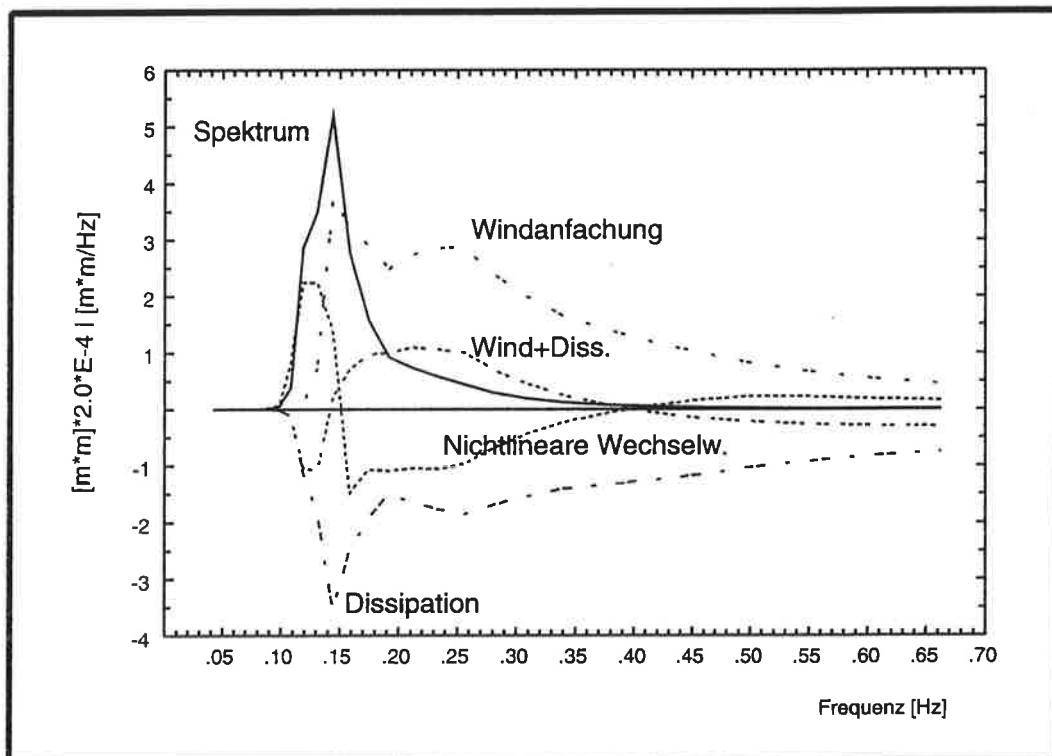




Max-Planck-Institut für Meteorologie

EXAMENSARBEIT Nr. 26



OPTIMIERUNG EINES SEEGANGSMODELLS MIT DER ADJUNGIERTEN METHODE

VON
GEORG BARZEL

HAMBURG, August 1994

Dissertation im Rahmen des Promotionsverfahrens

Autor:

Georg Barzel

Max-Planck-Institut
für Meteorologie

MAX-PLANCK-INSTITUT
FÜR METEOROLOGIE
BUNDESSTRASSE 55
D-20146 Hamburg
F.R. GERMANY

Tel.: +49-(0)40-4 11 73-0
Telefax: +49-(0)40-4 11 73-298
E-Mail: <name> @ dkrz.d400.de

**Optimierung eines Seegangmodells mit der
Adjungierten Methode**

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften im Fachbereich
Geowissenschaften
der Universität Hamburg

vorgelegt von

Georg Barzel

aus Köln

Hamburg

1994

ISSN 0938–5177

Als Dissertation angenommen vom Fachbereich Geowissenschaften der Universität
Hamburg

auf Grund der Gutachten von Herrn Prof. Dr. K. Hasselmann
und Herrn Prof. Dr. J. Sündermann

Hamburg, den 6. Juli 1994

Prof. Dr. M. Dunst
Sprecher des Fachbereiches Geowissenschaften

Zusammenfassung

Die Untersuchung der Quellfunktionen als zentrale Größe der Seegangsmo-
dellierung ist Gegenstand dieser Arbeit. Dabei steht die physikalische Diskussion der
Prozesse an der Meeresoberfläche im Vordergrund. Für das bestehende Seegangs-
modell WAM wurde ein adjungiertes Modell entwickelt, mit dessen Hilfe freie Pa-
rameter in den Modellgleichungen optimiert wurden.

Die Entwicklung des Seegangs wird beschrieben durch eine Energiebilanzglei-
chung, in der die Wechselwirkungen an der Grenzschicht zwischen Atmosphäre und
Ozean und die der Wellen untereinander als Quellfunktionen auftreten. Die Anfa-
chung des Seegangs durch den Wind erfordert eine Modellierung der Luftströmung
über einer rauhen, bewegten Oberfläche. Für diesen Term wurden drei derzeit ak-
tuelle, konkurrierende Modelle miteinander verglichen. Es sind dies WAM cycle 3,
WAM cycle 4 und Grenzschicht-WAM.

Die Beschreibung erfordert dabei in der Regel eine Parametrisierung derjenigen
Prozesse, die vom Modell nicht aufgelöst werden oder prinzipiell nur durch Nähe-
rungen beschreibbar sind. Dadurch bietet sich der Ansatzpunkt für eine Anpassung
freier Parameter in der physikalischen Darstellung des Systems.

Als Modell wurde eine eindimensionale Version des Seegangsmodells WAM
benutzt, deren Ergebnisse mit Daten, die unter geeigneten Bedingungen gewon-
nen wurden, verglichen werden können. Zur Optimierung freier Parameter in den
Quelltermen der Energiebilanzgleichung wurde im Rahmen dieser Arbeit die Ad-
jungierte Methode verwendet. Diese erlaubt es, Kontrollvariablen des Systems in
einer mit den dynamischen Eigenschaften verträglichen Weise zu optimieren. Dafür
wird eine Kostenfunktion definiert, welche die Abweichungen zwischen Modeller-
gebnissen und gemessenen Daten bestimmt. Die Gradienten dieser Kostenfunktion
bezüglich der Kontrollvariablen werden vom adjungierten Modell berechnet. Mit
diesen ist es möglich, unter Einsatz geeigneter numerischer Verfahren sukzessive
das Minimum der Kostenfunktion zu bestimmen. Um das adjungierte Modell zu
erstellen, wurde eine Technik angewandt, die auf den Methoden des automatischen
Differenzierens beruht.

Als Ergebnis der Optimierungen und durch den Vergleich der Modelle stellt
sich heraus, daß die Anfachung des Seegangs durch den Wind auf der Basis sehr
unterschiedlicher Ansätze ähnlich gut beschrieben wird. Durch den Vergleich der
Modelle im Detail wurden Erkenntnisse gewonnen, die für die Diskussion einer
Präferenz von Bedeutung sind. Außerdem wurde offensichtlich, daß weniger die
Struktur der Quellterme im einzelnen als die Form der Summe der Quellfunktio-
nen für Windanfachung und Dissipation als Funktion der Frequenz zusammen mit
der nichtlinearen Wechselwirkung entscheidend ist. Deren fundamentale Bedeu-
tung bei der Seegangsentwicklung wurde erneut bestätigt. Darüber hinaus konnte
gezeigt werden, daß das adjungierte Seegangsmodell ein geeignetes Werkzeug ist,
die notwendigen Anpassungen freier Parameter des Modells systematisch vorzu-
nehmen.

Vorbemerkung für Nicht-(Nur-)NaturwissenschaftlerInnen

Das Verhältnis der Natur-Wissenschaft zu ihrem Gegenstand ist nach wie vor problematisch. Insbesondere mutet es mich seltsam an, mit welcher Unbedarftheit in der naturwissenschaftlichen Diskussion über „Realität“ geredet wird. Von der Erschütterung des mechanisitischen Weltbildes durch die Quantenphysik ist heute oft nicht einmal mehr das Echo zu vernehmen. Von einer weitergehenden wissenschaftskritischen Auseinandersetzung wenigstens im Rahmen einer naturphilosophischen Betrachtungsweise ist zumindest im Forschungsalltag wenig zu spüren. Auch diese Arbeit bewegt sich leider im üblichen Rahmen, dessen Enge allerdings mindestens benannt werden muß:

„Es gibt also keinen klar formulierbaren Unterschied zwischen Mythen und wissenschaftlichen Theorien. Die Wissenschaft ist eine der vielen Lebensformen, die die Menschen entwickelt haben, und nicht unbedingt die beste. Sie ist laut, frech, teuer und fällt auf. Grundsätzlich überlegen ist sie aber nur in den Augen derer, die bereits eine gewisse Position bezogen haben oder die die Wissenschaften akzeptieren, ohne jemals ihre Vorzüge und Schwächen geprüft zu haben.“

Paul Feyerabend, *Wider den Methodenzwang* (Frankfurt, 1976, 1983)

(Originalausgabe:

'Against Method. Outline of an Anarchistic Theory of Knowledge.' (1975))

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Physik des Seegangmodells	5
1.1 Grundgleichungen	5
1.2 Wechselwirkung zwischen Wind und Wellen	14
1.3 Die Quellterme	17
1.3.1 Resonante nichtlineare Wechselwirkung	18
1.3.2 Anfachung des Seegangs durch den Wind	24
1.3.3 Dissipation durch Wellenbrechung	31
1.4 Numerische Aspekte der Seegangmodellierung	34
2 Die Adjungierte Methode	41
2.1 Die Grundidee	41
2.2 Zur Implementierung eines adjungierten Modells	45
3 Vergleich der Modelle und Ergebnisse der Optimierungen	51
3.1 Gegenüberstellung der drei Modelle	53
3.1.1 Wachstumskurven und Spektren der drei Modelle	53
3.1.2 Energiebilanz von WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM	56
3.2 Daten und Definition der Kostenfunktion	64
3.2.1 Daten aus Fetch-Wachstumsgesetzen	65
3.2.2 Beobachtungen mit dem Oberflächen-Kontour-Radar	68
3.2.3 Daten für den Bereich der voll entwickelten See	70
3.3 Optimierung freier Parameter der Quellfunktionen	71
3.3.1 Optimierung für WAM cycle 4	71
3.3.2 Vergleich mit früheren Modellanpassungen des WAM cycle 3	85
Schlußbemerkung und Ausblick	90
Literaturverzeichnis	92

Einleitung

An der Grenzfläche zwischen Ozean und Atmosphäre finden vielfältige Wechselwirkungsprozesse statt, bei denen unter anderem Energie und Impuls zwischen den beiden Systemen ausgetauscht werden. Die genaue Modellierung dieser Flüsse ist für eine realistische Darstellung des gekoppelten Systems von entscheidender Bedeutung. Die physikalischen Prozesse in der turbulenten Grenzschicht laufen im wesentlichen auf sehr kleinen Zeit- und Längenskalen ab, so daß diese in der Regel, zum Beispiel im Rahmen von Klimamodellrechnungen, in parametrisierter Form dargestellt werden. Solche Parametrisierungen durch detaillierte Untersuchungen der Energie- und Impulsbilanz an der Grenzschicht zu verbessern, ist eine Motivation für die Untersuchung des Seegangs.

Für die Schifffahrt ist eine genauere Kenntnis der zu erwartenden Wellenhöhen und -längen von mindestens genauso großem Interesse wie die Vorhersage des Wetters. Der Wunsch, den Seegang vorherzusagen, kann also ein anderer, praktischer Anlaß für den Versuch sein, die Vorgänge an der Meeresoberfläche zu modellieren. Durch moderne Fernerkundungsmethoden, wie die Instrumente auf dem Europäischen Fernerkundungssatelliten ERS-1, stehen eine Fülle von Seegangsdaten zur Verfügung. Diese werden in einem kombinierten Datenassimilationsverfahren nicht nur für die Seegangsforschung und -vorhersage genutzt, sondern lassen sogar Rückschlüsse auf das Windfeld zu.

Für einen Physiker oder eine Physikerin kommt noch ein dritter Aspekt in Betracht: die Neugier, ein auffälliges Phänomen genauer zu verstehen. Wellen können neben dem bloßen Genuß, den ihre Betrachtung bietet, auch auf ganz andere Weise faszinieren. Sie führen ein gewisses „Eigenleben“, können sich ungestört überlagern oder in in komplexer Weise miteinander wechselwirken. Auf dem Ozean finden sich sowohl winzige Kapillarwellen, die durch kleinste Schwankungen im Druckfeld der Atmosphäre schnell entstehen und vergehen, als auch Dünung, das sind lange Wellen, die oft Wochen fast ungestört um den halben Globus wandern.

Von einem übergeordneten theoretischen Standpunkt aus betrachtet, sei dem noch hinzugefügt, daß die Welle als solche ein Phänomen ist, das in nahezu allen

Bereichen der Physik auftaucht. Selbst die Domäne dessen, was nach klassischem Verständnis der Inbegriff des Beständigen war, hat sie inzwischen erobert: Man denke etwa an den Welle-Teilchen Dualismus in der quantenmechanischen Beschreibung der Materie. Wer darüber hinaus der „Eleganz“ einer mathematischen Beschreibung zugänglich ist, mag an der bloßen Darstellung von Wellen Gefallen finden.

Die Beschreibung der Vorgänge an der Grenzfläche zwischen Atmosphäre und Ozean wird durch die Präsenz der Wellen erschwert: Es entsteht eine dynamische Randbedingung für die Atmosphäre, und Strömungen über der zeitlich variablen Oberfläche werden von dieser beeinflusst. Für eine Untersuchung der Anfachung des Seegangs durch den Wind ist eine Modellierung der Grenzschicht deswegen unbedingt notwendig. Die genauen Prozesse, die zur Entstehung des Seegangs führen, können immer noch als nicht vollständig geklärt betrachtet werden. Unter Annahme einiger Nebenbedingungen konnte allerdings eine Energiebilanzgleichung aufgestellt werden, welche die Entwicklung des Seegangs unter dem Einfluß des Windes beschreibt (Hasselmann, 1960). Neben dem Wind als treibender Kraft treten Verluste durch Energiedissipation in die Grenzschicht auf. Außerdem gehen Wellen untereinander unter gewissen Resonanzbedingungen eine schwache nichtlineare Wechselwirkung ein.

Die genannten Prozesse, Anfachung durch den Wind, Dissipation und nicht-lineare Wechselwirkung, werden in dem globalen Seegangsmodell WAM¹ bei der Lösung der Energiebilanzgleichung berücksichtigt. Dabei werden die wesentlichen Faktoren offensichtlich insoweit ausreichend gut beschrieben, als Vorhersagen der Seegangsentwicklung mit Hilfe dieses Modells tatsächlich recht erfolgreich sind. Die Diskrepanz zwischen Simulation und tatsächlicher Lösung eines Problems offenbart sich dadurch auf ziemlich drastische Weise.

In dieser Arbeit werden drei sehr unterschiedliche Ansätze, die Anfachung des Seegangs durch den Wind zu beschreiben, untersucht. Dabei ist nicht unbedeutend, daß über dissipative Prozesse bei Ozeanwellen wenig bekannt ist und dieser Term daher große Freiheiten in der Beschreibung aufweist. Es zeigt sich, daß alle drei Modelle bei geeigneter Anpassung freier Parameter in den Quelltermen für Windanfachung und Dissipation in der Lage sind, die Seegangsentwicklung zu beschreiben. Erstaunlich ist, daß ähnliche Vorhersagen möglich sind, obwohl sich die absolute Größe der Quellterme stark unterscheidet. Dies offenbart die fun-

¹Von engl.: 'WAve Model'

damentale Bedeutung der nichtlinearen Wechselwirkung bei der Entwicklung des Seegangs.

Durch den Vergleich der Modellergebnisse mit gemessenen Daten ergibt sich nun der Wunsch, die auftretenden Diskrepanzen zu beseitigen. Dafür bieten sich prinzipiell zwei Ansatzpunkte: Die Datenassimilation beschäftigt sich mit der Aufgabe, Modellvorhersagen operationell zu verbessern. Es wird versucht, für ein unverändertes Modell die Anfangs- und Randbedingungen so anzupassen, daß die Abweichungen zwischen Modellergebnissen und Beobachtungen möglichst gering sind. Bei der Modelloptimierung werden freie Parameter in den Modellgleichungen selbst definiert, um die physikalische Beschreibung des Modells zu verbessern.

Je nach Fragestellung kommen unterschiedliche Verfahren zur Lösung des gestellten Problems in Betracht. Die Adjungierte Methode, die hier zur Modelloptimierung eingesetzt wurde, bietet dabei unter anderem den Vorteil, daß sie die volle Dynamik des Systems beinhaltet. Die Methode zählt zu den Verfahren der Inversen Modellierung, bei der ein Modell in gewisser Weise „rückwärts“ betrieben wird, um die Ursachen für Abweichungen zwischen Modellergebnissen und Daten aufzuspüren. Diese Abweichungen werden in der Regel mittels einer Kostenfunktion erfaßt, die als Funktion der freien Parameter des Modells, der Kontrollvariablen, die es zu optimieren gilt, betrachtet werden kann. Zur Optimierung des Modells werden mit der Adjungierten Methode die Gradienten der freien Parameter berechnet, die dann mit Hilfe eines geeigneten Minimierungsalgorithmus zum Minimum der Kostenfunktion führen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein sogenanntes „eindimensionales“ Modell verwendet, bei dem die grundlegende Energiebilanzgleichung entlang einer räumlichen Dimension, dem Fetch², integriert wird. Diese Art der Integration wird als fetchbegrenzt bezeichnet. Dieser Fall ist charakterisiert durch folgende experimentelle Bedingungen: Von einer im Prinzip unendlich langen Küste wehe der Wind senkrecht ablandig konstant in Richtung und Betrag. Obwohl in der Natur solche Bedingungen nie exakt erfüllt sein können, liefern Ergebnisse verschiedener Experimente, die diesen Bedingungen grob genügen, interessante Einsichten in die prinzipiellen Mechanismen der Entwicklung von Windsee.

Solche fetchbegrenzten Modelle sind während der Entwicklung des globalen

²Auch im Deutschen hat sich die englische Bezeichnung 'fetch' für Windwirklänge eingebürgert (Hasselmann, 1960). Im folgenden werden die englischen Ausdrücke bei ihrer ersten Verwendung übersetzt und anschließend wie deutsche Worte verwendet.

Seegangmodells in den vergangenen zehn Jahren immer wieder zur Untersuchung prinzipieller Eigenschaften der Energiebilanzgleichung benutzt worden. Die Anpassung freier Parameter wurde dabei „per Hand“ durchgeführt. In dieser Arbeit werden erneut einige aktuelle, konkurrierende Ansätze für die Quellfunktionen in der Energiebilanzgleichung untersucht. Es wurden freie Parameter in diese Quellterme eingeführt und die Modellergebnisse mit Daten aus Experimenten unter fetchbegrenzten Bedingungen verglichen. Mit dem adjungierten Seegangmodell steht nun ein Werkzeug zur Verfügung, mit dessen Hilfe sich solche Optimierungen systematisch und für eine größere Anzahl freier Parameter durchführen lassen.

Da die Modellphysik im Vordergrund der Betrachtung steht, ist diese ausführlich in Kapitel 1 beschrieben. Hier werden insbesondere drei verschiedene Parametrisierungen der Modellierung des Energieübertrages von der atmosphärischen Grenzschicht zum Seegangsfeld diskutiert. In Kapitel 2 werden die Adjungierte Methode und die Technik ihrer Implementierung skizziert. In Kapitel 3 werden die Ergebnisse der drei Modelle einander gegenübergestellt. Neben der Definition der Kostenfunktion und der Beschreibung der Daten werden die Resultate einiger Optimierungen diskutiert. In der Schlußbemerkung werden die erzielten Resultate in einen größeren Zusammenhang gestellt, und es wird ein Ausblick auf weitere Anwendungen des Verfahrens gegeben.

Kapitel 1

Physik des Seegangmodells

Ziel dieser Arbeit ist zum einen der Vergleich verschiedener Parametrisierungen von Windantrieb und Dissipation im Seegangmodell WAM. Zum anderen werden Ergebnisse von Optimierungen des Modells mit der Adjungierten Methode dargestellt. Dabei wurden freie Parameter in den jeweils verwendeten Quellfunktionen angepaßt. Im Vordergrund steht also die physikalische Modellierung selbst. Für ein Verständnis der vorgestellten Ergebnisse ist eine detaillierte Darstellung der Modellphysik deswegen unerlässlich.

Kapitel 1.1 beschreibt die Grundgleichung des Modells, die Energiebilanzgleichung und Grundsätzliches zur Seegangsentwicklung. Kapitel 1.2 ist dem Problem der Kopplung der turbulenten Grenzschicht mit der bewegten Wasseroberfläche gewidmet. Es wird diskutiert, wie der Einfluß der bewegten Oberfläche auf den Luftstrom in den unteren Atmosphärenschichten berücksichtigt werden kann. Die einzelnen Quellterme der Energiebilanzgleichung, insbesondere drei verschiedene, aktuelle Ansätze zur Modellierung der Windanfachung, werden in Kapitel 1.3 beschrieben. Aspekte der numerischen Realisierung werden in Kapitel 1.4 erörtert.

1.1 Grundgleichungen

Im folgenden werden Grundbegriffe der Seegangbeschreibung skizzenhaft erläutert. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Hasselmann und Komen (1994).

STATISTISCHE BESCHREIBUNG

Der Messung direkt zugänglich ist die Auslenkung der Meeresoberfläche als Funktion von Raum und Zeit. Dem Beobachter bietet sich in einer Momentaufnahme ein komplexes Bild von Wellen verschiedener Wellenlängen, deren Richtungen bei einer Augenblicksaufnahme nicht ersichtlich sind. Zur Beschreibung des Zustandes muß außer der Auslenkung $\eta(\vec{x}; t)$ der zweidimensionalen Oberfläche als Funktion

von Ort $\vec{x} = (x_1, x_2)$ und Zeit t auch ein Geschwindigkeitsfeld bekannt sein. Hinzu treten noch die externen Bedingungen wie das Windfeld oder Tiden.

Da es prinzipiell nicht möglich ist, den Anfangszustand exakt zu bestimmen, wird das Seegangsfeld statistisch beschrieben. Dabei wird der Zustand der Meeresoberfläche auf zwei verschiedenen Skalen betrachtet. Auf einer im Verhältnis zu Wellenlängen und Perioden kleinen Skala laufen schnelle, lokale Prozesse ab, die statistisch stationär und stochastisch homogen sind. Die einzelnen Wellen sind nur schwach korreliert, da sie an verschiedenen Orten entstanden sind und sich, von einem kurzen Moment der Wechselwirkung abgesehen, unabhängig voneinander entwickeln. Die Wahrscheinlichkeitsverteilung eines solchen Prozesses wird durch die Gaußverteilung beschrieben. In guter Näherung kann damit zur Beschreibung die Kovarianzfunktion $\langle \eta(\vec{x}_1; t_1)\eta(\vec{x}_2; t_2) \rangle$ verwendet werden, deren Fouriertransformierte das Energie- oder Varianzspektrum $F = F(\vec{k}; \vec{x}, t)$ ist. Auf größeren Raum- und Zeitskalen steht das Seegangsfeld mit Atmosphäre und Ozean in Wechselwirkung, das Spektrum ändert sich unter dem Einfluß des Windes und durch Dissipation in die turbulente Grenzschicht. Diese Änderungen werden durch die Energiebilanzgleichung ausgedrückt.

ENERGIEBILANZGLEICHUNG

Ein typisches Seegangsspektrum weist als Funktion der Frequenz ein deutliches Maximum in Richtung des lokalen Windes auf, das als Windsee bezeichnet wird, wenn die Phasengeschwindigkeit dieser Welle die Windgeschwindigkeit nicht übersteigt. Darüber hinaus können noch weitere Wellensysteme, alte Windsee und Dünung, präsent sein, die unabhängig vom lokalen Windfeld sind (genaue Definition s. Gl. (1.13)). In einem eindimensionalen Modell besitzt das Spektrum nur ein Maximum, das sich im fetchbegrenzten Fall im Laufe der Seegangsentwicklung von höheren Frequenzen eines Windseespektrums hin zu kleineren Frequenzen verschiebt. Die Frequenz an diesem 'peak'¹ des Spektrums wird im folgenden mit ν bezeichnet.

Die Entwicklung des Seegangs läßt sich vollständig im Rahmen der o.g. Näherung für die zeitliche und räumliche Änderung des Varianzpektrums durch eine Energiebilanzgleichung beschreiben. Für Tiefwasserwellen ohne Berücksichtigung von Strömungen und Refraktion lautet sie:

$$\frac{D}{Dt}F = \frac{\partial F}{\partial t} + \vec{c}_{gr} \vec{\nabla} F = S_{tot} = S_{in} + S_{ds} + S_{nl} + \dots ; \quad F = F(\vec{k}; \vec{x}, t). \quad (1.1)$$

¹Dt.: Spitze oder Maximum. Im folgenden im Deutschen mit „der Peak“ bezeichnet.

Diese Gleichung gilt für schwach nichtlinear wechselwirkende Wellen und wird oft auch für das Wirkungsspektrum $\omega^{-1}F$ angegeben, eine Darstellung, die insbesondere zur Beschreibung der nichtlinearen Wechselwirkung benutzt wird. Tiefwasser bedeutet hier, daß die in Betracht gezogenen Wellenlängen klein gegenüber der Wassertiefe sind. Schwerewellen einer Wellenlänge zwischen 1 m und 1000 m, d.h. mit Frequenzen zwischen etwa 1.3 Hz und 0.04 Hz, werden durch diese Bilanzgleichung gut beschrieben. Die Winkelfrequenz $\omega = 2\pi f$ und die Wellenzahl k einer Welle sind über die Dispersionsrelation verknüpft, aus der in der üblichen Weise die Gruppen- und die Phasengeschwindigkeit berechnet werden:

$$\omega = \sqrt{gk}; \quad k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \vec{c}_g = \vec{\nabla}_k \omega(k); \quad c_{ph} = \frac{\omega(k)}{k}. \quad (1.2)$$

Hier ist g die Gravitationskonstante und λ die Wellenlänge. Kurze Wellen und insbesondere Kapillarwellen, bei denen die Oberflächenspannung nicht vernachlässigt werden kann, können nur diagnostisch beschrieben werden, indem das Spektrum bei höheren Frequenzen geeignet fortgesetzt wird. Dies wird in Kapitel 1.4 eingehender behandelt.

QUELLFUNKTIONEN

Die Wellenenergie ändert sich lokal durch die Wirkung der Quellterme auf der rechten Seite von Gl. (1.1) und wird advektiv transportiert mit der Gruppengeschwindigkeit \vec{c}_g . Die Quellterme beschreiben die Anfachung des Seegangs durch den Wind, S_{in} , die Dissipation von Energie durch Wellenbrechung und Schaumkronenbildung, S_{ds} , und den Energieaustausch durch resonante nichtlineare Wechselwirkung, S_{nl} .

Von diesen Quelltermen ist nur der letzte exakt bekannt. Er beschreibt den Teil der gesamten Quellfunktion S_{tot} , der durch Wechselwirkungen höherer Ordnung beherrscht wird. Es handelt sich um eine schwach nichtlineare Wechselwirkung, die sich geschlossen berechnen läßt (s. Kapitel 1.3.1). Es läßt sich zeigen, daß alle anderen Prozesse quasi-linear bezüglich des Spektrums sind. Für eine detaillierte Diskussion sei auf die zusammenfassende Darstellung in Hasselmann und Komen (1994) verwiesen.

Dissipative Prozesse lassen sich direkt schwer messen, und auch vom theoretischen Standpunkt ist ihre Beschreibung nur mit Hilfe zusätzlicher Annahmen möglich. Refraktion und Bodenreibung treten bei einem eindimensionalen Tiefwassermodell als dissipative Prozesse nicht auf, es wird nur die Dissipation durch Wellenbrechung und Schaumkronenbedeckung beschrieben. Die damit verbundenen

Prozesse können, obwohl sie lokal stark nichtlinear sind, als 'weak-in-the-mean'² aufgefaßt werden. Dabei wird in der statistischen Beschreibung vorausgesetzt, daß die Größenskala bei der Schaumkronenbildung auf der Meeresoberfläche klein verglichen mit typischen Wellenlängen und -perioden ist. Damit ist der Prozeß auf den Längen- und Zeitskalen des Spektrums quasi-linear beschreibbar.

Die Anfachung durch den Wind wird in der Regel ebenfalls als 'weak-in-the-mean' angenommen, beide Prozesse sind damit in erster Näherung linear im Spektrum. Der Proportionalitätsfaktor im Quellterm der Windanfachung hängt vom Windfeld, genauer vom Schubspannungstensor des Windes ab. Die unteren Schichten der Atmosphäre werden durch die Präsenz der bewegten Oberfläche gestört, so daß für die Strömung oberhalb derselben eine andere Beschreibung verwendet werden muß als für die über einer festen Oberfläche. Deswegen spielt es eine entscheidende Rolle, wie die turbulente Grenzschicht modelliert und parametrisiert wird. Darauf wird in Kapitel 1.2 eingegangen. Die drei Quellterme werden in Kapitel 1.3 eingehend diskutiert.

ENTWICKLUNG DES SEEGANGS

Beim Spektrum unterscheidet man verschiedene Bereiche: Der Prozeß der Entstehung von kleinen Schwerewellen ($\lambda \leq 1$ m) und Kapillarwellen ($\lambda \propto 1$ cm) auf der anfangs glatten Oberfläche durch turbulente Schwankungen im Druckfeld wird vom Modell nicht explizit berechnet. Der entsprechende Frequenzbereich oberhalb $f \simeq 1$ Hz kann nicht prognostisch behandelt werden. Er wird durch eine diagnostische Fortsetzung des prognostisch berechneten Spektrums modelliert. Allerdings wird die Trennung zwischen den beiden Bereichen in der Regel relativ zur Peakfrequenz vorgenommen (s. Kapitel 1.4).

Im Bereich zwischen 1.35ν und 3.0ν wird ein Gleichgewichtsspektrum erwartet, dessen energiereicher Teil zwischen etwa 1.35ν und 2.0ν liegt. Für diese Wellen sind die Anfachung durch den Wind und die Dissipation ausgeglichen. Die Form des Spektrums in diesem Bereich wird durch die nichtlineare Wechselwirkung bestimmt und ist in erster Näherung umgekehrt proportional zur vierten Potenz der Frequenz. Die komplexen Vorgänge im Bereich des Peak werden bei der Analyse der Energiebilanz in den verschiedenen Stadien der Seegangsentwicklung näher erläutert (Kapitel 3.1).

²Dt.: Im Mittel schwach.

Für die hier vorgestellten Untersuchungen wurde ein Modell verwendet, bei dem die Energiebilanzgleichung für ein stationäres Wellenfeld entlang *einer* räumlichen Dimension integriert wurde. Dabei durchläuft das Spektrum eine rasche Wachstumsphase, die von der nichtlinearen Wechselwirkung entscheidend geprägt wird. Nach einer Übergangsphase nähert es sich einem gesättigten Zustand an, in dem die Energiebilanz in allen Bereichen ausgeglichen ist. Der Peak des Spektrums wird dabei höher und fällt als Funktion der Frequenz steiler ab. Seine Frequenz ν verschiebt sich zu kleineren Werten (s. Abb. 1.1).

