

Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Bachelorarbeit in Physik
vorgelegt von

Dieter Liebert

geboren in Stuttgart

2017

Optimierung eines kryogenischen monolithischen Hochfrequenzresonators für eine Paul-Falle

Diese Bachelorarbeit wurde angefertigt von Dieter Liebert am
Max Planck Institut für Kernphysik in Heidelberg
unter der Betreuung von
Priv.-Doz. Dr. José Ramón Crespo López-Urrutia

Optimierung eines kryogenischen monolithischen Hochfrequenzresonators für eine Paul-Falle

Der höchste Leistungsübertrag zwischen einer Spannungsquelle und einer Last findet statt, wenn der elektrische Innenwiderstand der Quelle und der Lastwiderstand übereinstimmen. Dazu wurde eine Impedanzanpassung für einen Hohlraumresonator vorgenommen und getestet, welcher als Paul-Falle zur Langzeitspeicherung von HCI's eingesetzt werden soll. Dies erforderte den Entwurf und die Fertigung einer drehbaren induktiven Einkopplung. Im Zustand der Impedanzanpassung wird das Aufwärmen der kryogenen Falle durch dielektrische Verluste unterdrückt. Die Anpassung wurde zunächst bei Raumtemperatur umgesetzt, wobei Reflexionen von -70 dB gemessen wurden. Bei 15 K betrug die Leerlaufgüte des Resonators 5753(4) und die Resonanzfrequenz 29,82(4) MHz. Dabei wurden im besten Versuch der Impedanzanpassung Reflexionen auf Resonanz von -25 dB bei 15 K ermittelt.

Optimisation of a cryogenic monolithic radio-frequency cavity for a Paul trap

The highest power transfer between a voltage source and a load takes place when the electrical internal resistance of the source and the load resistance match. For this purpose, an impedance matching for a cavity resonator was done and tested, which should be used as a Paul trap for the long-term storage of HCI's. This required the design and fabrication of a rotatable inductive coupling. In the state of impedance matching, the heating by dielectric losses of the cryogenic trap is suppressed. The matching was initially carried out at room temperature, where reflections of -70 dB had been measured. At 15 K, the idle running quality factor of the resonator was 5753(4) and the resonance frequency was 29.82(4) MHz. In the best attempt to match the impedance, reflections on resonance of -25 dB at 15 K were determined.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
2	Theoretische Grundlagen	7
2.1	Die lineare Paulfalle	7
2.2	Elektrische Schwingkreise	12
2.3	Hohlraumresonator	15
2.3.1	Ankopplung an Resonatoren	16
2.4	Impedanzanpassung	17
2.4.1	Anpassnetzwerke	20
2.4.2	Induktive Einkopplung	21
3	Der Quadrupol-Resonator	25
3.1	Anforderungen an das Resonator-Design	25
3.2	Funktionsweise des Quadrupol-Resonators	26
3.3	Aufbau des Quadrupol-Resonators	27
4	Charakterisierung des Quadrupol-Resonators	31
5	Impedanzanpassung des Quadrupol-Resonators	37
5.1	Drehbare Einkopplung	37
5.2	Anpassung bei Raumtemperatur	40
5.3	Anpassung bei tiefen Temperaturen	47
5.4	Einfluss von Vibrationen auf das Resonanzverhalten	56
6	Zusammenfassung und Ausblick	57
A	Technische Zeichnungen des drehbaren Einkoppeladapters	59
B	Impedanzangepasste Resonanz- und Reflexionskurven der zweiten Schleife	63

Abbildungsverzeichnis

2.1	Hyperbolische Elektroden und Sattelpunkt	8
2.2	Segmentierte Elektroden und axiale Potentialskizze	9
2.3	Stabilitätsdiagramm der linearen Paulfalle.	10
2.4	Pseudopotential Paul-Falle	11
2.5	Radiale Ionenbewegung in der Paul-Falle	12
2.6	Realer Schwingkreis und Ersatzschaltbilder.	13
2.7	Resonanzkurve eines Schwingkreises	14
2.8	Ortskurve eines Parallelschwingkreises	15
2.9	Ankopplungen an Resonatoren	17
2.10	Reflexionskurven unterschiedlicher Kopplungen	19
2.11	L-Netzwerk	20
2.12	Ersatzschaltbild des Resonators bei induktiver Einkopplung	21
2.13	Ortskurven unterschiedlicher Winkelstellungen	23
3.1	Schematische Darstellung von Hohlraumresonatoren als Schwingkreise	26
3.2	Hohlraumresonator	28
3.3	CAD-Modell des Resonators	29
3.4	Feldsimulationen	29
4.1	Skizze des Messaufbaus zur Aufnahme der Resonanzkurve	32
4.2	Leerlaufresonanzkurve des Quadrupol-Resonators	33
5.1	CAD-Modell des drehbaren Einkoppelaufsatzes	38
5.2	Magnetischen Flussdichtesimulation mit skizzierter Einkoppelschleife	39
5.3	Ortskurvenmessung unterschiedlicher Einkopplungen	41
5.4	Resonanzkurven unterschiedlicher Einkopplungen	42
5.5	Reflexionskurven unterschiedlicher Einkopplungen	43
5.6	Ortskurvenmessung der zweiten Schleife	45
5.7	Frequengang bis 40 MHz bei Anpassung	46

5.8	Skizze der Abkühlmessung. Die Temperatursensoren befinden sich an den mit X markierten Stellen. Die Durchführungen des Netzwerkanalysators zum Resonator sind durch punktierte Linien schematisch dargestellt.	47
5.9	Fotografie der Abkühlmessung. Die Vakuumkammer und die Hitzeschilde sind zur besseren Einsicht nicht montiert.	48
5.10	Resonatorgüte als Funktion der Temperatur	50
5.11	Ortskurven unterschiedlicher Winkelstellung bei 15 K	51
5.12	Reflexionskurve des Resonators bei 15 K.	52
5.13	Resonanzkurve des Resonators bei 15 K.	53
5.14	Ortskurven unterschiedlicher Temperatur.	54
5.15	Frequenzgang bis 40 MHz bei Anpassung und 12 K	55
5.16	Reflexionsspektrum bis 40 MHz bei Anpassung und 12 K	55
5.17	Resonanzkurve bei eingeschalteter Kryopumpe und 12 K	56
A.1	Technische Zeichnung des starren Einkoppeladapter	59
A.2	Technische Zeichnung des drehbaren Einkoppeladapter	60
A.3	Technische Zeichnung des Isolatos aus Teflon	61
B.1	Impedanzangepasste Resonanzkurve der zweiten Schleife	63
B.2	Impedanzangepasste Reflexionskurve der zweiten Schleife	64

Kapitel 1

Einleitung

Aus Untersuchungen zur Eigenschaften von Materie in großen und kleinen Dimensionen wurde in der Vergangenheit ein tieferes Verständnis für ablaufende Prozesse und Zusammenhänge in der Natur entwickelt. Physikalische Theorien fokussieren sich dabei meist auf einzelne Kanäle von Wechselwirkungen oder sind nur unter idealen Bedingungen gültig. Zum Test der Theorien werden Experimente aufgebaut, die diese Bedingungen herstellen und die Theorien anschließend bestätigen, verwerfen oder auf Gültigkeitsbereiche einschränken. Die wechselwirkungsfreie Isolation von der Umgebung ist im Quantenbereich jedoch umständlich zu erreichen, da es in der Natur von Quantenteilchen liegt statistische Verteilungen bezüglich ihrer Objekteigenschaften einzunehmen, was Ergebnisse von Messungen verzerrt und Speicherzeiten begrenzt. Um eine hohe Präzision bei laserspektroskopischen Messungen zu erreichen, ist überdies eine eingeschränkte Lokalisation mit geringer Eigenbewegung erforderlich. Dies kann für elektrisch geladene Partikel mit einer Paul-Falle und Laserkühlung erreicht werden. Zur Vermeidung von Wechselwirkungen mit Fremdatomen in der Falle wird zudem ein extrem hohes Vakuum benötigt, weshalb die Paul-Falle auf kryogene Temperaturen abgekühlt wird, sodass Restgase an kalten Oberflächen gebunden werden. Dies resultiert wiederum in längere Speicherzeiten.

Eine kryogene Paul-Falle wurde am Max-Planck Institut für Kernphysik bereits entwickelt [8]. Diese verwendet Elektroden gemäß der linearen Paul-Falle, da dieser Aufbau für Laser einfacher zugänglich ist. In der kryogenen Paul-Falle wurde bereits eine Speicherung und Kühlung hochgeladener Ionen (HCIs, englisch: *highly charged ions*) erreicht [10, 22]. Die Lokalisation der Partikel korreliert dabei stark mit der angelegten Spannung. Um momentan erreichbare Speicherzeiten hochgeladener Ionen zu erhöhen, wurde ein Prototyp eines Hohlraumresonators aus Kupfer mit einer Elektrodenstruktur gemäß der linearen Paul-Falle konstru-

iert. Aufgrund seines hohen Gütefaktors unterdrückt er das Heizen der Ionen in der Falle, sowie elektromagnetische Verluste von Teilchen aus der Falle durch die Stabilisierung der Fallenpotentiale [2]. Die Impedanzanpassung ist nötig, um die elektrische Eingangsleistung zur Erzeugung der zeitabhängigen Fallenpotentiale in der Paulfalle zu minimieren. Diese sorgt durch Verluste in den Zuleitungen zu einem Aufwärmen der kryogenen Fallenregion, wodurch das Vakuum in der Falle verschlechtert und damit die Lebensdauer der HCIs verringert werden.

HCIs sind dabei von Interesse, da sie den Großteil an sichtbarer baryonischer Materie im Universum ausmachen. Darüber hinaus sind sie wegen hochfrequenten optischen Übergängen Kandidaten für die Realisierung optischer Atomuhren mit gesteigerter Genauigkeit [23]. Weiterhin weisen sie eine hohe Sensitivität für potenzielle Änderungen der Sommerfeldschen Feinstrukturkonstanten α auf [24], was aufgrund astrophysikalischer Beobachtungen in Betracht gezogen wird [25]. Im Rahmen dieser Arbeit wird daher eine Impedanzanpassung für einen Resonatorprototypen vorgenommen, welcher letztlich als Paul-Falle betrieben werden soll. Die Arbeit beginnt mit einer Übersicht der wichtigsten theoretischen Grundlagen. Im Anschluss werden die Anforderungen an den Resonator und dessen Aufbau erläutert. Daraufhin folgt die Charakterisierung des Quadrupol-Resonators durch Messung und Berechnung seiner Kenngrößen. Die Impedanzanpassung bei Raumtemperatur und 15 K wird im letzten Kapitel behandelt. Dabei wird auch auf das Design der drehbaren induktiven Einkoppelschleife eingegangen, welche die Anpassung erst ermöglicht. Abschließend folgt eine Zusammenfassung mit Verbesserungsvorschlägen und einem Ausblick.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

Dieses Kapitel behandelt die grundlegenden theoretischen Konzepte der Arbeit. Zunächst wird auf die lineare Paul-Falle und die nötigen Grundlagen von Hohlraumresonatoren eingegangen. Im Anschluss werden elektrische Ersatzschaltungen eines Resonators vorgestellt, sowie Möglichkeiten besprochen die Gesamtimpedanz des Systems zu variieren, um diese beispielsweise an eine Spannungsquelle anzupassen.

2.1 Die lineare Paulfalle

Zur Untersuchung geladener Teilchen sind wohldefinierte Bedingungen, die eine Wechselwirkung mit der Umgebung verhindern, erforderlich. Dies wird im Vakuum einer Ionenfalle erreicht, indem das Teilchen in einem Potentialminimum gefangen wird, sodass es bei Auslenkung eine rücktreibende Kraft erfährt. Da nach dem Earnshaw Theorem im quellenfreien Raum kein statisches elektrisches oder magnetisches Feld realisierbar ist, welches Teilchen in einem stabilen Gleichgewicht hält (vgl. [3]), bietet die lineare Paul-Falle eine Möglichkeit dies in einem hochfrequenten, elektrischen Quadrupolfeld zu realisieren. Im Folgenden werden Grundlagen der linearen Paul-Falle nach [1] und [2] erläutert. Eine lineare Paul-Falle besteht aus vier hyperbolischen Elektroden, welche ein Quadrupolfeld erzeugen (siehe Abb. 2.1). Ein solches Potential kann durch

$$\Phi_{\text{QP}}(x, y, z, t) = \frac{\Phi_0(t)}{r_0^2}(ax^2 + by^2 + cz^2) \quad (2.1)$$

beschrieben werden, wobei r_0 für den Abstand der Elektroden zum Fallenzentrum steht und a, b, c Konstanten darstellen. Aufgrund der Quellenfreiheit ist das Potential durch die Laplace Gleichung $\Delta\Phi = 0$ definiert, woraus für die Konstanten

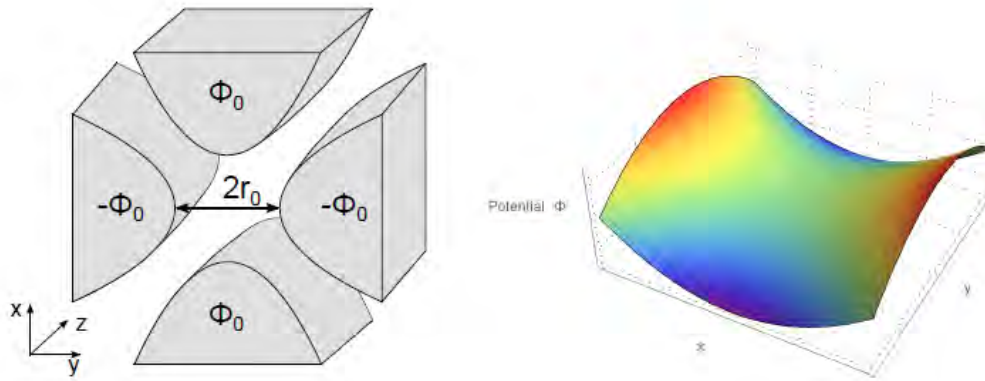


Abbildung 2.1: Links: Hyperbolische Elektroden der linearen Paulfalle mit Quadrupolpotentialen Φ_0 und Fallendiagonale $2r_0$. Rechts: Sattelpotential eines statischen Quadrupols. Entnommen aus [2].

$$a + b + c = 0 \quad (2.2)$$

folgt. Mit $a = -b$ und $c = 0$ ergibt sich das zweidimensionale Quadrupolpotential, sodass das elektrische Feld als

$$\vec{E} = -\nabla\Phi = \frac{2\Phi_0(t)}{r_0^2} \begin{pmatrix} -x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

geschrieben werden kann. Auf ein geladenes Teilchen mit Ladung Q und Masse m wirkt somit die Kraft:

$$\vec{F}_Q = Q\vec{E}. \quad (2.4)$$

Daraus ist ersichtlich, dass das Teilchen nur entlang der x -Achse eine rücktreibende Kraft erfährt, wohingegen die Teilchenbewegung entlang der y -Achse nicht eingeschränkt ist. Das heißt, das Quadrupolpotential weist für einen festen Zeitpunkt im Zentrum auch nur einen Sattelpunkt auf. Durch ein Signal genügend hoher Frequenz $\Phi_0(t) = V_0 \cos(\Omega t)$ werden die Vorzeichen aber periodisch getauscht, sodass eine Speicherung möglich ist. Die Erzeugung eines solchen Quadrupols kann näherungsweise durch runde Stabelektroden realisiert werden, wobei Elektrodenradius r_e und -abstand zum Fallenzentrum r_0 ein Verhältnis von $r_e/r_0 = 1.1468$ aufweisen müssen (vgl. [15]).

Um auch in axialer Richtung (z) die Speicherung von Ionen zu ermöglichen, werden die Elektroden der linearen Paul-Falle in Teilstücke unterteilt (siehe Abb. 2.2), damit an die äußeren Segmenten eine zusätzliche Gleichspannung U_{DC} an-

gelegt werden kann, wodurch ein axiales Potentialminimum erzeugt wird. Das Gleichspannungspotential lässt sich im Fallenzentrum durch

$$\Phi_{\text{DC}}(x, y, z, t) = \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} (dx^2 + ey^2 + fz^2) \quad (2.5)$$

ausdrücken. Hier bezeichnet $2z_0$ die Länge der zentralen Fallenelektroden (siehe Abb. 2.2) und κ einen geometrischen Korrekturfaktor. Durch das Anwenden der Laplace-Gleichung folgt mit der Wahl $d = e$ und $f = -2e$ für das gesamte Potential $\Phi = \Phi_{\text{DC}} + \Phi_{\text{QP}}$ in der Falle:

$$\Phi(x, y, z, t) = \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} \left(-\frac{1}{2}(x^2 + y^2) + z^2 \right) + \frac{V_0 \cos(\Omega t)}{r_0^2} (x^2 - y^2). \quad (2.6)$$

Die Bewegungsgleichungen folgen aus der Gleichheit der Trägheitskraft auf die Masse m und der elektrischen Kraft \vec{F}_{Q} :

$$\begin{aligned} \ddot{x} + \frac{Q}{m} \left(\frac{2V_0 \cos(\Omega t)}{r_0^2} - \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} \right) x &= 0 \\ \ddot{y} - \frac{Q}{m} \left(\frac{2V_0 \cos(\Omega t)}{r_0^2} + \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} \right) y &= 0 \\ \ddot{z} + \frac{Q}{m} \frac{2\kappa U_{\text{DC}}}{z_0^2} z &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

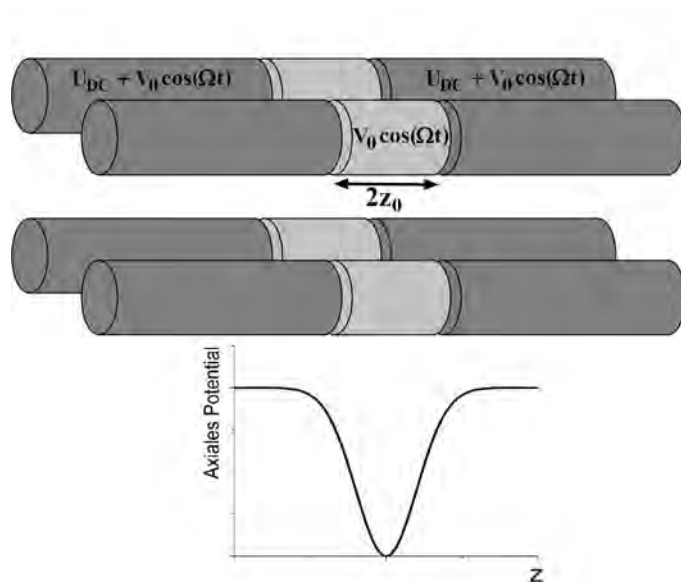


Abbildung 2.2: Aufbau der linearen Paul-Falle mit segmentierten Stabelektroden. An die äußeren Segmente wird eine Spannung U_{DC} angelegt, um einen axialen Potentialtopf zu erzeugen. Elektroden gleicher Spannung sind farblich markiert.

Zur genaueren Betrachtung der Teilchenbahnen lassen sich die Bewegungsgleichungen auf die Form der Mathieu'schen Differentialgleichungen bringen:

$$\frac{d^2}{d\xi^2}u + (a_u - 2q_u \cos(2\xi))u = 0, \quad (2.8)$$

wobei die dimensionslosen Parameter a_u , q_u und ξ ($u = x, y, z$) eingeführt wurden.

$$\begin{aligned} a_x = a_y = -\frac{1}{2}a_z &= -\frac{4Q\kappa U_{\text{DC}}}{mz_0^2\Omega^2}, \\ q_x = -q_y &= \frac{4QV_0}{mr_0^2\Omega^2}, \\ q_z = 0, \quad \xi &= \frac{\Omega t}{2}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Diese Differentialgleichungen haben instabile, bei denen die geladenen Teilchen verloren gehen, und stabile Lösungen, bei denen die Ionen nur noch radiale Bewegungen mit Amplituden $< r_0$ ausführen und somit gefangen bleiben. In axialer Richtung erfolgt die Speicherung nur durch die Spannungsdifferenz der segmentierten Elektroden und ist stabil, wenn die Ionen eine axiale kinetische Energie kleiner κQU_{DC} haben. In radialer Richtung hängt die Stabilität nur von den Parametern a und q ab, weshalb die Bewegung des Ions anhand derer charakterisiert wird. Im (a, q) -Diagramm lassen sich deshalb Bereiche finden, für welche sowohl die x - als auch die y -Bewegung stabil ist (siehe Abb. 2.3). Ionen mit ähnlichem Q/m -Verhältnis können deswegen gleichzeitig in einer Falle speichern werden, wodurch unter anderem das sympathetische Kühlen ermöglicht wird.

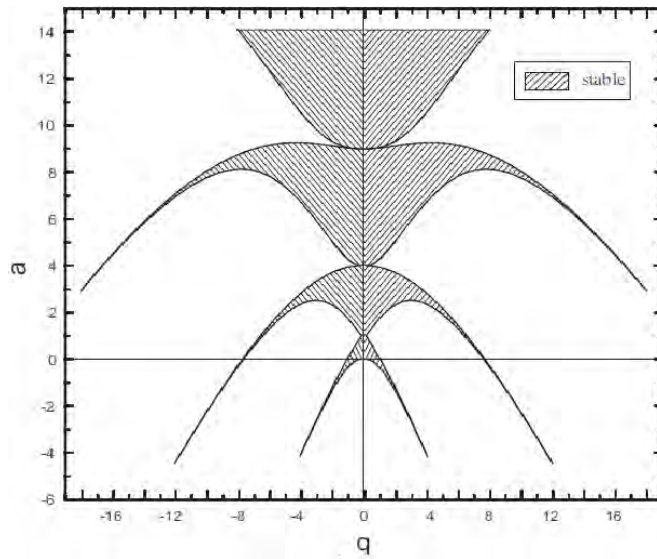


Abbildung 2.3: Stabilitätsdiagramm der linearen Paulfalle mit $a = a_x = a_y$, $q = q_x = -q_y$. Entnommen aus [1].

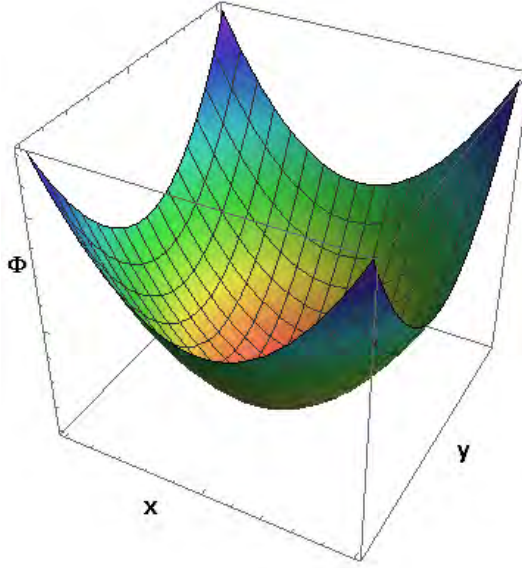


Abbildung 2.4: Pseudopotential eines Quadrupols, welches sich aus der zeitlichen Mittelung über die Mikrobewegung der Ionen ergibt.

