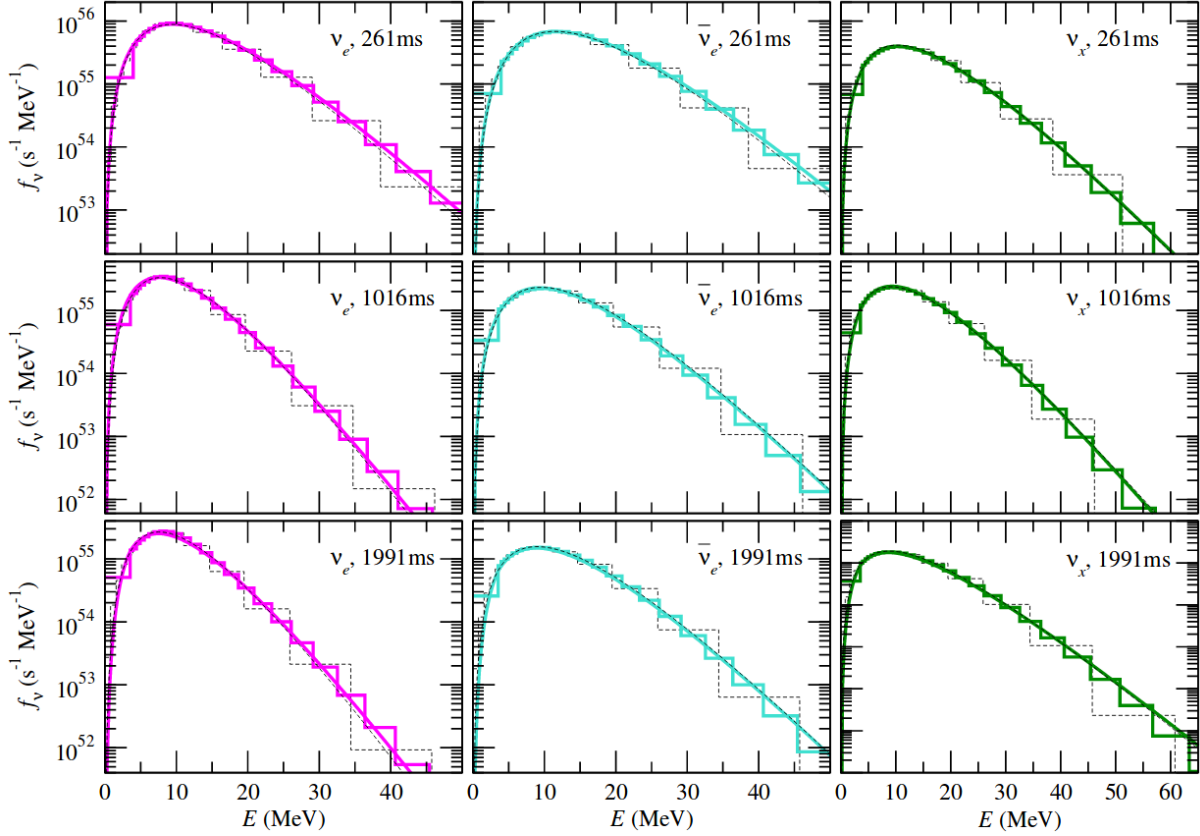


Abbildung 3.5: Spektren der Neutrinoemission einer CCSN eines $15M_\odot$ STerns für von links nach rechts ν_e , $\bar{\nu}_e$ und ν_x jeweils während der Akkretionsphase 261 ms nach dem Kernrückprall und während der Kelvin-Helmholtz Kühlphase des NS 1016 ms und 1991 ms nach dem Kernrückprall. Man sieht deutlich, dass ν_e und $\bar{\nu}_e$ im Vergleich zu ν_x gestaucht sind, was auf die stärkeren Interaktionen der Elektron-Flavor Neutrinos bei hohen Energien aufgrund von CC-Interaktionen zurückzuführen ist. Die gestrichelten Linien stellen die Simulation des jeweiligen Neutrinospektrums mit der gängigen Auflösung dar, während die farbigen Stufen eine hochauflösendere Simulation darstellen. Simulation von [47]

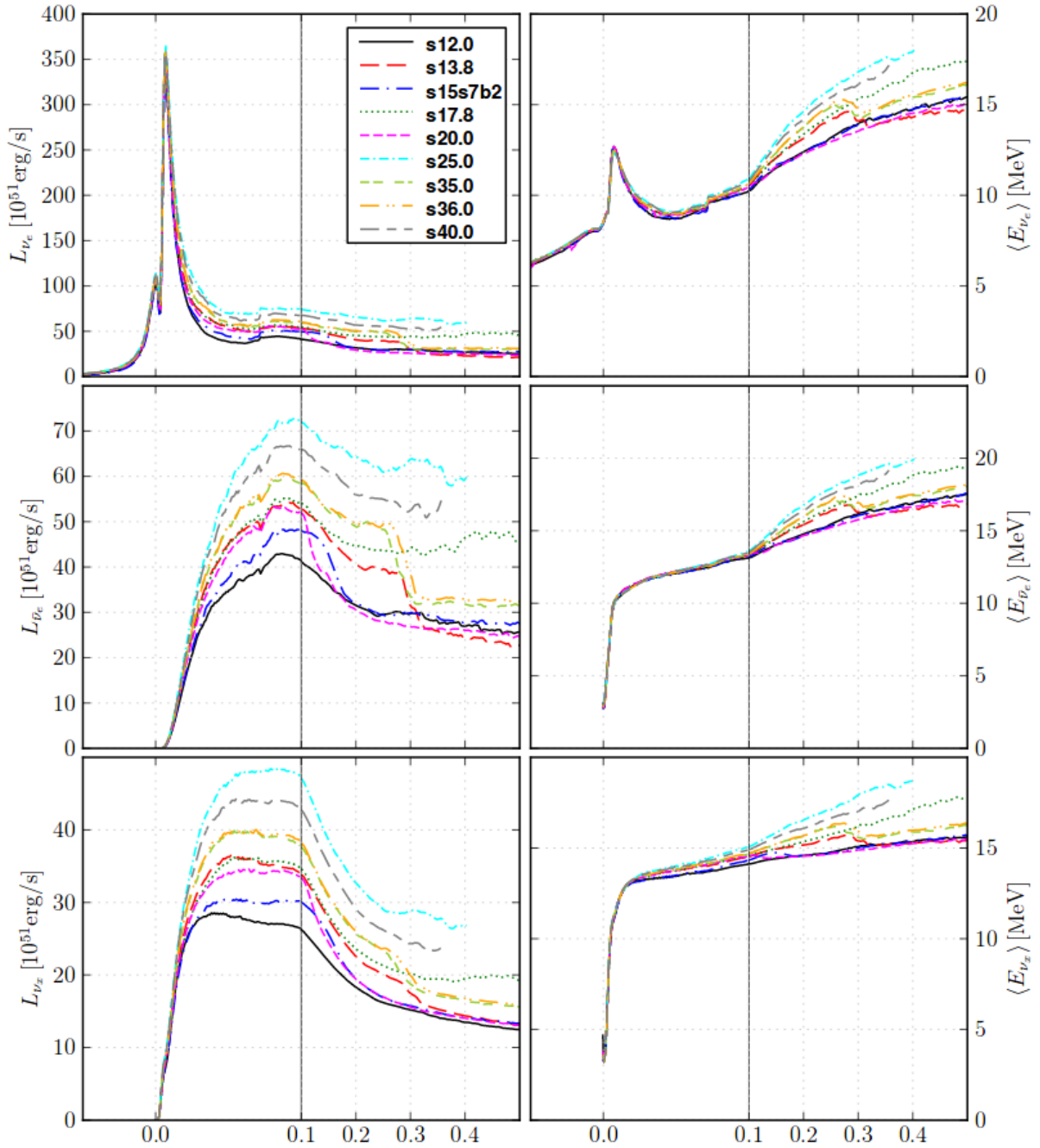


Abbildung 3.6: Frühe Neutrinoemission während des Neutrinoblitz und der anschließenden Akkretionsphase simuliert in 1D für neun verschiedene Vorgängersterne mit Massen von $12M_{\odot}$ bis $40M_{\odot}$. Die linke Spalte zeigt von oben nach unten die Luminosität L von ν_e , $\bar{\nu}_e$ und ν_x und die rechte Spalte zeigt die dazugehörigen mittleren Energien $\langle E_{\nu_i} \rangle$. Die x-Achse zeigt die Zeit nach dem Rückprall des Kerns in Sekunden. Es ist deutlich zu erkennen, dass der anfängliche Blitz beinahe vollkommen unabhängig vom Vorgängerstern eine maximale Leuchtkraft von ca. $L_{\nu, \text{blitz}} \approx 4 \cdot 10^{53} \frac{\text{erg}}{\text{s}}$ und eine mittlere Energie von $\langle E_{\nu, \text{blitz}} \rangle \approx 12 - 13 \text{ MeV}$ aufweist, während die Leuchtkraft im weiteren Verlauf leicht variiert. Bild aus [48]

3.7 Gravitationswellen

Für unsere spätere Untersuchung der Neutrinomassen werden Gravitationswellen von Supernovae eine wichtige Rolle spielen.

Gravitationswellen sind in ihrer einfachsten Form ein Resultat der Linearisierung der allgemeinen Relativitätstheorie. Diese beschreibt die Gravitation als Folge der durch die Anwesenheit von Energie gekrümmten vierdimensionalen Raumzeit. In dieser bewegen sich Teilchen entlang „gerader“ Linien, den Geodäten. Eine genaue Beschreibung findet sich z.B. in [49], woran wir uns hier orientieren wollen⁵.

3.7.1 Theoretische Beschreibung

Die Raumzeit wird beschrieben durch den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$, der das Linienelement ds definiert als

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad . \quad (3.77)$$

Dieses misst den Abstand zwischen zwei Punkten P und Q durch

$$\Delta s^2 = \int_P^Q ds^2 \quad . \quad (3.78)$$

Die Metrik bestimmt demnach Längen- und Zeitabstände. Teilchen, die sich mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegen, bewegen sich entlang sog. Nullgeodäten mit $ds^2 = 0$ [49]. Innerhalb der Minkowskimetrik ist dies aufgrund von $\eta_{\mu\nu}$, $\Delta t^2 = \Delta x^2$ offensichtlich. Allgemein werden daher raumartige $\Delta s^2 < 0$, zeitartige $\Delta s^2 > 0$ und lichtartige Abstände $\Delta s^2 = 0$ unterschieden. Für Teilchen können wir das Linienelement mit deren Eigenzeit $ds = d\tau$ identifizieren.

Die Krümmung wird beschrieben durch den Riemann-Tensor $R_{\sigma\mu\nu}^\rho$

$$R_{\sigma\mu\nu}^\rho = \partial_\mu \Gamma_{\nu\sigma}^\rho - \partial_\nu \Gamma_{\mu\sigma}^\rho + \Gamma_{\mu\lambda}^\rho \Gamma_{\nu\sigma}^\lambda - \Gamma_{\nu\lambda}^\rho \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda \quad (3.79)$$

mit den Christoffelsymbolen $\Gamma_{\mu\nu}^\sigma$

$$\Gamma_{\mu\nu}^\sigma = \frac{1}{2} g^{\sigma\rho} (\partial_\mu g_{\nu\rho} + \partial_\nu g_{\rho\mu} - \partial_\rho g_{\mu\nu}) \quad . \quad (3.80)$$

Des Weiteren können wir durch den Riemann-Tensor den Ricci-Tensor $R_{\mu\nu}$ und den Ricci-Skalar R definieren als

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\rho\nu}^\rho = g^{\rho\sigma} R_{\sigma\mu\rho\nu} \quad (3.81)$$

$$R = R_{\mu}^{\mu} \quad . \quad (3.82)$$

⁵Man beachte, dass [49] die Konvention der Minkowskimetrik $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1)$ verwendet, während wir hier mit umgekehrter Signatur arbeiten.

Ignorieren wir die kosmologische Konstante, so ist die Metrik über die Einstein'sche Feldgleichung und den Einsteintensor $G_{\mu\nu}$ an den Energie-Impuls Tensor $T^{\mu\nu}$ gekoppelt durch

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} \quad . \quad (3.83)$$

Für schwache Gravitationsfelder, wie sie weit entfernt von einer Masse wie in unserem Fall einer einige kpc entfernten Supernova auftreten, können wir die Metrik durch die Minkowskimetrik $\eta_{\mu\nu}$ plus einer kleinen Störung der Metrik $h_{\mu\nu}$ beschreiben als

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad , \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1 \quad . \quad (3.84)$$

Eingesetzt in (3.83) erhalten wir so in erster Ordnung zu h

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{2}(\partial_\sigma\partial_\nu h_\nu^\sigma + \partial_\sigma\partial_\mu h_\nu^\sigma - \partial_\mu\partial_\nu h - \square h_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu h^{\mu\nu} + \eta_{\mu\nu}\square h) \quad . \quad (3.85)$$

Wir definieren

$$\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h \quad , \quad h := h^\mu{}_\mu \quad . \quad (3.86)$$

Durch geschickte Koordinatenwahl[49] (Lorentzzeichnung) erhalten wir $\partial_\sigma h_\mu^\sigma = 0$ und somit vereinfacht sich (3.85) zur linearisierten Feldgleichung

$$\square\bar{h}_{\mu\nu} = -16\pi T_{\mu\nu} \quad . \quad (3.87)$$

Dabei ist $\square = \partial_\mu\partial^\mu = \eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu$. Im Vakuum $T_{\mu\nu} = 0$ vereinfacht sich (3.87) zu

$$\square\bar{h}_{\mu\nu} = 0 \quad . \quad (3.88)$$

und lässt sich dann durch eine ebene Welle der Form

$$\bar{h}_{\mu\nu} = A_{\mu\nu}e^{ik_\sigma x^\sigma} \quad (3.89)$$

lösen. Dies sind die sog. Gravitationswellen. Setzen wir diese Lösung in die obige Formel (3.88) ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} 0 &= \square\bar{h}_{\mu\nu} \\ &= \eta^{\mu\nu}\partial_\mu\partial_\nu\bar{h}_{\mu\nu} \\ &= -\eta^{\mu\nu}k_\mu k_\nu\bar{h}_{\mu\nu} \\ &= k^\mu k_\mu\bar{h}_{\mu\nu} \quad , \end{aligned} \quad (3.90)$$

woraus wir direkt folgern können, dass

$$k^\mu k_\mu = 0 \quad . \quad (3.91)$$

Da der Wellenvektor k^μ die Ausbreitungsrichtung der Gravitationswellen darstellt, bewegen sich diese also wie Licht auch auf Nullgeodäten und damit mit Lichtgeschwindigkeit [49]. Des Weiteren folgt aus der Eichung $\partial_\sigma h_\mu^\sigma = 0$

$$k_\mu A^{\mu\nu} = 0 \quad . \quad (3.92)$$

Die Amplitude der Welle ist also senkrecht zur Ausbreitungsrichtung d.h. Gravitationswellen sind Transversalwellen.

