

ISSN 0938–5177

**Baroklin instabile Wellen der Atmosphäre**

---

**Empirisch abgeleitete Moden  
im Vergleich zu quasi-geostrophischer Theorie**

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
der Naturwissenschaften im Fachbereich  
Geowissenschaften  
der Universität Hamburg

vorgelegt von

**Reiner Schnur**

aus Nonnweiler

Hamburg

1993

Als Dissertation angenommen vom Fachbereich Geowissenschaften der  
Universität Hamburg

aufgrund der Gutachten von ...Prof..Dr...K...Frædrich.....  
und ...Dr..H..v..Storch.....

Hamburg, den ..... 7. Juli 1993 .....

Prof. Dr. .... M. Dunst .....  
(Sprecher des Fachbereichs Geowissenschaften)

## Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung . . . . .	v
1. Einleitung . . . . .	1
2. Analyse-Methoden: Normalmoden . . . . .	5
2.1. <i>POPs</i> - „Principal Oscillation Patterns“ . . . . .	6
2.2. Lineare Stabilitätsanalyse . . . . .	7
3. Daten und Analysen . . . . .	9
3.1. Untersuchungen für einzelne zonale Wellenzahlen . . . . .	9
3.2. Untersuchungen für Wellenpakete . . . . .	14
4. Zonale Wellenzahlen: Zweidimensionale Analysen . . . . .	17
4.1. Nordhemisphäre im Winter . . . . .	18
4.1.1. Die zeitliche Charakteristik der Muster . . . . .	18
4.1.2. Die räumliche Struktur der Muster . . . . .	25
4.1.3. Lebenszyklus baroklin instabiler Wellen . . . . .	34
4.2. Südhemisphäre im Winter und Nord- und Südhe- mispäre im Sommer . . . . .	38
5. Wellenpakete: Dreidimensionale Analysen . . . . .	45
5.1. Nordhemisphäre im Winter . . . . .	46
5.2. Nordhemisphäre im Sommer und Südhemisphäre . . . . .	56
6. Zusammenfassung und Diskussion . . . . .	59
Danksagung . . . . .	65
Literaturverzeichnis . . . . .	67



## Zusammenfassung

Die Analysemethode der *Principal Oscillation Patterns* (*POPs*) erlaubt es, auf empirische Art und Weise räumliche Muster in multivariaten Zeitserien geophysikalischer Daten zu identifizieren, die durch eine regelmäßige zeitliche Entwicklung gekennzeichnet sind. *POPs* können als die Normalmoden einer linearen Approximation eines Systems angesehen werden, dessen Dynamik unbekannt oder sehr komplex ist. Die Systemmatrix des einfachen, linearen Systems wird dabei aus Realisierungen des komplexen Systems geschätzt, die aus Beobachtungen oder Modelldaten bestehen können.

Ein klassischer und konzeptuell verschiedener Zugang zu der Herleitung von Normalmoden besteht in der Linearisierung einer oder mehrerer dynamischer Gleichungen und der Berechnung der entsprechenden Eigenfunktionen. Dazu müssen natürlich die dominierenden physikalischen Mechanismen bekannt sein.

Diese beiden Konzepte werden am Beispiel langer und synoptischer Wellen (d.h. zonale Wellenzahlen 4 bis 9) in mittleren Breiten beider Hemisphären verglichen, die für die extratropische Variabilität auf Zeitskalen von weniger als 10 Tagen verantwortlich sind. Diese Variabilität wird im allgemeinen der zyklogenetischen Aktivität zugeschrieben, die aus der Instabilität eines mittleren Zustandes gegenüber Störungen kleiner Amplituden resultiert. Für den statistischen Teil werden *POP*-Analysen der räumlich und zeitlich entsprechend gefilterten geopotentiellen Höhen aus Beobachtungsdaten der Jahre 1984 bis 1987 durchgeführt. Im Gegensatz dazu werden konventionelle lineare Stabilitätsanalysen mit zonal symmetrischen und zonal asymmetrischen Grundzuständen betrachtet, die von der quasi-geostrophischen Gleichung für die potentielle Vorticity ausgehen. Indem die Daten und die theoretische Dynamik in der gleichen Art und Weise untersucht werden (Normalmoden), wird ein direkter Vergleich zwischen Beobachtungen und Theorie ermöglicht.

Die Ergebnisse der *POP*-Analysen und der linearen Stabilitätsanalysen ergeben eine weitgehende Übereinstimmung der zeitlichen und räumlichen Struktur der signifikantesten *POPs* und der instabilsten Wellen. Dies zeigt die Äquivalenz der beiden Zugänge, nämlich der empirischen Analyse atmosphärischer Beobachtungen und der theoretischen Methode, die eine dynamische Approximation erster Ordnung darstellt.

Zusätzlich ergeben die *POP*-Analysen auch Moden, die mit der nichtlinearen Abklingphase im Lebenszyklus barokliner Wellen verknüpft werden können. Die vertikale Struktur der *POPs* stimmt mit den Beobachtungen überein, während die instabilen Moden durch zu große Maxima in Bodennähe gekennzeichnet sind. Die Ergebnisse der *POP*-Analysen geben die beobachtete intersaisonale und interhemisphärische Variabilität der atmosphärischen Fluktuationen der untersuchten Größenordnungen wieder. Werden Variationen mit dem Längengrad berücksichtigt, so geben sowohl die *POP*- als auch Stabilitätsanalysen die charakteristischen Merkmale der extratropischen Zirkulation wieder, die aus der zonalen Inhomogenität der Strömung resultieren (Sturmbahnen).



# Kapitel 1.

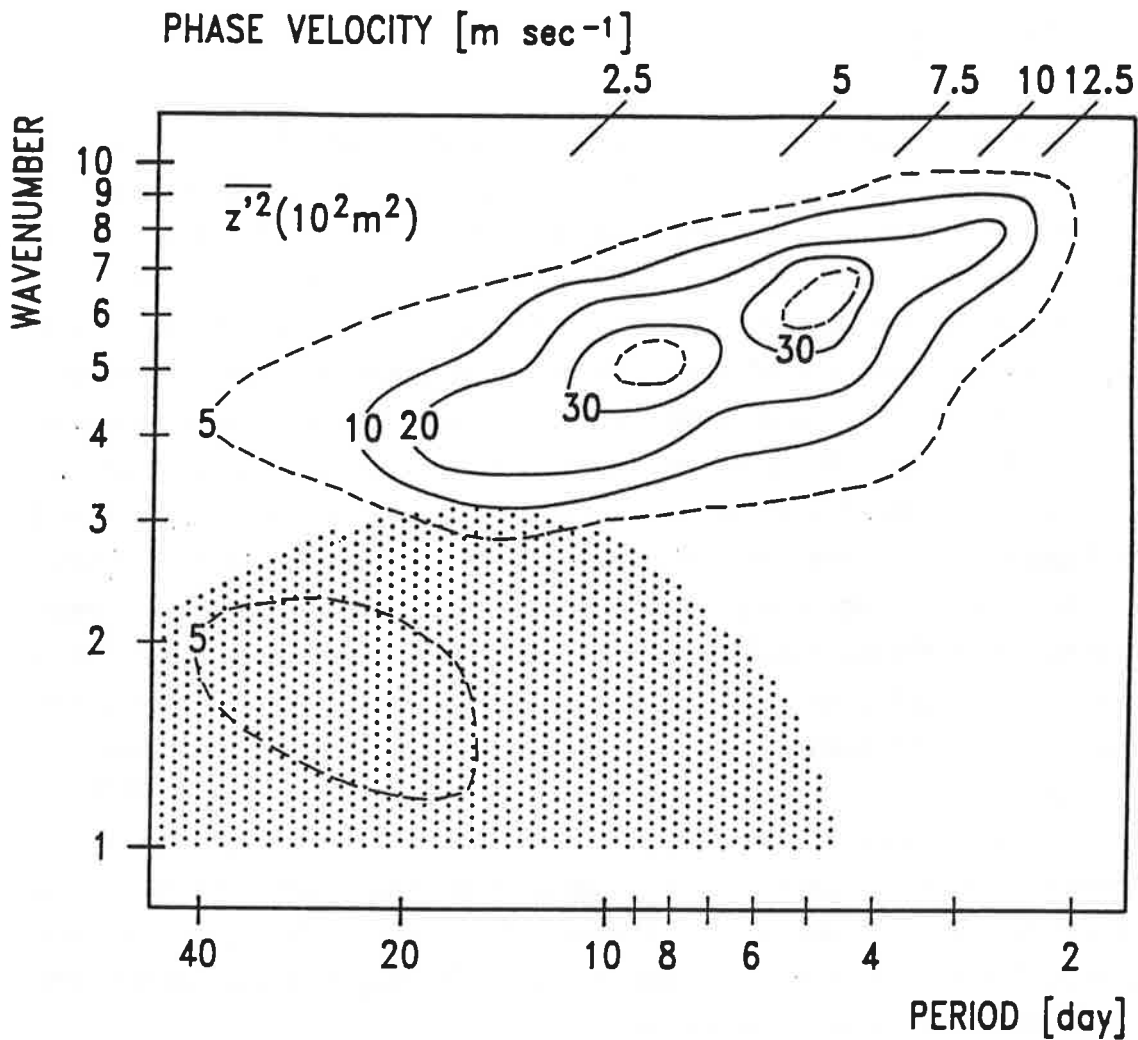
## Einleitung

Lange und synoptische Wellen, d.h. Wellen der zonalen Wellenzahlen 4 bis 9, sind bekanntlich verantwortlich für einen großen Teil der atmosphärischen Variabilität in mittleren Breiten. In ihren Studien haben Fraedrich & Böttger (1978) und Fraedrich & Kietzig (1983) Beobachtungen troposphärischer Variablen bestimmter Breitengrade raum-zeitlich spektral analysiert, um die Frequenzverteilung von progressiven und retrograden Störungen in den Extratropen zu untersuchen. Z.B. zeigen Konturlinien der Dichte des Varianzspektrums im Wellenzahl-Frequenz-Raum (Abb. 1.1), daß Varianzmaxima des Geopotentials im Winter bei 500 hPa und 50°N mit Wellen der zonalen Wellenzahlen 5 bis 8 verbunden sind, die mit Perioden zwischen 3 und 10 Tagen ostwärts wandern.

Diese Maxima sind klar getrennt von einem sekundären Maximum der retrograden, d.h. westwärts wandernden Wellen (schattiert in Abb. 1.1) und sind etwa von der gleichen Stärke wie Maxima der stationären Varianz in entsprechender Darstellung (nicht gezeigt). Die Maxima der retrograden und stationären Varianz sind allerdings auf das niederfrequente Band mit Perioden über 10 Tagen und auf die zonalen Wellenzahlen 1 bis 4 beschränkt. Sie hängen mit niederfrequenten Schwankungen wie z.B. langsam westwärts wandernden bzw. stationären ultralangperiodischen planetarischen Wellen und quasi-stationären „teleconnection patterns“, oder persistenten Anomalien wie Blockierungen zusammen und werden in dieser Arbeit nicht behandelt.

Ein ähnliches Bild ergibt sich im Winter auf der Südhalbkugel, wobei lediglich eine leichte Verlagerung der Varianzmaxima zu kleineren Wellenzahlen zu beobachten ist. Hier tragen im Mittel die Wellen der zonalen Wellenzahlen 4 bis 6 am stärksten zur troposphärischen Varianz des Geopotentials bei. In beiden Hemisphären ist im Sommer eine leichte Verschiebung zu höheren Wellenzahlen zu beobachten, verglichen mit dem Winter auf jeweils derselben Halbkugel (Böttger & Fraedrich, 1980; Fraedrich & Kietzig, 1983).

In den letzten Jahrzehnten wurden Experimente mit einer ganzen Hierarchie von Modellen mit dem Ziel durchgeführt, die Prozesse zu untersuchen, die die soeben besprochenen Maxima in Raum-Zeitspektren verursachen. Auf der untersten Stufe sind dabei quasi-geostrophische Modelle auf einer  $f$ - oder  $\beta$ -Ebene angesiedelt. Charney (1947) und Eady (1949) fanden damit eine, wenn auch grobe,



**Abbildung 1.1:** Dichte des Energiespektrums der geopotentiellen Höhe in 500 mb und bei 50°N (einseitiges Frequenzspektrum). Konturlinien zeigen die Varianz des propagierenden Anteils (Durchschnitt der 5 Winter 72/73 bis 76/77, jeweils von Nov. bis Feb.), wobei die schattierte Fläche Wanderung der Wellen nach Westen anzeigt. (Fraedrich & Böttger, 1978)

qualitative Übereinstimmung zwischen den baroklinen Instabilitätseigenschaften eines von der Breite unabhängigen zonalen Stroms mit großskaligen Störungen in mittleren Breiten. Simmons & Hoskins (1976) führten lineare Stabilitätsanalysen verschiedener zonal symmetrischer Grundzustände auf einer Kugel durch, sowohl mit den quasi-geostrophischen als auch mit den primitiven Gleichungen. Simmons & Hoskins (1978) untersuchten das nichtlineare Verhalten baroklin instabiler Wellen mit endlichen Amplituden. Frederiksen (1982) erweiterte die



Theorie barokliner Instabilität auf zonal asymmetrische Grundzustände, die auch mit dem Längengrad variieren.

Diese Studien führten zu der Einsicht, daß die höherfrequenten Erscheinungen der troposphärischen Zirkulation Wellen und Zyklonen zugeschrieben werden können, die als Resultat der baroklinen Instabilität eines mittleren Grundstroms gegenüber Störungen kleiner Amplituden entstehen. Bei diesem Prozeß wird verfügbare potentielle Energie, die mit einer vertikalen Windscherung des Grundstroms, bzw. einem meridionalen Temperaturgradienten verbunden ist, in kinetische Energie einer anwachsenden Störung umgewandelt. Die Entwicklung dieser Störungen wird von einem Energieaustausch zwischen Welle und Zonalstrom beherrscht und weist einen ausgeprägten Lebenszyklus von linearem, baroklinem Anwachsen, einem Zustand des vollen Entwickeltseins und schließlich nichtlinearem, barotropem Abklingen auf (Simmons & Hoskins, 1978). Das letzte Stadium wird ebenfalls von Wellen-Wechselwirkungen beeinflusst.

Sowohl in statistischen Untersuchungen als auch in Fallstudien (Randel & Stanford, 1985a; Randel & Stanford, 1985b; Blackmon *et al.*, 1984b; Blackmon *et al.*, 1984a; Lim & Wallace, 1991) konnte diese typische Entwicklung der baroklinen Wellen in Beobachtungsdaten der Atmosphäre nachgewiesen werden. Dazu wurden z.B. Korrelationen zwischen zeitverschobenen Zeitserien von meteorologischen Variablen berechnet oder Zeitserien energetischer Austauschgrößen zwischen Wellen und Zonalstrom betrachtet. Die Wanderung der Wellen nach Osten ist in der Südhemisphäre eher von zonal globaler Natur, während die Wellen in der Nordhemisphäre oft auf lokale Sturmbahnen beschränkt sind.

In den oben erwähnten theoretischen Studien werden die hochfrequenten transienten Fluktuationen der Atmosphäre häufig als die Normalmoden eines dynamischen Systems betrachtet, das von mehr oder weniger starken Vereinfachungen der Natur abgeleitet worden ist. Historisch gesehen war insbesondere die barokline lineare Stabilitätsanalyse von zonalsymmetrischen Grundströmen sehr nützlich, um die atmosphärische Zirkulation der mittleren Breiten zu verstehen. Obwohl sich herausstellte, daß Nichtlinearität und asymmetrische Basisströme zur Erklärung der Entwicklung barokliner instabiler Wellen wichtige Beiträge liefern, ist sie immer noch von Bedeutung, da die relativ einfachen Berechnungen eine Vielzahl von Experimenten erlauben.

In dieser Arbeit wird nun das Konzept der Normalmoden in dem beschriebenen Zusammenhang auch für die Klasse der Beobachtungsstudien eingeführt, und zwar mit Hilfe der POP (= „*Principal Oscillation Pattern*“) - Analyse (Hasselmann, 1988). Dieses Verfahren berechnet die Normalmoden eines von weißem

Rauschen überlagerten, linearen dynamischen Systems, indem die das System bestimmende Systemmatrix an Hand von Beobachtungsdaten geschätzt wird (von Storch *et al.*, 1988). Es ist so ausgelegt, daß es auf empirische Art und Weise regelmäßig oszillierende Muster („*principal oscillation patterns*“) in multivariaten Zeitserien finden kann. Die *POP*-Analyse ist bisher in einer ganzen Reihe von Arbeiten benutzt worden, die sich allerdings hauptsächlich mit Eigenschaften des Systems Atmosphäre-Ozean auf längeren Zeit- und Raumskalen beschäftigt haben, als es hier der Fall ist (von Storch *et al.*, 1990; Xu, 1990; Xu, 1992).

Es wird einerseits gezeigt werden, daß die *POP*-Analyse eine geeignete Methode ist, um zeitabhängige Muster aus Beobachtungsdaten abzuleiten, die die Fluktuationen der atmosphärischen Zirkulation in den oben besprochenen zeitlich-räumlichen Größenordnungen darstellen. Indem die Beobachtungen in einer Art und Weise untersucht werden, die analog zur Analyse der theoretischen Dynamik ist (Normalmoden), wird andererseits aber auch ein direkter Vergleich zwischen Beobachtung und Theorie ermöglicht. Die Darstellung dieses Vergleichs und die Interpretation der Resultate ist das Hauptanliegen dieser Arbeit.

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert. In Kapitel 2 wird ein Überblick über das Konzept der Normalmoden gegeben. Weiterhin wird die *POP*-Methode in diesem Zusammenhang eingeführt, und die Stabilitätsanalyse eines Flusses gegenüber kleinen Störungen wird umrissen. Kapitel 3 beschreibt die Daten, die für die Analysen benutzt wurden, sowie die einzelnen Schritte, die für ihre Durchführung vorgenommen wurden. In Kapitel 4 und Kapitel 5 werden die Resultate für den zonal symmetrischen bzw. den zonal asymmetrischen Fall dargestellt. Dabei wird in Kapitel 4 besonderes Augenmerk auf den oben angesprochenen Vergleich zwischen empirischer und theoretischer Analyse gerichtet, indem einzelne zonale Wellenzahlen betrachtet werden. Kapitel 5 beschäftigt sich dagegen mit der simultanen *POP*-Analyse von Wellenpaketen, um die doch sehr starke Vereinfachung einzelner Wellenzahlen etwas zu lockern. Schließlich werden in Kapitel 6 die Ergebnisse zusammengefaßt und diskutiert.

## Kapitel 2.

### Analyse-Methoden: Normalmoden

Die folgende Notation wird in diesem Kapitel benutzt: Vektoren werden **fett** gedruckt, Matrizen und Operatoren erscheinen *Kalligraphisch*.  $\mathcal{A}^T$  ist die Transponierte der Matrix  $\mathcal{A}$  und  $()^*$  ist komplex-konjugiert zu einer komplexen Größe  $()$ .

Sei nun  $\mathbf{X}(t)$  ein dynamisches System mit einem Zustandsvektor  $\mathbf{X}$  im  $n$ -dimensionalen Raum und dem Zeitindex  $t$ , dessen zeitliche Entwicklung durch einen linearen Markov-Prozeß erster Ordnung gegeben ist, d.h. durch

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathcal{A} \mathbf{X}(t) . \quad (2.1)$$

Der Zustandsvektor  $\mathbf{X}$  kann nach den *Normalmoden* des Prozesses entwickelt werden, die als die Eigenvektoren  $\mathbf{P}$  der Systemmatrix  $\mathcal{A}$  definiert sind. In den meisten Fällen bilden diese eine vollständige Menge von  $n$  linear unabhängigen Vektoren, so daß  $\mathbf{X}$  als Linearkombination der Eigenvektoren dargestellt werden kann:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{j=1}^n z_j(t) \cdot \mathbf{P}_j . \quad (2.2)$$

$z_j(t)$  wird als *Koeffizientenzeitserie* des Moders  $\mathbf{P}_j$  bezeichnet. Da die Eigenvektoren nicht notwendigerweise orthogonal zueinander sind, hängen für jedes  $j$  die Koeffizienten  $z_j$  von allen Eigenvektoren  $\mathbf{P}_i$ ,  $i = 1 \dots n$  ab, und nicht nur von  $\mathbf{P}_j$ .

Im allgemeinen ist die Matrix  $\mathcal{A}$  nicht symmetrisch, so daß einige oder alle ihrer Eigenwerte  $\sigma$ , Eigenvektoren  $\mathbf{P}$  und Koeffizienten  $z(t)$  komplex sind. Da  $\mathbf{X}$  und  $\mathcal{A}$  reell sind, treten alle komplexen Größen allerdings in komplex-konjugierten Paaren auf.

Wird Gl. (2.2) in (2.1) eingesetzt, so ergibt sich für  $j = 1 \dots n$

$$z_j(t+1) = \sigma_j \cdot z_j(t) , \quad (2.3a)$$

oder

$$z_j(t) = \sigma_j^t \cdot z_j(0) , \quad (2.3b)$$

wodurch eine gedämpfte ( $|\sigma_j| < 1$ ) oder anwachsende ( $|\sigma_j| > 1$ ) harmonische Oszillation für die Koeffizientenzeitserie  $z_j$  definiert wird. Aus dem Eigenwert

$\sigma_j = \rho_j \cdot \exp(i\omega_j)$  kann die charakteristische Periode  $T_j = 2\pi/\omega_j$  und die  $1/e$ -Abklingzeit, bzw.  $e$ -Anwachsrate („ $e$ -folding-time“)  $\tau_j = -1/\ln(\rho_j)$  abgeleitet werden. Folglich ist der Beitrag eines komplex-konjugierten Paares von Normalmoden,  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^1 + i\mathbf{P}^2$  und  $\mathbf{P}^*$ , zur dynamischen Entwicklung des Systems  $\mathbf{X}(t)$  gegeben durch

$$z(t) \cdot \mathbf{P} + (z(t) \cdot \mathbf{P})^* = 2 \cdot a(0) \exp^{-t/\tau} \left[ \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \mathbf{P}^1 - \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \mathbf{P}^2 \right] . \quad (2.4)$$

Gl. (2.4) kann – abgesehen von Dämpfung bzw. Anwachsen – durch die folgende zyklische Folge veranschaulicht werden:

$$\dots \rightarrow \mathbf{P}^2 \rightarrow \mathbf{P}^1 \rightarrow -\mathbf{P}^2 \rightarrow -\mathbf{P}^1 \rightarrow \mathbf{P}^2 \rightarrow \dots \quad (2.5)$$

Dabei wird der Übergang von einem Muster zum nächsten in einer Viertelperiode  $T/4$  ausgeführt. Wenn also zu einem bestimmten Zeitpunkt der Zustandsvektor des Systems z.B. durch das Muster  $\mathbf{P}^2$  gegeben ist, dann ist entsprechend (2.5) nach einer Zeit von  $T/4$  das Muster  $\mathbf{P}^1$  zu beobachten, usw. (siehe z.B. auch Abschnitt 2.6 von Gallagher *et al.*, 1991 ).

Bis zu diesem Punkt basierten alle Aussagen auf der Existenz eines dynamischen Systems (2.1) mit einer Systemmatrix  $\mathcal{A}$ . In den meisten praktischen Anwendungen ist jedoch gerade diese Matrix unbekannt, weil die Dynamik des zu untersuchenden Systems nicht vollständig verstanden oder zu komplex ist. In den folgenden beiden Abschnitten werden daher zwei unterschiedliche Zugänge zur Behandlung dieses Problems beschrieben.

## 2.1. POPs - „Principal Oscillation Patterns“

Der erste Zugang zur Bestimmung einer geeigneten Systemmatrix ist von statistischer Natur. Er basiert auf der Idee, daß, obwohl die Dynamik eines Systems unbekannt ist, vielleicht ein Satz von Beobachtungen für eine oder mehrere Variablen  $\mathbf{X}(t)$  zur Verfügung steht, der die Geschichte des Systems beschreibt. Unter der Annahme, daß die Dynamik eines Teils dieses Systems durch einen linearen Operator beschrieben werden kann, und daß die durch diesen Operator nicht abgedeckten Beiträge lediglich die Rolle eines Hintergrundrauschens (oder eines Antriebs, je nach Sichtweise) spielen, ergibt sich der folgende Ansatz:

$$\mathbf{X}(t+1) = \mathcal{A} \mathbf{X}(t) + \text{Rauschen} . \quad (2.1.1)$$

Gl. (2.1.1) beschreibt einen autoregressiven Prozeß erster Ordnung (von Storch *et al.*, 1988).

Sei nun  $\mathbf{X}$  stationär mit Mittelwert 0. Sind  $\mathbf{X}$  und das Rauschen unkorreliert, so führt Multiplikation von Gl. (2.1.1) von rechts durch den transponierten Zustandsvektor  $\mathbf{X}^T(t)$  nach Bilden des Erwartungswertes  $\mathcal{E}$  zu

$$\mathcal{A} = \mathcal{E}[\mathbf{X}(t+1) \cdot \mathbf{X}^T(t)] \cdot \left( \mathcal{E}[\mathbf{X}(t) \cdot \mathbf{X}^T(t)] \right)^{-1}, \quad (2.1.2)$$

wodurch der Rauschterm in (2.1.1) im Sinne der kleinsten Quadrate minimiert wird. Da aber die wahren Erwartungswerte in (2.1.2) für den stochastischen Prozeß  $\mathbf{X}$  unbekannt sind, müssen die „lag-0“ und „lag-1“ Kovarianzmatrizen in (2.1.2) aus Beobachtungsdaten geschätzt werden.

Die Eigenvektoren von (2.1.2), oder die Normalmoden von (2.1.1), heißen „Principal Oscillation Patterns“ (POPs). Die zugehörigen Zeitkoeffizienten  $z(t)$  heißen POP-Koeffizienten. Ihre zeitliche Entwicklung ist durch

$$z(t+1) = \sigma \cdot z(t) + \text{Rauschen} \quad (2.1.3)$$

gegeben, wodurch unter Vernachlässigung des Rauschens ein Zyklus (2.5) für den Real- und Imaginärteil eines POPs definiert wird. Die Stationarität von  $\mathbf{X}$  erfordert dabei  $|\sigma| \leq 1$ , so daß es sich im Falle der POPs um ein gedämpftes System handelt.

## 2.2. Lineare Stabilitätsanalyse

In einigen Fällen mögen die dominanten Mechanismen in einem System auch bekannt sein, so daß die dynamischen Gleichungen als

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathcal{L}[\mathbf{X}] + \text{Antrieb} \quad (2.2.1)$$

geschrieben werden können, mit einem Operator  $\mathcal{L}$ . Oft wird  $\mathcal{L}$  jedoch nichtlinear sein, und Gl. (2.2.1) wird zu komplex sein, um analytisch gelöst werden zu können. Ein üblicher Ausweg aus diesem Problem ist wie folgt.