Für $|a_u| \ll 1$ und $|q_u| \ll 1$ lassen sich stabile Lösungen der Mathieu'schen Differentialgleichungen der Form

$$u(t) = u_1 \cos(\omega_u t) \left(1 + \frac{q_u}{2} \cos(\Omega t) \right) \quad (2.10)$$

finden, wobei die Kreisfrequenz $\omega_u \approx \sqrt{\frac{q_u^2}{2} + a_u} \Omega/2$ entspricht. Da die stabilen Lösungen der Mathieu'schen Gleichungen eine Form ähnlich des harmonischen Oszillators annehmen, ist die Beschreibung der Ionen in einem Pseudopotential legitimiert (vgl. Abb. 2.4). Ihre Größe lässt sich als harmonischer Oszillator mit den Säkularfrequenzen ω_u abschätzen.

$$\begin{aligned} \Phi_{x,y} &= \frac{1}{2} m \omega_{x,y}^2 r_0^2 = \frac{Q^2 V_0^2}{m r_0^2 \Omega^2} - \frac{\kappa Q U_{\text{DC}} r_0^2}{2 z_0^2}, \\ \Phi_z &= \frac{1}{2} m \omega_z^2 z_0^2 = \kappa Q U_{\text{DC}}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Abbildung 2.5 zeigt die Bewegung in x- und y-Richtung. Es wird ersichtlich, dass die Ionen letztlich zwei unabhängige Bewegungen vollführen. Die erste Bewegung beschreibt eine langsame Schwingung mit Frequenz $\omega_u \ll \Omega$ und Amplitude u_1 . In der Beschreibung als Pseudopotential nehmen die Ionen eine thermische Energieverteilung darin ein, weshalb die erste Bewegung gekühlt werden kann. Die zweite, schnellere Mikrobewegung beschreibt eine Schwingung mit der Fre-

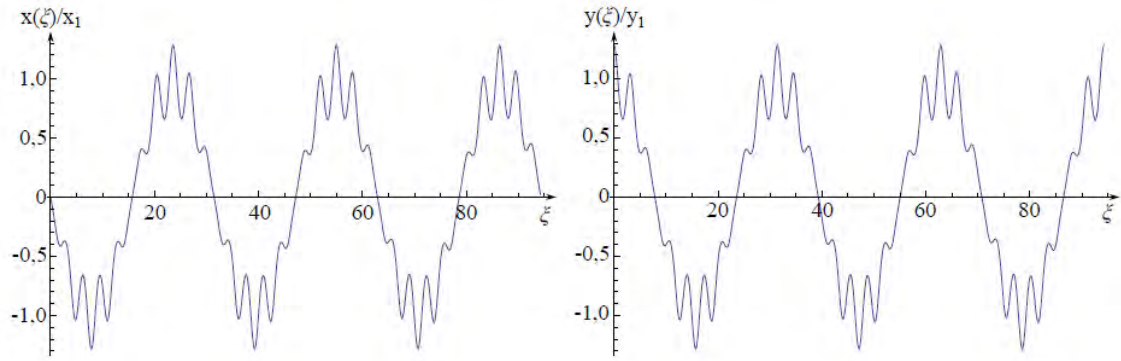


Abbildung 2.5: Beispiel der radialen Ionenbewegung für $a = 0,14$ und $q = 0,6$ in Abhängigkeit von ξ . Entnommen aus [12].

quenz Ω des Wechselfeldes und einer Amplitude $u_1 q_u / 2 \ll u_1$. Die Bewegung wird durch das hochfrequente Wechselfeld getrieben und kann daher nicht gekühlt werden. Neben dieser Bewegungsgleichung für die ideale Paul-Falle können weitere Mikrobewegungen in allen drei Raumrichtungen auftreten. Die wichtigsten Ursachen dafür sind Unreinheiten und Inhomogenitäten der Materialien oder Phasen- und Amplitudenunterschiede der Fallenpotentiale der Elektroden, was zusätzliche elektrische Felder verursacht ([16]).

2.2 Elektrische Schwingkreise

Zur Betrachtung in Stromkreisen lassen sich Hohlraumresonatoren als elektrische Schwingkreise modellieren. Kapazitäten und Induktivitäten bilden sich dabei zwischen leitenden Wänden aus oder treten allgemein bei stromführenden Leitern auf und sind durch die Geometrie des Resonators gegeben. Elektrische Schaltungen bestehend aus einer Induktivität L und Kapazität C führen elektrische Schwingungen aus, wobei die Energie periodisch von Spule zu Kondensator und zurück transportiert wird. Solche Schaltungen werden deshalb als elektrische Schwingkreise bezeichnet. Reale Bauelemente sind jedoch verlustbehaftet, was durch zusätzliche Widerstände parallel zum Kondensator und in Serie zur Spule berücksichtigt wird. Jedoch lassen sich diese Widerstände zu einem einzigen Reihen- oder Parallelwiderstand zusammenfassen (siehe Abb. 2.6).

Die Resonanzfrequenz ω_0 weist für beide Ersatzschaltbilder, sofern die Verluste des Parallelschwingkreises klein sind, folgenden Zusammenhang auf:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (2.12)$$

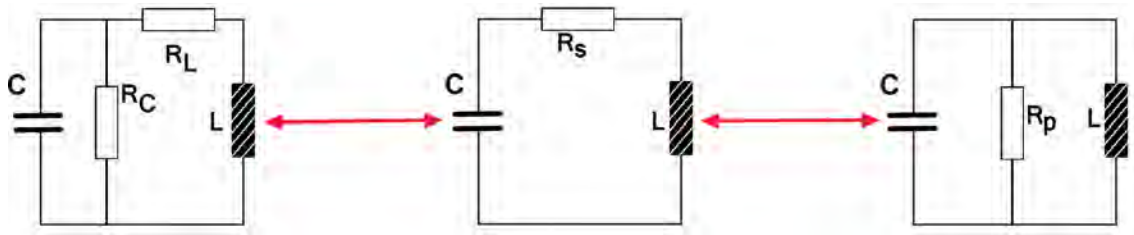


Abbildung 2.6: Schaltbilder des realen Schwingkreises mit Verlusten (links) und die Ersatzschaltbilder des Serienschwingkreises (mitte) und Parallelschwingkreises (rechts).

Bei dieser Frequenz heben sich die Blindwiderstände von Spule und Kondensator auf. Ein Kennwert für die Verluste ist der Gütefaktor Q_0 . Nach [4] berechnet sich die Güte im allgemeinen durch

$$Q_0 = \frac{\omega_0 W}{P}, \quad (2.13)$$

wobei W die im Schwingkreis gespeicherte Energie und P die verbrauchte Wirkleistung ist. Im Serienschaltkreis werden alle Bauelemente von demselben effektiven Strom I_{eff} durchflossen, während im Parallelschaltkreis an allen Bauteilen dieselbe effektive Spannung U_{eff} anliegt. Zu einem gegebenen Zeitpunkt steckt die gesamte Energie der Schwingung entweder in den Feldern des Kondensators (W_{el}) oder der Spule (W_{mag}). Es ergeben sich dann folgende Formeln für die Güten in beiden Beschreibungen:

$$\begin{aligned} \text{Serienschwingkreis : } Q_0 &= \frac{1}{R_s} \sqrt{\frac{L}{C}} \\ \text{Parallelschwingkreis : } Q_0 &= R_p \sqrt{\frac{C}{L}} \\ \text{Mit } W_{\text{mag}} &= LI_{\text{eff}}^2 \text{ oder } W_{\text{el}} = CU_{\text{eff}}^2 \\ \text{und } P &= RI_{\text{eff}}^2 \text{ oder } P = \frac{U_{\text{eff}}^2}{R} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Weil Resonatoren gewöhnlich nahe der Resonanzfrequenz betrieben werden, ist die Beschreibung als Serien- oder Parallelschwingkreis äquivalent, solange die Gesamtimpedanz übereinstimmt. Das Resonanzverhalten wird hier exemplarisch nur anhand des Parallelschwingkreises betrachtet. Nach Abbildung 2.6 berechnet

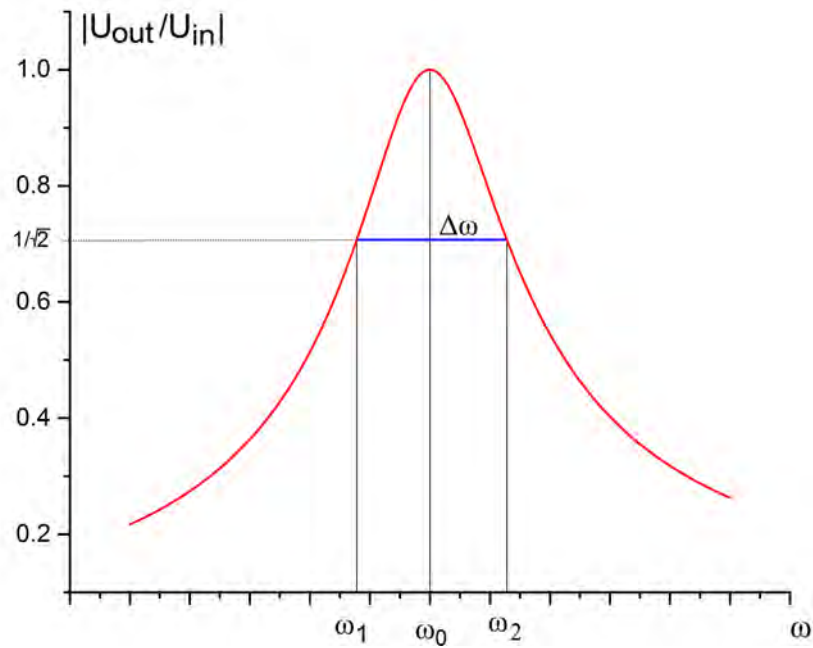


Abbildung 2.7: Darstellung der Resonanzkurve eines Schwingkreises mit den beiden Grenzfrequenzen $\omega_{1,2}$ bei denen die abfallende Spannung um einen Faktor $1/\sqrt{2}$ gegenüber dem Resonanzfall verringert ist.

sich die Gesamtimpedanz zu:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_p &= \frac{R_p}{1 + iR_p \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)} \\ &= \frac{R_p}{1 + iQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Die Frequenzabhängigkeit der Impedanz hat auch eine Frequenzabhängigkeit der abfallenden Spannungsamplitude zur Folge, deren Verlauf als Resonanzkurve bezeichnet wird und im Resonanzfall maximal ist. Die Resonanzkurve wird durch

$$\left| \frac{U_{\text{out}}}{U_{\text{in}}}(\omega) \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (2.16)$$

beschrieben und ist als Funktion der Frequenz in Abbildung 2.7 dargestellt. Die Grenzfrequenzen $\omega_{1,2}$ des Schwingkreises sind als die Frequenzen definiert, bei denen die maximale Resonatorspannung auf den $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fachen Wert (-3 dB) abfällt. Die Bandbreite der Resonanz $\Delta\omega$ ist dann die Differenz beider Grenzfrequenzen. Mittels Einführung dieser Größen ist eine weitere Definition der Güte über

$$Q_0 = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad (2.17)$$

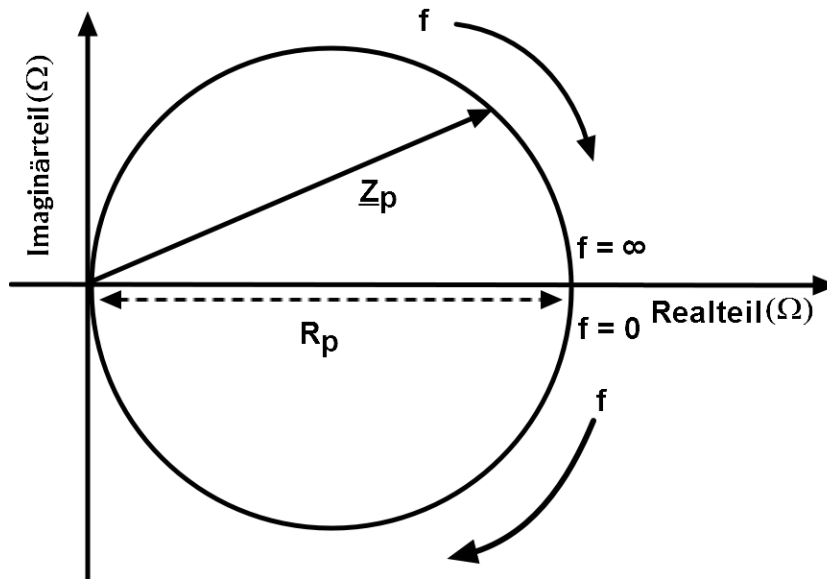


Abbildung 2.8: Schematische Darstellung der Ortskurve eines Parallelschwingkreises, welche dem Verlauf der Impedanz in der Komplexen Ebene als Funktion der Frequenz entspricht. Die Impedanz des Parallelschwingkreises \underline{Z}_p ist für eine feste Frequenz als Zeiger dargestellt.

möglich. Diese Definition der Güte wird im experimentellen Teil dieser Arbeit verwendet, um die Güte des Resonators zu messen.

Aufgrund der in Abbildung 2.7 gezeigten Kurvenform und der begrenzten Bandbreite dienen RLC-Glieder auch als Bandpassfilter. Sie unterdrücken Frequenzen des Eingangssignals, die außerhalb ihrer Bandbreite liegen.

Ein weiteres, oft genutztes Diagramm zur Charakterisierung von Schwingkreisen sind Ortskurven, welche die Impedanz in der komplexen Ebene als Funktion der Frequenz darstellen. Die Ortskurven von Schwingkreisen bilden in Resonanznähe Kreise aus. Da bei Ortskurven der Imaginärteil gegen den Realteil aufgetragen wird ist der Kreisdurchmesser vom Wirkwiderstand des Schwingkreises bestimmt. Für eine Parallelschaltung nach Gleichung 2.15 ist die Ortskurve schematisch in Abbildung 2.8 abgebildet.

2.3 Hohlraumresonator

In dieser Arbeit wird ein Hohlraumresonator betrachtet, welcher als Paulfalle betrieben werden soll. Dieses Kapitel erläutert Grundlagen der Resonatoren nach [2] und [4]. Hohlraumresonatoren stellen abgeschlossene Gebilde aus leitendem Material dar, in denen sich bei Einkopplung einer Wechselspannung starke elektrische

und magnetische Felder ausbilden. Üblicherweise sind sie nach ihren Moden, also den Ordnungen der stehenden elektromagnetischen Wellen der Felder, die sich bei Resonanz ausbilden, und der Schwingungsrichtung charakterisiert, da Resonatoren oft Verwendung zur Beschleunigung von Teilchen finden und deshalb nur eine bestimmte Mode angeregt werden soll. Durch geeignete Wahl der Resonatorgeometrie lässt sich ebenfalls ein Quadrupolfeld realisieren. Dazu wird eine Elektrodenstruktur gemäß der linearen Paulfalle in den Resonator eingebracht. Zur Beschreibung der Verluste in einem Resonator lässt sich der Oberflächenwiderstand heranziehen. Dieser ist aufgrund des Skin效ekts, welcher Wechselströme zur Leiteroberfläche verdrängt, auch frequenzabhängig. Die Stromdichte ist durch Gleichung 2.18 gegeben, wobei zur Betrachtung des Widerstandes angenommen wird, dass der Strom gleichmäßig in einer Schicht der Dicke d fließt.

$$j(x) = j_0 e^{-x/d} \quad \text{mit} \quad d = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu f}} \quad (2.18)$$

Hier bezeichnet ρ den spezifischen elektrischen Widerstand und μ die magnetische Permeabilität des entsprechenden Materials. Der Oberflächenwiderstand errechnet sich dann als Quotient von spezifischem Widerstand und Skintiefe.

$$R_o = \frac{\rho}{d} = \sqrt{\pi \mu f \rho} \quad (2.19)$$

Die dissipierte Leistung P_{diss} (vgl. [11]) berechnet sich dann bei Kenntnis der magnetischen Feldstärke H nach

$$P_{\text{diss}} = \frac{1}{2} R_o \oint_A |H|^2 dA, \quad (2.20)$$

wobei die gesamte gespeicherte Energie sich wie folgt ermittelt:

$$W = \frac{1}{2} \int \mu \vec{H}^2 dV. \quad (2.21)$$

2.3.1 Ankopplung an Resonatoren

Um den Resonator zu betreiben muss zunächst Leistung eingekoppelt werden. Von den zwei Polungen des Wechselspannungssignal wird eine direkt auf das Resonatorgehäuse geleitet, die zweite wird in das Innere des Resonators geführt. Hierbei wird je nach Form und Lage der Leitung unterschiedlich stark an die Feldern im Inneren gekoppelt. Dafür gibt zwei Möglichkeiten. Induktiv, hier wird an das Magnetfeld im Resonator gekoppelt, und kapazitiv, wobei an das elektrische

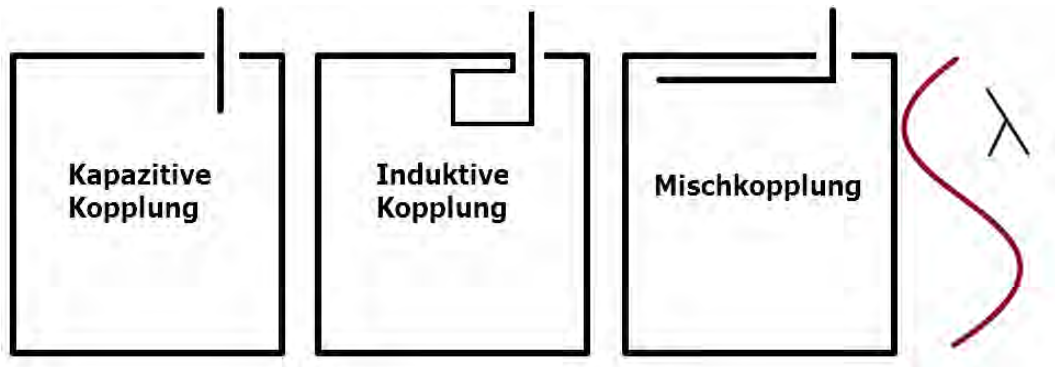


Abbildung 2.9: Schematische Darstellung der Ankopplung an Hohlraumresonatoren. Links: Gezeigt ist die einfachste Form der kapazitiven Kopplung an das elektrische Feld im Resonator. Mitte: Gezeigt ist die induktive Kopplung an das magnetische Feld im Resonator. Rechts: Zeigt die Mischkopplung, wenn die räumliche Ausdehnung des Kopplers vergleichbar zur Wellenlänge der resonanten Mode wird. Beispielhaft ist hier die Wellenlänge einer Zweiermode eingezeichnet.

Feld im Resonator gekoppelt wird. Die induktive Kopplung lässt sich durch die Verwendung einer Koppelschleife erreichen, welche einen Teil des magnetischen Flusses im Resonator einschließt. Die maximale Kopplung wird am Ort des größten Magnetfelds erreicht, wenn die Flächennormale der Schleife parallel zu den Magnetfeldlinien verläuft. Eine Variation der Kopplungsstärke kann dann über die Stellung der Koppelschleife erfolgen.

Die einfachste Geometrie zur kapazitiven Ankopplung ist dabei ein Stift, welcher am Ort hoher elektrischer Felder möglichst parallel zu den Feldlinien in das Resonatorvolumen eingeführt wird. Die räumliche Ausdehnung beider bisher beschriebenen Kopplungsgeometrien muss weiterhin klein gegenüber der Wellenlänge der resonanten Mode $\lambda = \frac{c_n}{f}$ gewählt werden, da andernfalls an beide Felder gekoppelt wird. Hier bezeichnet c_n die Lichtgeschwindigkeit im Medium und f die Frequenz. Es wird dann von Leitungs- oder Mischkopplung gesprochen. Abbildung 2.9 verdeutlicht dies.

Nebeneffekt der Einkopplung ist, dass sich Einkopplung und Resonator zu einem neuen Gesamtsystem zusammensetzen und damit Impedanz, Resonanzfrequenz und Güte verändert werden.

2.4 Impedanzanpassung

Generell wird unter einer Impedanzanpassung die Abgleichung der komplexen Impedanzen zwischen einer Quelle $\underline{Z}_Q = R_Q + iX_Q$ und einem Verbraucher $\underline{Z}_L = R_L + iX_L$ verstanden, wobei eine Impedanzen die komplex konjugierte

der anderen darstellt ($\underline{Z}_Q = \underline{Z}_L^*$). Dies ist wünschenswert, da hierbei der höchste Leistungsübertrag stattfindet. Ist keine Anpassung vorhanden, so treten Reflexionen am Verbraucher auf, die ein Teil der Leistung zurück transferieren. Da gewöhnlich Spannungsquellen eine rein reelle Impedanz aufweisen muss für eine Impedanzanpassung auch die Zielimpedanz reell sein. Im Folgenden werden die Grundlagen der Impedanzanpassung nach [5], [6] und [7] erläutert.

Zur Beurteilung der Anpassung wird der im Allgemeinen komplexe Reflexionsfaktor \underline{r} verwendet, der als Verhältnis der komplexen Spannungsamplituden der Reflexion $\underline{U}_{\text{rück}}$ und des hinlaufenden Signals $\underline{U}_{\text{hin}}$ definiert ist. Er lässt sich ebenfalls über das Verhältnis der Impedanzen der Zuleitung Z_w und des Verbrauchers ausdrücken.

$$\underline{r} = \frac{\underline{U}_{\text{rück}}}{\underline{U}_{\text{hin}}} = \frac{\underline{Z}_L - Z_w}{\underline{Z}_L + Z_w} = \frac{\underline{Z}_L/Z_w - 1}{\underline{Z}_L/Z_w + 1} \quad (2.22)$$

Z_w stellt dabei die reelle Leitungswellenimpedanz dar, welche mit dem Innenwiderstand der Spannungsquelle betragsmäßig übereinstimmt. Die Impedanzanpassung ist für $\underline{r} = 0$ gegeben. Für ein offenes Ende ($\underline{Z}_L \rightarrow \infty$) ergibt sich $\underline{r} = 1$, bei einem Kurzschluss ($\underline{Z}_L \rightarrow 0$) $\underline{r} = -1$, also kommt es in beiden Fällen zur Totalreflexion, wobei das Signal bei einem Kurzschluss einen Phasensprung von π erfährt.