Die obige Erklärung für die mögliche Existenz von Gravitationswellen trifft noch keine Aussage über deren Erzeugung. Eine genaue Herleitung führt an dieser Stelle zu weit, dennoch möchten wir kurz die nötige Vorgehensweise anreißen. Ausgangspunkt bildet die linearisierte Feldgleichung (3.87), deren allgemeine Lösung durch die Greenfunktion

$$\square_{x^\sigma} G(x^\sigma - y^\sigma) = \delta^{(4)}(x^\sigma - y^\sigma) \quad (3.93)$$

als

$$\bar{h}_{\mu\nu}(x^\sigma) = -16\pi \int G(x^\sigma - y^\sigma) T_{\mu\nu}(y^\sigma) d^4y \quad (3.94)$$

gegeben ist. Die entsprechende Greenfunktion ist aus der Elektrodynamik bereits bekannt. Durch Lösen der fouriertransformierten Gleichung mit anschließender Rücktransformation kann gezeigt werden, dass die Störung der Metrik gegeben ist durch⁶

$$\bar{h}_{ij}(t, \vec{x}) = \frac{2}{3} \frac{\ddot{q}_{ij}(t - D)}{D} \quad , \quad (3.95)$$

wobei q_{ij} das Quadropolmoment des Energie-Impuls-Tensors $T_{\mu\nu}$ ist, gegeben durch

$$q_{ij} = 3 \int y^i y^j T^{00}(t, \vec{y}) d^3y \quad . \quad (3.96)$$

Die Komponente des Energie-Impuls Tensors $T^{00}(x^\mu)$ kann mit der Dichteverteilung $\rho(x^\mu)$ assoziiert werden.

3.7.2 Gravitationswellen einer Supernova - Detektierbarkeit

Wir wissen, dass Gravitationswellen demnach durch die zweite zeitliche Ableitung des Massenquadropolmoments bestimmt werden. Damit scheint der Kernkollaps-Prozess insbesondere zum Zeitpunkt des Kernrückpralls dafür prädestiniert zu sein starke Gravitationswellen auszusenden. Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn der Kollaps nicht sphärisch symmetrisch stattfindet, da für eine sphärisch symmetrische Massenverteilung das Massenquadropolmoment und damit auch dessen Ableitungen verschwinden. Es stellt

⁶In der Praxis wird häufig die sog. transversal spurfreie Eichung (TT -transverse traceless) mit $h_{ij}^{TT} = 2 \frac{\ddot{Q}_{ij}}{D}$ mit $Q_{ij} = \int T^{00} (x^i x^j - x^2 \delta_{ij}) d^3x$ benutzt.

sich also die Frage, ob der Kollaps asymmetrisch verlaufen kann. In der Tat zeigt sich, dass rotierende Sterne durch Fliehkräfte leicht deformiert und abgeflacht werden. Simulationen, wie sie in Abbildung 3.8 zu sehen sind, zeigen, dass die dadurch hervorgerufenen Asymmetrien ausreichen können, um Gravitationswellen zu erzeugen. Insbesondere zum Zeitpunkt des Kernrückpralls werden starke Gravitationswellen erzeugt, die für eine typische Distanz von 10 kpc mit modernen Detektoren wie aLIGO messbar sind [50][51], siehe Abbildung 3.7.

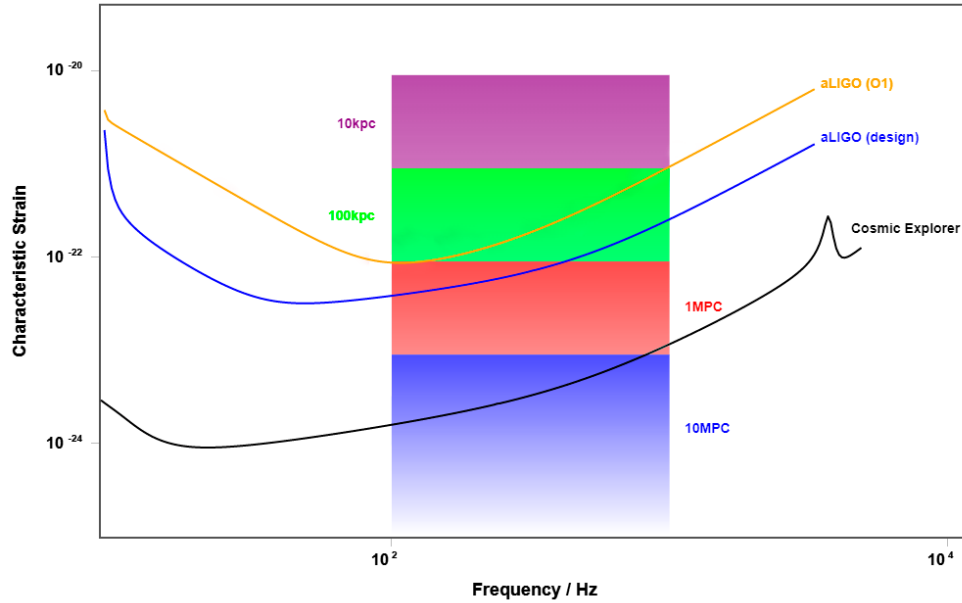


Abbildung 3.7: Messbarkeitsschwellen von aLIGO in der abgeschlossenen O1 Messreihe sowie der maximalen Genauigkeit des aLIGO Designs und des zukünftigen Cosmic Explorer Experiments. Die farbigen Balken zeigen den erwarteten Bereich des Gravitationswellensignals einer Kernkollapssupernova in 10 kpc bis 10Mpc Distanz nach Moore et al. [50]. Grafik angefertigt mithilfe des von Moore et al. bereitgestellten Plotters.

Modell	Masse [M_{\odot}]	$\Omega_{c,initial} [\frac{rad}{s}]$	$D h_+ _{max} [cm]$	SNR in aLIGO @ 10 kpc
s12WH07j0	12	0	17,5	6,02
s12WH07j2	12	2	60,3	15,37
s12WH07j4	12	4	363,5	66,22
s12WH07j5	12	5	346,3	73,42
s40WH07j0	40	0	41,4	9,81
s40WH07j2	40	2	67,9	16,41
s40WH07j4	40	4	367,0	75,35
s40WH07j5	40	5	402,8	86,24

Tabelle 3.2: Daten der Simulationen von Ott et al. [51]. $\Omega_{c,initial}$ ist die anfängliche Winkelgeschwindigkeit im Zentrum des Kerns, $D|h_+|_{max}$ ist die maximale Amplitude der Gravitationswellen skaliert mit der Distanz D in cm und die letzte Spalte gibt das Verhältnis von Signal zu Hintergrundrauschen (Signal to noise ratio SNR) in advanced LIGO bei einer Distanz von $D = 10$ kpc an.

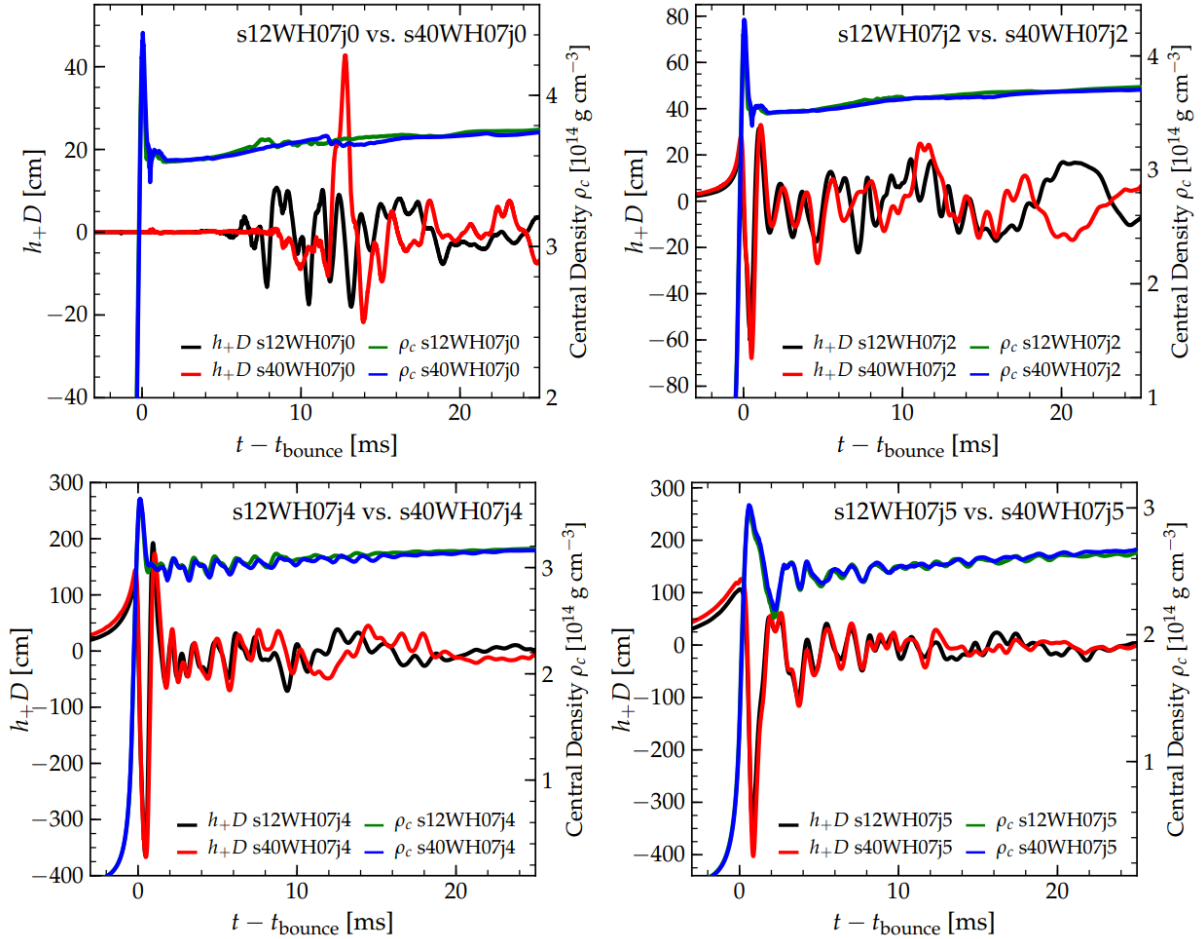


Abbildung 3.8: Zeitliche Entwicklung der durch den Kernkollaps produzierten linear polarisierten Gravitationswellen h_+D (schwarz und rot) in den ersten Millisekunden vor und nach dem Kernrückprall bei t_b für zwei verschiedene Vorgängersterne mit einer ZAMS Masse von 12 und $40 M_{\odot}$ mit unterschiedlicher Rotation, sowie die jeweilige zentrale Dichte ρ_c (grün und blau). Die Rotationsabhängigkeit der Gravitationswellen beim Kernrückprall sind deutlich zu sehen. Simulationen von Ott et al. [51]. Die zugehörigen Daten sind in Tabelle 3.2 zu sehen.

3.8 Beobachtungsrate

Eine wichtige Größe bei der Untersuchung von CCSNe ist die Rate, mit welcher sie auftreten. Mit unseren heutigen Neutrिनodetektoren sind dabei galaktische SNe innerhalb der Milchstraße von besonderer Bedeutung. Eine Möglichkeit, die Größenordnung der Supernovarate abzuschätzen, besteht darin, die historischen Aufzeichnungen zu analysieren. In den letzten 2000 Jahren wurden auf der Erde sieben bestätigte galaktische SNe aufgezeichnet in den Jahren 185, 393, 1006, 1054, 1181, 1572 und 1604 [52]. Dabei stammen alle bekannten Aufzeichnungen aus Ländern der nördlichen Hemisphäre, weshalb wir davon ausgehen können, dass nur etwa 50% aller beobachtbaren SNe tatsächlich aufgezeichnet wurden [53]. Extinktionseffekte durch interstellaren Staub und Gas sorgten dafür, dass nur SNe bis zu einer Distanz von ca. 6 kpc mit den damaligen Mitteln entdeckt werden konnten. Rechnen wir diese Rate von sieben SNe im Umkreis von 6 kpc innerhalb von

2000 Jahren mit einem Korrekturfaktor von 2, um die abgeschätzte Effizienz von 50% zu berücksichtigen, auf die galaktische Scheibe mit einem Radius von ca. 16 kpc um, so erhalten wir unter Annahme einer homogenen SNe Verteilung eine erste Abschätzung der galaktischen Supernovarate R_{SN} von

$$\frac{2 \cdot 7}{2000 \text{ y} \cdot 2\pi(6 \text{ kpc})^2} = \frac{R_{SN}}{2\pi(16 \text{ kpc})^2}. \quad (3.97)$$

$$R_{SN} \approx 5 \text{ cy}^{-1}$$

Bei genauerer Betrachtung ist allerdings die Annahme einer homogenen Verteilung nicht haltbar, da insbesondere CCSNe stark an Sternentstehungsgebiete und die Entstehungsrate massereicher Sterne gekoppelt sind, dennoch ist diese Abschätzung erstaunlich nah an modernen Modellen.

Weitere Möglichkeiten zur Abschätzung der galaktischen Supernovarate sind zum Beispiel die Betrachtung der Raten anderer Galaxien, die galaktische Pulsarentstehungsrate [54] und die schon erwähnte Entstehungsrate massereicher Sterne unter Betrachtung ihrer jeweiligen Lebensdauer. Dabei reichen die gängigen Schätzungen, welche hauptsächlich aus den 1990er Jahren stammen, von $R_{SN} \approx 1 \text{ cy}^{-1}$ bis $R_{SN} \approx 13 \text{ cy}^{-1}$ [55]. Die meisten dieser Schätzungen gehen jedoch von einer Rate von $R_{SN} \approx 3 \text{ cy}^{-1}$ aus. Neuere Abschätzungen von Adams et.al 2013 [56] bestimmen die gesamte Supernovarate als

$$R_{SN} = 4, 6_{-2,6}^{+7,4} \text{ cy}^{-1}. \quad (3.98)$$

Insbesondere bestimmen sie die Kernkollapsrate als

$$R_{CCSN} = 3, 2_{-2,6}^{+7,3} \text{ cy}^{-1}. \quad (3.99)$$

Zwar haben diese einzelnen Abschätzungen jeweils große Fehlerbereiche, dennoch scheint im Mittel eine Rate von ca. drei CCSNe pro Jahrhundert als wahrscheinlich zu gelten.