Ein saturierter Zustand, in dem das Spektrum kein Wachstum mehr aufweist und der auch als Zustand der voll entwickelten Windsee bezeichnet wird, tritt ein, wenn die Phasengeschwindigkeit der Welle am Maximum des Spektrums größer wird als die Windgeschwindigkeit. Ein Wellensystem, dessen Phasengeschwindigkeit die Windgeschwindigkeit um mehr als 20% überschreitet, wird als Dünung bezeichnet. Diese Wellen unterliegen keinerlei Einfluß durch den Wind und breiten sich über Tausende von Kilometern fast ungestört aus. Obwohl die Existenz eines voll entwickelten Zustandes noch immer Gegenstand der Diskussion ist, kann für alle Fälle von praktischer Relevanz davon ausgegangen werden, daß dieser erreicht wird. Beschrieben wird er auf Grundlage experimenteller Resultate nach Pierson und Moskowitz (1964) durch ein Spektrum der Form

$$E_{PM}(f) = \frac{\alpha_{Ph} g^2}{(2\pi)^4 f^5} \exp \left[-\frac{5}{4} \left(\frac{\nu_{PM}}{f} \right)^4 \right]; \quad \nu_{PM} = 0.13 \frac{u_{19.5}}{g}; \quad \alpha_{Ph,PM} = 8.1 \cdot 10^{-3} \quad (1.3)$$

wobei $u_{19.5}$ die Windgeschwindigkeit in 19.5 m Höhe ist, in der sie bei diesem Experiment gemessen wurde. Dieses im weiteren Verlauf als Pierson-Moskowitz-Spektrum bezeichnete Spektrum ist charakterisiert durch die Phillips-„Konstante“. Sie beschreibt den Energieinhalt im Gleichgewichtsteil des Spektrums zwischen 1.35ν und 2.0ν . Die Peakfrequenz wird für ein Pierson-Moskowitz-Spektrum als Funktion der Windgeschwindigkeit in 19.5 m Höhe angegeben (Gl. (1.3)). In der Regel wird jedoch eine dimensionslose Darstellung bevorzugt (s.u.).

Die Wachstumsphase des Seegangsspektrums wurde im Joint North Sea Wave Project (JONSWAP, Hasselmann *et al.* (1973)) untersucht, bei dem erstmals im großen Maßstab Spektren aufgenommen wurden, die detaillierte Erkenntnisse über Form und Entwicklung eines Spektrums unter fetchbegrenzten Bedingungen erbrachten. Die theoretische Berechnung der resonanten nichtlinearen Wechselwirkung war Anfang der sechziger Jahre erfolgreich durchgeführt worden (Hasselmann, 1961/63). Für kurzen bis mittleren Fetch gaben die Messungen im Rahmen

von JONSWAP die Möglichkeit, die Prozesse bei der Entstehung des Seegangsspektrums detailliert zu studieren. Ein wichtiges Ergebnis der Messungen während JONSWAP war die Bestätigung der theoretischen Berechnung der nichtlinearen Wechselwirkung, sowohl in Hinblick auf deren charakteristische Form als Funktion der Frequenz als auch für deren Bedeutung beim Wachstum der Windsee.

Aus den gemessenen Spektren wurde eine parametrisierte Form abgeleitet:

$$E_J(f) = \gamma \exp\left(-\frac{(f-\nu)^2}{2\sigma^2\nu^2}\right) E_{PM}(f) \quad \text{mit} \quad \gamma > 1, \quad \sigma = \begin{cases} \sigma_a & (f < \nu) \\ \sigma_b & (f > \nu) \end{cases} \quad (1.4)$$

Die Peakfrequenz ν , bei der E_J maximal ist, konvergiert, beginnend bei höheren Frequenzen für junge Windsee, gegen die Pierson-Moskowitz-Frequenz. Die Konstante γ modifiziert das Spektrum in der Nähe des Maximums. Dieser Peak-Erhöpfungsfaktor wurde eingeführt, um die gemessene Form für junge Windsee mit der Pierson-Moskowitz-Form für voll entwickelte Windsee zu verknüpfen. Der Wert ist $\gamma = 3.3$ für sehr junge Windsee, und für alte Windsee, $\gamma = 1.0$, geht das JONSWAP-Spektrum E_J in ein Pierson-Moskowitz-Spektrum E_{PM} über. Die Konstante σ bestimmt die Steilheit des spektralen Maximums und wurde aus den gemessenen Werten abschnittsweise ermittelt: $\sigma_a = 0.07$ und $\sigma_b = 0.09$. Das Spektrum ist in Abb. 1.1 mit einer Abbildung aus der Originalarbeit von Hasselmann *et al.* (1973) illustriert.

DIMENSIONSLOSE SEEGANGSCHARAKTERISTIKA

Es ist in der Ozeanographie üblich, charakteristische Größen in dimensionsloser Form darzustellen. Aus dem Spektrum abgeleitete Größen wie die Energie oder Varianz des Spektrums $\mathcal{E} = \iint df d\theta F(f, \theta)$ und die Peakfrequenz ν am Maximum des winkelintegrierten Frequenzspektrums $E(f) = \int d\theta F(f, \theta)$ lassen sich durch Skalierung mit einer geeigneten Kombination der Gravitationskonstanten und einer charakteristischen Geschwindigkeit, z.B. der Windgeschwindigkeit, ihrer Dimension entledigen.

Bei dieser Skalierung wurde ursprünglich als Windgeschwindigkeit $u_z = u_\infty$ in einer Höhe außerhalb der Grenzschicht angenommen, in welcher die Windgeschwindigkeit nicht mehr durch den Energie- und Impulsübertrag von der Atmosphäre zum Wellenfeld beeinflusst ist. Es gibt unterschiedliche Meinungen darüber, welche Geschwindigkeit eine angemessene Ersetzung für u_∞ darstellt (s. Diskussion in Kahma und Calkoen (1994)). Verwendet werden häufig die gemessene Windgeschwindigkeit u_z (meist bei $z=10$ m) oder die berechnete in der Höhe der halben

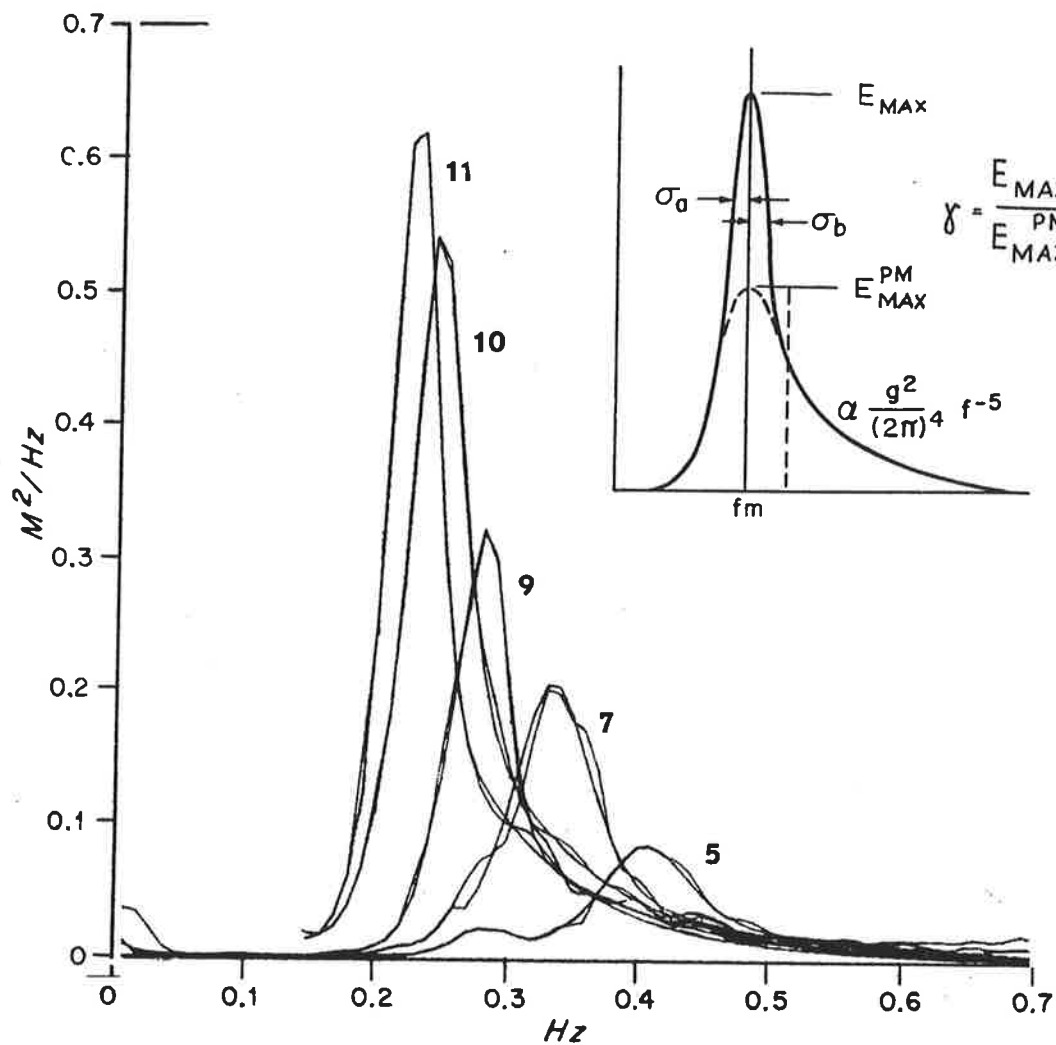


Abbildung 1.1: Das aus den JONSWAP-Daten abgeleitete Spektrum (Gl. (1.4)) als Modifikation des Pierson-Moskowitz-Spektrums, das den Zustand der voll entwickelten See beschreibt (Gl. (1.3)). Das große Bild zeigt die Entwicklung des Spektrums an Hand der Meßwerte eines Tages entlang des Fetch, die Nummern an den Spektren bezeichnen die Stationen (9,5, 20, 37, 52 und 80 km vor der Küste von Sylt). Zum Vergleich sind auch Approximationen dieser Spektren nach der Näherungsformel Gl. (1.4) eingezeichnet. Die bei dieser Definition verwendeten Größen illustriert das kleine Bild. (Abbildung aus Hasselmann *et al.* (1973))

Wellenlänge, u_λ . Bei letzterer muß eine Annahme über die Form des Windprofils als Funktion der Höhe über einer bewegten Oberfläche gemacht werden, welche von der für einen Luftstrom über einer glatten Oberfläche abweicht (s. Kapitel 1.2). Die Windgeschwindigkeit u_z ist in Höhen, in denen sie üblicherweise gemessen wird, nicht unbeeinflusst von der Präsenz der bewegten Oberfläche. Die unter Verwendung von u_{10} berechneten dimensionslosen Größen, etwa die dimensionslose Energie als Funktion des dimensionslosen Fetch, zeigen daher in der Tat nicht das erwartete universelle Verhalten: Im Bereich der voll entwickelten Windsee weichen die dimensionslosen Energien von Spektren, die sich unter unterschiedlichen Windgeschwindigkeiten entwickelt haben, um mehr als 10% voneinander ab.

Einen Ausweg bietet die Skalierung mit der Reibungsgeschwindigkeit u_* . Diese ist durch die vertikalen Komponenten des Windschubspannungstensors $\vec{\tau}$ definiert. Dieser wird als Funktion der horizontalen Geschwindigkeitskomponenten \vec{u} und der vertikalen Geschwindigkeit w in der Atmosphäre dargestellt (Komen, 1994):

$$u_* := \sqrt{\frac{\tau}{\rho_a}}; \quad \vec{\tau} \simeq \langle \vec{u}'w' \rangle = \nu_e \frac{\partial \vec{u}}{\partial z} \quad (1.5)$$

Der Index a steht für 'air' (Luft), ρ_a ist die mittlere Dichte von Luft. Auf eine ausführliche Herleitung wird hier verzichtet, eine zusammenfassende Darstellung und eine Diskussion der verschiedenen Näherungen für den kinematischen Viskositätskoeffizienten ν_e liefert Komen (1994).

Die Reibungsgeschwindigkeit u_* und die Windgeschwindigkeit u_z in einer Höhe z über der Meeresoberfläche sind verknüpft über den 'drag'-Koeffizienten³, der als Verhältnis von u_* zu u_z definiert ist:

$$C(z) = C_z = \left(\frac{u_*}{u_z} \right)^2. \quad (1.6)$$

Unter Benutzung der Reibungsgeschwindigkeit u_* werden die dimensionslosen Ausdrücke für Fetch, Energie und Peakfrequenz dargestellt durch:

$$\mathcal{X}_* = \frac{g}{u_*^2} \mathcal{X}, \quad \mathcal{E}_* = \frac{g^2}{u_*^4} \mathcal{E}, \quad \nu_* = \frac{u_*}{g} \nu. \quad (1.7)$$

Die Werte von \mathcal{E}_* und ν_* für ein Pierson-Moskowitz Spektrum wurden von Komen *et al.* (1984) zu

$$\mathcal{E}_{\text{PM}*} = 1.1 \cdot 10^3; \quad \nu_{\text{PM}*} = 5.6 \cdot 10^{-3} \quad (1.8)$$

berechnet. Zur Umrechnung von $u_{19.5}$ nach u_* wurde ein Drag-Koeffizient von $C_{10} = 1.8 \cdot 10^{-3}$ benutzt. Dieser Wert wurde für $u_{10} = 15$ m/s aus einer Näherungsformel

³Dt.: Reibungsbeiwert. Im folgenden wird die englische Bezeichnung verwendet.

berechnet (Gl. (1.12)), die auf der Annahme eines logarithmischen Windprofils basiert (Gl. (1.9)). Die Windgeschwindigkeit $u_{19,5}$ während der Experimente lag zwischen 10 und 20 m/s. Die von Komen *et al.* (1984) berechneten Werte von \mathcal{E}_{PM*} und ν_{PM*} sowie der Pierson-Moskowitz-Wert für den Phillips-Parameter $\alpha_{Ph,PM}$ sind bei der Entwicklung des Seegangmodells in den letzten zehn Jahren zur Eichung benutzt worden.

WACHSTUMSGESETZE

Aus den gemessenen Spektren wurden für dimensionslose Energie, Peakfrequenz und den Phillips-Parameter Potenzgesetze abgeleitet, die deren Änderung entlang des dimensionslosen Fetch beschreiben. In diesen Fetch- oder Wachstumsgesetzen wurde bei JONSWAP allerdings statt der Reibungsgeschwindigkeit u_* die gemessene Windgeschwindigkeit u_{10} zur Skalierung benutzt. Die Wachstumsgesetze wurden deswegen zuerst für Größen angegeben, die analog der Skalierung mit u_* nach Gl. (1.7) mit Hilfe von u_{10} dimensionslos dargestellt werden.

Die gemessenen Energien und Peakfrequenzen sowie die aus den Spektren ermittelten Werte des Phillips-Parameters und der JONSWAP-Parameter (γ , σ_a und σ_b) wurden als Funktion des dimensionslosen Fetch $\tilde{\mathcal{X}} = \frac{g}{u_{10}^2} \mathcal{X}$ in doppelt-logarithmischem Maßstab aufgetragen. Durch die resultierenden Graphen wurden Ausgleichskurven gelegt, die dann die dimensionslosen Größen als Potenz des dimensionslosen Fetch beschreiben. In Kapitel 3.2.1 wird dargestellt, wie diese Wachstumsgesetze in eine Darstellung unter Verwendung von u_* übertragen werden können. Für γ und σ wurden auf Grundlage der JONSWAP-Ergebnisse keine Wachstumsgesetze angegeben, da diese Parameter eine große Variabilität aufwiesen und keine klare Abhängigkeit vom Fetch zeigten. Seit JONSWAP sind eine ganze Reihe von Experimenten unter fetchbegrenzten Bedingungen durchgeführt worden (s. Übersicht in Kahma und Calkoen (1992), (1994)). Die Wachstumsgesetze wurden im Rahmen der hier beschriebenen Optimierungen als Daten für kleinen Fetch verwendet. Die benutzten Konstanten sind in Tab. 3.2 angegeben.

1.2 Wechselwirkung zwischen Wind und Wellen

In welcher Weise genau der Luftstrom über der Meeresoberfläche zur Entstehung von Oberflächenwellen führt, ist noch nicht restlos geklärt (s. die Diskussion in Janssen (1994a)). Einigkeit besteht darüber, daß sowohl lokale Turbulenzen wie z.B. zufällige Druckschwankungen als auch die Form des Windfeldes entscheidend sind. Eine zentrale Rolle spielt dabei die Frage, wie sich das Windprofil mit der Höhe durch die Präsenz der bewegten Oberfläche ändert. Experimentell zugänglich ist in der Regel nur die Windgeschwindigkeit u_z in einer Höhe z (üblicherweise 10 m) über der mittleren Meeresoberfläche. Eine bessere Charakterisierung der Grenzschicht bietet jedoch die Reibungsgeschwindigkeit u_* direkt an der Oberfläche, die nach der o.a. Beziehung (Gl. (1.5)) mit der Windschubspannung verknüpft ist. Voraussetzung für die Berechnung der Windanfachung ist deswegen eine Modellierung des Drag-Koeffizienten, Gl. (1.6). Es liegen experimentelle Belege vor, daß eine Abhängigkeit desselben nur von der Windgeschwindigkeit u_z den komplexen Prozessen an der Grenzschicht zwischen Atmosphäre und Ozean nicht gerecht wird (s. Diskussion in Janssen (1994a)).

Für eine neutral geschichtete Atmosphäre und wenn der Einfluß der Oberflächenwellen auf die unteren Atmosphärenschichten vernachlässigt wird, ist die Änderung der Windgeschwindigkeit mit der Höhe proportional zum Verhältnis von u_* zu z (Phillips (1977), Komen (1994)). Bei dem resultierenden Windprofil hängt die Windgeschwindigkeit dann logarithmisch von der Höhe ab:

$$\frac{\partial u(z)}{\partial z} = \frac{u_*}{\kappa z} \xrightarrow{\text{Integration}} u(z) = u_z = \frac{u_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) \quad (1.9)$$

mit der experimentell bestimmten von Kármán-Konstante $\kappa = 0.4$. Die Integrationskonstante z_0 wird als Rauigkeitslänge bezeichnet. Für eine Darstellung derselben schlug Charnock (1955) auf Grund von Dimensionsbetrachtungen die Beziehung

$$z_0 = \frac{\alpha_{\text{Ch}} u_*^2}{g} \quad (1.10)$$

vor. Die Charnock-„Konstante“ α_{Ch} ist von der Größenordnung 10^{-2} . Die Angaben für den genauen Wert variieren von 0.0144 (Charnock, 1955) bis 0.0185 (Wu, 1982). Für den gesuchten Drag-Koeffizienten als Quotienten aus u_* und u_z ergibt sich unter Benutzung des logarithmischen Windprofils nach Gl. (1.9) und der Rauigkeitslänge nach Gl. (1.10)

$$C_z = \left[\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \right]^2 = \left[\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{z}{\alpha_{\text{Ch}}}\right)} \right]^2 \quad \left(Z = \frac{g}{u_*^2} z \right) \quad (1.11)$$

mit \mathcal{Z} als dimensionsloser Höhe. Da die Reibungsgeschwindigkeit meist nicht direkt gemessen wird, muß sie in der Praxis aus der tatsächlich gemessenen Windgeschwindigkeit u_z in der Höhe z mittels des Drag-Koeffizienten berechnet werden. Dieser hängt aber nach Gl. (1.11) selbst von u_* ab, so daß die Bestimmung von C_z iterativ erfolgen muß. Wu (1982) hat das Ergebnis durch einen windgeschwindigkeitsabhängigen Ausdruck approximiert:

$$C_{10} = \begin{cases} 1.2875 \cdot 10^{-3} & \text{für } u_{10} < 7.5 \text{ m/s} \\ (0.8 + 0.065u_{10}) \cdot 10^{-3} & \text{für } u_{10} \geq 7.5 \text{ m/s} \end{cases} \quad (1.12)$$

Phillips (1977) zeigte, daß das logarithmische Windprofil (Gl. (1.9)) der erste Term einer Taylor-Reihenentwicklung einer allgemeineren Form des Windprofils ist, welches dann als Funktion von $\zeta = z - ae^{-kz}$ dargestellt wird. Anschaulich bedeutet dies, daß die unteren Schichten der Atmosphäre über der bewegten Wasseroberfläche durch die langen Wellen deformiert sind. In der atmosphärischen Grenzschicht wird das Windfeld gewissermaßen verformt, um den großskaligen Oberflächenwellungen zu folgen.

Neuere Ansätze zur Bestimmung der Rauigkeitslänge gehen davon aus, daß der Wert der Charnock-„Konstante“ α_{Ch} vom Seegangszustand abhängt. Eine Möglichkeit, dieses zu charakterisieren, bietet das dimensionslose Wellenalter. Es ist definiert als Verhältnis der Phasengeschwindigkeit der Peak-Welle zur Reibungsgeschwindigkeit u_* :

$$\text{„Junge“ Windsee: } \frac{c_{ph}}{u_*} \simeq 10 ; \quad \text{„Alte“ Windsee: } \frac{c_{ph}}{u_*} \simeq 25 \quad (1.13)$$

Janssen (1991) fand experimentelle Hinweise darauf, daß das Windprofil für junge Windsee und in geringer Höhe über der Wasseroberfläche von der logarithmischen Form abweicht. Er versuchte, dies zu parametrisieren, indem er eine zunächst unbekannte, aber kleine Korrektur z_1 des logarithmischen Profils einführte, und setzte für das Windprofil die Form

$$u_z = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z + z_1}{z_0 + z_1} \right) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \left(\frac{z + z_1}{z_0^{Ja}} \right) ; \quad (z_0^{Ja} = z_0 + z_1) \quad (1.14)$$

mit der Rauigkeitslänge z_0 von Charnock nach Gl. (1.10) an. Im folgenden analysierte er die Impulsbilanz des Luftstromes über Ozeanwellen, vernachlässigte dabei allerdings die Viskosität und nutzte im Laufe der Rechnung aus, daß z_1 definitivgemäß klein gegenüber z sein soll. Dadurch gelangt er auf eine modifizierte

Darstellung z_0^{Ja} der Rauigkeitslänge

$$z_0^{\text{Ja}} = \frac{\tilde{\alpha}_{\text{Ch}} u_*^2}{\sqrt{1 - \frac{\tau_w}{\tau}} g}; \quad \Rightarrow C_z^{\text{Ja}}(z) = \left[\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{z}{z_0^{\text{Ja}}}\right)} \right]^2 = \left[\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{z}{\tilde{\alpha}_{\text{Ch}} \sqrt{1 - \frac{\tau_w}{\tau}}}\right)} \right]^2 \quad (1.15)$$

die nun durch den welleninduzierten Anteil der Schubspannung τ_w vom Zustand der Meeresoberfläche anhängt. Der modifizierte Drag-Koeffizient hängt damit nicht nur wie oben implizit von u_* ab, sondern wird zusätzlich vom Spektrum beeinflusst: Die welleninduzierte Schubspannung τ_w , die den Impulstransport in vertikaler Richtung vom Wellenfeld zur Atmosphäre beschreibt, wird aus der zeitlichen Änderung des Gesamtimpulses $\vec{P} = \rho_w \omega F(\vec{k}) \vec{e}_{\vec{k}}$ berechnet und hängt daher vom Quellterm der Windanfischung ab, der seinerseits eine Funktion des Spektrums ist:

$$\vec{\tau}_w = \int d\vec{k} \frac{\partial}{\partial t} \vec{P}(\vec{k}) \Big|_{\text{Wind}} = \rho_w \int d\vec{k} S_{\text{in}}(\vec{k}) \omega \vec{e}_{\vec{k}}; \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} F \Big|_{\text{Wind}} = S_{\text{in}} \right) \quad (1.16)$$

Hier ist ρ_w die Wasserdichte, und $\vec{e}_{\vec{k}} = \vec{k}/|\vec{k}|$ ist der Einheitsvektor in Richtung von \vec{k} . Ein beträchtlicher Teil des Integrals rührt von Beiträgen des hochfrequenten Teils her, der im Modell nur diagnostisch behandelt wird. Darauf wird in Kapitel 1.4 eingegangen.

Für junge Windsee ist τ_w der dominante Anteil der Gesamtschubspannung τ . Der Wert für alte Windsee ist bis jetzt nicht experimentell bestimmt worden. Da er auch theoretisch nicht bekannt ist, mußte die modifizierte Charnock-Konstante $\tilde{\alpha}_{\text{Ch}}$ in Gl. (1.15) mit Hilfe von Modellintegrationen angepaßt werden. Janssen ermittelte durch „trial and error“ (Janssen, 1991) einen Wert von $\tilde{\alpha}_{\text{Ch}} = 0.011$. Der derzeit im Modell verwendete Wert von $\tilde{\alpha}_{\text{Ch}}$ ist 0.010 (Janssen, 1994b). Für diese Anpassung benutzte er ein eindimensionales Seegangmodell ähnlich dem hier verwendeten. Als Kriterium wurde gefordert, daß das Modell für die voll entwickelte See $z_0^{\text{Ja}} = z_0$ liefert, mit $\alpha_{\text{Ch}} = 0.0185$. In der Begründung des von ihm vorgeschlagenen Quellterms für die Windanfischung (s. Gl. (1.30) in Kapitel 1.3.2), der im derzeit aktuellen WAM cycle 4 verwendet wird, benutzt Janssen allerdings wechselweise $\alpha_{\text{Ch}} = 0.0185$ und $\alpha_{\text{Ch}} = 0.0144$, um die Brauchbarkeit seines Ansatzes zu diskutieren (Janssen, 1994b).

1.3 Die Quellterme

In der Energiebilanzgleichung Gl. (1.1) wird das Spektrum lokal durch eine Quellfunktion verändert. Diese hängt von äußeren Einflußgrößen wie dem Windfeld, aber auch von Seegangparametern wie der Varianz und der mittleren Frequenz des Spektrums sowie nicht zuletzt von diesem selbst ab. Die Gesamtquellfunktion S_{tot} wird in Teile entsprechend der physikalischen Herkunft ihrer Wirkung auf das Spektrum aufgeteilt:

Die Anfachung durch den Wind, S_{in} , beschreibt den Energieübertrag aus dem Windfeld in der atmosphärischen Grenzschicht auf die einzelnen Komponenten des Seegangsfeldes. Die Dissipation, S_{ds} , stellt den Energieverlust der Wellen dar, wobei in dem hier betrachteten Tiefwassermodell nur die Energiedissipation in Folge von Wellenbrechung und Schaumkronenbildung auftritt. In flachem Wasser treten noch Verluste durch Bodenreibung, Refraktion sowie im realen Ozean Wechselwirkungen mit Strömungen auf.

Beide Prozesse haben ein unterschiedliches Vorzeichen und hängen auf verschiedene Weise vom Spektrum und von externen Einflüssen wie dem Windfeld ab. Auf Skalen, die im Verhältnis zu den typischen Wellenlängen und Perioden des Spektrums klein sind, sind diese Prozesse nichtlinear. Solche Prozesse werden als 'weak-in-the-mean' bezeichnet, wenn die durch sie bewirkte Änderung des Spektrums klein gegenüber dem Spektrum selbst ist.

Von besonderer Bedeutung ist die resonante nichtlineare Wechselwirkung, S_{nl} . Sie ist hauptsächlich verantwortlich für das Wachstum der Windsee, da sie Energie kaskadenartig von Bereichen des Spektrums, die vom Windfeld Energie erhalten, in andere Bereiche verteilt. Diese Wechselwirkung ist geschlossen berechenbar, allerdings ist die exakte Berechnung innerhalb eines operationellen Systems zu aufwendig.

Die einzelnen Teile der Quellfunktion, S_{in} , S_{ds} und S_{nl} , werden in diesem Kapitel beschrieben. Es werden die drei gegenwärtig konkurrierenden Ansätze zur Modellierung der Anfachung des Seegangs durch den Wind dargestellt (Kapitel 1.3.2). Vorher werden in Kapitel 1.3.1 die Form und Bedeutung der nichtlinearen Wechselwirkung sowie die hier verwendete Näherung erläutert. In Kapitel 1.3.3 wird die Modellierung der Dissipation beschrieben.

1.3.1 Resonante nichtlineare Wechselwirkung

Da die nichtlineare Wechselwirkung die entscheidende Rolle bei der Entwicklung des Seegangs spielt, sollen ihre wichtigsten Eigenschaften hier skizziert werden, ohne jedoch die vollständige Herleitung wiederzugeben. Hier sei verwiesen auf die ausführliche Darstellung in Hasselmann *et al.* (1994) sowie auf die Originalliteratur (Hasselmann (1961/63), (1967), (1968)).

Die Berechnung des exakten Ausdrucks war bisher zu aufwendig für den Einsatz in einem operationellen Modell. Deswegen wird eine Näherung verwendet, welche die Rolle der nichtlinearen Wechselwirkung innerhalb des Modells allerdings sehr gut erfüllt. In eigenen Vorarbeiten wurde untersucht, inwieweit einige neuere Ideen für eine effizientere Berechnung des exakten Ausdrucks es ermöglichen könnten, auf die verwendete Näherung zu verzichten. Es hat sich jedoch gezeigt, daß diese Ansätze nicht die erhoffte Beschleunigung erzielten.

DIE ROLLE DER NICHTLINEAREN WECHSELWIRKUNG

Der fundamentale Mechanismus, durch den die nichtlineare Wechselwirkung das Wachstum der Windsee bestimmt, liegt in der spezifischen Form von S_{nl} als Funktion der Frequenz begründet. Diese ist von der Form $+ - +$. Sie weist also zwei positive Peaks bei niedrigen und hohen Frequenzen auf und einen negativen im mittleren Bereich. Die Lagen des niederfrequenten positiven und des negativen Peak von S_{nl} relativ zum Maximum des Spektrums sind sowohl für die Verschiebung der Peakfrequenz mit wachsender Windsee als auch für die Saturierung im voll entwickelten Zustand verantwortlich.

Für junge Windsee transportiert der niederfrequente *positive* Peak von S_{nl} Energie zu Frequenzen unterhalb der Peakfrequenz auf die niederfrequente Seite des spektralen Maximums. Sie stammt aus den Bereichen des Spektrums, die maximalen Eintrag vom Windfeld erhalten. Dort hat S_{nl} ein ausgeprägtes Minimum (s. Abb. 1.2, links). Dieser kaskadenartige Transport von Energie zu den kleineren Frequenzen führt zu einer schrittweisen Verschiebung des spektralen Maximums hin zu diesen bei gleichzeitigem Wachstum des spektralen Peaks.