Hat Gl. (2.2.1) in der Abwesenheit des Antriebsterms eine exakte zeitunabhängige Lösung  $\mathbf{X}^s$ , so ist die Untersuchung der Entwicklung des Zustands  $\mathbf{X}$  und derjenigen seiner Abweichungen  $\mathbf{X}'(t)$  von  $\mathbf{X}^s$  äquivalent. Die diskretisierte Gleichung (2.2.1) wird daher zu einer Gleichung für  $\mathbf{X}'$ :

$$\mathbf{X}'(t+1) = \mathcal{L}^{\mathbf{X}^s}[\mathbf{X}'(t)], \quad (2.2.2)$$

wobei der Operator  $\mathcal{L}^{\mathbf{X}^s}$  von  $\mathbf{X}^s$  abhängt. Wird nun noch angenommen, daß die Störungen  $\mathbf{X}'$  anfangs klein sind ( $\mathbf{X}' \ll 1$ ), so kann Gl. (2.2.2) linearisiert werden, wobei alle Terme in der Taylor-Entwicklung von  $\mathbf{X}'$  vernachlässigt werden, die eine höhere Ordnung als 1 haben. Man erhält schließlich die Systemgleichung (2.1) für die Störung  $\mathbf{X}'$  mit einer Matrix  $\mathcal{A}^{\mathbf{X}^s}$ , die vom Grundzustand  $\mathbf{X}^s$  abhängt:

$$\mathbf{X}'(t+1) = \mathcal{A}^{\mathbf{X}^s} \cdot \mathbf{X}'(t) . \quad (2.2.3)$$

Mit der nun bekannten Systemmatrix  $\mathcal{A} = \mathcal{A}^{\mathbf{X}^s}$  können die Normalmoden dieses Systems wie oben beschrieben berechnet werden, und  $\mathbf{X}'$  kann wie in Gl. (2.2) entwickelt werden. Der Zustandsvektor kann dann mittels  $\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}^s + \mathbf{X}'(t)$  rekonstruiert werden.

Die zeitliche Entwicklung der Schwingungsmuster ist durch Gleichungen (2.3) gegeben. Die Amplituden der Normalmoden mit Eigenwerten  $|\sigma| > 1$  wachsen an und beschreiben die Instabilität des Grundzustands  $\mathbf{X}^s$  gegenüber kleinen Störungen. Die Berechnung der Normalmoden für verschiedene Perturbationen und die anschließende Analyse ihrer Anwachsraten ist als *lineare Stabilitätsanalyse* bekannt. Die instabilsten Moden werden zuerst aus einem Hintergrund von kleinen Störungen hervorgehen und beschreiben daher den hauptsächlichen Anteil der zugrundeliegenden Prozesse. Es muß hierbei beachtet werden, daß dieses Konzept nur solange gültig ist, wie die Amplituden der Störungen klein sind, und daß die nichtlinearen Prozesse nach einer gewissen Zeit des Anwachsens nicht mehr vernachlässigt werden können.

Die zeitunabhängigen Lösungen  $\mathbf{X}^s$  werden häufig durch andere Grundzustände ersetzt. Einerseits können Experimente mit verschiedenen, beliebig vorgeschriebenen Grundzuständen Einsichten in die Dynamik eines Systems ermöglichen. Andererseits ist der theoretische Grundzustand im allgemeinen unbekannt. Für  $\mathbf{X}^s$  wird daher im Bereich der Atmosphärenforschung oft auch ein beobachteter klimatologischer Grundzustand benutzt (für einen Überblick über die Instabilität verschiedener Basiszustände siehe z.B. auch den Anhang von Frederiksen, 1989). Auch in dieser Arbeit wird die Stabilität eines solchen beobachteten Basiszustandes behandelt.

## Kapitel 3.

### Daten und Analysen

In dieser Arbeit werden Felder der geopotentiellen Höhe, des Zonalwindes und der Temperatur aus dem Datensatz „*ECMWF Global Analysis Data Set*“ benutzt, der aus halbtäglich beobachteten (und analysierten) Daten für mehrere atmosphärische Variablen besteht. Der Satz hat eine räumliche Auflösung von  $2.5 \times 2.5$  Grad in den sieben vertikalen Druckflächen 1000, 850, 700, 500, 300, 200 und 100 hPa. Aus dem Datensatz werden hier Werte von 1984 bis 1987 benutzt, da in diesem Zeitraum die Analysen recht stationär sind und keine wesentlichen Sprünge aufweisen, die z.B. aus Änderungen in den Meßverfahren resultieren können (Trenberth & Olson, 1988).

Es wurde eine Anzahl von *POP*-Analysen und linearen Stabilitätsanalysen mit dem Ziel durchgeführt, barokline Wellen der Troposphäre in mittleren Breiten beider Hemisphären im Winter und im Sommer zu identifizieren. Da erwartet werden kann, daß sich die Signale hauptsächlich in zonaler Richtung ausbreiten, wird eine semi-spektrale Darstellung mittels zonaler *Fourierzerlegung* benutzt. Im folgenden werden die Analysen beschrieben, die für einzelne zonale Wellenzahlen und simultan für Wellenpakete durchgeführt wurden.

#### 3.1. Untersuchungen für einzelne zonale Wellenzahlen

##### *POP*-Analysen

Als Variable, die mittels der *POP*-Methode untersucht wird, wird die geopotentielle Höhe  $\Phi$  aus dem *ECMWF*-Datensatz in den sieben verfügbaren Höhen gewählt. Da wir an hochfrequenten Signalen interessiert sind, wurden diese halbtäglichen Daten zunächst bandpaß-gefiltert, so daß nur Anomalien erhalten wurden, die mit einer charakteristischen Zeit zwischen 3 und 25 Tagen schwingen. Damit ist für die *POP*-Analyse auch die Annahme eines verschwindenden Mittelwertes in Abschnitt 2.1 erfüllt.

Es wurden dann vier Zeitserien erzeugt, jeweils für die Nordhalbkugel (10°N bis 85°N) und die Südhalbkugel (85°S bis 10°S) für die Monate Dezember bis Februar (*DJF*) 1984/85 bis 1986/87, bzw. Juni bis August (*JJA*) 1985 bis 1987. Die Zeitserien der Länge 180 decken jeweils 90 Tage ab, beginnend am 1. Dezember, bzw. 1. Juni.

Für jeden Zeitpunkt wurden die Daten entlang der Breitengrade in der üblichen Art und Weise *Fourier*-zerlegt:

$$\Phi(\lambda, \theta, p) = \sum_k c_k(\theta, p) \cos(k\lambda) + s_k(\theta, p) \sin(k\lambda), \quad (3.1.1)$$

wobei  $\lambda, \theta, p$  Längengrad, Breitengrad bzw. Druck und  $k$  die zonale Wellenzahl bezeichnen. Ausgehend von den in der Einleitung beschriebenen Wellenzahl-Frequenzspektren werden in dieser Studie die Wellenzahlen 5 bis 9 untersucht, für den Winter in der Südhemisphäre wird zusätzlich auch Wellenzahl 4 betrachtet.

Für die Analysen in Kapitel 4 wurde zunächst für jede dieser Wellenzahlen  $k$  der Zustandsvektor

$$\mathbf{X}_k = \begin{pmatrix} \vdots \\ c_k(\theta_i, p_j) \\ s_k(\theta_i, p_j) \\ \vdots \end{pmatrix}_{i=1, \dots, 31; j=1, \dots, 7} \quad (3.1.2)$$

gebildet, wobei  $\theta_i$  und  $p_j$  die Breitengrade bzw. Druckhöhen des Datengitters bezeichnen.

Die „räumliche“ Dimension des Systems beträgt für die gegebene Auflösung also

$$(31 \text{ Breitengrade} \times 7 \text{ Druckhöhen} \times 2 \text{ Fourier-Koeffizienten}) = 434$$

Da in die *POP*-Methode selbst keine Reduktion der Dimension des Problems einbegriffen ist, wurde die Zeitserie der Vektoren (3.1.2) nach ihren *Empirischen Orthogonalfunktionen* (*EOFs*) entwickelt, bevor die *POP*-Analyse tatsächlich durchgeführt wurde. Die Vektoren aus den ersten 18 *EOF*-Koeffizienten wurden dann als neue multivariate Zeitserie (der Dimension 18) benutzt, wodurch etwa 95% der Varianz, die in den gefilterten Daten enthalten war, erhalten blieb. Ein positives Nebenprodukt dieser Vorgehensweise ist, daß Komponenten in den Daten, die nur Rauschen widerspiegeln, a priori aus der Analyse entfernt werden. Im Anschluß an eine *POP*-Analyse werden die Muster dann vom *EOF*-Raum zurück in den physikalischen Raum transformiert, so daß in dieser Arbeit immer



die Darstellung (3.1.2) benutzt werden kann. Die Anzahl der Freiheitsgrade in jeder *POP*-Analyse beträgt somit 18, es können daher in jeder Analyse maximal 9 komplexe *POPs* gefunden werden.

Da der Beobachtungsvektor  $\mathbf{X}$  aus den Kosinus- und Sinuskoeffizienten von zonalen geopotentiellen Wellen besteht, müssen auch der Real- und Imaginärteil eines *POPs*  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^1 + i\mathbf{P}^2$  als Vektoren von *Fourierkoeffizienten* interpretiert werden. Es wird eine Amplituden/Phasen-Schreibweise

$$c_k(\theta, p) \cos(k\lambda) + s_k(\theta, p) \sin(k\lambda) = A(\theta, p) \cos(k\lambda - \Xi(\theta, p))$$

benutzt, um die Muster zu beschreiben.  $\mathbf{P}^1$  ( $\mathbf{P}^2$ ) wird also durch die breiten-grad-höhenabhängige Verteilung eines Phasenmusters  $\Xi^1$  ( $\Xi^2$ ) und eines Amplitudenmusters  $A^1$  ( $A^2$ ) bildlich dargestellt. Sind  $\mathbf{P}^1$  und  $\mathbf{P}^2$   $90^\circ$  außer Phase (d.h. ein Viertel der Wellenlänge) und sind die Amplituden etwa gleichgroß, so repräsentieren sie entsprechend Zyklus (2.5) ein Muster, das sich in zonaler Richtung fortentwickelt. In dem Grenzfall, daß ein Teil im Vergleich zum anderen sehr kleine Amplituden hat, nähert der *POP* eine stehende Oszillation an. Da die Phasenverteilungen von  $\mathbf{P}^1$  und  $\mathbf{P}^2$  verschieden sein können, läßt der *POP*-Zyklus (2.5) auch zu, daß sich die Form einer Welle im Laufe ihrer Entwicklung verändert, oder daß sie meridional oder vertikal meandriert.

### Lineare Stabilitätsanalysen mit zonalsymmetrischem Grundstrom

Die linearen Stabilitätsanalysen wurden möglichst in einer Art und Weise durchgeführt, die derjenigen der soeben beschriebenen *POP*-Analysen entspricht. Der Ausgangspunkt ist dazu die quasi-geostrophische Approximation zur Gleichung für die potentielle Vorticity einer geschichteten Strömung in einer Hemisphäre ohne Topographie, wodurch der Operator  $\mathcal{L}$  in Gl. (2.2.1) definiert wird. Terme für Antrieb und Dissipation werden vernachlässigt. Das Modell wurde in Charney & Stern (1962) beschrieben. Seine vertikale Komponente ist die geometrische Höhe und reicht von 0 bis 16 Kilometer. Damit entspricht die vertikale Ausdehnung des Modells einer äquivalenten Höhe von etwa 1000 hPa bis 100 hPa, dem Bereich der *POP*-Analysen.

Die Modellgleichung wurde um einen zonal symmetrischen Grundzustand linearisiert und die Störungsstromfunktion  $\Psi'$  wie in Gl. (3.1.1) nach den Harmonischen für die zonalen Wellenzahlen  $k$  entwickelt. Diskretisierung auf einem Modellgitter mit 1 Kilometer vertikaler und  $2^\circ$  meridionaler Auflösung führte für jede Wellenzahl  $k$  zu einer Gleichung Gl. (2.2.3), oder Gl. (2.1), mit dem

Zustandsvektor  $\mathbf{X}_k$  aus Kosinus- und Sinuskoeffizienten

$$\mathbf{X}_k = \begin{pmatrix} \vdots \\ c_k(\theta_i, z_j) \\ s_k(\theta_i, z_j) \\ \vdots \end{pmatrix}_{i=1, \dots, 46; j=1, \dots, 17}, \quad (3.1.3)$$

wobei  $\theta_i$  die Breitengrade und  $z_j$  nun die geometrische Höhe des Modellgitters bezeichnen. Die lineare Stabilitätsanalyse bestand dann entsprechend Kapitel 2 darin, für jede Wellenzahl  $k$  eine Eigenwert-Eigenvektor-Gleichung zu lösen. Dabei entsprechen den vier in den *POP*-Analysen verwendeten Datensätzen für Sommer und Winter in beiden Hemisphären nun verschiedene, im folgenden beschriebene Grundzustände für Nord- und Südhalbkugel, bzw. Winter und Sommer.

In dieser Arbeit werden, wie schon erwähnt wurde, klimatologische Grundzustände  $\mathbf{X}^s$  benutzt, die aus den zonal gemittelten Zonalwinddaten des *ECMWF*-Datensatzes hergeleitet wurden (Abb. 3.1.1). Die zeitliche Mittelung erstreckte sich über dieselben Zeitintervalle, die auch für die *POP*-Analysen verwendet wurden, d.h. *DJF* 1984/85 bis 1986/87, bzw. *JJA* 1985 bis 1987. Das winterliche Muster in der Nordhemisphäre zeigt eine für diese Jahreszeit typische Struktur, mit einem westlichen Strahlstrom in der oberen Troposphäre bei etwa  $30^\circ\text{N}$ , und entspricht etwa dem von Simmons & Hoskins (1976) verwendeten „ $30^\circ$  jet“. Der mittlere Zonalwind im Winter der Südhemisphäre zeigt ebenfalls diesen Strahlstrom, hat aber ein zusätzliches, sekundäres Maximum am oberen Rand der Troposphäre bei  $60^\circ\text{S}$ . Das letztgenannte Maximum bezeichnet den polaren Strahlstrom in der Südhemisphäre, während das Maximum bei etwa  $30^\circ\text{S}$  durch den starken subtropischen Strahlstrom verursacht wird, der stromabwärts von Australien im Pazifik zu beobachten ist. Der Bereich großer Windgeschwindigkeiten und besonders vertikaler Windscherungen hat nun eine größere meridionale Ausdehnung, wobei die stärkste Windscherung in Bodennähe in hohen Breiten beim polaren Strahlstrom zu verzeichnen ist. Die Struktur der Muster für den mittleren Zonalwind im Sommer beider Hemisphären ist derjenigen im Nordwinter sehr ähnlich. Der Strahlstrom in der Nordhemisphäre ist im Vergleich zum Winter etwas nach Norden verlagert, während in der Südhemisphäre nur der polare Strahlstrom bei etwa  $50^\circ\text{S}$  zu beobachten ist. Die Lage des Strahlstroms in höheren Breiten geht auch mit niedrigeren Maximalwerten einher.

Der statische Stabilitätsparameter, der in der Gleichung für die potentielle Vorticity die Schichtung der Atmosphäre mißt, hängt von dem mittleren vertikalen Profil der horizontal gemittelten Temperatur ab. Diese wurde wiederum

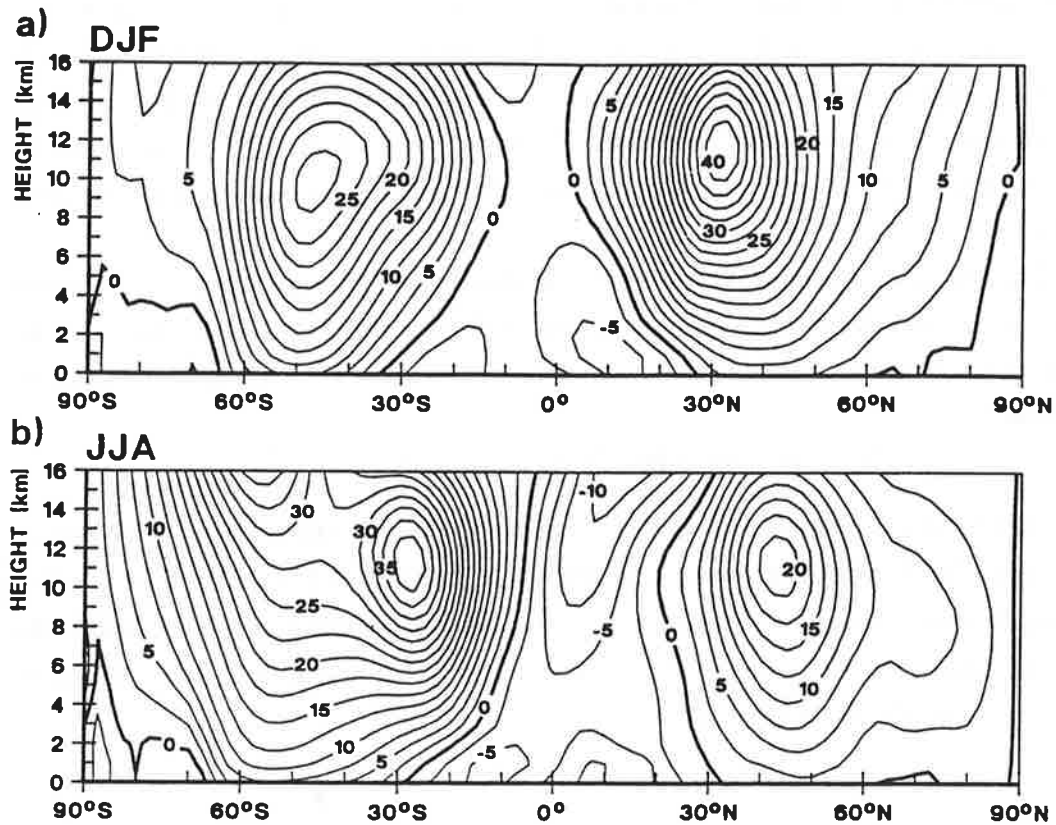


Abbildung 3.1.1: Höhen-Breiten-Querschnitt des zonalen mittleren Windes der *ECMWF*-Daten, gemittelt über *DJF* 84/85 bis 86/87 (a) und über *JJA* 85 bis 87 (b). Konturintervall von 2.5 m/s.

den *ECMWF*-Daten entnommen und, wie die Winddaten, auf das Modellgitter interpoliert.

Am oberen und unteren Rand wurde für die Störung ein verschwindender vertikaler Wind vorgeschrieben. Das Modell ist für jede Hemisphäre mit der Randbedingung formuliert, daß die Stromfunktion am Äquator und an den Polen ebenfalls verschwindet.

Die Zonalwellen, die den instabilsten Eigenmoden  $Q = Q^1 + iQ^2$  entsprechen, werden untersucht und interpretiert. Wie oben beschrieben wurde, können auch  $Q^1$  und  $Q^2$  mittels einer Amplituden/Phasen-Schreibweise dargestellt werden

und entwickeln sich gemäß dem Zyklus (2.5). Da in diesem Falle die Systemmatrix  $\mathcal{A}$  jedoch nur von einem zonal gemittelten, d.h. vom Längengrad unabhängigen Grundzustand abhängt, müssen die Normalmoden gegenüber zonaler Verschiebung invariant sein. Daher stimmen  $\mathbf{Q}^1$  und  $\mathbf{Q}^2$  bis auf eine Phasendifferenz von  $90^\circ$  überein, so daß  $\mathbf{Q}$  ein rein zonal wanderndes Muster beschreibt. Dies war bei der *POP*-Analyse nicht der Fall, da dort die Matrix  $\mathcal{A}$  von allgemeiner Form war und die Beobachtungsdaten natürlich keine solche Invarianzbedingung erfüllen.

Man beachte, daß die bisher beschriebene Formulierung des Stabilitätsproblems, in der die zeitliche Entwicklung der Störung nicht vorgeschrieben wurde, äquivalent ist zu dem üblichen („*normal mode*“-) Ansatz für die Störungsstromfunktion

$$\mathbf{X}'(\lambda, \theta, z, t) = \text{Re} \left[ \hat{\mathbf{X}}_k(\theta, z) \exp(ik\lambda - i\omega t) \right],$$

mit einer (reellen) Wellenzahl  $k$  und (komplexen) Frequenz  $\omega$ .  $\omega$  kann unmittelbar durch die Anwachsrates und die Periode aus Kapitel 2 ausgedrückt werden. Tatsächlich ist dies die Formulierung, die für die Berechnungen der Stabilitätsanalysen benutzt wurde. Die Darstellung in Kapitel 2 wurde wegen des besseren Vergleichs zur *POP*-Analyse gewählt.

### 3.2. Untersuchungen für Wellenpakete

Wegen der bisher benutzten Notation der zonalen *Fourierzerlegung* für einzelne Wellenzahlen gibt es eine natürliche Beschränkung der beiden angewandten Verfahren. Da die Wellenlänge für eine gegebene zonale Wellenzahl in hohen Breiten kleiner als in niederen Breiten ist, muß die zonale Größenordnung von *POP*-Mustern oder instabilen Moden mit wachsender Entfernung vom Äquator abnehmen. Außerdem beschreiben die *Fourierkoeffizienten* immer globale Muster auf ganzen Breitengraden. Es ist daher mit der bisherigen Vorgehensweise nicht möglich, regional begrenzte Muster oder Muster, die Eigenschaften mit der gleichen Größenordnung auf weit voneinander entfernten Breitenkreisen beschreiben, zu identifizieren. Untere letztere würde z.B. die pazifisch-nordamerikanische Schwankung (*PNA* „*teleconnection pattern*“) fallen.

In der Einleitung wurde schon erwähnt, daß regional begrenzte Muster gerade im Zusammenhang mit baroklin instabilen Wellen eine große Rolle spielen (Sturmbahnen, insbesondere auf der Nordhalbkugel). Daher wurde zusätzlich

zu den Analysen mit einzelnen zonalen Wellenzahlen für jede Saison und Hemisphäre eine „zonal asymmetrische“ *POP*-Analyse durchgeführt.

Dazu wurden für jeden Zeitpunkt die 5 beobachteten Zustandsvektoren (3.1.2), die für jede Wellenzahl  $k = 5$  bis 9 vorlagen, zu einem einzigen Vektor zusammengefaßt, der somit die Überlagerung der 5 Harmonischen zu einem Wellenpaket beschreibt (Wellenzahlen  $k = 4$  bis 9 für den Winter in der Südhemisphäre). Die *POP*-Analyse der hieraus resultierenden multivariaten Zeitserien stellt also eine „simultane“ Analyse mehrerer Wellenzahlen dar und ist in der Lage, zonal asymmetrische Muster zu identifizieren, die auf bestimmte Längengradbereiche beschränkt sind. Durch eine vorgeschaltete *EOF*-Analyse wurde die Anzahl der Freiheitsgrade wieder auf 18 reduziert, wobei durch die ersten 18 *EOF*s etwa eine Varianz von 85% der ursprünglichen Daten erklärt wird.

Die Ergebnisse dieser *POP*-Analysen können in Analogie zum zonalsymmetrischen Fall mit den sogenannten dreidimensionalen Stabilitätsanalysen verglichen werden, die von einem zonal asymmetrischen Grundzustand ausgehen (z.B. Frederiksen, 1982).



## Kapitel 4.

### Zonale Wellenzahlen: Zweidimensionale Analysen

In diesem Kapitel werden die Resultate der in Abschnitt 3.1 beschriebenen *POP*-Analysen und linearen Stabilitätsanalysen für einzelne zonale Wellenzahlen gegenübergestellt. Da in letzteren die Stabilität eines zonal gemittelten Grundstroms untersucht wird, der nicht vom Längengrad abhängt, und auch die *POP*-Analysen für nur einen Kosinus- und einen Sinuskoeffizienten – abhängig von Breitengrad und Höhe – durchgeführt werden, werden alle Moden in diesem Kapitel unter dem Begriff „zweidimensionale“ *POPs*, bzw. instabile Moden zusammengefaßt. Diese Bezeichnung ist nicht ganz exakt, da die Muster auch zonal eine, wenn auch sehr einfache, Abhängigkeit vom Längengrad aufweisen. Sie erlaubt aber in Kap. 5 die Abgrenzung gegenüber den „3-dimensionalen“ Moden, die eine vollständige Funktion von Längengrad, Breitengrad und Höhe sind.

Zunächst wird in Abschnitt 4.1 der Winter auf der Nordhalbkugel behandelt. In Kap. 2 wurden sowohl die *POP*-Analyse als auch die Stabilitätsanalyse in das Konzept der Normalmoden eingebettet. Als Resultat erhält man dabei die Eigenvektoren (Muster) der Systemmatrix, deren zeitliche Entwicklung durch die entsprechenden Eigenwerte (Perioden, „*e*-folding-Zeiten“) beschrieben werden kann (Gl. (2.3)). In Abschnitt 4.1.1 werden die *POPs* und instabilen Moden für alle untersuchten Wellenzahlen bezüglich ihrer zeitlichen Charakteristik dargestellt. In Abschnitt 4.1.2 wird die Struktur der Muster am Beispiel der Wellenzahl 8 eingehend besprochen, während in Abschnitt 4.1.3 die Bedeutung der Muster im Lebenszyklus baroklin instabiler Wellen untersucht wird.

In Abschnitt 4.2 werden anschließend die Ergebnisse für den Winter der Südhemisphäre und den Sommer auf beiden Hemisphären präsentiert und die Unterschiede zu dem erstgenannten Fall besprochen.

## 4.1. Nordhemisphäre im Winter

### 4.1.1. Die zeitliche Charakteristik der Muster

In Abb. 4.1.1 sind für jeden *POP* vier charakteristische Zahlen dargestellt, die sich aus den *POP*-Analysen der geopotentiellen Höhe im Winter der Nordhalbkugel für zonale Wellenzahlen 5 bis 9 ergeben. Die Balken in Abb. 4.1.1a geben die erklärten Varianzen der signifikantesten *POPs* wieder. Für jeden *POP*  $P$  gibt diese Größe an, in welchem Maß dieser *POP* und seine Koeffizienten (2.4) die Schwankungen, die in den analysierten Daten (jeweils für Wellenzahl  $k$ ) enthalten sind, modellieren kann. Sie ist definiert als

$$1 - \text{Fehlervarianz}/\text{Gesamtvarianz} ,$$

wobei die Varianzen der räumlich gemittelten Felder benutzt werden. In fast allen Fällen wird ein *POP* als signifikant angesehen, wenn er wenigstens 5% der gesamten Variabilität, die durch Wellen der entsprechenden Wellenzahl verursacht werden, erklärt. Es sollte jedoch angemerkt werden, daß bei der Auswahl der „sinnvollen“ *POPs* aus der Gesamtheit der Moden einer *POP*-Analyse auch auf andere Informationen zurückgegriffen wird, die sich z.B. aus der Auswertung der  $1/e$ -Abklingzeiten, der Koeffizientenzeitserien und nicht zuletzt der physikalischen Interpretation der Muster ergeben (s.u.).