Betrachten wir noch einmal die historischen Aufzeichnungen, so fällt weiterhin auf, dass die gemessenen Ereignisse gehäuft vorkommen. Das heißt, dass lange Perioden ohne Ereignisse sich mit kurzen Perioden mit mehreren Ereignissen abwechseln. Dieses Verhalten lässt sich nach [53] durch die verschiedenen Abstände der SNe zur Erde und den damit unterschiedlichen Effekten der Extinktion und Flugzeit des optischen Signals erklären. Heutige optische Detektoren und insbesondere Neutrinodetektoren sind nicht durch Staub und Gas bedingte Extinktionseffekte beschränkt und können prinzipiell SNe innerhalb der Milchstraße mit beinahe 100% Sicherheit detektieren [56], was zu einer deutlich homogenen Verteilung der gemessenen Ereignisse führen sollte. Dennoch bleiben Flugzeiteffekte aufgrund der räumlichen Verteilung der SNe Ereignisse innerhalb der Milchstraße bestehen, sodass selbst bei einer exakt periodischen Ereignisrate die gemessenen Ereignisse größere zeitliche Abstände aufweisen können.

Die Tatsache, dass die letzte beobachtete galaktische Supernova schon über 400 Jahre

zurückliegt (SN1987 ist streng genommen ein extragalaktisches Ereignis) und der jüngste bekannte galaktische Supernovaüberrest ca. 100 Jahre alt ist [57], zeigen, dass eine erneute galaktische SN nach den aktuellen Abschätzungen der Supernovarate beinahe überfällig zu sein scheint.

Kapitel 4

Neutrinomassenbestimmung

Aufgrund der großen Menge an erzeugten Neutrinos bieten Supernovae eine Möglichkeit deren Masse zu untersuchen. In diesem letzten Kapitel wollen wir mithilfe einiger vereinfachender Annahmen an das Neutrinosignal eine Abschätzung dafür geben, wie genau wir anhand einer galaktischen Supernova die Neutrinomasse durch Signale mit einer kurzen charakteristischen Zeitspanne bestimmen können.

4.1 Flugzeitdifferenz

Die naheliegendste Möglichkeit zur Massenbestimmung bietet aufgrund der großen Distanzen selbst relativ naher galaktischer Ereignisse eine Flugzeitmessung. Anhand der unterschiedlichen Flugzeit von Teilchen verschiedener Massen (auch $m=0$) lässt sich prinzipiell deren Massendifferenz bestimmen. Teilchen der Masse m_i mit einer Energie E_i benötigen zum Zurücklegen der Distanz D eine Zeit

$$t_i = \frac{D}{\beta_i} . \quad (4.1)$$

Mit

$$\gamma_i = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_i^2}} \quad E_i = \gamma_i m_i \quad (4.2)$$

erhalten wir

$$\beta_i = \sqrt{1 - \frac{m_i^2}{E_i^2}} \quad (4.3)$$

und somit ergibt sich die Flugzeit

$$t_i = D \left(\frac{1}{\sqrt{1 - m_i^2/E_i^2}} \right) . \quad (4.4)$$

Die allgemeine Flugzeitdifferenz Δt_{ij} zwischen zwei Teilchen der Massen m_i und m_j , die zur selben Zeit emittiert werden, ergibt sich demnach als

$$\Delta t_{ij} = t_i - t_j = D \left(\frac{1}{\sqrt{1 - m_i^2/E_i^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 - m_j^2/E_j^2}} \right) \quad (4.5)$$

und ist sowohl abhängig von den Massen der Teilchen m_i als auch ihrer Energie E_i . Diese Formel können wir in erster Ordnung in m_i^2/E_i^2 nähern und erhalten

$$\Delta t_{ij} = 5,146 \text{ ms} \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right) \left(\frac{\Delta m_{ij}^2}{1 \text{ eV}^2} \right) \left(\frac{E}{10 \text{ MeV}} \right)^{-2}. \quad (4.6)$$

Man beachte, dass in (4.6) eine Masse Null sein darf, sodass $\Delta m_{ij}^2 \rightarrow m_i^2$. Damit ergibt sich die Flugzeitdifferenz zu einem sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitendem Signal. Wie in Kapitel zwei erwähnt, existieren Neutrinos in drei Masseneigenzuständen ν_1 , ν_2 und ν_3 , deren quadratische Massendifferenzen Δm_{ij}^2 maßgeblich die Neutrinooszillation beeinflussen. Mit den experimentell bestimmten Massenquadratdifferenzen aus Tabelle 2.3 erhalten wir also Werte von $\Delta t_{21} \approx 0,39 \mu\text{s} \frac{D}{10 \text{ kpc}} \left(\frac{10 \text{ MeV}}{E} \right)^2$ und $\Delta t_{32} \approx 12,6 \mu\text{s} \frac{D}{10 \text{ kpc}} \left(\frac{10 \text{ MeV}}{E} \right)^2$. Da diese Zeitdifferenzen sehr klein sind, werden wir hier nicht zwischen den verschiedenen Masseneigenzuständen unterscheiden. Mit den zu erwartenden Emissionsspektren(3.69) und einer daraus folgenden Standardabweichung der Energie von

$$\sigma_E = \frac{\langle E \rangle}{\sqrt{\alpha + 1}}, \quad (4.7)$$

den aus Simulationen bestimmten Stauchungsparametern $2 \lesssim \alpha \lesssim 3$ und mittleren Energien $10 \text{ MeV} \lesssim \langle E \rangle \lesssim 20 \text{ MeV}$ können wir sehen, dass alleine die natürliche Breite des Energiespektrums, die von $\sim 5 \text{ MeV}$ bis $\sim 14 \text{ MeV}$ reicht, potentiell großen Einfluss auf die Zeitdifferenz haben kann. Damit wird eine genaue Energiemessung der Neutrinos notwendig.

Wir wollen nun untersuchen, wie genau wir anhand einer solchen Flugzeitmessung die Neutrinomassen bestimmen können. Der beschränkende Faktor ist dabei die Ungenauigkeit der gemessenen Zeitdifferenz. Für eine Unbestimmtheit von σ_t können wir die gemessene Flugzeitdifferenz nur oberhalb einer Grenze von $\Delta t \geq \sigma_t$ von Null unterscheiden, sodass wir ebenfalls erst Massen ab

$$m_{min} \geq \sqrt{\frac{2\sigma_t E^2}{D}} \quad (4.8)$$

von Null unterscheiden können. Die zeitliche Auflösung ist einerseits bestimmt durch die physikalischen Abläufe innerhalb der Supernova und inwieweit diese es uns erlauben Signale mit möglichst kurzer charakteristischer Zeit zu identifizieren und zu korrelieren. Der zweite wichtige Faktor ist die zu erwartende Detektorrate, die bestimmt, wie genau

wir ein gemessenes Signal zeitlich einordnen können und ob wir überhaupt ein Signal messen können.

Die größte Flugzeitdifferenz erhalten wir, wenn wir das Neutrinosignal mit einem sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegenden Signal vergleichen. Diese Möglichkeit bieten uns Gravitationswellen, deren Messbarkeit seit der Entdeckung zweier verschmelzender schwarzer Löcher im Jahr 2015 [58] Realität geworden ist.

4.2 Detektorraten

Um die zeitliche Ungenauigkeit bei der Messung der Neutrinos zu bestimmen, sind insbesondere die Detektorraten von Interesse. Die beiden wichtigsten Prozesse für Tscherenkowdetektoren sind die elastische Streuung an Elektronen sowie der inverse Beta-Zerfall. In Flüssigszintillatoren hat auch die Streuung an Protonen einen signifikanten Beitrag zur gemessenen Gesamtrate. Wir detektieren immer Sekundärteilchen mit einer kinetischen Energie T_s und nicht die Neutrinos selber, weshalb wir im Allgemeinen bei der Berechnung der Detektorrate den differentiellen Wirkungsquerschnitte

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial T_s} \quad (4.9)$$

beachten müssen. Damit ergibt sich die Ereignisrate R_x für einen Prozess x durch

$$\begin{aligned} R_x &= N_t \int_{E_{\nu, \min}}^{\infty} \int_{T_{s, \min}}^{T_{s, \max}} F_{\nu} \frac{\partial \sigma_x}{\partial T_s} dT_s dE_{\nu} \\ &= \frac{N_t L_{\nu}}{4\pi D^2 \langle E_{\nu} \rangle} \int_{E_{\min}}^{\infty} \int_{T_{s, \min}}^{T_{s, \max}} f_{\alpha} \frac{\partial \sigma_x}{\partial T_s} dT_s dE_{\nu} \quad . \end{aligned} \quad (4.10)$$

Dabei ist $T_{s, \min}$ die detektorabhängige Schwellenenergie, N_t die Anzahl an Reaktionspartnern (Targets) innerhalb des Detektors und $E_{\nu, \min, \det}$ die Mindestneutrinoenergie in Abhängigkeit von $T_{s, \min}$ [4] gegeben durch

$$E_{\min} = \frac{T_{s, \min}}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2m_s}{T_s}} \right) \quad . \quad (4.11)$$

Die maximale kinetische Energie $T_{s, \max}$ ist definiert durch (2.10). Aufgrund der großen Distanz müssen wir jedoch auch Oszillationseffekte miteinbeziehen. Dazu benutzen wir die in (2.56) bestimmte Oszillationswahrscheinlichkeit. Wir können diese vorteilhafter schreiben, indem wir die Summe in $\sum_{i,j} = \sum_{i=j} + \sum_{i>j} + \sum_{i<j}$ aufteilen. So erhalten

wir

$$\begin{aligned}
P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) &= \sum_{ij} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right) \\
&= \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 + 2\text{Re} \sum_{i>j} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E}\right) .
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Wir finden also einen konstanten und einen oszillierenden Teil. Häufig wird dabei auch die sog. Oszillationslänge $L_{osz,ij}$ definiert

$$L_{osz,ij} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ij}^2} , \tag{4.13}$$

welche die Periodizität der Oszillation wiedergibt. Für Energien im Bereich von $E \approx 10$ MeV ergeben sich demnach Oszillationslängen der Größenordnung

$$L_{osz,12} \approx 3 \cdot 10^5 m \qquad L_{osz,23} \approx 1 \cdot 10^4 m . \tag{4.14}$$

Es gilt $L_{osz} \ll D$, sodass Ungenauigkeiten in der Distanzmessung größer sein werden als die Oszillationslängen. Daher ignorieren wir den oszillierenden Teil und betrachten nur den konstanten Part. Dieser stellt die mittlere Oszillationswahrscheinlichkeit

$$\bar{P}_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta} = \sum_i |U_{\alpha i}|^2 |U_{\beta i}|^2 \tag{4.15}$$

dar. Dabei ignorieren wir aus Gründen der Einfachheit jegliche Oszillationseffekte, die durch Interaktion mit Materie stattfinden können. Allgemein erhalten wir dann die zu erwartende Ereignisrate eines Interaktionskanals des jeweiligen Detektors mit flavorabhängigem Wirkungsquerschnitt σ_{ν_γ}

$$\boxed{R_{int,det} = \frac{N_t}{4\pi D^2} \sum_\beta \sum_\gamma \frac{L_{\nu_\beta}}{\langle E_{\nu_\beta} \rangle} \int_{E_{\nu,min,det}}^\infty \int_{T_s,min}^{T_s,max(E_\nu)} \bar{P}_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\gamma} f_{\alpha\nu_\beta} \frac{\partial \sigma_{\nu_\gamma,int}}{\partial T_s} dT_s dE_\nu} . \tag{4.16}$$

Aufgrund des hohen Wirkungsquerschnitts und der genauen Energieauflösung für jedes Ereignis interessieren wir uns hauptsächlich für den inversen Beta-Zerfall (2.61). Das detektierbare Sekundärteilchen ist dabei das Positron. Da dieses, wie schon erwähnt, fast die gesamte Neutrinoenergie aufnimmt, können wir in diesem Fall direkt mit dem von Strumia [8] berechneten Wirkungsquerschnitt (2.13) und der entsprechenden Mindestneutrinoenergie von 6,3 MeV (2.64) für Tscherenkowdetektoren und 2 MeV (2.66) für JUNO rechnen. So ergibt sich dann die genaue Ereignisrate für die detektorabhängige Mindestenergie $E_{\nu,min,det}$ mit der Protonenzahl N_p

$$R_{IBD,det} = \frac{N_p}{4\pi D^2} \sum_\beta \frac{L_{\nu_\beta}}{\langle E_{\nu_\beta} \rangle} \int_{E_{\nu,min,det}}^\infty \bar{P}_{\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_e} f_{\alpha\nu_\beta} \sigma_{IBD} dE_\nu . \tag{4.17}$$

Durch numerische Integration erhalten wir folgende Detektorraten in Abhängigkeit von der Detektormasse M_{det} und der Distanz zur Supernova D :

1. LAB - JUNO Typ:

$$R_{IBD,LAB} = \left(27,6 \frac{1}{s} \left(\frac{L_{\bar{\nu}_e}}{10^{52} \text{ erg/s}} \right) + 35,9 \frac{1}{s} \left(\frac{L_{\nu_x}}{10^{-52} \text{ erg/s}} \right) \right) \cdot \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2} \left(\frac{M_{det}}{\text{kton}} \right) \quad (4.18)$$

2. Tscherenkow - Super-Kamiokande Typ:

$$R_{IBD,Tscherenkow} = \left(25,2 \frac{1}{s} \left(\frac{L_{\bar{\nu}_e}}{10^{52} \text{ erg/s}} \right) + 32,6 \frac{1}{s} \left(\frac{L_{\nu_x}}{10^{-52} \text{ erg/s}} \right) \right) \cdot \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2} \left(\frac{M_{det}}{\text{kton}} \right) \quad (4.19)$$

Dabei haben wir typische Werte von $\alpha_{\bar{\nu}_e} = 3,1$, $\langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle = 15 \text{ MeV}$, $\alpha_{\nu_x} = 2,4$ und $\langle E_{\nu_x} \rangle = 14,5 \text{ MeV}$ angenommen in Übereinstimmung mit den hochauflösenden Spektren der Simulationen von Tamborra et al. [47] sowie ein mittleren Wert $n = 11.5$ der LABs. Des Weiteren gehen wir davon aus, dass sich L_x zu gleichen Teilen auf ν_μ , $\bar{\nu}_\mu$, ν_τ und $\bar{\nu}_\tau$ aufteilt, die Detektoren eine Effizienz von 100% besitzen und alle Wasserstoffprotonen der angegebenen Gesamtmasse zum Prozess beitragen. Ähnlich lässt sich dann die zu erwartende Rate durch Neutrino-Elektron Streuung und Neutrino-Proton Streuung, die für Flüssigszintillatoren ebenfalls einen wichtigen Beitrag zum gemessenen Signal leistet, unter Einbeziehung der ν_e , $\bar{\nu}_e$ und ν_x Streuung und Oszillation berechnen. Dabei nutzen wir die nach [4] und [9] gegebenen differentiellen Wirkungsquerschnitten (2.8) und (2.17) sowie die Schwellenenergien (2.65), (2.63) und (2.67). Die Raten sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst.