Hat sich der spektrale Peak zu Wellen verschoben, deren Phasengeschwindigkeiten oberhalb der Windgeschwindigkeit liegen, wird dem Seegangssystem kaum noch Energie zugeführt, da im Gleichgewichtsbereich des Spektrums die Energie etwa in gleichem Maße dissipiert und von der nichtlinearen Wechselwirkung umverteilt wird, wie vom Wind eingetragen. Die nichtlineare Wechselwirkung entfaltet

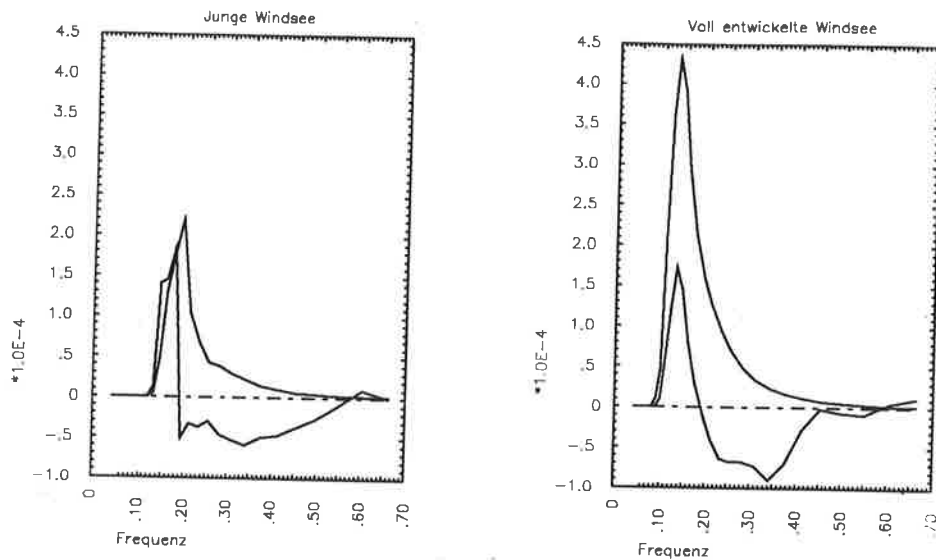


Abbildung 1.2: Der Quellterm der nichtlinearen Wechselwirkung nach der Näherungsformel (Gl. (1.20)) und das Spektrum, links für junge Windsee, $\mathcal{X}_* = 3.0 \cdot 10^6$, und rechts für alte Windsee, $\mathcal{X}_* = 1.2 \cdot 10^8$. Der Quellterm wurde mit $1.0 \cdot 10^4$ skaliert, damit er gemeinsam mit dem Spektrum abgebildet werden kann.

jetzt eine stabilisierende Wirkung, da deren positiver Peak nun fast genau mit dem des Spektrums zusammenfällt (s. Abb. 1.2, rechts) und dort die Summe der Quellterme für Windanfachung und Dissipation balanciert (s. Kapitel 3.1.2). Verschiebt sich der spektrale Peak relativ zu dem von S_{nl} durch leichte Störungen zu größeren oder kleineren Frequenzen, wird er durch den oben beschriebenen Mechanismus wieder zurückgeführt.

Dieser Mechanismus wird beim Modellvergleich von WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM in Kapitel 3.1.2 im Detail sichtbar. Dort wird gleichzeitig deutlich, daß auch die Näherung für die verwendete exakte Wechselwirkung diese Aufgaben in der Tat sehr gut erfüllt. Das aber ist genau das entscheidende Kriterium, welches die Näherung erfüllen muß.

EXAKTE NICHTLINEARE WECHSELWIRKUNG

Es läßt sich zeigen, daß die resonante Wechselwirkung von vier Wellen für Schwellenwellen der erste nicht verschwindende Beitrag von Wechselwirkungen höherer Ordnung ist. Die beteiligten Wellen müssen eine Resonanzbedingung in \vec{k} und ω erfüllen, die sich im Teilchenbild als Erzeugung einer Welle durch Wechselwirkung

dreier anderer deuten läßt (Hasselmann, 1967):

$$\vec{k}_4 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 \quad \text{und} \quad \omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 \quad (1.17)$$

Für diese Wellen läßt sich der Energiezuwachs für die Welle der Wellenzahl \vec{k}_4 durch ein Boltzmannintegral berechnen, in dem außer den Resonanzbedingungen noch ein Wechselwirkungskoeffizient und ein Produktterm der Spektralwerte der vier Wellenzahlen des Quadrupletts vorkommen. Durch Einführung einer geeigneten Summe von δ -Distributionen $\mu(\vec{k}; \vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4)$ läßt sich das Integral auf eine Form bringen, welche die Symmetrie der Wechselwirkung in den vier beteiligten Komponenten zum Ausdruck bringt:

$$S_{\text{nl}}^{\text{ex}}(\vec{k}) = \iiint d\vec{k}_1 \cdots d\vec{k}_4 \sigma(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4) \Pi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4) \mu(\vec{k}; \vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4) \quad (1.18)$$

mit

$$\begin{aligned} \sigma(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4) &= \sigma_{1234} \delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4) \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 - \omega_4) \\ \Pi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4) &= N_1 N_2 (N_3 + N_4) - N_3 N_4 (N_1 + N_2), \quad N_i = \frac{F(\vec{k}_i)}{\omega_i} \\ \mu(\vec{k}; \vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4) &= \delta(\vec{k} - \vec{k}_3) + \delta(\vec{k} - \vec{k}_4) - \delta(\vec{k} - \vec{k}_1) + \delta(\vec{k} - \vec{k}_2) \end{aligned} \quad (1.19)$$

Hier ist N_i das Wirkungsspektrum am Punkt \vec{k}_i und σ_{1234} ist ein Wechselwirkungskoeffizient. Die Funktion $\mu(\vec{k}; \vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4)$ filtert aus dem Phasenraum durch die δ -Distributionen diejenigen Quadrupletts $(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4)$ von \vec{k} -Punkten heraus, für die eine der beteiligten Wellenzahlen gerade gleich \vec{k} ist. S_{nl} ist nicht nur symmetrisch bezüglich der beteiligten Wellenzahlen, sondern erfüllt auch Erhaltungssätze für Energie, Impuls und Wirkung. Die ersten beiden haben zur Folge, daß die Struktur der Wechselwirkung als Funktion der Wellenzahl \vec{k} von der Form $+ - +$ sein muß (Hasselmann, 1961/63). Diese Form ist von entscheidender Bedeutung für das Wachstum der Windsee, da sie die Energie kaskadenartig innerhalb des Spektrums vom mittleren Teil sowohl in den starken positiven Peak bei niedrigeren als auch in den bei höheren Frequenzen umverteilt.

Hervorzuheben ist, daß S_{nl} nicht nur integralen Erhaltungssätzen genügt, sondern auch einem „Prinzip des detaillierten Gleichgewichts“ für ein einzelnes Quadruplett gehorcht. Dies ermöglicht es, den Phasenraum für die Berechnung des Integrals geeignet zu zerlegen. Allerdings haben sich alle Anstrengungen, dies in einer so effizienten Weise durchzuführen, daß das Integral sich im Rahmen eines operationellen Modells exakt berechnen läßt, als nicht erfolgreich erwiesen. Auch die schnellste Methode benötigt noch mehrere Größenordnungen der Rechenzeit, die zur Berechnung der übrigen Quellterme verwendet wird.

TECHNIKEN ZUR BERECHNUNG DES EXAKTEN AUSDRUCKS

Skizzenhaft seien hier zwei Wege zur Berechnung des Integrals Gl. (1.18) angedeutet: S. und K. Hasselmann (1981) fanden durch geeignete Variablentransformation und unter Ausnutzung der Resonanzbedingungen sowie der Symmetrie, die das achtfache Integral auf effektiv fünf Dimensionen reduzieren, ein Verfahren, mit dem die nichtlineare Wechselwirkung erstmals im Rahmen eines Seegangmodells überhaupt berechnet werden konnte (EXACT-NL, S. und K. Hasselmann (1981)). Bei diesem Verfahren werden aus dem Phasenraum an Hand der Berechnung von S_{nl} für ein Referenzspektrum die wesentlichen Teile „herausgefiltert“. Im Modell wird das aktuelle Spektrum durch eine Ähnlichkeitstransformation, die einer Streckung der Frequenzachse entspricht, auf den Peak-Bereich des Referenzspektrums transformiert, so daß die Benutzung des Teilphasenraumes gerechtfertigt ist.

Einen anderen Ansatz als die „Filtertechnik“ verfolgt die Methode der „Vorsummation“, die auf einer Idee von Thacker (1982) basiert. Im Kern beruht dieser Ansatz auf der Erkenntnis, daß der Phasenraum zur Integration von S_{nl} wesentlich feiner diskretisiert werden muß als der Spektralraum, auf dem das Spektrum im Rahmen des Modells berechnet wird. Dieses Mißverhältnis ermöglicht es, für ein gegebenes Spektralgitter des Modells die Wechselwirkungskoeffizienten aller derjenigen Quadrupletts vorzusummieren, deren beteiligte Wellenzahlen zu denselben Frequenz-Richtungs-Kombinationen im Spektralraum gehören. Damit muß ein großer Teil der Berechnungen nur einmal durchgeführt werden, allerdings abhängig von der Auflösung des spektralen Gitters des Modells. Nichtsdestotrotz muß das spektrale Produkt $\Pi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_4)$ für die vorsummierten Kombinationen innerhalb des Modells in jedem Schritt an allen Ortspunkten individuell berechnet werden.

Beide Verfahren wurden im Rahmen der eigenen Vorarbeiten noch einmal detailliert untersucht. Die Filtertechnik konnte durch Umstellungen in der numerischen Berechnung zwar noch erheblich beschleunigt werden (etwa Faktor zehn), der Bedarf an Speicherplatz und Rechenzeit liegt aber immer noch jenseits einer operationellen Anwendbarkeit. Die Technik der Vorsummation wurde im Rahmen der Zusammenarbeit mit Snyder und Thacker in das verwendete Modell implementiert und getestet (Snyder *et al.*, 1993). Versuche, die Berechnung so effizient durchzuführen, daß das Verfahren praktisch einsetzbar wäre, stießen auch hier an die Grenze derzeit verfügbarer Rechnerleistung. Da deswegen an einen operationellen Einsatz in nächster Zeit nicht gedacht ist, wurde für die Optimierungen die im operationellen Modell verwendete Näherung (Gl. (1.20)) adjungiert. Nicht zuletzt aus den im nächsten Abschnitt ausgeführten Gründen ist die Verwendung

der Näherung gerechtfertigt.

NÄHERUNG FÜR DEN EXAKTEN AUSDRUCKS

Im Rahmen des Versuches, eine Näherung für den exakten Ausdruck von S_{nl} zu finden, die für ein gegebenes Spektrum möglichst gut mit diesem übereinstimmt, fanden S. Hasselmann *et al.* (1985), daß diese Forderung schwer zu erfüllen ist, wenn die Näherung für viele verschiedene Spektren funktionieren soll. Insbesondere reagiert die nichtlineare Wechselwirkung derart sensitiv auf kleine Änderungen im Spektrum, daß eine Näherung, die für ein bestimmtes Spektrum gut sein mag, schon im nächsten Integrationsschritt völlig falsch sein kann. In einem Modell, das die Energiebilanzgleichung integriert, sind andere Erfordernisse maßgeblich als eine möglichst gute Übereinstimmung im Detail für ein einzelnes Spektrum. So zeigt sich, daß einzig die Wiedergabe der Haupteigenschaften des exakten Integrals schon genügt, damit die in der Praxis relevanten Modellergebnisse wie Energie und Peakfrequenz aber auch das Spektrum selbst mit den Resultaten des Modells, das den exakten Term enthält, gut übereinstimmen. In der Hauptsache bedeutet dies, daß die Näherung in jedem Falle dieselbe $+ - +$ Struktur aufweisen muß wie das Original. Dies wird erfüllt durch einen Ausdruck, der dieselben Symmetrieeigenschaften wie das gesamte Integral aufweist, sowohl in der integralen Form der Erhaltungssätze als auch für jedes Quadruplett nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts. Erreicht wird dies, indem ein stark reduzierter Phasenraum verwendet wird, der in diesem Fall sogar nur aus einem Quadruplett und seinem Spiegelbild pro \vec{k} -Punkt des spektralen Gitters besteht. Die Näherung wurde mit 'discrete interaction approximation'⁴ benannt.

$$S_{\text{nl}}^{\text{di}}(\vec{k}) = \omega \sigma(\vec{k}) \int d\vec{k}' \left\{ \Pi(\vec{k}'_0, \vec{k}'_+, \vec{k}'_-) \mu(\vec{k}; \vec{k}'_0, \vec{k}'_{\pm}) \right. \\ \left. + \Pi(\vec{k}'_0, \vec{k}'_{+,m}, \vec{k}'_{-,m}) \mu(\vec{k}; \vec{k}'_0, \vec{k}'_{\pm,m}) \right\} \quad (1.20)$$

mit

$$\sigma(\vec{k}) = \nu_M k^{-4} g^{-4} f^{11} (2\pi)^{-8} \\ \Pi(\vec{k}'_0, \vec{k}'_+, \vec{k}'_-) = N_0^2 (N_+ + N_-) - 2N_+ N_- N_0; \quad N_{0,\pm} = \frac{F(\vec{k}'_{0,\pm})}{\omega_{0,\pm}} \\ \mu(\vec{k}; \vec{k}'_0, \vec{k}'_{\pm}) = \delta(\vec{k} - \vec{k}'_+) + \delta(\vec{k} - \vec{k}'_-) - 2\delta(\vec{k} - \vec{k}'_0) \quad . \quad (1.21)$$

und genauso für $\Pi(\vec{k}'_0, \vec{k}'_{+,m}, \vec{k}'_{-,m})$ und $\mu(\vec{k}; \vec{k}'_0, \vec{k}'_{\pm,m})$. Die Konfiguration $(\vec{k}'_0, \vec{k}'_{\pm})$ und das Spiegelbild $(\vec{k}'_0, \vec{k}'_{\pm,m})$ sind durch eine einfache Transformation mit \vec{k}

⁴Dt.: Diskrete Wechselwirkungsnaheerung

verknüpft: Die Punkte \vec{k}_\pm und $\vec{k}_{\pm,m}$ werden dabei ermittelt durch die Berechnung der entsprechenden Winkel θ_\pm und Frequenzen f_\pm , die mit \vec{k} über die Dispersionsrelation durch $f_i = \omega_i/2\pi = \sqrt{gk_i}/2\pi$ verbunden sind:

$$f_1 = f_2 = f_0 \quad f_3 \equiv f_+ = (1 + \mathcal{N}_\lambda \nu_\lambda) f_0 \quad f_4 \equiv f_- = (1 - \mathcal{N}_\lambda \nu_\lambda) f_0 \quad (1.22)$$

f_\pm und θ_\pm werden so bestimmt, daß die vektorielle Addition von \vec{k}_3 und \vec{k}_4 gleich $2\vec{k}_0$ ist. Diese Quadrupletts werden für jeden Punkt des diskretisierten Spektalgitters des Modells aufgestellt. Da die Werte von f_\pm und θ_\pm nicht automatisch auf Gitterpunkte fallen, wird das Spektrum an diesen Punkten durch bilineare Interpolation bestimmt. Die Gewichte und Indizes der beteiligten Punkte müssen nur einmal berechnet werden. Je nach Wahl der Konstanten ν_λ steht damit jeder Punkt des Spektalgitters als \vec{k}_0 durch die nichtlineare Wechselwirkung mit bis zu 16 anderen spektralen Punkten in Verbindung. Gleichzeitig gibt es Beiträge zu S_{nl} an diesem Punkt, wenn er zum \vec{k}_\pm oder $\vec{k}_{\pm,m}$ eines anderen \vec{k}_0 beiträgt. Diese Operation läßt sich leider nur teilweise parallelisieren, so daß auch die Näherung der nichtlinearen Wechselwirkung den größten Anteil der Rechenzeit eines Integrationsschrittes verbraucht.

Werte für ν_M und ν_λ bestimmten S. Hasselmann *et al.* (1985) durch Vergleich der Ergebnisse von Modellintegrationen mit solchen unter Verwendung des exakten Ausdrucks. Für $\nu_M = 3.0 \cdot 10^3$ und $\nu_\lambda = 0.25$ fanden sie eine gute Übereinstimmung, so daß diese Werte im operationellen Modell eingesetzt werden. Die Hinzunahme weiterer Quadrupletts brachte keine Verbesserung.

Solche Optimierungen könnten mit der Adjungierten Methode und den Spektren des exakten Modells als „Daten“ systematisch erfolgen. Dies wurde noch nicht durchgeführt, da es sinnvoll wäre, in einem ersten Schritt die Quellterme für Windanfischung und Dissipation für das Modell mit der exakten nichtlinearen Wechselwirkung unter Verwendung beobachteter Daten zu optimieren. Im Rahmen der Entwicklung des adjungierten Seegangmodells wurde auch der exakte Ausdruck bereits adjungiert, und in der Näherung wurde ein freier Parameter \mathcal{N}_λ eingeführt, um die Konstante ν_λ zu optimieren. Die Anwendung wurde aber zurückgestellt, da — wie oben beschrieben — die Berechnung des exakten Ausdrucks noch nicht schnell genug ist.

1.3.2 Anfachung des Seegangs durch den Wind

HISTORISCHE ASPEKTE

Die verschiedenen Versuche, den Prozeß der Anfachung des Seegangs durch den Wind theoretisch zu beschreiben, bilden ein interessantes Kapitel in der Geschichte der Geophysik. Es wurden sehr unterschiedliche Modelle vorgeschlagen, um zu beschreiben, in welcher Weise die Prozesse an der Grenzfläche zwischen Atmosphäre und Ozean zur Entstehung des Seegangs führen: Jeffreys (1924/25) untersuchte, inwieweit ein 'sheltering'-Effekt⁵ auf der Leeseite der Welle durch den Druckgradienten das Wachstum derselben ermöglicht. Die berechneten Wachstumsraten waren allerdings eine Größenordnung zu klein im Vergleich zu gemessenen. In den fünfziger Jahren wurden zwei konkurrierende Modelle vorgeschlagen: Phillips (1957) betrachtete die resonante Anregung der freien Oberfläche durch turbulente Druckschwankungen der darüberliegenden Atmosphäre. Miles (1957) untersuchte die Wirkung von welleninduzierten Druckschwankungen auf eine vorhandene Welle. Während Phillips' Mechanismus nützlich für die Beschreibung der Entstehung von Wellen auf einer anfangs glatten Oberfläche ist, stellte er sich in der Beschreibung des Wachstums als unbrauchbar heraus, da dieses in seiner Theorie entgegen der Beobachtung unabhängig vom Seegangsspektrum erfolgt. (Der Term ist darüber hinaus quadratisch in ρ_a/ρ_w und damit erheblich zu klein). Nach Miles Ansatz ist S_{in} proportional zum Spektrum anzusetzen:

$$S_{in}(f, \theta) = \gamma_{in}(\widehat{u}_*) F(f, \theta); \quad \widehat{u}_* = \begin{pmatrix} u_* \\ c_{ph} \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

Zur Beschreibung des Wachstums ist es sinnvoll, nicht γ_{in} zu benutzen, das von der Dimension $[s^{-1}]$ ist, sondern die dimensionslose Wachstumsrate β zu betrachten, die definiert ist als

$$\beta := \frac{\gamma_{in}}{\omega} = \frac{1}{\omega F} \left. \frac{\partial F}{\partial t} \right|_{\text{Wind}} \quad (1.24)$$

und auch als Miles-Parameter bezeichnet wird. Miles konnte zeigen, daß sich die Wachstumsrate β als Funktion der dimensionslosen Reibungsgeschwindigkeit \widehat{u}_* , der Wellensteilheit $\alpha = \bar{k}^2 \mathcal{E}$ und der dimensionslosen Rauigkeitslänge \mathcal{Z}_0 schreiben läßt:

$$\frac{\gamma_{in}(\widehat{u}_*)}{\omega} = \frac{\rho_a}{\rho_w} \tilde{\beta}(\widehat{u}_*, \alpha, \mathcal{Z}_0) (\widehat{u}_* \cos \theta)^2 \quad (1.25)$$

Dabei muß die Form von $\tilde{\beta}$ als Funktion von \widehat{u}_* , α und \mathcal{Z}_0 noch bestimmt werden. Zur Herleitung setzte Miles eine quasi-laminare Näherung bei der Berechnung

⁵Dt.: Abschirmeffekt

der Instabilitäten einer Luftströmung über einer flachen Platte an. Diese lineare Näherung ist dadurch charakterisiert, daß der Luftstrom als nicht viskos angenommen wird. Nichtlineare Effekte, wie die Wechselwirkung des Seegangsfeldes mit dem Luftstrom, werden nicht berücksichtigt. Als einziger Effekt der Turbulenz wird angesehen, daß sie die Strömung aufrechterhält. Das Problem ist, daß durch die verwendete Näherung die Dicke der kritischen Schicht unrealistischerweise nur wenige Millimeter beträgt.

Für eine ausführliche Darstellung des historischen Werdegangs sei verwiesen auf Janssen (1994a). Dort wird insbesondere auf Vor- und Nachteile der beiden konkurrierenden Ansätze, den des quasi-linearen Modells von Janssen (1991) einerseits und solcher auf der Grundlage der Modellierung der turbulenten Grenzschicht wie den von Burgers und Makin (1993) andererseits, eingegangen.

AKTUELLE SITUATION

Hier werden drei aktuelle, konkurrierende Ansätze der Parametrisierung des Quellterms für die Windanfachung vorgestellt, die gegenwärtig in verschiedenen Implementierungen des Seegangmodells benutzt werden. Sie sind unterschiedlicher Herkunft (experimentell, semi-empirisch und theoretisch) und unterscheiden sich vor allem in der Behandlung der Grenzschicht, also der Darstellung des Windfeldes über der bewegten Oberfläche. Diesbezüglich wurden zwei verschiedene Ansätze der Parametrisierung des Drag-Koeffizienten in Kapitel 1.2 diskutiert, die hier beide Anwendung finden.

Der empirische Ausdruck basiert auf Messungen von Snyder *et al.* (1981) und wurde in der früheren Version des Seegangmodells WAM cycle 3 verwendet. In der aktuellen Version, WAM cycle 4, wird der semi-empirische Quellterm, der von Miles' Theorie ausgehend weiterentwickelt wurde, benutzt (Janssen, 1991). Eine theoretisch basierte Parametrisierung, die im folgenden als Grenzschicht-WAM bezeichnet wird, haben Burgers und Makin (1993) aus Rechnungen mit einem numerischen Modell der turbulenten Grenzschicht abgeleitet. Diese wurde bis jetzt nur in eindimensionalen Modellen eingesetzt. In WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM wird der Drag-Koeffizient nach der Näherungsformel (Gl. (1.12)) aus der Windgeschwindigkeit berechnet, wogegen in WAM cycle 4 die zusätzlich seegangabhängige Darstellung (Gl. (1.15)) benutzt wird.

Die drei Ansätze werden in diesem Kapitel kurz beschrieben. Ein Vergleich der Modelle erfolgt in Kapitel 3.1, Ergebnisse der Optimierungen für das Modell mit der semi-empirischen Quellfunktion, WAM cycle 4, werden in Kapitel 3.3.1

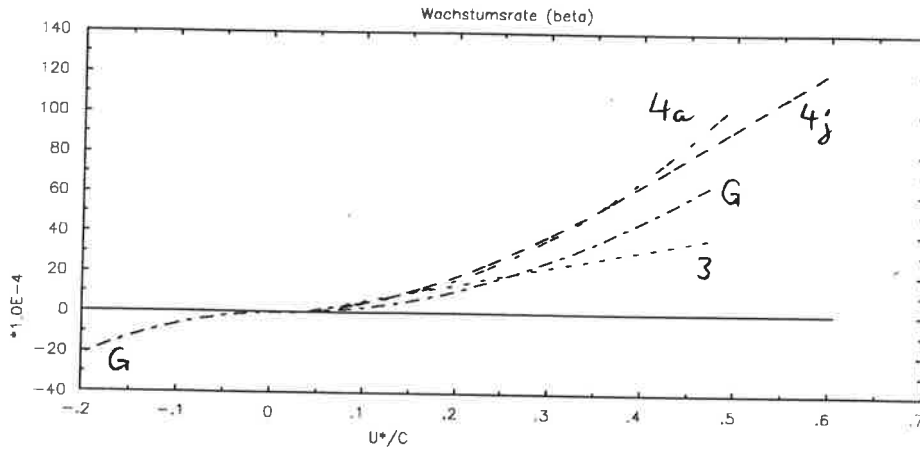


Abbildung 1.3: Die Wachstumsrate $\frac{\gamma_{in}}{\omega}$ für die drei hier betrachteten Windanfachungsterme (Gl. (1.26), Gl. (1.30), und Gl. (1.32)) als Funktion der dimensionslosen Winkelfrequenz $\frac{u_*}{c_{ph}}$. Da γ_{in} für WAM cycle 4 vom Seegangszustand abhängt, sind zwei Kurven angegeben, eine für junge (4j) und eine für alte Windsee (4a). Die Kurven für WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM sind mit '3' und 'G' bezeichnet.

diskutiert. Die Wachstumsraten aller drei Modelle sind in Abb. 1.3 als Funktion der dimensionslosen Winkelfrequenz $\frac{u_*}{c_{ph}} = \frac{u_*}{g} \omega$ aufgetragen. Da u_* für WAM cycle 4 vom Seegangsfeld abhängt, wurden für dieses Modell je eine Kurve für junge und alte Windsee angegeben.

EMPIRISCHER WINDANFACHUNGSTERM

Auf Grund der Resultate direkter Messungen des Effektes atmosphärischer Druckschwankungen auf Ozeanwellen schlugen Snyder *et al.* (1981) eine Parametrisierung vor, die γ_{in} als Funktion der Windrichtung θ_w und ursprünglich der Windgeschwindigkeit u_5 in 5 m Höhe, in der sie während des Experiments gemessen wurde, angibt. Komen *et al.* (1984) ersetzten diese Windgeschwindigkeit durch die Reibungsgeschwindigkeit u_* :

$$\frac{\gamma_{in}(\widehat{u}_*)}{\omega} = \mathcal{W}_M \frac{\rho_a}{\rho_w} \max \left[0, \frac{1}{4} \left(w_D \widehat{u}_* \cos(\theta - \theta_w) - 1 \right) \right] \quad (1.26)$$

Für Wellen, die senkrecht zur Richtung θ_w , in die der Wind bläst, oder gegen den Wind laufen, ist der Anfachungsterm Null. Desgleichen werden Wellen im Halbkreis in Windrichtung nur dann angetrieben, wenn $w_D \widehat{u}_* \cos(\theta - \theta_w) > 1$ ist, die Phasengeschwindigkeit der Welle also kleiner $w_D u_* \cos(\theta - \theta_w)$ ist. In der Form entspricht dieser Proportionalitätsfaktor γ_{in} von WAM cycle 3 nicht der von Miles vorgeschlagenen, da er linear von \widehat{u}_* abhängt.

Für die Konstante w_D wurde von Komen *et al.* (1984) unter Verwendung eines Drag-Koeffizienten $C_{10} = 1.12 \cdot 10^{-3}$ der Wert $w_D = 28$ ermittelt. Diese Konstante wurde im Rahmen von Optimierungen, die während der Entstehungszeit des vorliegenden adjungierten Modells durchgeführt wurden, durch Einführung eines freien Parameters variiert (G. Barzel und R.B. Long, 1994). Damit wird allerdings implizit in die Berechnung des Drag-Koeffizienten eingegriffen. Bei den hier vorgestellten Optimierungsergebnissen steht eine Variation freier Parameter in den Quelltermen selbst im Vordergrund. Die in Kapitel 3.3.2 vorgestellten Untersuchungen wurden mit dem festen Wert $w_D = 28$ durchgeführt. Durch den multiplikativen Faktor \mathcal{W}_M kann der Beitrag des Windanfuchungsterms insgesamt zur Gesamtquellfunktion variiert werden. Für $\mathcal{W}_M = 1.0$ ergibt sich die ursprüngliche Form des Quellterms. An diese Quellfunktion wurde von Komen *et al.* (1984) unter Benutzung des ein-dimensionalen Modells mit exakter nichtlinearer Wechselwirkung EXACT-NL die Dissipationsfunktion angepaßt.

QUASI-LINEARER ANSATZ ZUR BESCHREIBUNG DER WINDANFUCHUNG

Bei Miles' Berechnung der Wachstumsrate wurde der Luftstrom über der Wasseroberfläche quasi-laminar behandelt. Obwohl die Berechnung der Wachstumsrate auf Grundlage der quasi-laminaren Näherung für ein gegebenes Windprofil gut ist (s. ausführliche Diskussion in Janssen (1994a)), wurde an diesem Zugang kritisiert, daß er insbesondere die Wirkung der bewegten Oberfläche und damit einhergehend die Änderung des Windprofils als nichtlineare Wechselwirkung zwischen dem Seegangsfeld und dem Luftstrom nicht berücksichtigt. Janssen (1991) setzte an diesem Punkt an und erweiterte die lineare Theorie dadurch, daß der Seegangszustand über die welleninduzierte Schubspannung Eingang in die Berechnung des Drag-Koeffizienten findet.

Dafür modellierte er den Miles-Parameter $\tilde{\beta}$ (Gl. (1.25)) unter Berücksichtigung des modifizierten logarithmischen Windprofils (s. Gl. (1.14)). Dadurch, daß wie oben beschrieben die Rauigkeitslänge außer von der Gesamtschubspannung τ nun auch noch vom welleninduzierten Beitrag τ_w , der selbst eine Funktion des Spektrums ist, abhängt, wird die Wachstumsrate im Windanfuchungsterm eine implizite Funktion des Zustandes der Meeresoberfläche. Für ein gegebenes Spektrum ist sie nur berechenbar, wenn außer u_* auch noch der Wert von τ_w bekannt ist. Da dieser aber selbst wiederum von S_{in} abhängt (s. Gl. (1.16)), wird der Wert von τ_w im Modell aus dem Spektrum des vorigen Integrationsschrittes berechnet (s. Kapitel 1.4).

Bei der Bestimmung der expliziten Form des Miles-Parameters wählte Janssen eine Darstellung, in der die dimensionslose kritische Höhe $\mu = kz_c$ die Rauigkeit der Meeresoberfläche parametrisiert. Die kritische Höhe z_c ist definiert als der Abstand zur Oberfläche, in dem die Windgeschwindigkeit gerade gleich der Phasengeschwindigkeit ist. Die dimensionslose kritische Höhe μ läßt sich schreiben als Funktion von \widehat{u}_* und z_0

$$\mu(\widehat{u}_*, z_0) = \left(\frac{1}{\kappa} \widehat{u}_*\right)^2 \Omega(\widehat{u}_*, z_0) \exp\left(\frac{\kappa}{\widehat{u}_* \cos \theta}\right) = \frac{gz_0}{c_{ph}} \exp\left(\frac{\kappa}{\widehat{u}_* \cos \theta}\right) \quad (1.27)$$

mit dem sogenannten Wellenprofilparameter

$$\Omega(\widehat{u}_*, z_0) = \frac{g}{u_*^2} z_0 \kappa^2 = Z_0 \kappa^2 \quad (1.28)$$

welcher der dimensionslosen Rauigkeitslänge Z_0 proportional ist. Janssen faßte seine Ergebnisse, wie er selbst sagt, 'after some trial and error', in Form einer Parametrisierung des Miles-Parameters als Funktion der kritischen Höhe zusammen

$$\beta(\widehat{u}_*, z_0) = \frac{\beta_m}{\kappa^2} \frac{\rho_a}{\rho_w} \mu \ln^4(\mu); \quad \left(\mu = \mu(\widehat{u}_*, z_0) \leq 1\right) \quad (1.29)$$

wobei $\beta_m = 1.2$ so bestimmt wurde, daß die resultierende Wachstumsrate mit experimentellen Ergebnissen übereinstimmt (Janssen, 1991). Außerdem wurde für die von Kármán-Konstante, abweichend von anderen Angaben (Gl. (1.9)), $\kappa = 0.41$ gesetzt. Außer der Anpassung von β_m wurde im Verlauf der Implementierung dieses Quellterms

$$\frac{\gamma_{\text{in}}(\widehat{u}_*^{\text{Ja}}, z_0^{\text{Ja}})}{\omega} = \mathcal{W}_M \beta(\widehat{u}_*^{\text{Ja}}, z_0^{\text{Ja}}) \max\left[0, \widehat{u}_*^{\text{Ja}} \cos(\theta - \theta_w)\right]^2 \quad (1.30)$$

in das Seegangmodell noch eine additive Konstante in der entscheidenden Variable des Quellterms, \widehat{u}_* , eingeführt

$$\widehat{u}_*^{\text{Ja}} = \frac{u_*}{c_{ph}} + \mathcal{W}_D w_D, \quad (1.31)$$

ohne die das Modell im voll entwickelten Zustand nicht mit den experimentellen Werten von Pierson und Moskowitz übereinstimmt. Die Existenz dieser Konstanten ist in keiner Beschreibung des Modells erwähnt und erschließt sich erst aus dem numerischen Programm selbst. Den Wert von $w_D = 0.011$ ermittelte Janssen nach eigener Aussage durch Probieren. Dabei konzentrierte er seine Aufmerksamkeit vor allem auf die Werte der charakteristischen Größen im Bereich der voll entwickelten See, ohne allerdings explizit eine Kostenfunktion zu benutzen.