Da in den Analysen, die in diesem Kapitel besprochen werden, jede *POP*-Analyse nur die Daten für eine bestimmte Wellenzahl benutzt, ist die erklärte Varianz natürlich auch nur ein Maß für die Signifikanz der *POPs* in jeder einzelnen Analyse. Sie sagt nichts über die relative Bedeutung der *POPs* für verschiedene Wellenzahlen aus (s. dazu weiter unten). Man beachte auch, daß die erklärten Varianzen von *POPs* im Unterschied zu denjenigen von *EOFs* nicht additiv sind, da *POPs* nicht notwendig (statistisch) orthogonal sind. Die Nummerierung der *POPs*, die in diesem Kapitel benutzt wird, bezieht sich auf die erklärte Varianz als ein Maß der Signifikanz. In Abb. 4.1.1b sind für jede Wellenzahl die Perioden (dunkel schattiert) und die  $1/e$ -Abklingzeiten (hell schattiert) der *POPs* zusammengefaßt.

Die Abbildungen zeigen, daß die erklärten Varianzen Werte im Bereich 10% bis 45% annehmen, wobei die Signale mit zunehmender Wellenzahl klarer werden. Die Perioden liegen zwischen 4 und 6 Tagen. Für einige der *POPs* beträgt die  $1/e$ -Abklingzeit das Doppelte der Periode, was bedeutet, daß die Muster zwei



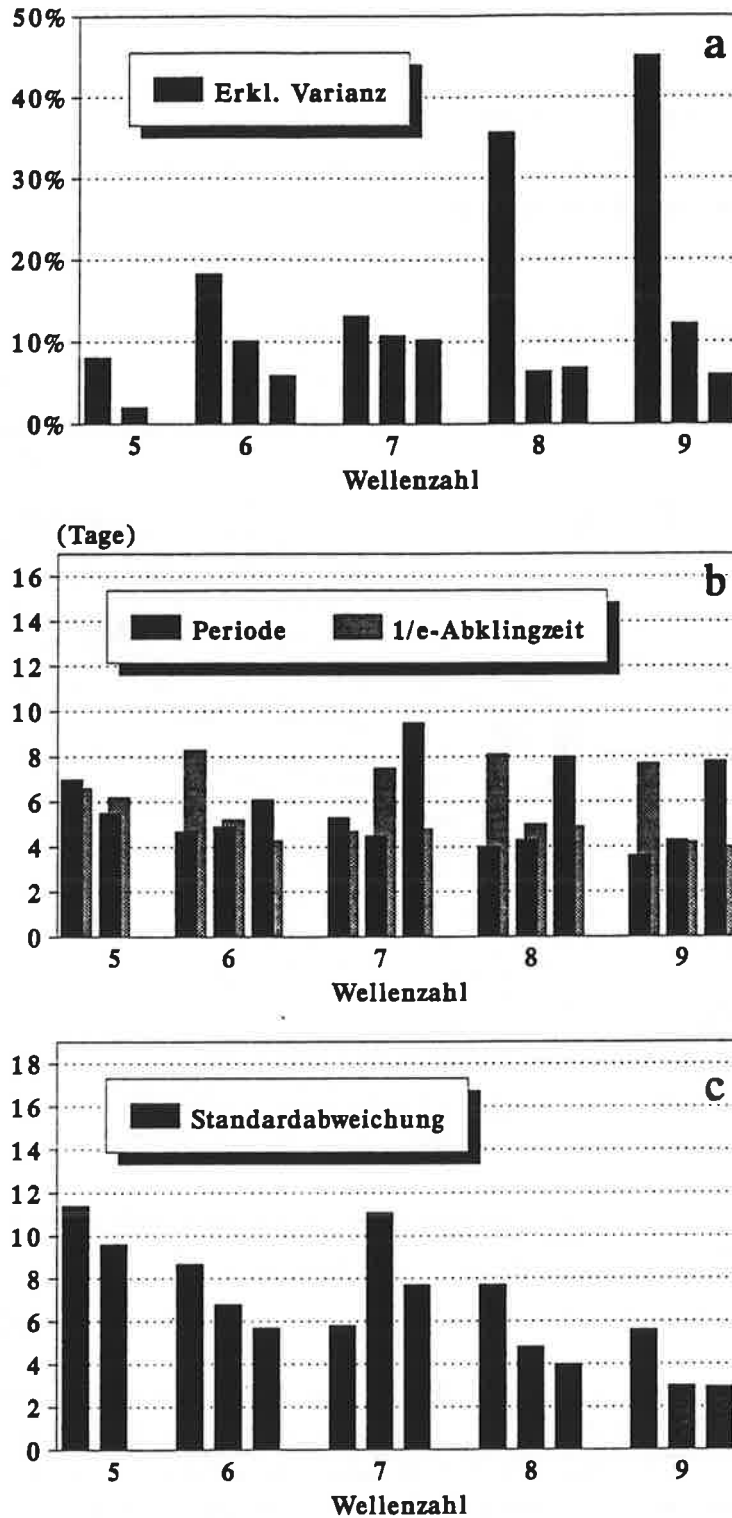
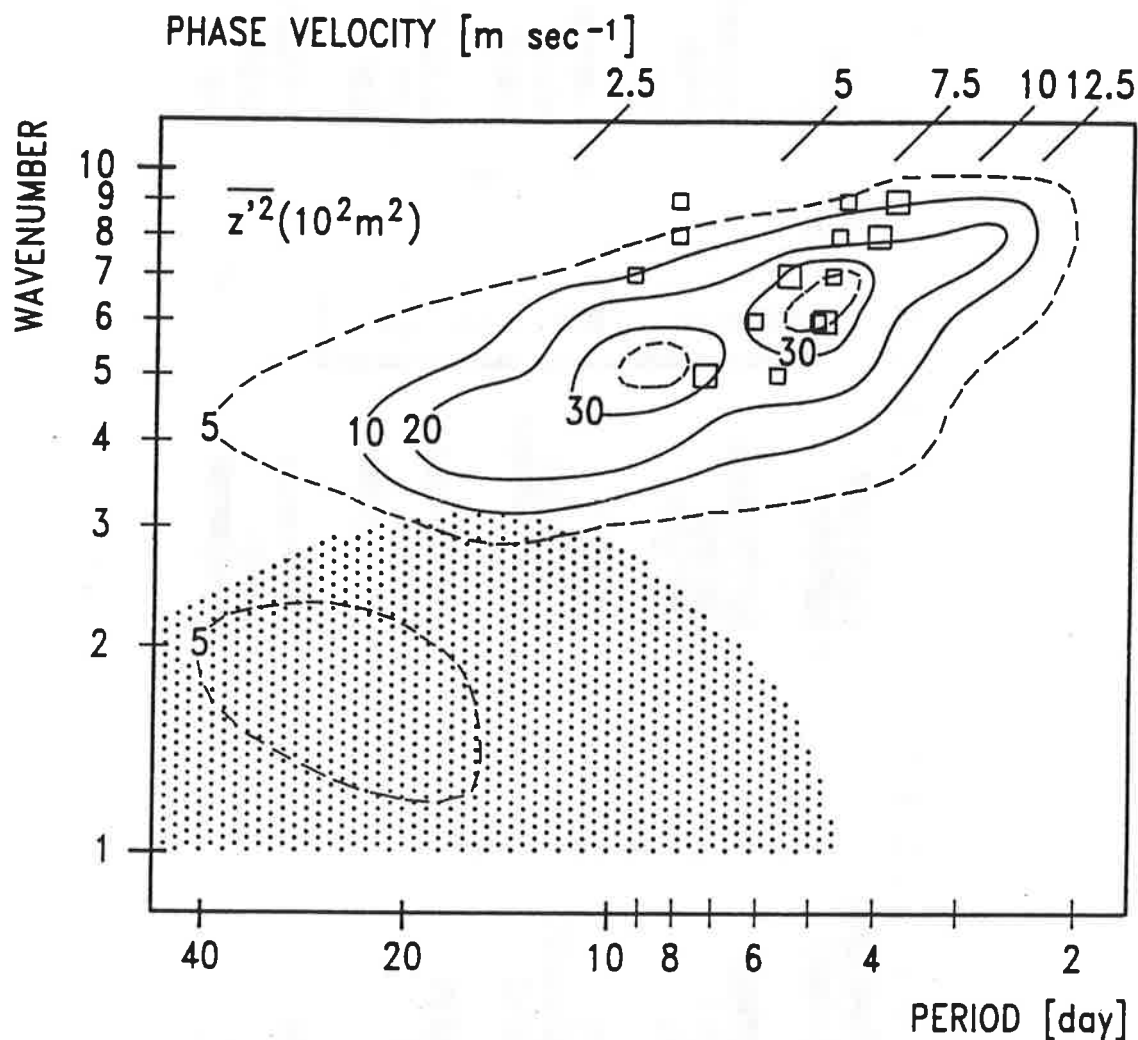


Abbildung 4.1.1: POP-Analyse der halbtäglichen geopotentiellen Höhe in der Nordhemisphäre für die drei Winter DJF84/85 bis 86/87 und für zonale Wellenzahlen 5 bis 9. Dargestellt sind die erklärten Varianzen (a), Perioden und 1/e-Abklingzeiten (b) und Standardabweichungen der Koeffizientenzeitserien (c). Zur Bezugnahme im Text werden die POPs für jede Wellenzahl nach der abnehmenden erklärten Varianz numeriert.

Oszillationszyklen (2.5) ausführen können, bevor sie auf das  $1/e$ -fache gedämpft werden. Für die restlichen *POPs* kann die Schwingung für eine Zeit von wenigstens der Hälfte der Periode gesehen werden.



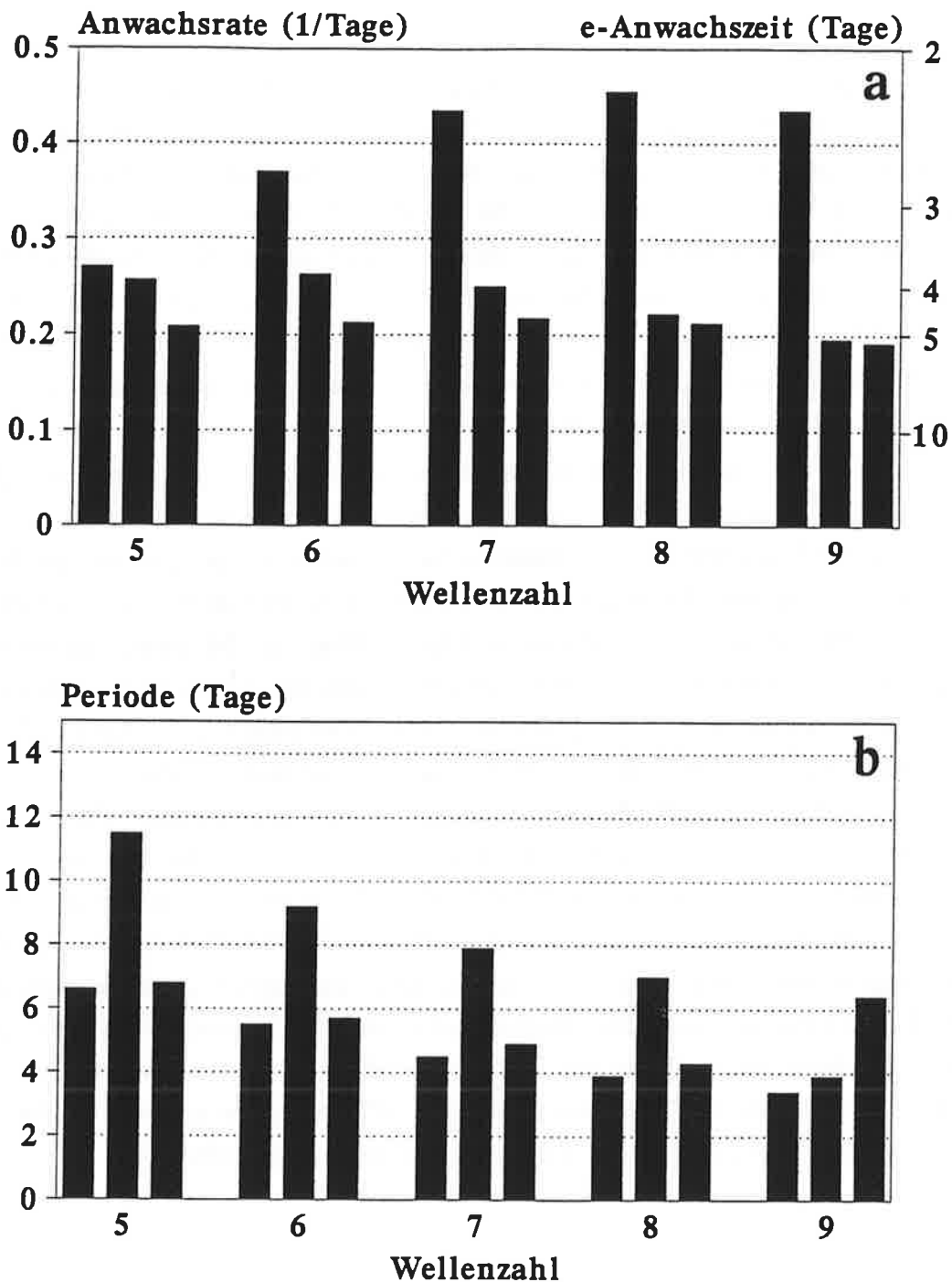
**Abbildung 4.1.2:** Wie Abb. 1.1, wobei zusätzlich die Perioden der *POPs* aus Abb. 4.1.1 eingetragen wurden (Quadrate). Die größeren Quadrate markieren dabei die *POPs* mit der höchsten erklärten Varianz innerhalb jeder Wellenzahlgruppe.

Die Perioden der *POPs* stimmen gut mit den Resultaten anderer Studien überein. In der Einleitung wurde das Wellenzahl-Frequenzspektrum der über 5 Winter gemittelten geopotentiellen Höhe in der Nordhemisphäre gezeigt. Fügt man die *POP*-Perioden in die Abb. 1.1 ein, so kann man sehen, daß die *POPs* die Variabilität der atmosphärischen Zirkulation in diesem Wellenzahlenbereich

widerspiegeln (Abb. 4.1.2). Zumindest kann man der Abbildung die relativ gute Übereinstimmung mit den Raum- und Zeitskalen aus Fraedrich & Böttgers Studie entnehmen. Abb. 4.1.1c zeigt die Standardabweichungen der zu den *POP*s gehörenden Koeffizientenzeitserien. Da die *POP*-Muster immer auf einen einheitlichen Wert normiert sind, kann daraus entnommen werden, wie die Energie der *POP*s über die einzelnen Wellenzahlen verteilt ist. Die *POP*s der Wellenzahlen 5 bis 7 tragen am meisten zur Gesamtvarianz des Geopotentials bei, so daß die Ergebnisse der *POP*-Analysen auch in guter Übereinstimmung mit der Lage der Energiemaxima in Abb. 1.1 sind.

Es sollte noch betont werden, daß die erklärte Varianz nur in einem nicht-statistischen Sinn als Maß der Signifikanz verstanden werden kann. Da es sich bei einer *POP*-Analyse um eine multivariate Methode handelt, ist es schwierig, in einem wahrscheinlichkeitstheoretisch strikten Sinn eine Hypothese zu formulieren, deren Gültigkeit getestet werden könnte. Wenn die Zeitserien ausreichend lang sind, könnten stattdessen die *POP*s für disjunkte, unabhängige Teilintervalle berechnet werden. Ergibt jede dieser *POP*-Analysen Muster mit ähnlichen Charakteristiken und räumlichen Strukturen, so kann angenommen werden, daß die entsprechenden *POP*s der ursprünglichen Analyse „wirkliche“ Phänomene beschreiben, deren anschließende Interpretation sinnvoll ist. Als Beispiel wurde für die Wellenzahl 8 jeweils eine *POP*-Analyse für jeden der drei Winter in der Nordhemisphäre durchgeführt. Es zeigte sich, daß die Resultate tatsächlich den hier besprochenen vergleichbar sind, so daß davon ausgegangen werden kann, daß die Muster nicht nur künstliche Eigenschaften des Analyseverfahrens widerspiegeln. Dies deckt sich auch mit den bisherigen Erfahrungen in der Anwendung der *POP*-Analyse, daß die Ergebnisse relativ „stabil“ sowohl gegenüber zeitlicher als auch räumlicher Aufstückelung sind (s. z.B. Storch & Xu, 1990).

Abb. 4.1.3 faßt die Normalmoden der linearen Stabilitätsanalysen zusammen. Die Anwachsrate der instabilsten Moden (Abb. 4.1.3a, linker Balken in jeder Wellenzahlgruppe) nimmt von ihrem kleinsten Wert für Wellenzahl 5 zu bis zu einem Maximum von 0.45 für Wellenzahl 8, was bedeutet, daß die Amplitude einer anfänglichen wellenartigen Störung der Wellenzahl 8 innerhalb von etwa 2 Tagen bis auf das  $e$ -fache anwächst. Die Wachstumsrate ist für Wellenzahlen 7 bis 9 annähernd konstant. Die Perioden dieser Moden (Abb. 4.1.3b, linke Balken) nehmen Werte zwischen 3.5 und 6.5 an, wobei die Perioden für kleinere Wellenlängen etwas abnehmen. Die charakteristischen Zahlen für die



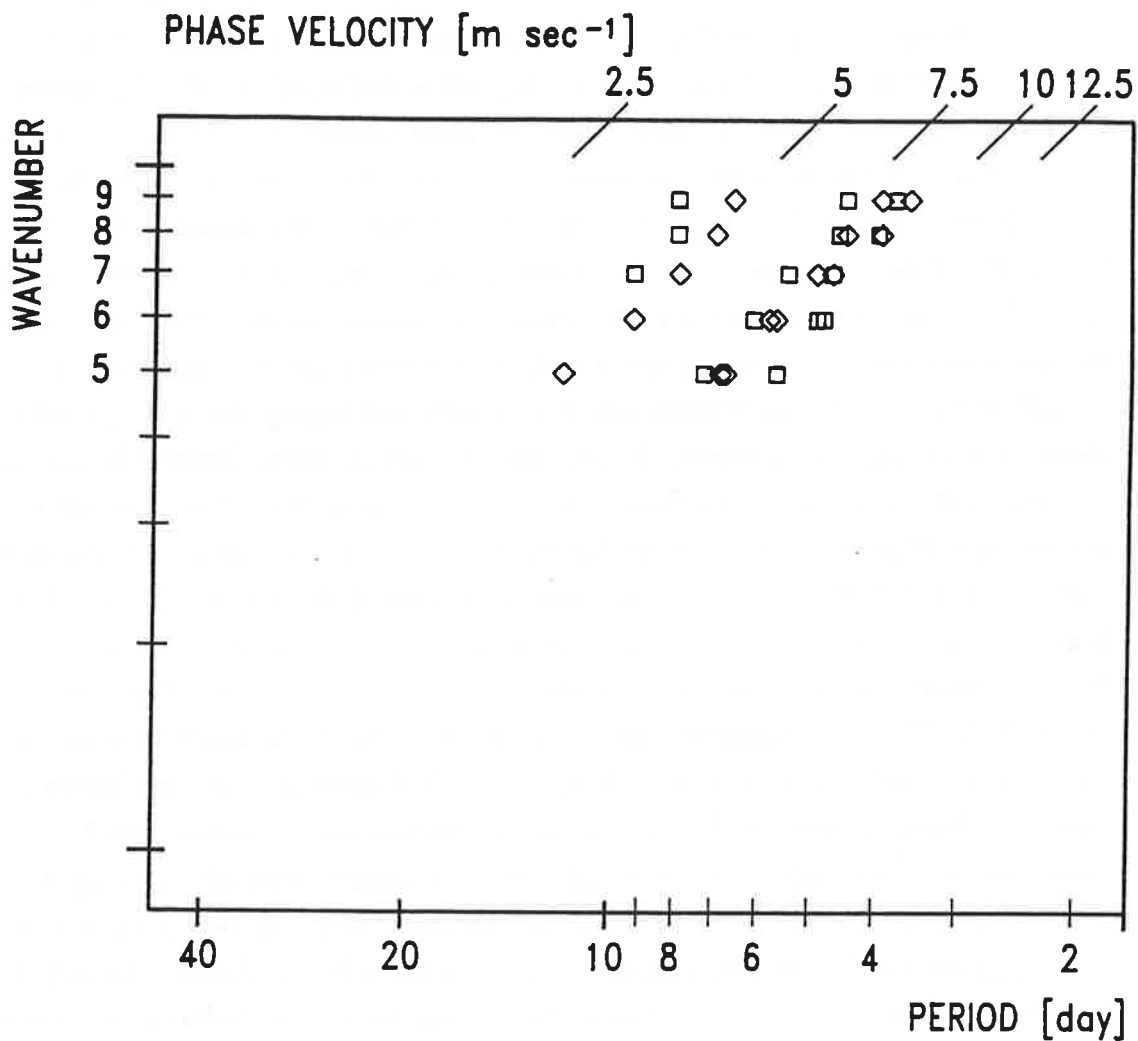
**Abbildung 4.1.3:** Lineare Stabilitätsanalyse für zonale Wellenzahlen 5 bis 9 der diskretisierten quasi-geostrophischen Gleichung für die potentielle Vorticity, die um einen klimatologischen zonalsymmetrischen Grundzustand linearisiert wurde, der aus den Windfeldern dreier Winter (*DJF* 84/85 bis 86/87) der nördlichen Hemisphäre abgeleitet wurde. Abgebildet sind die Anwachsrate (a) und die Perioden (b) der drei instabilsten Moden. Die rechte Achse in (a) gibt die den Anwachsrate entsprechenden e-Anwachszeiten an.

Normalmoden mit den zweit- und drittstärksten Anwachsraten können ebenfalls dem Diagramm entnommen werden.

Man beachte, daß nach Abb. 4.1.3a die vorherrschenden Wellen, die von der linearen Instabilitätstheorie auf der Basis der Anwachsraten vorhergesagt werden, zonale Wellenzahl 7 bis 9 haben, daß in der Atmosphäre hingegen die maximale Energie in den Wellen der Wellenzahlen 5 und 6 vorkommt (Abb. 1.1). Andere lineare Stabilitätsstudien, die auch größere Wellenzahlen als 10 zuließen, fanden die größten Anwachsraten sogar bei Wellenzahlen  $k = 12$  bis 15 (Gall, 1976a). Gall (1976a, b) schlug mehrere nichtlineare Prozesse vor, die in der (linearen) Stabilitätsanalyse nicht vorhanden sind und die für diesen Unterschied in der Auswahl der zonalen Größenordnung verantwortlich sein können. Zum einen führt die Wechselwirkung zwischen einer anwachsenden Welle und dem Zonalstrom zu einer Abnahme der vertikalen Scherung des zonalen Stroms unterhalb etwa 500 hPa, da Wärme am Boden polwärts transportiert wird und zu einem Abbau des meridionalen Temperaturgradienten führt. Zusätzlich nimmt die zonal gemittelte statische Stabilität im bodennahen Bereich zu, so daß insgesamt das Wachstum in unteren Schichten am schnellsten abnimmt. Da sich lange Wellen in höhere Schichten ausbreiten, während die Wellen kürzerer Wellenlänge eher auf den unteren Bereich beschränkt bleiben, können folglich lange Wellen größere Amplituden erreichen als kurze. Ein weiterer Grund kann in den Welle-Welle-Wechselwirkungen liegen, die zu einer Energiekaskade von kleinen zu größeren Skalen führen. Desweiteren kann Bodenreibung für eine Verschiebung der beobachteten Wellen zu kleineren Wellenzahlen verantwortlich sein, indem das Anwachsen kurzer Wellen effektiver verhindert wird als dasjenige langer Wellen. Der Grund hierfür ist, daß die Bodenreibung ungefähr proportional zum Quadrat der Windgeschwindigkeit ist und daß z.B. bei gleichen Druckgradienten am Boden oder bei gleicher vertikal integrierter kinetischer Energie die meridionale Windgeschwindigkeit mit abnehmender Wellenlänge zunehmen muß.

Neben der Anwendung der *POP*-Analyse auf troposphärische Wellen selbst ist es auch das Ziel dieser Arbeit, einen empirischen und einen theoretischen Zugang zu der Bestimmung der Normalmoden der Atmosphäre zu vergleichen. Dies wurde bereits in der Einleitung erläutert. Einen ersten Hinweis, daß diese Aufgabenstellung sinnvoll ist, kann durch den Vergleich der Perioden der *POPs* und der instabilen Moden geliefert werden. In Abb. 4.1.4 sind für jede Wellenzahl die Perioden der 3 instabilsten Wellen aus der Stabilitätsanalyse und der 3 signifikantesten *POPs* zusammen abgebildet. Es ist ersichtlich, daß in nicht

wenigen Fällen die Periode einer instabilen Welle und die eines *POPs* sehr nahe beieinander liegen, so daß beide Analysen möglicherweise dieselben Wellen identifizieren.



**Abbildung 4.1.4:** Perioden der drei signifikantesten *POPs* (Quadrate; nur zwei für Wellenzahl 5) und der drei instabilsten Normalmoden (Rauten) aus den Analysen für die Nordhemisphäre, aufgetragen gegen die Wellenzahlen 5 bis 9.

Dies muß natürlich durch eine nähere Untersuchung der räumlichen Struktur der Moden verifiziert werden. Dies ist der Gegenstand des nächsten Abschnitts, wobei die Details exemplarisch für Wellenzahl 8 gegeben werden. Informationen über die anderen Wellenzahlen werden dort, wo es notwendig ist, ebenfalls geliefert.