Im Folgenden wird der Resonanzfall eines Hohlraumresonators im parallelen Ersatzschaltbild unter Einkopplung von Wechselspannung nach Abschnitt 2.3.1 betrachtet, sodass $\underline{Z}_L = \underline{Z}_p$ entspricht. Die Reflexion ist dann maßgeblich vom Parallelwiderstand R_p abhängig. Es wird daher ein Koppelfaktor $k = R_p/Z_w$ definiert, der bei Gleichheit der Widerstände 1 beträgt. Durch die Einkopplung verändert sich auch der Gütefaktor des Resonators, aufgrund zusätzlicher Verluste (vgl. Gleichung 2.13). Der Wert der pro Schwingungsperiode gespeicherten Energie bleibt aber erhalten, da die Speicherung in den elektromagnetischen Feldern des Resonators stattfindet und an eben diese gekoppelt wird. Die sich neu ergebende Güte mit der im Resonator dissipierten Leistung P_0 und der dissipierten Leistung P_{ext} der externen Zuführung berechnet sich zu:

$$Q = \frac{\omega_0 W}{P_0 + P_{\text{ext}}} = \frac{Q_0}{1 + P_{\text{ext}}/P_0}. \quad (2.23)$$

Die Verluste sind aber wiederum durch die Widerstände bestimmt. Im Ersatzschaltbild einer realen Stromquelle mit parallelem Innenwiderstand liegt dann sowohl an diesem, als auch am Resonator dieselbe Spannung an, weshalb für das

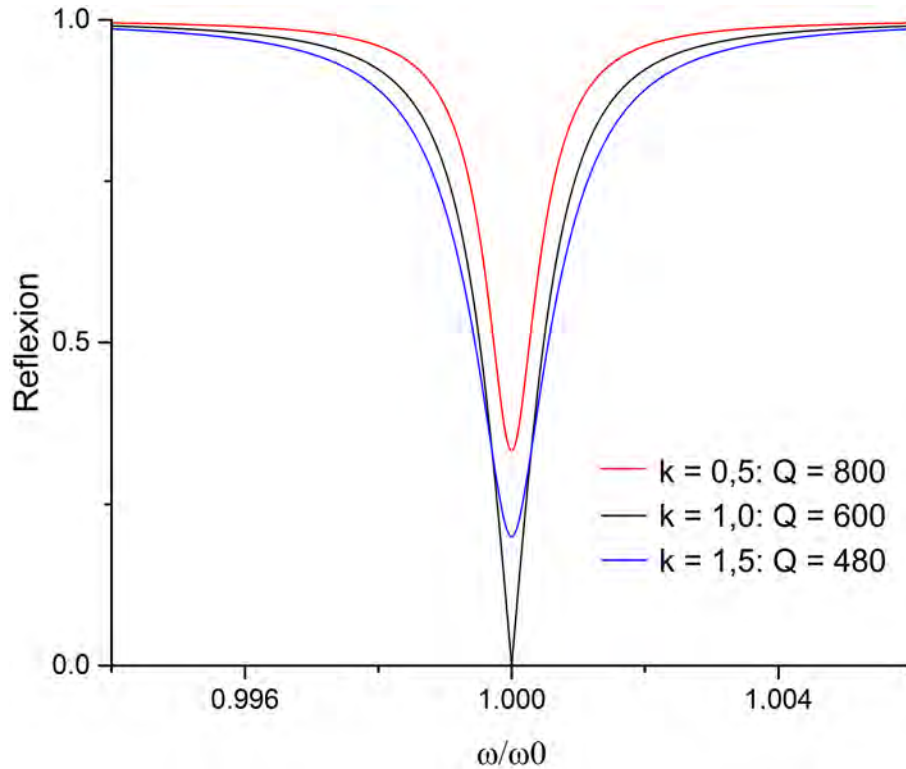


Abbildung 2.10: Reflexionskurven für unterschiedlich starke Kopplungen k bei Frequenzen nahe der Resonanz und einer Leerlaufgüte von $Q_0 = 1200$.

Verhältnis der dissipierten Leistungen gilt:

$$P_{\text{ext}}/P_0 = R_p/Z_w = k \quad (2.24)$$

Gesamt- und Leerlaufgüte stehen also in folgendem Verhältnis:

$$Q = \frac{Q_0}{1+k}. \quad (2.25)$$

Im Zustand der Impedanzanpassung ist damit die Leerlaufgüte halbiert. Unter Einbindung des Koppelfaktors und Gleichung 2.15 ist der Reflexionsfaktor umformulierbar. Bei Verwendung von

$$\frac{Z_L}{Z_w} = k \cdot \frac{Z_p}{R_p} = \frac{k}{1 + iQ_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (2.26)$$

folgt

$$|r| = \sqrt{\frac{(k-1)^2 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}{(k+1)^2 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}. \quad (2.27)$$

Abbildung 2.10 veranschaulicht den Verlauf des Reflexionsfaktors für unterschiedliche Kopplungen und den Fall einer unbelasteten Güte von $Q_0 = 1200$. Ergeben sich Koppelfaktoren kleiner (bzw. größer) als eins wird die Kopplung als unterkritisch (bzw. überkritisch) bezeichnet.

Im folgenden werden zwei Konzepte vorgestellt den Zustand der Impedanzanpassung von Hohlraumresonatoren zu realisieren.

2.4.1 Anpassnetzwerke

Die erste Möglichkeit der Impedanzanpassung basiert auf der Verwendung eines sogenannten Anpassnetzwerks bestehend aus Spulen und Kondensatoren. Sie lassen sich in L-, T- und Π -Netzwerke einteilen, deren Namen auf der Struktur ihrer Anordnung im Schaltplan basieren. Im Folgenden beschränkt sich die Diskussion auf L-Netzwerke, welche die gebräuchlichste Form darstellen. T- und Π -Netzwerke lassen sich auch als zwei rückseitig in Serie geschaltete L-Netzwerke interpretieren.

Der Schaltplan eines L-Netzwerks ist in Abbildung 2.11 gezeigt. Hierbei liegt ein Bauteil des Anpassnetzwerks parallel, das andere in Reihe zur Last \underline{Z}_L . Um die Lastimpedanz zu drücken ($\underline{Z}_L > \underline{Z}_Q$) muss das erste Bauteil vor der Last parallel zu dieser geschaltet sein, um sie zu heben ($\underline{Z}_L < \underline{Z}_Q$) in Serie. Beispielhaft wird hier ein Netzwerk nach Abbildung 2.11 betrachtet, mit $\underline{Z}_L < \underline{Z}_Q$ und X_R als erste rein komplexe Impedanz in Reihe und X_P als zweite, parallel zur Last geschaltete Impedanz. Zur Vereinfachung der weiteren Diskussion werden die Impedanzen $\underline{Z}_{\text{links}}$ und $\underline{Z}_{\text{rechts}}$ eingeführt, welche sich folgendermaßen berechnen:

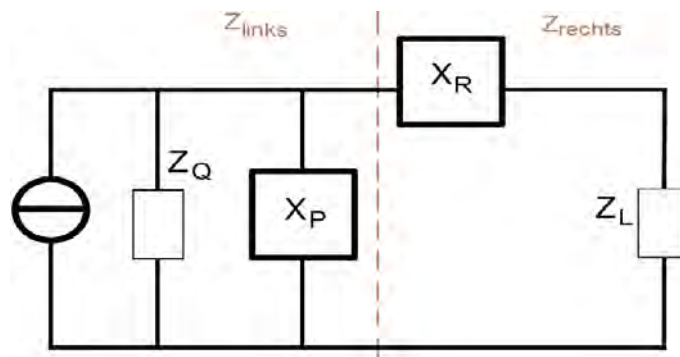


Abbildung 2.11: Schaltbild eines allgemeinen L-Netzwerks mit Komponenten X_R und X_P zum Abgleich zwischen einer Lastimpedanz \underline{Z}_L und Quellimpedanz \underline{Z}_Q mit $\underline{Z}_L < \underline{Z}_Q$.

$$\underline{Z}_{\text{links}} = \frac{1}{\frac{1}{\underline{Z}_Q} + \frac{1}{iX_P}} = \frac{R_Q X_P^2 + i(R_Q^2 X_P + X_Q X_P^2 + X_Q^2 X_P)}{R_Q^2 + (X_Q + X_P)^2}, \quad (2.28)$$

$$\underline{Z}_{\text{rechts}} = \underline{Z}_L + iX_R = R_L + i(X_L + X_R).$$

Aus der Anpassbedingung $\underline{Z}_{\text{rechts}} = \underline{Z}_{\text{links}}^*$ folgt dann weiterhin

$$R_L = \frac{R_Q X_P^2}{R_Q^2 + (X_Q + X_P)^2} \quad \text{und} \quad (2.29)$$

$$(X_L + X_R) = (-1) \frac{(R_Q^2 X_P + X_Q X_P^2 + X_Q^2 X_P)}{R_Q^2 + (X_Q + X_P)^2}.$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich zunächst X_P und im Anschluss X_R bestimmen. Je nach Vorzeichen wird eine Spule ($i\omega L$) oder ein Kondensator ($-\frac{i}{\omega C}$) für das jeweilige Bauteil ausgewählt.

2.4.2 Induktive Einkopplung

Bei Wahl einer induktiven Einkopplung in den Resonator lässt sich die Lastimpedanz ohne Verwendung weiterer Bauteile variieren. In der Beschreibung des Resonators als Parallelschaltkreis berechnet sich die Gesamtlast \underline{Z}_L des Systems für die Spannungsquelle nach Gleichung (2.15), unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Koppelimpedanz L_k in Reihe (vgl. Abb. 2.12).

$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_k + i\omega L_k = \frac{R_k}{1 + iQ_k \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} + i\omega L_k \quad (2.30)$$

Hierbei wurde die Gegeninduktivität der Einkoppelschleife mit der Induktivität des Resonators zur Gesamtinduktivität L bereits zusammengefasst. Die Spannung U_{ind} , die von der Leiterschleife induziert wird, ist die zeitliche Ableitung

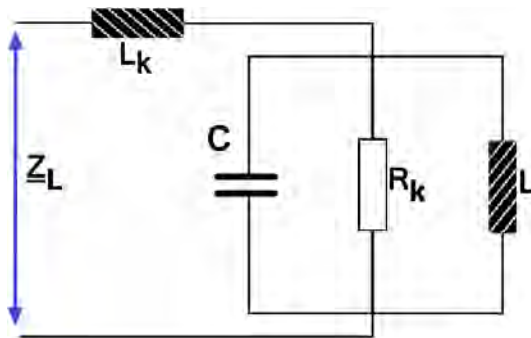


Abbildung 2.12: Paralleles Ersatzschaltbild des Resonators bei induktiver Einkopplung.

des magnetischen Flusses Ψ . Nehmen wir an, dass die magnetische Flussdichte B homogen über die Schleifenfläche A verteilt ist, so berechnet sich dieser nach

$$\underline{\Psi}(t) = \vec{B}(t) \vec{A} = B e^{i\omega t} A \cos \gamma \quad (2.31)$$

und damit

$$\underline{U}_{\text{ind}}(t) = \frac{\partial \underline{\Psi}(t)}{\partial t} = i\omega B e^{i\omega t} A \cos \gamma. \quad (2.32)$$

Hier bezeichnet γ den Winkel zwischen den Magnetfeldlinien und der Flächennormalen der Koppelschleife. Weiterhin wird im Resonanzfall ($\omega = \omega_0$) die Resonatorimpedanz rein reell, sodass die induzierte Spannung nur über dessen Wirkwiderstand R_k abfällt.

$$\underline{U}_{\text{ind}}(t) = R_k \underline{I}(t) \quad (2.33)$$

\underline{I} bezeichnet hier der Eingangsstrom. Unter Verwendung von Formel 2.14 und der Formel für die Wirkleistung im Resonanzfall $P = \frac{1}{2} R_k |\underline{I}(t)|^2$, ergibt sich ein Ausdruck für R_k .

$$R_k = \frac{\omega_0 A^2 Q_0 |\underline{B}|^2 \cos^2 \gamma}{2W}. \quad (2.34)$$

Daraus ist ersichtlich, dass der Wirkwiderstand mittels Variation des Winkels γ und der damit effektiv durchflossenen Schleifenfläche zwischen Null und einem Maximalwert bei $\gamma = 0$ eingestellt werden kann. Mittels der Näherung $(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega) \approx 2(\omega - \omega_0)/\omega_0$ für kleine Verstimmungen $\omega - \omega_0$ und der Einführung des Parameters $\sigma = 2Q_0 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$ lässt sich (2.30) umschreiben zu:

$$\underline{Z}_L = \frac{R_k}{1 + \sigma^2} + i \left(\omega L_k - \frac{R_k \sigma}{1 + \sigma^2} \right). \quad (2.35)$$

Zur Erfüllung der Impedanzpassung ($\underline{Z}_L \stackrel{!}{=} Z_W$) müssen dann weiterhin die zwei Bedingungen

$$\begin{aligned} \omega &= \left(\frac{\omega L_k}{2Z_W Q_0} + 1 \right) \omega_0, \\ R_k &= Z_W \left(1 + \left(\frac{\omega L_k}{Z_W} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (2.36)$$

eingehalten werden. Das heißt, der Resonator muss bei Anpassung von der Resonanzfrequenz verstimmt werden.

Ein solches System bestehend aus induktiver Einkopplung und Schwingkreis kann wieder durch eine Ortskurve nach Kapitel 2.2 charakterisiert werden. Dies ist in Abbildung 2.13 zu sehen. Da R_k über den Winkel variiert wird, ändert sich auch der Durchmesser der Ortskurvenkreise. Die Einkoppelschleife sorgt dabei für einen zusätzlichen konstanten Versatz entlang der imaginären Achse. Damit die reelle Achse noch geschnitten wird und die Impedanzanpassung erreicht werden kann, muss R_k deutlich größer eingestellt werden (vgl. Abb.2.13).

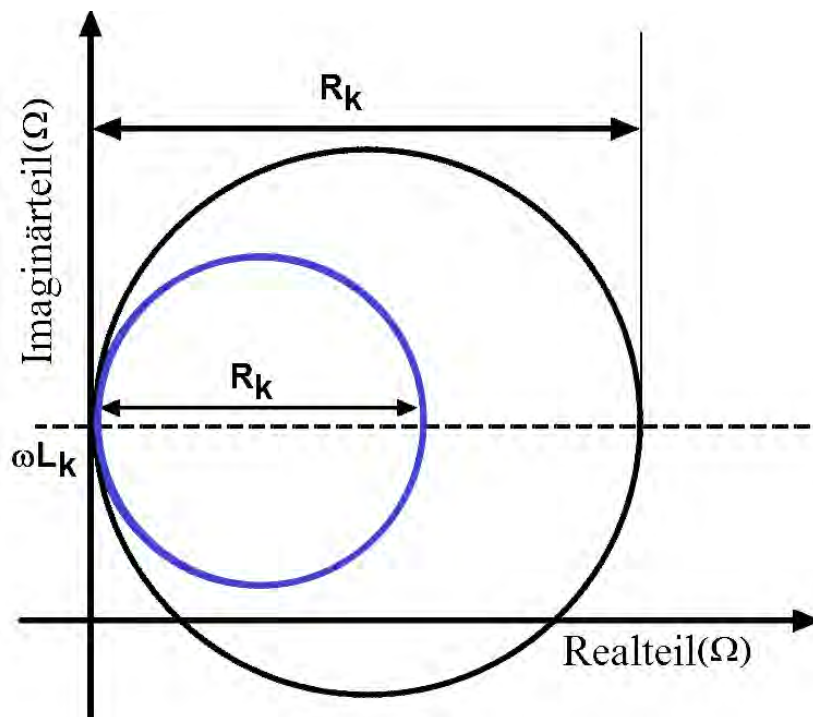


Abbildung 2.13: Skizze der Ortskurven eines Schwingkreises mit induktiver Einkopplung nach Gleichung 2.34 für zwei Winkelstellungen der Einkoppelschleife zum Magnetfeld γ_1 (schwarz) $<$ γ_2 (blau) mit Frequenzen nahe der Resonanz. Der Kreisdurchmesser kann mit dem Winkel der Schleife variiert werden. Die Ortskurve ist um ωL_k gegenüber der reellen Achse versetzt.

Kapitel 3

Der Quadrupol-Resonator

Im folgenden Kapitel wird der in dieser Arbeit betrachtete Quadrupol-Resonator beschrieben, welcher in der Masterarbeit von Julian Stark entwickelt wurde [2]. Dabei werden zunächst die Anforderungen an das Design besprochen und im Anschluss wird der Aufbau des Resonators beschrieben.

3.1 Anforderungen an das Resonatordesign

Der Resonator soll als Paul-Falle im Vakuum mit rauscharmen Fallenpotential zur Speicherung hochgeladener Ionen betrieben werden. Die HCI's werden dabei sympathetisch gekühlt, um präzise Laserspektroskopie an ihnen zu ermöglichen. Präzision korreliert dabei stark mit der angelegten Spannung, da die Tiefe des Pseudopotentials nach Gleichung 2.11 und damit auch die Lokalisation der Ionen proportional mit der Spannung einhergeht. Allerdings ist nach Kapitel 2.1 auch der Stabilitätsparameter $|q| = \frac{4QV_0}{mr_0^2\Omega^2}$ spannungsabhängig, was eventuell zu einer instabilen Lösung der Mathieu'schen Differentialgleichungen führen kann. Eine Erhöhung der treibenden Frequenz Ω gleicht dies jedoch wieder aus. Allerdings steigt aufgrund des Skin-Effekts mit der Frequenz auch der ohmsche Widerstand (vgl. Gleichung 2.19) und damit die Verlustleistung, was eine verringerte Güte zur Folge hat. Eine hohe Güte ist aber wünschenswert, um hohe Spannungsamplituden und demzufolge eine starke Lokalisation zu erzielen. Wie in der Definition nach Gleichung 2.17 zu sehen ist, geht eine hohe Güte außerdem mit einer geringen Bandbreite einher. Der Resonator dient somit auch als ein Bandpassfilter und unterdrückt unter anderem elektronisches Rauschen der Fallenpotentiale, da diese auf allen Frequenzen auftreten. Dies ist essentiell für eine lange Speicherung der HCI's, da Signalschwankungen zu zusätzlicher Mikrobewegung führen ([16]) oder sogar den Verlust der HCI's aus der Falle verursachen. Der Resonator

muss also kryo- und vakuumtauglich konstruiert sein und überdies Zugänge zur Laserkühlung und -spektroskopie bereit stellen.

3.2 Funktionsweise des Quadrupol-Resonators

Ein RLC -Schwingkreis bestehend aus einer Kapazität C und einer Induktivität L transportiert seine Energie periodisch vom elektrischen Feld der Kapazität zum magnetischen Feld der Induktivität und zurück. Dass dies auch in einem abgeschlossenen, leitendem Objekt geschieht zeigt Abbildung 3.1. Je nach geometrischer Umsetzung bilden sich Kapazitäten und Induktivitäten aus, welche dann die charakteristischen Größen Resonanzfrequenz und Güte bestimmen. Der Widerstand R ergibt sich im Ersatzschaltbild des Serienschwingkreises aus den Materialverlusten. Die Abbildung startet mit dem Ersatzschaltbild eines klassischen Schwingkreises und verdeutlicht zunächst, dass Induktivitäten bei allen stromführenden Leitern auftreten. Nach der strukturellen Änderung im Aufbau der Kapazität C und der Rotation des Ersatzschaltbildes darum, ergibt sich ein dreidimensionales Modell, welches dem eines Hohlraumresonators gleicht. Der Elektrodenaustausch im letzten Schritt gibt dann den Resonator mit Quadrupolstruktur gemäß der linearen Paul-Falle wieder. Im nächsten Abschnitt wird die Beschreibung als Schwingkreis nochmals durch eine Feldstärkesimulation begründet.

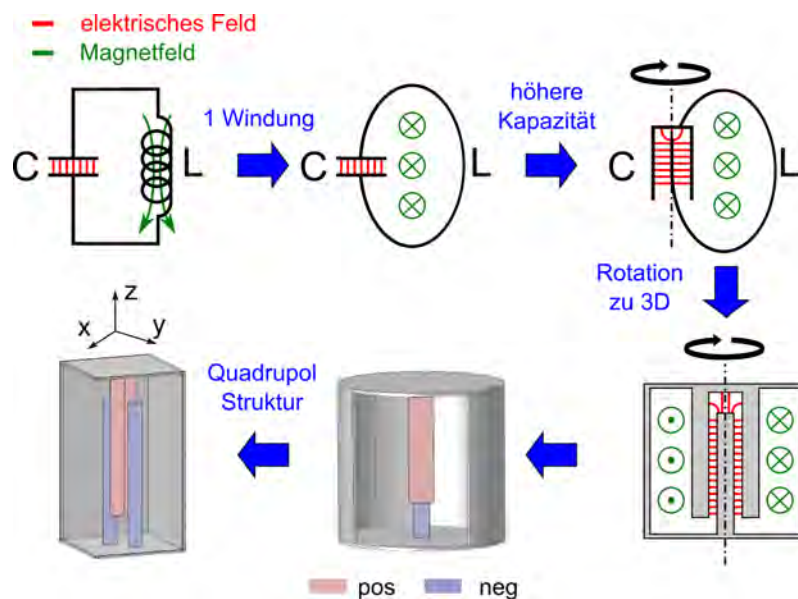


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung zur Beschreibung von Hohlraumresonatoren als Schwingkreise. Die Polung der Quadrupolelektroden ist für einen festen Zeitpunkt farblich markiert. Entnommen aus [2].

3.3 Aufbau des Quadrupol-Resonators

Der Resonator, für den die Impedanzanpassung vorgenommen wird, und dessen CAD-Modell (englisch: *computer-aided design*) sind in den Abbildungen 3.2 und 3.3 zu sehen. Seine Außenmaße betragen 220 mm·110 mm·110 mm bei einer Wandstärke von 8 mm. Für eine hohe Güte bzw. geringe Bandbreite wird eine hohe elektrische Leitfähigkeit benötigt. Ein erster Prototyp wurde daher aus 99,95%-igem Kupfer gefertigt, mit dem dann RRR-Werte (englisch: *Residual Resistance Ratio*) bis 1000 für den Resonator erreichbar sind. Der Wert gibt das Verhältnis des elektrischen Widerstands bei Raumtemperatur zum Restwiderstand bei 4 K an. Zur Reduzierung von Verlusten wurden die Oberflächen zusätzlich poliert, da infolge des Skin效ekts Ströme zur Außenwand verdrängt werden und damit glattere Oberflächen einen geringeren ohmschen Widerstand ausmachen. Im Inneren sind vier Doppelektroden verbaut, welche das Quadrupolfeld nach Abschnitt 2.1 realisieren und einseitig mit der Resonatorwand verbunden sind. Die Außenelektroden sind zum Fallenzentrum hin zugespitzt, welche jeweils im Abstand von 0,3 mm einen Vollzylinder mit der gegenläufigen Phase umschließen. Auf der gegenüberliegenden Seite werden sie durch Isolatoren gestützt, welche Löcher zwischen Innen- und Außenelektrode zur Evakuierung des Hohlraums aufweisen. Die Doppelstruktur dient zur Erhöhung der Fallkapazität, wodurch die Resonanzfrequenz gesenkt und der Skin-Effekt reduziert wird. Zur axialen Speicherung der Ionen werden nachträglich noch Stabelektroden aus Titan an einem Gerüst aus Macor zwischen den Quadrupolelektroden eingebaut, welches selbst wieder an diesen befestigt und ausgerichtet ist. Die Titanelektroden sind im CAD-Modell in Abbildung 3.3 zu sehen und können durch die oberen Bohrungen an der Längsseite des Resonators mit Spannung versorgt werden. Die großen Bohrungen ($\phi=7\text{mm}$) in den Aufsätzen auf beiden Längsseiten bilden die optische Zugänge, um Laserkühlung, -spektroskopie und die Injektion von Ionen zu ermöglichen. Sie sind in Winkeln von 45° , 68° und 90° zur Fallachse angeordnet. Weitere Zugänge für die Injektion von HCIs befinden sich an den Stirnseiten des Resonators.