Um die von Janssen durchgeführten Anpassungen mit der Adjungierten Methode systematisch durchzuführen, wurden für die Optimierungen des Windanfuchungsterms hier die freien Parameter \mathcal{W}_M und \mathcal{W}_D eingeführt, um die Konstanten β_m und w_D zu variieren. Für $\mathcal{W}_M = \mathcal{W}_D = 1.0$ ergibt sich die ursprüngliche Form.

WINDANFUCHUNG NACH EINEM MODELL DER TURBULENTEN GRENZSCHICHT

Ausgehend von einem numerischen Modell, das den dreidimensionalen Luftstrom in der turbulenten Grenzschicht oberhalb einer bewegten Wasseroberfläche beschreibt, haben Burgers und Makin (1993) einen Vorschlag für den Quellterm der Windanfuchung von einem rein theoretischen Standpunkt aus unterbreitet. Das Modell ist im Prinzip in der Lage, zu einer gegebenen Oberflächenauslenkung den resultierenden Luftstrom zu berechnen. Dabei sind allerdings eine Reihe von Zusatzannahmen notwendig: Um die Turbulenzgleichungen tatsächlich lösen zu können, muß eine Schließungshypothese gemacht werden. Unter den verschiedenen denkbaren Ansätzen entschieden sich Burgers und Makin (1993) für das 'mixing length'-Konzept⁶ unter Verwendung eines Viskositätskoeffizienten, der aus dem Luftstrom über einer flachen Platte abgeleitet wurde. Diese Schließungshypothese ist nicht unumstritten. Burgers und Makin (1993) schränken die Gültigkeit des vorgeschlagenen Modells jedoch selbst dahingehend ein, daß dessen typische Längen- und Zeitskalen groß gegenüber denen der Wirbel in der Grenzschicht und gleichzeitig klein gegenüber typischen Perioden und Wellenlängen des Spektrums sein müssen. Darüber hinaus muß eine Annahme zur Modellierung der Rauigkeitslänge gemacht werden, da diese nicht aus dem Modell folgt. In Grenzschicht-WAM wird sie nach Charnock (Gl. (1.10)) bestimmt.

Das Modell berechnet den Energiefluß von der atmosphärischen Grenzschicht zu den Wellen des Seegangsfeldes. Das Ergebnis ist von ähnlicher Form wie die von Miles vorgeschlagene (Gl. (1.25)), allerdings treten neben quadratischen auch lineare Terme in \hat{u}_* auf

$$10^4 \frac{\gamma_{in}(\hat{u}_*)}{\omega} = \begin{cases} -a_1 \hat{u}_\lambda^2 & -c_1 & (\hat{u}_\lambda \leq z_1) \\ & -b_2 \hat{u}_\lambda & (z_1 < \hat{u}_\lambda \leq 0) \\ a_3 \hat{u}_\lambda^2 & -b_3 \hat{u}_\lambda & (0 < \hat{u}_\lambda \leq z_2) \\ & b_4 \hat{u}_\lambda & -c_4 & (z_2 < \hat{u}_\lambda \leq z_3) \\ a_5 \hat{u}_\lambda^2 & -b_5 \hat{u}_\lambda & +c_5 & (z_3 < \hat{u}_\lambda) \end{cases} \quad (1.32)$$

Dabei wird die Windgeschwindigkeit u_λ in Höhe der Wellenlänge λ über der

⁶Dt.: Mischungslängen-Konzept

Oberfläche aus u_* und dem logarithmischen Windprofil (Gl. (1.9)) berechnet als

$$\hat{u}_\lambda = \frac{u_\lambda}{c_{ph}} = \frac{\hat{u}_*}{\sqrt{C_\lambda}}; \quad C_\lambda = \left[\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{\lambda}{z_0}\right)} \right]^2 = \left[\frac{\kappa}{\ln\left(\frac{\Lambda}{\alpha_{Ch}}\right)} \right]^2 \quad (1.33)$$

mit der dimensionslosen Wellenlänge $\Lambda = \frac{g}{u_*^2} \lambda$.

γ_{in} is abschnittsweise für verschiedene Bereiche von \hat{u}_λ definiert, die von den Parametern

$$z_1 = -1.0, \quad z_2 = 75 C_\lambda + 1.075, \quad z_3 = 300 C_\lambda + 1.2 \quad (1.34)$$

abhängen. Die Koeffizienten der quadratischen Polynome in den fünf Abschnitten sind Funktionen des Drag-Koeffizienten und der Parameter z_i , die die Achse unterteilen:

$$\begin{aligned} a_1 &= 395 C_\lambda + 0.25, & c_1 &= 150 C_\lambda + 0.35 \\ b_2 &= a_1 z_1 + \frac{c_1}{z_1} \\ a_3 &= 300 C_\lambda + 0.30, & b_3 &= a_3 z_2 \\ b_4 &= \frac{a_5 (z_3 - 1)^2 + \tilde{c}_5}{z_3 - z_2}, & c_4 &= z_2 b_4, \quad (\tilde{c}_5 = 470 C_\lambda - 0.06) \\ a_5 &= 240 C_\lambda + 0.35, & b_5 &= 2a_5, \quad c_5 = a_5 + \tilde{c}_5 \end{aligned} \quad (1.35)$$

Die Winkelabhängigkeit wird in der folgenden, wie die Autoren feststellen, „zugegebenermaßen groben“ Art und Weise parametrisiert: Für Richtungen im Gegenwindhalbkreis und für solche $\pm 60^\circ$ zur Windrichtung wird der Windgeschwindigkeitsparameter \hat{u}_λ mit dem Kosinus der Richtungsdifferenz $\hat{\theta} = \theta - \theta_w$ gewichtet,

$$\gamma_{in}(\hat{u}_*) = \gamma_{in}(\hat{u}_* \cos \theta) \quad \text{für} \quad (|\hat{\theta}| \leq 60^\circ, |\hat{\theta}| > 90^\circ) \quad , \quad (1.36)$$

für $60^\circ < |\hat{\theta}| \leq 90^\circ$ wird

$$10^4 \tilde{\gamma}_{in}(\hat{u}_*) = \frac{90^\circ - |\hat{\theta}|}{90^\circ - 60^\circ} \gamma_{in}(\hat{u}_\lambda \cos 60^\circ) \quad (1.37)$$

$$+ \frac{|\hat{\theta}| - 60^\circ}{90^\circ - 60^\circ} (200 C_\lambda + 0.2) \hat{u}_\lambda 10^4 \quad (1.38)$$

gesetzt. Diese Parametrisierung erlaubt somit auch eine negative Wind„anfachtung“, also Dämpfung, für solche Wellen, die gegen den Wind laufen, während der empirische Term Gl. (1.26) und der quasi-lineare Term Gl. (1.30) durch die Maximumsbedingung zu Null werden, wenn der durch den Kosinus der Richtungsdifferenz gewichtete Geschwindigkeitsterm kleiner 1 bzw. gleich 0 wird.

Bei der Parametrisierung des Wachstumsterms gibt es keine anpaßbaren Konstanten. Deswegen wurden in diesen Term hier auch keine freien Parameter eingeführt. Burgers und Makin (1993) haben den Windanfachtungsterm im Vergleich mit dem empirischen Ansatz Gl. (1.26) getestet. Da dieser theoretisch berechnete Windanfachtungsterm in dem Frequenzbereich, wo das Spektrum den maximalen Energieeintrag erfährt, kleiner ist als der empirische Windanfachtungsterm, mußte der Vorfaktor d_M der Dissipation in Gl. (1.40) von $d_M = 2.33 \cdot 10^{-5}$ neu angepaßt werden. Burgers und Makin (1993) geben eine Reduktion auf ein Fünftel an, also etwa $d_M = 4.6 \cdot 10^{-6}$. Bei Anwendungen des Quellterms in der hier verwendeten Version wurde festgestellt, daß die Werte der dimensionslosen Größen im Bereich der voll entwickelten See, insbesondere der Energie, sowohl von der Richtungsauflösung als auch von der Integrationsschrittweite stark abhängen. Eine Anpassung war durch Korrektur des angegebenen Wertes von d_M leicht möglich. Der hier verwendete Wert ist $d_M = 9.8 \cdot 10^{-6}$. Für eine solche Optimierung eines einzelnen Parameters ist das adjungierte Modell natürlich nicht notwendig, aber praktisch.

1.3.3 Dissipation durch Wellenbrechung

Die dissipativen Prozesse sind die am wenigsten verstandenen unter den hier modellierten Quellfunktionen. Direkte Messung der Dissipation ist bis jetzt nicht gelungen, so daß dieser Quellterm die größten Freiheiten in seiner Beschreibung enthält. Im Rahmen dieses eindimensionalen Tiefwassermodells wird als einziger der verschiedenen Prozesse der Energieverlust von Tiefwasserwellen durch Wellenbrechung behandelt. Dissipation durch Bodenreibung und Wechselwirkung mit Strömungen treten bei einem solchen Modell nicht auf.

Nach Hasselmann (1974) kann der Prozeß als 'weak-in-the-mean' betrachtet werden, da die durch ihn bewirkten Änderungen des Spektrums klein im Verhältnis zum Spektrum selbst sind. Es wird ein Schaumkronenmodell zu Grunde gelegt, bei dem zur Beschreibung der Dissipation davon ausgegangen wird, daß deren Verteilung als Ergebnis einer Zufallsverteilung von kleinskaligen Störungen statistisch behandelt werden kann (Donelan und Yuan, 1994). Im allgemeinen Ansatz für die Form der Quellfunktion

$$S_{ds}(f, \theta) = -\gamma_{ds}(\mathcal{E}, \bar{\omega}) F(f, \theta) \quad (1.39)$$

wird angenommen, daß die Proportionalität von den Eigenschaften des gesamten Spektrums bestimmt wird. Hasselmann (1974) zeigte auf Grundlage statistischer Analysen, daß sich die Proportionalität γ_{ds} in erster Ordnung als $\propto k$ ansetzen

läßt. Komen *et al.* (1984) haben auf Grundlage dessen einen Ausdruck für die Dissipation angesetzt, der von den integralen Seegangparametern Energie und mittlerer Frequenz abhängt. Der verwendete Ausdruck

$$\gamma_{\text{ds}}(\mathcal{E}, \bar{\omega}) = \mathcal{D}_{\text{M}} d_{\text{M}} \left(\frac{\alpha}{\alpha_{\text{PM}}} \right)^{2\mathcal{D}_{\text{S}}} \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^{2\mathcal{D}_{\text{F}}} \bar{\omega}; \quad \alpha = \bar{k}^2 \mathcal{E} \stackrel{\text{Tiefwasser}}{=} \frac{\bar{\omega}^4 \mathcal{E}}{g^2} \quad (1.40)$$

hängt von der mittleren Frequenz $\bar{\omega}$ und — über die Wellensteilheit α — von der Energie \mathcal{E} ab. $\alpha_{\text{PM}} = 4.57 \cdot 10^{-3}$ ist der Wert von α für ein Pierson-Moskowitz-Spektrum. Energie und mittlere Frequenz sind definiert als Momente des Spektrums:

$$\mathcal{E} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(f, \theta) df d\theta; \quad \bar{\omega} = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(f, \theta) \omega df d\theta \quad (1.41)$$

Die von Hasselmann (1974) angenommene Proportionalität zu k wird gültig, wenn für die freien Parameter der Exponenten gilt: $\mathcal{D}_{\text{F}} = \mathcal{D}_{\text{S}} = 1.0$. Die Form der Funktion wird bestimmt durch die beiden Exponenten von Wellensteilheit und Frequenz. Die Stärke der Dissipation als Funktion der Frequenz hängt von der mittleren Frequenz ab, die sich im Laufe der Seegangsentwicklung zu kleineren Werten hin verschiebt. Die Exponenten können durch die freien Parameter \mathcal{D}_{F} und \mathcal{D}_{S} variiert werden, der Beitrag der Dissipationsfunktion zum Gesamtquellterm durch den multiplikativen Parameter \mathcal{D}_{M} . Mit $\mathcal{D}_{\text{M}} = \mathcal{D}_{\text{F}} = \mathcal{D}_{\text{S}} = 1.0$ wird die ursprüngliche Form verwendet.

Komen *et al.* führten eine Anpassung von d_{M} und \mathcal{D}_{F} mit Hilfe eines eindimensionalen Wellenmodells durch, in welchem sie die exakte Wechselwirkung benutzten. Als Kriterium galt eine gute Wiedergabe der Pierson-Moskowitz-Werte im Bereich der voll entwickelten See. Im Ergebnis ergaben eine quadratische Abhängigkeit vom Frequenzterm (also $\mathcal{D}_{\text{F}} = 1.0$, entsprechend $\gamma_{\text{ds}} \propto k$) und ein Faktor $d_{\text{M}} = 3.33 \cdot 10^{-5}$ die beste Übereinstimmung. Allerdings wurde d_{M} für das globale Modell WAM cycle 3 wegen der Benutzung der Näherung für die nichtlineare Wechselwirkung und wegen der Einführung des impliziten Schemas (s. Kapitel 1.4) sowie einiger numerischer Modifikationen neu angepaßt. Der in WAM cycle 3 verwendete Standardwert ist $d_{\text{M}} = 2.33 \cdot 10^{-5}$ (WAMDI Group, 1988). Wie oben beschrieben, wird in dem hier verwendeten Modell die nichtlineare Wechselwirkung nicht wie bei Komen *et al.* (1984) exakt berechnet. Trotzdem wurden die Optimierungen mit der Näherung $S_{\text{nl}}^{\text{di}}$ noch einmal durchgeführt, diesmal allerdings unter Verwendung der Adjungierten Methode zur Berechnung der Gradienten der freien Parameter \mathcal{D}_{M} und \mathcal{D}_{F} . Das Ergebnis wird in Kapitel 3.3.2 diskutiert.

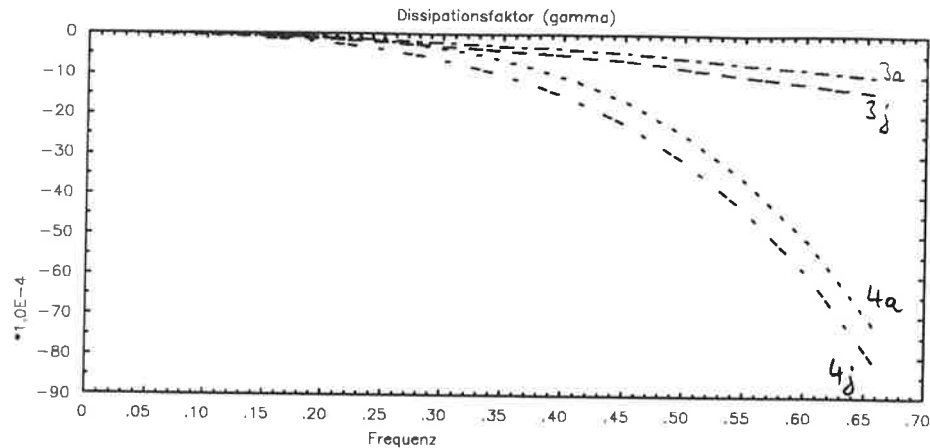


Abbildung 1.4: Die beiden Funktionen γ_{ds} nach Gl. (1.40) ('3j' und '3a') und Gl. (1.42) ('4j' und '4a') für junge Windsee und alte Windsee als Funktion der Frequenz.

Beim Übergang von WAM cycle 3 zu WAM cycle 4 wurde auch der Dissipationsterm verändert. Die Hauptunterschiede zwischen den beiden Versionen des Modells bestehen in der Berechnung des Drag-Koeffizienten und im Quellterm für die Windanfächung. Außerdem mußte die Darstellung des diagnostischen Teiles des Spektrums modifiziert werden (s. Kapitel 1.4).

Darüber hinaus wurde auch der Quellterm für die Dissipation neu angepaßt, allerdings weniger aus zwingenden physikalischen Gründen denn aus praktischen: Janssen führte nicht nur die notwendige Anpassung des Vorfaktors d_M durch, sondern modifizierte die Form zu

$$\gamma_{ds}(\mathcal{E}, \bar{\omega}) = \mathcal{D}_M d_M \left(\frac{\alpha}{\alpha_{PM}} \right)^{2\mathcal{D}_S} \left(\left(1 - \frac{\mathcal{D}_F}{2} \right) \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^2 + \frac{\mathcal{D}_F}{2} \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^4 \right) \bar{\omega} \quad (1.42)$$

mit $d_M = 4.09 \cdot 10^{-5}$, $\mathcal{D}_S = \mathcal{D}_F = 1.0$. Diese Form basiert als eine Art Taylor-Entwicklung in k noch immer auf Hasselmann (1974). Sie ist für große Frequenzen wesentlich stärker als die Form $\propto \omega^2$. Diese Verstärkung wirkt sich auf die Stabilität des Modells positiv aus, und dies mag einer der Hauptgründe für die Modifikation gewesen sein. Als freie Parameter im Rahmen der Optimierung wurden \mathcal{D}_M , \mathcal{D}_S und \mathcal{D}_F eingeführt.

In Abb. 1.4 sind die beiden unterschiedlichen Ansätze für γ_{ds} für junge und alte Windsee als Funktion der Frequenz dargestellt.

1.4 Numerische Aspekte der Seegangmodellierung

PROGNOSTISCHER UND DIAGNOSTISCHER BEREICH DES SPEKTRUMS

Die hier beschriebenen Modelle sind nur gültig für Schwerewellen, bei denen die Viskosität der Wasseroberfläche vernachlässigt werden kann. Deswegen muß der prognostische Bereich auf Wellen bis etwa 1 m Wellenlänge (1.2 Hz) beschränkt werden, der Bereich darunter wird diagnostisch behandelt (vgl. Diskussion in Kapitel 1.1). Tatsächlich wird nicht nur der Frequenzbereich kleiner Schwerewellen und Kapillarwellen oberhalb von $f \simeq 1$ Hz diagnostisch behandelt, sondern der gesamte Bereich oberhalb einer Abschneidefrequenz f_c , die von der Peakfrequenz und der Pierson-Moskowitz-Frequenz abhängig als $f_c = \max(2.5\nu, 4\nu_{PM})$ berechnet wird. Diese Abschneidefrequenz nimmt also mit der wachsenden Windsee wie die Peakfrequenz ab, bis $2.5\nu = 4\nu_{PM}$ erreicht ist. Die genaue Lage der Abschneidefrequenz — entsprechend den gewählten Werten 2.5 und 4.0 — hat einen ziemlich starken Einfluß auf das Wachstumsverhalten des Spektrums und die Stabilität der Integration. Werden diese Werte auch nur leicht verändert, müssen zum einen die Schrittweite für die Integration, zum anderen die freien Parameter der Quellfunktionen neu angepaßt werden. Allein die Entscheidung, ob der zu f_c nächstgelegene oder immer der kleinere diskrete Frequenzwert als letzter Punkt des prognostischen Bereichs benutzt wird, schlägt sich in den optimierten Parametern im Prozentbereich nieder. Dies verdeutlicht, daß Optimierungen freier Parameter eines numerischen Modells sich immer auf die *tatsächliche numerische* Realisierung eines *bestimmten* mathematischen Algorithmus beziehen.

Für Frequenzen oberhalb der Abschneidefrequenz wird das Spektrum fortgesetzt durch:

$$F(f, \theta) = \left(\frac{f_c}{f}\right)^t F(f_c, \theta) \quad \text{für } f > f_c \quad (1.43)$$

Der genaue Wert des Exponenten t in der hochfrequenten Fortsetzung des Spektrums ist immer noch Gegenstand der Diskussion. Eine ausführliche Diskussion der verschiedenen Standpunkte findet sich in Donelan (1994). In WAM cycle 3 und in der Modifikation, dem Grenzschicht-WAM, wird $t = 4$, im gegenwärtigen operationellen Modell WAM cycle 4 wird dagegen $t = 5$ verwendet. Für den Gleichgewichtsbereich des Spektrums zwischen 1.5ν und 3.0ν läßt sich ein Verhalten $\propto f^{-4}$ aus der nichtlinearen Wechselwirkung begründen, die dort dominant ist. Für den Bereich außerhalb müßten die Viskosität der Oberfläche und Kapillarwellen mit einbezogen werden. Für diesen Bereich wird in der Regel ein Verhalten $\propto f^{-5}$

angenommen, da dies mit experimentellen Ergebnissen besser übereinstimmt.

Bei der Einführung der Kopplung zwischen Windfeld und Seegangsfeld erwies sich eine Änderung des Exponenten als unausweichlich: Zur Berechnung des Drag-Koeffizienten nach Gl. (1.15) wird der welleninduzierte Schubspannungsanteil benötigt. Wie in Gl. (1.16) angegeben, wird dieser als Integral über den Quellterm der Windanfachung berechnet. Dabei muß der Teil des Integrals, der über das Ende der diskretisierten Frequenzachse hinausgeht, näherungsweise berechnet werden (s. Janssen (1991)). Da τ_w implizit von der Gesamtschubspannung $\tau = u_*^2$ und der Rauigkeitslänge z_0^{Ja} abhängt, muß der hochfrequente Anteil der welleninduzierten Schubspannung iterativ berechnet werden. Um dieses Integral über den Windanfachungsterm S_{in} zu bestimmen, wird das Spektrum über den letzten Frequenzgitterpunkt hinaus fortgesetzt und das resultierende Integral numerisch gelöst. Dabei ist es allerdings nicht möglich, für den Exponenten in der Fortsetzung des Spektrums den in WAM cycle 3 verwendeten Wert $t = 4$ zu verwenden, da dies zu einer logarithmischen Singularität bei der Integration führt. Dies war der Grund für einen Wechsel des Exponenten beim Übergang von WAM cycle 3 zu WAM cycle 4, der allerdings den positiven Nebeneffekt hat, daß das Modell mit $t = 5$ stabiler integrierbar ist. Im Modell wird zur Zeitersparnis eine Tabelle benutzt, in der der hochfrequente Teil des welleninduzierten Schubspannungsanteils für typische Werte von u_*^2 und z_0^{Ja} aufgelistet ist.

DISKRETISIERUNG

Im hier verwendeten eindimensionalen Modell wird für die diskrete Darstellung der Spektren ein (f, θ) -Gitter mit 40 Frequenzen und 36 Winkeln verwendet. Die Abstände der Gitterpunkte auf der Frequenzachse wachsen logarithmisch mit einer Konstanten $c = 1.1$. Der erste Gitterpunkt liegt bei $f_1 \simeq 0.042$ ($\lambda \simeq 894$ m), der letzte bei $f_{40} \simeq 1.72$ ($\lambda \simeq 0.528$ m). Die Winkelauflösung ist $\Delta\theta = 10^\circ$. Im operationellen globalen Modell wird aus Speicherplatzgründen in der Regel ein Gitter mit 25×12 oder 25×24 Punkten benutzt. Der letzte Frequenzpunkt ist dann $f_{25} \simeq 0.411$ ($\lambda \simeq 9.22$ m) und die Winkelauflösung ist $\Delta\theta = 30^\circ$ oder 15° .

Die Modellergebnisse hängen leicht von der verwendeten Winkelauflösung ab, so daß eine Optimierung freier Parameter eigentlich für jedes Spektralgitter erneut durchgeführt werden muß. Das soll hier vorerst vernachlässigt werden, muß aber berücksichtigt werden, wenn die neu ermittelten Parameter im globalen Modell getestet werden sollen. Die feinere Winkelauflösung wurde gewählt, da ein Teil der Daten in dieser Auflösung vorliegt (s. Kapitel 3.2). Die Erweiterung des Fre-

quenznetzes hat keinen sehr großen Effekt auf die Modellergebnisse und wurde vorgenommen, um die Integration bei sehr kleinem Fetch beginnen zu können.

Die numerischen Integrationen in (f, θ) zur Berechnung der Energie \mathcal{E} und des Frequenzspektrums $E(f)$ wurden mit Newton-Côtes-Formeln ausgeführt (Simpsonregel). Die Peakfrequenz wird aus dem Frequenzspektrum durch eine Parabelanpassung an das Maximum und die beiden benachbarten Punkte ermittelt. Der Phillips-Parameter α_{Ph} wird per Definition aus dem Frequenzspektrum im Gleichgewichtsbereich, gewichtet mit f^{-4} , durch Integration von 1.35ν bis 2.0ν bestimmt.

INTEGRATIONSTECHNIK

Am Anfang der Entwicklung des operationellen Modells mit Hilfe eindimensionaler Modelle wurde die zeitliche oder räumliche Integration der Energiebilanzgleichung zunächst explizit durch Diskretisierung nach dem Differenzenquotienten durchgeführt. Der Nachteil dieses Vorgehens war, daß die Schrittweite bei jedem Integrationsschritt erneut angepaßt werden muß, um Instabilitäten zu vermeiden. Gegenwärtig wird ein implizites Integrationsschema verwendet, das einheitliche Schrittweiten erlaubt. Dadurch kann die zeitliche Integration für alle Gitterpunkte beim globalen Modell gleichzeitig erfolgen, die anschließend advektiv verknüpft werden. Das hier betrachtete Modell bildet im globalen Modell WAM das Modul für die zeitliche Integration aller Gitterpunkte.

Ausgangspunkt der Entwicklung des impliziten Schemas für die zeitliche Integration ist eine Mischung zwischen den Quelltermen des Herkunfts- und des Zielpunktes zur Bestimmung des neuen Spektrums am Punkt $n + 1$: $F_{n+1} = F_n + \frac{\Delta t}{2}(S_{n+1} + S_n)$. Formal unterscheiden sich die zeitliche Integration und die räumliche für ein eindimensionales Modell nur durch den Term $|c_{gr}|^{-1}$ im Falle der Fetch-Integration. Die Quellterme S_{n+1} hängen vom noch zu berechnenden Spektrum F_{n+1} ab. Deswegen werden die Quellfunktionen um das aktuelle Spektrum F_n in eine Taylorreihe entwickelt. Das Ergebnis läßt sich zusammenfassen zu (WAMDI Group, 1988):

$$\begin{aligned}
 F_{n+1}(\vec{k}) &= F_n(\vec{k}) + \Delta F_n(\vec{k}) \\
 \Delta F_n(\vec{k}) &= \begin{cases} \frac{\Delta x}{|c_{gr}|} \frac{S_n^{\text{tot}}(\vec{k})}{1 - \frac{\Delta x}{2|c_{gr}|} D_n^{\text{tot}}(\vec{k}, \vec{k}')} & \text{für } D_n^{\text{tot}}(\vec{k}, \vec{k}') < 0 \\ \frac{\Delta x}{|c_{gr}|} S_n^{\text{tot}}(\vec{k}) & \text{für } D_n^{\text{tot}}(\vec{k}, \vec{k}') \geq 0 \end{cases} \\
 D_n^{\text{tot}}(\vec{k}, \vec{k}') &= \frac{\partial S_n^{\text{tot}}(\vec{k})}{\partial F_n(\vec{k}')} \quad (1.44)
 \end{aligned}$$

Die darin auftretenden Ableitungen der Quellfunktionen nach dem Spektrum sind in einem diskreten numerischen Modell Matrizen. In der Praxis hat sich gezeigt, daß es ausreicht, nur die Diagonalelemente $\vec{k} = \vec{k}'$ der Matrix $D(\vec{k}, \vec{k}')$ zu berücksichtigen. Damit wird diese Matrix für festes \vec{k} zu einem Skalar. An Punkten, für die $D(\vec{k}, \vec{k}') \geq 0$ gilt, wird das Spektrum explizit integriert, ΔF ist dann einfach $\frac{\Delta x}{|\vec{c}_{gr}|} S_n^{\text{tot}}(\vec{k})$. An Punkten, für die das neue Spektrum mit dem berechneten Inkrement größer als der Wert eines Gleichgewichtsspektrums wird, wird das berechnete Spektrum aus Stabilitätsgründen durch dieses Gleichgewichtsspektrum ersetzt. Dies läßt sich aus der praktischen Erfahrung rechtfertigen, daß das Spektrum sich zu diesem Gleichgewichtswert entwickelt hätte, wenn die Schrittweite entsprechend reduziert worden wäre.

Hier ist noch anzumerken, daß damit zu den physikalischen Überlegungen zum genauen Wert des Exponenten t für den diagnostischen Bereich (Gl. (1.43)) noch numerische Aspekte hinzutreten: Das Gleichgewichtsspektrum, das bei zu großem Wachstum das berechnete Spektrum im Gleichgewichtsbereich ersetzt, ist proportional zu f^{-4} . Wenn nun diese Ersetzung an einigen Punkten unterhalb und bis zur Abschneidefrequenz notwendig war, so entsteht an dieser ein abrupter Übergang von f^{-4} zu f^{-5} , wenn — wie im aktuellen Modell — $t = 5$ verwendet wird. Zwar ist ein diskretes Spektrum immer eine Treppenfunktion, aber bei $t = 5$ tritt hier noch eine „echte“ Nichtdifferenzierbarkeit auf.

Die Integrationsschrittweite ist beim globalen Modell durch die räumliche Auflösung bestimmt: Der Zeitschritt für die Integration der Quellterme an allen Gitterpunkten muß so klein sein, daß die Spektren an den einzelnen Ortspunkten als unabhängig voneinander behandelt werden können. Da im eindimensionalen Modell nur entlang des Fetch integriert wird, muß die Schrittweite durch Stabilitätstests bestimmt werden. Dafür wurde als erster Ansatz eine stufenweise Erhöhung vorgenommen in der Weise, daß $\frac{\Delta x}{x}$ in etwa konstant ist. Als Kriterium wurden die Wachstumskurven für verschiedene Konstanten verglichen. Ein weiteres Kriterium im Zusammenhang mit den Optimierungen war die Stabilität der Gradienten und die Änderung der Kostenfunktionsflächen als Funktion der Schrittweite (s. Kapitel 2.2). Für eine Schrittweite, die von anfangs 100 m bis zu 1500 m am Ende zunimmt, läßt sich die Gleichung stabil integrieren. Zu große Schrittweiten äußern sich in artifiziellen Oszillationen der nichtlinearen Wechselwirkung als Funktion der Frequenz. Wie oben beschrieben, reagiert S_{nl} äußerst sensitiv auf kleine „Unebenheiten“ des Spektrums, wie sie insbesondere durch die Wachstumsbeschränkung und die Änderung der Steigung an der Abschneidefrequenz entstehen.