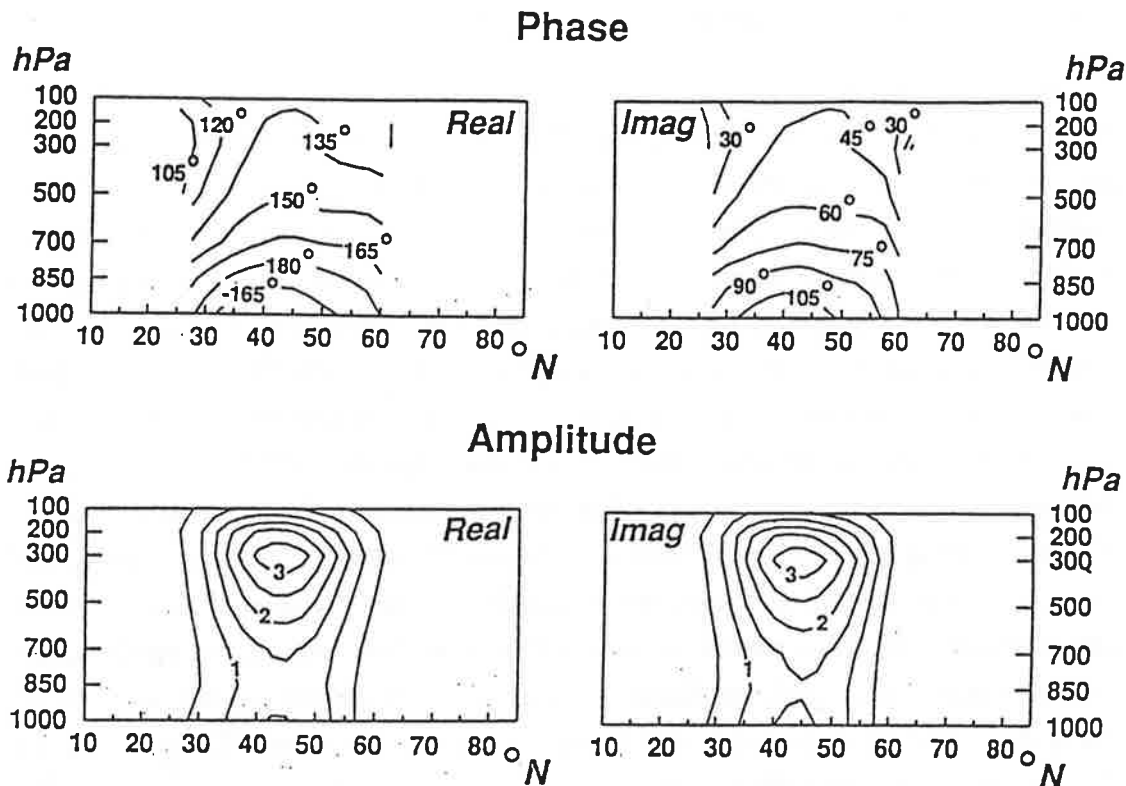
#### 4.1.2. Die räumliche Struktur der Muster

Abb. 4.1.5 zeigt die Phasen- (obere Reihe) und Amplitudenstruktur (untere Reihe) von *POP* 1 in vier Breitengrad-Höhen-Diagrammen. Dieser *POP* erklärt 35% der gesamten Varianz für Wellenzahl 8. Über den ganzen Bereich der Troposphäre sind die Amplituden des Real- (linke Spalte) und Imaginärteils (rechte Spalte) nahezu gleich, wobei die maximalen Werte in der oberen Troposphäre und bei 45°N erreicht werden. Ein sekundäres Maximum ist in Bodennähe angedeutet. Im Bereich nennenswerter Amplituden haben die Phasen beider Teile eine sehr ähnliche Verteilung und sind um etwa 90° verschoben, wobei der Imaginärteil westlich des Realteils liegt. Zusammen mit dem *POP*-Zyklus (2.5) ergibt dies das Bild eines in östlicher Richtung wandernden Musters. Damit dieses Konzept gültig ist, muß zusätzlich zum bisher Gesagten gefordert werden, daß Real- und Imaginärteil der zugehörigen Koeffizientenzeitserie eine Viertelperiode außer Phase sind. Dies wurde in allen Fällen mit Hilfe einer Kreuzspektralanalyse verifiziert, ohne daß im Einzelnen darauf eingegangen werden soll. In der Nähe der *POP*-Periode zeigt das Varianzspektrum maximale Energie und das Phasenspektrum einen Phasenshift von 90°. Die Kohärenz ist oberhalb der 99% Grenze.

Die Phasen in Abb. 4.1.5 weisen eine westwärtige Neigung mit einer Differenz von etwa 50° (entsprechend 50/8° Länge) zwischen der Oberfläche und 300 hPa auf. Dies deutet auf die barokline Natur der mit diesem Muster verbundenen Störung hin. Oberhalb 300 hPa sind die Phasen nahezu konstant. Es gibt nur eine geringfügige Abhängigkeit der Phase vom Breitengrad, was auf das Fehlen von meridionalen Impulstransport hindeutet. Die Linien konstanter Phasen sind nur geringfügig gekrümmt, etwa in Form einer Bohne mit der konkaven Seite im Westen. Diese horizontale Struktur und ihre Wanderung in Richtung Osten kann noch einmal in Höhenschnitten der (*Fourier*-) rekonstruierten Welle veranschaulicht werden (z.B. für 200 hPa in Abb. 4.1.6).

Der instabilste Mode, der aus der linearen Stabilitätsanalyse für Wellenzahl 8 resultiert, ist in Abb. 4.1.7 abgebildet. Wie bereits in Kapitel 3 erwähnt wurde, muß nur ein Muster gezeigt werden, da die Analyse auf längengradunabhängige Merkmale beschränkt ist. Die vertikalen Phasengradienten in mittleren Breiten und die Position des Amplitudenmaximums in der oberen Troposphäre stimmen gut mit *POP* 1 überein.

Ein auffälliger Unterschied ist das große Amplitudenmaximum des instabilen Musters am Boden. Eine ähnliche Vertikalstruktur instabiler Moden wurde



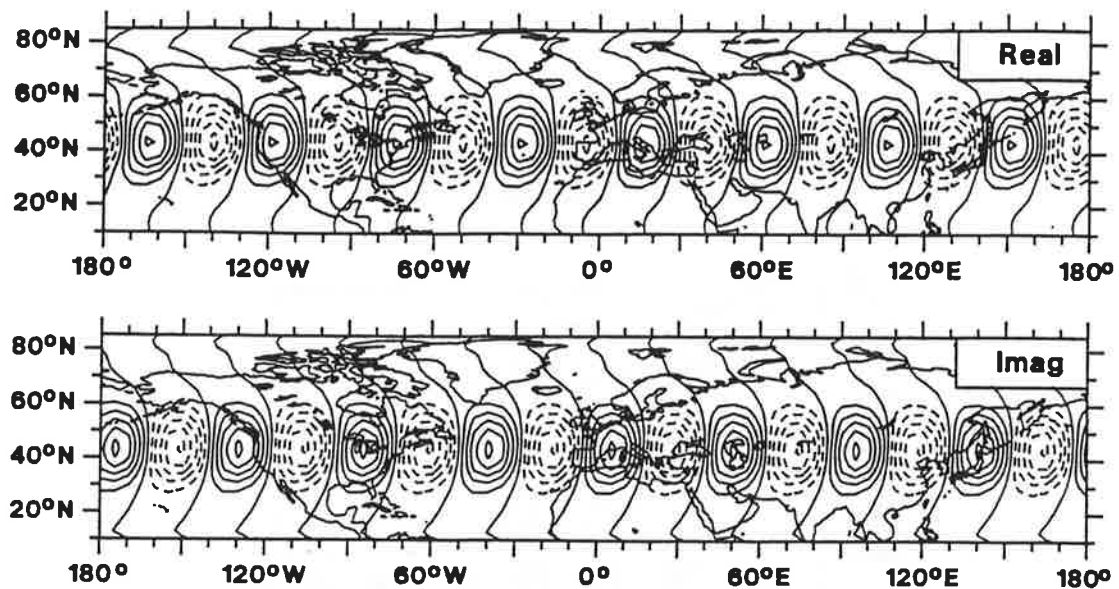
**Abbildung 4.1.5:** Räumliche Struktur des signifikantesten  $POP_s$ , der aus einer  $POP$ -Analyse der halbtäglichen geopotentiellen Höhe für die drei Winter ( $DJF$ ) 84/85 bis 86/87 in der Nordhemisphäre und für zonale Wellenzahl 8 resultiert. Der  $POP$  erklärt 34.7% der Varianz für Wellenzahl 8, seine Oszillationsperiode beträgt 4 Tage und die  $1/e$ -Abklingzeit ist 8.1 Tage. Der Realteil  $P^1$  (links) und Imaginärteil  $P^2$  (rechts) des  $POP_s$   $P$  werden durch Phasenmuster  $\Xi^1$  und  $\Xi^2$  (oben) und Amplitudenmuster  $A^1$  und  $A^2$  (unten) dargestellt. Die Entwicklung des Musters wird definiert durch die Folge

$$\dots \rightarrow \text{Imag} \rightarrow \text{Real} \rightarrow -\text{Imag} \rightarrow -\text{Real} \rightarrow \text{Imag} \rightarrow \dots$$

Die absoluten Werte der Amplituden sind beliebig, da  $POP_s$  immer normiert werden. Die Phasenlinien sind nur dort gezeichnet, wo die Amplitude wenigstens 6% ihres Maximalwertes beträgt.

von Valdes & Hoskins (1988) gefunden. Wurden allerdings Reibungseffekte am Boden mittels einer Ekman-Schicht in ihr linearisiertes, auf den primitiven Gleichungen beruhenden Modells eingeführt, verschwand dieses Bodenmaximum. Es kann daher angenommen werden, daß die Berücksichtigung von Bodenreibung auch in der hier durchgeführten Stabilitätsanalyse die vertikalen Profile der instabilen Moden und der  $POP_s$  in bessere Übereinstimmung bringen würde. Dies



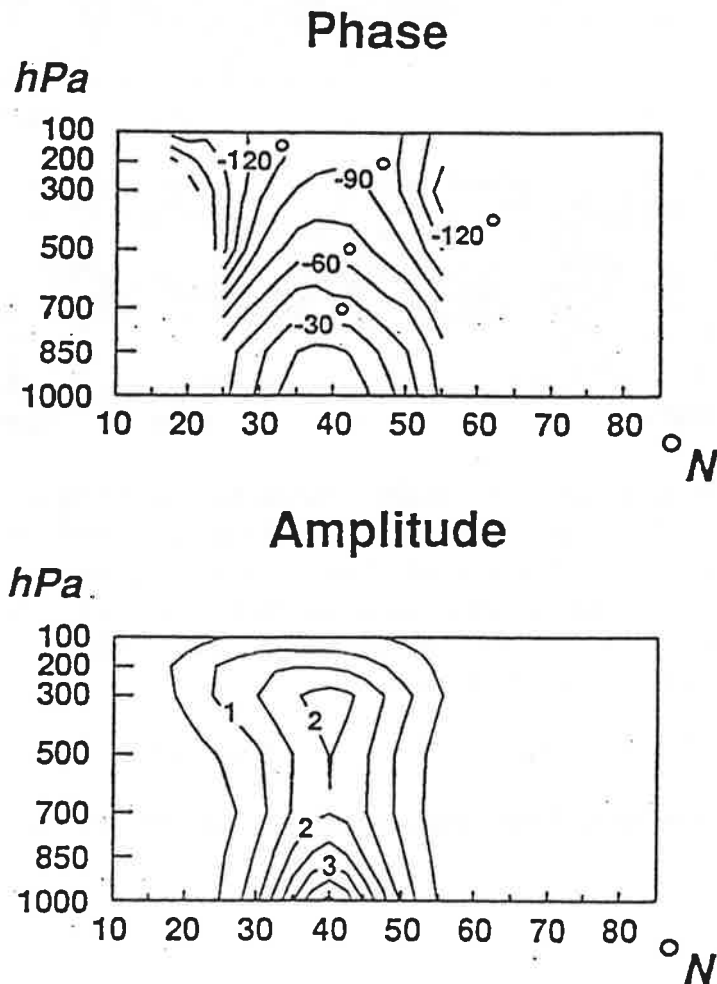


**Abbildung 4.1.6:** Horizontaler Schnitt für die 200 hPa Druckfläche des *POP*s aus Abb. 4.1.5. Die Werte der Amplitude und Phase an jedem Breitengrad wurden (*Fourier*-) rekonstruiert, um die horizontale Wellenstruktur des Realteils (oben) und Imaginärteils (unten) zu veranschaulichen. Die Entwicklung des Musters ist gegeben durch die Folge

$$\dots \rightarrow \text{Imag} \rightarrow \text{Real} \rightarrow -\text{Imag} \rightarrow -\text{Real} \rightarrow \text{Imag} \rightarrow \dots$$

und die absoluten Werte der Amplituden sind wieder beliebig.

wird auch von den weiter oben bereits angeführten Studien Galls (Gall, 1976a; Gall, 1976b) bestätigt, in denen dieselben strukturellen Unterschiede zwischen linearer Theorie und allgemeinen Zirkulationsmodellen (GCMs) gefunden wurden. In der zweiten dieser Arbeiten wurde gezeigt, daß der Übergang von der Struktur der linear anwachsenden Welle (bodennahes Maximum) zu der im GCM „beobachteten“ Struktur (Maximum in der oberen Troposphäre) allein durch die nichtlineare Wechselwirkung zwischen der Welle und dem Zonalstrom in der Anwesenheit von Reibung modelliert werden kann. Die Muster, die in der *POP*-Analyse gefunden werden, sind ebenfalls das Ergebnis dieser Prozesse, und unterscheiden sich daher in der beschriebenen Art und Weise von den linearen Instabilitätsmustern.



**Abbildung 4.1.7:** Der instabilste Normalmode für zonale Wellenzahl 8, der sich aus der Stabilitätsanalyse der diskretisierten quasi-geostrophischen Gleichung für die potentielle Vorticity ergibt, die um einen beobachteten, zonal gemittelten Zonalstrom im Winter in der Nordhemisphäre linearisiert wurde. Die  $e$ -Anwachszeit beträgt 2.2 Tage (d.h. eine Anfangsamplitude wächst innerhalb von 2.2 Tagen auf das  $e$ -fache an), die Oszillationsperiode ist 3.9 Tage. Da der instabile Mode durch seinen Realteil vollständig bestimmt ist, werden nur die Amplituden- und Phasenmuster  $A^1$  und  $\Xi^1$  von  $Q^1$  gezeigt.  $Q^2$  ist dann durch  $A^1$  und  $\Xi^1 - \pi/2$  gegeben. Die Muster wurden vertikal auf das Druckgitter interpoliert, das in der  $POP$ -Analyse verwandt wurde.

Simmons & Hoskins (1976) fanden mit nichtlinearen Modellen, die sowohl auf der quasi-geostrophischen Approximation als auch auf den primitiven Gleichungen beruhten, instabile Moden mit ähnlichen horizontalen Strukturen. Insbesondere die leichte meridionale Phasenkrümmung der Muster paßt sehr gut zusammen.

Für alle anderen Wellenzahlen außer  $k = 7$  werden *POPs* mit Strukturen gefunden, die dem gerade beschriebenen *POP* für Wellenzahl 8 ähnlich sind. Für Wellenzahl 9 ist dies ebenfalls der *POP*, der die meiste Varianz erklärt, für  $k = 5, 6$  sind es diejenigen mit der zweithöchsten erklärten Varianz. Wie für Wellenzahl 8 können diese *POPs* wieder jeweils dem instabilsten Mode aus der entsprechenden linearen Stabilitätsanalyse zugeordnet werden. Es kann also festgestellt werden, daß signifikante *POPs* und die am schnellsten anwachsenden Normalmoden dieselbe atmosphärische Oszillation beschreiben und daß diese *POPs* somit dem Entstehen barokliner Wellen infolge der Instabilität des Grundstroms zugeschrieben werden können.

Es ergeben sich auch einige *POPs* mit einer ebenfalls typischen Amplituden/Phasenstruktur, die jedoch auf ausgewählte Wellenzahlen beschränkt sind. Für Wellen 6 und 9 werden *POPs* mit einer, besonders in unteren Schichten, horizontalen Phasenneigung in südöstlich-nordwestlicher Richtung identifiziert. Der Bereich ihrer maximalen Amplituden in der oberen Troposphäre ist in ein primäres und ein kleineres sekundäres Maximum aufgeteilt. Der Schnitt durch die 500 hPa Druckfläche von *POP* 3 für Wellenzahl 6 (Abb. 4.1.8) zeigt diese horizontale Phasen- und Amplitudenbeziehung, die durch einen starken meridionalen Impulstransport zum Äquator gekennzeichnet ist. Andererseits gibt es auch einen Normalmode aus der linearen Stabilitätsanalyse, der diesem *POP* in Bezug auf Phasengeschwindigkeit und dreidimensionaler Struktur entspricht (Abb. 4.1.9). Die *POP*-Analyse kann also auch instabile Moden identifizieren, die eine völlig andere Rolle im Prozeß der Instabilität spielen.

Ein ähnlicher Vergleich ist zwischen *POP* 1 und dem instabilen Mode mit der drittgrößten Anwachsrate für  $k = 7$  möglich, ebenso zwischen *POP* 2 und dem instabilen Mode mit der zweitgrößten Wachstumsrate für  $k = 9$ . Diese sind durch eine ausgeprägte Dipolstruktur in den unteren Schichten charakterisiert.

Zusätzlich zu den bisher beschriebenen Moden ergeben die *POP*-Analysen auch Muster, die einen nicht unerheblichen Teil der Varianz erklären, die aber

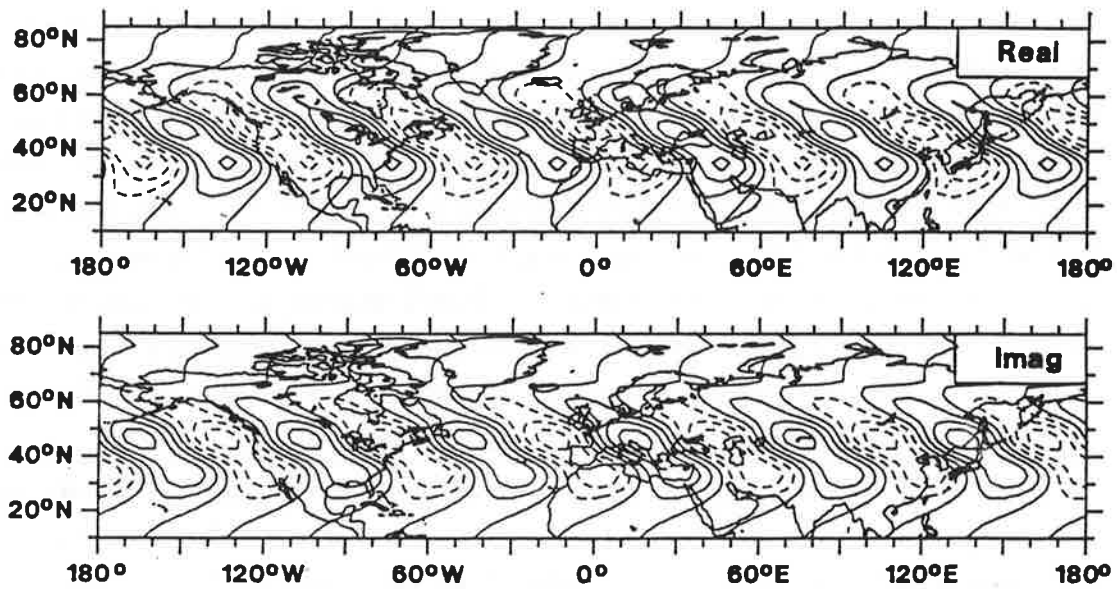
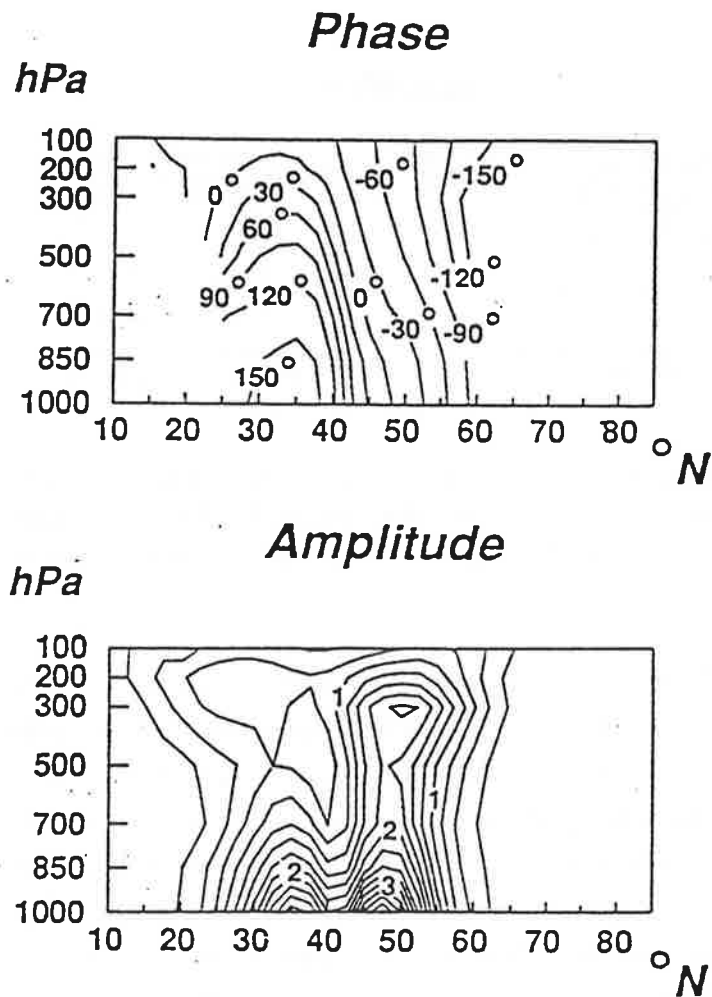
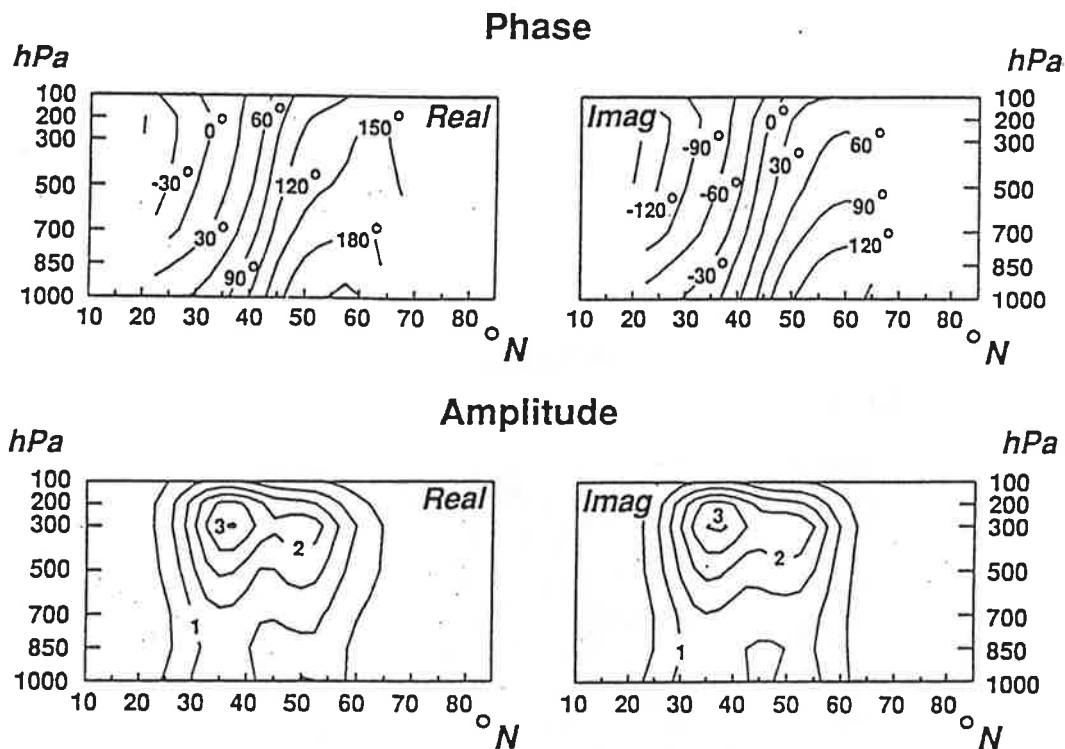


Abbildung 4.1.8: Wie Abb. 4.1.6, jedoch für den Schnitt in 500 hPa von *POP* 3 für Wellenzahl 6, der 5.9% der (Wellenzahl 6-) Varianz erklärt. Die Oszillationsperiode beträgt 6.1 Tage, die  $1/e$ -Abklingzeit 4.3 Tage.



**Abbildung 4.1.9:** Wie Abb. 4.1.7, jedoch für den instabilen Mode der Stabilitätsanalyse für Wellenzahl 6 mit der dritthöchsten Anwachsrate. Die  $e$ -Anwachszeit beträgt 4.7 Tage, die Periode 5.7 Tage.

nicht in den linearen Stabilitätsrechnungen auftreten. *POP 3* für Wellenzahl 8 ist ein Beispiel und wird in Abb. 4.1.10 dargestellt.



**Abbildung 4.1.10:** Wie Abb. 4.1.5, jedoch für den *POP 3* der Wellenzahl 8, der 6.4% der (Wellenzahl 8-) Varianz erklärt. Die Oszillationsperiode beträgt 4.4 Tage, die  $1/e$ -Abklingzeit 5 Tage.

Er hat eine Periode von 4.3 Tagen und eine  $1/e$ -Dämpfungszeit von 5 Tagen mit einer erklärten Varianz von 6.4%. Die Amplitudenverteilungen des Real- und des Imaginärteils sind wieder sehr ähnlich, mit einem breiten Maximum in der oberen Troposphäre und größten Werten bei  $35^\circ\text{N}$ . Die beiden Muster sind  $90^\circ$  außer Phase. Die Welle ist mit der Höhe leicht westwärts geneigt, weist aber einen starken meridionalen Phasengradienten auf, der in einer horizontalen Neigung der Welle von Südwest nach Nordost resultiert (Abb. 4.1.11). Dies erinnert an die breitengradabhängige Struktur von baroklinen Wellen in ihrer nichtlinearen Abklingphase, die von Simmons & Hoskins (1978) durch Integration ihres auf den primitiven Gleichungen basierenden Modells identifiziert wurden. Sie sind durch einen starken nordwärtigen Transport von Impuls gekennzeichnet. Die gleiche Höhen-Breiten-Struktur kennzeichnet *POP 1* für Wellenzahlen  $k = 5$  und  $6$ , *POP 2* für  $k = 7$  und *POP 3* für  $k = 9$ .

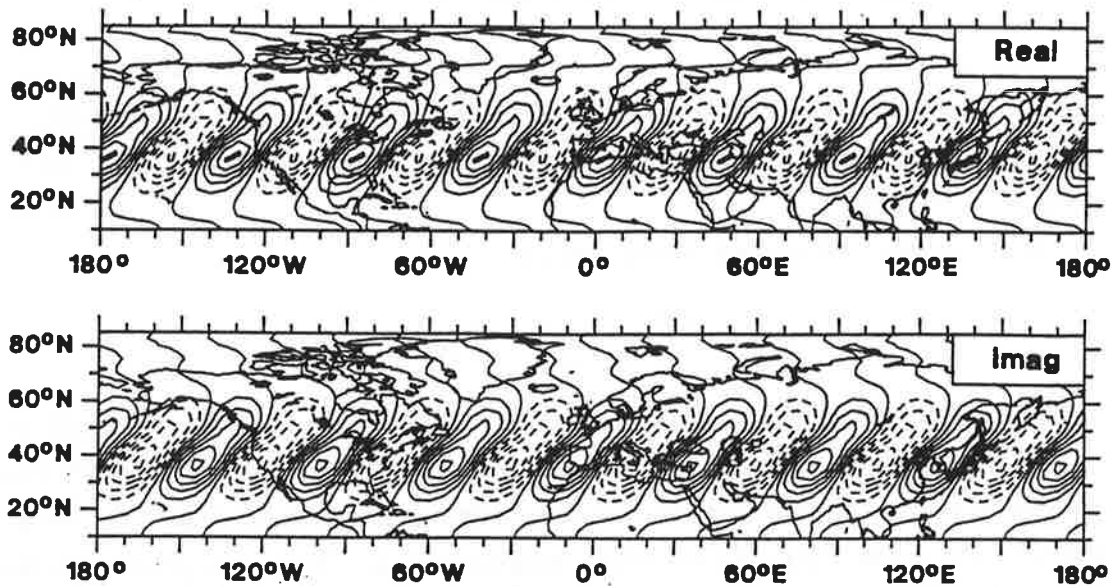


Abbildung 4.1.11: Wie Abb. 4.1.6, jedoch für den *POP* aus Abb. 4.1.10.