Die Isolatoren zur Befestigung und Zentrierung der Quadrupolelektroden sind dabei aus PEEK (Polyetheretherketon) gefertigt. Das Material ist vakuum- und kryotauglich und besitzt eine relativ geringe Wärmeleitfähigkeit von $0,25 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$ (Kupfer $400 \frac{\text{W}}{\text{K}\cdot\text{m}}$), um die Zentrierung der Elektroden auch bei tiefen Temperaturen zu gewährleisten und damit die Ausrichtung der Quadrupolstruktur zu erhalten. Die Einkopplung der Wechselspannung erfolgt über eine koaxiale Zuleitung, die an eine BNC-Buchse angeschlossen und über eine SMA-Steckverbindung (*Sub-Miniature-A*) mit dem in den Resonator laufenden Leiter zusammen gelötet



Abbildung 3.2: Fotografien des Hohlraumresonators. Oben ist der Resonator in seitlicher Ansicht zu sehen. Unten ist er in Draufsicht ohne Deckel mit eingebrachter Elektrodenstruktur gemäß der linearen Paul-Falle abgebildet.

ist (vgl. Abschnitt 2.3.1). Die zweite Polung wird einfach auf das Resonatorgehäuse geleitet.

Zur Einschätzung der bestmöglichen Einkoppelorte und der sich ausbildenden Kapazitäten und Induktivitäten lassen sich die Feldsimulationen in Abbildung 3.4 heranziehen. Diese wurden von Julian Stark in seiner Masterarbeit mit *Comsol* bei der Quadrupol-Resonanzfrequenz durchgeführt [2]. Wie zu sehen ist, bilden sich elektrische Felder hauptsächlich in den Doppelektroden und in der Quadrupolstruktur aus. Die magnetische Flussdichte konzentriert sich radial um die Doppelektroden, ähnlich wie bei einem geraden Leiter. Die Simulationsergebnisse verdeutlichen die Motivation für die Beschreibung von Hohlraumresonatoren als *RLC*-Schwingkreise.

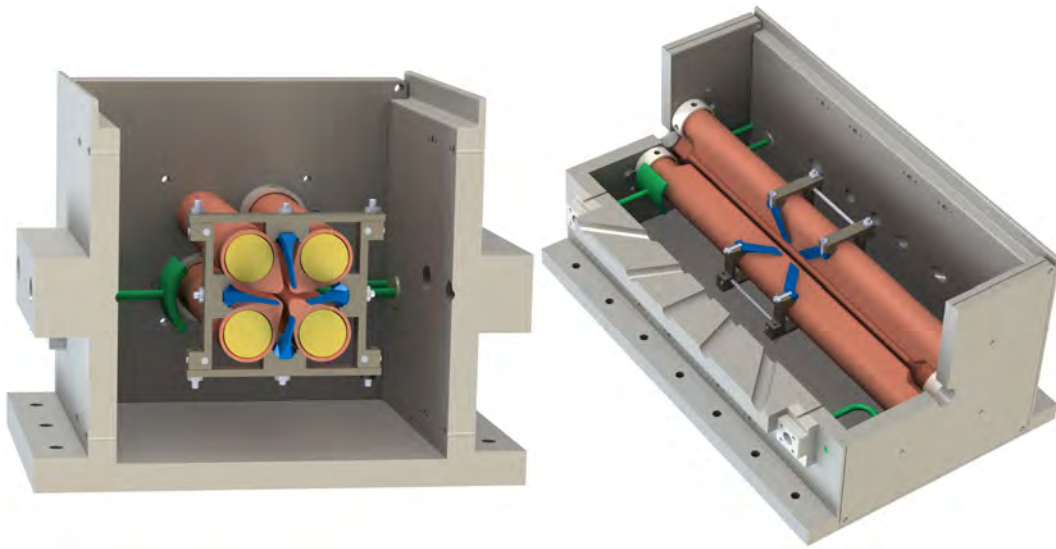
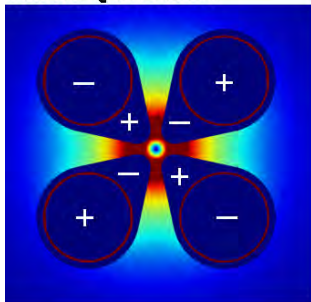


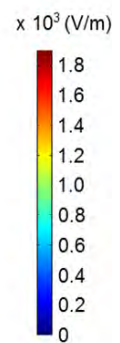
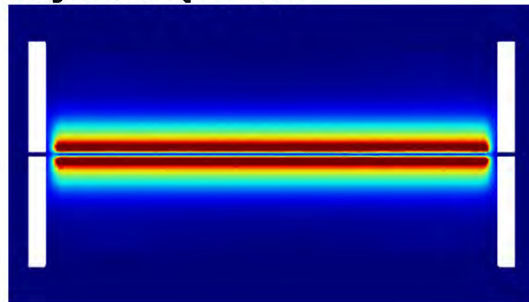
Abbildung 3.3: CAD-Modell des Resonators. Es zeigt Hohl- (orange) sowie Innenelektrode (gelb) der linearen Paul-Fallenelektroden und das Macorgerüst mit angebrachten Gleichspannungselektroden (blau). Beispielhaft sind kapazitive und induktive Ankopplung angedeutet (grün).

Elektrische Feldstärke

Axialer Querschnitt

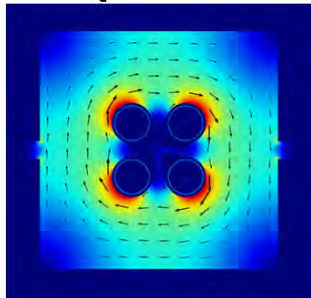


Longitudinaler Querschnitt



Magnetische Flussdichte

Axialer Querschnitt



Longitudinaler Querschnitt

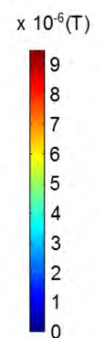
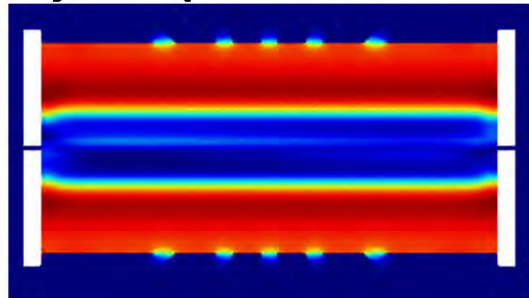


Abbildung 3.4: Oben: Simulation der elektrischen Feldstärke für das CAD Modell aus Abbildung 3.3 mit *Comsol*. Unten: Simulation der magnetischen Flussdichte. Die Werte sind normiert und entsprechen nicht den realen Umständen im Resonator. Entnommen aus [2].

Kapitel 4

Charakterisierung des Quadrupol-Resonators

Die Möglichkeit der Charakterisierung von Hohlraumresonatoren über die Beschreibung als *RLC*- Schwingkreise wurde in Kapitel 2.2 beschrieben. Die Charakterisierung im Rahmen dieser Darstellung soll im folgenden Kapitel vorgenommen werden. Allein aus geometrischen Überlegungen lässt sich bereits die Kapazität des Resonators abschätzen. Wie im vorherigen Kapitel erläutert sind Kapazitäten hauptsächlich zwischen den Innen- und Aussenelektroden (C_Z) und in der Quadrupolstruktur zu finden (C_{QP}). Demnach lässt sich die Gesamtkapazität gemäß existierenden Formeln für zylindrische und quadrupolare Anordnungen [17] bestimmen.

$$C = 4 \cdot C_Z + C_{QP} = 4 \cdot 2\pi\varepsilon \frac{l}{\ln(r_{ai}/r_i)} + 1,6\pi\varepsilon l \left[\ln \left(\frac{r_a + r_0}{r_a} \right) - \left(\frac{r_a}{2(r_a + r_0)} \right)^2 \right]^{-1} \quad (4.1)$$

Hier bezeichnet ε die Permittivität des Mediums zwischen den Elektroden, l die Länge der Elektroden (189,34 mm), r_a den Außenradius der Hohlelektrode (8 mm), r_{ai} deren Innenradius (r_a abzüglich Wandstärke; 7 mm) und r_i den Radius der Vollelektrode (6,7 mm). Der Abstand zum Fallenzentrum ist wiederum r_0 und beträgt 6,97 mm [2]. Es ergibt sich:

$$C = 977,08 \text{ pF}. \quad (4.2)$$

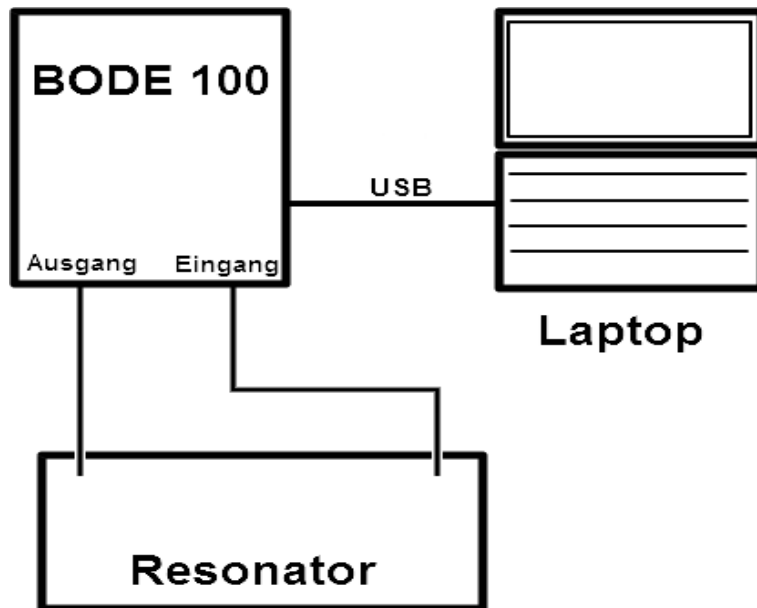


Abbildung 4.1: Skizze des Messaufbaus zur Aufnahme der Resonanzkurve. Die kapazitive Ein- und Auskopplung durch kurze Koppelstifte ist angedeutet.

Die so ermittelte Resonatorkapazität ist ein guter Startpunkt zur Bestimmung weiterer Größen mittels Messungen der Resonanzkurve. Diese werden mit dem Netzwerkanalysator *Bode 100* der Firma *Omicron Lab* durchgeführt. Die zugehörigen technischen Daten sind aus [9] entnommen. Der Netzwerkanalysator ist in der Lage Frequenzgänge bis 40 MHz aufzunehmen und Impedanzen, Reflexionen, sowie Amplituden und Phasenverschiebungen von Signalen zu messen. Einzelne Frequenzpunkte innerhalb eines Frequenzgangs sind mit einem Fehler von 0,03 Hz behaftet, wohingegen die absolute Genauigkeit der Frequenz mit 25 ppm (englisch: *parts per million*) angegeben wird [18].

Um möglichst alle Größen genau zu bestimmen, ohne dass weitere, störende Eigenschaften aus dem Aufbau die Messung beeinflussen (Leerlauf), wird in diesem Versuchsteil mittels kurzem Koppelstift schwach kapazitiv ein- und ausgekoppelt. Der Messaufbau ist in Abbildung 4.1 skizziert. Die Koppelkapazität lässt sich auf ≤ 1 pF abschätzen. Die Kopplungen sind über Koaxialkabel mit den entsprechenden Ein-/Ausgängen des Netzwerkanalysators verbunden. Über eine USB-Verbindung (englisch: *universal serial bus*) werden die Daten auf einen Computer übertragen. Abbildung 4.2 zeigt die Messung der Resonanzkurve in Transmission mit einem Fit nach Formel 2.16 innerhalb der Grenzfrequenzen, wobei ein zusätzlicher Fitparameter A aufgrund der schwachen Kopplung für die

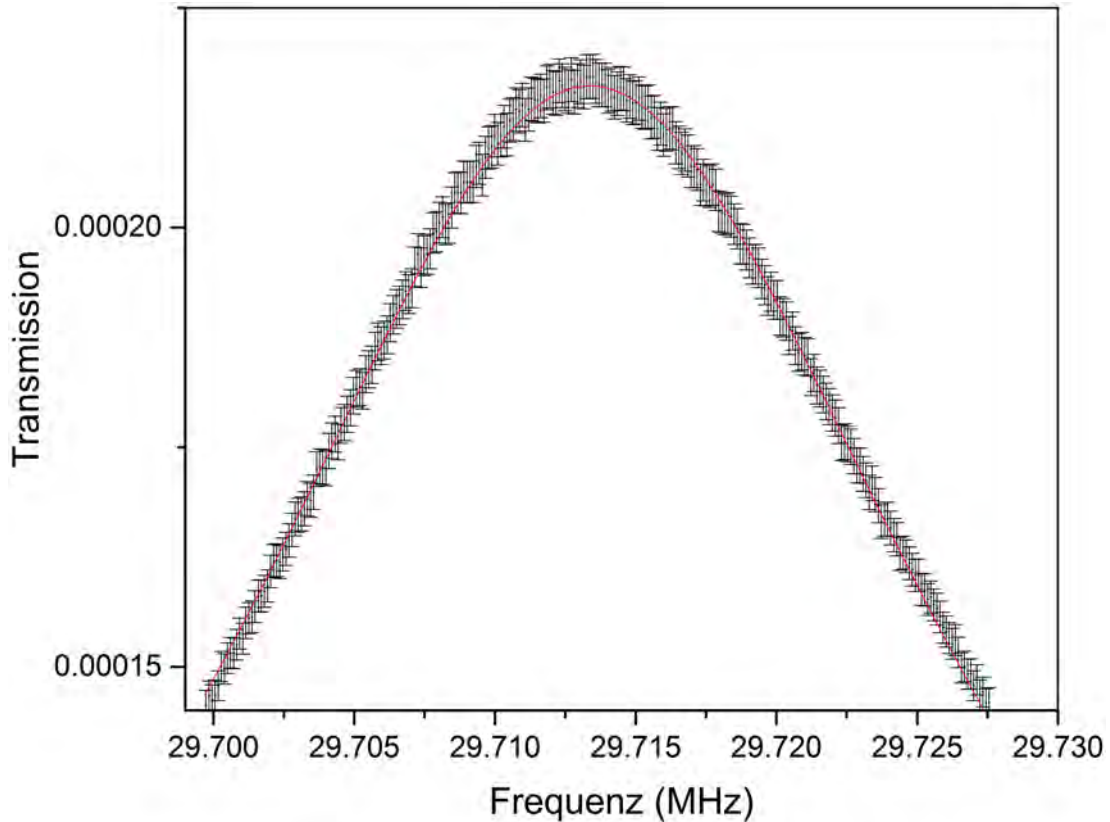


Abbildung 4.2: Messung der Transmission des Resonators mit kapazitiver Ein- und Auskopplung bei einer Bandbreite von 300 Hz und einer Signalamplitude von 13 dBm als Funktion der Frequenz der Wechselspannung. In Rot ist ein Fit an die Datenpunkte dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die Anzahl der Datenpunkte reduziert.

Amplitude eingeführt wird. Die gesamte Fitformel lautet daher:

$$\left| \frac{U_{\text{out}}(\omega)}{U_{\text{in}}} \right| = \sqrt{\frac{A}{1 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (4.3)$$

Der Leistungspegel des Eingangssignal beträgt 13 dBm. Die Abbildung zeigt einen Fit an eine Kurvenmessung im Frequenzbereich von 29,6 bis 29,8 MHz bei der Aufnahme von 16501 Datenpunkten und einer Empfängerbandbreite von 300 Hz. Der Fit ist dem Verlauf nach zu urteilen leicht asymmetrisch, da auch die Resonanzkurve an sich asymmetrisches Verhalten über einen größeren Frequenzbereich aufwies. Durch die Beschränkung auf den -3 dB Bereich liegen die Residuen jedoch in der Größenordnung der Fehlerbereiche. Weitere Auffälligkeiten im Messprozess waren das Auftreten von Störsignalen aus der inneren Elektronik des Netzwerkanalysators bei der Messung über einen weiten Frequenzbereich, die mit einer

Tabelle 4.1: Zusammenfassung der charakteristischen Größen des Resonators aus der Leerlaufresonanzkurvenmessung bei Raumtemperatur. Die Fehler ergeben sich aus dem Fit in Abbildung 4.2.

Größe	Wert	Fehler	Einheit
A	4,7	0,1	10^{-8}
C	977,08	–	pF
L	29,364	0,004	nH
R_p	6425	8	Ω
R_s	4,678	0,006	m Ω
f_0	29,713	0,002	MHz
Q_0	1172	1	–

schwächeren Dämpfung auf dem Eingangskanal des Netzwerkanalysators minimiert werden konnten. Aufgrund der schwachen kapazitiven Ein- und Auskoppung in den Resonator lag die maximale Transmission im Resonanzfall bei etwa -70 bis -80 dB. Eine Dämpfung des Signals zum Schutz des Netzwerkanalysators ist damit ohnehin nicht nötig. Aus der Resonanzfrequenz und der abgeschätzten Kapazität in Gleichung 4.1 erhalten wir nach Formel 2.12 $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/\sqrt{LC}$ die Induktivität. Gleichung 2.14 bietet dann eine Möglichkeit die Werte der Widerstände im gewünschten Ersatzschaltbild zu ermitteln. Tabelle 4.1 fasst die Ergebnisse aus Messung und Abschätzung zusammen. Für die Resonanzfrequenz ist der systematische Fehler des *Bode 100* von 25 ppm hier schon berücksichtigt. Weiterhin wurden Messungen mit losem und mittels Schrauben angepresstem Resonatordeckel durchgeführt. Durch das Anpressen wird erwartet, dass sich der Widerstand des Resonators verringert und damit auch die Güte gesteigert wird. Dementsprechend wird eine Differenz von etwa 100 im Gütenwert festgestellt. Der Serienschaltungswiderstand R_s muss dem dissipativem Widerstand entsprechen. Dieser lässt sich ebenfalls aus der Resonatorgeometrie abschätzen. Der ohmsche Widerstand eines stromdurchflossenen Leiters R ist von seinem spezifischen, materialabhängigen Widerstand ρ und seiner Geometrie abhängig.

$$R = \rho \frac{l}{A_1} = R_o \frac{l}{b}. \quad (4.4)$$

A_1 bezeichnet hier die vom Strom durchflossene Fläche und l die Länge des Objekts. Im Wechselstromfall ist die effektive Fläche von der Skintiefe d bestimmt, weshalb die Formel mit dem Oberflächenwiderstand $R_o = \rho/d$ nach Gleichung 2.19 umgeschrieben werden kann. Je nach zu betrachtender Geometrie stellt b dann die Breite oder den Umfang des Objekts dar. Zusätzlich muss noch der Stromfluss berücksichtigt werden. Für den hier untersuchten Quadrupolresonator

sind je zwei Innen- und zwei Hohlelektroden auf gleicher Polung des Schwingkreises, welche dann über Deckel und Wände des Resonators, wobei die Wände eine Parallelschaltung bilden, mit den anderen Elektroden verbunden sind. Aufgrund ähnlicher Geometrie und deshalb ähnlicher elektrischer Widerstände ist es legitim abzuschätzen, dass der Strom sich unter den Elektroden gleichmäßig aufteilt. Demnach ergibt sich bei der Resonanzfrequenz aus Tabelle 4.1 und einem spezifischer Widerstand von $\rho_{\text{CU}} = 0.017 \Omega\text{m}$ [19] für die dissipierte Leistung:

$$\begin{aligned}
 P_{\text{diss}} &= R_{\text{tot}} I_{\text{eff}}^2 = I_{\text{eff}}^2 \left(\frac{1}{4} R_{\text{Hohl}} + \frac{1}{4} R_{\text{Innen}} + 2R_{\text{Deckel}} + R_{\text{Gehäuse}} \right) \\
 &= I_{\text{eff}}^2 \left(\frac{1}{4^2} \cdot 4 \cdot 4, 52R_{\text{o}} + \frac{1}{4^2} \cdot 4 \cdot 4, 8R_{\text{o}} + 2R_{\text{o}} + 0, 54R_{\text{o}} \right) \quad (4.5) \\
 &= 4, 87 \sqrt{\pi \mu f \rho_{\text{CU}}} I_{\text{eff}}^2 = 6, 89 \text{ m}\Omega I_{\text{eff}}^2.
 \end{aligned}$$

R_{Hohl} und R_{Innen} bezeichnen hier die elektrischen Widerstände der Hohl- und Innenelektrode, R_{Deckel} und $R_{\text{Gehäuse}}$ die der Resonatorwände. Sie wurden nach Gleichung 4.4 aus ihrer jeweiligen Geometrie abgeschätzt. Der Parameter $\mu = \mu_0 \mu_{\text{CU}}$ setzt sich zusammen aus der magnetischen Permeabilität von Vakuum und Kupfer. Der berechnete Widerstandswert weicht zwar vom gemessenen Wert von R_{s} aus Tabelle 4.1 ab, liegt jedoch in der selben Größenordnung. Die Ursache der Abweichung könnte unter anderem in einer geringeren Fläche als angenommen, welche effektiv vom Strom durchflossen wird, liegen.

Kapitel 5

Impedanzanpassung des Quadrupol-Resonators

Die Möglichkeiten der Impedanzanpassung wurden bereits in Kapitel 2.4 vorgestellt. Der Resonator wird in seiner Anwendung als Paulfalle letztlich bei kryogenen Temperaturen betrieben, weshalb eine variable Einstellungsmöglichkeit der Impedanzanpassung vorteilhaft ist, da sich charakteristische Größen wie die Güte mit der Temperatur ändern und damit auch eine andere Anpassung vorgenommen werden muss. Generell lassen sich die Anpassnetzwerke mittels Wahl veränderlicher Bauteile wie eines Drehkondensators oder ähnlichem auch variabel gestalten. Für die Speicherung von Teilchen in der Paul-Falle ist aber ein hoher Leistungsübertrag wünschenswert und zusätzliche Bauteile verursachen immer auch weitere Verluste. Die Wahl der Anpassung fällt deswegen auf die Möglichkeit mittels der induktiven Einkopplung, bei der durch Einstellung des Winkels γ zwischen der Einkoppelschleife und den Magnetfeldlinien am Ort der Einkopplung die Kopplungsstärke und Impedanz des Resonators variiert werden kann. In diesem Kapitel wird zunächst der einstellbare Einkoppelaufsatz für den Resonator beschrieben und im Anschluss werden die Messungen der Impedanzanpassung bei Raumtemperatur und kryogenen Temperaturen vorgestellt.