ANFANGS- UND RANDBEDINGUNGEN

Die Energiebilanzgleichung Gl. (1.1) wird für das hier betrachtete „eindimensionale“ Modell entlang des Fetch integriert. Da die Quellterme keinen Ausdruck enthalten, der die Entstehung der Wellen ausgehend von der glatten Meeresoberfläche beschreibt, muß ein Startspektrum vorgegeben werden. Am Startpunkt der Integration, $\mathcal{X}_* = 1.2 \cdot 10^5$, wurde als Anfangsspektrum ein JONSWAP-Spektrum gesetzt, dessen Peakfrequenz und Phillips-Parameter α_{Ph} aus den Wachstumsgesetzen zu diesem Fetch entsprechend berechnet wurden. Die weiteren Parameter wurden zu $\gamma = 3.3$, $\sigma = 0.07$ für $f < \nu$ und $\sigma = 0.09$ für $f > \nu$ gesetzt. Beendet wurde die Integration bei einem Fetch von $\mathcal{X}_* \simeq 1.2 \cdot 10^8$, für den in der Regel die Bedingung der voll entwickelten See, $c_{ph}^{peak} > 1.2u_{10}$, erfüllt ist. Bei einer Windgeschwindigkeit von $u_{10} = 11\text{m/s}$ und einem mit der Näherungsformel Gl. (1.12) berechneten entsprechenden $u_* = 0.428$ reicht der Integrationsbereich von ca. 4 km bis 3200 km.

Bei WAM cycle 4 muß außer für das Spektrum noch ein Startwert für τ_w vorgegeben werden. Da über die Größe des welleninduzierten Schubspannungsanteils keine Aussage gemacht werden kann, solange nicht der Windanfachtungsterm bestimmt ist, werden in der Praxis hier zuerst ein Startwert für u_* mit dem Drag-Koeffizienten nach Gl. (1.12) und für z_0 nach der Charnockformel (Gl. (1.10)) bestimmt. Damit läßt sich der Windanfachtungsterm für das berechnete Startspektrum bestimmen und nachfolgend der welleninduzierte Impulstransfer τ_w integrieren. Dieser Prozeß wird für das jeweils ermittelte τ_w einige Male wiederholt, bis sich die Größen an das gegebene Spektrum angepaßt haben.

Das Startspektrum hat aber keine besondere Bedeutung, da die nichtlineare Wechselwirkung das Spektrum in wenigen Integrationsschritten an die durch die Quellterme bestimmte Energiebilanz anpaßt.

SKALIERUNG VON CHARAKTERISTISCHEN MODELLGRÖSSEN

Die Modellergebnisse, insbesondere die Wachstumskurven, sollen in dimensionsloser Form dargestellt werden. Dies geschieht, wie in Gl. (1.7) angegeben, durch Skalierung mittels einer Kombination aus einer Windgeschwindigkeit und der Gravitationskonstanten. Hier wurde u_* für die dimensionslose Darstellung verwendet. Allerdings ergibt sich vor allem bei kleinem Fetch das Problem, daß die Reibungsgeschwindigkeit u_* bei WAM cycle 4 vom Seegangszustand abhängt und nicht — wie bei Verwendung der Drag-Gleichung Gl. (1.12) — nur von u_{10} . Die Folge

ist, daß der dimensionslose Fetch \mathcal{X}_* nicht unbedingt eine monoton wachsende Funktion des Fetch ist, da u_* gerade bei kleinem Fetch nicht monoton abnimmt, sondern auf Grund numerischer Instabilitäten oszilliert. Als Ausweg wurde hier zur Skalierung der Ergebnisse ein gemitteltes \bar{u}_* verwendet:

$$\bar{u}_*(\mathcal{X}) = \int_{\mathcal{X}_0}^{\mathcal{X}} u_*(\mathcal{X}') d\mathcal{X}' \quad (1.45)$$

Das führt dann in der Tat zu einem monoton wachsenden \mathcal{X}_* . Da bei den meisten Experimenten nur die Windgeschwindigkeit in einer bestimmten Höhe, meistens 10 m, gemessen wird und seltener u_* , werden die experimentellen Resultate ebenfalls mit dem u_* des Modells skaliert, um Modellergebnisse und gemessene Daten in einer Abbildung vergleichen zu können (s. Kapitel 3.3).

Kapitel 2

Die Adjungierte Methode

Die Adjungierte Methode ist für verschiedene Anwendungen in einer großen Anzahl von Publikationen ausführlich dargestellt worden (siehe z.B. Talagrand und Courtier (1987), Thacker (1988), Thacker und Long (1982)). Im Zusammenhang mit der Seegangsmodellierung wird sie in S. Hasselmann und Komen (1994) und S. Hasselmann *et al.* (1994) insbesondere gegen andere Verfahren der Datenassimilation abgegrenzt. Darüber hinaus wurde im Rahmen dieser Arbeit das adjungierte Modell im wesentlichen an Hand von Regeln erstellt, die nicht selbst entwickelt wurden. Deswegen sollen hier nur die grundlegenden Eigenschaften des Verfahrens dargestellt (Kapitel 2.1) und einige Aspekte der Vorgehensweise bei der Implementierung skizziert werden (Kapitel 2.2). Die Darstellung richtet sich weitgehend nach R.B. Long (1994).

2.1 Die Grundidee

Schon in der Einleitung wurde zwischen zwei grundsätzlich verschiedenen Ansatzpunkten der Modelloptimierung unterschieden: Bei der Datenassimilation wird ein Modell durch Veränderung der Anfangs- und Randbedingungen an beobachtete Daten angepaßt. Die Inverse Modellierung versucht, ein Modell durch Modifizierung freier Parameter in den der Beschreibung zugrundeliegenden physikalischen Gleichungen zu optimieren. Die Adjungierte Methode kann für beide Fragestellungen gleichermaßen eingesetzt werden.

Als Maß für die Abweichung der Modellergebnisse von gemessenen Daten werden diese in einer sog. Kostenfunktion verglichen:

$$\mathcal{J} = (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}^m)^T \mathbf{D}^{-1} (\mathbf{d}^o - \mathbf{d}^m) \quad (2.1)$$

Dabei sind die Beobachtungen zusammengefaßt zu einem Vektor \mathbf{d}^o , die berechneten Modelläquivalente sind die Komponenten des Vektors \mathbf{d}^m , und die Metrik

D^{-1} wird in der Regel als die Inverse der Fehlerkovarianzmatrix der Beobachtungen angesetzt.

Die Modelläquivalente d^m hängen von externen Kontrollvariablen ab, die zu einem Vektor zusammengefaßt mit Φ bezeichnet werden. Diese können, wie in dieser Arbeit, freie Parameter in den Modellgleichungen sein, aber auch Anfangs- und Randbedingungen wie das Spektrum zu Beginn oder das Windfeld. Nach der 'maximum-likelihood'-Methode¹ besteht das Ziel darin, die Kostenfunktion als Funktion dieser Kontrollvariablen zu minimieren. Für diese Minimierung werden die Gradienten der Kontrollvariablen, also die Ableitungen der Kostenfunktion bezüglich derselben, benötigt. Diese Ableitungen werden hier mit der Adjungierten Methode berechnet. Seinen Namen hat dieses Verfahren daher, daß formal das gesamte Modell als ein Operator aufgefaßt werden kann, der auf die Kontrollvariablen angewendet wird, um die Kostenfunktion zu berechnen. Der Gradient kann dann mit Hilfe des *adjungierten* Operators dargestellt werden (Giering, 1994).

Dieser formale Hintergrund muß jedoch zur Beschreibung der Methode nicht weiter ausgeführt werden. An Hand des Konzeptes der Lagrangefunktion ist eine alternative Darstellung möglich, die darüber hinaus den Weg zur praktischen Umsetzung vorzeichnet.

FORMULIERUNG MIT HILFE DER LAGRANGEFUNKTION

Formal betrachtet kann ein Modell, insbesondere ein numerisches, als eine Folge von Anweisungen der Form $\psi_i = e_i(\Phi, \{\psi_j\}_{j < i})$ aufgefaßt werden, durch die die N Elemente des Modellvektors Ψ , der hier die Trajektorie des Systems darstellt, nacheinander berechnet werden. Als Modellvariable werden hier alle prognostischen Größen des Modells verstanden, die den Wert der Kostenfunktion beeinflussen. Ausgenommen sind also Konstanten, Indizes und diagnostische Größen. Prinzipiell kann jede der Komponenten ψ_i von allen Kontrollvariablen Φ und allen im Modell bereits vorher berechneten Modellkomponenten $\{\psi_j\}_{j < i}$ abhängen. Von Bedeutung für die Erstellung des adjungierten Modells sind allerdings nur die *expliziten* Abhängigkeiten einer Modellvariable, also alle die Komponenten von Ψ und Φ , die in der Zuweisung e_i „auf der rechten Seite“ stehen.

Das Minimum der Kostenfunktion ist nun derjenige Punkt im Parameterraum der Kontrollvariablen, an dem die Gradienten der Kostenfunktion bezüglich der

¹Dt.: Methode der maximalen Wahrscheinlichkeit

Komponenten des Kontrollvektors

$$\nabla_{\phi_k} \mathcal{J} = \frac{\partial}{\partial \phi_k} \mathcal{J}(\Phi) \quad (2.2)$$

identisch Null sind. Es kann gezeigt werden, daß dieses Minimum ebenfalls erreicht ist, wenn alle ersten Ableitungen der im folgenden definierten Lagrangefunktion $\mathcal{L}(\Lambda, \Psi, \Phi)$ im wesentlich erweiterten Parameterraum identisch verschwinden (S. Hasselmann *et al.*, 1994).

Bei der Konstruktion einer Lagrangefunktion werden Zwangsbedingungen an die Lösung mit Hilfe zunächst unbestimmter sogenannter Lagrangemultiplikatoren eingeführt. Die Zwangsbedingung an die gesuchte Lösung ist hier die Forderung, daß die vom Kontrollvektor Φ abhängigen Modellvariablen Ψ die Modellgleichungen exakt erfüllen. Die Lagrangefunktion ist somit:

$$\mathcal{L}(\Lambda, \Psi, \Phi) = \mathcal{J} + \Lambda^T (\mathbf{E} - \Psi) = \psi_{N+1} + \sum_{i=1}^{N+1} \lambda_i (e_i(\Phi, \{\psi_j\}_{j < i}) - \psi_i) \quad (2.3)$$

wobei in \mathbf{E} die Modellgleichungen zu einem Vektor zusammengefaßt wurden. Dabei wurde die Kostenfunktion \mathcal{J} formal als die zuletzt berechnete Modellvariable ψ_{N+1} behandelt. Um den stationären Punkt der Lagrangefunktion, an dem alle ersten Ableitungen verschwinden, zu finden, werden die Ableitungen zu Null gesetzt und die resultierenden Gleichungen simultan gelöst. Die Zuweisungen e_i müssen nach den Modellvariablen differenzierbar sein. Die Variablen werden beim Differenzieren als unabhängig betrachtet.

Die Ableitungen von \mathcal{L} nach λ_i ergeben gerade wieder die Modellgleichungen selbst. Die Forderung, daß die Ableitungen nach den Modellvariablen ψ_i verschwinden, führt auf die sogenannten adjungierten Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_{N+1}} = 0 &\rightarrow \lambda_{N+1} = 1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi_j} = 0 &\rightarrow \lambda_j = \sum_{i=j+1}^{N+1} \lambda_i \frac{\partial e_i}{\partial \psi_j} \quad (j \leq N) \end{aligned} \quad (2.4)$$

Die gesuchten Gradienten der Kontrollvariablen schließlich werden aus den Ableitungen der Lagrangefunktion nach denselben gebildet:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_k} = \sum_{i=1}^{N+1} \lambda_i \frac{\partial e_i}{\partial \phi_k} \quad (2.5)$$

Unter der Bedingung, daß die Modellgleichungen und die adjungierten Gleichungen erfüllt sind, entsprechen diese partiellen Ableitungen den Gradienten der Kontrollvariablen und müssen am Minimum der Kostenfunktion verschwinden. Sie hängen

offensichtlich von allen Lagrangemultiplikatoren λ_i ab, welche durch die adjungierten Gleichungen sukzessive bestimmt werden. Dabei wird deutlich, daß die Lagrangemultiplikatoren λ_i in umgekehrter Reihenfolge zu den Komponenten des Modellvektors ψ_i berechnet werden: Das adjungierte Modell läuft also in gewisser Weise „rückwärts“, angetrieben durch die Abweichungen zwischen Beobachtungen und Modelläquivalenten.

Durch diese Darstellung ist der Weg der in Kapitel 2.2 beschriebenen Implementierung vorgezeichnet: Zu jeder Modellvariable ψ_i wird ein ihr zugeordneter Lagrangemultiplikator λ_i definiert. Dieser erhält neben der Ableitung der Kostenfunktion nach seiner zugehörigen Modellvariable Beiträge aus den Ableitungen aller derjenigen Modellgleichungen, in denen die zugehörige Variable verwendet wurde. Der Mechanismus wird in Abb. 2.1 an einem Beispiel erläutert.

ZUR DEFINITION DER KOSTENFUNKTION

Die Modelläquivalente \mathbf{d}^m der beobachteten Daten \mathbf{d}^o sind entweder Modellvariable ψ_i selbst oder aus diesen berechnet. Die entscheidende Modellvariable und die Daten sind im Falle des Seegangmodells das prognostische Spektrum und daraus abgeleitete Größen wie Energie und Peakfrequenz. Bis hierher wurde die zu minimierende Kostenfunktion nicht näher festgelegt, außer in ihrer quadratischen Form. Ihre genaue Darstellung, insbesondere die Wahl der Metrik \mathbf{D}^{-1} als Fehlerkovarianzmatrix und eventuelle subjektive Gewichte, hängen vom betrachteten Problem und den geforderten Eigenschaften an die Lösung ab, mit anderen Worten davon, was als „beste Lösung“ angesehen wird.

In der Datenassimilation ist es durchaus üblich, noch zusätzliche „Bestrafungsterme“ in der Kostenfunktion einzuführen, um etwa den Lösungsraum auf solche in der Nähe des 'first guess'² einzuschränken. In dieser Arbeit werden keine anderen Terme in der Kostenfunktion benutzt als die Abweichungen zwischen beobachteten und berechneten Spektren und Abweichungen der jeweils daraus abgeleiteten Größen (Energie, Peakfrequenz und Phillips-Parameter).

Die Fehlerkovarianzmatrix folgt aus der 'maximum-likelihood'-Methode. Betrachtet man die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Abweichungen zwischen Modell und Daten als Funktion der Kontrollvariablen, $\mathcal{P}(\mathbf{d}^m - \mathbf{d}^o; \Phi)$, so wird \mathcal{P} unter der Annahme einer Gaußverteilung gerade maximal, wenn die oben definierte Kostenfunktion minimal wird (s. S. Hasselmann *et al.* (1994)).

²Dt.: Erste Schätzung. Gemeint ist ein erster Ansatz für die Lösung

Die prognostische Variable des Systems ist das Spektrum, eine stochastische Variable, für deren Wahrscheinlichkeitsverteilung eine Gaußverteilung angenommen werden kann (Kapitel 1.1). Damit können die Gewichte der einzelnen Terme der Kostenfunktion nach der 'maximum-likelihood'-Methode als proportional zur Anzahl der Freiheitsgrade dividiert durch den Fehler der Messung angesetzt werden. Die hier verwendete Metrik wird in Teil Kapitel 3.2 im Zusammenhang mit der Beschreibung der Daten explizit angegeben.

2.2 Zur Implementierung eines adjungierten Modells

Prinzipiell bieten sich mehrere Ansatzpunkte für die Erstellung eines adjungierten Modells an: Die dem Modell zugrundeliegenden analytischen Gleichungen, deren diskretisierte Darstellung oder der in einer Programmiersprache formulierte Algorithmus. Bei früheren Anwendungen der Adjungierten Methode wurden die analytischen Gleichungen direkt adjungiert, allerdings meist schon in diskretisierter Form. Der Nachteil bei jenem Vorgehen war, daß die Diskretisierungen von Modell und adjungiertem Modell nicht zwangsläufig übereinstimmen. Da jedoch jede Zeile des Algorithmus eine linearisierte Darstellung der zugrundeliegenden mathematischen Beschreibung ist, ist es sinnvoller, auf der Ebene des Programms anzusetzen. Die Vorteile sind dabei vor allem praktischer Art: Das erstellte adjungierte Modell weist dieselbe Struktur auf, wie das Modell selbst. Allerdings werden die Arbeitsschritte in jedem Modul des Programms in umgekehrter Reihenfolge bearbeitet und die Module mit dem letzten des Programms beginnend ausgeführt. Dadurch haben Änderungen im Modell beim adjungierten Modell nur Änderungen in den entsprechenden Modulen zur Folge.

Die rein technische Arbeit des Differenzierens kann sogar vom Rechner ausgeführt werden. Automatische Differenzierer sind in der Lage, die Gleichungen eines numerischen Modells nach allen Variablen zu differenzieren. Dies ist zuverlässiger und geht schneller als „per Hand“ (Giering, 1994)

ERSTELLUNG DES ADJUNGIERTEN MODELLS

Die hier verwendete Methode setzt auf der Ebene des Programms an. Dabei wird jede Zeile des Programms als ein Ausdruck e_i zur Definition einer Komponente ψ_i des Modellvektors Ψ aufgefaßt. Zuweisungen auf Konstanten, die die Kostenfunktion nicht beeinflussen, und Laufvariable oder Indizes werden dabei nicht berücksichtigt. Allerdings müssen sie für das adjungierte Modell zur Verfügung stehen,

indem sie entweder dort neu berechnet oder von einem externen Speicher eingelesen werden. Insbesondere Verzweigungen innerhalb des Programms, die möglicherweise vom Modellzustand abhängen, müssen beim adjungierten Modell in genau derselben Weise durchlaufen werden. Dies sollte schon bei der Erstellung des Modells selbst berücksichtigt werden.

Das Adjungieren des Programms ist dem Übersetzen eines Programms von einer höheren Programmiersprache wie FORTRAN oder PASCAL in Maschinensprache vergleichbar. Am MPI wurde von R. Giering ein 'Adjoint Model Compiler'³ (AMC) entwickelt, der zu einem in FORTRAN verfaßten Modell das entsprechende adjungierte Modell (wiederum in FORTRAN) erstellt. Für den Compiler müssen die zu differenzierenden Programme mit Direktiven versehen werden, die zum Beispiel festlegen, welche der verwendeten Variablen im Modell als prognostisch behandelt werden sollen. Andernfalls erhielte jede Programmvariable einen Lagrangemultiplikator, da die Rolle einer Variable, also der Unterschied zwischen prognostischen und diagnostischen Variablen, vom Compiler nicht ohne weiteres erkannt werden kann. Der AMC wurde auch im Rahmen dieser Arbeit zur Validierung einzelner Teile des adjungierten Modells eingesetzt. Inzwischen ist er soweit fortentwickelt worden, daß er wohl in naher Zukunft auch zur Adjunktion ganzer Modelle verwendet werden kann.

AKKUMULATION DER LAGRANGEMULTIPLIKATOREN

Das adjungierte Modell summiert Beiträge zu den Lagrangemultiplikatoren der Modellvariablen von allen Stellen des Modells, in denen die Modellvariable „auf der rechten Seite“ im Ausdruck zur Berechnung einer anderen benutzt wurde. Für jede Modellvariable ψ_i gilt, daß sie im Modell, wenn sie das erste Mal erscheint, auf der linken Seite einer Zuweisung steht. Dabei sind Leseoperationen des Programms ebenfalls als solche Anweisungen aufzufassen. Anschließend wird sie an einer oder mehreren Stellen des Modells in der Zuweisung einer oder mehrerer anderer Variablen benutzt. Das Adjungieren einer Zuweisung geschieht, indem diese nach allen Variablen, die auf der rechten Seite stehen, abgeleitet wird. Zu jeder Anweisung des Modells entstehen also soviele adjungierte Anweisungen, wie Modellvariablen auf der rechten Seite der Modellgleichung stehen. In der Praxis werden in jeder Zeile des Modells natürlich nur wenige der zuvor berechneten Modellvariablen und nur einige der Kontrollvariablen benutzt.

³'compiler': engl. Bezeichnung für ein Programm, das zwischen Programmiersprachen übersetzt

<u>Modell</u>	<u>Adjungiertes Modell</u> (von unten nach oben)
$\psi_1 = e_1(\phi_1, \phi_4)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = 0 \\ \nabla_{\phi_1} \mathcal{J} = \nabla_{\phi_1} \mathcal{J} + \lambda_1 \frac{\partial e_1}{\partial \phi_1} \\ \nabla_{\phi_4} \mathcal{J} = \nabla_{\phi_4} \mathcal{J} + \lambda_1 \frac{\partial e_1}{\partial \phi_4} \end{array} \right.$
$\psi_2 = e_2(\psi_1)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 = 0 \\ \lambda_1 = \lambda_1 + \lambda_2 \frac{\partial e_2}{\partial \psi_1} \end{array} \right.$
\vdots	\vdots
$\psi_{N-1} = e_{N-1}(\psi_2, \phi_1)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{N-1} = 0 \\ \lambda_2 = \lambda_2 + \lambda_{N-1} \frac{\partial e_{N-1}}{\partial \psi_2} \\ \nabla_{\phi_1} \mathcal{J} = \nabla_{\phi_1} \mathcal{J} + \lambda_{N-1} \frac{\partial e_{N-1}}{\partial \phi_1} \end{array} \right.$
$\psi_N = e_N(\psi_2, \phi_3)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_N = 0 \\ \lambda_2 = \lambda_2 + \lambda_N \frac{\partial e_N}{\partial \psi_2} \\ \nabla_{\phi_3} \mathcal{J} = \nabla_{\phi_3} \mathcal{J} + \lambda_N \frac{\partial e_N}{\partial \phi_3} \end{array} \right.$
$\mathcal{J} = \psi_{N+1} = e_{N+1}(\psi_2, \phi_1)$	$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{N+1} = 0 \\ \lambda_2 = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \psi_2} \\ \nabla_{\phi_1} \mathcal{J} = \frac{\partial \mathcal{J}}{\partial \phi_1} \end{array} \right.$
	$\lambda_{N+1} = 1$ (Startwert)

Abbildung 2.1: Beispiel zur Erläuterung der Arbeitsweise der Adjungierten Methode.

Die Akkumulation eines Lagrangemultiplikators λ_i *beginnt* an der Stelle des adjungierten Modells, die zu der Zuweisung im Modell korrespondiert, in der die zugehörige Variable ψ_i *das letzte Mal* auf der rechten Seite einer Zuweisung verwendet wurde. Wie schon bemerkt, läuft das adjungierte Modell „rückwärts“, so daß der zu dieser Variable gehörige Lagrangemultiplikator λ_i Beiträge von den adjungierten Gleichungen aller derjenigen Zuweisungen akkumuliert, bei denen seine zugehörige Variable ψ_i im Modell verwendet wurde. Schließlich, wenn im adjungierten Modell die Stelle erreicht wird, die zur Definitionsgleichung der Variablen ψ_i selbst korrespondiert, wird der Lagrangemultiplikator λ_i als Gewicht für die Akkumulation der Lagrangemultiplikatoren $\{\lambda_j\}_{j \in J}$ derjenigen Variablen $\{\psi_j\}_{j \in J}$ verwendet, von denen seine Definition im Modell abhing. Das ist die Bedeutung der Summe in Gl. (2.4), welche die Kettenregel darstellt.

Im adjungierten Modell folgen jetzt nur noch die adjungierten Gleichungen zu

Anweisungen, die im Modell *vor* der Definition der Variable ψ_i stehen. Deswegen wird der Lagrangemultiplikator λ_i nicht mehr benötigt und muß zu Null gesetzt werden. Konsequentes Vorgehen in dieser Weise erlaubt es damit, denselben Variablennamen im Modell mehrfach zu verwenden. Bei numerischen Integrationen oder anderen Summenbildungen ist dies auch kaum zu vermeiden. Das in Abb. 2.1 dargestellte Beispiel verdeutlicht das Vorgehen an einem einfachen Modellprogramm. Dabei kann zum Beispiel an der Modellvariable ψ_2 verfolgt werden, wie der zugehörige Lagrangemultiplikator λ_2 in der letzten Zeile des Programms initialisiert wird und dann fortlaufend Beiträge von den adjungierten Gleichungen derjenigen Modellgleichungen aufsummiert, zu deren Berechnung die Variable ψ_2 im Modell eingesetzt wurde.

IDENTIFIKATION DER KONTROLLVARIABLEN

Wenn alle Modellvariablen einen zugeordneten Lagrangemultiplikator erhalten, so sind formal die Gradienten der Kontrollvariablen nicht von den Lagrangemultiplikatoren der Modellvariablen zu unterscheiden. Da die Kontrollvariablen im Modell als externe Variablen aber nie in der Weise wie die Modellvariablen über eine Zuweisung „definiert“ werden, müssen sie entweder ganz am Anfang oder im Modellverlauf von einem externen Speicher eingelesen werden. Erreicht das adjungierte Modell die zu dieser Einleseoperation korrespondierende Stelle, wird der aktuelle Wert des Gradienten entsprechend gespeichert. Da die Identifikation der Kontrollvariablen außerhalb des Modells geschieht, kann bei diesem Verfahren der Satz der Kontrollvariablen leicht geändert werden: Da sie in mindestens einer der Modellgleichungen verwendet werden, existieren ihre Lagrangemultiplikatoren ohnehin. Diese müssen nur entsprechend gespeichert werden.

TEST DER GRADIENTEN

Um die vom adjungierten Modell berechneten Gradienten zu testen, werden diese mit solchen verglichen, die mit finiten Differenzen berechnet werden. Bei wenigen Parametern kann dieser Test für jeden einzeln erfolgen. Praktisch wird so verfahren, daß für einen gegebenen Kontrollvektor die Kostenfunktion und die Gradienten bestimmt werden. Anschließend wird jeweils eine Komponente des Kontrollvektors leicht gestört und die Kostenfunktion erneut berechnet. Der Differenzenquotient der so ermittelten Funktionswerte muß gegen den mit dem adjungierten Modell berechneten Wert des Gradienten konvergieren, wenn die Auslenkungen schrittweise

verkleinert werden. Bei einer größeren Anzahl von Parametern werden diese alle gleichzeitig verändert und die Ableitung in der projizierten Richtung untersucht.

Mit diesem Verfahren lassen sich Fehler bei der Erstellung des adjungierten Modells leicht feststellen. Ein bei der Erstellung per Hand häufig auftretender Fehler ist eine falsche Reinitialisierung eines Lagrangemultiplikators. Dies macht sich in einem systematischen additiven Fehler der Gradienten bemerkbar. Dank der oben beschriebenen Technik des Adjungierens sind die Stellen im adjungierten Modell, an denen eine bestimmte Komponente des Kontrollvektors einen Beitrag erhält, leicht zu ermitteln, und auftretende Fehler lassen sich in der Regel schnell beseitigen. Darüber hinaus wurde die Qualität der Gradienten auch als Kriterium für die Bestimmung der maximalen Integrationsschrittweite benutzt. Während sich das Modell — wie in Kapitel 1.4 beschrieben — auch dann noch stabil integrieren läßt, wenn auf Grund großer Schrittweiten künstliche Oszillationen in der nichtlinearen Wechselwirkung auftreten, reagieren die Gradienten sehr sensibel darauf. Die Schrittweite konnte mit dem hier beschriebenen Verfahren gut eingestellt werden. Allerdings war es bei starken Änderungen der Parameter nach einer Reihe von Schritten der Minimierung zuweilen nötig, die Schrittweite an die aktuelle Parameterkombination neu anzupassen und von diesem Punkt aus erneut zu starten.

MINIMIERUNG DER KOSTENFUNKTION

Das Modell bildet zusammen mit dem adjungierten Modell eine Einheit, die zu einem gegebenen Kontrollvektor den Wert der Kostenfunktion und die ersten Ableitungen derselben nach den Komponenten des Kontrollvektors berechnet. Sie werden deswegen in einem Modul zusammengeführt, das dann als eine 'black box' betrachtet werden kann.

Zur Lösung von Minimierungsproblemen existieren eine Reihe verschiedener mathematischer Verfahren, die unterschiedliche Bedingungen an die zu minimierende Funktion stellen. Hier kommen solche in Frage, die zur Lösung den Funktionswert sowie die ersten Ableitungen erfordern. Im Rahmen der hier durchgeführten Optimierungen wurden zwei Bibliotheksroutinen der NAG (National Algorithm Group) eingesetzt (NAG, 1991). Die eine (E04DGE) basiert auf der Methode der konjugierten Gradienten, die andere (E04UCE) löst das Minimierungsproblem mit sequentieller quadratischer Programmierung. Eine brauchbare Darstellung des mathematischen Hintergrunds dieser Verfahren für die Praxis liefert Numerical Recipes (1989).

Kapitel 3

Vergleich der Modelle und Ergebnisse der Optimierungen

In diesem Kapitel werden die drei Modelle WAM cycle 3, WAM cycle 4 und Grenzschicht-WAM vergleichend dargestellt (Kapitel 3.1) und die Ergebnisse einiger Optimierungen diskutiert (Kapitel 3.3). Die dabei verwendeten Daten sind in Kapitel 3.2 beschrieben. Dort ist auch die Kostenfunktion definiert.

Wie in Kapitel 1.4 schon festgestellt wurde, bezieht sich eine Parameteroptimierung immer auf eine konkrete numerische Realisierung eines bestimmten Algorithmus. Deswegen lassen sich die Ergebnisse von Optimierungen mit einem eindimensionalen Seegangmodell nur dann in das globale Modell übertragen, wenn auch Details der Numerik möglichst gleich behandelt werden. Nichtsdestotrotz muß der als Optimum ermittelte Parametersatz anschließend noch im globalen Modell überprüft werden. Dies ist insbesondere notwendig, da mit einem fetchbegrenzten Modell die Energiebilanzgleichung nur für einen Spezialfall gelöst wird.

Der Akzent der Untersuchung liegt auf der physikalischen Interpretation der verschiedenen Modellierungen von Windanfachung und Dissipation. Die hier vorgestellten Optimierungsergebnisse dienen daneben vornehmlich der Demonstration, daß die Adjungierte Methode zur Optimierung eines Seegangmodells gut geeignet ist.

ÜBERSICHT DER VORGESTELLTEN ERGEBNISSE

In Kapitel 3.1.1 werden Spektren und charakteristische Seeganggrößen für alle drei Modelle nebeneinander dargestellt. In Kapitel 3.1.2 wird ein detaillierter Vergleich der Energiebilanz von WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM gezogen, der interessante Einsichten in die Modelldynamik offenbart.

Für jedes der in Kapitel 1 beschriebenen Modelle wurden Studien für verschie-

dene Kombinationen von freien Parametern in den einzelnen Quellfunktionen unter Verwendung unterschiedlicher Datensätze durchgeführt. Kapitel 3.3 stellt eine Auswahl von Optimierungsergebnissen vor. In Kapitel 3.3.1 wird für das aktuell implementierte Modell WAM cycle 4 das Ergebnis der Optimierung aller fünf Parameter in den Quelltermen für Windanfächung und Dissipation unter Aspekten der Kombination der zu variierenden Parameter und der Datenauswahl diskutiert. In Kapitel 3.3.2 werden Optimierungen mit zwei freien Parametern in der Dissipationsfunktion im Vergleich zu früher durchgeführten Anpassungen für WAM cycle 3 vorgestellt.

	WAM cycle 3	WAM cycle 4	Grenzschicht-WAM
Windanfachung	linear in \widehat{u}_* Gl. (1.26)	quadratisch in $\widehat{u}_*^{\text{Ja}}$ Gl. (1.27) – (1.31)	quadr. Polynom in \widehat{u}_λ Gl. (1.32) – (1.37)
Dissipation	$\propto \omega^2$ Gl. (1.40)	$\propto (\omega^2 + \omega^4)$ Gl. (1.42)	$\propto \omega^2$ modif. Gl. (1.40)
'tail'	$\propto f^{-4}$	$\propto f^{-5}$	$\propto f^{-4}$
'drag'-Koeff.	Gl. (1.12) Funktion von u_{10}	Gl. (1.15), (1.16) Funktion von u_{10}, F	Gl. (1.12) Funktion von u_{10}

Tabelle 3.1: Einige Charakteristika der benutzten Modelle.