*POP* 3,  $k = 7$  und *POP* 2,  $k = 8$  haben eine ähnliche Amplitudenstruktur. Neben einer nur schwachen westwärtigen Neigung mit der Höhe sind für diese Muster aber auch die Phasen im Bereich signifikanter Amplituden nahezu konstant mit der Breite. Dies bedeutet, daß weder meridionaler Impulstransport noch Transport von Wärme stattfindet. Diese Moden könnten daher die Endphase im Lebenszyklus von baroklinen Wellen charakterisieren.

Eine Arbeitshypothese kann also lauten, daß die von den *POP*-Analysen identifizierten Muster verschiedene Stadien im Lebenszyklus baroklin instabiler Wellen repräsentieren. Um dies weiter zu erhärten, werden im nächsten Abschnitt die verschiedenen Rollen, die Impuls- und Wärmeflüsse und die Ausbreitungscharakteristik der Wellen im Lebenszyklus dieser Wellen spielen, dargestellt und die Struktur der vorgestellten *POPs* in diesem Zusammenhang diskutiert.

### 4.1.3. Lebenszyklus baroklin instabiler Wellen

Ein nützliches Hilfsmittel zur Untersuchung von Störungen, die einem zonalen mittleren Strom überlagert sind, sind Eliassen-Palm- (*EP*-) Querschnitte, in denen die Vektoren des Eliassen-Palm-Flusses und deren Divergenz gleichzeitig dargestellt werden.

Der Eliassen-Palm-Fluß ist ein Vektor

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\theta, z) = (\mathbf{F}_\theta, \mathbf{F}_z)$$

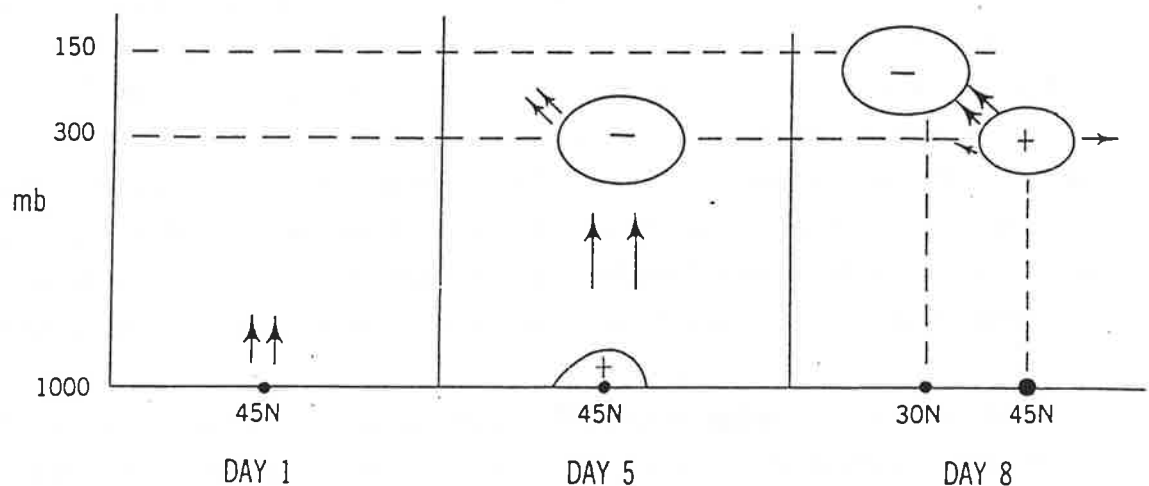
in der meridionalen  $(\theta, z)$ -Ebene, wobei  $\mathbf{F}_\theta$  der negative nordwärtige Fluß von ostwärts gerichtetem Impuls und  $\mathbf{F}_z$  der nordwärtige Fluß von Wärme ist. Diese Flüsse werden jeweils für die Störung berechnet und anschließend zonal gemittelt. Da jedes *POP*-Muster einer geopotentiellen Höhe entspricht, können die Komponenten des *EP*-Flusses der *POPs* ohne großen Aufwand in einem quasi-geostrophischen Rahmen unter Verwendung der hydrostatischen Relation berechnet werden (Grieger & Schmitz, 1984; Dunkerton *et al.*, 1981).

Werden die Pfeile, die durch  $\mathbf{F}$  definiert werden, in einem Höhen-Breitengrad-Diagramm abgebildet, so kann daraus die Stärke der Wellenaktivität und die Ausbreitung von Wellenenergie von einer Breite und Höhe in andere abgelesen werden, da  $\mathbf{F}$  proportional zur Wellenaktivität und parallel zur Gruppengeschwindigkeit ist (falls dieses Konzept auf die Dynamik der Störung anwendbar ist). In jedem Fall gibt die Richtung der Pfeile die relative Stärke des meridionalen Wärme- und Impulsflusses wieder. Konturlinien der Divergenz  $\nabla \cdot \mathbf{F}$  des *EP*-Flusses beschreiben den meridionalen Fluß von quasi-geostrophischer potentieller Vorticity sowie die Ausbreitung von Wellenaktivität. Sie repräsentieren die Wechselwirkung zwischen Welle und Zonalstrom. Negative Divergenz, d.h. Konvergenz, des *EP*-Flusses bedeutet, daß der Zonalstrom abnimmt und Energie in die Störung abgibt (falls der Beitrag einer residualen meridionalen Zirkulation vernachlässigt wird). Eine ausführlichere Übersicht über die dynamische Information, die in *EP*-Diagrammen enthalten ist, wird in Edmon *et al.* (1980) gegeben.

Nach Randel & Stanford (1985b) ist die Entwicklung barokliner Wellen im Laufe ihres Lebenszyklus mit typischen Veränderungen in den *EP*-Querschnitten verbunden. Ein zu Anfang starker meridionaler Gradient der zonal gemittelten Temperatur in unteren Schichten erlaubt den Transfer von Energie vom Grundstrom in eine wachsende Welle. Ausgedrückt durch die Vektoren des *EP*-Flusses zeigt sich dies durch große Pfeile in der unteren Troposphäre, die nach oben



gerichtet sind. Während der linearen Wachstumsphase ist dieser polwärts gerichtete Wärme flu ß mit einer vertikalen Ausbreitung von Wellenaktivität vom Boden in die mittlere Troposphäre verbunden und resultiert in der Konvergenz der *EP*-Flußvektoren in der mittleren bis oberen Troposphäre.



**Abbildung 4.1.12:** Schematische Darstellung des *EP*-Flusses (Pfeile) und seiner Divergenz (Konturlinien mit + oder -) zu drei Zeitpunkten im Verlauf des Lebenszyklus einer baroklinen Welle. (Nach: Held & Hoskins, 1985)

Wenn die Welle voll ausgebildet ist, ist der Wärme flu ß homogen über die ganze Troposphäre verteilt, woraus sich eine verminderte Anwachsrate und Konvergenz im oberen Bereich ergibt. In der folgenden Entwicklung nimmt der Wärme flu ß in unteren Höhen ab und die Ausbreitung der Wellenaktivität ist in der oberen Troposphäre zum Äquator hin gerichtet. Diese quasi-horizontale Wellenausbreitung von mittleren Breiten in die Subtropen wird von starken Impulsflüssen in oberen Schichten zum Pol hin begleitet. Die Welle ist nun in ihrer barotropen Abklingphase. Dieses Stadium ist verknüpft mit einer Ausweitung des Bereichs divergenten *EP*-Flusses in die untere bis mittlere Troposphäre und einer oberen Region starker Konvergenz, die näher zum Äquator gelegen ist als zu Anfang. In Abb. 4.1.12 werden die soeben beschriebenen drei Phasen noch einmal schematisch dargestellt.

Die Ergebnisse der *POP*-Analysen können nun in Bezug auf den oben beschriebenen Lebenszyklus baroklin instabiler Wellen mit Hilfe von *EP*-Querschnitten interpretiert werden. Als Beispiel wird wieder der Fall der Wellenzahl 8 in der Nordhemisphäre behandelt.

Das *EP*-Diagramm von *POP 1* (Abb. 4.1.13) spiegelt die Eigenschaften der linearen Anwachsphase sehr gut wider und bestätigt damit die im vorigen Abschnitt gegebene Interpretation, die sich aus dem Vergleich dieses *POP*s mit einem instabilen Normalmode ergeben hatte. Dort wurde aus dem Fehlen eines  $\theta$ -Phasengradienten geschlossen, daß durch diesen *POP* meridional kein Impuls transportiert wird, was hier noch einmal durch die schwache erste Komponente  $F_\theta$  des *EP*-Flußvektors ausgedrückt wird. Die aufwärts gerichteten Pfeile in kleinen Höhen zeigen, daß nordwärtiger Wärme fluß  $F_z$  und sich vertikal ausbreitende Wellenaktivität die primären Mechanismen sind, die mit diesem Mode verknüpft sind. Der *EP*-Fluß ist divergent im bodennahen Bereich und konvergent in mittleren bis oberen Schichten der mittleren Breiten. Dies ist konsistent mit einem baroklinen Energietransfer vom Grundzustand in die Störung, die in der Folge anwächst.

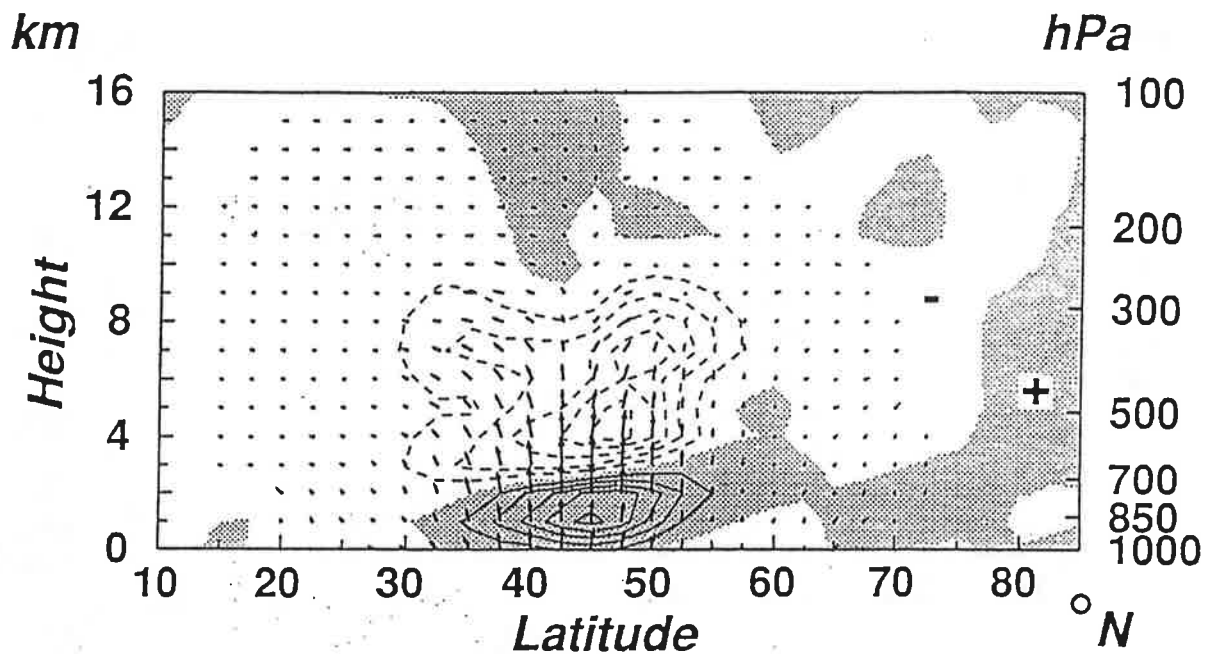
Man beachte, daß lediglich das *EP*-Diagramm z.B. des Realteils des *POP*s betrachtet werden muß, da beide Teile bis auf eine zonale Verschiebung sehr ähnlich sind und nur zonal gemittelte Größen in den *EP*-Fluß eingehen.

Da der instabilste Mode der linearen Stabilitätsanalyse für Wellenzahl 8 eine ähnliche Struktur wie dieser *POP* hatte, ist es nicht überraschend, daß sein *EP*-Diagramm dem in Abb. 4.1.13 gezeigten vergleichbar ist und daher nicht gezeigt werden muß.

Das *EP*-Diagramm von *POP 3* für Wellenzahl 8 ist in Abb. 4.1.14 enthalten. Das vorherrschende Merkmal ist die ausgeprägte äquatorwärts gerichtete Neigung der Pfeile, insbesondere in der oberen Troposphäre. Es gibt also in oberen Schichten einen starken Fluß von Wellenaktivität zum Äquator hin. Polwärtige Impulsflüsse sind für diesen Mode wichtig und zeigten sich schon in der räumlichen Struktur dieses *POP*s als eine horizontale SW-NO-Neigung (Abb. 4.1.10). Der Bereich starker Konvergenz des *EP*-Flusses ist auf die mittlere bis obere Troposphäre konzentriert und verglichen mit *POP 1* zum Äquator hin verschoben.

All diese Merkmale sind qualitativ in sehr guter Übereinstimmung mit dem charakteristischen Verhalten abklingender instabiler Wellen, wie es z.B. von Randel & Stanford beobachtet wurde. Somit unterstützt der *EP*-Querschnitt die am Ende des letzten Abschnitts gemachte Vermutung und identifiziert *POP 3* mit der barotropen Abklingphase baroklin instabiler Wellen.

Ähnliche Beziehungen können für alle untersuchten Wellenzahlen in der Nordhemisphäre aufgestellt werden. Es kann also geschlossen werden, daß die



**Abbildung 4.1.13:** Eliassen-Palm-Diagramm für den Realteil des *POP*s, der in Abb. 4.1.5 gezeigt ist. Zur Berechnung der vertikalen Ableitungen wurde das *POP*-Muster auf das Gitter der linearen Stabilitätsanalyse mit 17 Niveaus der geometrischer Höhe  $z$  interpoliert (linke Skala). Die entsprechenden Druckhöhen, die in der *POP*-Analyse benutzt wurden, sind auf der rechten Skala aufgetragen. Bereiche positiver Divergenz des *EP*-Flusses sind schattiert. Die Einheit für den *EP*-Fluß (Pfeile) ist ( $\text{m}^3/\text{s}^2$ ,  $\text{m}^3/\text{s}^2$ ), für seine Divergenz (Konturlinien)  $\text{m}^2/\text{s}^2$ . Die Vertikalkomponente der Pfeile wurde mit einem Faktor von 100 skaliert. Die Länge der Pfeile und die absoluten Werte der Divergenz sind beliebig, da die Amplitude des *POP*-Musters beliebig ist.

*POP*-Methode in der Lage ist, Muster aus Beobachtungsdaten abzuleiten, die verschiedenen Stadien im Lebenszyklus baroklin instabiler Wellen zugeschrieben werden können.

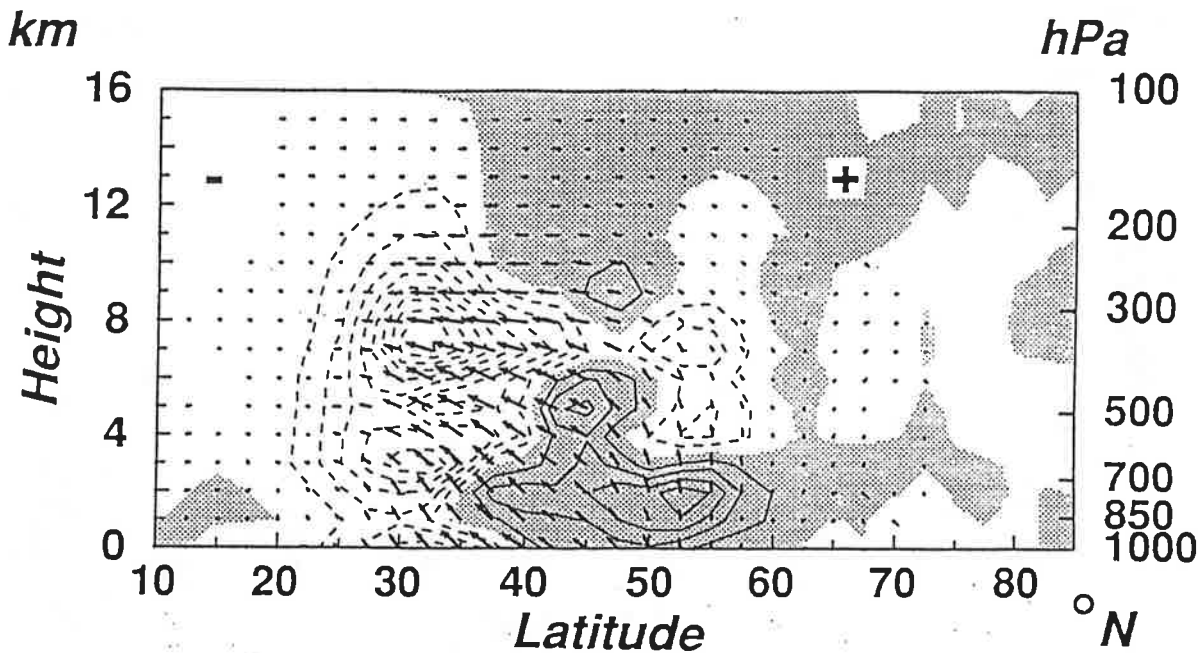


Abbildung 4.1.14: 2 Wie Abb. 4.1.13, jedoch für den *POP* aus Abb. 4.1.11.

#### 4.2. Südhemisphäre im Winter und Nord- und Südhemisphäre im Sommer

Es werden nun noch die Ergebnisse der restlichen *POP*-Analysen und Stabilitätsanalysen besprochen, wobei insbesondere auf die saisonalen und hemisphärischen Verschiedenheiten eingegangen werden soll. Abb. 4.2.1 faßt die gefundenen *POPs* für den Sommer auf der Nordhalbkugel zusammen. Im Unterschied zu Abb. 4.1.1 fällt zunächst auf, daß die Werte sowohl der erklärten Varianzen als auch der Standardabweichungen der Koeffizientenzeitserien sehr viel niedriger sind als im Winter. Dies deutet auf eine verminderte barokline Aktivität im Sommer hin, was auch durch andere Beobachtungsstudien bestätigt wird. Z.B. fanden Böttger & Fraedrich (1980, Tabelle 1) bei 50°N im Sommer gegenüber dem Winter eine um mehr als einen Faktor 2 geringere Varianz der zonal-zeitlichen Fluktuationen im Geopotential, die von propagierenden transienten Störungen herrührt. Mit dieser Tatsache steht auch im Einklang, daß die  $1/e$ -Abklingzeiten im Verhältnis zu den Perioden nun kleiner sind, d.h. die Signale sind weniger klar als im Winter.

Die linearen Stabilitätsanalysen für den Sommer der Nordhemisphäre ergeben kleinere Anwachsrate als im Winter, bei etwas größeren Perioden.

Die Auswertung der räumlichen Struktur der *POPs* ergibt hauptsächlich wieder Muster, die für die lineare Anwachsphase, bzw. die Abklingphase barokliner

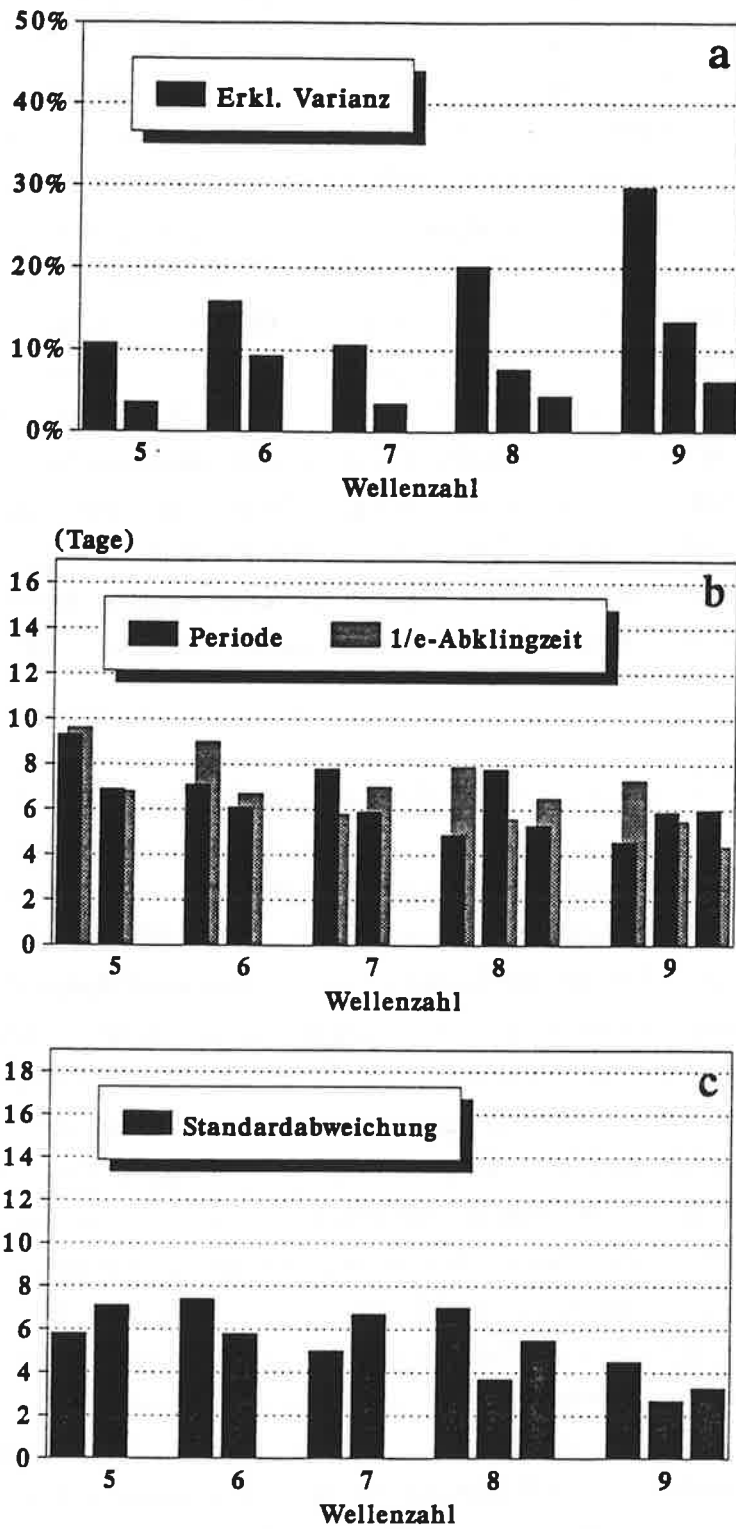


Abbildung 4.2.1: Wie Abb. 4.1.1, jedoch für den Sommer, d.h. JJA 1985 bis 87.

Wellen typisch sind. In einigen Fällen ist allerdings die Zuordnung zu der einen, bzw. der anderen dieser Phasen nicht so eindeutig möglich, wie es im Winter der Fall war. Diese *POPs* zeigen z.B. sowohl einen meridionalen Wärmetransport in kleinen Höhen als auch einen Impulstransport in der oberen Troposphäre. Die Struktur der linear anwachsenden *POPs* ist wieder vergleichbar mit den instabilsten Moden der Stabilitätsanalyse. Im Unterschied zum Winter kommen die maximalen Amplituden dieser Wellen in den meisten Fällen in höheren Breiten vor, etwa zwischen  $50^\circ$  und  $60^\circ\text{N}$  im Fall der *POPs*, bzw. zwischen  $45^\circ$  und  $50^\circ$  im Fall der instabilen Moden. Dies ist eine Folge der unterschiedlichen Lage des Strahlstroms, der im Sommer bei etwa  $45^\circ\text{N}$  und im Winter bei etwa  $30^\circ\text{N}$  sein Maximum hat (Abb. 3.1.1). In beiden Fällen sind die Maxima der instabilen Wellen etwas polwärts des Strahlstroms gelegen, da dort der meridionale Gradient der zonal gemittelten potentiellen Vorticity am größten ist. Die Identifikation der *POPs* mit den verschiedenen Stadien im Lebenszyklus barokliner Wellen wird, wie im letzten Abschnitt, auch hier wieder durch die *EP*-Querschnitte unterstützt.

Abb. 4.2.2 und Abb. 4.2.3 zeigen die Resultate für Winter und Sommer in der Südhemisphäre. Da die Maxima der in der Einleitung besprochenen Wellenzahl-Frequenz-Spektren im Sommer der Südhemisphäre zu etwas kleineren Wellenzahlen verschoben sind, wurde für diesen Fall auch die Wellenzahl 4 untersucht. Zunächst fällt auf, daß es für die Südhemisphäre mehr signifikante *POPs* gibt als für die nordhemisphärischen Analysen. Ihre erklärten Varianzen sind insgesamt höher, obwohl der Spitzenwert von 45% für Wellenzahl 9 der Nordhalbkugel nicht erreicht wird. Auch die  $1/e$ -Abklingzeiten sind im Verhältnis zur Periode meist höher, was bedeutet, daß die Wellen ihre Amplitude länger behalten als in der Nordhemisphäre. Dies alles weist auf die bekannte Tatsache hin, daß die transienten Erscheinungen in der Südhemisphäre von eher globaler Natur sind, was ihre Abhängigkeit vom Längengrad betrifft, als in der Nordhemisphäre. Im Norden sind diese Störungen oft auf lokale Sturmbahnen beschränkt. Dieses Verhalten in der Südhemisphäre wiederum paßt besser zu der Analysemethode in diesem Kapitel, nämlich der Annahme zonaler Symmetrie und der Beschränkung der Analysen auf einzelne zonale Wellenzahlen. Als Folge davon können die Signale im Süden leichter in den Daten identifiziert werden als im Norden.

