Laudatio auf Jacques Tits
von F. Hirzebruch

Jacques Tits übernahm, von Brüssel kommend, 1964 einen Lehrstuhl in Bonn. Er war schon damals ein berühmter Geometer und Gruppentheoretiker. Er hatte die mehrfach transitiven Permutationsgruppen, darunter die Mathieuschen Gruppen, nach einheitlichen geometrischen Gesichtspunkten klassifiziert. Er hatte viele Resultate über Liesche Gruppen und die zugehörigen homogenen Räume, auf denen diese Gruppen operieren, erhalten und zum Beispiel bewiesen, daß die kompakten komplexen homogenen Mannigfaltigkeiten über rationalen Varietäten fasern. Er ordnete den Lieschen Gruppen und verwandten Gruppen arithmetischer Natur geometrische Systeme zu, die dann zu seinen berühmten Gebäuden führten. Betrachten wir im einfachsten Fall eine projektive Ebene. Die Punkte und Geraden sind die fundamentalen geometrischen Objekte. Diese zusammen nehmen wir nun als Eckpunkte eines simplizialen Komplexes, in dem wir zwei Eckpunkte durch eine Strecke verbinden, wenn der eine ein Punkt und der andere eine Gerade ist und der Punkt auf der Geraden liegt. Die projektive Ebene über dem Körper mit 2 Elementen hat 7 Punkte und 7 Geraden; dies führt zu einem Tits-Gebäude mit 14 Eckpunkten. Jeder ist mit 3 anderen verbunden, weil auf jeder Geraden 3 Punkte liegen und durch jeden Punkt 3 Geraden gehen. Bei einer einfachen Lieschen Gruppe vom Range l oder ihrem Analogon über einen Körper hat man nach Tits geometrische Objekte von l verschiedenen Sorten, deren Inzidenzstrukturen durch ein Gebäude beschrieben werden. In der höher-dimensionalen projektiven Geometrie handelt es sich bei diesen Objekten um Punkte, Geraden, Ebenen usw. Nach Tits bestimmt das Gebäude für $l \geqq 3$ die Ausgangsgruppe und den zugrundegelegten Körper, was viele klassische Sätze verallgemeinert.

Wenn die Gruppe über einem p-adischen Körper erklärt ist, dann können in ähnlicher Weise Gebäude definiert werden; das sind aber im Gegensatz zu vorhin zusammenziehbare Räume, z. B. Bäume. Sie können die Rolle der aus der Differentialgeometrie bekannten symmetrischen Räume übernehmen, und Beweismethoden von E. Cartan können umgearbeitet und in der Arithmetik verwandt werden. Mit diesen Ergebnissen haben wir schon längst die Bonner Zeit erreicht. Ich erwähne die Arbeit von F. Bruhat und J. Tits, Groupes réductifs sur un corps local, Publications Mathématiques IHES 41 (1972), 005-251. Sie hat 250 Seiten, was demonstriert, daß meine Ausführungen nur sehr oberflächlich sein können. Ein wichtiger Satz in dieser Arbeit ist der bekannte Fixpunktsatz, mit dessen Hilfe die kompakten Untergruppen klassifiziert werden. Ich zeige einen Auszug aus dem Vortrag von Jacques Tits auf dem Internationalen Mathematiker Kongreß 1974 in Vancouver.

(2) Let $G = \mathrm{SL}_3(\boldsymbol{F}_2)$ and let G_1 (resp. G_2) be the subgroup of all matrices $((g_{ij}))$ with $g_{21} = g_{31} = 0$ (resp. $g_{31} = g_{32} = 0$). If C is a one-simplex to the vertices of which we attach G_1 and G_2, the resulting complex is the graph of Figure 1, which is also obtained as follows: Its vertices are the points and lines of the projective plane over $\boldsymbol{F}_2$ and its edges join the pairs forming a flag (point + line through it).

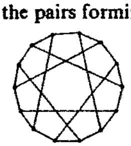

FIGURE 1

(3) More generally, let k be a division ring and $G = \mathrm{SL}_n(k)$. If we take for C an $(n-1)$-simplex to the kth vertex of which we attach the group $\{((g_{ij})) \in G \mid g_{ij} = 0$ for $i > k \geqq j\}$, we get the "flag complex" of the $(n-1)$-dimensional projective space Π over k, i.e., the complex whose vertices are the proper linear subspaces of Π and whose simplices are the flags of Π.

(4) Let k be a field with a discrete valuation whose residue field is $\boldsymbol{F}_2$, $\mathfrak{o}$ the ring of

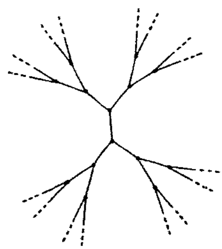

FIGURE 2

integers and π a uniformizing. Let $G = \mathrm{SL}_2(k)$. If we attach to the two vertices of a one-simplex C the subgroups $\mathrm{SL}_2(\mathfrak{o})$ and

$$G \cap \begin{pmatrix} \mathfrak{o} & \pi^{-1}\mathfrak{o} \\ \pi\mathfrak{o} & \mathfrak{o} \end{pmatrix}$$

we obtain a "homogeneous tree" whose vertices have order 3 (Figure 2).