3.1 Gegenüberstellung der drei Modelle

Wie in Kapitel 1.3.3 und insbesondere in Kapitel 1.3.2 bei der Beschreibung der unterschiedlichen Quellterme schon deutlich wurde, unterscheiden sich die verschiedenen Ansätze für die Modellierung von Dissipation und Windanfachung erheblich. Dies gilt nicht nur für die Form derselben, etwa ihre Abhängigkeit von Windgeschwindigkeit, mittleren Seegangparametern oder der Rauheitslänge, sondern auch für den absoluten Wert der Quellfunktionen bei fester Frequenz und Richtung, wenn sie auf dasselbe Spektrum angewendet werden. Hier sollen die Eigenschaften der drei beschriebenen Modelle einander vergleichend gegenübergestellt werden. Die Charakteristika der drei Modelle sind in Tab. 3.1 zusammengestellt.

3.1.1 Wachstumskurven und Spektren der drei Modelle

Obwohl zur Zeit WAM cycle 4 an den meisten Instituten als aktuelle Implementierung des globalen Seegangmodells WAM benutzt wird, gibt es in der Anwendung immer wieder Hinweise darauf, daß die Vorläuferversion WAM cycle 3 in einigen Aspekten überlegen ist (zuletzt Bender und Leslie (1994)). Auch wenn ein fetchbegrenzttes Modell wegen der idealisierten Bedingungen nur eingeschränkt zur Validierung eines Modells eingesetzt werden kann, lassen sich die unterschiedlichen Eigenschaften der Modelle gut mit einem solchen untersuchen. Das Grenzschicht-WAM ist bis jetzt nur in eindimensionalen Seegangmodellen untersucht worden (Burgers und Makin, 1993).

Hier wird ein Vergleich der drei Modelle an Hand von Wachstumskurven der dimensionslosen Energie, der Peakfrequenz und des Phillips-Parameters als Funktion des dimensionslosen Fetch gezogen. Die Kurven aller drei Modelle zeigen einen sehr

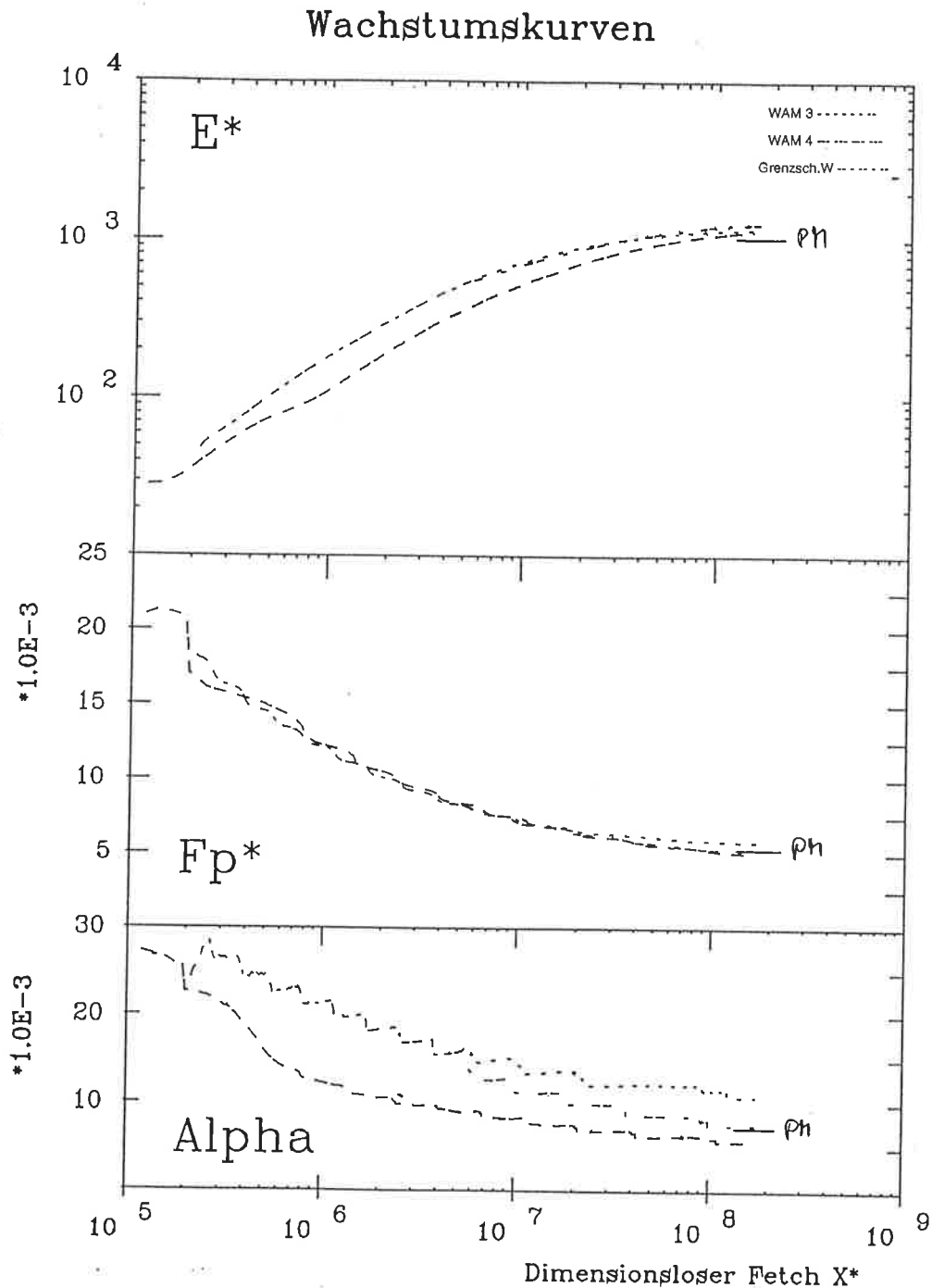


Abbildung 3.1: Wachstumskurven für dimensionslose Energie \mathcal{E}_* , Peakfrequenz ν_* und Phillips-Parameter α_{ph} als Funktionen des dimensionslosen Fetch \mathcal{X}_* für die drei Modelle WAM cycle 3, WAM cycle 4 und Grenzschicht-WAM. Die Größen wurden mit Hilfe der gemittelten Reibungsgeschwindigkeit \bar{u}_* dimensionslos dargestellt (s. Gl. (1.45)).

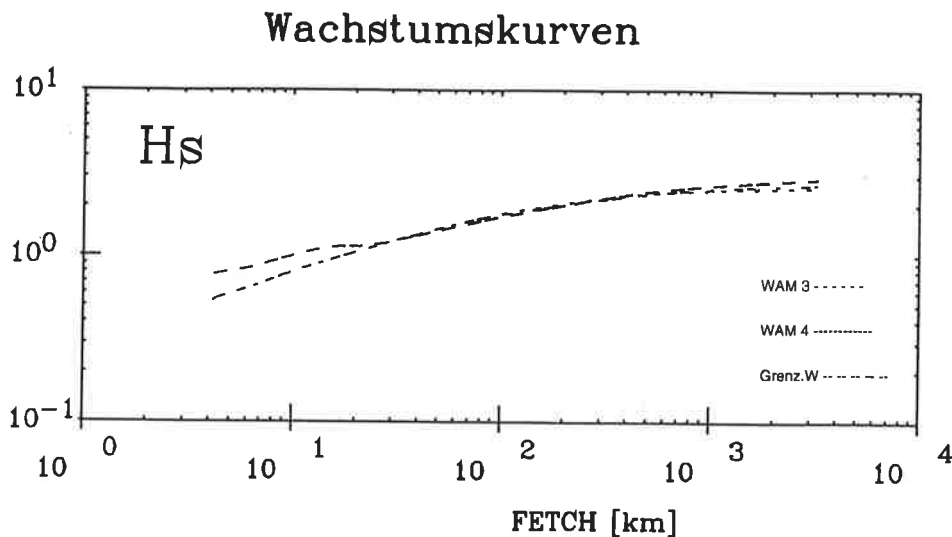


Abbildung 3.2: Signifikante Wellenhöhen der drei Modelle WAM cycle 3, WAM cycle 4 und Grenzschicht-WAM als Funktion des Fetch.

ähnlichen Verlauf und erreichen fast denselben Wert im Bereich der voll entwickelten See. In der Tat stimmen die dimensionslosen Energien von WAM cycle 3 und dem Grenzschicht-WAM derart gut überein, daß der Unterschied in Abb. 3.1 nicht auszumachen ist. Der größere Unterschied der Wachstumskurve der dimensionslosen Energie mit dem Fetch von WAM cycle 4 zu jenen ist darauf zurückzuführen, daß die Reibungsgeschwindigkeit, mit der die Ergebnisse dimensionslos dargestellt werden, bei WAM cycle 4 vor allem bei kleinem Fetch erheblich größer ist als bei den beiden anderen Modellen. Im voll entwickelten Bereich ist der dynamisch berechnete Wert von u_* für WAM cycle 4 immer noch etwa 5% größer als der nach der Näherung (Gl. (1.12)) in den beiden anderen Modellen berechnete.

Eine genauere Betrachtung der Spektren (Abb. 3.3) offenbart Unterschiede sowohl in der Richtungsverteilung als auch in der Lage und Höhe der Maxima. Die Spektren von WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM sind weiter ausgedehnt als die von WAM cycle 4. Diese unterschiedliche Richtungsverteilung wirkt sich bei der Integration für die Gesamtenergie aus, so daß alle drei Modelle einen ähnlichen Wert ergeben, auch wenn die Maxima sehr unterschiedlich sind. Die signifikanten Wellenhöhen $H_s = 4\sqrt{\mathcal{E}}$ stimmen recht gut überein (Abb. 3.2), allerdings stammen die Beiträge zur Energie in den Spektren aus unterschiedlichen Bereichen: Das Spektrum von WAM cycle 3 fällt als Funktion der Frequenz wesentlich schwächer ab, und die Peakfrequenz liegt höher als bei WAM cycle 4 und Grenzschicht-WAM.

Dies spiegelt sich wider in einem deutlich höheren Phillips-Parameter, der durch Integration im energiereichen Teil des Gleichgewichtsspektrums zwischen 1.35ν und 2.0ν bestimmt wird (s. Kapitel 1.4). Bei der voll entwickelten See liegt der Wert für WAM cycle 3 etwa 20% über dem Pierson-Moskowitz-Wert. Dies war unter anderem ein Grund für die Revision des Modells. Allerdings ist α_{ph} für das aktuell implementierte Modell WAM cycle 4 etwas zu klein.

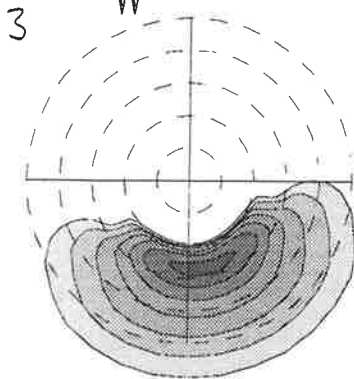
Die im wesentlichen relativ gute Übereinstimmung aller Modelle in den integrierten Seegangsparemtern ist erstaunlich, wenn man sich vor Augen führt, daß die Quellterme der jeweiligen Modelle starke Unterschiede aufweisen: Der Windanfachtungsterm reicht von einer rein linearen Abhängigkeit in \widehat{u}_* beim WAM cycle 3 bis zur einer rein quadratischen für WAM cycle 4, während der Term beim Grenzschicht-WAM von einem quadratischen Polynom abhängt. Die absolute Größe der Windanfachtungsterme variiert für ein gegebenes Spektrum und festes \widehat{u}_* um den Faktor zwei bis drei (vgl. Kapitel 1.3.2, Abb. 1.3). Die Dissipationsfunktion ist im Falle von WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM quadratisch in der Frequenz, während sie bei WAM cycle 4 einen zusätzlichen Term vierter Ordnung in der Frequenz enthält. Die absolute Größe variiert hier bei einer festen Frequenz für dieselbe Energie und mittlere Frequenz sogar um einen Faktor fünf (vgl. Abb. 1.4).

3.1.2 Energiebilanz von WAM cycle 3 und Grenzschicht-WAM

Da sich WAM cycle 3 und das Grenzschichtmodell nur im Quellterm für die Windanfachtung und im Vorfaktor der Dissipation unterscheiden, bietet es sich an, für diese beiden Modelle Details der Energiebilanz näher zu untersuchen. Der Vergleich wurde durchgeführt, indem bei mittlerem Fetch ($\mathcal{X}_* = 5.3 \cdot 10^6$) die Quellterme des Grenzschicht-WAM auf ein Spektrum angewendet wurden, das bis dahin mit den Quelltermen des WAM cycle 3 integriert worden war. In der ersten Zeile von Abb. 3.4 sind die winkelintegrierten Spektren und Quellterme von WAM cycle 3 nach einer Integration bis $\mathcal{X}_* \simeq 5.3 \cdot 10^6$ gezeigt. In der nächsten Reihe sind die Spektren um einen Schritt weiter integriert worden, links mit den Quelltermen von WAM cycle 3, rechts mit denen von Grenzschicht-WAM. Die beiden weiteren Reihen entsprechen dem Zustand nach weiteren 60 km und 160 km Integrationsweg. Die Quellterme sind von der Größenordnung 10^{-4} und wurden mit $1.0 \cdot 10^4$ skaliert, um sie zusammen mit den Spektren in die Abbildungen einzeichnen zu können.

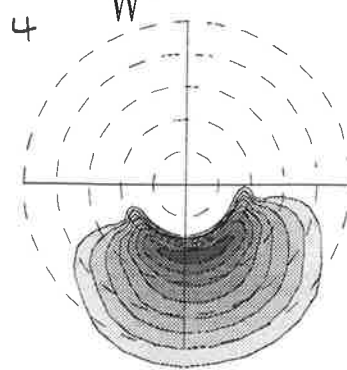
Der Vergleich der linken und rechten Abbildungen in der zweiten Reihe, direkt nach dem „Umschalten“ der Quellterme, zeigt, daß die Quellterme des Grenzschicht-WAM offensichtlich das Ausgangsspektrum nur unerheblich verändert haben, ob-

OWM-3 U10 = 11.00 m/s
 Diml. Fetch: 1.20*10e8
 U*: 0.43 m/s 170. Deg



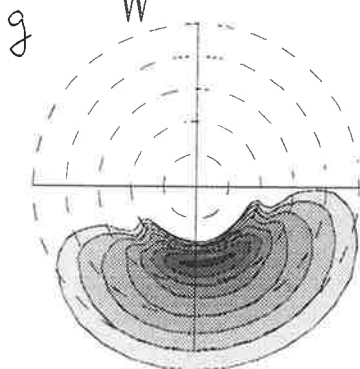
Hs: 2.55 M PEAK
 MEAN -Max.: 2.83
 -Frq.: 0.16 Hz -Frq.: 0.13 Hz
 -Dir.: 170. Deg -Dir.: 170. Deg

OWM-4 U10 = 11.00 m/s
 Diml. Fetch: 1.20*10e8
 U*: 0.46 m/s 170. Deg



Hs: 2.88 M PEAK
 MEAN -Max.: 5.54
 -Frq.: 0.13 Hz -Frq.: 0.11 Hz
 -Dir.: 170. Deg -Dir.: 170. Deg

OWM-5 U10 = 11.00 m/s
 Diml. Fetch: 1.20*10e8
 U*: 0.43 m/s 170. Deg



Hs: 2.66 M PEAK
 MEAN -Max.: 4.44
 -Frq.: 0.15 Hz -Frq.: 0.12 Hz
 -Dir.: 170. Deg -Dir.: 160. Deg

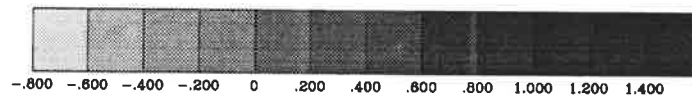
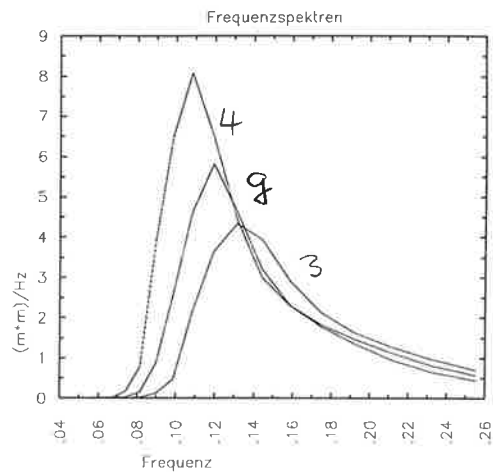


Abbildung 3.3: Winkelaufgelöste Spektren für die drei Modelle WAM cycle 3 (oben links), WAM cycle 4 (oben rechts) und Grenzschicht-WAM (unten links) sowie unten rechts die Frequenzspektren und im Bereich der voll entwickelten See ($\mathcal{X}_* \simeq 1.2 \cdot 10^8$). Die Frequenzlinien (gestrichelt) sind von 0.05 Hz an im Abstand von 0.05 Hz eingezeichnet, die Isolinien der Spektren sind im logarithmischen Abstand zur Basis 10 dargestellt. Die Exponenten sind an der Schattierungslegende angegeben.

wohl sie beide deutlich kleiner sind als die des WAM cycle 3. Die Anpassung des Spektrums an die durch die Quellterme vorgegebene Energiebilanz erfolgt ziemlich rasch, so daß nach wenigen Integrationsschritten das Spektrum des „umgeschalteten“ Modells nicht von einem solchen zu unterscheiden ist, das von Anfang an mit den Quelltermen des Grenzschicht-WAM integriert wurde. In Abb. 3.5 sind vier weitere Punkte entlang des Fetch bis zur voll entwickelten See abgebildet. Folgerichtig muß auch die nichtlineare Wechselwirkung für beide Modelle von ähnlicher Größenordnung sein. Wie oben beschrieben spielt sie die entscheidende Rolle beim Wachstum der Windsee. Allerdings unterscheidet sie sich in Einzelheiten zwischen den beiden Modellen z.T. erheblich, da sie schon auf kleinste Unterschiede im Spektrum reagiert. Erst nach mehreren Integrationsschritten weichen die Spektren und damit auch die jeweilige nichtlineare Wechselwirkung stärker voneinander ab.

Der Mechanismus kann verstanden werden, wenn man die Summe der beiden Quellterme für Windanfuchung und Dissipation (in der Abbildung mit $W+D$ bezeichnet) auf der einen Seite, und die nichtlineare Wechselwirkung auf der anderen betrachtet. Das Spektrum von Grenzschicht-WAM ist deutlich höher und als Funktion der Frequenz steiler als das von WAM cycle 3. Dies wird bereits bei mittlerem Fetch sichtbar (letzte Reihe in Abb. 3.4). Deswegen müßte die nichtlineare Wechselwirkung beim Grenzschicht-WAM eigentlich einen stärkeren positiven Peak bei einer kleineren Frequenz zeigen als diejenige von WAM cycle 3. Dies ist jedoch offensichtlich nicht der Fall, im Gegenteil, schon kurz nach dem Umschalten (dritte Reihe in Abb. 3.4) ist der niederfrequente Peak der nichtlinearen Wechselwirkung beim Grenzschicht-WAM deutlich kleiner als derjenige bei WAM cycle 3. Betrachtet man jedoch die Summe aller drei Quellterme (letzte Zeile in Abb. 3.7), so wird deutlich, daß der „Überschuß“, der das Wachstum des Spektrums bewirkt, bei beiden Modellen etwa dergleiche ist. Unter der Nebenbedingung, daß das Grenzschicht-WAM dasselbe Wachstumsverhalten zeigen soll wie WAM cycle 3, wurde die Dissipationsfunktion so angepaßt, daß sie dem erheblich kleineren Windanfuchungsterm entspricht. Die Summe beider Terme zeigt unterhalb des spektralen Peaks ein kleineres Minimum als bei WAM cycle 3 (zweite Zeile von Abb. 3.7). Dadurch „muß“ die nichtlineare Wechselwirkung aber im Falle des Grenzschicht-WAM nicht soviel ausgleichen, „braucht“ also im dynamischen Gleichgewicht der Modellintegration nicht so groß zu sein, wie nach der Form und Höhe des Spektrums zu erwarten wäre.

Es läßt sich somit feststellen, daß nicht die absolute Größe der Quellterme für Windanfuchung und Dissipation entscheidend ist, sondern nur deren Summe gerade

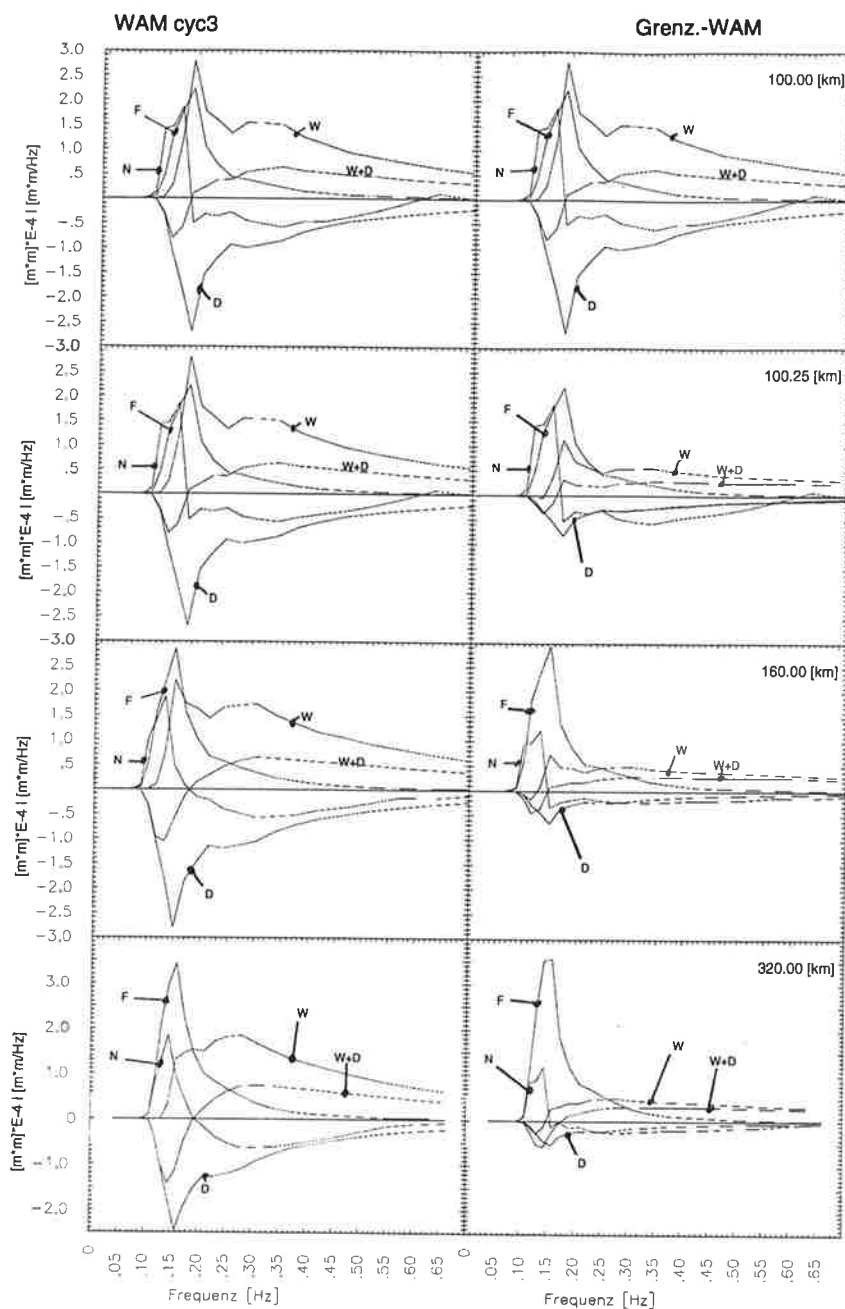


Abbildung 3.4: Winkelintegrierte Spektren F und Quellterme für Windanfachung W, Dissipation D und nichtlineare Wechselwirkung N an einigen Punkten entlang des Fetch für WAM cycle 3 (links) und Grenzschicht-WAM (rechts). Nebeneinanderstehende Abbildungen beziehen sich auf den gleichen, im rechten Bild angegebenen Fetch-Punkt. Die Quellfunktionen von Grenzschicht-WAM wurden bei $\mathcal{X}_* = 5.3 \cdot 10^6$ (erste Zeile) auf ein bis dahin mit den Quelltermen von WAM cycle 3 integriertes Spektrum angewendet. Die Quellterme wurden mit $1.0 \cdot 10^4$ multipliziert, um sie mit den Spektren zusammen in den Bildern darstellen zu können.

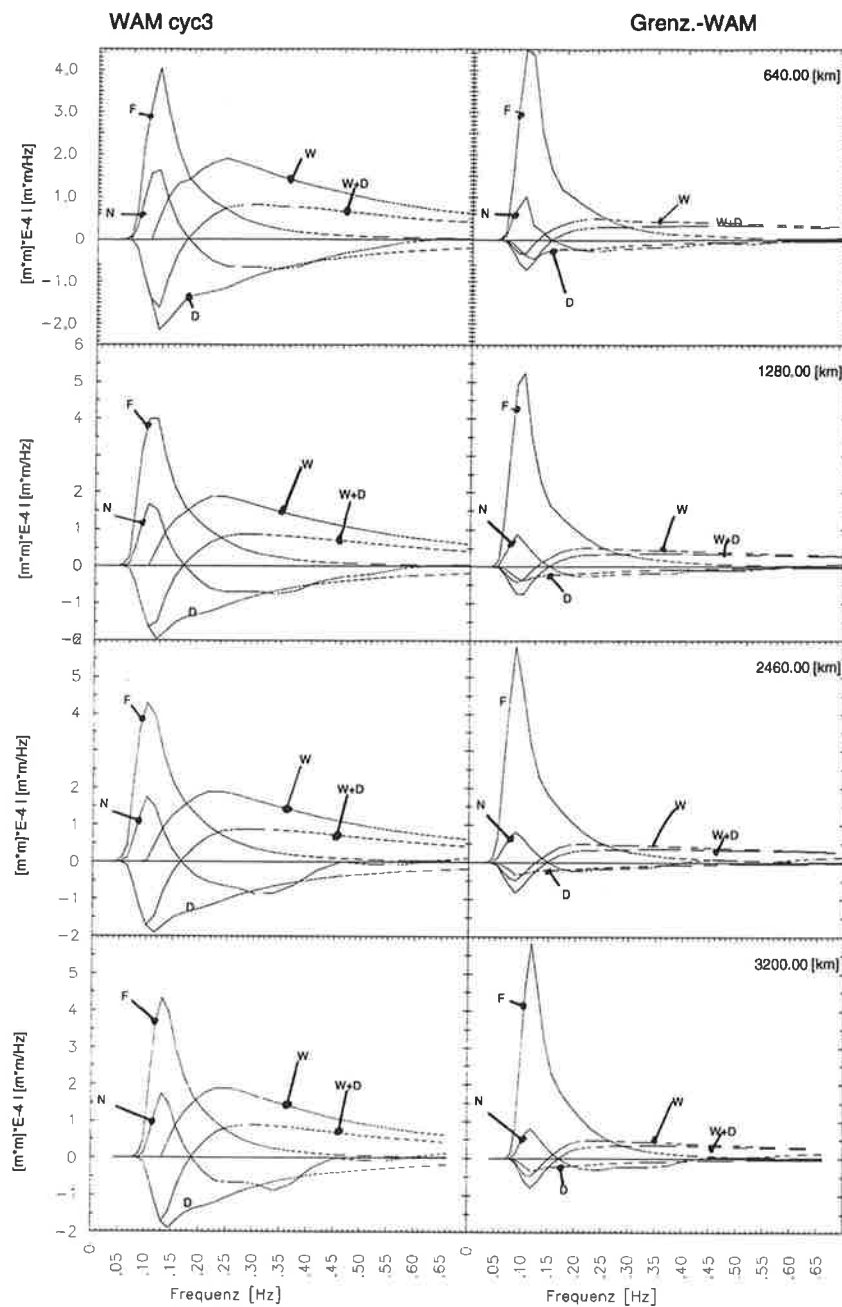


Abbildung 3.5: Winkelintegrierte Spektren und Quellterme für WAM cycle 3 (links) und Grenzschicht-WAM (rechts) wie in Abb. 3.4 an einigen Punkten entlang des Fetch bis zur voll entwickelten See.

eine Struktur zeigen muß, die geeignet ist, das Wachstum der Windsee zu ermöglichen: Der Mechanismus des Seegangswachstums wurde oben schon bei der Beschreibung der herausragenden Rolle der nichtlinearen Wechselwirkung erläutert. Diese hat eine $+ - +$ Struktur, durch die Energie aus Frequenzbereichen oberhalb der Peakfrequenz in solche unterhalb derselben transportiert wird. Wenn nun die Summe der beiden Quellterme für Windanfachung und Dissipation, $S_{in} + S_{ds}$, als Funktion der Frequenz die „richtige“ Form hat, so ist es unerheblich, wie jeder der Terme im Detail aussieht. Der Energieeintrag muß nur in dem Bereich oberhalb der spektralen Peakfrequenz erfolgen, in dem die nichtlineare Wechselwirkung das negative Minimum aufweist. In Abb. 3.7 ist die Summe der winkelintegrierten Quellterme für Windanfachung und Dissipation als Funktion der Frequenz für mehrere Punkte entlang des Fetch aufgetragen. Der Vergleich der beiden Modelle zeigt, daß zwar die absolute Größe der Summe verschieden, die Form aber nahezu identisch ist. Dieses Ergebnis ist insofern von Bedeutung, als sich damit ein breiter Spielraum für die tatsächliche Modellierung eröffnet. In Kapitel 3.3 wird an Hand der Ergebnisse der Optimierungen für WAM cycle 4 deutlich, daß sogar für sehr ähnliche Formulierungen der Windanfachung verschiedene Dissipationsfunktionen möglich sind.