Die Perioden der *POPs* in beiden Jahreszeiten fallen wieder im großen und ganzen in den Bereich zwischen 4 und 7 Tagen. Die Varianzen der *POP*-Koeffizienten deuten auf maximale Aktivität bei Wellenzahlen 4 bis 6 im Winter,

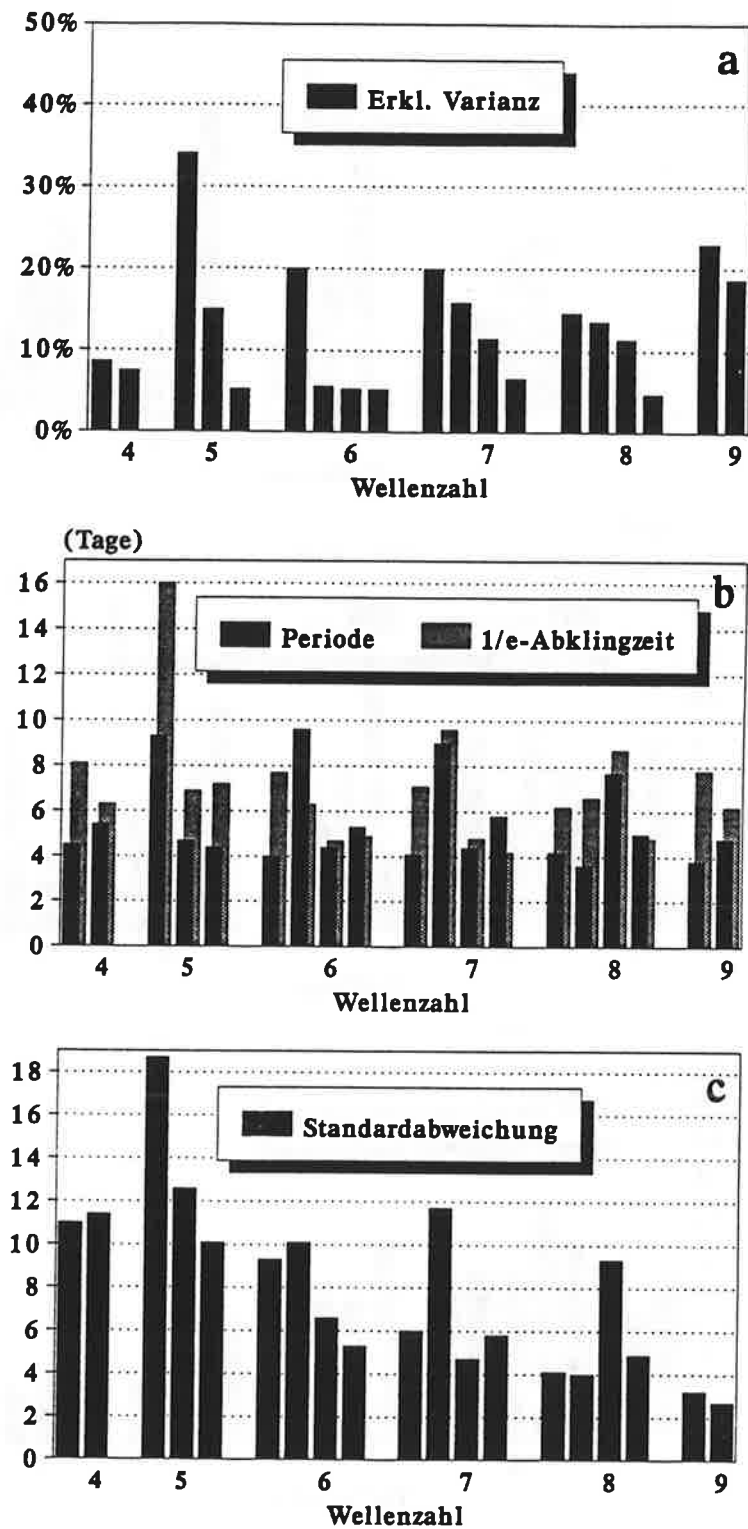


Abbildung 4.2.2: Wie Abb. 4.1.1, jedoch für den Winter in der Südhemisphäre, d.h. JJA 85 bis 87.

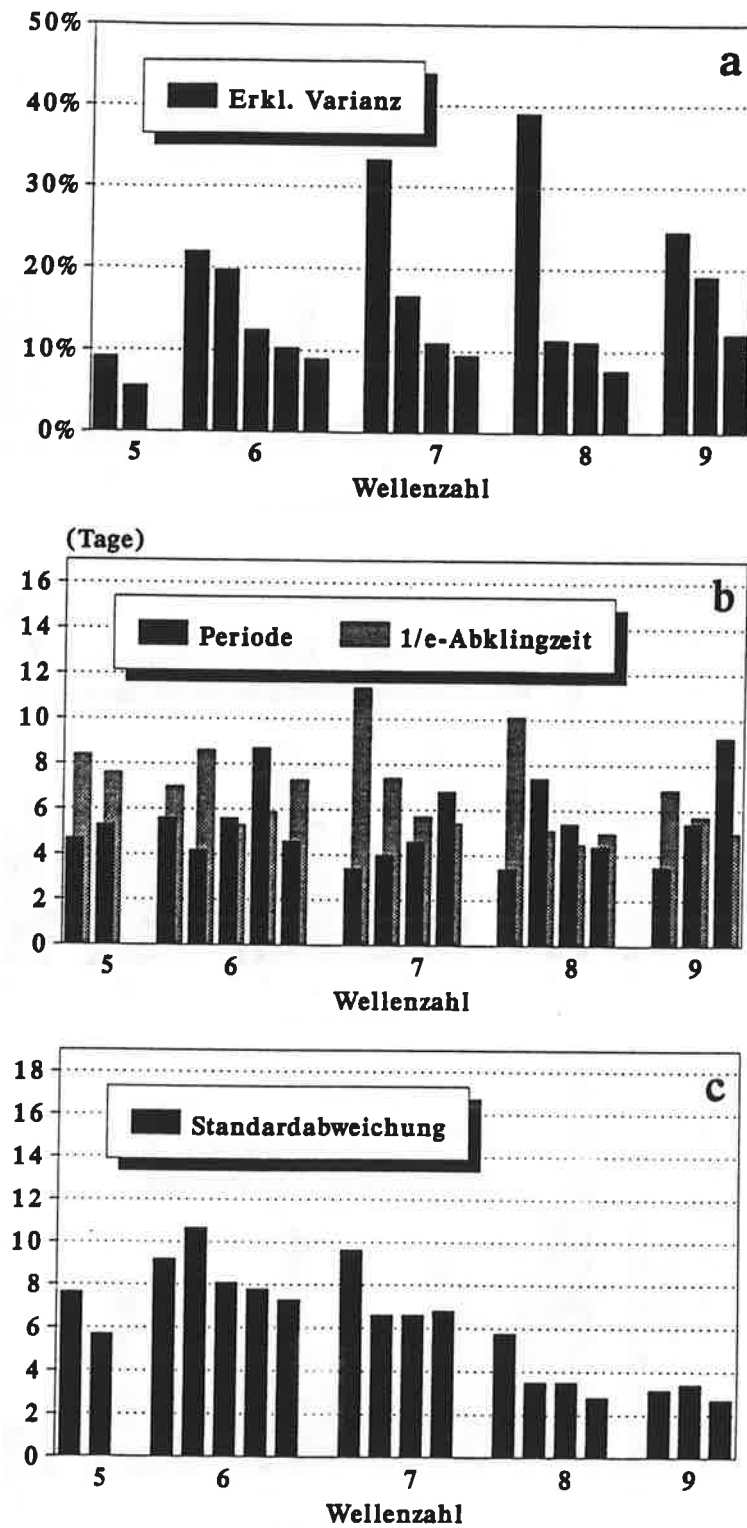


Abbildung 4.2.3: Wie Abb. 4.1.1, jedoch für den Sommer in der Südhemisphäre, d.h. DJF 85 bis 87.



bzw. 6 und 7 im Sommer. Der Beitrag der Wellenzahlen 8 und 9 ist gering. In der Nordhemisphäre waren die Beiträge der *POPs* im Winter einheitlich höher als im Sommer. Für die Südhalbkugel kann dies nicht festgestellt werden. Fraedrich & Kietzig (1983, Tabelle 1) fanden ebenfalls heraus, daß in der Südhemisphäre kein wesentlicher Unterschied zwischen der Varianz transienter Störungen im Winter und im Sommer vorliegt. Die Varianzen der *POP*-Koeffizienten im Südwinter sind im Gegensatz zu Fraedrich & Kietzigs Studie stärker als im Nordwinter. Im Sommer ist die Stärke der transienten Fluktuationen in beiden Studien im Süden stärker als im Norden.

Die Ergebnisse der linearen Stabilitätsrechnungen in der Südhemisphäre ergeben wieder Perioden zwischen 3 und 7 Tagen. Die Anwachsrate sind in beiden Jahreszeiten geringer als im Norden. Vergleicht man dies mit den im Süden größeren  $1/e$ -Abklingzeiten, so wird deutlich, daß die Größe der  $1/e$ -Abklingzeiten der *POPs* kein Maß dafür ist, wie instabil ein Grundzustand ist. Dies widerspricht der zunächst einmal sinnvoll erscheinenden Vorstellung, daß schneller anwachsende Wellen größere Amplituden erreichen und stärkere Signale darstellen, und daß die entsprechenden *POPs* daher auch länger ihre Amplituden bewahren. Auf diesen Punkt wird in der Diskussion (Kap. 6) noch einmal eingegangen.

Im Sommer der Südhemisphäre ist die Übereinstimmung zwischen *POP*-Analyse und Stabilitätsanalyse wieder sehr gut. Dies wird durch den Vergleich der Perioden, der räumlichen Muster und der *EP*-Fluß-Diagramme bestätigt. Lediglich für Wellenzahl 9 liefert die Stabilitätsrechnung keinen Mode, der mit einem *POP* identifiziert werden kann. Für diese Wellenzahl sind aber die Anwachsrate generell sehr klein, so daß die Wellen dieser Größenordnung vom Instabilitätsprozeß im theoretischen Modell nicht bevorzugt werden. Die *POP*-Analysen identifizieren Muster mit einer NW-SO-Phasenneigung (anstatt SW-NO in der Nordhemisphäre), die der Abklingphase von baroklinen Wellen zugeschrieben werden können. Diese Phasenneigung entspricht auf der Südhalbkugel einem polwärts gerichteten Impulsfluß. Die Maxima der instabilen Wellen haben ihr Zentrum bei etwa  $50^\circ - 55^\circ\text{S}$ , wobei das Maximum des Strahlstroms bei etwa  $45^\circ\text{S}$  liegt.

Die *POP*-Muster im Südwinter ergeben das gleiche Bild wie in den bisher beschriebenen Analysen. Die meridional größere Ausdehnung des Strahlstroms (Abb. 3.1.1a) führt jedoch dazu, daß die Maxima der instabilen *POPs* auf ein breiteres Band zwischen  $40^\circ$  und  $60^\circ\text{S}$  verteilt sind. In der Folge dieses veränderten Profils des Grundzustandes entziehen sich die Muster der Stabilitätsanalyse

außerdem einem direkten Vergleich mit den *POPs*. Obwohl der mittlere Strahlstrom im Südwinter ein Maximum in der oberen Troposphäre bei etwa  $30^{\circ}\text{S}$  hat, kommt die stärkste Windscherung am Boden bei etwa  $55^{\circ}\text{S}$  vor. Eine gleichmäßige Scherung erstreckt sich dort über die gesamte Höhe der Troposphäre, jedoch ohne ein Maximum des Zonalwindes in größeren Höhen bei  $55^{\circ}$ . Daher liegen die Zentren der instabilsten Wellen in höheren Breiten ab etwa  $50^{\circ}\text{S}$  und die meisten Moden sind durch ein einziges Maximum am Boden gekennzeichnet. Das Maximum in der oberen Troposphäre, das sowohl die *POPs* als auch die instabilen Moden der übrigen Stabilitätsanalysen auszeichnete, fehlt in diesem Fall. Nach Simmons & Hoskins (1976) kann das Fehlen eines Strahlstrommaximums in der Tropopause die Ursache für solche „flachen“ Instabilitätsmoden sein.

## Kapitel 5.

### Wellenpakete: Dreidimensionale Analysen

Im letzten Kapitel wurde gezeigt, daß mit Hilfe der *POP*-Analyse erfolgreich baroklin instabile Wellen in der Atmosphäre identifiziert werden können. Ein Teil der gefundenen Muster stimmt qualitativ mit den instabilsten Moden einer ebenfalls durchgeführten linearen Stabilitätsanalyse eines zonal symmetrischen klimatologischen Grundzustandes überein, während andere Muster die nichtlineare, barotrope Abklingphase instabiler Wellen darstellen. Letztere kommen naturgemäß in der linearen Analyse nicht vor, da sie die Annahme kleiner Amplituden nicht mehr erfüllen.

Da die zweidimensionalen Analysen jedoch unter der Annahme der zonalen Symmetrie durchgeführt wurden, kann nur in begrenztem Umfang Übereinstimmung mit den Beobachtungen erwartet werden, die insbesondere in der Nordhemisphäre durch eine auf bestimmte Längengradbereiche konzentrierte Aktivität barokliner Wellen gekennzeichnet sind. Weiterhin ist eine längengradunabhängige *POP*-Analyse nicht in der Lage, die Amplitudenentwicklung der baroklinen Welle im Verlauf einer Sturmbahn darzustellen, d.h. Anwachsen in einem bestimmten Längengradbereich und Abklingen in einem anderen. Um auch solche lokalen Strukturen und Entwicklungen darzustellen, wurden, wie in Abschnitt 3.2 beschrieben, für beide Jahreszeiten und Hemisphären simultane *POP*-Analysen der bisher einzeln untersuchten zonalen Wellenzahlen durchgeführt.

Im folgenden Abschnitt werden wieder die Ergebnisse für den Winter auf der Nordhemisphäre eingehender dargestellt, während die Analysen für den Sommer der Nordhemisphäre und für die Südhemisphäre im zweiten Abschnitt dieses Kapitels zusammengefaßt werden. Die Muster werden verglichen mit den zweidimensionalen Moden aus Kap. 4 und mit dreidimensionalen instabilen Moden aus Untersuchungen anderer Autoren.

### 5.1. Nordhemisphäre im Winter

Die simultane *POP*-Analyse der Wellen  $k = 5$  bis 9 für die geopotentielle Höhe im Winter der Nordhalbkugel ergibt 6 Moden, die jeweils etwa 5% und mehr der Varianz erklären, die das Geopotential für das gesamte Wellenpaket beinhaltet (Tabelle 5.1.1). Die Perioden liegen zwischen 4 und 8 Tagen, wobei die zugehörigen  $1/e$ -Abklingzeiten im Verhältnis zur Periode sehr groß sind, insbesondere für die kleineren Perioden.

**Tabelle 5.1.1:** *POP*-Analyse der halbtäglichen geopotentiellen Höhe in der Nordhemisphäre für die drei Winter *DJF* 84/85 bis 86/87 und für das Wellenpaket der zonalen Wellenzahlen 5 bis 9. Die *POPs* sind nach zunehmender Periode geordnet. Die effektive zonale Wellenzahl ergibt sich durch Extrapolation der zonalen Ausdehnung der Hoch- und Tiefdruckgebiete im Bereich maximaler Amplitude auf einen ganzen Breitenkreis.

<i>POP</i>	Periode (Tage)	$1/e$ - Abklingzeit (Tage)	Standard- abweichung	erklärte Varianz %	effektive zonale Wellenzahl
1	3.7	7.9	3.8	4.6	7-8
2	4.2	9.0	4.6	5.1	6
3	5.0	7.6	5.4	6.4	7
4	5.6	8.2	4.7	7.3	6
5	7.4	7.7	4.9	5.6	7
6	8.6	8.1	5.7	6.6	6

In Abb. 5.1.1, 5.1.3 und 5.1.4 werden die 6 gefundenen *POPs* in der 200 hPa Druckfläche dargestellt. Die Struktur in den übrigen Druckflächen ist jeweils ähnlich, wobei das vertikale Profil der Muster demjenigen der in Kap. 4 besprochenen *POPs* entspricht, also durch ein Amplitudenmaximum in der oberen Troposphäre gekennzeichnet ist. Ebenso ergibt die vertikale Phasenstruktur aller *POPs* wieder die typische westwärtsgerichtete Neigung mit der Höhe. Wie in Kap. 4 ist diese Neigung dabei in der unteren Troposphäre am stärksten ausgeprägt.

Zunächst fällt auf, daß alle Muster nun durch Strukturen gekennzeichnet sind, die mehr oder weniger stark lokaler Natur sind und die erhöhte Aktivität in auf bestimmte Längengradbereiche beschränkten Regionen widerspiegeln. Dies

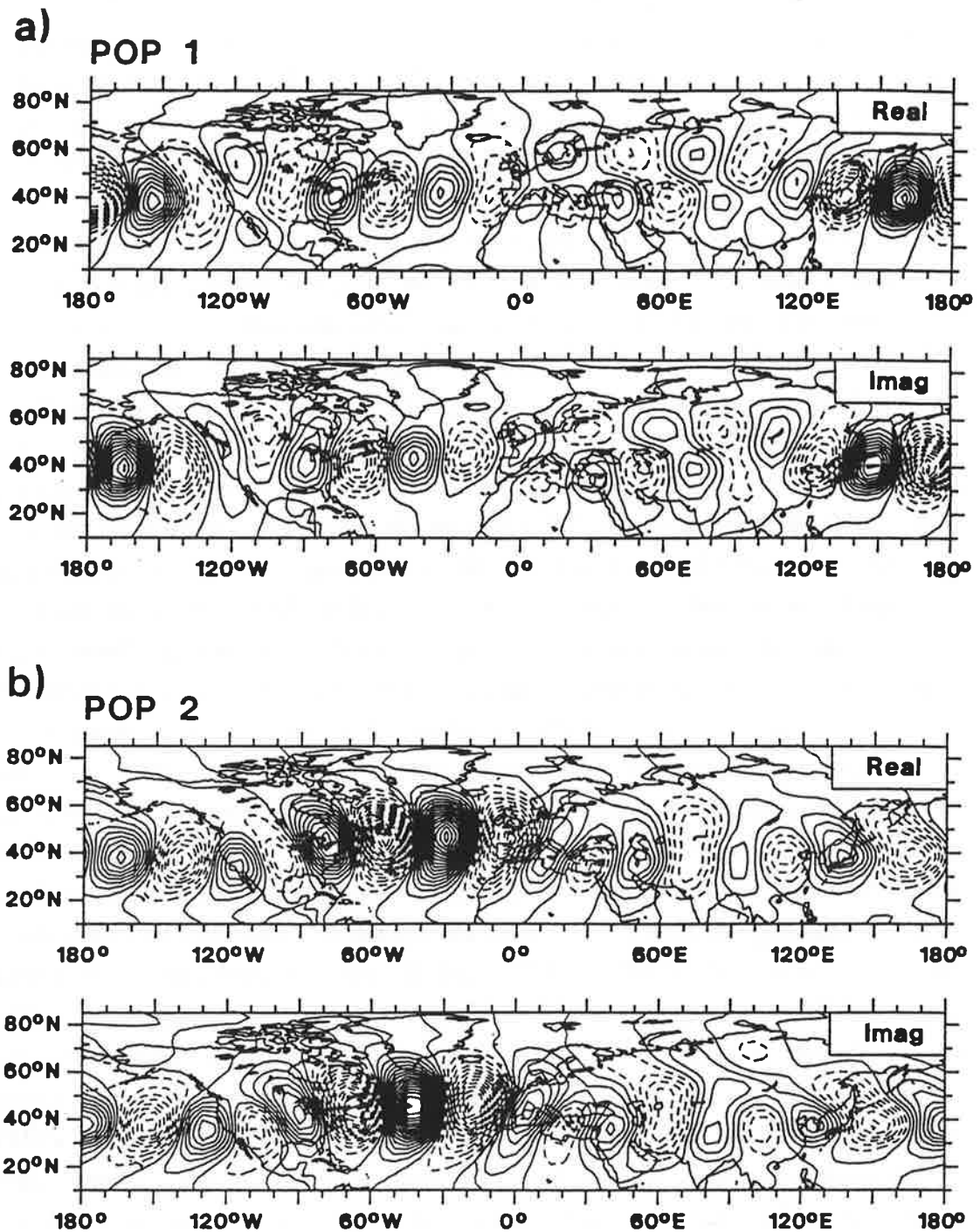


Abbildung 5.1.1: Querschnitte der *POPs* 1 (a) und 2 (b) aus Tabelle 5.1.1 in der 200 hPa Druckfläche. Die Entwicklung der Muster wird definiert durch die Folge

$$\dots \rightarrow \text{Imag} \rightarrow \text{Real} \rightarrow -\text{Imag} \rightarrow -\text{Real} \rightarrow \text{Imag} \rightarrow \dots$$

Die absoluten Werte der Amplituden sind beliebig, da *POPs* immer normiert werden.

wurde erst durch die simultane Analyse eines Wellenpaketes ermöglicht. Die zonale Größenordnung der wellenartigen Strukturen in den Gebieten maximaler Amplitude entspricht dabei ungefähr einer effektiven Wellenzahl von 6 bis 7. Dies ist konsistent mit der Skalenselektion der Moden aus Kap. 4, wo sich maximale Standardabweichungen der *POP*-Koeffizienten für Wellenzahlen 5 bis 7 ergaben (Abb. 4.1.1c).

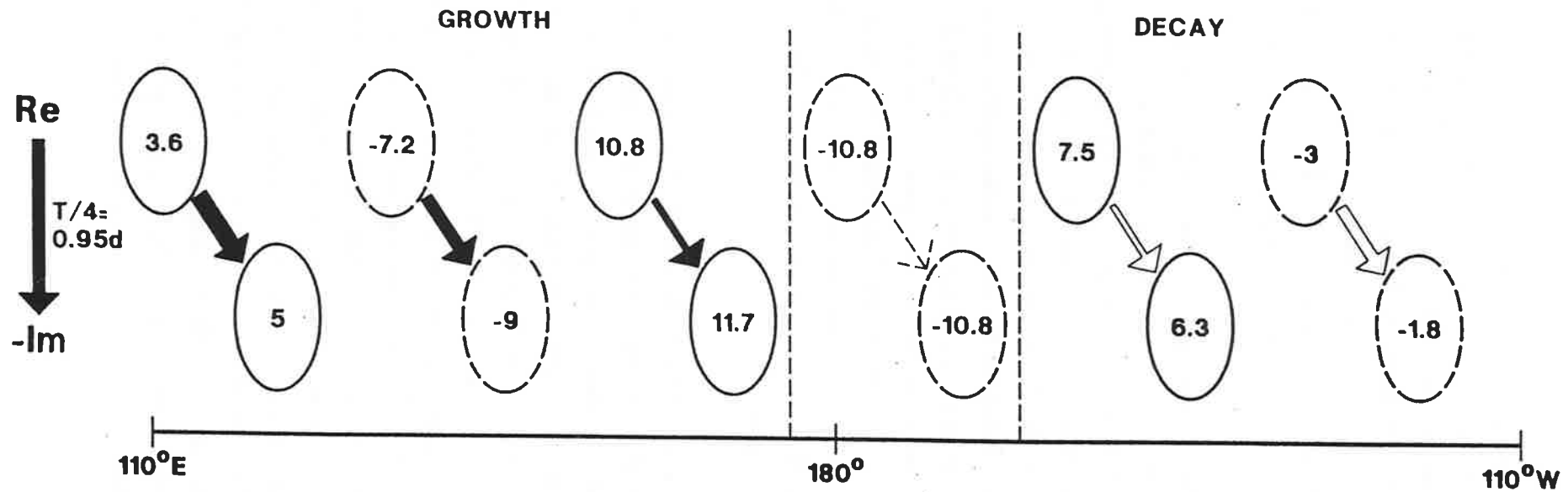
Die beiden Moden mit den kürzesten Perioden sind *POP* 1 (3.7 Tage; Abb. 5.1.1a) und *POP* 2 (4.2 Tage; Abb. 5.1.1b). Sie fallen durch stark regionale Strukturen über dem Pazifik (*POP* 1), bzw. über dem Atlantik (*POP* 2) auf. Diese Regionen maximaler Aktivität stimmen sehr gut mit der Lage maximaler Varianz der bandpaßgefilterten (2.5 bis 6 Tage) beobachteten geopotentiellen Höhe im Winter auf der Nordhalbkugel überein (Abb. 5a und c in Blackmon, 1976 für 500 hPa; Abb. 3b in Blackmon *et al.*, 1977 für 300 hPa; Abb. 3b in Robertson & Metz, 1989 für das Mittel aus 300 hPa und 850 hPa). Die Varianzmaxima spiegeln die bevorzugte Entwicklung barokliner Störungen östlich des asiatischen, bzw. nordamerikanischen Kontinents wider. Da diese Störungen aufgrund ihrer zeitlichen und räumlichen Größenordnung mit der Entwicklung und Verlagerung von Zyklonen verknüpft werden können, werden diese Regionen üblicherweise als Sturmbahnen („storm tracks“) bezeichnet. Die Sturmbahnen befinden sich in der Regel etwas polwärts und stromabwärts der Maxima der zeitlich gemittelten, aber längengradabhängigen zonalen Windgeschwindigkeit (Strahlstrom im westlichen Pazifik, bzw. Atlantik; siehe z.B. Abb. 6.2 in Holton, 1992). Beide *POPs* haben sekundäre Zentren über dem jeweils anderen Ozean. Die meridionale Ausdehnung der Muster ist größer als die zonale, wobei die Wellenstruktur für den „pazifischen“ *POP* bei 40°N und für den „atlantischen“ *POP* etwas weiter nördlich zentriert ist. Die Sturmbahn, die mit dem „atlantischen“ *POP* verknüpft werden kann, weist in ihrem größten Teil eine nach Norden gerichtete Neigung auf, nur am Ende der Bahn ist eine Aufteilung in einen nördlichen und einen südlichen Zweig angedeutet. Die Sturmbahn des „pazifische“ *POPs* ist hingegen sehr zonal ausgerichtet. Die beiden *POPs* 1 und 2 können sehr gut mit den Abb. 5a,b aus Metz & Lu (1990) verglichen werden, wo die beiden führenden Moden einer komplexen *EOF*-Analyse beobachteter winterlicher 500 hPa-Geopotentialhöhen dargestellt sind.

Das Muster von *POP* 1 über dem Pazifik stimmt überein mit der horizontalen Struktur der zweidimensionalen *POPs* aus Kap. 4, die die lineare Anwachsphase barokliner Wellen beschreiben, wobei die effektive Wellenlänge des Druckmusters einer zonalen Wellenzahl zwischen 7 und 8 entspricht (vgl. Abb. 4.1.6). Der *POP*

beschreibt also das Entstehen von Zyklonen aufgrund barokliner Instabilität in Ostasien und dem westlichen Pazifik und deren Wanderung entlang einer pazifischen Sturmbahn. Allerdings stellen die *POP*-Muster eine statistisch gemittelte Struktur dar, und es ist daher nicht möglich, *POPs* mit individuellen Episoden zyklogenetischer Wellen zu verknüpfen. Der geringe meridionale Phasengradient und die vertikale Phasenneigung zeigen, daß dieser *POP* hauptsächlich mit polwärts gerichtetem Wärmetransport in dieser Region verknüpft ist.

Zusätzlich zu der regionalen Auflösung ergibt sich noch ein weiterer interessanter Unterschied zu den früheren Mustern. In Kap. 4 wurde festgestellt, daß mit den zweidimensionalen *POPs* die Entwicklung des Anwachsens bzw. Abklingens einer Welle nicht beschrieben werden kann. Dort hatten der Real- und Imaginärteil der *POPs* stets die gleiche Amplitude, und die  $1/e$ -Abklingzeit in einer *POP*-Analyse hatte eine andere Bedeutung als die Anwachsrate in einer Stabilitätsanalyse. Nun führt jedoch eine genauere Untersuchung der absoluten Werte und der geographischen Lage der Amplitudenextrema des Real- bzw. Imaginärteils von *POP* 1 in Abb. 5.1.1a zu der folgenden Überlegung. Die Abfolge dieser Hoch- und Tiefdruckgebiete zwischen Ostasien und der Westküste Nordamerikas bei  $40^\circ\text{N}$  ist in Abb. 5.1.2 schematisch in ihrer Stärke und der Abhängigkeit vom Längengrad dargestellt.