Aufgrund des energieabhängigen Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\nu_\gamma,int}$ der verschiedenen Interaktionen liegt die mittlere gemessene Energie $\langle E_{\nu,det} \rangle$ oberhalb der mittleren Neutrinoenergie $\langle E_\nu \rangle$. Wir müssen die mittlere gemessene Energie also für jeden Interaktionskanal der jeweiligen Detektoren zusätzlich bestimmen durch

$$\begin{aligned} \langle E_{\nu,int,det} \rangle &= \frac{1}{R_{ges,int,det}} \sum_{\beta} R_{\nu_\beta,int,det} \langle E_{\nu_\beta,int} \rangle \\ &= \frac{\sum_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{L_{\nu_\beta}}{\langle E_{\nu_\beta} \rangle} \int_{E_{\nu,min,det}}^{\infty} E_{\nu} \bar{P}_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\gamma} f_{\alpha_{\nu_\beta}} \sigma_{\nu_\gamma,int} dE_{\nu}}{\sum_{\beta} \sum_{\gamma} \frac{L_{\nu_\beta}}{\langle E_{\nu_\beta} \rangle} \int_{E_{\nu,min,det}}^{\infty} \bar{P}_{\nu_\beta \rightarrow \nu_\gamma} f_{\alpha_{\nu_\beta}} \sigma_{\nu_\gamma,int} dE_{\nu}} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Prozess	Flavor	Vakuum-Oszillation		keine Oszillation	
		JUNO-Typ	SK-Typ	JUNO-Typ	SK-Typ
IBD	$\bar{\nu}_e$	27,6	25,2	50,0	45,5
IBD	ν_x	35,9	32,6	0	0
$\nu + e \rightarrow \nu + e$	ν_e	1,00	0,65	1,60	1,04
$\nu + e \rightarrow \nu + e$	$\bar{\nu}_e$	0,47	0,23	0,66	0,31
$\nu + e \rightarrow \nu + e$	ν_x	1,77	1,1	0,50	0,31
$\nu + p \rightarrow \nu + p$	ν_e	1,78	-	1,78	-
$\nu + p \rightarrow \nu + p$	$\bar{\nu}_e$	2,68	-	2,68	-
$\nu + p \rightarrow \nu + p$	ν_x	12	-	12,0	-

Tabelle 4.1: Von uns berechnete Detektorraten in 1/s für Flüssigszintillatordetektoren des JUNO-Typs und Tscherenkowdetektoren des SK-Typs pro kton Detektormasse und pro 10^{52} erg/s Leuchtkraft der ursprünglich emittierten Flavors. Beides ist jeweils mit und ohne Vakuum-Oszillationen dargestellt. Die Streuung an Protonen ist flavorneutral und die unterschiedlichen Beiträge sind ein Resultat der relativ hohen Mindestenergie, welche die Neutrinos benötigen, um ein messbares Signal zu erzeugen. Damit ist die Detektorrate stark abhängig von den unterschiedlichen mittleren Energien und Stauchungsfaktoren der Spektren.

4.3 Gravitationswellen und Elektronneutrino blitz - Massenbestimmung

Betrachten wir das Neutrinoemissionssignal aus Abbildung 3.6, so fällt der starke zuvor beschriebene ν_e -Blitz auf, welcher eine mögliche zeitliche Referenz bietet. Eine Idee ist, dieses Signal mit dem erwarteten Gravitationswellensignal zu korrelieren. Diese beiden Signale bieten zwei eng korrelierte markante Strukturen, die sich für eine Flugzeitmessung anbieten. In JUNO, SK und HK erwarten wir

$$N_{JUNO,blitz} \approx 5,2 \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2}, \quad (4.21)$$

$$N_{SK,blitz} \approx 2,8 \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2}, \quad (4.22)$$

$$N_{HK,blitz} \approx 47,3 \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2} \quad (4.23)$$

detektierte Ereignisse, ausgelöst durch den Elektronneutrino blitz mit einer mittleren gemessenen Energie von jeweils

$$\langle E_{\nu_e,blitz,JUNO} \rangle \approx 17,4 \text{ MeV} \quad (4.24)$$

$$\langle E_{\nu_e,blitz,SK} \rangle = \langle E_{\nu_e,blitz,HK} \rangle \approx 15,2 \text{ MeV} \quad (4.25)$$

Dabei haben wir mit den zuvor erwähnten typischen Parametern $\langle E_{\nu_e} \rangle = 12,5 \text{ MeV}$, $L_{\nu_e,max} = 4 \cdot 10^{53} \text{ erg/s}$, $L_{\bar{\nu}_e} = L_{\nu_x} = 0$ und einer freigesetzten Energie von $E_{\nu_e,blitz} = 2 \cdot 10^{51} \text{ erg}$ gerechnet. Wir sehen also, dass der Blitz in einer typischen Distanz von 10 kpc

Vakuum-Oszillation	Super-Kamiokande	Hyper-Kamiokande	JUNO
N_{10kpc}	2,8	47,3	5,2
$\langle E_\nu \rangle$ in [MeV]	15,2	15,2	17,4
$R_{max,10kpc}$ in [ms^{-1}]	0,56	9,5	1,05
$D_{95\%,max}$ in [kpc]	9,7	39,7	13,2
D_{max} in [kpc]	16,7	68,8	22,8
$m_{min,10kpc}$ in [eV]	2,1	2,1	2,4
$m_{min,D_{95\%}}$ in [eV]	2,2	1,1	2,1
$m_{min,D_{max}}$ in [eV]	1,7	0,81	1,6
Keine Oszillation	Super-Kamiokande	Hyper-Kamiokande	JUNO
N_{10kpc}	4,5	76,1	7,6
$\langle E_\nu \rangle$ in [MeV]	15,2	15,2	16,4
$R_{max,10kpc}$ in [ms^{-1}]	0,90	15,2	1,52
$D_{95\%,max}$ in [kpc]	12,3	50	15,9
D_{max} in [kpc]	21,2	87,3	27,6
$m_{min,10kpc}$ in [eV]	2,1	2,1	2,3
$m_{min,D_{95\%}}$ in [eV]	1,9	0,95	1,8
$m_{min,D_{max}}$ in [eV]	1,5	0,72	1,4

Tabelle 4.2: *Ergebnisse unserer Berechnung der gemessenen Neutrinoraten und Energien für die exemplarischen Detektoren JUNO, SK und HK, sowie deren Messreichweite, die maximale Detektorrate für eine Distanz von 10 kpc und die resultierenden messbaren Massen unter Annahme einer zeitlichen Ungebauigkeit von 10 ms für den Elektroneneutrinoeroblit. Oben mit Vakuum-Oszillationen und unten ohne jegliche Neutrinooszillation*

ein messbares Signal in aktuellen und zukünftigen Neutrinodetektoren erzeugt. Allerdings ist die Zahl der erwarteten Ereignisse für JUNO und SK sehr klein, was die zeitliche Auflösung des Peaks stark einschränkt. Für HK hingegen erwarten wir eine relativ gute Statistik. Wir definieren nun zwei Distanzen: Erstens D_{max} , bei der der Erwartungswert $N = 1$ ist. Dies entspricht einer Wahrscheinlichkeit von ca. 63% mindestens ein Neutrino zu messen. Zweitens die Distanz $D_{max,95\%}$, bei der wir mit 95% Sicherheit mindestens ein Ereignis messen können. Letztere können wir bestimmen, indem wir annehmen, dass die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Neutrinoereignisse einer Poissonverteilung folgt, die gegeben ist durch

$$P_n = \frac{N^n}{n!} e^{-N} \quad . \quad (4.26)$$

Die Wahrscheinlichkeit mindestens ein Ereignis zu messen, ist dann durch

$$P_{n>1} = \sum_{k=1}^{\infty} P_k = 1 - e^{-N} \quad (4.27)$$

gegeben. Eine 95% Wahrscheinlichkeit ist bei einem Erwartungswert von etwa $N = 3$ erreicht und die berechneten Detektorreichweiten sind in Tabelle 4.2 dargestellt. Vergleichen wir diese Distanzen mit der Reichweite von aLIGO in Abbildung 3.7, so sehen wir, dass hier eindeutig die Neutrinodetektion der beschränkende Faktor ist. Bei der Massenbestim-

mung interessieren wir uns insbesondere für die zeitliche Auflösung des Peaks, da dies der größte die Messung beschränkende Faktor ist. Betrachten wir nur die natürliche Halbwertsbreite des Peaks von ~ 10 ms, so können wir die minimal messbare Neutrinomasse nach (4.8) bestimmen. Dabei ignorieren wir jegliche weitere statistische Einflüsse. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 zusammengefasst. Dabei haben wir angenommen, dass alle detektierten Ereignisse der mittleren Energie entsprechen, was aufgrund des großen Stauchungsfaktors plausibel ist. Es sei angemerkt, dass die Halbwertsbreite modellabhängig ist und in manchen Modellen auch im Bereich von ~ 5 ms liegt, wir wollen hier jedoch bei der für die Massenbestimmung konservativeren Variante von 10 ms bleiben. Im bestmöglichen Fall, d.h. im Fall maximal messbarer Distanz, könnte HK also anhand des Elektronneutrino-Neutrinoblitzes Neutrinomassen bis zu einer unteren Grenze von ca. 0,81 eV bestimmen und von Null unterscheiden, während SK bis zu einer unteren Grenze von ca. 1,7 eV und JUNO bis zu einer unteren Grenze von ca. 1,6 eV messen könnte. Dabei haben wir jegliche Fehler, die zum Beispiel durch eine ungenau bekannte Verzögerung zwischen der Aussendung des Neutrino-Blitzes und dem Maximum des Gravitationswellensignals, welches exakt am Zeitpunkt des Kernrückpralls liegen sollte, ignoriert. Betrachten wir das Signal unter Vernachlässigung der Neutrinooszillation ergeben sich etwas niedrigere minimale Massen.

4.4 Fehlgeschlagene Supernovae

Ein weiteres interessantes Signal mit einer sehr kurzen charakteristischen Zeitspanne bietet der Fall eines Kollapses des Protoneutronensterns während der Akkretionsphase zu einem schwarzen Loch. Simulationen wie in Abb. 4.1 zeigen, dass dieser Prozess Gravitationswellen ähnlicher Größenordnungen wie die des Kernrückpralls produziert [59]. Gleichzeitig muss das während der Akkretionsphase noch messbar starke Neutrinosignal einen markanten Einschnitt erleben, da die emittierenden Regionen nahe des PNS durch den stattfindenden Kollaps in das entstehende schwarze Loch fallen bzw. so nahe an den Schwarzschildradius kommen, dass sie aufgrund der Gravitation beinahe alle Energie verlieren und undetektierbar werden. Die zeitliche Größenordnung, innerhalb der der Kollaps stattfindet, wird häufig abgeschätzt durch die Zeit, die Licht zur Durchquerung des PNS-Durchmessers benötigt [24]

$$t_{bh} \approx 2 \frac{R}{c} \approx 7 \cdot 10^{-5} s \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right) . \quad (4.28)$$

Die Idee, die Neutrinomassen anhand einer fehlgeschlagenen Supernova zu untersuchen, wurde das erste mal von Beacom et al. [60] besprochen. Wir wollen hier anhand eines vereinfachten Modells untersuchen, wie gut dies mit heutigen und geplanten Detektoren umzusetzen wäre.

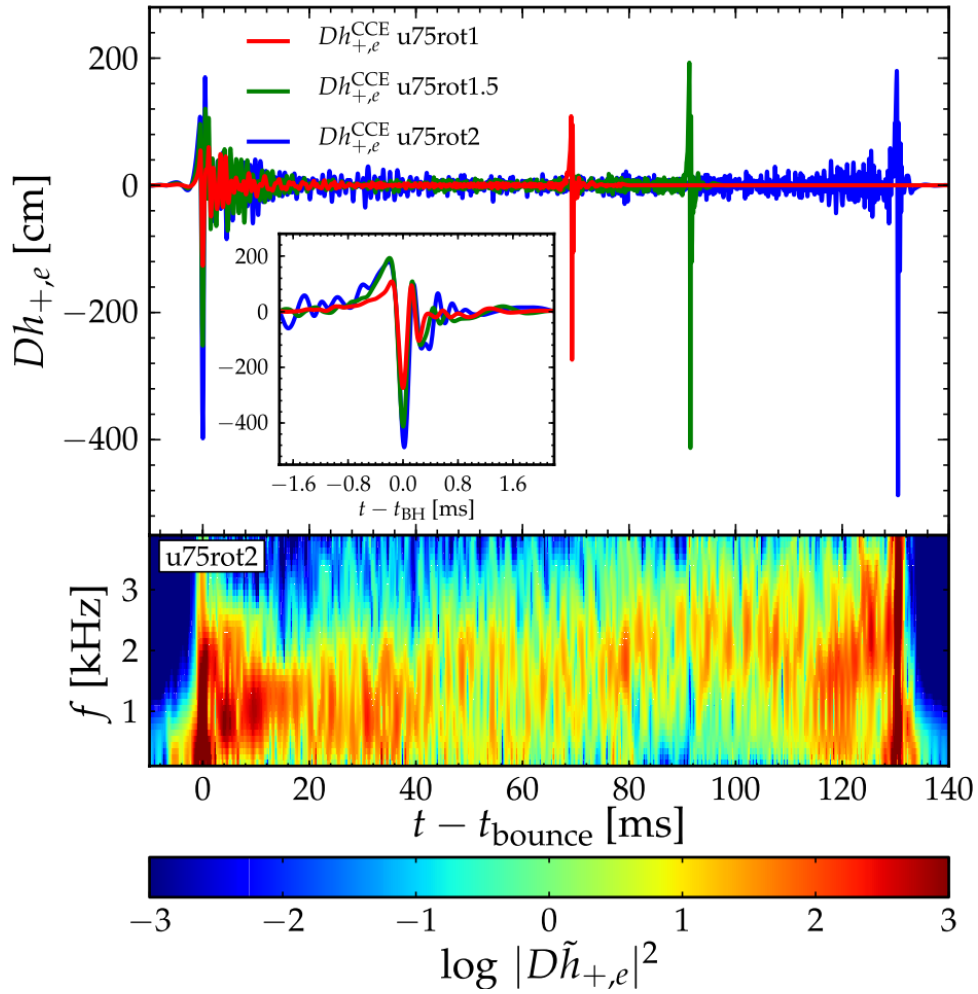


Abbildung 4.1: Gravitationswellen eines Kernkollapses mit der Formierung eines Schwarzen Lochs in der Akkretionsphase. Man sieht deutlich die starken Ausschläge während des Kernrückpralls t_{bounce} und der Formierung des schwarzen Lochs bei t_{BH} . Simulation von Ott et al. [59].