Natürlich flossen Forschungsarbeiten von Tits in die Lehre in Bonn ein, seine Vorlesungen und Seminare waren stets ein Erlebnis, seine breiten Kenntnisse in der gesamten Mathematik, seine Einsicht in die Zusammenhänge machten ihn zu einem idealen Kolloquiumschef, der stets eine interessante Diskussion in Gang setzte, die er in seiner für ihn so charakteristischen charmanten und humorvollen Weise leitete. In der Bonner Unterreihe der Lecture Notes in Mathematics erschienen zwei Bände, 1967 die Tabellen zu den einfachen Lieschen Gruppen und ihren Darstellungen, wo er seine persönlichen Freunde, die Lieschen Gruppen, die wohl nur er so genau kannte, vorstellte. Entstanden waren diese Tabellen im Anschluß an das Seminar des Sommersemesters 1966, das gemeinsam mit theoretischen Physikern über mathematische Grundlagen der Feldtheorie durchgeführt wurde. Der zweite Band „Buildings of Spherical Type and finite BN-pairs" erschien 1974 am Ende seiner Bonner Zeit. Er verließ uns nach 10 Jahren, um einen Lehrstuhl am Collège de France in Paris anzunehmen. Universität und Minister strichen den Lehrstuhl sofort in weiser Erkenntnis der Tatsache, daß es unmöglich war, für Tits einen Nachfolger zu finden. (Inzwischen haben wir den Lehrstuhl aber längst zurück.)

Was ist ein BN-Paar? In diesem Axiomen-System werden in phantastischer Weise Eigenschaften der Lieschen Gruppen und der Zellenzerlegungen ihrer homogenen Räume zusammengefaßt und in viel allgemeineren Zusammenhängen angewandt. Die Tits-Systeme können z. B. auch für endliche Gruppen studiert werden. Ich zeige einen Ausschnitt aus dem Buch von N. Bourbaki, Groupes et algèbres de Lie, Chapitres 4, 5 et 6, Paris 1968. (G steht für Gruppe, B für Borelsche Untergruppe, N für Normalisator und S für Menge von Spiegelungen).

Définition 1. — *On appelle système de Tits un quadruplet* (G, B, N, S), *où* G *est un groupe,* B *et* N *deux sous-groupes de* G *et* S *une partie de* $N/(B \cap N)$, *satisfaisant aux axiomes suivants :*

(T1) *L'ensemble* $B \cup N$ *engendre* G *et* $B \cap N$ *est un sous-groupe distingué de* N.

(T2) *L'ensemble* S *engendre le groupe* $W = N/(B \cap N)$ *et se compose d'éléments d'ordre* 2.

(T3) *On a* $sBw \subset BwB \cup BswB$ *pour* $s \in S$ *et* $w \in W$ (*).

(T4) *Pour tout* $s \in S$, *on a* $sBs \not\subset B$.

Le groupe $W = N/(B \cap N)$ est parfois appelé le *groupe de Weyl* du système de Tits (G, B, N, S).

Sätze

Wenn das Tits System gewisse Bedingungen erfüllt, dann ist die Gruppe G einfach.

(Wir erinnern uns aus den Algebra-Vorlesungen, daß es recht lästig sein kann, die Einfachheit einer Gruppe nachzuweisen.)

Die einzigen endlichen einfachen Gruppen mit einem Tits-System vom Range 3 sind die endlichen Chevalleyschen Gruppen und die zugehörigen getwisteten Gruppen.

(Das ist die in der Dr.-Urkunde erwähnte Charakterisierung der Gruppen vom Lie-Typ.)

Tits hat damit sehr viel zur Klassifikation aller endlichen einfachen Gruppen beigetragen, er hat die Struktur der Gruppen vom Lie-Typ geklärt und auch die Existenz gewisser getwisteter Gruppen mit seinen Methoden nachgewiesen.

Wie wir heute wissen, gibt es neben den Gruppen vom Lie-Typ genau 26 sporadische einfache Gruppen, z. B. die eingangs erwähnten Mathieuschen Gruppen, die man schon weit mehr als 100 Jahre kennt. Die anderen sporadischen Gruppen sind erst seit 10–20 Jahren bekannt. (Im Grundstudium-Kolloquium vom 17. Januar 1970 erwähnte Tits, daß zu Neujahr 18 Gruppen bekannt gewesen wären, es aber inzwischen 19 sein könnten). Tits hat sich auch den sporadischen Gruppen zugewandt, z. B. hat er die Gruppe von Janko-Hall behandelt. Sie erscheint bei ihm als Automorphismengruppe eines Graphen mit 100 Eckpunkten und 1800 Kanten. Er hat sie auch in manch anderer Weise studiert. Sein Humor verläßt ihn nie, und er weist darauf hin, daß die Ordnung der Janko-Hall-Gruppe, nämlich die Zahl 604 800, die Anzahl der Sekunden in einer Woche sei. So versteht man endlich, warum die Primzahl 7 hier vorkommt. Ich sollte 10 Minuten reden, habe sicher 11 gesprochen, das sind 660 Sekunden und das ist die Ordnung der einfachen Gruppe $PSL_2(F_{11})$ vom Lie-Typ.

Zum Schluß Jacques Tits herzlichen Dank für 10 Jahre mathematischer Forschung und Lehre in Bonn und auch für seine unermüdliche Tätigkeit im SFB „Theoretische Mathematik“, insbesondere als stellvertretender Sprecher dieses Sonderforschungsbereiches.