Da die Phase im *POP*-Zyklus (2.5) durch die Muster unbestimmt bleibt, kann angenommen werden, daß zu einem bestimmten Zeitpunkt der Realteil gültig ist und daß der Zustand nach einer Viertelperiode durch das Negative des Imaginärteils beschrieben wird. Dem Diagramm kann dann entnommen werden, daß der pazifische Bereich durch drei Regionen unterschiedlicher Entwicklung charakterisiert ist. Im Westen definiert der *POP*-Zyklus ein Anwachsen einer Störung, wobei die Amplitude von West nach Ost zunimmt. Im Ostpazifik klingt die Amplitude des *POPs* beim Übergang vom Realteil zum negativen Imaginärteil ab, wohingegen etwa bei der Datumsgrenze ein Übergangsbereich stagnerender Amplitude zu verzeichnen ist. Da ein *POP* eine gemittelte Größe darstellt, gibt dieses Bild natürlich nicht die Entwicklung einer bestimmten Störung wieder. Es ist jedoch konsistent mit der Vorstellung, daß Zyklonen in bestimmten Längengradbereichen anwachsen, nämlich am Beginn der Sturmbahnen, und in anderen Bereichen abklingen. In diesem Sinne gibt die Struktur des *POPs* die Regionen des Anwachsens und Abklingens barokliner Störungen realistisch wieder.



**Abbildung 5.1.2:** Schematische Darstellung von *POP 1* aus Abb. 5.1.1a im pazifischen Bereich zwischen  $110^{\circ}O$  und  $110^{\circ}W$ . Die Zahlen bezeichnen die maximalen Amplituden der Hochdruckgebiete (durchgezogen) bzw. Tiefdruckgebiete (gestrichelt). Die Dicke der Pfeile gibt qualitativ die relativen Anwachsraten (ausgefüllt) bzw. Abklingraten (offen) beim Übergang vom Realteil zum Negativen des Imaginärteils innerhalb eines Viertels der Periode  $T = 3.8$  Tage wieder.



Aus den absoluten Werten der Amplitudenextrema kann sogar ein Wert für die Anwachsrate bzw. Dämpfungsrate abgeleitet werden. So führt z.B. die Entwicklung des Hochs am Beginn der Sturmbahn (breiter Pfeil in Abb. 5.1.2) nach einem Viertel der Periode, d.h. nach 0.95 Tagen, unter der Annahme exponentiellen Wachstums zu einer  $e$ -Anwachszeit von 2.9 Tagen. Dieser Wert entspricht ungefähr den Anwachsrate der instabilsten Moden aus Stabilitätsanalysen, sowohl der zonalsymmetrischen aus Kap. 4 als auch der dreidimensionalen, die weiter unten besprochen werden. Diese Rechnung ist natürlich nur gültig, wenn der oben angenommene Zyklus nicht durch sonstige Dämpfungsmechanismen, die sich in der relativen Stärke des Real- und Imaginärteils der Koeffizientenzeitserie widerspiegeln können, beeinträchtigt wird.

Es muß allerdings bemerkt werden, daß die Struktur des gerade besprochenen *POP*s im östlichen Pazifik nicht mit der Struktur übereinstimmt, die in Kap. 4 mit der Abklingphase barokliner Wellen identifiziert wurde und durch eine starke meridionale SW-NO-Phasenneigung, d.h. starken polwärts gerichteten Impulstransport charakterisiert war. Die verschiedenen Strukturen im Lebenszyklus instabiler Wellen werden durch den „atlantischen“ *POP* 2 (Abb. 5.1.1b) besser wiedergegeben. Die Amplituden spiegeln wieder einen Bereich des Anwachsens im Westen der atlantischen Sturmbahn und eine Region des Abklingens über dem Ostatlantik und Westeuropa wider. Zusätzlich vereinigt dieser *POP* jedoch im Verlauf der Sturmbahn drei verschiedene meridionale Phasenstrukturen. Die beiden ersten mit SO-NW-Neigung bzw. geringer Neigung wurden in der linearen Stabilitätsanalyse in Kap. 4 gefunden, während die Struktur im Osten mit SW-NO-Phasenneigung in der Stabilitätsrechnung nicht auftrat und mit der Abklingphase der instabilen Wellen verknüpft wurde (vgl. Abb. 4.1.10).

Zwei weitere *POP*s mit etwas längeren Perioden von 5 bzw. 5.6 Tagen sind in Abb. 5.1.3a bzw. b dargestellt. *POP*s 3 und 4 unterscheiden sich von den gerade besprochenen Moden durch einen geringeren Grad der lokalen Begrenztheit, sie entsprechen eher globalen, um die Erde laufenden Wellenmustern. Nur über Zentralasien sind die Amplituden geringer, in Übereinstimmung mit den Varianzen des Geopotentials z.B. in Blackmon *et al.* (1977). Die horizontale Phasenstruktur der *POP*s ist durch eine Kombination der beiden grundsätzlichen Strukturen gekennzeichnet, die in Kap. 4 gefunden wurden und die die Anwachs- bzw. Abklingphase einer baroklinen Welle beschreiben. Insbesondere *POP* 4 weist einen starken meridionalen Phasengradienten, d.h. polwärts gerichteten Impulstransport, auf. Die meridionale und in geringerem Umfang auch die zonale Ausdehnung der *POP*s ist größer als diejenige von *POP* 1 und 2.

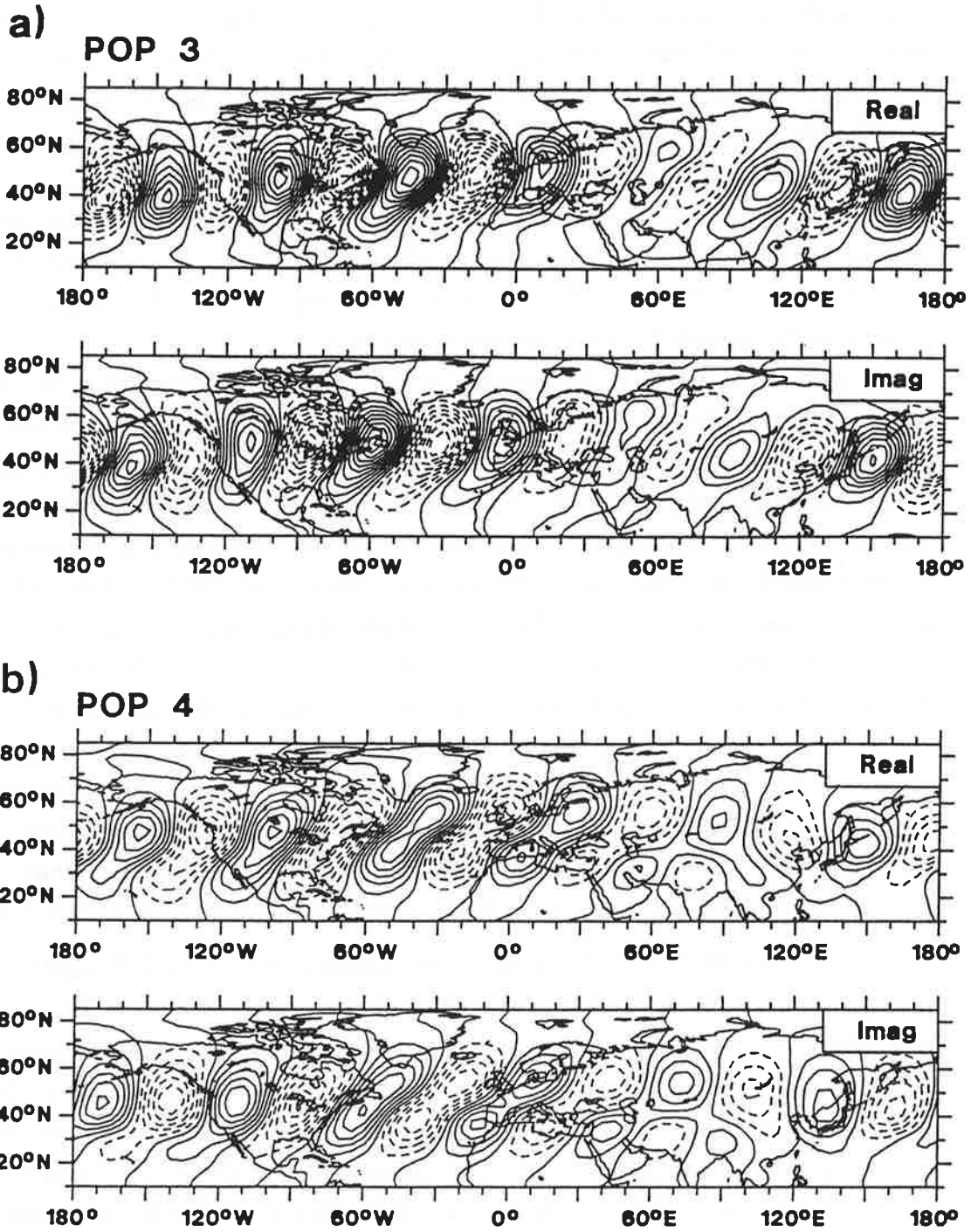


Abbildung 5.1.3: Wie Abb. 5.1.1, jedoch für POPs 3 (a) und 4 (b).

Die beiden *POPs* 5 und 6 mit den höchsten Perioden (8.6 Tage, Abb. 5.1.4a und 7.4 Tage, Abb. 5.1.4b) sind auch von eher globaler Natur, wobei *POP* 6 über dem Atlantik und *POP* 5 über dem Pazifik die geringsten Amplituden hat. Sie sind durch eine noch größere meridionale Ausdehnung charakterisiert, der wesentliche Unterschied zu den bisherigen Mustern ist jedoch ihre meridionale Dipolstruktur (insbesondere *POP* 5) in bestimmten Bereichen. Für *POP* 6 ist diese Dipolstruktur am stärksten über dem Pazifik ausgeprägt, während dies für *POP* 5 über dem Osten Nordamerikas und dem Atlantik bzw. über Asien der Fall ist.

Wie in Kap. 4 können die Ergebnisse der *POP*-Analyse mit quasi-geostrophischen, linearen Stabilitätsanalysen eines klimatologischen Grundzustandes verglichen werden. Die zum Vergleich adäquaten Analysen sind die sogenannten dreidimensionalen Stabilitätsuntersuchungen, die einen auch mit dem Längengrad variierenden Grundzustand benutzen und mittels Linearisierung eines mehrschichtigen Modells dessen Stabilität bezüglich einer beliebigen Störung untersuchen. Analoge Studien wurden auch mit synoptischen Grundzuständen sowie mit Modellen durchgeführt, die auf den primitiven Gleichungen beruhen. In dieser Arbeit wird jedoch hauptsächlich auf die quasi-geostrophischen Studien mit klimatologischen Grundströmen Bezug genommen. Obwohl es in einzelnen Fällen Unterschiede zwischen den Modellen gibt, insbesondere was die geographische Lage der „storm tracks“ in der Nordhemisphäre betrifft, stimmen die Ergebnisse der quasi-geostrophischen und der „primitiven“ Instabilitätsrechnungen qualitativ meist gut überein. Für einen Überblick über eine allgemeine Instabilitätstheorie atmosphärischer Störungen siehe z.B. Frederiksen (1992).

Robertson & Metz (1989) zeigen in ihrer Abb. 4b eine Klassifizierung der räumlichen Struktur der 20 instabilsten Moden, die eine solche Stabilitätsanalyse eines winterlichen klimatologischen Grundstroms in der Nordhemisphäre ergibt. Die Moden können aufgrund ihrer charakteristischen Ausdehnung und Regionalität in stark lokale „pazifische“ und „pazifisch-atlantische“ Moden eingeteilt werden, und in andere, die weniger beschränkt sind bezüglich des Längengrades und quasi-hemisphärische Ausdehnung haben. Robertson & Metz stellen auch fest, daß diese Klassifizierung eine Funktion der Periode ist, wobei insbesondere Moden mit Perioden von weniger als 4 Tagen durch regionale Strukturen über den Ozeanen gekennzeichnet sind. Frederiksen (1982) und Frederiksen & Bell (1987) zeigen, daß die längsten Perioden meist mit Dipolstrukturen über dem Pazifik oder dem Atlantik verknüpft sind.

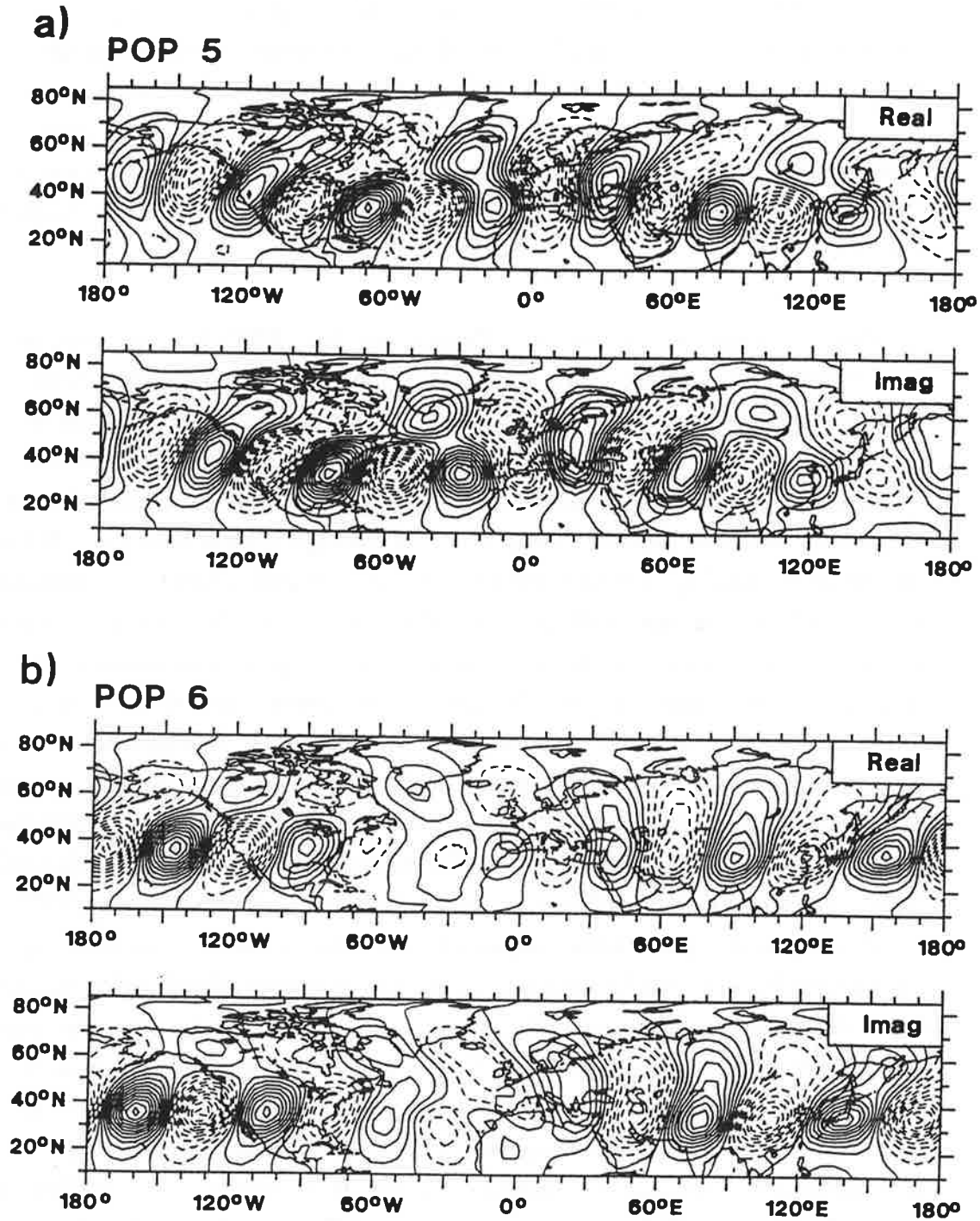


Abbildung 5.1.4: Wie Abb. 5.1.1, jedoch für POPs 5 (a) und 6 (b).

Wie die Vorstellung der 6 *POPs* in Abb. 5.1.1, 5.1.3 und 5.1.4 zeigt, stimmt dieses Bild sehr gut mit den Ergebnissen der *POP*-Analyse überein. *POPs* 1 und 2 entsprechen den regionalen Moden, die Frederiksen (1982) als „monopole cyclogenesis modes“ bezeichnet, weil sie durch eine meridionale Monopolstruktur charakterisiert sind und auf regionale Sturmbahnen beschränkt sind, die mit der Zyklogense verknüpft werden. Wie im Fall der zweidimensionalen Analysen mit zonal symmetrischem Grundzustand sind auch Frederiksen's dreidimensionalen, linearen Moden durch zu große Amplituden in Bodennähe und eine zonale Ausdehnung gekennzeichnet, die zu großen Wellenzahlen (etwa 10) entspricht. Das vertikale Strukturproblem tritt meist nur in Mehrschichten-Modellen auf, während in Zweischichten-Modellen die größten Amplituden im oberen Niveau vorkommen. Wie in Kap. 4 bereits ausgeführt wurde, führt die Berücksichtigung von Nichtlinearität zu einer Verbesserung der vertikalen Struktur der Moden. Da die Beobachtungsdaten solche Prozesse ebenfalls beinhalten, existiert das vertikale Strukturproblem für die *POP*-Muster nicht.

Moden wie *POPs* 3 und 4 mit etwas größeren Perioden und zonaler Ausdehnung vom Pazifik bis zum Atlantik, werden auch von Robertson & Metz (1989) gefunden. Die beiden *POPs* 5 und 6 mit den größten Perioden erinnern an die „onset-of-blocking dipole“-Moden aus Frederiksen (1982). Diese sind durch Hoch-Tief-Paare ausgezeichnet, die ihre größten Amplituden stromaufwärts der Regionen in beiden Ozeanen haben, wo häufig Blockierungssituationen zu beobachten sind. Sie zeigen ebenfalls eine westwärts gerichtete Phasenneigung mit der Höhe; sowohl barokline als auch barotrope Prozesse sind für ihre Entstehung von Bedeutung. Frederiksen verbindet diese Moden mit Situationen, die in ihrer weiteren Entwicklung quasistationär werden und schließlich zu äquivalent-barotropen, persistenten Blockierungen führen.

## 5.2. Nordhemisphäre im Sommer und Südhemisphäre

In diesem Abschnitt werden die *POP*-Analysen im Sommer der Nordhemisphäre und in der Südhemisphäre zusammengefaßt, wobei hauptsächlich die Unterschiede genannt werden, die sich im Vergleich zum Nordwinter ergeben. Auch die entsprechenden dreidimensionalen Stabilitätsanalysen werden genannt.

Allen *POPs* gemeinsam ist ein Vertikalprofil, das durch die übliche westwärtige Phasenneigung gekennzeichnet ist. Dies deutet auf die Bedeutung barokliner Prozesse für alle Moden hin, obwohl für einzelne Strukturen mit meridionalen Phasengradienten auch horizontaler Impulstransport wichtig sein kann.

Die simultane *POP*-Analyse der Wellen 5 bis 9 im Sommer der Nordhemisphäre ergibt sieben signifikante *POPs* mit erklärten Varianzen von 3.4% bis 11.8%, die im Vergleich zum Winter durch kleinere Phasengeschwindigkeiten gekennzeichnet sind. Dies wurde auch für die zweidimensionalen Moden in Kap. 4 festgestellt und hängt mit dem schwächeren Strahlstrom im Sommer zusammen. Die Perioden der *POPs* liegen etwa zwischen 4 und 15 Tagen.

Wie im letzten Abschnitt kann wieder eine Einteilung der *POPs* aufgrund ihrer räumlichen Struktur vorgenommen werden, wobei sich regionale Zyklogense-Muster ergeben, die die bevorzugten Sturmbahnen wiedergeben, sowie Muster, die weniger lokalisiert sind. Andere Muster haben Strukturen, die entweder wie in Kap. 4 der Abklingphase barokliner Wellen oder wegen ihrer Dipolstruktur den „onset-of-blocking“-Moden entsprechen. Zum Teil treten diese Strukturen auch gemischt auf. Die Klassifizierung der Strukturen ist dabei wieder eine Funktion der Periode, und größere Perioden sind wieder mit größerer horizontaler Ausdehnung (kleinere effektive Wellenzahlen) verbunden. Im Unterschied zum Winter sind die Bereiche starker Aktivität nun etwas zum Pol hin verlagert, die Zentren maximaler Amplituden liegen bei etwa 50° bis 60°N.

Diese Verlagerung nach Norden und die längeren Perioden im Vergleich zum Winter stimmen mit den Ergebnissen in Frederiksen (1983) überein, wo quasi-geostrophische Instabilitätsanalysen von dreidimensionalen Grundströmen im Januar und Juli in der Nordhemisphäre durchgeführt wurden.

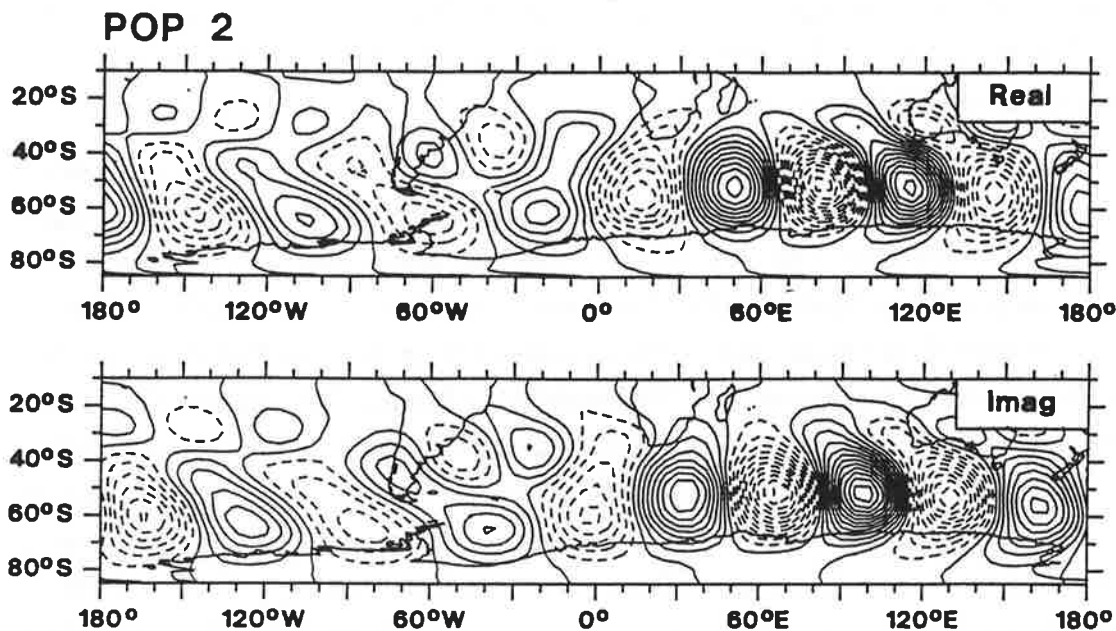
In der Südhemisphäre ergeben die *POP*-Analysen der Wellenpakete fünf signifikante *POPs* im Sommer und sieben *POPs* im Winter, wobei die Perioden zwischen 3.6 und 10.7 Tagen liegen. Die Größenordnung der Perioden zeigt hier keinen Unterschied zwischen Winter und Sommer.

Im Sommer wird die horizontale Ausdehnung der Muster durch effektive zonale Wellenzahlen von 5 bis etwa 7 beschrieben, die maximalen Amplituden liegen bei 50°S im Bereich des stärksten Strahlstroms. Alle *POPs* sind durch mehr oder weniger gemischte Strukturen gekennzeichnet, die typisch für die Anfangs- bzw. Endphase im Lebenszyklus barokliner Wellen sind. Die Regionalität der Muster ist dabei weniger ausgeprägt als in der Nordhemisphäre. Lediglich ein *POP* weist auch eine Dipolstruktur in der Region südlich von Australien bis in den mittleren Südpazifik auf.

Wie bisher sind die *POPs* im Winter durch kleinere effektive Wellenzahlen von 4 bis 6 gekennzeichnet. Ihre Struktur gibt hauptsächlich die Sturmbahnen wieder, die sich über sehr viel größere Regionen erstrecken als im Norden. Die etwas regionaleren Moden stellen besonders die Gebiete vom südlichen Atlantik bis zum Indischen Ozean, bzw. vom Indischen Ozean bis zum Pazifik als die Bereiche der stärksten baroklinen Wellenaktivität heraus. Dies ist konsistent mit der beobachteten Lage des Strahlstroms und der „storm tracks“ in der Südhemisphäre, wie sie z.B. in Trenberth (1981,1991) gefunden wird. Als Sturmbahnen in der Südhemisphäre werden dort hauptsächlich der südliche Indische Ozean, aber auch der Südatlantik und Südpazifik identifiziert. Andere *POPs* weisen eine sehr globale Wellenstruktur auf. Die Muster im Winter der Südhemisphäre besitzen eine größere meridionale Ausdehnung als im Sommer. Dies ist eine Folge der Existenz des starken subtropischen Strahlstroms im Pazifik östlich von Australien, der im Winter zusätzlich zum polaren Strahlstrom zu beobachten ist (siehe z.B. Abb. 3.1.1b oder die oben zitierten Studien von Trenberth).

Einige der *POPs* zeigen eine Dipolstruktur in bestimmten Regionen, hauptsächlich im Pazifik östlich von Australien, aber auch im Bereich von Südamerika und Afrika. Die Lage der Dipole stimmt ungefähr mit den Bereichen überein, in denen in der Südhemisphäre hauptsächlich Blockierungen vorkommen (Trenberth & Swanson, 1983). Allerdings ist für die Dipolstrukturen im Osten und Südosten von Australien nicht klar zu entscheiden, ob sie eine zusätzliche Entwicklung von Zyklonen westlich von Australien infolge des subtropischen Strahlstroms in dieser Region widerspiegeln oder ob sie auf einen „onset-of-blocking“-Mechanismus zurückzuführen sind. Als Beispiel wird in Abb. 5.2.1 die Struktur von *POP* 2 in der 200 hPa Druckfläche gezeigt. Dieses Muster spiegelt hauptsächlich die Sturmbahn im südlichen Indischen Ozean wider. Zusätzlich wird aber, wie oben angesprochen, östlich von Australien eine zweite Sturmbahn angedeutet, die möglicherweise auf den subtropischen Strahlstrom zurückzuführen ist. Die Dipolstruktur südöstlich von Südamerika entspricht eher den Dipolen aus

den Winteranalysen in der Nordhemisphäre (Abschnitt 5.1) als diejenige westlich von Australien. In dieser Region werden ebenfalls Blockierungen beobachtet.



**Abbildung 5.2.1:** Wie Abb. 5.1.1, jedoch für *POP 2* der *POP*-Analyse im Winter in der Südhemisphäre. Die Periode beträgt 4.7 Tage, die  $1/e$ -Abklingzeit 9.4 Tage, und die erklärte Varianz 6.8%.

Die obigen Ergebnisse der *POP*-Analysen stimmen qualitativ wieder mit den Resultaten der dreidimensionalen Instabilitätstheorie für die Südhemisphäre überein (siehe z.B. Frederiksen, 1984; Frederiksen, 1985 ; Frederiksen & Frederiksen, 1993 ), obwohl aufgrund des symmetrischeren Charakters der Zirkulation in der Südhemisphäre die eindeutige Zuordnung einzelner Moden bzgl. der Regionen stärkster Aktivität schwieriger ist als im Norden. Frederiksen's „onset-of-blocking“-Muster zeigen einen Dipol etwas weiter südlich als bei *POP 2*, in der Region von Neuseeland. Dies ist eine der bevorzugten Regionen für Blockierungen in der Südhemisphäre, wo auch die geringsten zonalen Windgeschwindigkeiten in mittleren Breiten zu beobachten sind.