4.4.1 Schwarze Löcher

Schwarze Löcher sind eine Folge der allgemeinen Relativitätstheorie unter anderem der statischen, sphärisch symmetrischen Vakuumlösung der Einstein'schen Feldgleichungen d.h. der Schwarzschildmetrik¹

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2 \quad , \quad (4.29)$$

mit

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2 \quad . \quad (4.30)$$

¹Es gibt andere Metriken, die ebenfalls zu schwarzen Löchern führen, beispielsweise die Kerr-Newman-Metrik, die rotierende und elektrisch geladene schwarze Löcher beschreibt. Aus Gründen der Einfachheit wollen wir aber hier die Schwarzschildlösung verwenden.

Man sieht direkt, dass die Metrik bei $r_s = 2M$ divergiert. Dies ist zwar nur eine Koordinatensingularität, die sich durch Wahl eines anderen Koordinatensystems aufheben lässt, dennoch besitzt sie eine physikalische Relevanz und der entsprechende Radius r_s wird auch als Schwarzschildradius bezeichnet. Die Bezeichnung „schwarzes Loch“ stammt daher, dass nichts, was sich unterhalb des Schwarzschildradius befindet, den Bereich außerhalb des Schwarzschildradius erreichen kann. Dies ist der Fall, da unterhalb des Schwarzschildradius die ersten beiden Komponenten der Metrik das Vorzeichen ändern, sodass t raumartig und $\epsilon = 2M - r$ zeitartig wird. Teilchen bewegen sich natürlich weiterhin entlang zeitartiger Kurven $ds^2 > 0$, sodass ϵ analog zu t außerhalb des Schwarzschildradius nur größer und damit r nur kleiner werden kann [61]. Betrachten wir einen Lichtstrahl, der innerhalb des Schwarzschildradius ausgesandt wird, so muss sich dieser für einen lokalen Beobachter ebenfalls vorwärts in der Zeit bewegen, sodass er sich nur nach innen bewegen kann. Das Innere des Schwarzschildradius ist demnach vollkommen abgeschottet vom äußeren Universum. Man spricht auch vom Ereignishorizont des schwarzen Lochs.

4.4.2 Relativistische Effekte - Geodäten und Erhaltungsgrößen

Es ist zu erwarten, dass kurz vor dem Kollaps des PNS zu einem schwarzen Loch der Einfluss der Gravitation auf die Bewegung der Neutrinos miteinbezogen werden muss. Daher wollen wir nun einen kurzen Blick auf diesen Einfluss werfen. In der allgemeinen Relativitätstheorie bewegen sich Teilchen entlang von Geodäten so, dass die Eigenzeit und damit das Linienelement minimiert wird. Dies entspricht dem klassischen Bild von „Geraden“, welche die kürzeste Verbindung zwischen zwei Punkten bilden und entlang derer sich Teilchen ohne äußere Krafteinwirkung bewegen. Demnach können wir den Lagrange Formalismus anwenden mit der Wirkung

$$S = \int ds = \int \sqrt{g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu} d\tau \quad . \quad (4.31)$$

Damit können wir per Variationsrechnung die Bewegungsgleichung herleiten. Es gilt

$$\begin{aligned} 0 &\stackrel{!}{=} \delta S \\ &= \int \delta \sqrt{g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu} d\tau \\ &= \int \frac{\delta (g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu)}{2\sqrt{g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu}} d\tau \\ \Rightarrow 0 &= \int \delta (g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu) d\tau \quad . \end{aligned} \quad (4.32)$$

Wir identifizieren also die Lagrangefunktion als

$$L := g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu \quad (4.33)$$

und können nun analog zur klassischen Mechanik die Euler-Lagrange Gleichung anwenden

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\mu} &= \frac{\partial L}{\partial x^\mu} \\ \Rightarrow \frac{d}{d\tau} g_{\mu\nu} \dot{x}^\nu &= \dot{x}^\sigma \dot{x}^\nu \partial_\mu g_{\sigma\nu} \\ \Rightarrow \frac{d}{d\tau} \dot{x}_\mu &= \dot{x}^\sigma \dot{x}^\nu \partial_\mu g_{\sigma\nu} \quad . \end{aligned} \quad (4.34)$$

Wir sehen also, dass wenn $g_{\mu\nu}$ unabhängig von x^μ ist, \dot{x}_μ eine Erhaltungsgröße darstellt! Insbesondere gilt für statische, d.h. von t unabhängige Metriken

$$\frac{d}{d\tau} \dot{x}_0 = 0 \quad . \quad (4.35)$$

Mit

$$p^\mu = m \dot{x}^\mu \quad (4.36)$$

gilt also

$$p_0 = \text{konst.} \quad (4.37)$$

und somit

$$g_{00} p^0 = \text{konst.} \quad . \quad (4.38)$$

p^0 ist gerade die Energie eines Teilchens. Dies ist, nebenbei bemerkt, ein weiterer Beweis dafür, dass Teilchen, die sich innerhalb des Schwarzschildradius mit $g_{00}(r < r_s) < 0$ befinden, den Bereich außerhalb mit $g_{00}(r > r_s) > 0$ nicht erreichen können. Nähern wir die Metrik oberhalb des PNS durch die Schwarzschildmetrik unter Vernachlässigung der Rotation sowie der dortigen stellaren Materie, so sehen wir, dass Neutrinos, welche nahe des PNS ausgesendet werden, auf dem Weg zur Erde Energie verlieren nach

$$\begin{aligned} \frac{p_{Erde}^0}{p_{PNS}^0} &= \frac{g_{00}(R_\nu)}{g_{00}(D)} \\ &\approx g_{00}(R_\nu) \\ &= \left(1 - \frac{2M_{PNS}}{R_\nu} \right) \quad . \end{aligned} \quad (4.39)$$

Wir möchten daher nun kurz untersuchen, inwiefern dies die mittlere Energie der an der Erde gemessenen Neutrinos und damit sowohl die Flugzeitdifferenz als auch die Detektorraten beeinflusst. Legen wir eine maximale Neutronensternmasse von $M_{ns,max} = 2M_\odot$ zugrunde und schätzen ab, dass der PNS, sobald er diese Masse übersteigt, kollabiert, so können wir den Energieverlust der Neutrinos bestimmen. Während der Akkretionsphase schrumpft der PNS bis er kurz vor dem Kollaps einen Radius von ca. 10 km erreicht, wie

in der Simulation von [59] zu sehen ist. Dies entspricht einer Verschiebung der mittleren Energie im Unendlichen von

$$\langle E_{\nu,Erde} \rangle \approx 0,4 \langle E_{\nu} \rangle \quad . \quad (4.40)$$

Natürlich wirkt dieser Effekt ebenfalls auf die Leuchtkraft, sodass diese für einen weit entfernten Beobachter gegeben ist durch

$$\begin{aligned} L_{\nu,Erde} &= g_{00}(R_{PNS})L_{\nu} \\ &\approx 0,4L_{\nu} \quad . \end{aligned} \quad (4.41)$$

Dabei wollen wir die Flavorabhängigkeit der Entkopplungsradien ignorieren.

Für den zuvor untersuchten Neutrinoabsturz ist dieser Effekt mit einer PNS Masse von $\sim 0,5M_{\odot}$ und einem Radius der Neutrinosphäre von $\sim O(100 \text{ km})$ nach [7] und [62], vernachlässigbar.

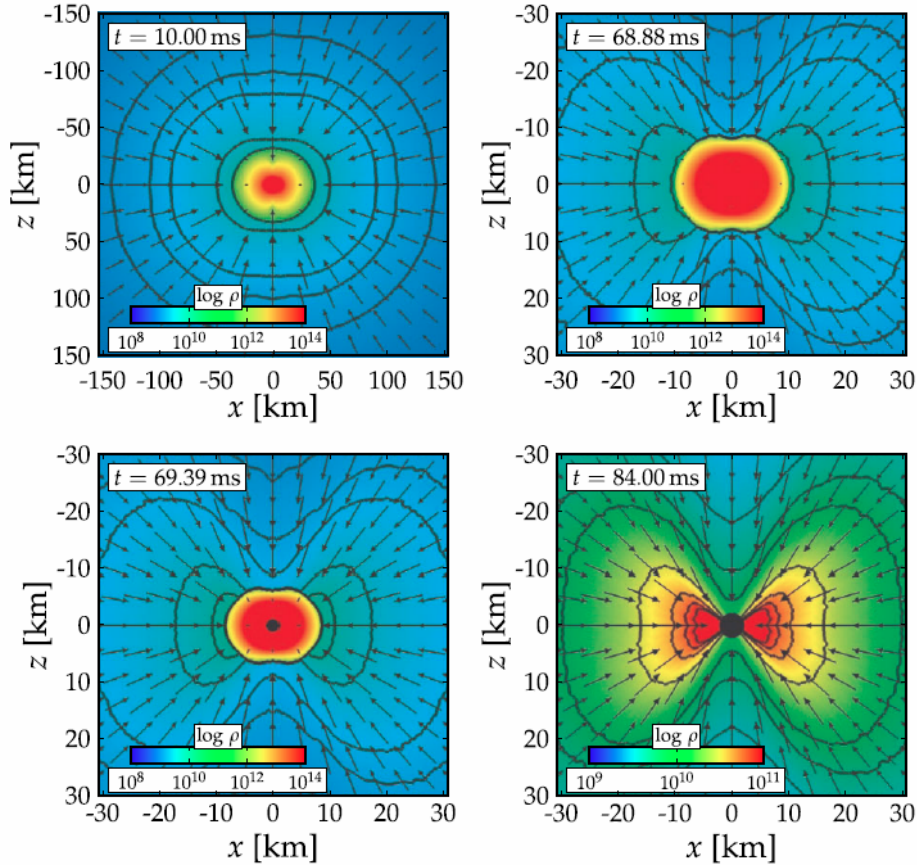


Abbildung 4.2: Dichte und Massefluss 10 ms nach dem Kernrückprall, 68,88 ms zum Zeitpunkt, als der PNS instabil wird und der Kollaps des PNS zu einem schwarzen Loch einsetzt, 69,39 ms zum Zeitpunkt der Entstehung des schwarzen Lochs und und 84.00 ms nach dem Kernrückprall. Die eingezeichneten Linien zeigen Isodensen also Linien gleicher Dichte von je $\rho = (0, 1; 0, 25; 0, 5; 0, 75; 1; 2, 5; 5) \cdot 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$. Simulation von Ott et al. [59]

4.4.3 Massenbestimmung

Aufgrund des kurzen charakteristischen Zeitraums des Kollapses zu einem schwarzen Loch sowie der durch den Einfluss der starken Gravitation nahe des PNS deutlich abgesenkten mittleren Energie, verspricht dieser Fall eine deutlich genauere Messung der Masse via Flugzeitdifferenz. Die genaue Dauer dieses Prozesses ist jedoch nicht geklärt. Wie schon zuvor geschrieben, wird häufig die Zeit, die Licht zur Durchquerung des PNS Durchmessers benötigt, als Abschätzung genutzt, wie zum Beispiel in [24]. Diese liegt im Bereich von $\sim 0,1$ ms. Frühere Untersuchungen gehen von einer Zeitskala von $\sim 0,5$ ms aus [60]. Aufgrund fehlender Simulationsdaten, die das Abschneiden des Neutrinosignals zeitlich genau darstellen und insbesondere mit dem Gravitationswellensignal korrelieren, wollen wir als Abschätzung die Dauer des Gravitationswellensignals nutzen, welches nach (3.95) direkt an den Kollaps gekoppelt ist. Betrachten wir erneut die Simulation von Ott et al. [59] in Abbildung 4.1, so sehen wir, dass das Gravitationswellensignal des Kollaps etwa eine gesamte Breite von 1 ms vorweist. Es ist vernünftig anzunehmen, dass das Abschneiden des Neutrinosignals irgendwann innerhalb dieser Zeitspanne liegt, da diese den Kollaps widerspiegelt.

In der Simulation von Ott et al. findet die Formierung des schwarzen Lochs modellabhängig ca. 56 ms, 70 ms, 92 ms und 131 ms nach dem Kernrückprall statt. In anderen Simulationen von Connor und Ott [63] variiert der Zeitpunkt des Kollapses stark abhängig von der Masse des Vorgängersterns, liegt jedoch häufig innerhalb der Akkretionsphase. Prinzipiell kann jedoch auch ein Druckverlust in der Kühlphase zum Kollaps führen.

Grundlage für die Massenbestimmung ist natürlich das Neutrinosignal. Im Unterschied zum Fall des anfänglichen Neutrinoblitzes wollen wir hier jedoch das plötzliche Fehlen des Signals mit einem Gravitationswellensignal korrelieren! Zu dieser frühen Zeit innerhalb der Akkretionsphase ist das Neutrinosignal einer galaktischen SN noch deutlich messbar. Wir schätzen die Neutrinoemission in Übereinstimmung mit den hochauflösenden Spektren von Tamborra et al. [47] zum frühen Zeitpunkt von 261 ms nach dem Kernrückprall als $L_{\nu_e} = L_{\bar{\nu}_e} = 3 \cdot 10^{52}$ erg/s und $L_{\nu_x} = 1.6 \cdot 10^{52}$ erg/s mit den mittleren Energien $\langle E_{\nu_e} \rangle = 13$ MeV, $\langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle = 15$ MeV und $\langle E_{\nu_x} \rangle = 14,5$ MeV und den Stauchungsfaktoren $\alpha_{\nu_e} = 2,6$, $\alpha_{\bar{\nu}_e} = 3,1$ und $\alpha_{\nu_x} = 2,4^2$. Wir ignorieren also mögliche Veränderungen des Signals kurz vor dem Kollaps zum schwarzen Loch verglichen zu dem Signal einer erfolgreichen Supernova. Die Idee ist, das Abschneiden des Neutrinosignals mit dem Gravitationswellensignal zu kombinieren. Das bedeutet, dass wir das fehlende erwartete nächste Neutrino nach dem letzten gemessenen Neutrino mit dem Gravitationswellensignal korrelieren. Beziehen wir die Gravitationseffekte (4.40) und die daraus resultierende Verringerung der Neutrinoenergie und Leuchtkraft nun mit ein, so erhalten wir folgende

²Die Flavorabhängigkeit des Stauchungsparameters kommt durch den Einfluss von CC-Interaktionen für Elektron Flavor (Anti-)Neutrinos zustande, während ν_x nur über NC Reaktionen mit der stellaren Materie interagieren.