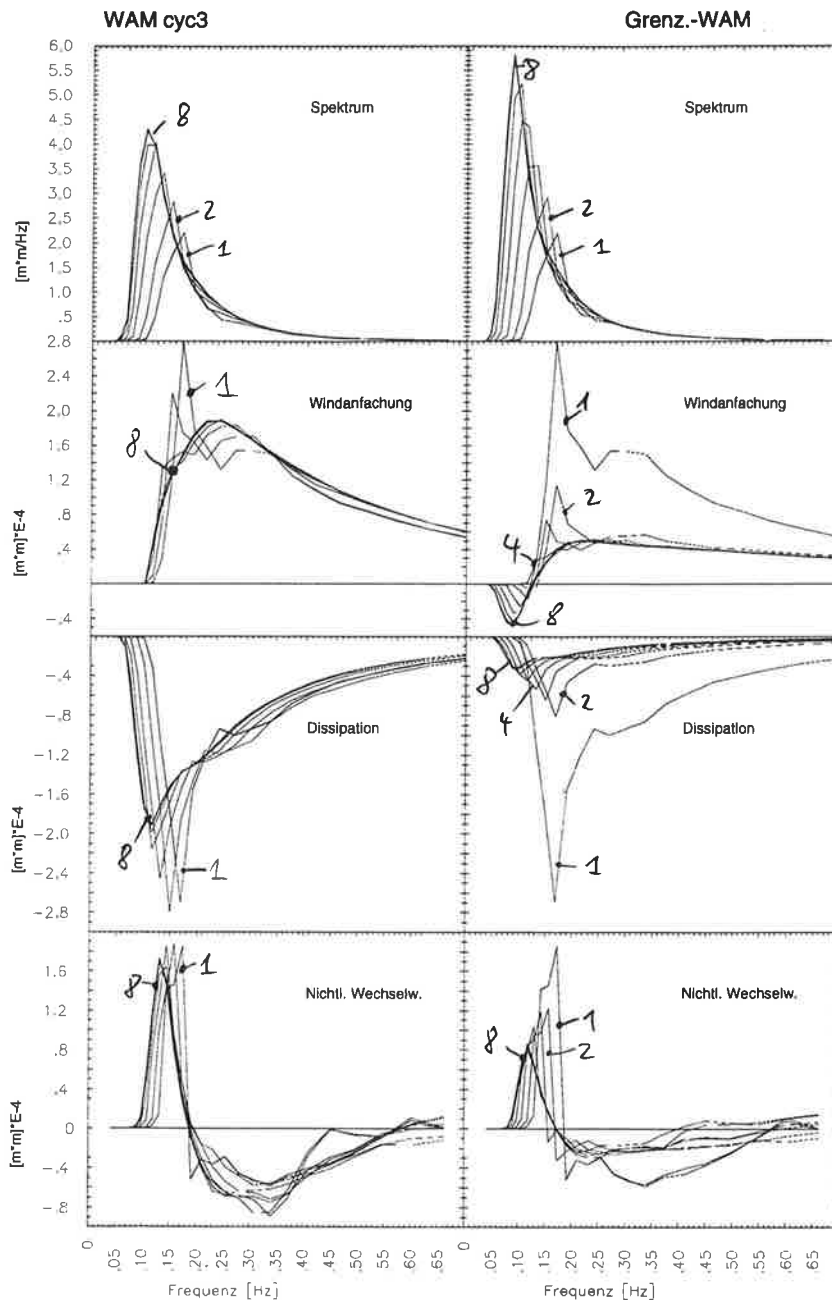


Abbildung 3.6: Die winkelintegrierten Spektren (erste Reihe) und die Quellterme für Windanfächung (zweite Reihe), Dissipation (dritte Reihe) und nichtlineare Wechselwirkung (unterste Reihe) der Modelle WAM cycle 3 (links) und Grenzschicht-WAM (rechts) als Funktion der Frequenz für die Punkte aus den Abb. 3.4 und 3.5 entlang des Fetch. Der Peak des Spektrums und die Maxima und Minima der Quellterme verschieben sich mit der Entwicklung des Spektrums von höheren Frequenzen zu kleineren.

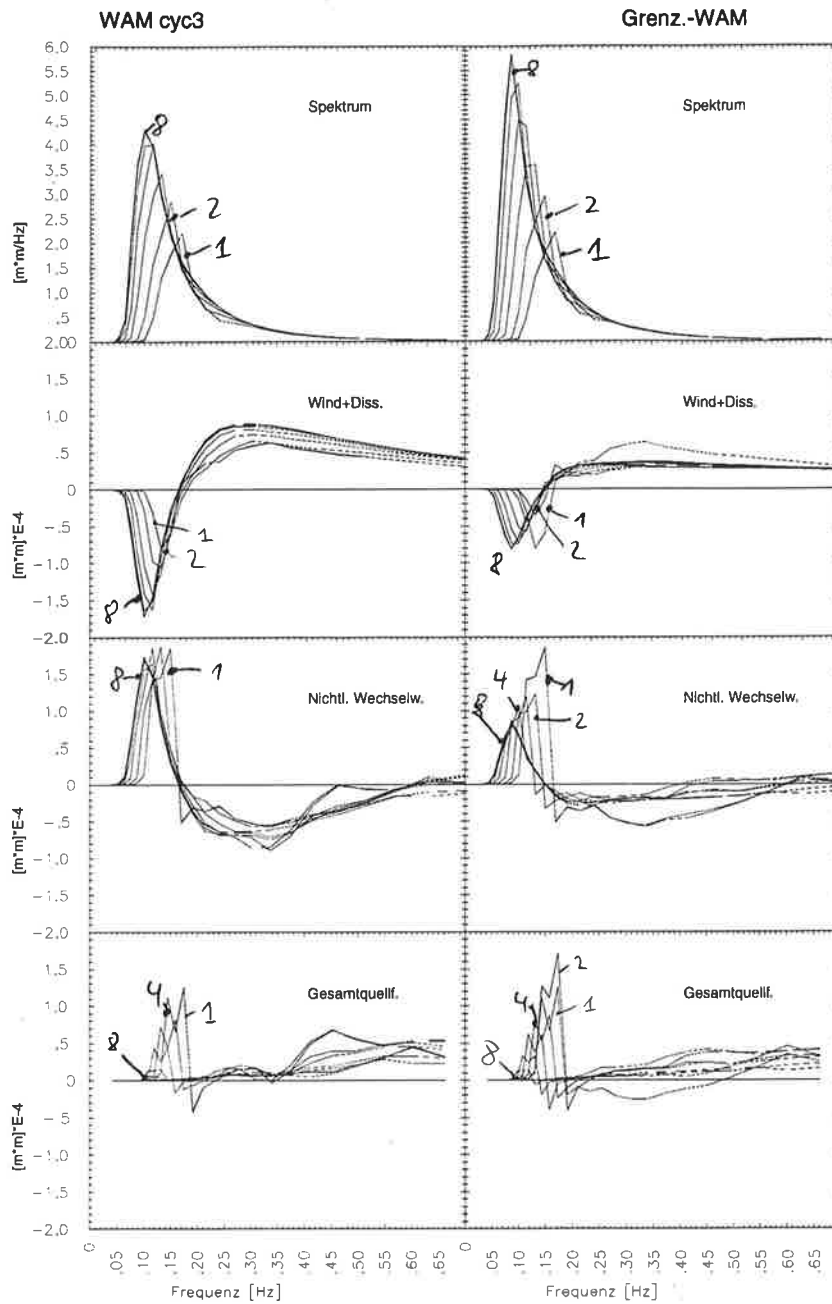


Abbildung 3.7: Wie Abb. 3.6, jedoch befinden sich hier unter den Spektren die Summe der Quellterme für Windanfachung und Dissipation (zweite Reihe), die nichtlineare Wechselwirkung (dritte Reihe) und die Summe aller drei Terme in der untersten Reihe.

3.2 Daten und Definition der Kostenfunktion

Die Optimierungen wurden mit einer eindimensionalen, fetchbegrenzten Version des Seegangmodells durchgeführt. Deswegen können nur solche Daten verwendet werden, die unter damit verträglichen experimentellen Bedingungen gewonnen wurden. Wie oben bereits bemerkt, sind die Idealbedingungen einer fetchbegrenzten Seegangsentwicklung in der Natur nicht gegeben: Eine unendlich lange Küste und ein in Richtung und Betrag über längere Zeit homogenes Windfeld sind schwerlich zu finden. Allerdings gibt es Küstenabschnitte, die zumindest über einige Kilometer hinreichend gerade sind und an denen längere Perioden mit ablandigem Wind auftreten. Die Insel Sylt in der Nordsee bietet solche Bedingungen. Nach dem dort durchgeführten ersten Experiment zum Studium der fetchbegrenzten Seegangsentwicklung (Hasselmann *et al.*, 1973) sind noch eine Reihe weiterer Experimente, z.B. auf der Ostsee und auf dem Ontario-See, durchgeführt worden. Die Ergebnisse wurden von Kahma und Calkoen (1992) zusammenfassend analysiert. Dabei wurden einige Inkonsistenzen korrigiert, und auf Grundlage dieser Daten wurden die ursprünglich aus den JONSWAP-Daten gewonnenen Konstanten in den Wachstumsgesetzen neu bestimmt. Diese wurden hier für kurzen Fetch eingesetzt (s. Kapitel 3.2.1).

Mit einem Oberflächen-Kontour-Radar (SCR, 'Surface Contour Radar') haben Walsh *et al.* (1989) zweidimensionale Seegangsspektren für kleinen und mittleren Fetch ermittelt. Diese Daten sind von besonderem Interesse, da sie nicht nur Werte für die integralen Seegangparameter (Energie, Peakfrequenz, Phillips-Parameter) liefern, sondern richtungsaufgelöste Spektren, und außerdem bis in den Übergangsbereich von junger zu mittlerer Windsee hineinreichen (s. Kapitel 3.2.2).

Für den Bereich der voll entwickelten See stehen das Pierson-Moskowitz-Spektrum und die daraus ermittelten dimensionslosen Seegangscharakteristika zur Verfügung.

Damit besteht die Kostenfunktion, die für die Optimierungen verwendet wurde, aus drei Teilen unterschiedlicher experimenteller Herkunft, die in den verschiedenen Bereichen entlang des Fetch als Daten dienen:

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_{GL} + \mathcal{J}_{SCR} + \mathcal{J}_{PM} \quad (3.1)$$

Die einzelnen Bestandteile und die verwendeten Gewichte werden in den nächsten Abschnitten beschrieben.

3.2.1 Daten aus Fetch-Wachstumsgesetzen

Wie in Kapitel 1.1 beschrieben, wurden die Ergebnisse verschiedener Experimente unter fetchbegrenzten Bedingungen in Form von Wachstumsgesetzen für die charakteristischen Seegangsrößen zusammengefaßt:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{E}} &= A_{\tilde{\mathcal{E}}} \tilde{\mathcal{X}}^{P_{\tilde{\mathcal{E}}}} & \text{oder} & & \mathcal{E}_* &= A_{\mathcal{E}_*} \mathcal{X}_*^{P_{\mathcal{E}_*}} \\ \tilde{\nu} &= A_{\tilde{\nu}} \tilde{\mathcal{X}}^{P_{\tilde{\nu}}} & \text{oder} & & \nu_* &= A_{\nu_*} \mathcal{X}_*^{P_{\nu_*}} \\ \alpha &= A_{\tilde{\alpha}} \tilde{\mathcal{X}}^{P_{\tilde{\alpha}}} & \text{oder} & & \alpha &= A_{\alpha_*} \mathcal{X}_*^{P_{\alpha_*}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Von diesen Wachstumsgesetzen ist bekannt, daß sie die Seegangsentwicklung für kleinen Fetch bis etwa $\mathcal{X}_* = 6 \cdot 10^6$ (für $u_{10} = 11\text{m/s}$ sind das etwa 160 km) gut beschreiben. Der Beitrag \mathcal{J}_{GL} zur Kostenfunktion mit Daten aus den Wachstumsgesetzen ist

$$\mathcal{J}_{\text{GL}} = \frac{1}{N_{\text{GL}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{GL}}} \{w_{\mathcal{E}_*,i} (\mathcal{E}_{*i}^{\text{m}} - \mathcal{E}_{*i}^{\text{o}})^2 + w_{\nu_*,i} (\nu_{*i}^{\text{m}} - \nu_{*i}^{\text{o}})^2 + w_{\alpha,i} (\alpha_i^{\text{m}} - \alpha_i^{\text{o}})^2\} \quad (3.3)$$

wobei α der Phillips-Parameter α_{ph} ist. Es wurden Daten an acht Punkten, beginnend bei etwa $\mathcal{X}_* = 2.0 \cdot 10^5$, in sich verdoppelnden Abständen beginnend mit $1.6 \cdot 10^5$ bis etwa $\mathcal{X}_* = 3.3 \cdot 10^5$ benutzt. Dies entspricht in etwa den Positionen der Meßstationen von JONSWAP. Dort lag die letzte bei etwa $\mathcal{X}_* = 6.5 \cdot 10^5$. Dieser Punkt liegt mitten in dem Bereich, in dem SCR-Daten verwendet wurden (s. Kapitel 3.2.2). Bei den Optimierungen war beabsichtigt, unter anderem den Einfluß der Daten auf das Ergebnis zu untersuchen (s. Kapitel 3.2.2). Deswegen war es wünschenswert, auch die unterschiedlichen Bereiche auseinanderzuhalten. Sensitivitätsstudien haben gezeigt, daß eine Hinzunahme dieses Punktes das Ergebnis kaum beeinflusst, da die SCR-Daten zumindest für die Energie und die Peakfrequenz gut mit den Werten der Wachstumskurven übereinstimmen.

In die Formulierung der Wachstumsgesetze sind eine größere Anzahl verschiedener Datensätze eingeflossen, die z.T. eine starke Streuung aufweisen (Kahma und Calkoen, 1994). Deswegen wird der Fehler der Beobachtungen als proportional zum beobachteten Wert selbst angesetzt, so daß die Gewichte $w_{\mathcal{E}_*,i} = (\mathcal{E}_{*i}^{\text{o}})^{-2}$, $w_{\nu_*,i} = (\nu_{*i}^{\text{o}})^{-2}$ und $w_{\alpha,i} = (\alpha_i^{\text{o}})^{-2}$ sind.

Um die Daten im Modell zu verwenden, muß eine Entscheidung über die Konstanten getroffen werden. Auf Grundlage der Ergebnisse von JONSWAP wurden Werte für die Faktoren und Exponenten in den Potenzgesetzen zuerst für die u_{10} -skalierten Wachstumsgesetze angegeben. Der Übergang zu einer Darstellung unter Verwendung von u_* ist auf zwei Wegen möglich:

Zum einen können die Meßergebnisse direkt mit u_* skaliert und die so erhaltenen Darstellungen als Funktionen von \mathcal{X}_* in dergleichen Weise wie die mit u_{10} skalierten Ergebnisse aufgetragen und durch Potenzgesetze in \mathcal{X}_* approximiert werden. Der andere Weg besteht darin, die Wachstumsgesetze in der u_{10} -skalierten Form als experimentelles Ergebnis zu werten und eine Umrechnung der Vorfaktoren mit Hilfe des Drag-Koeffizienten durchzuführen. Die Faktoren $A_{\mathcal{E}_*}$, A_{ν_*} und A_{α_*} können dann mit

$$A_{\mathcal{E}_*} = C_{10}^{(P_{\bar{\mathcal{E}}}-2)} A_{\bar{\mathcal{E}}}; \quad A_{\nu_*} = C_{10}^{(P_{\bar{\nu}}+\frac{1}{2})} A_{\bar{\nu}}; \quad A_{\alpha_*} = C_{10}^{P_{\bar{\alpha}}} A_{\bar{\alpha}} \quad (3.4)$$

aus den Faktoren $A_{\bar{\mathcal{E}}}$, $A_{\bar{\nu}}$ und $A_{\bar{\alpha}}$ der mit u_{10} skalierten Wachstumsgesetze ermittelt werden, und die Exponenten bleiben dieselben: $P_{\mathcal{E}_*} = P_{\bar{\mathcal{E}}}$, $P_{\nu_*} = P_{\bar{\nu}}$ und $P_{\alpha_*} = P_{\bar{\alpha}}$.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der erste Weg verfolgt. Es wurden die von Kahma und Calkoen (1992) angegebenen Faktoren und Exponenten für die in u_* formulierten Wachstumsgesetze direkt benutzt (s. Tab. 3.2, vierte Zeile). Zur Berechnung des dimensionslosen Fetch wird im Modell das dort berechnete u_* benutzt. Die Wachstumsgesetze werden dann als eine Art Tabelle aufgefaßt, in der für einen gegebenen dimensionslosen Fetch „Daten“ für die dimensionslosen Seegangskarakteristika Energie, Peakfrequenz und Phillips-Parameter abgelesen werden können.

Die Benutzung der direkt in u_* angegebenen Koeffizienten wird mitunter kritisiert, weil diese unter Verwendung eines Drag-Koeffizienten nach Gl. (1.12) ermittelt wurden, der nur von der Windgeschwindigkeit u_{10} und nicht vom Seegangszustand abhängt. Für die JONSWAP-Ergebnisse wurde sogar ein konstanter Drag-Koeffizient $C_{10} = 1.0 \cdot 10^{-3}$ zur Berechnung von u_* aus den gemessenen Windgeschwindigkeiten u_{10} benutzt. Es ließe sich nun argumentieren, daß konsequenterweise das vom Modell berechnete u_* auch zur Berechnung der Vorfaktoren nach Gl. (3.4) verwendet werden sollte. Problematisch an diesem Vorgehen ist, daß dann die Daten selbst vom Modellzustand abhängen, wogegen bei einer Anwendung der direkt in u_* angegebenen Wachstumsgesetze — mit welchem Drag-Koeffizienten sie auch umgerechnet seien — nur der dimensionslose Fetch, für den die Daten aus den Wachstumsgesetzen berechnet werden, mittels des Modell- u_* ermittelt wurde.

Kahma und Calkoen (1992) geben nur Wachstumsgesetze für Energie und Peakfrequenz an, nicht jedoch für den Phillips-Parameter. Aus JONSWAP-Daten wurden $A_{\bar{\alpha}} = 0.076$ und $P_{\bar{\alpha}} = -0.22$ ermittelt. Gegen diese Konstanten wird von

	u_{10} -Darstellung				u_* -Darstellung			
	Energie		Frequenz		Energie		Frequenz	
	$A_{\tilde{\mathcal{E}}}$	$P_{\tilde{\mathcal{E}}}$	$A_{\tilde{\nu}}$	$P_{\tilde{\nu}}$	$A_{\mathcal{E}_*}$	$P_{\mathcal{E}_*}$	A_{ν_*}	P_{ν_*}
JONSWAP	$1.6 \cdot 10^{-7}$	1.00	3.5	-0.33	$1.6 \cdot 10^{-4}$	1.00	1.082	-0.33
Kahma (st.)	$9.3 \cdot 10^{-7}$	0.77	1.910	-0.24	$2.1 \cdot 10^{-3}$	0.79	0.367	-0.25
Kahma (inst.)	$5.4 \cdot 10^{-7}$	0.94	2.228	-0.28	$4.7 \cdot 10^{-4}$	0.95	0.573	-0.28
Kahma (zus.)	$5.2 \cdot 10^{-7}$	0.90	2.180	-0.27	$6.5 \cdot 10^{-4}$	0.90	0.490	-0.27

Tabelle 3.2: Konstanten für die empirischen Wachstumsgesetze (Gl. 3.2) in u_{10} - und u_* -Darstellung aus JONSWAP und nach der Revision durch Kahma und Calcoen, die die Daten nach atmosphärischen Bedingungen während der Experimente unterscheiden: 'st.' bezeichnet das Ergebnis aus Daten von Experimenten, die bei stabiler Schichtung der Atmosphäre durchgeführt wurden. 'inst.' steht für solche bei instabiler Schichtung und 'zus.' gibt die Konstanten für den gemeinsamen Datensatz an, die in dieser Arbeit verwendet wurden.

einigen Autoren eingewendet, daß sie die Abhängigkeit dieses Parameters vom dimensionslosen Fetch als zu schwach beschreiben (Janssen, 1991). Zurückgeführt wird dies darauf, daß bei der Ermittlung des Potenzgesetzes aus den Ergebnissen von JONSWAP nicht nur diese berücksichtigt wurden, sondern eine Kurve durch die Daten gelegt wurde, die vorhandene Daten aus Laborexperimenten gleichermaßen trifft. Das Wachstumsgesetz für α_{Ph} läßt sich unter Benutzung von Gl. (1.2), Gl. (1.7) und Gl. (3.2) und auch als Funktion der inversen dimensionslosen Winkelfrequenz ausdrücken

$$\alpha_{\text{Ph}} = A_{\alpha(\nu)} \left(\frac{c_{\text{ph}}}{u_*} \right)^{P_{\alpha(\nu)}} = A_{\alpha(\nu)} (2\pi\nu_*)^{-P_{\alpha(\nu)}} = A_{\alpha(\nu)} (2\pi A_{\nu_*})^{-P_{\alpha(\nu)}} \mathcal{X}_*^{(P_{\alpha(\nu)} \cdot P_{\nu_*})} \quad (3.5)$$

indem die Proportionalitätskonstante $A_{\alpha(\nu)}$ sowie der Skalierungsfaktor im Exponenten $P_{\alpha(\nu)}$ entsprechend angepaßt werden. Janssen (1989) schlägt $A_{\alpha(\nu)} = 0.57$ und $P_{\alpha(\nu)} = 1.5$ vor. Bei den hier verwendeten Konstanten der dimensionslosen Peakfrequenz, $A_{\nu_*} = 0.490$ und $P_{\nu_*} = -0.27$ (Zeile vier in Tab. 3.2), ergibt sich damit $A_{\alpha_*} = 3.081$ und $P_{\alpha_*} = 0.41$. Es wurden Optimierungen mit beiden Wachstumsgesetzen durchgeführt, bei den in Kapitel 3.3 vorgestellten Optimierungen wurden für α_{Ph} die JONSWAP-Parameter benutzt.

3.2.2 Beobachtungen mit dem Oberflächen-Kontour-Radar

Die Wachstumsgesetze gelten nur bis zu einem dimensionslosen Fetch $\mathcal{X}_* \simeq 6 \cdot 10^6$ und stellen außerdem nur integrale Seegangskarakteristika zur Verfügung. Mit einem flugzeuggestützten Oberflächen-Kontour-Radar ('Surface-Contour-Radar', SCR) haben Walsh *et al.* (1989) zweidimensionale Spektren aufgenommen, die über diesen Bereich hinausgehen.

Das SCR ist ein 36-GHz Radar, das ein falschfarbenkodiertes Bild der Oberflächenauslenkungen in Echtzeit erzeugt. Das Radar erfaßt mit einem Öffnungswinkel von 40° bei etwa 400 m Flughöhe senkrecht zur Flugrichtung einen Ausschnitt der Oberfläche von etwa 200 m Breite. Ein Bild besteht entlang der Flugrichtung aus 1024 Reihen mit je 51 Punkten. Während der Meßzeit legt das Flugzeug eine Strecke von etwa 5000 m zurück, so daß die einzelnen Spektren aus einem Oberflächenausschnitt von etwa $5000 \text{ m} \times 200 \text{ m}$ berechnet werden. Die Spektren wurden aus den gemessenen Oberflächenauslenkungen durch zwei eindimensionale Fouriertransformationen entlang der Flugrichtung und senkrecht zu ihr ermittelt. Die durch die Meßgeometrie bestimmte Auflösung beträgt im Frequenzbereich 0.01 Hz zwischen 0.01 und 0.40 Hz sowie 10° in der Richtung. Über die Anzahl der Freiheitsgrade beim Übergang von (k_x, k_y) zu (k, θ) bzw. (f, θ) liegen keine Informationen vor.

Die hier verwendeten Daten wurden während eines internationalen Projekts zur Bestimmung der Austauschprozesse an der Meeresoberfläche, dem Marine Air-Sea Exchange Experiment (MASEX), unter instabilen atmosphärischen Bedingungen auf einem einzigen Flug am 20. Januar 1989 aufgenommen. Messungen der Windgeschwindigkeit liegen nur in Flughöhe (400m) und an einigen Landstationen vor. Walsh *et al.* (1989) führten eine detaillierte Analyse der effektiven Windgeschwindigkeit durch und zogen daraus den Schluß, daß eine durchschnittliche Windgeschwindigkeit von 11 m/s angenommen werden kann. Die mittlere Windgeschwindigkeit während des Experiments betrug etwa 11 m/s, so daß die Daten bis etwa $\mathcal{X}_* = 1.5 \cdot 10^7$ reichen. Damit liegen sie im sogenannten Übergangsbereich zwischen junger und alter Windsee und schließen eine wichtige Lücke. Insgesamt wurden 48 Spektren entlang eines Fetch von ca. 330 km Länge aufgenommen. Der durchschnittliche Abstand der Mittelpunkte der einzelnen Oberflächenausschnitte beträgt 5 km. Hier wurden 33 dieser Spektren ab etwa 110 km vor der Küste benutzt. Die ersten 15 Spektren wurden nicht mit einbezogen, da diese stark davon beeinträchtigt sind, daß die Windrichtung kurz vor Beginn der Messungen um etwa 10 Grad gedreht hatte. In Abb. 3.8 sind beispielhaft zwei Spektren ent-

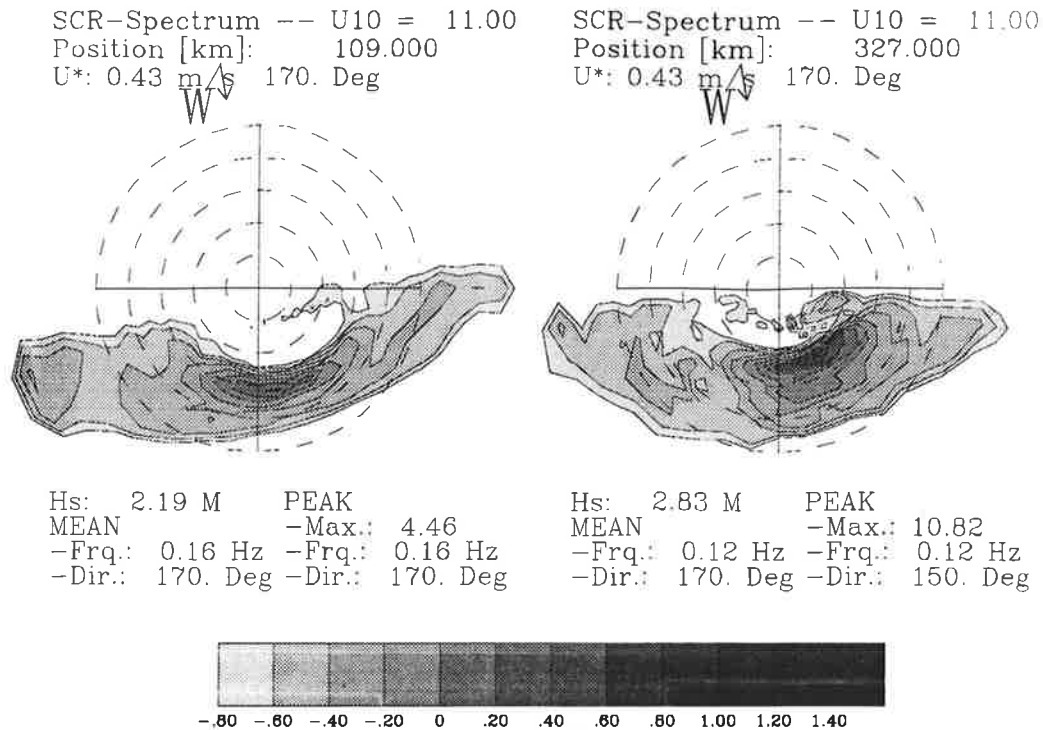


Abbildung 3.8: Zwei der von Walsh *et al.* (1989) mit dem SCR aufgenommenen Spektren bei kleinem Fetch (links) und mittlerem Fetch (rechts).

lang des Fetch gezeigt. Die Richtungsverteilung der Spektren ist extrem breit, der Phillips-Parameter ist deutlich größer als derjenige nach den Wachstumsgesetzen, die zumindest noch am Anfang des von den SCR-Daten abgedeckten Bereichs gelten.

Da die Reibungsgeschwindigkeit u_* direkt an der Oberfläche während des Experiments nicht gemessen wurde, werden die Spektren und die aus diesen berechneten Energien, Peakfrequenzen und Phillips-Parameter direkt mit den entsprechenden Modellgrößen verglichen. Der Beitrag der SCR-Daten zur Kostenfunktion ist dann

$$\begin{aligned}
 \mathcal{J}_{\text{SCR}} = & \frac{1}{N_{\text{SCR}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{SCR}}} \{w_{\mathcal{E},i}(\mathcal{E}_i^m - \mathcal{E}_i^o)^2 + w_{\nu,i}(\nu_i^m - \nu_i^o)^2 + w_{\alpha,i}(\alpha_i^m - \alpha_i^o)^2\} \\
 & + \frac{1}{N_{\text{SCR}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{SCR}}} \sum_{kl} \{w_{F,ikl}(F_i^m(f_k, \theta_l) - F_i^o(f_k, \theta_l))^2\} \quad (3.6)
 \end{aligned}$$

Es wurden von den Experimentatoren keine Standardabweichungen der Messergebnisse angegeben. Es kann aber ohnehin angenommen werden, daß die systematischen Fehler auf Grund der geophysikalischen Bedingungen weit größer sind als die statistischen Abweichungen. Deswegen wurde der Fehler der Spektren als proportional zum jeweiligen Richtungsmaximum angenommen. In der Summe über

die spektralen Punkte berücksichtigt werden nur solche Punkte (f_k, θ_l) , für die das Modellspektrum größer ist als das Rauschniveau der Messungen. Dies trifft für etwa 20% der Punkte zu. Der Fehler der integralen Seegangparameter wird wie im Wachstumsbereich als proportional zum Meßwert angenommen.

3.2.3 Daten für den Bereich der voll entwickelten See

Für den Bereich der voll entwickelten See werden oberhalb des dimensionslosen Fetch von $\mathcal{X}_* = 1.2 \cdot 10^8$ das Frequenzspektrum von Pierson und Moskowitz (Gl. (1.3)) und die dimensionslosen Größen für Energie, Peakfrequenz und Phillips-Parameter (Gl. (1.8)) verwendet. Dieser Teil der Kostenfunktion ist somit

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_{\text{PM}} = & \frac{1}{N_{\text{PM}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{PM}}} \{w_{\mathcal{E},i}(\mathcal{E}_{*i}^{\text{m}} - \mathcal{E}_{*i}^{\text{o}})^2 + w_{\nu_{*},i}(\nu_{*i}^{\text{m}} - \nu_{*i}^{\text{o}})^2 + w_{\alpha,i}(\alpha_i^{\text{m}} - \alpha_i^{\text{o}})^2\} \\ & + \frac{1}{N_{\text{PM}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{PM}}} \sum_k w_{E,ik} (E_i^{\text{m}}(f_k) - E_i^{\text{o}}(f_k))^2 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Es wurden mehrere Punkte einbezogen ($N_{\text{PM}} = 4$), um indirekt auch die Wachstumsrate zu kontrollieren. Theoretisch wäre es sonst möglich, daß eine Parameterkombination eingenommen wird, für welche die Modellwerte zwar an einem Punkt mit den Daten übereinstimmen, danach aber weiter zu- oder abnehmen.

Da das Pierson-Moskowitz-Spektrum nur als Funktion der Frequenz vorliegt, wurden hier die winkelintegrierten Frequenzspektren miteinander verglichen. Die Fehler von Energie, Peakfrequenz und Phillips-Parameter wurden, wie in den anderen Teilen der Kostenfunktion auch, als proportional zum Wert selbst angenommen. Für das Frequenzspektrum wurde der Wert an der Peakfrequenz als Fehler für alle Punkte angesetzt.

3.3 Optimierung freier Parameter der Quellfunktionen

Es wurden eine Reihe von Optimierungen durchgeführt, mit denen systematisch die Sensitivität des Modells auf verschiedene Kombinationen von Parametern und die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Auswahl der Daten untersucht werden konnte. Von diesen werden hier einige vorgestellt.

Wie in Kapitel 2.2 beschrieben, läßt sich insbesondere durch die hier verwendete Technik des Adjungierens die Kombination der freien Parameter leicht verändern. Für die Diskussion der Optimierung der Quellterme von WAM cycle 4 wurde dies ausgenutzt. Darüber hinaus kann durch Verwendung nur eines Teils der Daten für eine feste Kombination von Parametern untersucht werden, welche Bedeutung die unterschiedlichen Datensätze für das Ergebnis haben.