## Kapitel 6.

### Zusammenfassung und Diskussion

In dieser Arbeit wurden lange und synoptische Wellen der Atmosphäre untersucht, die mit Perioden von etwa 3 bis 10 Tagen in mittleren Breiten ostwärts wandern. Sie wurden dazu als die Normalmoden eines linearen dynamischen Systems angesehen. Das System wurde in einer semi-spektralen Darstellung formuliert, und zunächst wurden die Störungen durch eine einzige zonale Welle repräsentiert. Ausgehend von der räumlichen Größenordnung der beobachteten Fluktuationen der Atmosphäre wurden dabei die Wellenzahlen 5 bis 9, im Sommer der Südhemisphäre auch Wellenzahl 4, betrachtet.

Die Systemmatrix dieses linearen Systems wurde auf zwei konzeptuell verschiedene Arten erhalten. Einerseits wurde sie aus Beobachtungsdaten des Winters, bzw. Sommers in der Nord- bzw. Südhemisphäre geschätzt (*POP*-Analyse). Andererseits wurde sie auf theoretische Art und Weise aus den quasi-geostrophischen Gleichungen abgeleitet, wobei die Kleinheit der Störungen angenommen wurde (lineare Stabilitätsanalyse). Durch die empirische Untersuchung der Beobachtungen und die theoretische Untersuchung der Dynamik unter dem übergreifenden Konzept der Normalmoden wurde somit ein direkter Vergleich der beiden Analysemethoden ermöglicht.

Die instabilsten Wellen, die aus der Stabilitätsanalyse eines klimatologischen, zonal symmetrischen Grundzustands bzgl. Störungen einer einzelnen zonalen Wellenzahl resultieren, werden auch in der *POP*-Analyse gefunden. Moden mit kleineren Anwachsraten können ebenfalls entsprechende *POPs* zugeordnet werden. Die jeweiligen Wellen stimmen bzgl. ihrer Oszillationsperioden und Höhen-Breitengrad-Struktur sehr gut überein. Die Ergebnisse zeigen somit die Äquivalenz der beiden Zugänge, nämlich der empirischen Analyse atmosphärischer Beobachtungen und der theoretischen Methode, die eine dynamische Approximation erster Ordnung darstellt. Da die *POPs* aus Beobachtungen abgeleitet werden, spricht diese Übereinstimmung auch für das Potential, das die konventionelle zweidimensionale Stabilitätsanalyse trotz der starken Vereinfachungen zur diagnostischen Untersuchung der extratropischen Zirkulation beinhaltet.

Die *POP*-Analyse identifiziert zusätzlich Wellen, die in der linearen Stabilitätsanalyse nicht gefunden werden. Ihre räumliche und wellenenergetische

Struktur ist typisch für die nichtlineare Abklingphase barokliner Wellen. Dieses Stadium kann nicht mehr durch den einfachen linearen Ansatz beschrieben werden, da die Wellen zu diesem Zeitpunkt endliche Amplituden besitzen. Vielmehr erhält man die volle zeitliche Entwicklung des Lebenszyklus dieser baroklinen Wellen nur durch zeitliche Integration komplexer, nichtlinearer Modelle. Simmons & Hoskins (1978) zeigten jedoch, daß nichtlineare Prozesse hauptsächlich für den Punkt wichtig sind, an dem das lineare Anwachsen einer baroklinen Welle endet und das barotrope Abklingen beginnt. Die Entwicklung der Welle nach diesem Übergangspunkt kann recht gut durch Mechanismen der quasi-horizontalen Ausbreitung von Rossby-Wellen angenähert werden. Dies mag mit zur Erklärung der Tatsache beitragen, daß die lineare Methode der *POP*-Analyse auch diese Abklingphase beschreiben kann, obwohl nichtlineare Mechanismen dort eine Rolle spielen. Andere Gründe dafür können sein, daß nichtlineare Prozesse natürlich auch durch lineare approximiert werden können, und daß die *POP*-Analyse als empirische Methode nicht sensitiv gegenüber den Entstehungsmechanismen bestimmter Schwingungsphänomene ist, sondern nur die Ergebnisse dieser (linearen oder nichtlinearen) Prozesse „sieht“.

Die Tatsache, daß die *POP*-Analyse auch die nichtlineare Abklingphase der baroklinen Wellen identifiziert, zeigt, daß *POPs* nicht notwendigerweise Normalmoden (Eigenschwingungen) des dynamischen Systems sind, das untersucht werden soll (in diesem Fall die atmosphärische Zirkulation). Sie sind lediglich die Normalmoden des linearen dynamischen Systems (Gl. (2.1)), mit dem das volle System approximiert werden soll. Die Dynamik des einfachen, linearen Systems ist aber nicht unbedingt äquivalent zur wahren Dynamik des vollen Systems, obwohl sich die Resultate der wahren, möglicherweise nichtlinearen dynamischen Prozesse im linearen Modell widerspiegeln können.

Eine Inkonsistenz zwischen den *POP*-Analysen und den linearen Stabilitätsanalysen liegt in der unterschiedlichen Interpretation der „*e*-folding“-Zeit, die eine Normalmodenanalyse ergibt. Unter der Annahme der Stationarität einer Zeitserie ergibt eine *POP*-Analyse stets gedämpfte *POPs* mit entsprechenden Eigenwerten  $|\sigma| \leq 1$ . Ein Eigenwert mit  $|\sigma| > 1$  würde eine unphysikalische, ins Unendliche anwachsende Lösung von Gl. (2.3) darstellen. Indem die Matrix  $\mathcal{A}$  des Systems (2.1) aus Daten geschätzt wird, „sieht“ die *POP*-Analyse eine Schwingung vorzugsweise in dem Stadium, wenn sie voll entwickelt ist, das Rauschen relativ klein ist und wegen nichtlinearer und anderer Prozesse die Dämpfung einsetzt. In der linearen Stabilitätsanalyse wird die Systemmatrix  $\mathcal{A}$  hingegen aus

der Linearisierung einer nichtlinearen dynamischen Gleichung abgeleitet, wo einem Grundzustand eine Störung kleiner Amplitude überlagert ist. Dieses System beinhaltet die Möglichkeit anwachsender Lösungen, dies sind gerade die Lösungen, die von Interesse sind. In diesem Fall beschreiben Eigenwerte mit  $|\sigma| \geq 1$  die Entstehung und das Anwachsen von Schwingungen, die die *POP*-Analyse schließlich identifiziert.

Trotz der beschriebenen Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der zweidimensionalen *POP*-Analysen und Stabilitätsanalysen gibt es jedoch grundsätzliche Einschränkungen beider Methoden. Die Beschränkung auf den zonalen Wellenzahlraum ermöglicht nur die Repräsentierung von sich regelmäßig entwickelnden Wellen globaler Natur (bzgl. Längengrad). Obwohl die Ergebnisse vielversprechend sind, ist dies jedoch nicht das Verhalten der atmosphärischen Zirkulation. Insbesondere in der Nordhemisphäre ist die Variabilität wegen des Land-See-Kontrasts weniger homogen und auf lokale Sturmbahnen beschränkt. Dies bedeutet, daß Wellen nur in bestimmten zonalen Bändern große Amplituden besitzen. In dieser Hinsicht müssen die Muster der zweidimensionalen Analysen in Kap. 4 nur in bestimmten Regionen als gültig angesehen werden, nach einer Zeit der Wanderung werden sie weggedämpft. Eine weitere Beschränkung der bisher diskutierten *POP*-Analysen ist, daß die *POPs* einzelner zonaler Wellenzahlen nicht die Anwachsrate der instabilen Wellen widerspiegeln.

Aus diesen Gründen wurden in Kap. 5 simultane *POP*-Analysen für Wellenpakete durchgeführt. Diese dreidimensionalen Analysen ergeben Moden, die die zonale Inhomogenität der atmosphärischen Zirkulation darstellen. Die Perioden liegen im wesentlichen zwischen 3 und 11 Tagen. Die Regionen maximaler Amplituden stimmen gut mit der Lage der beobachteten Sturmbahnen überein, die mit der Entwicklung baroklin instabiler Wellen hauptsächlich über den Ozeanen verknüpft werden. Insbesondere die *POPs* mit den kleinsten Perioden können als reine Moden der Zyklonogenese charakterisiert werden, wobei im östlichen Teil der Sturmbahnen auch die Struktur zu sehen ist, die in den zweidimensionalen Analysen mit der Abklingphase barokliner Wellen identifiziert wurde.

*POPs* mit größeren Perioden besitzen zunehmend eine größere räumliche Ausdehnung und zeigen Dipolstrukturen in Regionen, die stromaufwärts der ungefähren Lage von beobachteten Blockierungen gelegen sind. Solche Moden werden auch in Instabilitätsanalysen mit zonal asymmetrischen Grundzuständen

gefunden (z.B. Frederiksen, 1982) und von Frederiksen als „onset-of-blocking“-Moden bezeichnet. Im allgemeinen konnte sowohl die zeitliche als auch die räumliche Charakteristik der gefundenen *POPs* mit Ergebnissen dieser dreidimensionalen Stabilitätsanalysen, die auf den quasi-geostrophischen oder primitiven Gleichung beruhen, verglichen werden.

Ein weiteres Merkmal der *POP*-Analysen von Wellenpaketen ist, daß sie zusätzlich zur Darstellung der typischen Strukturen der Anwachs- und Abklingphasen baroklin instabiler Wellen auch die Anwachs- und Dämpfungsraten widerspiegeln. Obwohl die „*e*-folding“-Zeit eines Musters im Sinne des *POP*-Zyklus (2.5) weiterhin als  $1/e$ -Abklingzeit interpretiert werden muß, kann durch den Vergleich der Amplituden in verschiedenen Regionen das tatsächliche Anwachsen, bzw. Abklingen durch die räumliche Struktur der Muster dargestellt werden. Da die Wellen große Amplituden in bevorzugten Gebieten besitzen (Sturmbahnen), ereignet sich das Anwachsen in der Regel bei bestimmten Längengraden, nämlich dem westlichen Teil der Sturmbahnen, während das Abklingen im Osten der Sturmbahnen vor sich geht. Es zeigte sich, daß die dreidimensionalen *POP*-Muster mit dieser Vorstellung konsistent sind. Man nehme z.B. an, daß der imaginäre Teil eines komplexen *POPs* eine bestimmte Amplitude im westlichen Teil einer Sturmbahn besitzt, während der reelle Teil durch eine größere Amplitude etwas östlich davon ausgezeichnet ist. Da der reelle Teil die Entwicklung einer Welle eine Viertelperiode nach dem imaginären Teil beschreibt, kann daraus eine Anwachsrate für die Welle abgeleitet werden. Umgekehrt gilt das gleiche auch für das Abklingen einer Welle im östlichen Teil einer Sturmbahn.

Lineare Stabilitätsanalysen mit mehrschichtigen Modellen leiden im allgemeinen unter einem vertikalen Strukturproblem, das sich in zu großen Amplituden der Normalmoden in Bodennähe äußert. Im Gegensatz dazu geben die *POPs* in Übereinstimmung mit den Beobachtungen das Maximum barokliner Wellen in der oberen Troposphäre richtig wieder. Sowohl die zwei- als auch die dreidimensionalen *POP*-Analysen geben die beobachtete intersaisonale und -hemisphärische Variabilität der atmosphärischen Fluktuationen der untersuchten zeitlichen und räumlichen Größenordnung wieder. Diese Variabilität resultiert hauptsächlich aus der unterschiedlichen Struktur und Stärke des Strahlstroms in Abhängigkeit von Saison und Hemisphäre, und aus der größeren Homogenität der Zirkulation in der Südhemisphäre im Vergleich zur Nordhalbkugel. Die dreidimensionalen *POP*-Analysen sind in der Lage, die charakteristischen Merkmale der Zirkulation wiederzugeben, die aus der Inhomogenität der Strömung resultieren.

Insgesamt kann also festgestellt werden, daß die *POP*-Analyse eine einfach zu benutzende Methode ist, um wandernde Wellen der Extratropen in Beobachtungsdaten zu diagnostizieren. Man vergleiche dies insbesondere mit der komplexen *EOF*-Analyse, die von Metz & Lu (1990) ebenfalls auf transiente Störungen angewandt wurde und ähnliche Strukturen der Sturmbahnen in der Nordhemisphäre ergab. Die *POP*-Methode ist jedoch nicht darauf angewiesen, a priori nur Schwingungen in einem engen Frequenzband zuzulassen, und liefert Perioden und Dämpfungszeiten der Moden, die auf direktem Weg aus den Eigenwerten der Systemmatrix abgeleitet werden können.

Zusätzlich zu den in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnissen wurde auch untersucht, inwieweit sich durch die *POPs* zusammen mit ihren Koeffizientenzeitserien einzelne Ereignisse von Lebenszyklen baroklin instabiler Wellen in den tatsächlichen Beobachtungen nachweisen lassen. Es zeigte sich jedoch, daß es nicht möglich ist, auf befriedigende Art und Weise konkrete synoptische Ereignisse mit wenigen *POPs* zu modellieren. Dies mag dadurch erklärt werden, daß die beobachteten Fluktuationen letztendlich durch die Überlagerung sehr vieler verschiedener Moden zustande kommen, während die wenigen *POPs*, die einen großen Teil der Gesamtvarianz erklären, die mittlere, zeitliche und räumliche Charakteristik der Zirkulation wiedergeben. Analog dazu werden auch die instabilen Moden, die eine Stabilitätsanalyse ergibt, als die Manifestation der mathematisch möglichen, nicht jedoch einer im Einzelfall nachweisbaren Entwicklung in einem vorgegebenen Grundzustand angesehen.



## Danksagung

Ich möchte mich bei Herrn Dr. Hans von Storch für die Betreuung und seelische Unterstützung während der Entstehung dieser Arbeit bedanken, ebenso bei Herrn Prof. Klaus Hasselmann für die Möglichkeit, am Max-Planck-Institut für Meteorologie arbeiten zu können.

Bei Dr. Gerhard Schmitz, Dr. Grant Branstator und Dr. Norbert Grieger bedanke ich mich für die sehr hilfreichen Diskussionen. Dr. Norbert Grieger überließ mir auch sein Programm zur linearen Stabilitätsanalyse. Mein Dank gilt auch Dr. Jin-Song Xu, Dr. Ute Luksch und Dr. Gerd Bürger für viele anregende Gespräche. Besonders die Diskussionen mit Dr. Gerd Bürger verliefen mitunter sehr engagiert. In der „Pedlosky-Arbeitsgruppe“ konnten in einer sehr konstruktiven und freundschaftlichen Atmosphäre die Grundlagen der *Geophysical Fluid Dynamics* erarbeitet werden.

Weiterhin gebührt Dr. Ute Luksch und Prof. Dr. Josef Egger Dank für die Mühe, die sie sich bei der Durchsicht der Arbeit machten. Frau Marion Grunert erstellte einige der Abbildungen in dieser Arbeit.

Und, *last but not least*, vielen Dank an alle KollegInnen für das überaus menschliche „Klima“, das stets am Max-Planck-Institut zu erfahren war und ist.

Die Daten, die in dieser Arbeit benutzt wurden, waren mit der Erlaubnis des Deutschen Wetterdienstes (DWD) dem „*ECMWF/WMO Global Analysis Data Sets 1980-1987*“ vom Europäischen Zentrum für Mittelfristige Wettervorhersage (ECMWF), Reading entnommen.





**Literaturverzeichnis**

- Blackmon, M. L. (1976). A climatological spectral study of the 500 mb geopotential height of the Northern Hemisphere. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1607–1623.
- Blackmon, M. L., Y. H. Lee & H.-H. Hsu (1984a). Time Variation of 500 mb Height Fluctuations with Long, Intermediate and Short Time Scales as Deduced from Lag-Correlation Statistics. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 981–991.
- Blackmon, M. L., Y. H. Lee & J. M. Wallace (1984b). Horizontal Structure of 500 mb Height Fluctuations with Long, Intermediate and Short Time Scales. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 961–979.
- Blackmon, M. L., J. M. Wallace, N.-C. Lau & S. L. Mullen (1977). An observational study of the Northern Hemisphere wintertime circulation. *J. Atmos. Sci.*, **34**, 1040–1053.
- Böttger, H. & K. Fraedrich (1980). Disturbances in the Wavenumber-Frequency Domain Observed Along 50°N. *Contrib. Atmos. Phys.*, **53**, 90–105.
- Charney, J. G. (1947). The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteor.*, **4**, 135–162.
- Charney, J. G. & M. E. Stern (1962). On the Stability of Internal Baroclinic Jets in a Rotating Atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **19**, 159–172.
- Dunkerton, T., C.-P. F. Hsu & M. E. McIntyre (1981). Some Eulerian and Lagrangian Diagnostics for a Model Stratospheric Warming. *J. Atmos. Sci.*, **38**, 819–843.
- Eady, E. T. (1949). Long waves and cyclone waves. *Tellus*, **1**, 33–52.
- Edmon, Jr, H. J., B. J. Hoskins & M. E. McIntyre (1980). Eliassen-Palm cross sections for the troposphere. *J. Atmos. Sci.*, **37**, 2600–2616. See also Corrigendum *J. Atmos. Sci.* **38**, 1115.
- Fraedrich, K. & H. Böttger (1978). A Wavenumber-Frequency Analysis of the 500 mb Geopotential at 50°N. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 745–750.
- Fraedrich, K. & E. Kietzig (1983). Statistical Analysis and Wavenumber-Frequency Spectra of the 500 mb Geopotential along 50°S. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 1037–1045.
- Frederiksen, J. S. (1982). A Unified Three-Dimensional Instability Theory of the Onset of Blocking and Cyclogenesis. *J. Atmos. Sci.*, **39**, 969–982.

- Frederiksen, J. S. (1983). Disturbances and Eddy Fluxes in Northern Hemisphere Flows: Instability of Three-Dimensional January and July Flows. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 836–855.
- Frederiksen, J. S. (1984). The Onset of Blocking and Cyclogenesis in Southern Hemisphere Synoptic Flows: Linear Theory. *J. Atmos. Sci.*, **41**, 1116–1131.
- Frederiksen, J. S. (1985). The Geographical Locations of Southern Hemisphere Storm Tracks: Linear Theory. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 710–723.
- Frederiksen, J. S. (1989). The Role of Instability during the Onset of Blocking and Cyclogenesis in Northern Hemisphere Synoptic Flows. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 1076–1092.
- Frederiksen, J. S. (1992). Towards a Unified Instability Theory of Large-Scale Atmospheric Disturbances. *Trends in Atmospheric Sciences*, eingereicht.
- Frederiksen, J. S. & R. C. Bell (1987). Teleconnection Patterns and the Roles of Baroclinic, Barotropic and Topographic Instability. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2200–2218.
- Frederiksen, J. S. & C. S. Frederiksen (1993). Southern Hemisphere Storm Tracks, Blocking and Low Frequency Anomalies in a Primitive Equation Model. *J. Atmos. Sci.*, eingereicht.
- Gall, R. (1976a). A Comparison of Linear Baroclinic Instability Theory with the Eddy Statistics of a General Circulation Model. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 349–373.
- Gall, R. (1976b). Structural Changes of Growing Baroclinic Waves. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 374–390.
- Gallagher, F., H. von Storch, R. Schnur & G. Hannoschöck (1991). *The Pop Manual (POPs=Principal Oscillation Patterns)*. Technical Report 1, Deutsches Klimarechenzentrum, Bundesstr. 55, D-2000 Hamburg 13, Germany.
- Grieger, N. & G. Schmitz (1984). The northern hemisphere stationary planetary waves and associated Eliassen-Palm cross-sections of the atmosphere and mesosphere. *Z. Meteor.*, **34**, 341–353.
- Hasselmann, K. (1988). *PIPs and POPs: The Reduction of Complex Dynamical Systems Using Principal Interaction and Oscillation Patterns*. *J. Geophys. Res.*, **93**, 11.015–11.021.

- Held, I. M. & B. J. Hoskins (1985). Large-Scale Eddies and the General Circulation of the Troposphere. *Adv. Geophys.*, **28A**, 3–31.
- Holton, J. R. (1992). *An Introduction to dynamic meteorology*. Academic Press, 3. Ausgabe.
- Lim, G. H. & J. M. Wallace (1991). Structure and Evolution of Baroclinic Waves as Inferred from Regression Analysis. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1718–1732.
- Metz, W. & M.-M. Lu (1990). Storm Track Eddies in the Atmosphere and in an ECMWF T21 Climate Model. *Contrib. Atmos. Phys.*, **63**, 25–40.
- Randel, W. J. & J. L. Stanford (1985a). An Observational Study of Medium-Scale Wave Dynamics in the Southern Hemisphere Summer. Part I: Wave Structure and Energetics. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 1172–1188.
- Randel, W. J. & J. L. Stanford (1985b). The Observed Life Cycle of a Baroclinic Instability. *J. Atmos. Sci.*, **42**, 1364–1373.
- Robertson, A. W. & W. Metz (1989). Three-Dimensional Linear Instability of Persistent Anomalous Large-Scale Flows. *J. Atmos. Sci.*, **46**, 2783–2801.
- Simmons, A. J. & B. J. Hoskins (1976). Baroclinic Instability on the Sphere: Normal Modes of the Primitive and Quasi-Geostrophic Equations. *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1454–1477.
- Simmons, A. J. & B. J. Hoskins (1978). The Life Cycles of Some Nonlinear Baroclinic Waves. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 414–432.
- von Storch, H., T. Bruns, I. Fischer-Bruns & K. Hasselmann (1988). Principal Oscillation Pattern Analysis of the 30- to 60-Day Oscillation in General Circulation Model Equatorial Troposphere. *J. Geophys. Res.*, **93**, 11.022–11.036.
- von Storch, H., U. Weese & J.-S. Xu (1990). Simultaneous Analysis of Space-Time Variability: Principal Oscillation Patterns and Principal Interaction Patterns with Applications to the Southern Oscillation. *Z. Meteor.*, **40**, 99–103.
- von Storch, H. & J.-S. Xu (1990). Principal Oscillation Pattern analysis of the tropical 30- to 60-day oscillation. Part I: Definition of an index and its prediction. *Clim. Dyn.*, **4**, 175–190.
- Trenberth, K. E. (1981). Observed Southern Hemisphere eddy statistics at 500 mb: Frequency and spatial dependence. *J. Atmos. Sci.*, **38**, 2585–2605.

- Trenberth, K. E. (1991). Storm tracks in the Southern Hemisphere. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 2159–2178.
- Trenberth, K. E. & J. G. Olson (1988). *ECMWF Global Analysis 1979-1986: Circulation Statistics and Data Evaluation*. Tech. Note NCAR/TN-300+STR, NCAR, P.O. Box 3000, Boulder, CO 80307-3000, USA.
- Trenberth, K. E. & G. S. Swanson (1983). Blocking and persistent anomalies in the Southern Hemisphere. In *First Int. Conf. on S.H. Meteor.*, Amer. Met. Soc., 73–76.
- Valdes, P. J. & B. H. Hoskins (1988). Baroclinic Instability of the Zonally Averaged Flow with Boundary Layer Damping. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 1584–1593.
- Xu, J.-S. (1990). Predicting the state of the Southern Oscillation Using Principal Oscillation Pattern Analysis. *J. Climate*, **3**, 1316–1329.
- Xu, J.-S. (1992). *The Joint Normal Modes of the Coupled Atmosphere-Ocean System Observed from 1967 to 1986*. MPI report 78, Max-Planck-Institut für Meteorologie, Bundesstr. 55, D-2000 Hamburg 13, Germany.

MPI Examensarbeit-Referenz:

- EXAMENSARBEIT Nr. 1**  
Juli 1990  
**Modellierung des gekoppelten Systems  
Ozean-Atmosphäre in den Tropen**  
Mojib Latif
- EXAMENSARBEIT Nr. 2**  
Juli 1990  
**Zur Dynamik des antarktischen Zirkumpolarstromes**  
Jörg-Olaf Wolff
- EXAMENSARBEIT Nr. 3**  
Juli 1990  
**Zur Erniedrigung des atmosphärischen Kohlendioxidgehalts  
durch den Weltozean während der letzten Eiszeit**  
Christoph Heinze
- EXAMENSARBEIT Nr. 4**  
August 1990  
**Analysis and Prediction of the El Niño Southern Oscillation  
Phenomenon using Principal Oscillation Pattern Analysis**  
Jin-Song Xu
- EXAMENSARBEIT Nr. 5**  
Dezember 1990  
**Untersuchung zur niederfrequenten Variabilität der  
Meeresoberflächentemperatur im Nordpazifik**  
Ute Luksch
- EXAMENSARBEIT Nr. 6**  
Dezember 1990  
**Meereismodellierung im Südlichen Ozean**  
Achim Stössel
- EXAMENSARBEIT Nr. 7**  
Dezember 1990  
**Principal Interaction/Oscillation Patterns Theorie und  
Analysen zum El Niño/Southern Oscillation Phänomen**  
Udo Weese
- EXAMENSARBEIT Nr. 8**  
Dezember 1990  
**Bestimmung des Temperaturprofils der  
Troposphäre mit einem Zwei-Frequenz-LIDAR**  
Felix A. Theopold
- EXAMENSARBEIT Nr. 9**  
Januar 1991  
**Modellierung des gekoppelten Systems:  
Inlandeis, Übergangszone und Schelfeis  
der Antarktis**  
Wolfgang Böhmer
- EXAMENSARBEIT Nr. 10**  
Januar 1991  
**Interne Variabilität in einem stochastisch angetriebenen  
ozeanischen Zirkulationsmodell**  
Uwe Mikolajewicz
- EXAMENSARBEIT Nr. 11**  
Februar 1991  
**Bildung und Transport von Aerosolfelchen und Ihre  
Bedeutung für den Strahlungshaushalt**  
Ingrid Schult
- EXAMENSARBEIT Nr. 12**  
März 1991  
**Strahlungsübertragung in klaren Atmosphären  
im IR mit k-Verteilungs- und Linie-für-Linie Modellen**  
Heinz-Dieter Hollweg
- EXAMENSARBEIT Nr. 13**  
November 1991  
**Die bodennahe Luftströmung über inhomogenen Oberflächen**  
Martin Claußen
- EXAMENSARBEIT Nr. 14**  
März 1992  
**Windinduzierte interannuale Variabilität in der  
Warmwassersphäre von 1981 bis 1987  
Teil II: Fluktuationen im Kohlenstoffkreislauf**  
Arne M. E. Winguth

**EXAMENSARBEIT Nr. 15**  
Dezember 1992

**Fernerkundung der optischen Eigenschaften von Seen  
mit Landsat 5 Thematic Mapper**  
Waltraud Manschke

**EXAMENSARBEIT Nr. 16**  
Juli 1993

**Baroklin instabile Wellen der Atmosphäre:  
Empirisch abgeleitete Moden im Vergleich  
zu quasi-geostrophischer Theorie**  
Reiner Schnur