5.1 Drehbare Einkopplung

Die Anforderungen an zusätzliche Komponenten im Resonatoraufbau sind die selben wie für den Resonator an sich; sie müssen kryo- und vakuumtauglich sein. Zur bestmöglichen Impedanzanpassung auch für unterschiedliche Temperaturen wird zusätzlich die Möglichkeit einer kontinuierlichen Drehung gefordert. Dazu wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Design für einen mehrteiligen Adapteraufsatz aus

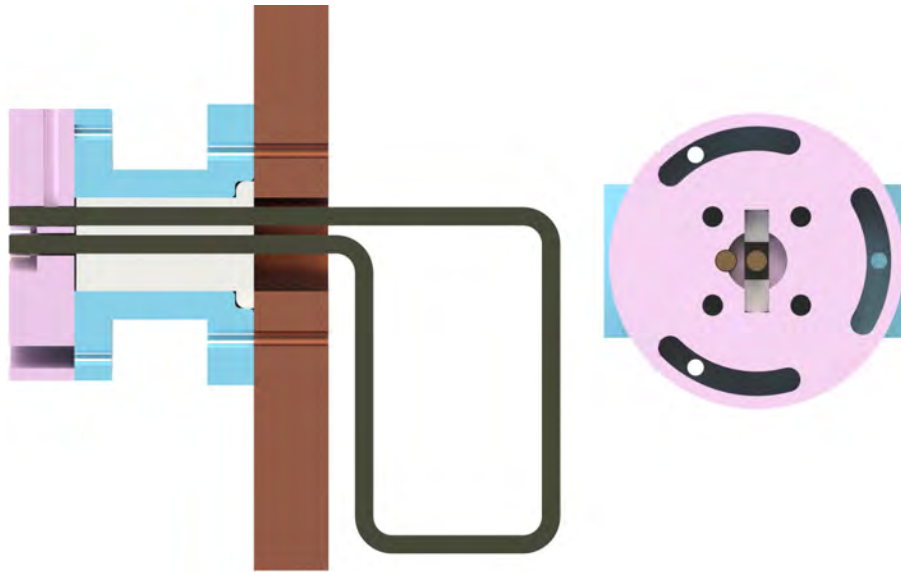


Abbildung 5.1: CAD-Modell des drehbaren Einkoppelaufsatzes. Links: Seitlicher Querschnitt durch den Einkoppelaufsatz mit Resonatorwand und Einkoppelschleife. Die Schleife wird im Inneren durch einen Isolator aus Teflon geführt. Rechts: Draufsicht auf den Einkoppelaufsatz. Die oberste Komponente (in Lila dargestellt) ist dabei drehbar gehalten.

Aluminium entwickelt (siehe Abb. 5.1). Die erste Komponente (in Blau dargestellt) ist dabei der starre Aufsatz, welcher an den Resonator angeschraubt wird. Er hat die Maße $30\text{ mm} \cdot 15\text{ mm} \cdot 19,2\text{ mm}$. Um eine Drehung der Einkoppelschleife zu ermöglichen, ist das oberste Element des Aufbaus kreisrund ($\varnothing=29\text{ mm}$) mit sechs gleichmäßig im Kreis verteilten ($\varnothing=24\text{ mm}$) M2-Gewindelöchern gehalten. Darauf folgt die drehbare Komponente (in Lila dargestellt, gleicher Durchmesser) mit drei gekrümmten Langlöchern, um eben die kontinuierliche Drehung und gleichzeitig eine Arretierung an mindestens zwei Stellen zuzulassen. Die vier inneren Gewindelöcher sind für die SMA-Steckverbindung gedacht, an deren Pin das eine Ende der Schleife angelötet wird. Die Schleife selbst wird im Inneren durch einen Isolator aus Teflon geführt und damit gegen Vibrationen stabilisiert. Das freie Ende der Schleife wird dann, im Vergleich zum angelöteten Ende, etwas gekürzt und mit einer seitlich geführten Schraube an das drehbare Aluminiumteil angepresst, sodass dieses mit dem Schirm des Koaxialkabels und dem Resonatorgehäuse kurzgeschlossen ist. Detailliertere Zeichnungen der drehbaren Einkopplung sind im Anhang zu finden (A).

Die Dimensionierung der Schleife lässt sich unter anderem mit den Simulationsergebnissen von Julian Stark aus *Comsol* abschätzen [2]. *Comsol* liefert die Gesamtenergie im Resonator, welche periodisch zwischen den elektrischen und magnetischen Feldern umverteilt wird und die Magnetfeldstärke an jedem Ort

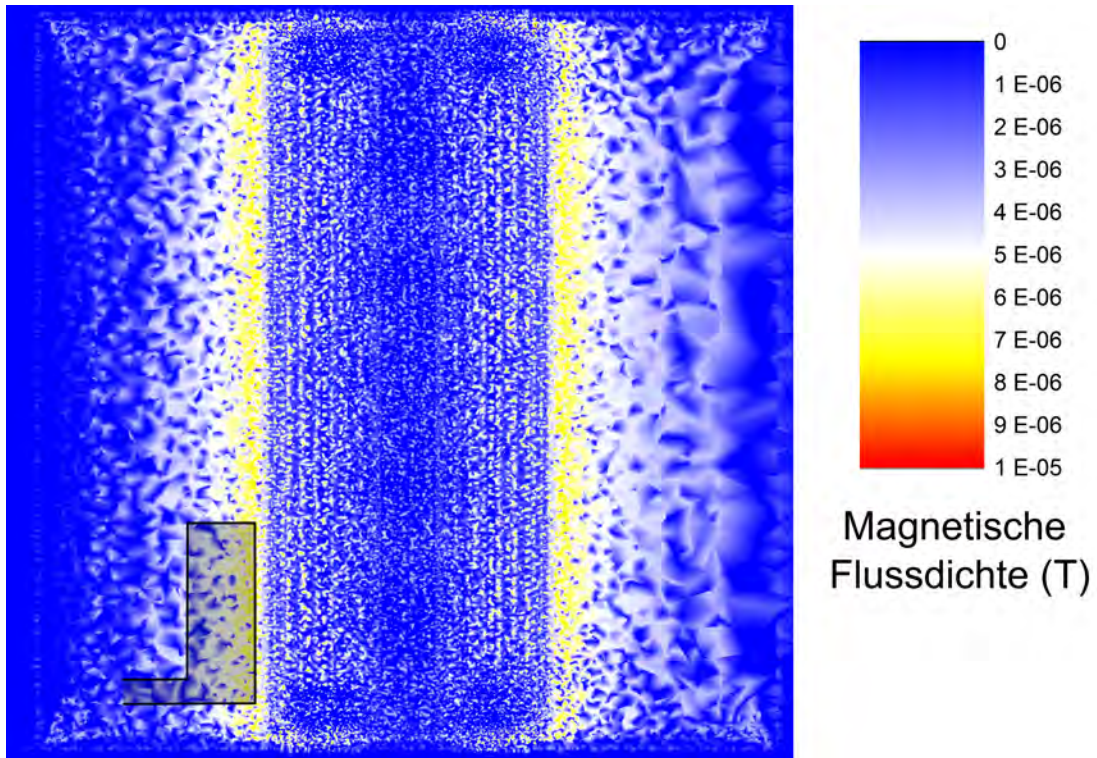


Abbildung 5.2: Simulation der magnetischen Flussdichte nach *Comsol* im longitudinalen Querschnitt mit skizzierter Einkoppelschleife [2].

im Resonatorvolumen [20]. Die absoluten Werte für Gesamtenergie und Magnetfeldstärke haben jedoch keine Aussagekraft, da diese bei der Berechnung von *Comsol* zu einem beliebigen Volumenelement normiert werden. Nach Gleichung 2.21 hängt die Energie allerdings vom Magnetfeld ab ($\vec{B} = \mu\vec{H}$), weswegen die Normierung im Faktor $|\underline{B}|^2/W = konst.$ in Gleichung 2.34 keine Rolle spielt und die Simulation für das Verhältnis den exakten Wert liefert. Ferner lässt sich Gleichung 2.34 nach der Fläche auflösen.

$$A = \sqrt{\frac{2WR_k}{\omega_0 Q_0 |\underline{B}|^2 \cos^2 \gamma}} \quad (5.1)$$

Die Simulation liefert eine Energie von 4,5 nJ. Abbildung 5.2 zeigt nochmals das Magnetfeldsimulationsergebnis in der xy-Ebene auf mittlerer Höhe des Resonators mit skizzierter Schleife. Die Elektrodenränder sind durch Punkte hoher Flussdichte zu erahnen. Der Einkopplungsort wurde so gewählt, dass an das stärkste Magnetfeld gekoppelt wird. Dies ist in Elektrodennähe gegeben. Wie zu sehen lässt sich eine mittlere Magnetfeldamplitude innerhalb der Schleife hier mit $5 \mu\text{T}$ abschätzen. Wird nun weiterhin angenommen, dass ein R_k von 100Ω gemäß Ab-

bildung 2.13 ausreichend ist, um die reelle Achse zu schneiden und eine Anpassung bei maximaler Einkopplung verlangt wird ($\cos^2 \gamma = 1$), so errechnet sich nach obiger Formel eine Schleifenfläche von $4,1 \text{ cm}^2$. Die Größenordnung der Fläche hat also im Bereich von einigen cm^2 zu liegen. Um etwas Spielraum zu haben, wird für die erste Schleife eine Größe von $6\text{-}7 \text{ cm}^2$ angestrebt, was nach Gleichung 2.34 einem R_k von etwa $200\text{-}300 \text{ Ohm}$ entspricht. Die Induktivität der Einkoppelschleife selbst berechnet sich nach [14] für eine rechteckige Leiterschleife aus rundem Draht wie folgt:

$$L[\text{nH}] = 4 \left((l_1 + l_2) \ln \left(\frac{2l_1 l_2}{t} \right) - l_1 \ln \left(l_1 + \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \right) - l_2 \ln \left(l_2 + \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \right) - \frac{7}{4}(l_1 + l_2) + 2 \left(t + \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \right) \right) \quad (5.2)$$

Die Seitenlängen der Schleife sind hier mit l_1 und l_2 und der Drahtdurchmesser mit t benannt. Die Längen werden in Zentimeter angegeben, das Ergebnis in Nanohenry.

5.2 Anpassung bei Raumtemperatur

Zur Beurteilung der Anpassung und deren Variabilität werden in diesem Abschnitt Resonanz-, Reflexions- und Ortskurven bei unterschiedlichen Winkelstellungen der induktiven Einkopplung besprochen. Mangels Möglichkeiten zur Winkelmessung sind die hier angegebenen Winkelstellungen der Schleife nur eine Abschätzung, weshalb keine exakte Übereinstimmung mit der Theorie aus Kapitel 2.4.2 zu erwarten ist. Die prinzipiellen Zusammenhänge werden aber deutlich. Nach den Überlegungen aus dem vorherigen Abschnitt wird zur leichteren Fertigung und bestmöglichen Ankopplung am Ort des stärksten Magnetfelds eine rechteckige Schleife aus einem $1,5 \text{ mm}$ dicken Kupferstab mit der angestrebten Flächengröße gebogen und an die drehbare Ankopplung angelötet, welche dann an den Resonator angebaut wird. Es werden folgende Szenarien betrachtet:

- die maximale/überkritische Kopplung: $\gamma = 0$, Koppelfaktor $k > 1$
- die angepasste Kopplung: $\gamma \sim 25^\circ$, Koppelfaktor $k = 1$
- eine unterkritische Kopplung: $\gamma \sim 45^\circ$, Koppelfaktor $k < 1$

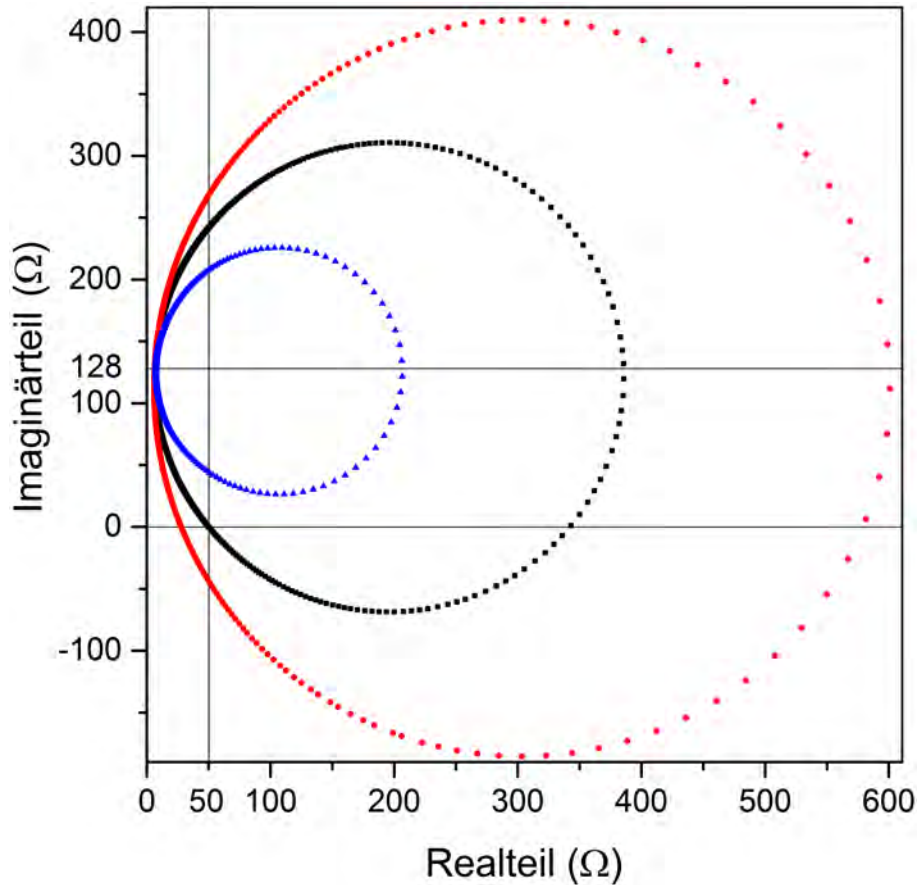


Abbildung 5.3: Ortskurvenmessung für verschiedene Winkelstellungen der Einkoppelschleife. Rot: Überkritische Kopplung bei 0° -Winkelstellung. Schwarz: Anpassung bei 25° -Winkelstellung. Blau: Unterkritische Kopplung bei 45° -Winkelstellung. Es sind Geraden bei 50Ω Real- und 0Ω Imaginärteil eingezeichnet. Die Eigeninduktivität der Einkoppelschleife kann auf mittlerer Höhe der Kreise abgeschätzt werden und ist ebenfalls durch eine Gerade bei 128Ω Imaginärteil gekennzeichnet.

Die Datenaufnahme erfolgt wieder mit dem *Bode 100* [9], der unter anderem auch die direkte Aufnahme der Ortskurve ermöglicht. Der Messaufbau gleicht dem in Abbildung 4.1, wobei für Reflexionen und Ortskurven auf eine Rückführung zum Eingang des Netzwerkanalysators verzichtet werden kann. Die Ortskurve ist für alle drei Szenarien in Abbildung 5.3 dargestellt. Wie zu sehen werden die rein reellen 50 Ohm nur von der schwarzen Kurve bei 25° Winkelstellung getroffen. Die blaue Kurve bei 45° Winkelstellung schneidet die reelle Achse sogar überhaupt nicht, während die rote Kurve bei maximaler Einkopplung sie zwar schneidet, jedoch aufgrund des großen Kreisdurchmessers die Schnittpunkte zu weit von den 50 Ohm entfernt sind, um damit eine Impedanzanpassung zu ermöglichen. Schätzen wir die Eigeninduktivität ωL der Einkoppelschleife aus Abbildung 5.3 mit 128Ω ab (vgl. Kapitel 2.4.2), so ergibt sich nach Gleichung 2.36 ein R_k von

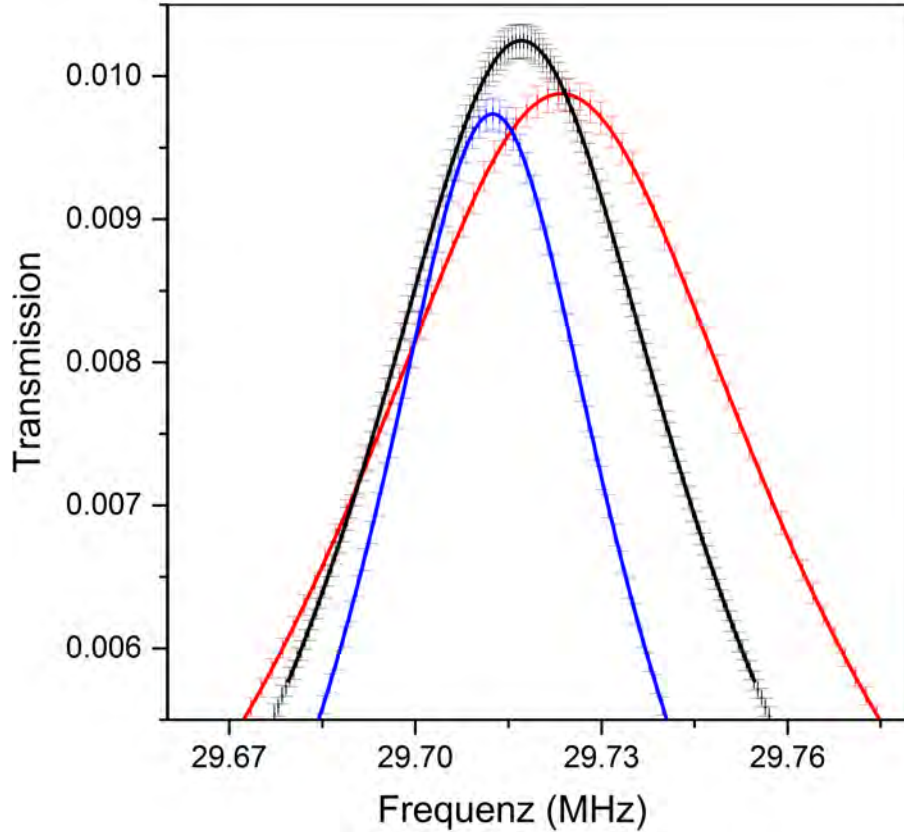


Abbildung 5.4: Messung der Resonanzkurven des Gesamtsystems aus induktiver Einkopplung und Resonator in Transmission bei maximaler Kopplung (rot), Anpassung (schwarz) und bei 45°-Winkelstellung (blau) bei Raumtemperatur. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die Anzahl der Datenpunkte reduziert. Die Messpunkte wurden durch einen Fit angepasst, die Fitparameter sind in Tabelle 5.1 zu sehen.

Tabelle 5.1: Fitparameter für die Anpassung der Transmissionmessungen aus Abbildung 5.4 nach Gleichung 4.3 für verschiedene Winkelstellungen der Einkoppelschleife. Die Güte $Q = Q_0/(k + 1)$ bezeichnet hierbei die Gesamtgüte des Systems. Der absolute Fehler von 25 ppm ist hier nicht berücksichtigt.

Größe	Max. Kopplung	Anpassung	$\sim 45^\circ$
A	$(9,76 \pm 0,01) \cdot 10^{-5}$	$(1,0504 \pm 0,0006) \cdot 10^{-4}$	$(9,48 \pm 0,02) \cdot 10^{-5}$
f_0 [MHz]	$29,7235 \pm 0,0001$	$29,7166 \pm 0,0005$	$29,7125 \pm 0,0002$
Q	$432,4 \pm 0,1$	$580,6 \pm 0,4$	$772,9 \pm 0,2$
χ_{red}^2	0,002	$9 \cdot 10^{-10}$	$7 \cdot 10^{-4}$

etwa 378Ω , was nach Abbildung 5.3 für den Fall der Impedanzanpassung erfüllt ist. Die Differenz der Messpunkte mit dem größten und kleinsten Realteil ergibt einen Wert von ca. 379Ω . Die Messungen entsprechen den Erwartungen aus Abschnitt 2.4.2 und sind in sich konsistent.

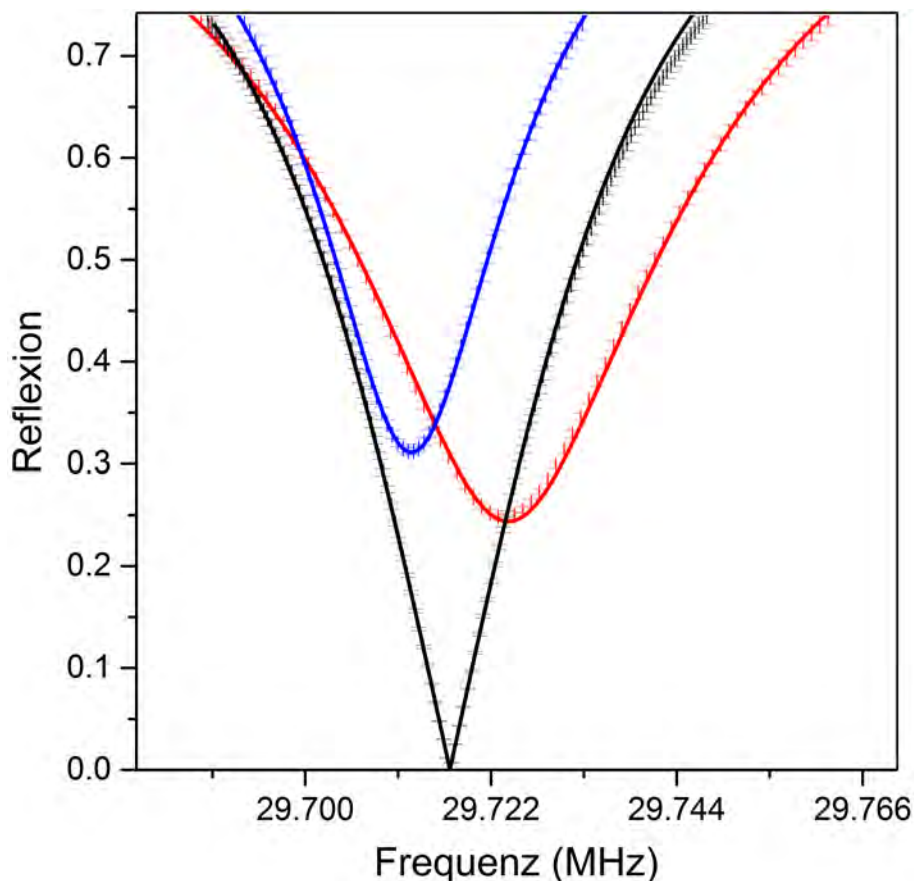


Abbildung 5.5: Messung der Reflexionskurven des Gesamtsystems aus induktiver Einkopplung und Resonator bei maximaler Kopplung (rot), Anpassung (schwarz) und bei 45°-Winkelstellung (blau) bei Raumtemperatur. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde die Anzahl der Datenpunkte reduziert. Die Messpunkte wurden durch einen Fit angepasst, die Fitparameter sind in Tabelle 5.2 zu sehen.

Tabelle 5.2: Fitparameter für die Anpassung der Reflexionsmessungen aus Abbildung 5.5 nach Gleichung 2.27 für verschiedene Winkelstellungen der Einkopplerschleife. Die Güte Q_0 bezeichnet hierbei die Leerlaufgüte des Resonators. Der absolute Fehler von 25 ppm ist hier nicht berücksichtigt.