Detektorraten:

$$R_{BH,JUNO} = 0,31 \frac{1}{ms} \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2}, \quad (4.42)$$

$$R_{BH,SK} = 0,24 \frac{1}{ms} \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2}, \quad (4.43)$$

$$R_{BH,HK} = 4,0 \frac{1}{ms} \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2}, \quad (4.44)$$

mit den mittleren Energien

$$\langle E_{\nu,JUNO} \rangle = 9,3 \text{ MeV} \quad (4.45)$$

$$\langle E_{\nu,SK} \rangle = \langle E_{\nu,HK} \rangle = 11,4 \text{ MeV} . \quad (4.46)$$

Die Ungenauigkeit, mit der wir das Abschneiden des Neutrinosignals mit dem Gravitationswellensignal korrelieren können, ist bestimmt durch die Ungenauigkeit in der Korrelation der physikalischen Prozesse innerhalb der Supernova von $\sigma_{t,BH} = 1 \text{ ms}$ und dem mittleren Abstand zwischen zwei Neutrinoereignissen am Detektor, d.h. der Zeit, innerhalb der wir ein weiteres Ereignis erwarten würden. Diese ist gegeben durch die inverse Detektorrate $\sigma_{t,det} = 1/R$. Zusammen ergibt sich die zeitliche Ungenauigkeit

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_{t,BH}^2 + \sigma_{t,det}^2} . \quad (4.47)$$

Die Detektorrate ist, wie oben zu sehen, distanzabhängig und so ergibt sich die ebenfalls distanzabhängige minimal messbare Masse nach (4.6). Die so erhaltenen unteren Grenzen der Massenbestimmung sind in Abbildung 4.3 geplottet. Wir können die Detektorrate in Abhängigkeit der Distanz allgemein schreiben als

$$R(D) = R_0 \left(\frac{D}{10 \text{ kpc}} \right)^{-2} . \quad (4.48)$$

Somit ist die detektorseitige Ungenauigkeit $\sigma_{t,det} \propto D^2$, sodass für große $D^2/R_0 \gg 1 \text{ ms}$ die minimal von Null unterscheidbare Masse m_{min} mit $D^{1/2}$ skaliert, während sie für kleine Distanzen $D^2/R_0 \ll 1 \text{ ms}$ mit $D^{-1/2}$ skaliert³. Die optimale Distanz bei der m_{min} minimal ist, ist dann gegeben durch

$$\frac{D_{opt}}{10 \text{ kpc}} = \sqrt{R_0 \cdot (1 \text{ ms})} . \quad (4.49)$$

³Im Fall des Neutrino blitzes müssen wir, um Blitz und Gravitationswellen zu korrelieren, mindestens ein Neutrino, das von dem Blitz ausgesandt wird, detektieren. Das bedeutet, dass $\sigma_{t,det} < \sigma_{t,blitz} = 10 \text{ ms}$ gelten muss. Daher befinden wir uns dort insbesondere für $D < D_{95\%}$ in letzterem Grenzfall und konnten den Beitrag von $\sigma_{t,det}$ ignorieren. Im Fall des Kollapses zu einem schwarzen Loch benötigen wir prinzipiell nur ein gemessenes Neutrino während der gesamten Supernova, um eine Abschätzung der Neutrinomasse zu tätigen. Daher können wir uns in beiden Grenzfällen bewegen und müssen demnach beide Fehler berücksichtigen.

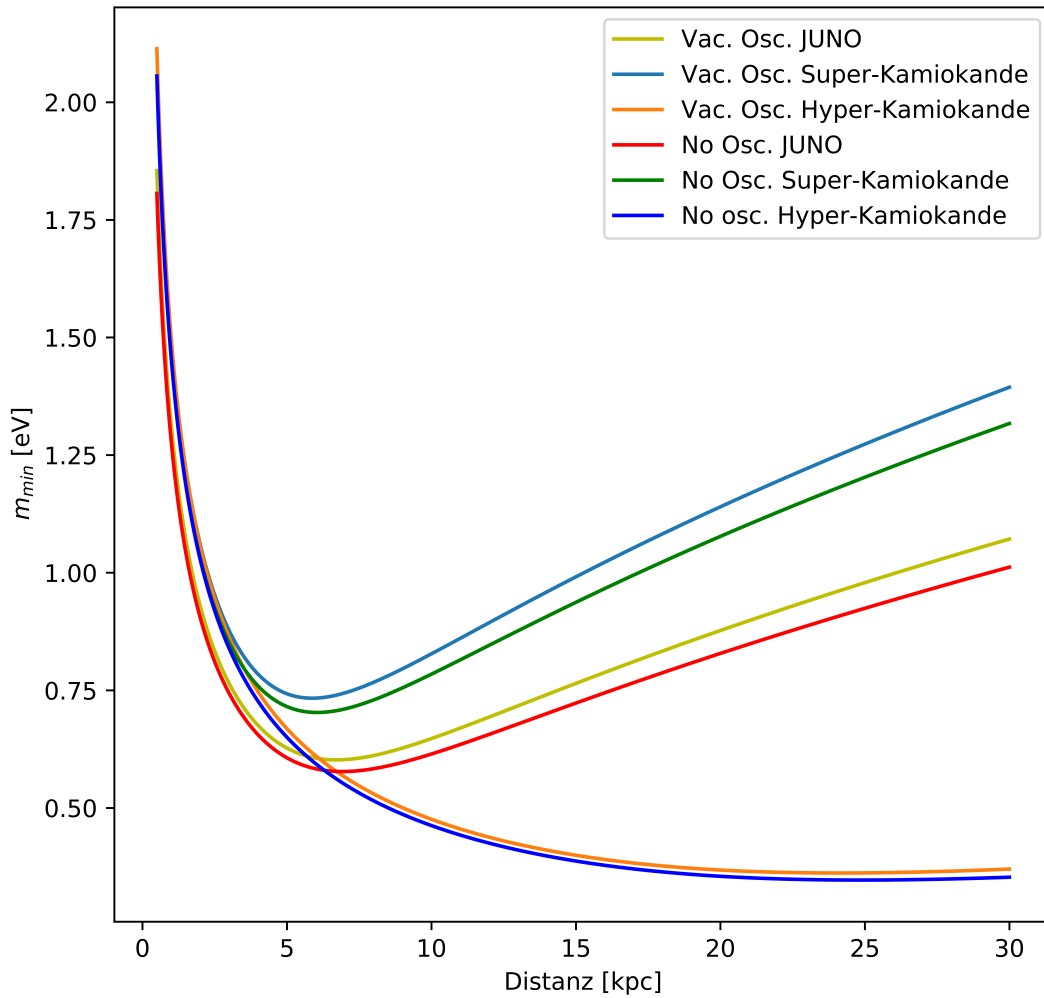


Abbildung 4.3: Von uns berechnete, minimale, von Null unterscheidbare Neutrinomasse für JUNO, SK und HK im Fall des Kollapses zu einem schwarzen Loch in Abhängigkeit der Distanz. Für Distanzen oberhalb von ~ 7 kpc (der optimalen Distanz von JUNO) bietet HK das größte Potential für die Massenbestimmung, während für nahe Supernovae der niedrigerer Threshold von JUNO und die daraus resultierende niedrigere mittlere Energie der detektierten Neutrinos zu einem besseren Ergebnis führen.

Vakuum-Oszillation		Super-Kamiokande	Hyper-Kamiokande	JUNO
R_0	in [ms ⁻¹]	0,34	5,8	0,45
$\langle E_\nu \rangle$	in [MeV]	10,7	10,7	9,4
D_{opt}	in [kpc]	5,8	24	6,7
m_{min}	@ 10 kpc in [eV]	0,83	0,47	0,65
m_{min}	@ D_{opt} in [eV]	0,73	0,36	0,60
Keine Oszillation		Super-Kamiokande	Hyper-Kamiokande	JUNO
R_0	in [ms ⁻¹]	0,37	6,2	0,48
$\langle E_\nu \rangle$	in [MeV]	10,4	10,4	9,2
D_{opt}	in [kpc]	6,0	24,9	6,9
m_{min}	@ 10 kpc in [eV]	0,78	0,46	0,61
m_{min}	@ D_{opt} in [eV]	0,70	0,35	0,58

Tabelle 4.3: Berechnete Ergebnisse der Abschätzung der Neutrinomassenbestimmung im Fall des Kollaps zu einem schwarzen Loch mit und ohne Vakuum-Oszillationen. Dargestellt sind die erwarteten Detektorraten R_0 , mittlere Neutrinoenergien $\langle E_\nu \rangle$, optimale Supernovadistanz D_{opt} sowie die minimalen, von Null unterscheidbaren Neutrinomassen eine Supernova in 10 kpc Entfernung und bei D_{opt} für je SK, HK und JUNO.

4.5 Potential - Extragalaktische Messungen?

In Anbetracht der Abhängigkeit der Massenbestimmung von der Supernovadistanz und der relativ geringen Rate von wenigen CCSNe pro Jahrhundert innerhalb unserer Galaxie wollen wir abschließend noch die Möglichkeit, extragalaktische SNe messen zu können, untersuchen. Dazu betrachten wir zunächst wieder die Reichweite zukünftiger Gravitationswellendetektoren. Der aussichtsreichste Kandidat hier scheint das vorgeschlagene Cosmic Explorer Experiment [64] zu sein, ein Laser-Interferometer ähnlichen Typs wie aLIGO mit einer Armlänge von 40 km. Nach [50] könnte dieses in der Lage sein, im Optimalfall CCSNe bis zu einer Distanz von ~ 10 Mpc zu detektieren. Ando et al. [65] bestimmten die CCSNe-Rate anhand der Sternbildungsrate der Galaxien im Umkreis von 10 Mpc. Ihre Ergebnisse sind in Abbildung 4.4 dargestellt. Für eine Distanz von 10 Mpc geben sie eine Rate von ca. $R_{CCSN}(D < 10 \text{ Mpc}) = (0,8 \pm 0,4) \text{ y}^{-1}$ an, wobei sie anmerken, dass die tatsächlich beobachteten Raten ca. dreimal größer sind. Wir wollen dennoch hier ihre konservativere Abschätzung nennen. Selbst diese, im Vergleich zur galaktischen deutlich höhere Rate, würde die Supernovaforschung stark vorantreiben. Die große Distanz bringt jedoch auch ein Problem mit sich, wenn wir die Neutrinodetektoren miteinbeziehen. Die zu erwartenden Detektorraten skalieren (4.6) mit D^{-2} , sodass aktuelle Detektoren und bisher geplante zukünftige Detektoren wie HK keine für die Untersuchung der Neutrinomassen notwendigen Ereignisraten aufweisen können⁴. Unter der Annahme, dass während einer Supernova $3 \cdot 10^{53}$ erg in Neutrinos abgestrahlt werden, die sich zu gleichen Teilen auf alle

⁴Es sei an dieser Stelle vermerkt, dass andere Untersuchungen möglicherweise deutlich geringere Detektorraten benötigen, wenn diese z.B. einen größeren Teil oder sogar das gesamte Neutrinosignal nutzen.

sechs Flavours aufteilen, d.h. $\langle E_{\nu_{\mu e}} \rangle = \langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle = \langle E_{\nu_x} \rangle = 5 \cdot 10^{52}$ erg, mit den Spektralparametern $\alpha_\nu = 3$ universell für alle Flavours und $\langle E_{\nu_e} \rangle = 12$ MeV, $\langle E_{\bar{\nu}_e} \rangle = 14$ MeV und $\langle E_{\nu_x} \rangle = 16$ MeV analog zu den Berechnungen von Lu et al. [23], würde SK unter Einbezug von Vakuum-Oszillationen einen Erwartungswert von $6804 \cdot (10 \text{ kpc}/D)^2$ Neutrinos detektieren, HK $114926 \cdot (10 \text{ kpc}/D)^2$ und JUNO $8461 \cdot (10 \text{ kpc}/D)^2$ detektieren. Dies entspricht einer Detektorreichweite $D_{95\%}$ von ~ 477 kpc für SK, ~ 531 kpc für JUNO und $\sim 1,96$ Mpc für HK. HK wird also prinzipiell nach diesem Modell extragalaktische Supernovae zum Beispiel in unserer Nachbargalaxie der Andromeda (M31) messen können, für eine Neutrinomassenbestimmung im $\sim 0,5$ eV Bereich, wie wir sie optimalerweise im Fall einer galaktischen Supernova erzielen könnten, ist allerdings die erwartete Ereignisrate zu gering. Detektoren, die beispielsweise den Elektroneneutrinoausbruch auch auf Mpc Skalen detektieren wollen, müssten ca. 20 mal größer als HK sein. Ähnliches gilt, wollen wir den Kollaps zu einem schwarzen Loch nutzen, um Massen unterhalb von 1 eV messen zu können.