Größe	Max. Kopplung	Anpassung	$\sim 45^\circ$
A	$0,929 \pm 0,006$	$0,934 \pm 0,002$	$0,930 \pm 0,002$
f_0 [MHz]	$29,724 \pm 0.003$	$29,71718 \pm 3 \cdot 10^{-5}$	$29,713 \pm 0,002$
Q_0	1197 ± 40	1183 ± 2	1185 ± 2
k	$1,68 \pm 0,05$	$0,993 \pm 0,002$	$0,51 \pm 0,01$
χ_{red}^2	$3 \cdot 10^{-5}$	10^{-5}	0,14

Zur weiteren Diskussion der Impedanzanpassung werden die Resonanz- und Reflexionskurven besprochen. Die Resonanzkurven ändern sich bei der Schleifen-

kopplung ebenfalls, da nach Gleichung 2.25 die Güte des Gesamtsystems mit der Kopplung zusammenhängt. Abbildung 5.4 zeigt die Messung der Resonanzkurven für die drei besprochenen Winkelstellungen. Die Ergebnisse des Fits nach Gleichung 4.3 an die Messdaten sind in Tabelle 5.1 zu sehen. Entsprechendes ist in Abbildung 5.5 und Tabelle 5.2 für die Reflexionskurven dargestellt, an welche eine Funktion nach Gleichung 2.27 mit ebenfalls zusätzlicher Amplitude A angepasst wurde.

$$|r| = \sqrt{\frac{A \left((k-1)^2 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right)}{(k+1)^2 + Q_0^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}. \quad (5.3)$$

Die Fits selbst sind nicht als besonders gut zu bewerten, da sie nur bei der Vorgabe sehr passender Startwerte wirklich gut konvergierten, wobei Parameter bei einzelnen Iterationen teils festgehalten wurden. Weiterhin sind die Fehlerbereiche der Messwerte noch relativ groß. Dies drückt sich auch in den kleinen Werten für das χ_{red}^2 aus, was die unterschiedlichen Größenordnungen der Fehler erklärt. Eine Mittelung von mehreren Messkurven bei gleichen Bedingungen würde die Ergebnisse verbessern. Innerhalb der Messgenauigkeiten sind die aus den Fits ermittelten Werte für die Güte der Resonanzkurve und Leerlaufgüte mit Koppelfaktor aus den Reflexionskurvenfits nach Gleichung 2.25 miteinander verträglich. Weiterhin ist eine Verschiebung der Resonanzfrequenzen zwischen Reflexions- und Transmissionsmessung beobachtbar. Allerdings fällt diese geringer aus, als nach Gleichung 2.36 zu erwarten wäre. Mit dem abgeschätzten Blindwiderstand von ca. 128Ω aus der Ortskurvenmessung in Abbildung 5.3 und der Leerlaufgüte von $1172(1)$ wird nach Gleichung 2.36 ein Verhältnis beider Frequenzen von $(1 + 1 \cdot 10^{-3})$ erwartet, wohingegen die gemessenen Werte um einen Faktor von $(1 + 2 \cdot 10^{-5})$ auseinanderliegen. Dies kann anstatt einer rein induktiven Kopplung möglicherweise doch für eine stärkere Mischkopplung sprechen, die sich unter anderem durch die Nähe der Einkoppelschleife zu den Elektroden oder Wänden des Resonators ausbildet. Die Drahtlänge als Kriterium scheidet aus, weil die Wellenlänge der sich auszubildenden Strahlung $\lambda = c/f_0 \cong 10 \text{ m}$ beträgt und die Einkoppelschleife demgegenüber hinreichend klein ist. Weitere Gründe für eine Mischkopplung finden sich bei der Abkühlmessung im nächsten Abschnitt 5.3.

Um eine möglichst einfache Anpassung auch bei tiefen Temperaturen zu bewerkstelligen, wäre bei Raumtemperatur eine Anpassung bei minimalem Winkel wünschenswert. Mit größerem Winkel wird auch die Anpassung empfindlicher, weil dabei die Abhängigkeit der effektiv vom Magnetfeld durchflossenen Schleifenfläche vom Winkel gesteigert wird, sodass mangels geeigneter Vorrichtung zum

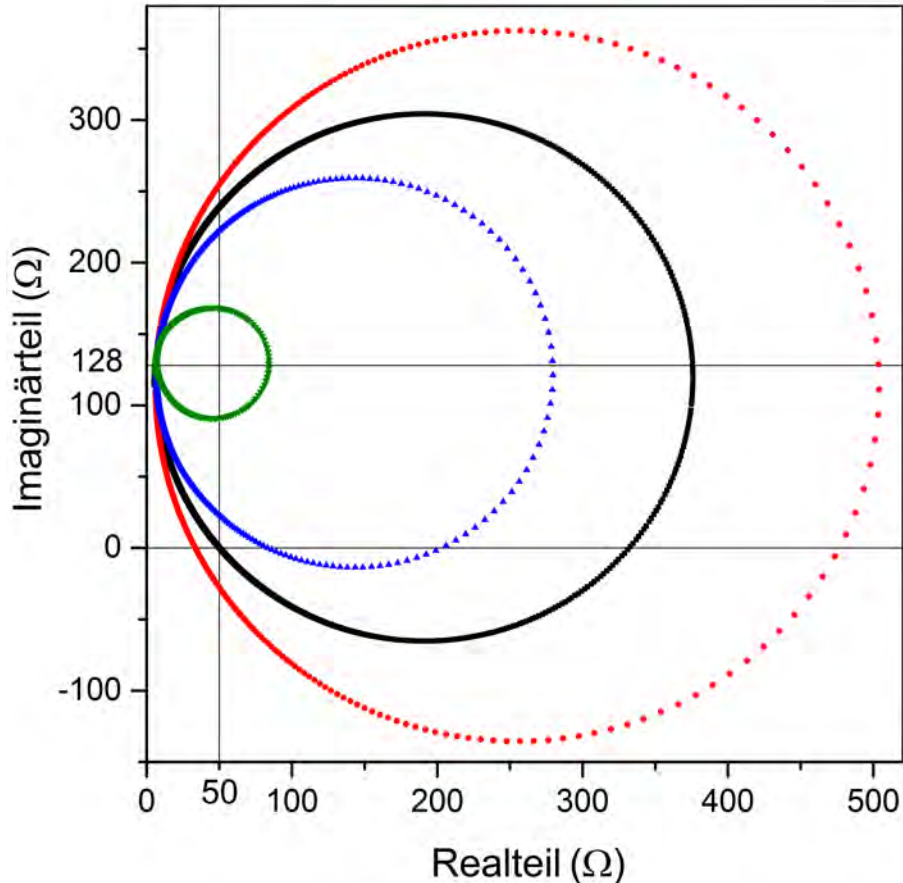


Abbildung 5.6: Ortskurvenmessung für verschiedene Winkelstellungen der zweiten Einkoppelschleife. Rot: Überkritische Kopplung bei 0° -Winkelstellung. Schwarz: Anpassung bei 25° -Winkelstellung. Blau: Unterkritische Kopplung bei 45° -Winkelstellung. Grün: Unterkritische Kopplung bei 65° -Winkelstellung. Es sind Geraden bei $50\ \Omega$ Real- und $0\ \Omega$ Imaginärteil eingezeichnet. Die Eigeninduktivität der Einkoppelschleife kann auf mittlerer Höhe der Kreise abgeschätzt werden und ist ebenfalls durch eine Gerade bei $128\ \Omega$ Imaginärteil gekennzeichnet.

Ablesen die Abschätzung des richtigen Winkels schwieriger wird. Für die Anpassung bei tiefen Temperaturen bedeutet dies, dass der Resonator wieder erwärmt werden muss, da ein manuelles nachjustieren der Schleife sonst nicht möglich ist. Um eine Anpassung bei kleineren Winkeln γ zu erreichen wurden weitere Schleifen gebogen, wobei hier zwischen der Schleifenfläche und dem Einkoppelort für kleinere Ortskurvendurchmesser abgewogen werden kann. Die Ortskurven für den am besten optimierten Fall sind in Abbildung 5.6 dargestellt. Im Vergleich zur ersten Schleife wurde der Ortskurvendurchmesser bei maximaler Kopplung um etwa $100\ \Omega$ gesenkt. Auffällig an den gezeigten Messungen ist, dass sich der Offset auf der imaginären Achse durch eine andere Schleife nicht oder nur unmerklich verändert hat. Dies war selbst bei zu kleinen Schleifen der Fall, deren Ortskurven die

reelle Achse dann nicht geschnitten haben. Die impedanzangepassten Resonanz- und Reflexionskurven der zweiten Schleife sind im Anhang (B) dargestellt. Sie gleichen den zuvor besprochenen Kurven im angepassten Fall. Für alle folgenden Messungen wurde ebenfalls die zweite Schleife verwendet.

Zur Sicherstellung, dass bei späteren Experimenten nur die Quadrupolmode angeregt wird ist der Frequenzgang des angepassten Resonators in Transmission bis 40 MHz in Abbildung 5.7 dargestellt. Es ist deutlich nur eine einzelne Resonanz zu sehen. Eine leichte Asymmetrie ist vorhanden, welche für den Betrieb im Experiment nahe der Resonanzfrequenz unerheblich ist.

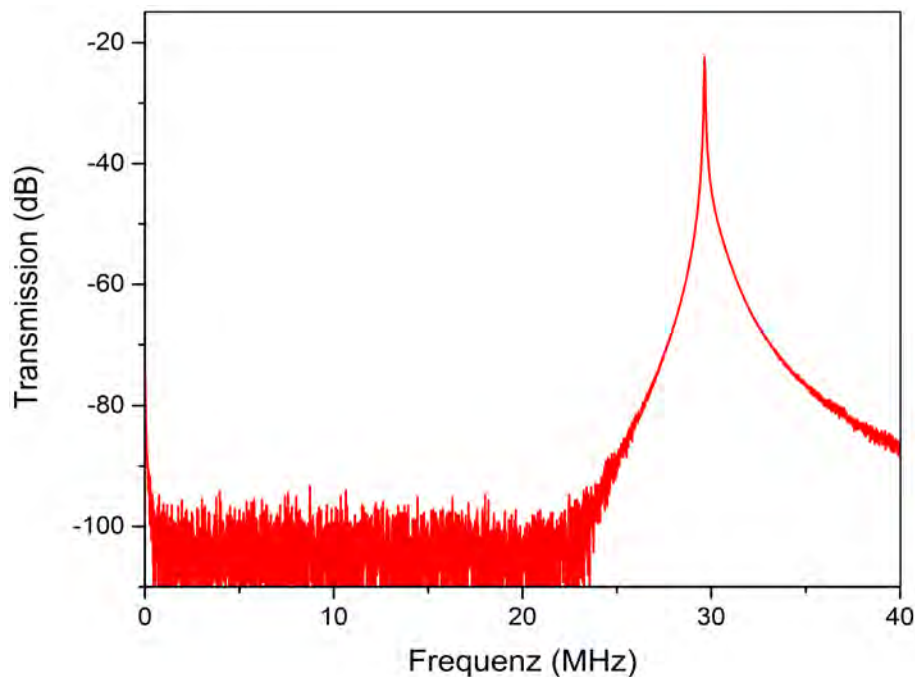


Abbildung 5.7: Messung des Frequenzgang in Transmission bis 40 MHz bei angepasster induktiver Einkopplung der zweiten Einkoppelschleife und Raumtemperatur.

5.3 Anpassung bei tiefen Temperaturen

Der Betrieb des Resonators als Paul-Falle erfolgt letztlich bei ca. 4 K Temperatur, weshalb die Anpassung auch bei kryogenen Temperaturen bestätigt wird. Dazu ist zunächst ein geeigneter Aufbau notwendig. Die Abbildungen 5.8 und 5.9 zeigen eine Skizze, sowie eine Fotografie der wichtigsten Bestandteile, wobei die Kryopumpe nicht zu sehen ist, da der Resonator direkt auf dessen Pumpfläche der zweiten Temperaturstufe gepresst ist. Es handelt sich um eine Refrigerator-Kryopumpe der Firma *Leybold* mit Bezeichnung COOLVAC 800 BL-V und zusätzlichem Kompressionsmodul COOLPAK 6000, die nach dem Gifford-McMahon Prozess arbeitet (siehe [13]). Als Kältemittel wird Helium verwendet, welches in einem geschlossenen Kreislauf zirkuliert. Temperatursensoren sind an der Pumpfläche und am Resonator in der oberen Mitte angebracht. An der ersten Temperaturstufe der Kryopumpe ist ein erstes Hitzeschild angebracht, welches den Resonator komplett umschließt, um diesen vor Wärmestrahlung zu schützen. Ein zweites Hitzeschild aus Superisulationsfolie (MLI; englisch: *Multilayer Insulation*) wird zusätzlich übergezogen. Die Vakuumkammer ist eine metallene Glocke,

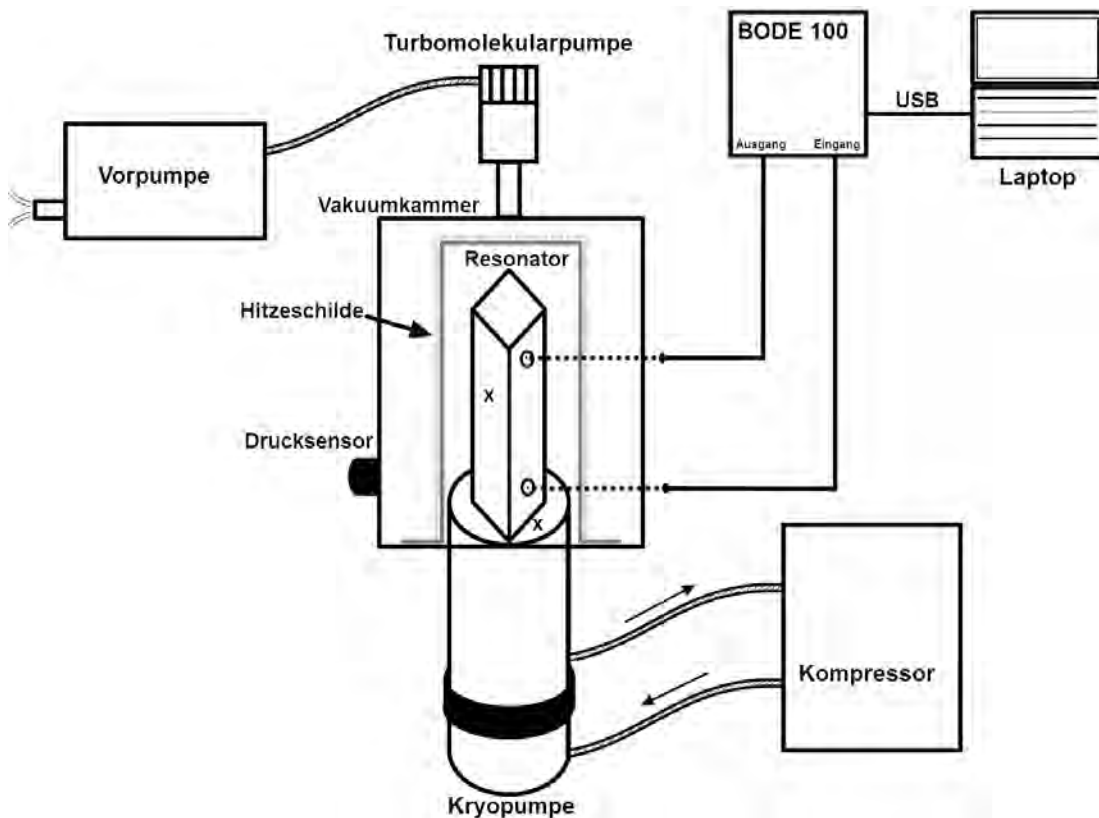


Abbildung 5.8: Skizze der Abkühlmessung. Die Temperatursensoren befinden sich an den mit X markierten Stellen. Die Durchführungen des Netzwerkanalysators zum Resonator sind durch punktierte Linien schematisch dargestellt.

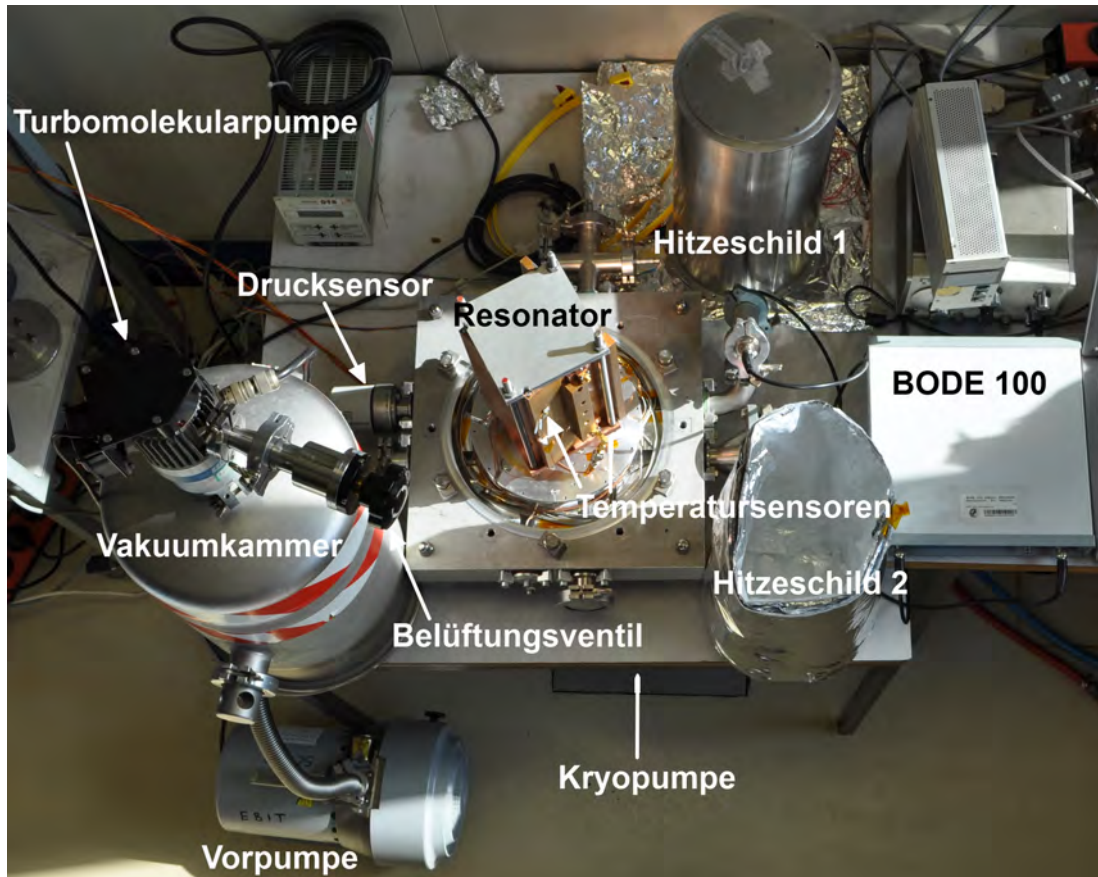


Abbildung 5.9: Fotografie der Abkühlmessung. Die Vakuunkammer und die Hitzeschilde sind zur besseren Einsicht nicht montiert.

welche den Hitzeschildaufbau einschließt. Auf dieser ist zunächst eine Turbomolekularpumpe befestigt, die in einem weiteren Belüftungsventil endet. An dieses Ventil wird die Vorpumpe angeschlossen. Weiterhin ist ein Drucksensor im Inneren des Rezipienten angebracht. Die Kabel, welche vom *Bode 100* kommen werden an eine externe Durchführung angeschlossen, von der aus Kabel im Rezipienten zu den Anschlüssen des Resonators verlaufen. Bevor die Kryopumpe gestartet wird, sorgen Vor- und Turbomolekularpumpe zunächst für einen Druck $\leq 10^{-2}$ mbar, um Kondensation oder Resublimation von beispielsweise Wasser zu vermeiden. Erst im Anschluss wird die Kryopumpe gestartet, welche nach ca. zwölf Stunden den Resonator auf eine Tiefsttemperatur von 12-13 K abkühlt. Bei diesen Temperaturen werden Enddrücke von 10^{-7} mbar bei 300 K Temperatur der Drucksonde erreicht.

Zur Anpassung bei tiefen Temperaturen ist die Kenntnis des Gütenwerts bei der gewählten Betriebstemperatur nötig. Deshalb wurde in einer ersten Messung der Gütenverlauf des nicht angepassten Resonators mit kapazitiver Kopplung bestimmt, wobei Ein- und Auskopplung mit 50 Ohm abgeschlossen waren, um

Asymmetrien im Frequenzgang zu vermeiden. Der Verlauf der so gemessenen Güte als Funktion der Temperatur ist in Abbildung 5.10 zu sehen. Sie zeigt wie die Güte bei tiefen Temperaturen zunimmt. Dies ist maßgeblich auf die Temperaturabhängigkeit des spezifischen elektrischen Widerstands ρ_{CU} von Kupfer zurück zu führen. Nach der Matthiesenschen Regel setzt sich dieser aus einem Streuannteil an Defekten ρ_{D} , also Störstellen oder Verunreinigungen im Gitteraufbau des Materials, und einem thermischen Anteil $\rho(T)$ zusammen, welcher sich aus der Streuung von Elektronen des Stromflusses an Phononen und weiteren Elektronen ergibt [21].

$$\rho_{\text{CU}} = \rho(T) + \rho_{\text{D}}. \quad (5.4)$$

Nach Gleichung 2.14 ist die Güte des Resonators in der Darstellung als Serienschwingkreis proportional zum Kehrwert des dissipativen Widerstands, worin sich der spezifische Widerstand äußert. Bei tiefen Temperaturen werden Gitterschwingungen im Material reduziert, was zu weniger Streuprozessen mit den Elektronen des Stromflusses führt und damit beim Resonator in einer höheren Güte resultiert. Der Verlauf strebt einem Grenzwert entgegen, da der Streuannteil an Defekten konstant ist.

Es soll nun eine Anpassung auf 15 K vorgenommen werden. Bei dieser Temperatur wurde eine Leerlaufgüte bei kapazitiver Kopplung von 5753(4) ermittelt. Um eine Impedanzanpassung bei dieser Temperatur zu erreichen, wird die Winkelstellung aus der Bedingung abgeschätzt, dass R_{k} nach Gleichung 2.34 unverändert zur Anpassung bei Raumtemperatur bleibt. Die veränderlichen Größen aus Gleichung 2.34 sind die Güte und die Winkelstellung. Eine Verschiebung der Resonanzfrequenz zu höheren Werten ist mit der Temperatur zwar beobachtbar, was auch konsistent mit der Gütenerhöhung ist, jedoch bewegt sich diese nur im Kilohertzbereich und wird teilweise von den Fehlerbereichen der Frequenzmessung mit eingeschlossen, sodass dies vorerst vernachlässigt wird. Somit muss für die Impedanzanpassung bei Güte Q_2 der Winkel γ_2 eingestellt werden, welcher sich über die Güte Q_1 bei Winkelstellung γ_1 bei Anpassung wie folgt ergibt:

$$\cos \gamma_2 = \sqrt{\frac{Q_1}{Q_2}} \cos \gamma_1. \quad (5.5)$$

Wird der Fehler für den Winkel der Anpassung bei Raumtemperatur γ_1 großzügig mit 10° abgeschätzt, so ergibt sich $\gamma_2 = (66 \pm 2)^\circ$. Die Herausforderung besteht nun darin diesen Winkel vor dem Abkühlen so exakt wie möglich einzustellen, dass der Resonator angepasst ist.

Es wurden insgesamt vier Abkühlmessungen bei verschiedenen Winkelstellungen

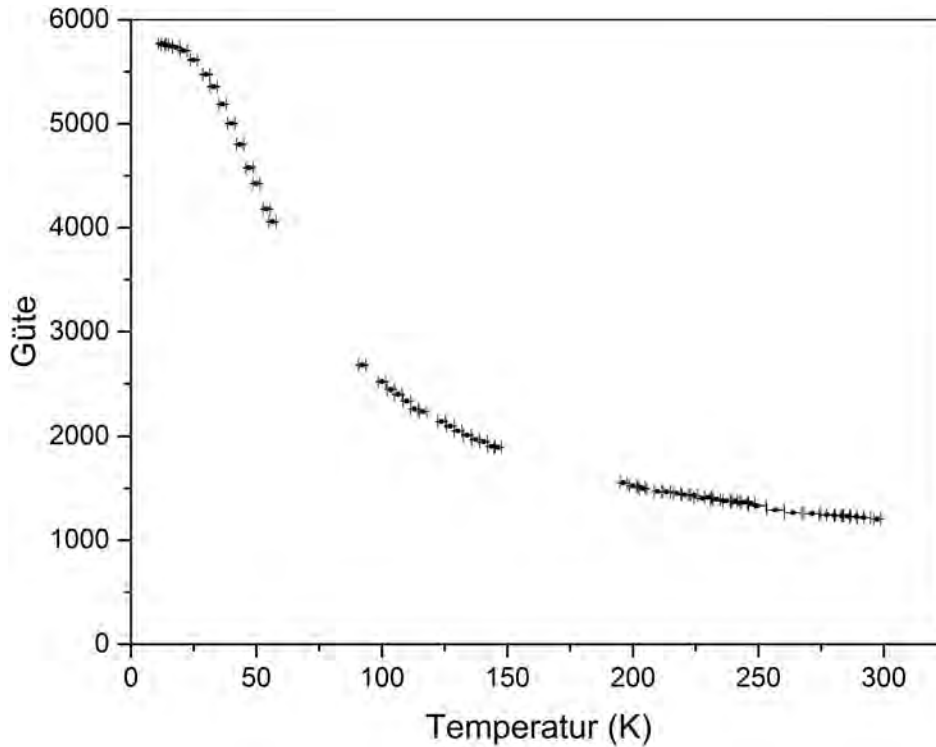


Abbildung 5.10: Gütenverlauf des kapazitiv gekoppelten Resonators in Transmission als Funktion der Resonatortemperatur.

durchgeführt. In einem ersten Versuch wurde bei 15 K eine minimale Reflexion von -18 dB gemessen, wobei eine unterkritische Kopplung vorlag. Im zweiten und dritten Versuch wurden bei 15 K minimale Reflexionen von -12 dB und -15 dB auf Resonanz erreicht, die jedoch überkritisch gekoppelt waren, wodurch eine Anpassung bei 60-70 K erreicht wurde, da durch das Absenken der Güte beim Aufwärmen auch der Koppelfaktor sinkt und die Impedanzanpassung somit besser wird. Zuletzt wurde eine Reflexion von -25 dB bei 15 K und einem Winkel von etwa 68° erreicht. Abbildung 5.11 zeigt die Ortskurven dieser Versuche bei 15 K Temperatur. Eine nicht geklärte Auffälligkeit bei der Abkühlmessung betrifft den Achsenabschnitt des Imaginärteils. Diese weisen während der Abkühlmessungen einen negativen Offset bezüglich der imaginären Achse und einen kleineren Ortskurvendurchmesser, als noch zuvor bei Raumtemperatur, auf. Dies blieb auch nach erneutem Aufwärmen und Belüften unverändert. Die Winkelpositionen zur Anpassung wiesen jedoch keine bemerkbaren Unterschiede zu den Messungen bei Raumtemperatur auf. Da Schleifen grundsätzlich einen positiven Blindwiderstand aufweisen ($X = \omega L$), muss wie im vorigen Kapitel 5.2 doch auf eine Mischkopplung geschlossen werden, deren kapazitiver Anteil ($X = \frac{-1}{\omega C}$) sogar gegenüber dem induktiven überwiegt. Unter Verwendung von Gleichung 5.2 zur Abschätzung der

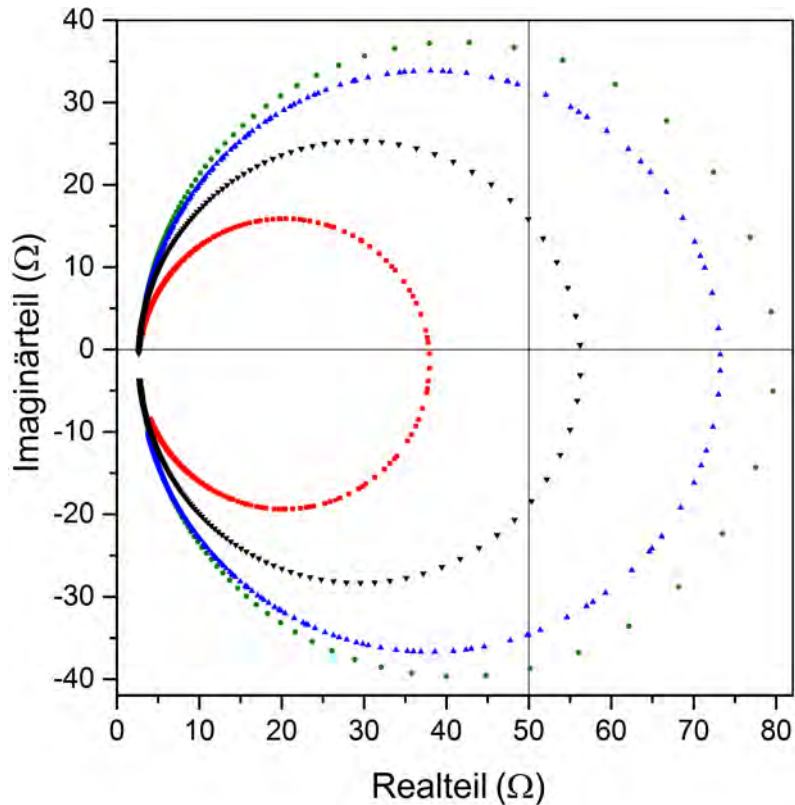


Abbildung 5.11: Ortskurvenmessung bei 15 K und Winkelstellungen von 65° (grün), 67° (blau), 68° (schwarz) und 69° (rot). Es sind Geraden bei 50Ω Real- und 0Ω Imaginärteil eingezeichnet.

Induktivität, ergibt sich bei einer Schleifengröße von $(3,6 \cdot 1,8) \text{ cm}^2$ und einem Drahtdurchmesser von 1,5 mm eine Induktivität von 50 nH. Bei einer Frequenz von 30 MHz ergibt dies einen Blindwiderstand von ca. 9Ω . Zieht man noch kapazitive Größen beim vorliegenden Aufbau in Betracht, so ist ein kleiner negativer Offset von ca. -3Ω auf der imaginären Achse weit glaubhafter als ein Offset von 128Ω , was einer Schleifeninduktivität von etwa 684 nH entspräche, ohne dabei kapazitive Größen zu berücksichtigen. Mit den 9Ω Blindwiderstand der Schleife wird nach Gleichung 2.36 ein Ortskurvendurchmesser von 52Ω erwartet, was in etwa gegeben ist (vgl. Abb. 5.11, schwarze Kurve). Die Ursache der Unterschiede in den Ortskurven ist nicht umfassend geklärt. Da die Messungen an verschiedenen Orten aufgenommen wurden, sind lokal vorhanden Störfaktoren als Grund nicht auszuschließen. Eine bessere Erdung des Resonators am Ort der Abkühlmessung wird ebenfalls in Betracht gezogen. Die Messdaten der besten Einstellung bei 68° werden im Folgenden näher diskutiert.

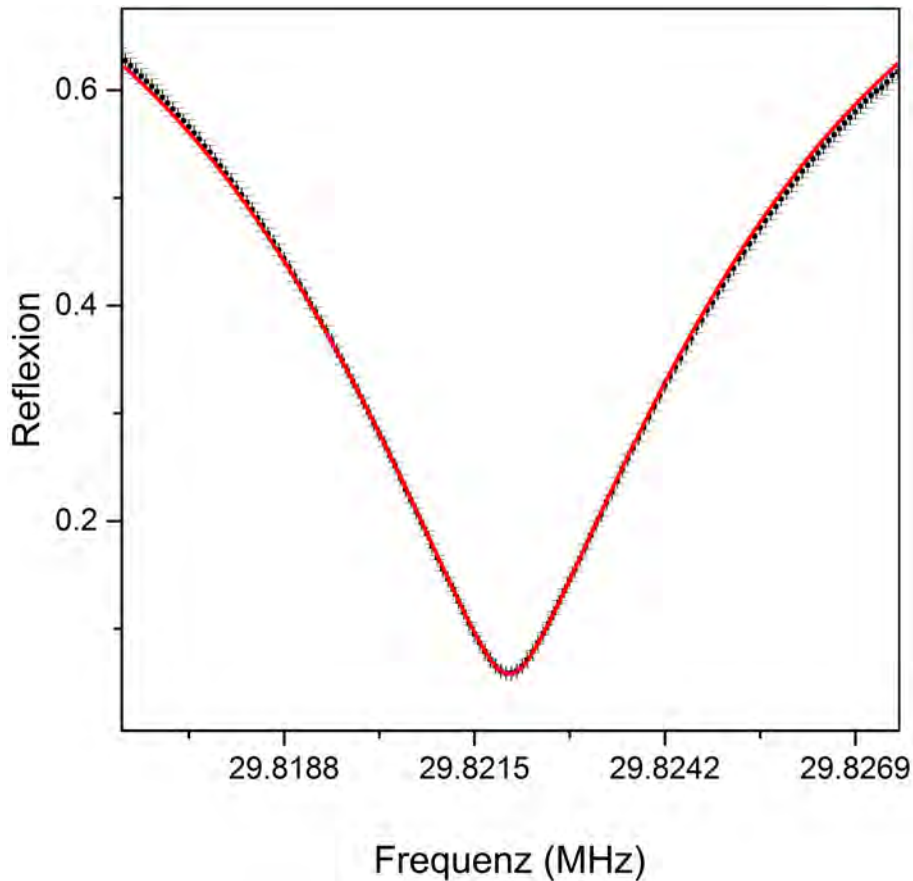


Abbildung 5.12: Reflexionskurvemessung des Resonators bei 15 K und 68° Winkelstellung. Die Anzahl der Datenpunkte wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit reduziert dargestellt. Der Fit an die Datenpunkte ist in Rot zu sehen.

Abbildung 5.12 zeigt die Messung der Reflexionskurve mit Fit für die beste Anpassung bei 15K. Es ergeben sich folgende Fitparameter:

- Resonanzfrequenz: $29,8219 \pm 0,0008$ MHz
- Leerlaufgüte: 5608 ± 67
- Koppelfaktor: $1,139 \pm 0,005$
- χ_{red}^2 : $0,6$

Auffällig ist zunächst der große Fehler für die Güte. Der Fit war relativ unempfindlich für die Varianz des vorgegebenen Startwerts der Güte, wohingegen Resonanzfrequenz und Koppelfaktor sehr genau angegeben werden mussten. Dennoch schließt die ermittelte Leerlaufgüte den in Abbildung 5.10 ermittelten Gütenwert von $5753(4)$, auf den angepasst wurde, innerhalb von drei Standardabweichungen mit ein. Mittels dieser Reflexionsmessung und Gleichung 2.25 wird eine Güte

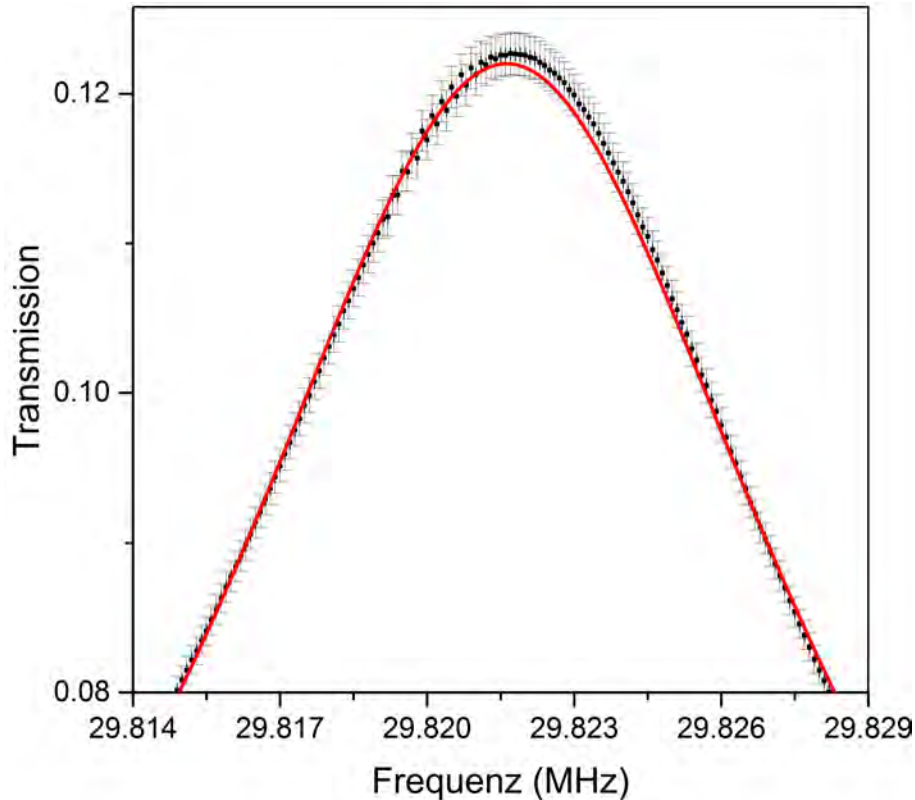


Abbildung 5.13: Resonanzkurve des Resonators bei 15 K und 68° Winkelstellung. Die Anzahl der Datenpunkte wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit reduziert dargestellt.

von 2621(32) für das Gesamtsystem aus Resonator und induktiver Einkopplung erwartet. Zum Vergleich wurde bei derselben Temperatur eine Resonanzkurve aufgenommen und gefittet (siehe Abb.5.13). Nachfolgend ist eine Übersicht der Fitparameter gegeben.

- Resonanzfrequenz: $29,82 \pm 0,04$ MHz
- Güte: 2568 ± 25
- χ_{red}^2 : 0,3

Der hier ermittelte Gütewert des Gesamtsystems stimmt mit dem nach der Reflektionsmessung erwarteten Wert innerhalb von 3 Standardabweichungen überein. Zur Veranschaulichung des Temperatureinflusses auf die Impedanzanpassung sind in Abbildung 5.14 Ortskurven bei 68° Winkelstellung und verschiedenen Temperaturen beim Aufwärmen gezeigt. Die Durchmesser der Ortskurvenkreise nehmen dabei mit steigender Temperatur ab. Dies ist konsistent mit der temperaturabhängigen Gütenänderung, da nach Gleichung 2.34 der Ortskurvendurchmesser

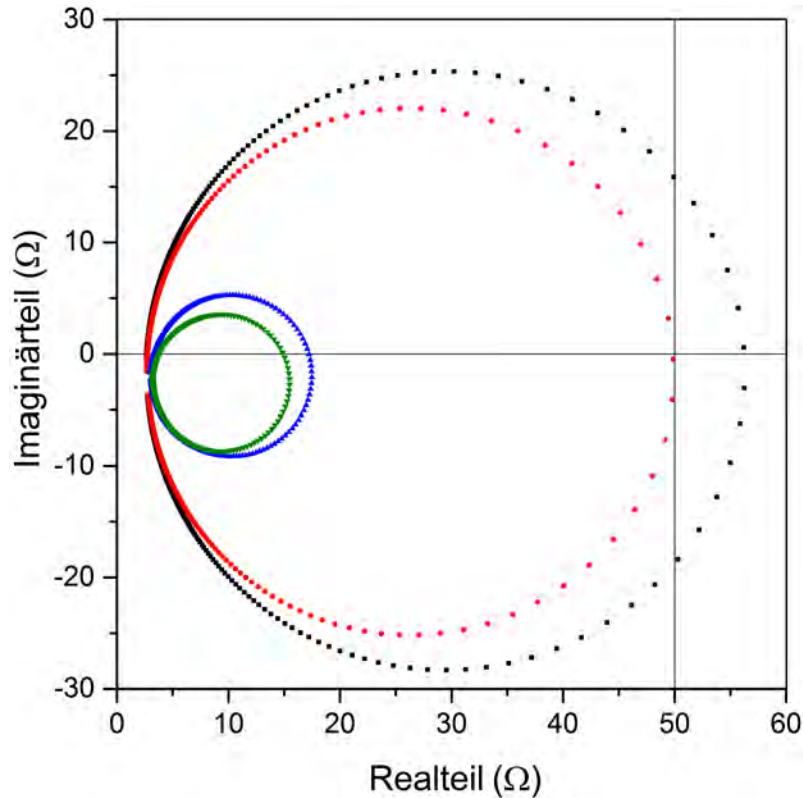


Abbildung 5.14: Ortskurvenmessung bei 68° Winkelstellung und Temperaturen von 15 K (schwarz), 40 K (rot), 222 K (blau) und 291 K (grün). Es sind Geraden bei 50Ω Real- und 0Ω Imaginärteil eingezeichnet.

proportional zur Güte ist. Im vorliegenden Fall wurde die Reflexion auf Resonanz mit steigender Temperatur zunächst geringer. Bei 40 K wurden die 50 Ohm perfekt geschnitten, sodass danach die Reflexionen wieder zunahmen. Dies stellt einen Übergang von überkritischer zu unterkritischer Kopplung als Funktion der Temperatur dar.

Abschließend stellt Abbildung 5.15 den Frequenzgang der Transmission bis 40 MHz bei angepasster induktiver Einkopplung und 12 K dar. Im Vergleich zu Abbildung 5.7 ist das Frequenzspektrum deutlich breiter und neben der Resonanz teilweise um 50 dB stärker als zuvor. Der Abfall direkt nach der Resonanz wurde in der Transmission auch bei kapazitiver Einkopplung ohne 50Ω Leitungsabschluss beobachtet. Deswegen wird darauf geschlossen, dass dieses Verhalten durch die kapazitive Auskopplung entsteht, die bei dieser Messung ebenfalls nicht mit 50Ω abgeschlossen war. Die zugehörige Reflexionskurve in Abbildung 5.16 zeigt allerdings, dass Leistung vornehmlich nur bei der Quadrupolmode übertragen und bei allen anderen Frequenzen reflektiert wird.

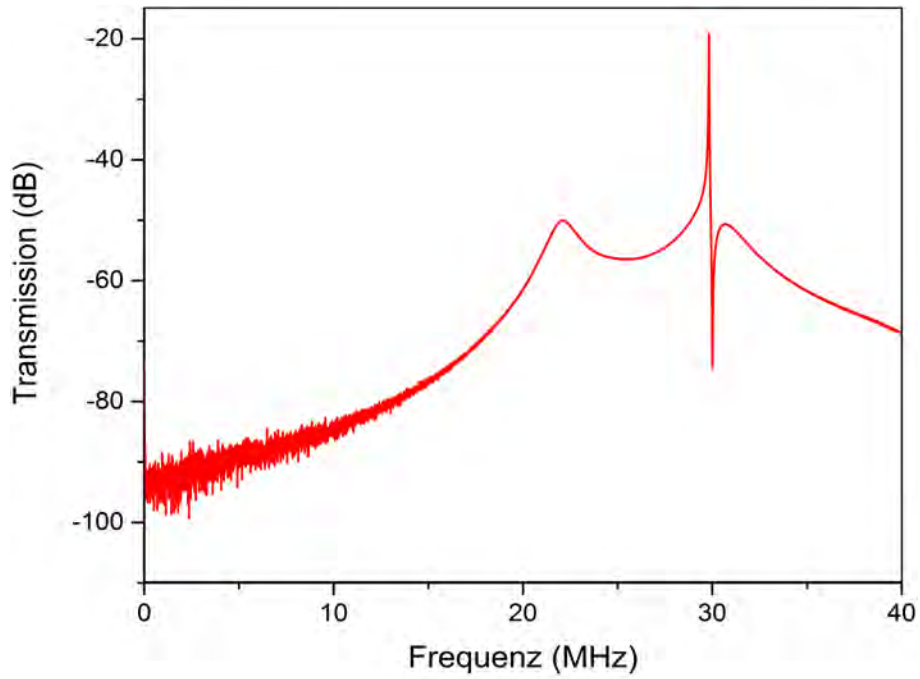


Abbildung 5.15: Messung des Frequenzgangs bis 40 MHz in Transmission bei 68° Winkelstellung der Einkoppelschleife und 12 K.

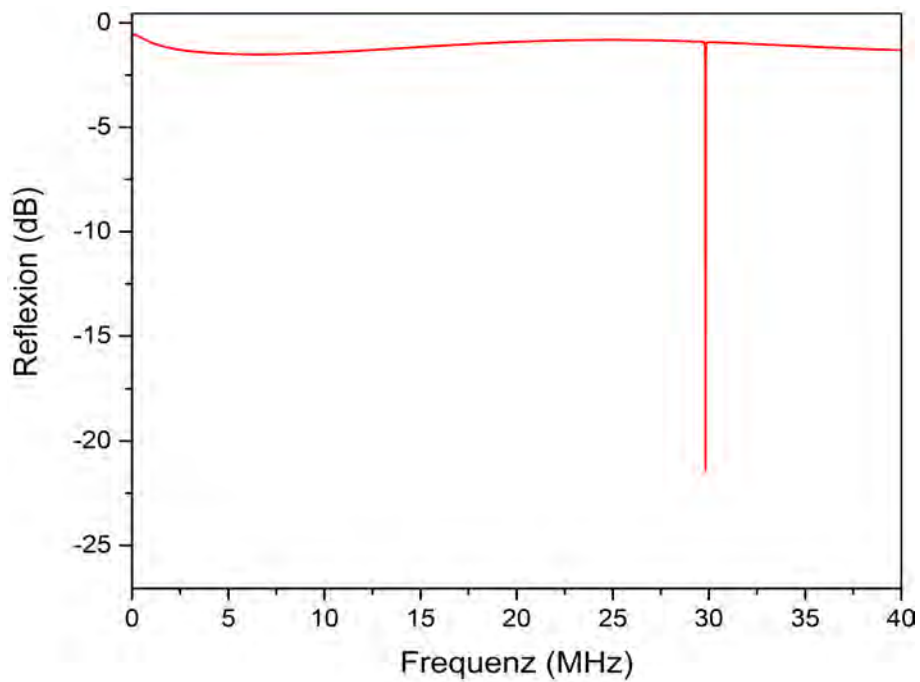


Abbildung 5.16: Messung des Reflexionsspektrums bis 40 MHz bei 68° Winkelstellung der Einkoppelschleife und 12 K.

5.4 Einfluss von Vibrationen auf das Resonanzverhalten

Alle Messdaten in diesem Kapitel wurden stets bei ausgeschalteter Kryopumpe, also immer in der Aufwärmphase, aufgenommen. Die Kryopumpe verursacht während des Betriebs Vibrationen, die mit fallender Temperatur stärkeren Einfluss auf das Resonanzverhalten des Resonators nehmen. Abbildung 5.17 zeigt eine aufgenommene Resonanzkurve bei 12 K und eingeschalteter Kryopumpe. Die Ursache dieser Schwankungen auf der Kurve im Vergleich zu bisher präsentierten Resonanzkurven sind allein die Vibrationen. Zusätzlich ist die Kurve deutlich verbreitert, weshalb für die Anwendung des Resonators als Paulfalle eine Vibrationsentkopplung zwischen der Kryopumpenkältestufe und dem Resonator notwendig ist, da dies ansonsten wieder in einem Heizen der Ionen resultiert. Weitere Vibrationen bei der Messung kamen von der Turbomolekularpumpe, deren Einfluss bedingt durch den Aufbau nicht reduziert werden konnte, aber auch nicht immer zu sehen war. Allerdings waren diese Vibrationen weniger ausgeprägt als die der Kryopumpe. Abbildung 5.13 zeigt beispielsweise eine kleine Unregelmäßigkeit bei den Messpunkten, welche auf die Turbomolekularpumpe zurück zu führen ist. Ihr Einfluss war für die Auswertung der Daten unerheblich, sollte aber bei der finalen Anwendung beispielsweise durch eine ausreichende räumliche Trennung im Aufbau vermieden werden.