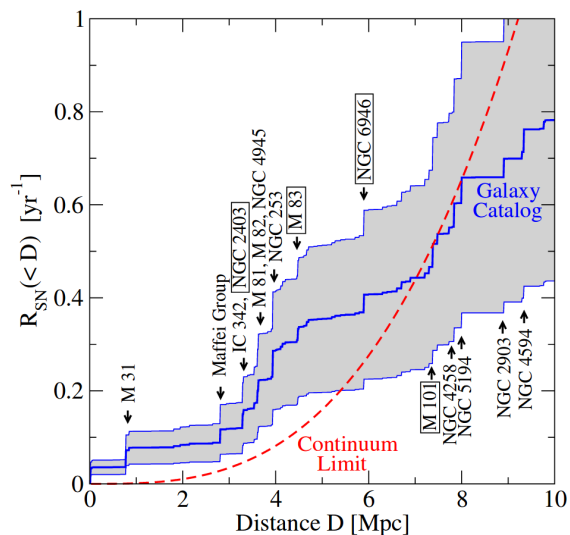


Abbildung 4.4: Kernkollaps-Supernovaratte nach [65] in Abhängigkeit von der Distanz. Die Treppenfunktion stammen durch die jeweiligen Beiträge der Sternbildungsrate der Galaxien aus dem Katalog von [66]. Der graue Bereich gibt den Fehlerbereich wieder. Einige wichtige Galaxien sind namentlich eingetragen und Galaxien mit einer besonders hohen optischen Supernovaratte sind umrahmt. Die rote Linie ist das Kontinuumlimit berechnet anhand der Sternbildungsrate von [67]

Kapitel 5

Zusammenfassung und Diskussion

Wir haben in dieser Arbeit das Potential eines Flüssigszintillatordetektors mit einer Referenzmasse von 20 kton namentlich JUNO und zweier Wasser-Tscherenkowdetektoren mit einer Referenzmasse von jeweils 22,5 kton und 380 kton, namentlich Super-Kamiokande und Hyper-Kamiokande, bestimmt, Neutrinomassen anhand der Flugzeitdifferenz zu Gravitationswellen zu messen. Dabei haben wir uns auf markante Strukturen im Neutrinosignal mit kurzen charakteristischen Zeiten konzentriert, also den anfänglichen Elektroneneutrinoblitz sowie das spontane Abschneiden des Neutrinosignals beim Kollaps zu einem schwarzen Loch während der Akkretionsphase. Wir haben besonders in letzterem Fall einige vereinfachende Annahmen getätigt. Zunächst haben wir angenommen, dass sich das Neutrinosignal kurz vor dem Kollaps nicht deutlich von dem einer erfolgreichen Supernova unterscheidet und nur durch die stärkere Gravitation abgeschwächt wird. Zusätzlich haben wir eine Detektoreffizienz von 100% verwendet und sind davon ausgegangen, dass die gemessenen Neutrinos der jeweiligen mittleren Energie entsprechen und die Energie für alle Interaktionen mit einer Effizienz von 100% perfekt detektiert werden kann. Insbesondere letzteres ist in der Praxis jedoch für die NC Streuprozesse kompliziert [23]. Des Weiteren haben wir eine fehlerfreie Distanzmessung angenommen, womit wir einen in der Praxis meist großen Fehler ignoriert haben. Für den Neutrinoblitz haben wir eine natürliche Breite von 10 ms angenommen und diese als Ungenauigkeit in der Flugzeitdifferenzmessung benutzt, während wir für den Kollaps eine Ungenauigkeit von 1 ms angenommen haben, die zusätzlich mit der Detektorrate skaliert. Nach dem simulierten Gravitationswellensignal von Ott et al. [59] in Abbildung 4.1 scheint dies eine sinnvolle Abschätzung zu sein. Durch Berechnung der jeweiligen Detektorraten unter Einbeziehung des inversen Beta-Zerfalls, der Streuung an Elektronen und (für JUNO) der Streuung an Protonen erhalten wir die in Tabellen 4.2 und 4.3 zusammengefassten Ergebnisse jeweils einmal unter Einbeziehung von Neutrinooszillationen im Vakuum und ohne Oszillationen. Im optimalen Fall, unter der Annahme von Oszillationen im Vakuum, finden wir, dass Hyper-Kamiokande Massen bis zu einer unteren Grenze von 0,81 eV anhand des Neutrinoblitzes bzw. 0,36 eV im Fall einer fehlgeschlagenen Supernova messen könnte. Wir wollen nun etwas genauer auf die Qualität unserer Untersuchung eingehen. Dazu vergleichen wir unsere berechneten

Detektorraten im Vergleich	Unser Ergebnis		Lu et al.		Abe et al.	
	Keine Osz.	Osz.	Keine Osz.	Osz.	Keine Osz.	Osz.
JUNO	6683	8461	6465	6669	-	-
SK	4978	6804	-	-	4997	5797

Tabelle 5.1: Erwartungswerte der von einer Supernova insgesamt detektierten Neutrinos anhand unserer Berechnungen im Vergleich zu Lu et al. und Abe et al.. Es wurden jeweils nur die von uns miteinbezogenen Interaktionskanäle gezählt. Weiterhin entspricht der Oszillationsfall bei Lu und Abe jeweils dem Fall normaler Hierarchie.

Detektorraten mit denen von Lu et al. [23] für JUNO und von Abe et al. [68] für SK, indem wir die von Lu verwendeten Spektralparameter implementieren. Die jeweiligen Werte sind in Tabelle 5.1 zu sehen. Dabei haben wir jeweils nur die von uns miteinbezogenen Interaktionskanäle gezählt. Es fällt auf, dass unsere Berechnungen unter Vernachlässigung der Neutrinooszillation in sehr guter Übereinstimmung mit den von [23] und [68] berechneten Werten stehen, während sie unter Einbeziehung der Oszillation deutlich abweichen. Dies liegt höchstwahrscheinlich daran, dass Lu und Abe die Oszillation nicht wie wir nur als Vakuum-Oszillation genähert haben, sondern auch Effekte durch Interaktion mit der stellaren Materie¹ miteinbezogen haben. Die Vereinfachung durch Vakuum-Oszillationen scheint demnach kein fundiertes Bild zu liefern! Wie in Abbildung 4.3 sowie Tabellen 4.3 und 4.2 zu sehen ist, sind die Unterschiede zwischen keiner Oszillation und Oszillation im Vakuum für die Massenbestimmung allerdings erst bei großen Distanzen relevant, sodass wir davon ausgehen können, dass unsere Abschätzung dennoch ein sinnvolles Bild liefert. Eine Ausnahme könnte der Neutrinoblitzz darstellen. Serpico et al. [69] merkten an, dass im Fall invertierter Massenhierarchie der an der Erde ankommende Elektronneutrinoblitzz für den inzwischen bestätigten Fall eines großen dritten Mischungswinkels $\sin^2 \theta_{13} \gtrsim 10^{-3}$ dem ursprünglichen ν_x Fluss entspricht und umgekehrt. Aufgrund der Flavorabhängigkeit der Streuung an Elektronen² und der großen Differenz zwischen $L_{\nu_e} \approx 4 \cdot 10^{53}$ erg/s und $L_{\nu_x} \approx 0$ würde dies für große Unterschiede im gemessenen Neutrinosignal sorgen. Bei einer vollständigen Umwandlung haben wir berechnet, dass beispielsweise der Erwartungswert an detektierten Neutrinos des Blitzes einer 10 kpc entfernten SN für SK unter 1 fallen würde. Damit könnte die gemessene Leuchtkraft des Neutrinoblitzes also ebenfalls zur Bestimmung der Hierarchie verwendet werden. Im Fall des Kollapses zu einem schwarzen Loch sollten solche Einflüsse durch die Oszillation deutlich geringer sein, da in unserem Modell etwa gleich viel Energie in $\bar{\nu}_e$ und $\bar{\nu}_\mu$ und $\bar{\nu}_\tau$ ausgesendet wird. Selbstverständlich müssen diese Effekte für eine genaue Bestimmung der Masse dennoch miteinbezogen werden! Mit den von Lu und Abe bestimmten Detektorraten skalieren natürlich auch die im letzten Abschnitt angegebenen Reichweiten der Detektoren weiter nach unten. Damit würde eine extragalaktische Messung nach unserer Methode noch schwieriger. Ein weiterer Effekt, den wir vernachlässigt haben, ist ein möglicherweise anderes Neutrinosignal

¹wie den Michejew-Smirnow-Wolfenstein-Effekt kurz MSW-Effekt

²Elektronneutrinos können sowohl über NC als auch CC Interaktionen elastisch an Elektronen streuen. Andere Flavours können dies nur über NC Interaktionen.

kurz vor dem Kollaps. In [25] steigt die mittlere Neutrinoenergie kurz vor dem Kollaps auf ~ 20 MeV bis ~ 25 MeV an. Ähnliches zeigte sich schon in [70]. Ein derartiger Anstieg der mittleren Energie ist aufgrund der vermuteten starken Akkretionsrate plausibel. Wir hätten allerdings erwartet, dass der Einfluss der Gravitation hier mehr zum Tragen kommt und zumindest kurz vor dem Kollaps, wenn die Neutrinosphäre bei kleinen Radien ist, die mittlere Energie wieder herabsetzt. Auch die Leuchtkraft der Neutrinos kann nach [25] und [70] in der Größenordnung von $\sim 10^{53}$ erg/s liegen. In beiden Fällen würde sich der Erwartungswert der jeweiligen Detektorraten deutlich erhöhen. Allerdings würde der Anstieg der mittleren Energie die bestimmbare Masse weiter nach oben verschieben. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die untere messbare Massengrenze im Limit hoher Detektorraten proportional zur Neutrinoenergie ist. Im Limit niedriger Detektorraten, wenn diese die zeitliche Ungenauigkeit bestimmen, ist die Messung relativ unabhängig von der mittleren Neutrinoenergie, da $\sigma_t \approx 1/R \propto 1/E^2$, womit nach (4.8) die Masse unabhängig von $\langle E_\nu \rangle$ wird. Insgesamt verändert sich in einem solchen Fall die maximale Genauigkeit nach unseren Berechnungen aber nur auf ca. 0.5 eV für HK. In einer Distanz von 10 kpc könnten alle drei Detektoren in diesem Fall Massen bis auf 1 eV bestimmen. Des Weiteren sei angemerkt, dass die Fehler von 10 ms und 1 ms durch Annahme bestimmter Modelle weiter herabgesetzt werden könnten bzw. im Fall des Neutrinoblitzes durch eine Messung mit einer relativ hohen Detektorrate möglicherweise genauer bestimmt werden kann. Auch haben wir bei SK und HK die Referenzmassen von 22.5 kton und 380 kton verwendet, während häufig auch die komplette Wassermasse von 32 kton und 520 kton für Supernovaneutrinos verwendet wird wie z.B. in [21] oder [25]. In diesem Fall skalieren die Detektorraten linear. Da wir jedoch eine möglichst konservative Schätzung erzielen wollten, haben wir die angegebenen Referenzmassen genutzt. Zu guter Letzt wollen wir noch anmerken, dass die Näherung der Metrik oberhalb des Sterns als Schwarzschildmetrik eine sehr starke Vereinfachung ist. Die Annahme, dass die Neutrinos in einem Radius von 10 km emittiert werden, ist ebenfalls nur eine Schätzung. Schon kleinere Abweichungen können einen großen Einfluss auf die gemessene Neutrinoenergie haben. Möglicherweise haben wir hier den Radius zu klein abgeschätzt.

Abschließend bleibt festzustellen, dass mit heutigen und geplanten Detektoren eine Bestimmung der Neutrinomassen anhand einer fehlgeschlagenen Supernova von unter 1 eV wahrscheinlich ist und bis unter 0,5 eV möglich zu sein scheint. Insbesondere, da wir davon ausgehen, dass genaue Simulationen die zeitliche Korrelation zwischen Neutrinosignal und Gravitationswellensignal von 1 ms noch weiter herabsenken könnten. Voraussetzung dafür ist, dass die Distanz mit hoher Genauigkeit bestimmt werden kann und die Supernova sich nahe der optimalen Distanz befindet. Damit wäre eine weitere unabhängige Messung neben der von KATRIN angepeilten Genauigkeit von 0,2 eV [71] sowie der kosmologischen Grenze möglich.

Danksagung

Ich möchte mich vielmals bei den Herren Prof. Dr. Dr. h.c. Manfred Lindner und Dr. Rasmus Sloth Lundkvist für die gute Betreuung während dieser Arbeit bedanken. Ebenfalls gilt mein Dank dem Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg. Hier wurde mir die Möglichkeit gegeben nicht nur meine Bachelorarbeit zu schreiben, sondern auch noch ein vorhergehendes Projektpraktikum durchzuführen.

Natürlich möchte ich mich zu guter Letzt auch noch bei meiner Familie und meinen Freunden für die Unterstützung in meinem bisherigen Studium bedanken.

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 22. Februar 2018,

Literatur

- [1] W. David Arnett und Jonathan L. Rosner. „Neutrino mass limits from SN1987A“. In: *Phys. Rev. Lett.* 58 (18 Mai 1987), S. 1906–1909. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1906. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.58.1906>.
- [2] Thomas J. Loredo und Don Q. Lamb. „Bayesian analysis of neutrinos observed from supernova SN-1987A“. In: *Phys. Rev.* D65 (2002), S. 063002. DOI: 10.1103/PhysRevD.65.063002. arXiv: astro-ph/0107260 [astro-ph].
- [3] K. Zuber. *Neutrino Physics*. IOP Publishing Ltd, 2004.
- [4] C.W. Kim C. Giunti. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 2007. ISBN: 978-0-19-850871-7.
- [5] B. Povh; K. Rith; C. Scholz; F.Zetsche; W. Rodejohann. *Teilchen und Kerne. Eine Einführung in die physikalischen Konzepte*. 9. Aufl. Berlin, Heidelberg: Springer Spektrum, 2014. ISBN: 978-364-23782-2-5.
- [6] F. Reines u. a. „Detection of the Free Antineutrino“. In: *Phys. Rev.* 117 (1 Jan. 1960), S. 159–173. DOI: 10.1103/PhysRev.117.159. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.117.159>.
- [7] H. -Th. Janka. „Neutrino Emission from Supernovae“. In: (Feb. 2017). eprint: arXiv: 1702.08713[astro-ph.HE].
- [8] Alessandro Strumia und Francesco Vissani. „Precise quasielastic neutrino/nucleon cross-section“. In: *Phys. Lett.* B564 (2003), S. 42–54. DOI: 10.1016/S0370-2693(03)00616-6. arXiv: astro-ph/0302055 [astro-ph].
- [9] John F. Beacom, Will M. Farr und Petr Vogel. „Detection of supernova neutrinos by neutrino proton elastic scattering“. In: *Phys. Rev.* D66 (2002), S. 033001. DOI: 10.1103/PhysRevD.66.033001. arXiv: hep-ph/0205220 [hep-ph].
- [10] M. Goldhaber, L. Grodzins und A. W. Sunyar. „Helicity of Neutrinos“. In: *Phys. Rev.* 109 (3 Feb. 1958), S. 1015–1017. DOI: 10.1103/PhysRev.109.1015. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.109.1015>.
- [11] T. Kajita. „Discovery of Atmospheric Neutrino Oscillations. Nobel Lecture“. In: (Dez. 2015).
- [12] B. Pontecorvo. „Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge“. In: *Sov. Phys. JETP* 7 (1958). [Zh. Eksp. Teor. Fiz.34,247(1957)], S. 172–173.