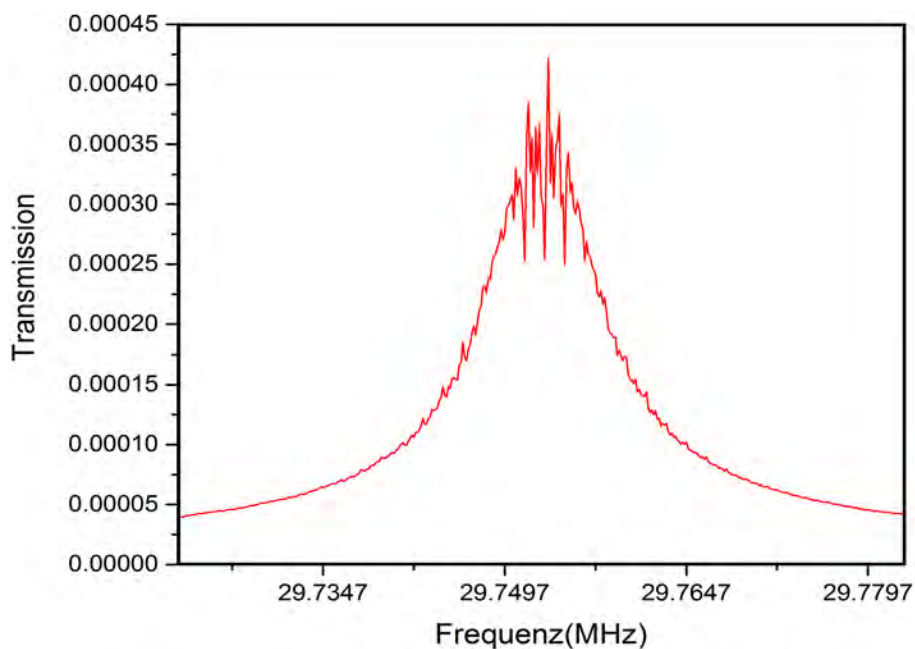


Abbildung 5.17: Resonanzkurvenmessung bei kapazitiver Kopplung, eingeschalteter Kryopumpe und 12 K Temperatur.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit behandelt den Abgleich der Impedanzen zwischen eines als Paul-Falle zu betreibenden Hohlraumresonators und einer Spannungsquelle. Zunächst wurden theoretische Möglichkeiten der Impedanzanpassung vorgestellt, wobei im Detail die Anpassung durch Variation der Kopplungsstärke einer induktiven Kopplung an den Resonator beschrieben wurde. Dies erfordert zunächst die Charakterisierung des Resonators. Auf dieser Grundlage wurde ein neues Design für eine induktive Einkopplung entworfen und gebaut, welche es erlaubt die Kopplungsstärke an den Resonator zu variieren und damit Impedanzanpassung zu erreichen. Schließlich wurde der Resonator damit bei Raumtemperatur und bei tiefen Temperaturen an die Impedanz der Spannungsquelle angepasst. Bedingt durch die Ungenauigkeit bei der Bestimmung des Schleifenwinkels zwischen der Flächennormalen der Schleife und den Magnetfeldlinien im Resonator und die höhere Empfindlichkeit der Impedanzanpassung bei großen Winkeln, wurden mehrere Versuche unternommen eine optimale Anpassung bei 15 K zu erreichen. Die besten Versuche lieferten dabei die folgenden Ergebnisse:

Tabelle 6.1: Zusammenfassung der besten Anpassversuche bei Raumtemperatur und 15 K.

Temperatur	300 K	15 K
Winkel	$(25 \pm 10)^\circ$	$(68 \pm 2)^\circ$
Minimale Reflexion	$(-71, 1 \pm 0, 1)$ dB	$(-25, 0 \pm 0, 1)$ dB

Der Vergleich mit der Theorie lieferte grundsätzlich eine gute qualitative Übereinstimmung. Dennoch konnten Diskrepanzen beim Vergleich des imaginären Offsets der Impedanzmessungen nicht restlos aufgeklärt werden. Es wird vermutet, dass die auf Mischkopplung und die Umgebungseinflüsse zurück zu führen ist. Weiterhin wurde der Temperaturverlauf der Anpassung bei fester Winkelstellung

in Abbildung 5.14 über die Ortskurven deutlich. Um die Stabilität im Betrieb des Resonators als Paul-Falle zu beurteilen wurden Frequenzgänge bis 40 MHz in Transmission sowohl bei Raumtemperatur, als auch bei 12 K gemessen. Durch das Auftreten einer isolierten Resonanz bei der vorhergesagten Frequenz der Quadrupolmode ist die alleinige Anregung dieser sichergestellt. Die Möglichkeit einer Impedanzanpassung bei unterschiedlichen Temperaturen für einen optimalen Leistungsübertrag ist hiermit gegeben.

Zukünftige Verbesserung der Einkopplung betreffen die Einstellung des optimalen Winkels zur Impedanzanpassung. Dazu wäre eine Winkelskala auf dem drehbaren Einkoppelaufsatz hilfreich, sowie ein Mechanismus, welcher es erlaubt auch minimale Drehungen auszuführen. Ebenso kann die Schleifengröße zur Reduzierung der Empfindlichkeit bei der Einstellung für kryogene Temperaturen verringert werden. Dabei ist die Dimensionierung so anzugehen, dass bei Raumtemperatur der Resonator bei minimalem Winkel zwischen Schleife und Magnetfeld impedanzangepasst ist. Wird keine Anpassung bei Raumtemperatur gefordert, kann sie sogar noch weiter reduziert werden.

Der negative Einfluss von externen Vibrationen auf das Resonanzverhalten des Resonators wurde ebenfalls beobachtet, weshalb diese später am Experiment unterdrückt werden müssen. Eine kryogene Zuleitung zur Paulfalle, welche eine Vibrationsentkopplung von Pumpen und Pulsröhrenkuehler vom Fallenaufbau sicherstellt, wird momentan in der Werkstatt des Max-Planck-Instituts für Kernphysik in Heidelberg gefertigt. Die erste Generation, welche ebenfalls am Max-Planck-Instituts für Kernphysik entworfen wurde, wird momentan an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig in der Gruppe von Piet O. Schmidt in Betrieb genommen.

In der finalen Version wird der Resonators zur Verringerung von Verlusten zusätzlich mit Niob beschichtet, welches ab einer Temperatur von 9,25 K supraleitend wird [21]. Dies bewirkt eine höhere Güte und geringere Bandbreite, was das Heizen der HCIs wiederum verringert und somit eine genauere Lokalisation und eine längere Speicherzeit der HCIs ermöglicht.

Anhang A

Technische Zeichnungen des drehbaren Einkoppeladapters

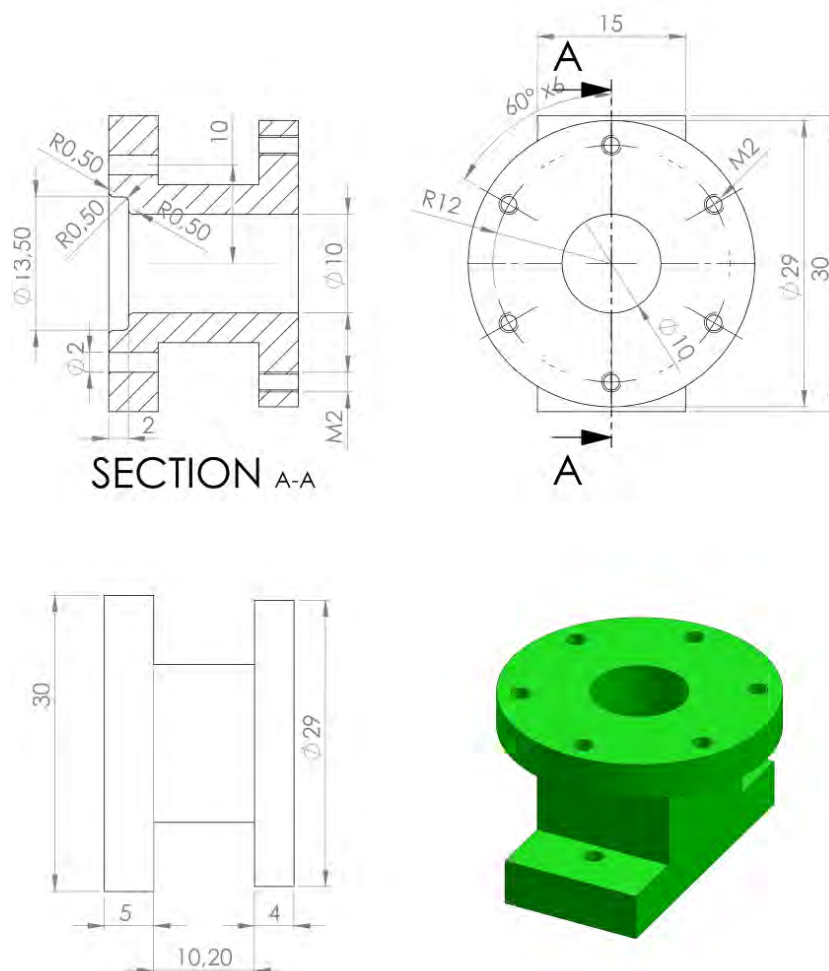


Abbildung A.1: Technische Zeichnung der starren Komponente der Einkoppeladapter.

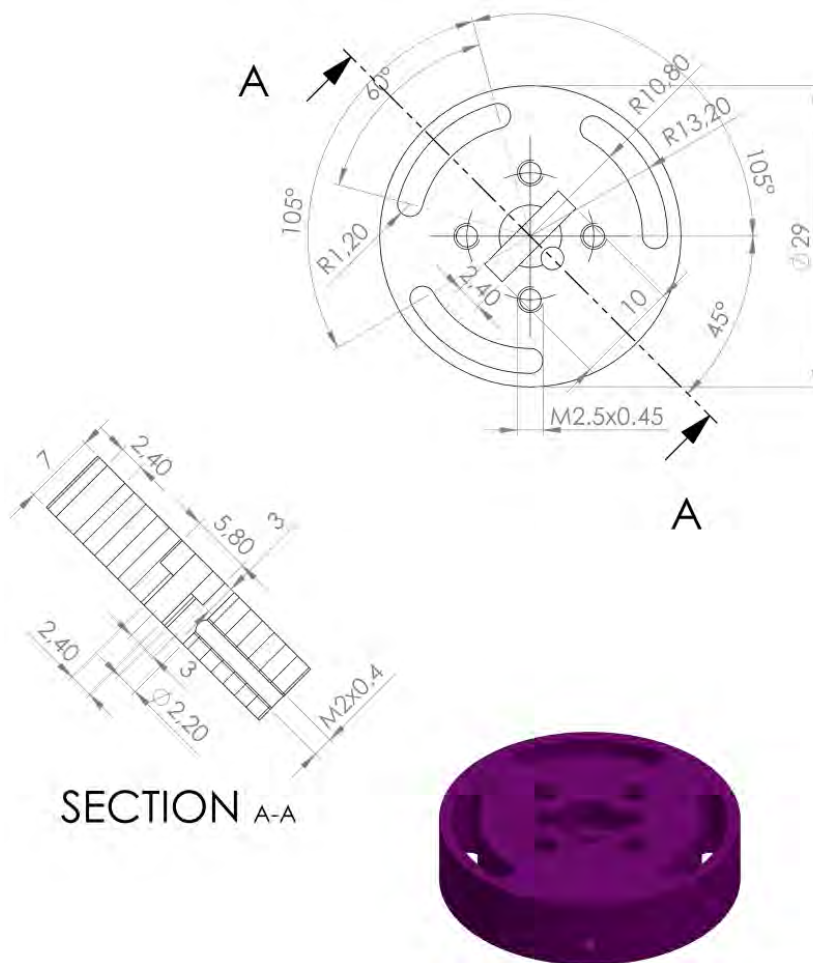


Abbildung A.2: Technische Zeichnung der drehbaren Komponente des Einkopeladapter zur Einkopplung von Wechselfpannung mit einer Schleife.

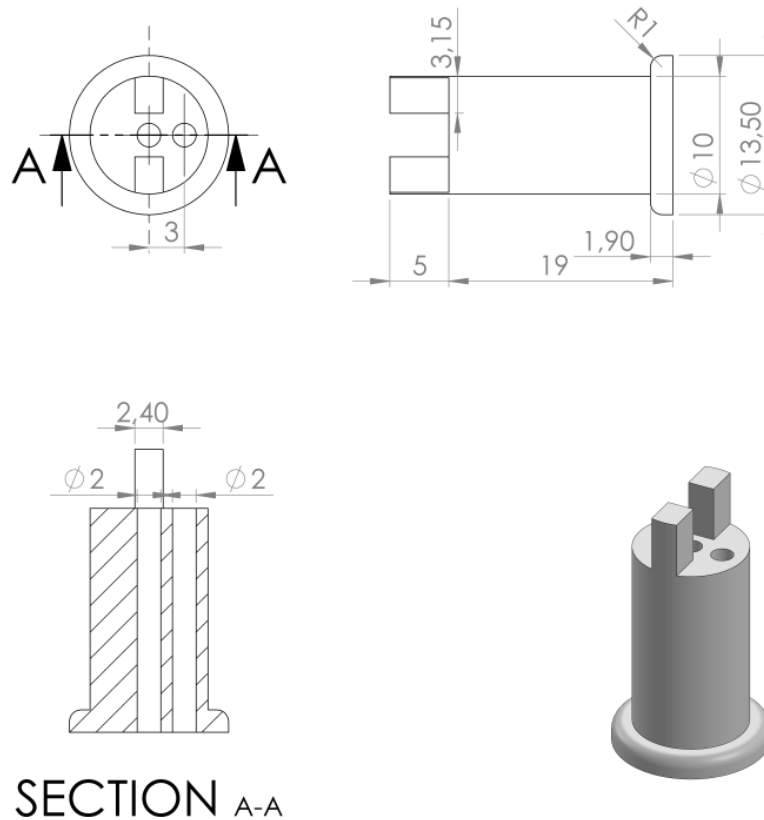


Abbildung A.3: Technische Zeichnung des Isolators aus Teflon, welcher im Inneren des Einkoppeladapters die Drahtleitungen zur Schleife führt.

Anhang B

Impedanzangepasste Resonanz- und Reflexionskurven der zweiten Schleife

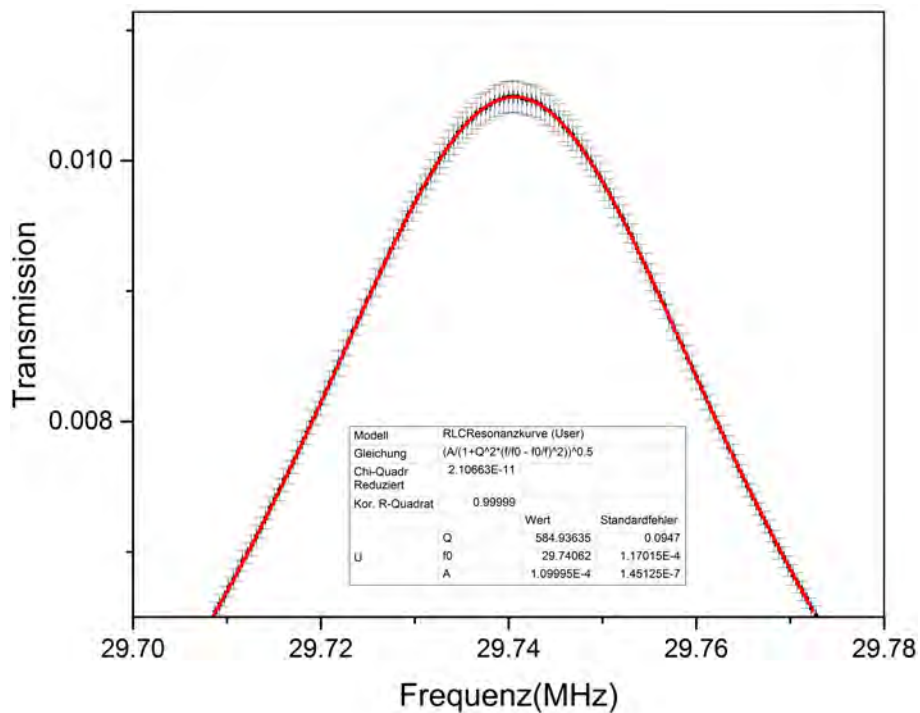


Abbildung B.1: Impedanzangepasste Resonanzkurve der zweiten Schleife. Die Anzahl der Datenpunkte wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit reduziert.

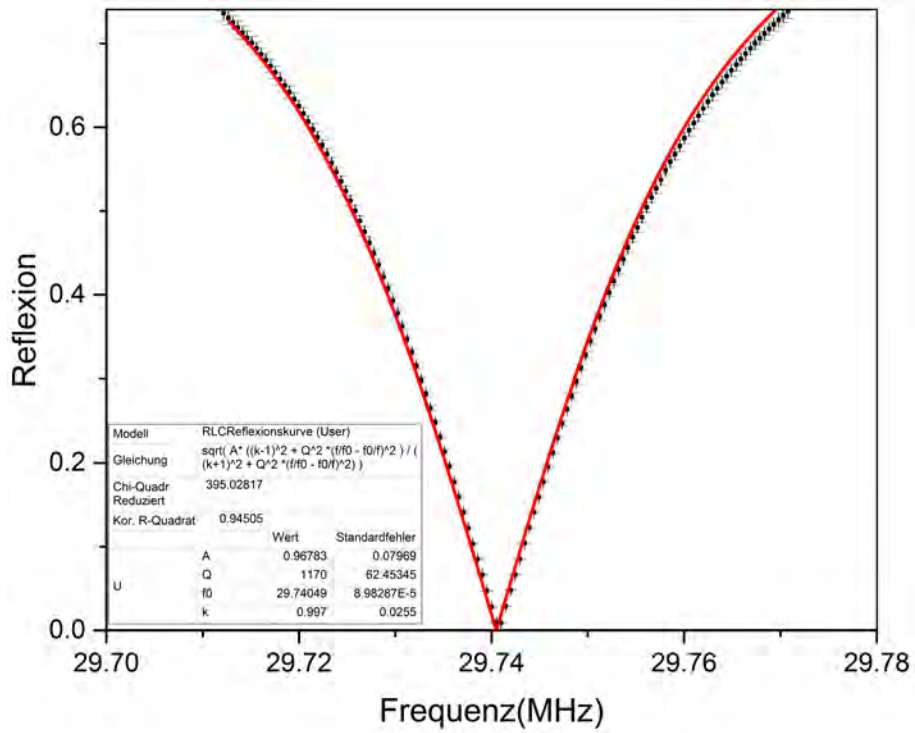


Abbildung B.2: Impedanzangepasste Reflexionskurve der zweiten Schleife. Die Anzahl der Datenpunkte wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit reduziert.

Literaturverzeichnis

- [1] K. Blaum. *Stored Charged Particles*. Vorlesungsskript, Universität Heidelberg, Sep. 2013.
- [2] J. Stark, *Design ultrastabiler Hochfrequenzfelder für die Langzeitspeicherung hochgeladener Ionen*. Masterarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2015.
- [3] G. Werth et al., *Charged Particle Traps II*. Springer-Verlag Berlin, 2009
- [4] H. Meinke, F.W. Gundlach, *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik*. Springer-Verlag Berlin, 3. Auflage 1968
- [5] Fortgeschrittenen-Praktikum Rheinische Friedrich-Wilhelms Universität Bonn, *E 106 Hohlraumresonatoren / Cavities*, Ergänzende Informationen zur Versuchsdurchführung. (<http://www-elsa.physik.uni-bonn.de/Lehrveranstaltungen/FP-E106/E106-Erlaeuterungen.pdf>) Stand: Februar 2017.
- [6] P.L.D. Abrie, *The Design of Impedance-Matching Networks for Radio-Frequency and Microwave Amplifiers*. Artech House Inc. Dedham, MA, 1985.
- [7] M. Grieser, *Entwicklung eines neuartigen 7-Spaltresonators für die Beschleunigung schwerer Ionen*. Doktorarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 1986.
- [8] M. Schwarz, et al. *Cryogenic linear Paul trap for cold highly charged ion experiments*. Review of Scientific Instruments 83, 083115 (2012).
- [9] OMICRON Lab, Bode 100 User Manual, 2010.
- [10] L. Schmöger, et al. *Coulomb crystallization of highly charged ions*. Science 347, 6227 (2015).

- [11] H. Padamsee. *The science and technology of superconducting cavities for accelerators*. Superconductor Science and Technology 14, R28-R51, 2001.
- [12] F. Brunner. *Entwurf und Aufbau einer kryogenen, linearen Paulfalle für hochgeladene Ionen*. Diplomarbeit, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2010.
- [13] W. Umrath et al. *Grundlagen der Vakuumtechnik*. Firma Leybold Köln, 2016.
- [14] E. B. Rosa. *The Self and Mutual Inductances of Linear Conductors*. In: *Bulletin of the Bureau of Standards*. Washington, 1907.
- [15] D. R. Denison. *Operating Parameters of a Quadrupole in a Grounded Cylindrical Housing*. The Journal of Vacuum and Technology 8, 266 (1971).
- [16] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano und D. J. Wineland. *Minimization of micromotion in a Paul trap*. Journal of Applied Physics 83, 5025 (1998).
- [17] J. Friedrich. *Untersuchungen des 4-Rod-RFQ zur Beschleunigung hochgeladener Ionen*. Dissertation, Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt (1993).
- [18] OMICRON Lab Support. Persönliche Mitteilung (2016).
- [19] Deutsches Kupferinstitut. (<http://www.abmkupral.hu/letoltes/certec/Cu-HCP.pdf>) Stand: März 2017.
- [20] Comsol Multiphysics 4.3. RF Module User's Guide. COMSOL (2012).
- [21] S. Hunklinger, *Festkörperphysik*. Berlin, Boston: Oldenbourg Wissenschaftsverlag, 2009.
- [22] L. Schmoeger, et al. *Deceleration, precooling, and multi-pass stopping of highly charged ions in Be+ Coulomb crystals*. Review of Scientific Instruments 86, 103111 (2015).
- [23] V.A. Dzuba et al., *Ion clock and search for the variation of the fine-structure constant using optical transitions in Nd¹³⁺ and Sm¹⁵⁺*. Phys. Rev. A 86, 054502 (2012).

- [24] J.C. Berengut et al., *Electron-Hole Transitions in Multiply Charged Ions for Precision Laser Spectroscopy and Searching for Variations in α* . Phys. Rev. Lett. 106, 210802 (2011).
- [25] J. K. Webb, et al., *Indications of a Spatial Variation of the Fine Structure Constant*. Phys. Rev. Lett. 107, 191101 (2011).

Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den 30.03.2017