- [13] Ziro Maki, Masami Nakagawa und Shoichi Sakata. „Remarks on the Unified Model of Elementary Particles“. In: *Progress of Theoretical Physics* 28.5 (1962), S. 870–880. DOI: 10.1143/PTP.28.870. eprint: /oup/backfile/content_public/journal/ptp/28/5/10.1143/ptp.28.870/2/28-5-870.pdf. URL: +%20http://dx.doi.org/10.1143/PTP.28.870.
- [14] N. Yu. Agafonova u. a. „Measurement of the velocity of neutrinos from the CNGS beam with the Large Volume Detector“. In: *Phys. Rev. Lett.* 109 (2012), S. 070801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.109.070801. arXiv: 1208.1392 [hep-ex].
- [15] Particle Data Group C.Patrignani. „leptons“. In: *Chin. Phys. C.40 100001 (2016)* (). URL: <http://pdg.lbl.gov/2016/tables/rpp2016-sum-leptons.pdf>.
- [16] Particle Data Group C.Patrignani et al. „Sum of Neutrino Masses“. In: *Chin. Phys. C.40 100001 (2016)* (). URL: <http://pdg.lbl.gov/2017/mobile/reviews/pdf/rpp2016-rev-sum-neutrino-masses-m.pdf>.
- [17] Y. Ashie u. a. „A Measurement of atmospheric neutrino oscillation parameters by SUPER-KAMIOKANDE I“. In: *Phys. Rev. D* 71 (2005), S. 112005. DOI: 10.1103/PhysRevD.71.112005. arXiv: hep-ex/0501064 [hep-ex].
- [18] Y. Fukuda u. a. „The Super-Kamiokande detector“. In: *Nucl. Instrum. Meth. A* 501 (2003), S. 418–462. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)00425-X.
- [19] K. Abe u. a. „Solar Neutrino Measurements in Super-Kamiokande-IV“. In: *Phys. Rev. D* 94.5 (2016), S. 052010. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.052010. arXiv: 1606.07538 [hep-ex].
- [20] Masashi Yokoyama. „The Hyper-Kamiokande Experiment“. In: *Proceedings, Prospects in Neutrino Physics (NuPhys2016): London, UK, December 12-14, 2016*. 2017. arXiv: 1705.00306 [hep-ex]. URL: <https://inspirehep.net/record/1597405/files/arXiv:1705.00306.pdf>.
- [21] Alessandro Mirizzi u. a. „Supernova Neutrinos: Production, Oscillations and Detection“. In: *Riv. Nuovo Cim.* 39.1-2 (2016), S. 1–112. DOI: 10.1393/ncr/i2016-10120-8. arXiv: 1508.00785 [astro-ph.HE].
- [22] Zelimir Djurcic u. a. „JUNO Conceptual Design Report“. In: (2015). arXiv: 1508.07166 [physics.ins-det].
- [23] Jia-Shu Lu, Yu-Feng Li und Shun Zhou. „Getting the most from the detection of Galactic supernova neutrinos in future large liquid-scintillator detectors“. In: *Phys. Rev. D* 94.2 (2016), S. 023006. DOI: 10.1103/PhysRevD.94.023006. arXiv: 1605.07803 [hep-ph].
- [24] Junji Jia, Yaoguang Wang und Shun Zhou. „On the Possibility to Determine Neutrino Mass Hierarchy via Supernova Neutrinos with Short-Time Characteristics“. In: (2017). arXiv: 1709.09453 [hep-ph].

- [25] Vedran Brdar, Manfred Lindner und Xun-Jie Xu. „Supernova Neutrino Neutrino Astronomy“. In: (2018). arXiv: 1802.02577 [hep-ph].
- [26] A. Hanslmeier. *Einführung in die Astronomie und Astrophysik*. 3. Aufl. Springer Spektrum, 2014. ISBN: 978-3-642-37699-3. DOI: 10.1007/978-3-642-37700-6.
- [27] S. Chandrasekhar. „On Stars their Evolution and their Stability - Nobel lecture“. In: (Dez. 1983).
- [28] S. A. Teukolsky S. L. Shapiro. *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars. The Physics of compact Objects*. John Wiley & Sons, Inc., 1983. ISBN: 0-471-87317-9.
- [29] F. Schwabl. *Statistische Mechanik*. 3. Aufl. Springer, 2006. ISBN: 3-540-31095-9.
- [30] S. Chandrasekhar. „The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs“. In: *Apj* 74 (Juli 1931), S. 81. DOI: 10.1086/143324.
- [31] Clifford E. Rhoades und Remo Ruffini. „Maximum Mass of a Neutron Star“. In: *Phys. Rev. Lett.* 32 (6 Feb. 1974), S. 324–327. DOI: 10.1103/PhysRevLett.32.324. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.32.324>.
- [32] Ben Margalit und Brian D. Metzger. „Constraining the Maximum Mass of Neutron Stars from Multi-messenger Observations of GW170817“. In: *The Astrophysical Journal Letters* 850.2 (2017), S. L19. URL: <http://stacks.iop.org/2041-8205/850/i=2/a=L19>.
- [33] N. Chamel u. a. „On the Maximum Mass of Neutron Stars“. In: *Int. J. Mod. Phys. E22* (2013), S. 1330018. DOI: 10.1142/S021830131330018X. arXiv: 1307.3995 [astro-ph.HE].
- [34] Richard C. Tolman. „Static Solutions of Einstein’s Field Equations for Spheres of Fluid“. In: *Phys. Rev.* 55 (4 Feb. 1939), S. 364–373. DOI: 10.1103/PhysRev.55.364. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.364>.
- [35] J. R. Oppenheimer und G. M. Volkoff. „On Massive Neutron Cores“. In: *Phys. Rev.* 55 (4 Feb. 1939), S. 374–381. DOI: 10.1103/PhysRev.55.374. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.55.374>.
- [36] Hans-Thomas Janka. „Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae“. In: *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 62 (2012), S. 407–451. DOI: 10.1146/annurev-nucl-102711-094901. arXiv: 1206.2503 [astro-ph.SR].
- [37] H.-Th. Janka. *Supernovae und kosmische Gammablitze. Ursachen und Folgen von Sternexplosionen*. Heidelberg, 2011. ISBN: 978-3-8274-2072-5.
- [38] H.-Th. Janka. „Neutrino-driven Explosions“. In: (Feb. 2017). eprint: arXiv:1702.08825 [astro-ph.HE].
- [39] H. A. Bethe und J. R. Wilson. „Revival of a stalled supernova shock by neutrino heating“. In: *The Astrophysical Journal* 295 (Aug. 1985), S. 14–23. DOI: 10.1086/163343.

- [40] H.-Th. Janka. „Core-Collapse Supernovae: Reflections and Directions“. In: (2012). eprint: [arXiv:1211.1378](https://arxiv.org/abs/1211.1378) [astro-ph.SR].
- [41] B. Müller. „The Status of Multi-Dimensional Core-Collapse Supernova Models“. In: *Publ. Astron. Soc. Austral.* 33 (2016), e048. DOI: 10.1017/pasa.2016.40. arXiv: 1608.03274 [astro-ph.SR].
- [42] John M. Blondin, Anthony Mezzacappa und Christine DeMarino. „Stability of standing accretion shocks, with an eye toward core collapse supernovae“. In: *Astrophys. J.* 584 (2003), S. 971–980. DOI: 10.1086/345812. arXiv: astro-ph/0210634 [astro-ph].
- [43] S. M. Adams u. a. „The search for failed supernovae with the Large Binocular Telescope: constraints from 7 yr of data“. In: *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 469.2 (2017), S. 1445–1455. DOI: 10.1093/mnras/stx898. arXiv: 1610.02402 [astro-ph.SR].
- [44] Akihiro Suzuki und Keiichi Maeda. „Constraining the final fates of massive stars by oxygen and iron enrichment history in the Galaxy“. In: *Astrophys. J.* 852.2 (2018), S. 101. DOI: 10.3847/1538-4357/aaa024. arXiv: 1712.02013 [astro-ph.HE].
- [45] Irene Tamborra u. a. „Neutrino emission characteristics and detection opportunities based on three-dimensional supernova simulations“. In: *Phys. Rev.* D90.4 (2014), S. 045032. DOI: 10.1103/PhysRevD.90.045032. arXiv: 1406.0006 [astro-ph.SR].
- [46] Mathias Th. Keil, Georg G. Raffelt und Hans-Thomas Janka. „Monte Carlo study of supernova neutrino spectra formation“. In: *Astrophys. J.* 590 (2003), S. 971–991. DOI: 10.1086/375130. arXiv: astro-ph/0208035 [astro-ph].
- [47] Irene Tamborra u. a. „High-resolution supernova neutrino spectra represented by a simple fit“. In: *Phys. Rev.* D86 (2012), S. 125031. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.125031. arXiv: 1211.3920 [astro-ph.SR].
- [48] Pasquale D. Serpico u. a. „Probing the neutrino mass hierarchy with the rise time of a supernova burst“. In: *Phys. Rev. D* 85 (8 Apr. 2012), S. 085031. DOI: 10.1103/PhysRevD.85.085031. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.85.085031>.
- [49] Sean M. Carroll. „Lecture notes on general relativity“. In: (1997). arXiv: [gr-qc/9712019](https://arxiv.org/abs/gr-qc/9712019) [gr-qc].
- [50] C. J. Moore, R. H. Cole und C. P. L. Berry. „Gravitational-wave sensitivity curves“. In: *Class. Quant. Grav.* 32.1 (2015), S. 015014. DOI: 10.1088/0264-9381/32/1/015014. arXiv: 1408.0740 [gr-qc].
- [51] C. D. Ott u. a. „Correlated Gravitational Wave and Neutrino Signals from General-Relativistic Rapidly Rotating Iron Core Collapse“. In: *Phys. Rev.* D86 (2012), S. 024026. DOI: 10.1103/PhysRevD.86.024026. arXiv: 1204.0512 [astro-ph.HE].
- [52] D.A. Green; F.R. Stephenson. „The Historical Supernovae“. In: (Jan. 2003). eprint: [arXiv:astro-ph/0301603](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0301603).

- [53] D. H. Clark, P. J. Andrews und R. C. Smith. „Are we overdue for a galactic supernova?“ In: *The Observatory* 101 (Dez. 1981), S. 203–205.
- [54] Claude-Andre Faucher-Giguere und Victoria M. Kaspi. „Birth and evolution of isolated radio pulsars“. In: *Astrophys. J.* 643 (2006), S. 332–355. DOI: 10.1086/501516. arXiv: astro-ph/0512585 [astro-ph].
- [55] P. M. Dragicevich, D. G. Blair und R. R. Burman. „Why are supernovae in our Galaxy so frequent?“ In: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 302.4 (1999), S. 693–699. ISSN: 1365-2966. DOI: 10.1046/j.1365-8711.1999.02145.x. URL: <http://dx.doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02145.x>.
- [56] Scott M. Adams u. a. „Observing the Next Galactic Supernova“. In: *The Astrophysical Journal* 778.2 (2013), S. 164. URL: <http://stacks.iop.org/0004-637X/778/i=2/a=164>.
- [57] Stephen P. Reynolds u. a. „The Youngest Galactic Supernova Remnant: G1.9+0.3“. In: *Astrophys. J.* 680 (2008), S. L41. DOI: 10.1086/589570. arXiv: 0803.1487 [astro-ph].
- [58] B. P. Abbott u. a. „Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger“. In: *Phys. Rev. Lett.* 116.6 (2016), S. 061102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.116.061102. arXiv: 1602.03837 [gr-qc].
- [59] C. D. Ott u. a. „Dynamics and Gravitational Wave Signature of Collapsar Formation“. In: *Phys. Rev. Lett.* 106 (16 Apr. 2011), S. 161103. DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.161103. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.161103>.
- [60] John F. Beacom, R. N. Boyd und A. Mezzacappa. „Black hole formation in core collapse supernovae and time-of-flight measurements of the neutrino masses“. In: *Phys. Rev. D* 63 (2001), S. 073011. DOI: 10.1103/PhysRevD.63.073011. arXiv: astro-ph/0010398 [astro-ph].
- [61] Bernard Schutz. *A first course in general relativity; 2nd ed.* Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2009. URL: <https://cds.cern.ch/record/1186229>.
- [62] T. Fischer u. a. „The neutrino signal from protoneutron star accretion and black hole formation“. In: *Astron. Astrophys.* 499 (2009), S. 1. DOI: 10.1051/0004-6361/200811055. arXiv: 0809.5129 [astro-ph].
- [63] Evan O’Connor und Christian D. Ott. „Black Hole Formation in Failing Core-Collapse Supernovae“. In: *Astrophys. J.* 730 (2011), S. 70. DOI: 10.1088/0004-637X/730/2/70. arXiv: 1010.5550 [astro-ph.HE].
- [64] Benjamin P. Abbott u. a. „Exploring the Sensitivity of Next Generation Gravitational Wave Detectors“. In: *Class. Quant. Grav.* 34.4 (2017), S. 044001. DOI: 10.1088/1361-6382/aa51f4. arXiv: 1607.08697 [astro-ph.IM].

- [65] Shin'ichiro Ando, John F. Beacom und Hasan Yüksel. „Detection of Neutrinos from Supernovae in Nearby Galaxies“. In: *Phys. Rev. Lett.* 95 (17 Okt. 2005), S. 171101. DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.171101. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.95.171101>.
- [66] Igor D. Karachentsev u. a. „A Catalog of Neighboring Galaxies“. In: *Astron. J.* 127 (2004), S. 2031. DOI: 10.1086/382905.
- [67] David Schiminovich u. a. „The GALEX-VVDS measurement of the evolution of the far-ultraviolet luminosity density and the cosmic star formation rate“. In: *Astrophys. J.* 619 (2005), S. L47. DOI: 10.1086/427077. arXiv: astro-ph/0411424 [astro-ph].
- [68] K. Abe u. a. „Real-Time Supernova Neutrino Burst Monitor at Super-Kamiokande“. In: *Astropart. Phys.* 81 (2016), S. 39–48. DOI: 10.1016/j.astropartphys.2016.04.003. arXiv: 1601.04778 [astro-ph.HE].
- [69] Pasquale D. Serpico u. a. „Probing the neutrino mass hierarchy with the rise time of a supernova burst“. In: *Phys. Rev.* D85 (2012), S. 085031. DOI: 10.1103/PhysRevD.85.085031. arXiv: 1111.4483 [astro-ph.SR].
- [70] Kuo-Chuan Pan u. a. „Equation of State Dependent Dynamics and Multimessenger Signals from Stellar-mass Black Hole Formation“. In: (2017). arXiv: 1710.01690 [astro-ph.HE].
- [71] J. Wolf. „The KATRIN Neutrino Mass Experiment“. In: *Nucl. Instrum. Meth.* A623 (2010), S. 442–444. DOI: 10.1016/j.nima.2010.03.030. arXiv: 0810.3281 [physics.ins-det].