Für die fünf freien Parameter in den Quelltermen von WAM cycle 4 wurde eine optimale Parameterkombination erreicht, bei der insbesondere der Parameter \mathcal{D}_F in der Dissipationsfunktion sehr stark verändert worden ist. An Hand der Energiebilanz und durch Vergleich mit Optimierungen, bei denen nur ein Teil der Daten und eine andere Parameterkombination benutzt wurden, wird dieses Ergebnis in Kapitel 3.3.1 genauer untersucht.

Für einen direkten Vergleich der mit der Adjungierten Methode durchgeführten Optimierungen mit früheren Parameteranpassungen per Hand wird in Kapitel 3.3.2 die Optimierung freier Parameter im Dissipationsterm von WAM cycle 3 mit den Resultaten von Komen *et al.* (1984) verglichen.

3.3.1 Optimierung für WAM cycle 4

Wie oben beschrieben, wurden beim Übergang von WAM cycle 3 zu WAM cycle 4 vier Änderungen vorgenommen: Zwei beziehen sich auf die Quellterme, die beiden anderen betreffen die Berechnung des Drag-Koeffizienten und daraus folgend die Behandlung des diagnostischen Teils des Spektrums.

Für die Quellterme von WAM cycle 4 wurden fünf freie Parameter eingeführt. Zur besseren Übersicht sind die entsprechenden Gleichungen aus Kapitel 1 hier noch einmal angegeben. Im Proportionalitätsfaktor des Quellterms der Windanfächung

$$\frac{\gamma_{\text{in}}(\hat{u}_*^{\text{Ja}}, z_0^{\text{Ja}})}{\omega} = \mathcal{W}_M \beta(\hat{u}_*^{\text{Ja}}, z_0^{\text{Ja}}) \max \left[0, \left(\hat{u}_*^{\text{Ja}} \cos(\theta - \theta_w) \right) \right]^2 \quad (3.8)$$

wurde ein multiplikativer Faktor \mathcal{W}_M zur Variation der durch Anpassung ermittelten Konstanten β_m in (Gl. (1.29)) eingeführt. Um die additive Korrektur w_D

in

$$\hat{u}_*^{\text{Ja}} = \frac{u_*}{c_{ph}} + \mathcal{W}_D \omega_D \quad , \quad (3.9)$$

variieren zu können, wird sie mit dem Parameter \mathcal{W}_D multipliziert. In der Dissipationsfunktion

$$\gamma_{\text{ds}}(\mathcal{E}, \bar{\omega}) = \mathcal{D}_M d_M \left(\frac{\alpha}{\alpha_{\text{PM}}} \right)^{2\mathcal{D}_S} \left(\left(1 - \frac{\mathcal{D}_F}{2} \right) \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^2 + \frac{\mathcal{D}_F}{2} \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^4 \right) \bar{\omega} \quad (3.10)$$

wurden ein globaler Faktor \mathcal{D}_M zur Variation der Konstanten d_M , ein Faktor \mathcal{D}_S im Exponenten des Wellensteilheitsterms und ein Parameter \mathcal{D}_F eingeführt, der die relativen Beiträge des zusätzlichen Frequenzterms vierter Ordnung zum quadratischen kontrollieren soll. Die Parameter wurden in der Weise eingeführt, daß sie für den Wert 1.0 die ursprüngliche Form der Funktionen rekonstruieren. Im folgenden wird das Ergebnis einer Optimierung dieser fünf Parameter unter Verwendung der gesamten in Kapitel 3.2 definierten Kostenfunktion vorgestellt.

Wie in Kapitel 1.2 dargestellt, paßte Janssen im Rahmen der Entwicklung von WAM cycle 4 in der seegangsabhängigen Berechnung der Rauigkeitslänge

$$z_0^{\text{Ja}} = \frac{\tilde{\alpha}_{\text{Ch}}}{\sqrt{1 - \frac{\tau_w}{\tau}}} \frac{u_*^2}{g} \quad (3.11)$$

eine weitere Konstante an, $\tilde{\alpha}_{\text{Ch}}$. Bei den hier durchgeführten Optimierungen wurde der von Janssen ermittelte Wert dieser modifizierten Charnock-Konstante $\tilde{\alpha}_{\text{Ch}} = 0.010$ als gegeben angenommen, da eine Variation desselben, etwa durch einen multiplikativen Parameter, in die Modellierung der Rauigkeitslänge selbst eingreift. Der Akzent der hier vorgestellten Untersuchungen liegt jedoch auf der Untersuchung der verschiedenen Modellierungen für die Quellterme von Windanfischung und Dissipation.

Die Daten für kleinen und mittleren Fetch sowie den Bereich der vollentwickelten See sind unterschiedlicher Art und stammen aus drei verschiedenen Quellen. Bei früheren Optimierungen der Quellterme während der Entwicklung des globalen Modells wurden in der Regel nur die Daten aus den Wachstumsgesetzen für kleinen Fetch und die Pierson-Moskowitz-Daten der voll entwickelten See benutzt. Zum Vergleich mit diesen Anpassungen und zur Diskussion des Ergebnisses mit dem vollen Datensatz wurden auch Optimierungen ohne die SCR-Daten des mittleren Fetch durchgeführt.

VARIATION VON FÜNF PARAMETERN MIT ALLEN DATEN

Die Optimierung mit den fünf freien Parametern in den Quelltermen brachte das in Tab. 3.3, zweite Zeile wiedergegebene Ergebnis: Der Dissipationsparameter \mathcal{D}_F ist zu Null geworden. Dies bedeutet, daß die von Janssen eingeführte Ergänzung der ursprünglichen Dissipationsfunktion zumindest von den hier verwendeten Daten nicht favorisiert wird. Auch die anderen Parameter haben sich z.T. erheblich geändert, insbesondere der Exponent der Wellensteilheit \mathcal{D}_S . Die als optimal gefundene Parameterkombination reduziert die Kostenfunktion um etwa 20% und die Modellergebnisse zeigen in mehrfacher Hinsicht eine bessere Übereinstimmung mit den Daten. Bei kleinem Fetch stimmen die Wachstumskurven der Energie besser mit denen aus den Wachstumsgesetzen überein (Abb. 3.9). Im voll entwickelten Bereich erreicht vor allem der Phillips-Parameter des Modells fast den Pierson-Moskowitz-Wert. In diese dimensionslose Darstellung wurden die Daten aus dem SCR-Bereich ebenfalls mit eingetragen, obwohl für diese die Reibungsgeschwindigkeit nicht bekannt ist. Es wurden die jeweils vom Modell berechneten Werte von u_* zur Skalierung benutzt. Da diese für das optimierte Modell, insbesondere bei kleinem Fetch, von denen des ursprünglichen Modells abweichen, sind die Daten in der Abbildung zweimal zu sehen.

	Dissipation			Windantrieb		Kostenfunktion
	\mathcal{D}_M	\mathcal{D}_F	\mathcal{D}_S	\mathcal{W}_M	\mathcal{W}_D	
Standard	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.8267
Fünf Param.	0.801	0.000	0.600	0.784	1.22	1.4128
Vier Param.	0.460	0.000	(fest)	0.820	0.913	1.4732

Tabelle 3.3: Ergebnisse von Optimierungen für die volle Kostenfunktion mit zwei verschiedenen Parameterkombinationen wie angegeben.

In Abb. 3.10 werden die signifikanten Wellenhöhen direkt verglichen. Tatsächlich gelingt eine leicht verbesserte Anpassung an die mit dem SCR gemessenen Energien. An dieser Stelle sei erwähnt, daß die direkte Benutzung von Energien und Peakfrequenzen in der Kostenfunktion etwas problematisch ist: Im Rahmen der Sensitivitätsstudien stellte sich heraus, daß bei einem Verzicht auf die Verwendung der dimensionslosen Daten des Pierson-Moskowitz-Bereichs die Optimierung zu Parameterkombinationen führt, die zwar die Kostenfunktion minimieren, aber physikalisch unsinnig sind. So wurde eine Anpassung an die Energien aus den SCR-Daten vom Modell durch eine starke Erhöhung des Parameters \mathcal{W}_D im Windanfa-

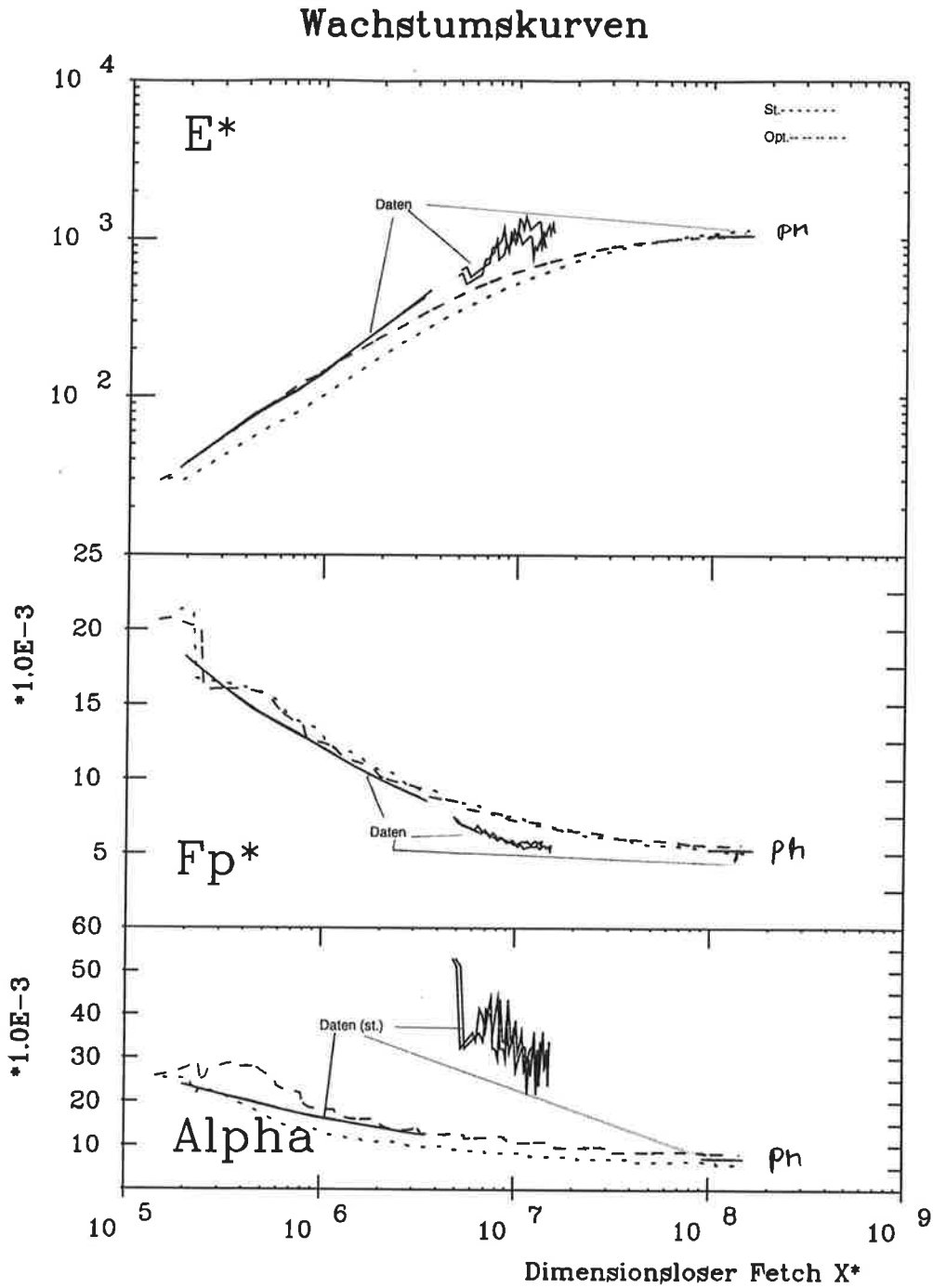


Abbildung 3.9: Dimensionslose Energie \mathcal{E}_* , Peakfrequenz ν_* und Phillips-Parameter α_{Ph} als Funktion des dimensionslosen Fetch \mathcal{X}_* für WAM cycle 4 mit den Standardparametern (kurz gestrichelt) und mit den optimierten Werten (lang gestrichelt). Durchgezogene Linien sind die Daten (s. Text).

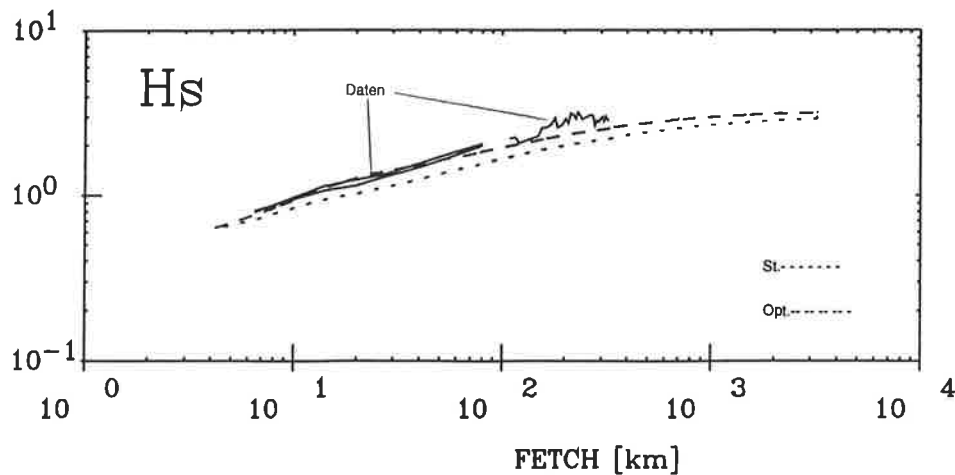


Abbildung 3.10: Signifikante Wellenhöhe als Funktion des Fetch für WAM cycle 4 mit den Standardparametern (kurz gestrichelt) und mit den optimierten Werten (lang gestrichelt). Die durchgezogenen Linien sind die Daten. Bei kleinem Fetch wurden diese aus den dimensionslosen Energien der Wachstumsgesetze reskaliert, bei mittleren Fetch-Bereich sind die mit dem SCR gemessenen Wellenhöhen eingetragen.

chungsterm erzielt, von dem die Reibungsgeschwindigkeit stark abhängt. Damit ist dann aber die dimensionslose Energie vor allem bei großem Fetch viel zu klein, auch wenn die Energien selbst (und damit die signifikanten Wellenhöhen) bei mittlerem Fetch gut übereinstimmen.

Ein Detailvergleich der Spektren (Abb. 3.11 und 3.12) und der Energiebilanz an Hand der winkelintegrierten Quellterme an einigen Punkten entlang des Fetch (Abb. 3.13 und 3.14) offenbart deutliche Unterschiede in den Quellfunktionen. Insbesondere die Dissipationsfunktion ist verschieden: Im Bereich des Gleichgewichtsspektrums und bei hohen Frequenzen ist sie nicht in der Lage, den Windanfauchungsterm vollständig zu balancieren, so daß hier die nichtlineare Wechselwirkung den Ausgleich besorgen muß. Durch diese Abschwächung der Dissipationsfunktion bei höheren Frequenzen ist das Modell insgesamt nicht mehr so stabil integrierbar ist. Dies äußert sich vor allem in Oszillationen der Reibungsgeschwindigkeit u_* und des welleninduzierten Schubspannungsanteils τ_w entlang des Fetch und in artifizialen Minima und Maxima der nichtlinearen Wechselwirkung bei hohen Frequenzen. Beides schlägt sich jedoch in den Seegangsscharakteristika nicht nieder, da dieser Bereich diagnostisch behandelt wird, sondern wirkt sich nur in numerischen Stabilitätsproblemen aus. Die Entwicklung der einzelnen Quellterme wird in den Abb. 3.15 und 3.16 illustriert. Abb. 3.12 zeigt den Vergleich der winkelaufgelösten Spektren für den voll entwickelten Zustand.

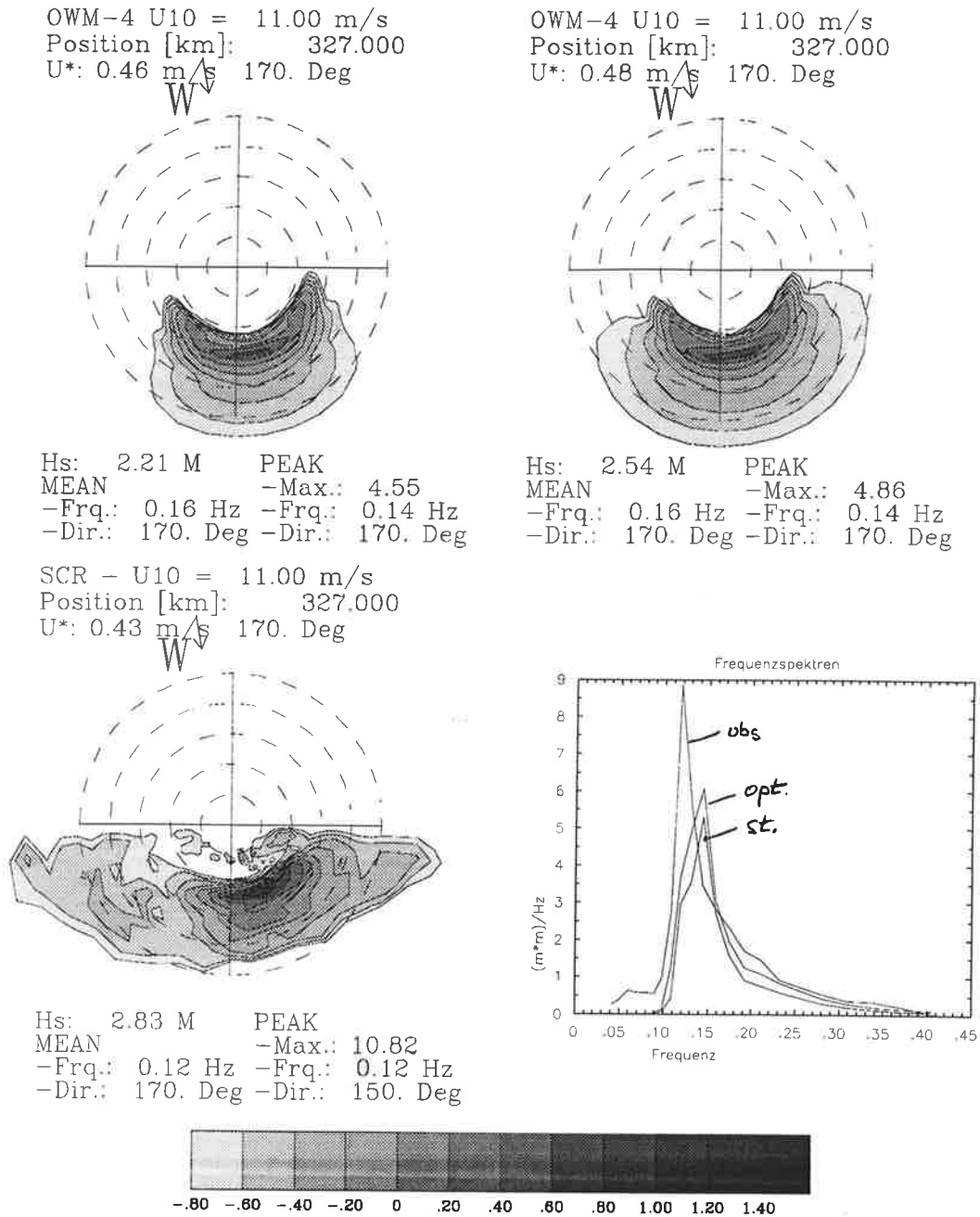


Abbildung 3.11: Winkelaufgelöste Spektren des Modells WAM cycle 4 mit den Standardparametern (links oben) und mit den optimierten Werten (rechts oben) bei mittlerem Fetch im Vergleich zu einem mit dem SCR gemessenen Spektrum (unten links). Unten rechts sind die winkelintegrierten Frequenzspektren aufgetragen. Frequenzlinien und Isolinien wie in Abb. 3.3.

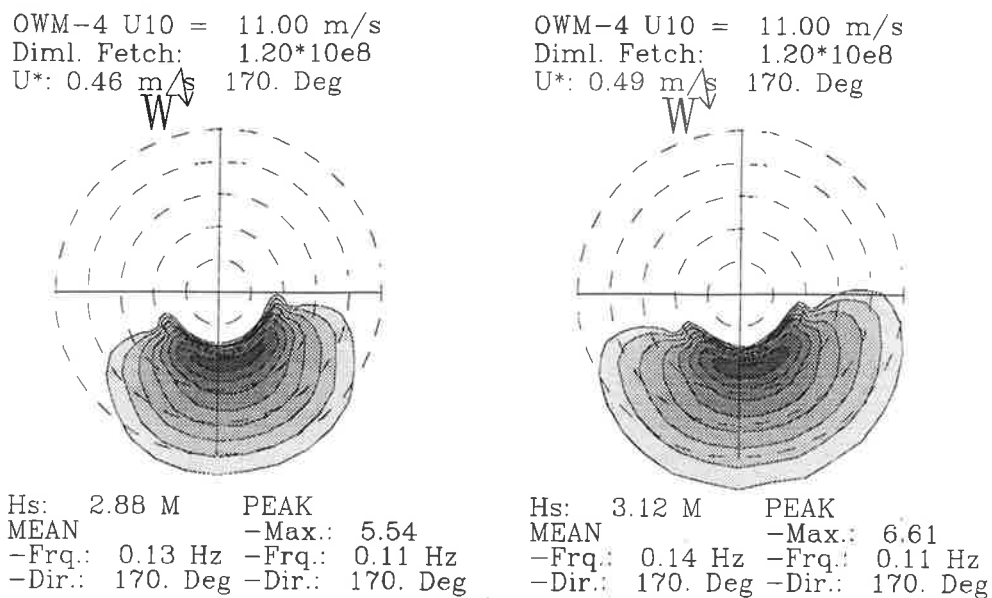


Abbildung 3.12: Winkelaufgelöste Spektren des Modells WAM cycle 4 mit den Standardparametern (links) und mit den optimierten Werten (rechts) im Bereich der voll entwickelten Windsee ($\mathcal{X}_* \approx 1.2 \cdot 10^8$). Frequenzlinien und Isolinien wie in Abb. 3.11.

OPTIMIERUNGEN MIT FESTEM \mathcal{D}_S

Gegenüber der ursprünglichen Dissipationsfunktion des WAM cycle 4 und auch gegenüber der des WAM cycle 3 besitzt die durch die Optimierung ermittelte Funktion einen anderen Wert des Parameters \mathcal{D}_S . Um zu untersuchen, inwieweit die Variation dieses Parameters an der Minimierung der Kostenfunktion beteiligt ist, wurde eine Optimierung mit nur vier freien Parametern durchgeführt. Im Ergebnis wird in diesem Fall sogar die in WAM cycle 3 verwendete Quellfunktion rekonstruiert, da der Parameter \mathcal{D}_F wieder Null wird (s. Tab. 3.3, dritte Zeile), der Vorfaktor wird in dieser Optimierung um etwa 50% geändert. Das bedeutet, daß die Änderung der Dissipationsfunktion beim Übergang zu WAM cycle 4 nicht unbedingt notwendig war.

Der Vergleich der Ergebnisse der Optimierungen mit und ohne den Exponenten des Steilheitsterms zeigt außerdem die Rolle dieses Exponenten. Er wirkt sich vor allem im Wachstumsbereich aus, während eine Änderung für den voll entwickelten Bereich einer Reskalierung des gesamten Termes entspricht, da hier die Energie und die mittlere Frequenz im wesentlichen konstant sind. Deswegen wurde dieser Exponent bei der Anpassung der Dissipationsfunktion für WAM cycle 3 auch nicht verändert, da dort der Fokus auf dem vollentwickelten Bereich lag (Komen *et al.*, 1984). Ein Vergleich der Wachstumskurven (Abb. 3.17 und Abb. 3.9) zeigt, daß

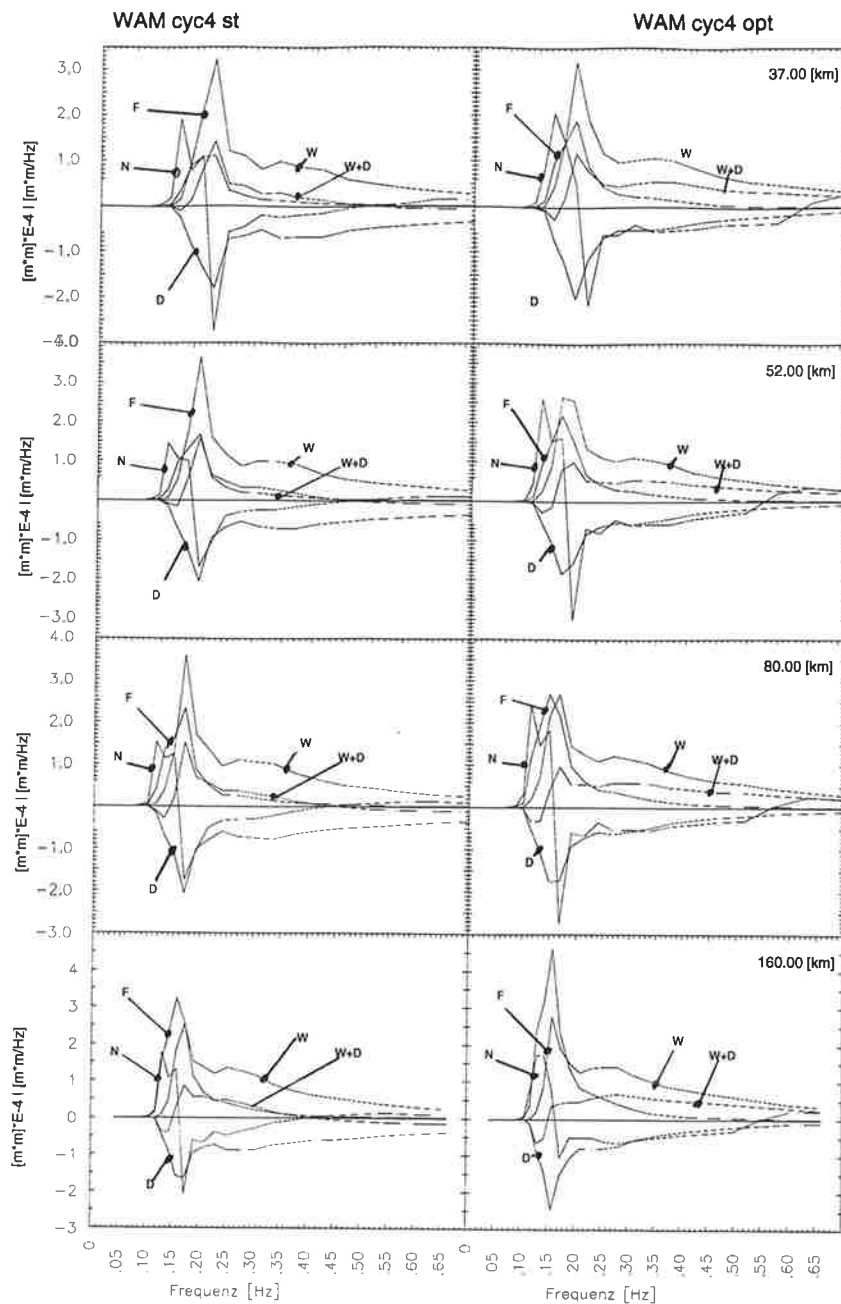


Abbildung 3.13: Winkelintegrierte Quellterme und Spektren des Modells WAM cycle 4 mit den Standardparametern (linke Spalte) im Vergleich zu dem mit den optimierten Werten (rechte Spalte) als Funktion der Frequenz an einigen Punkten entlang des Fetch. Die Quellterme wurden mit $1.0 \cdot 10^4$ multipliziert.

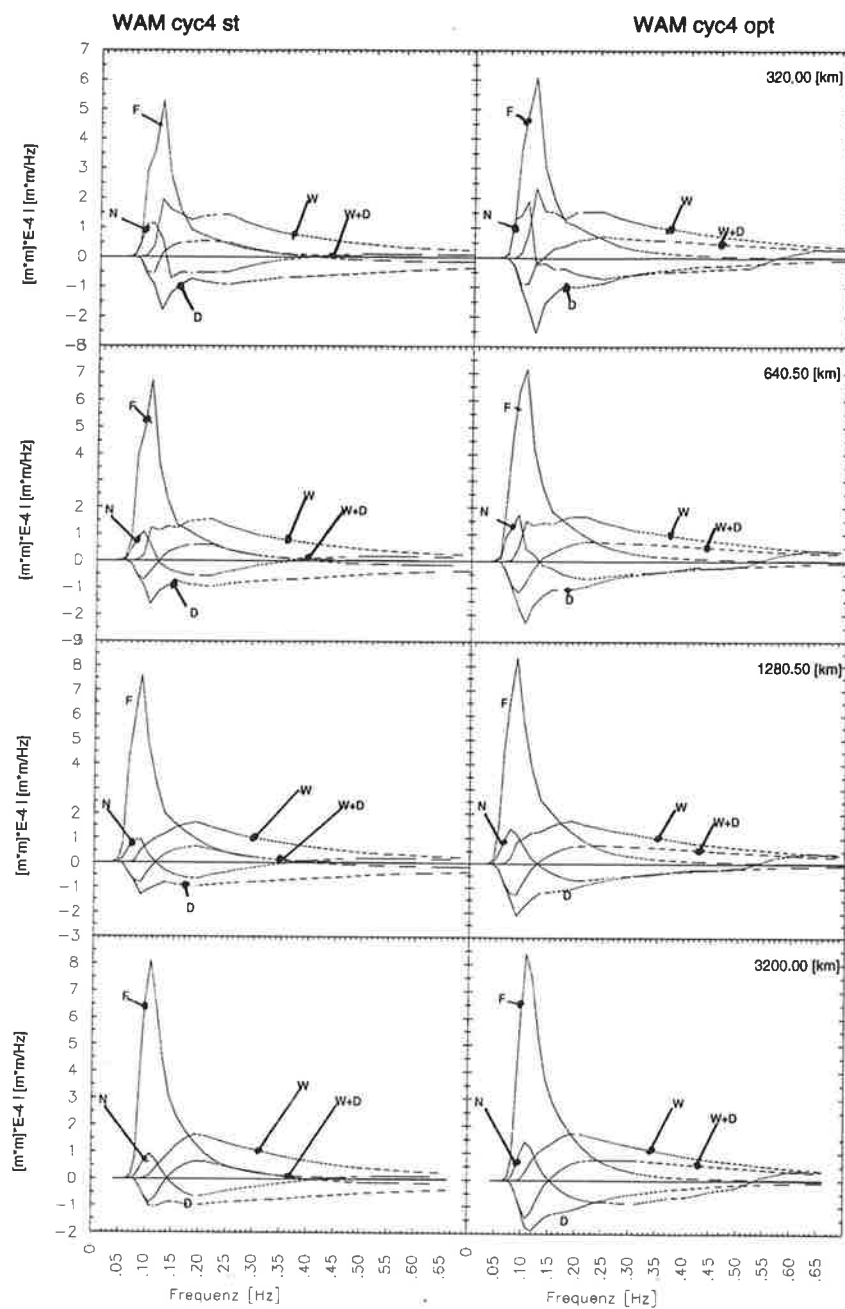


Abbildung 3.14: Winkelintegrierte Spektren und Quellterme für WAM cycle 4 mit den Standardparametern (links) und mit den optimierten Parametern (rechts) wie in 3.13 an einigen Punkten entlang des Fetch bis zur voll entwickelten See.

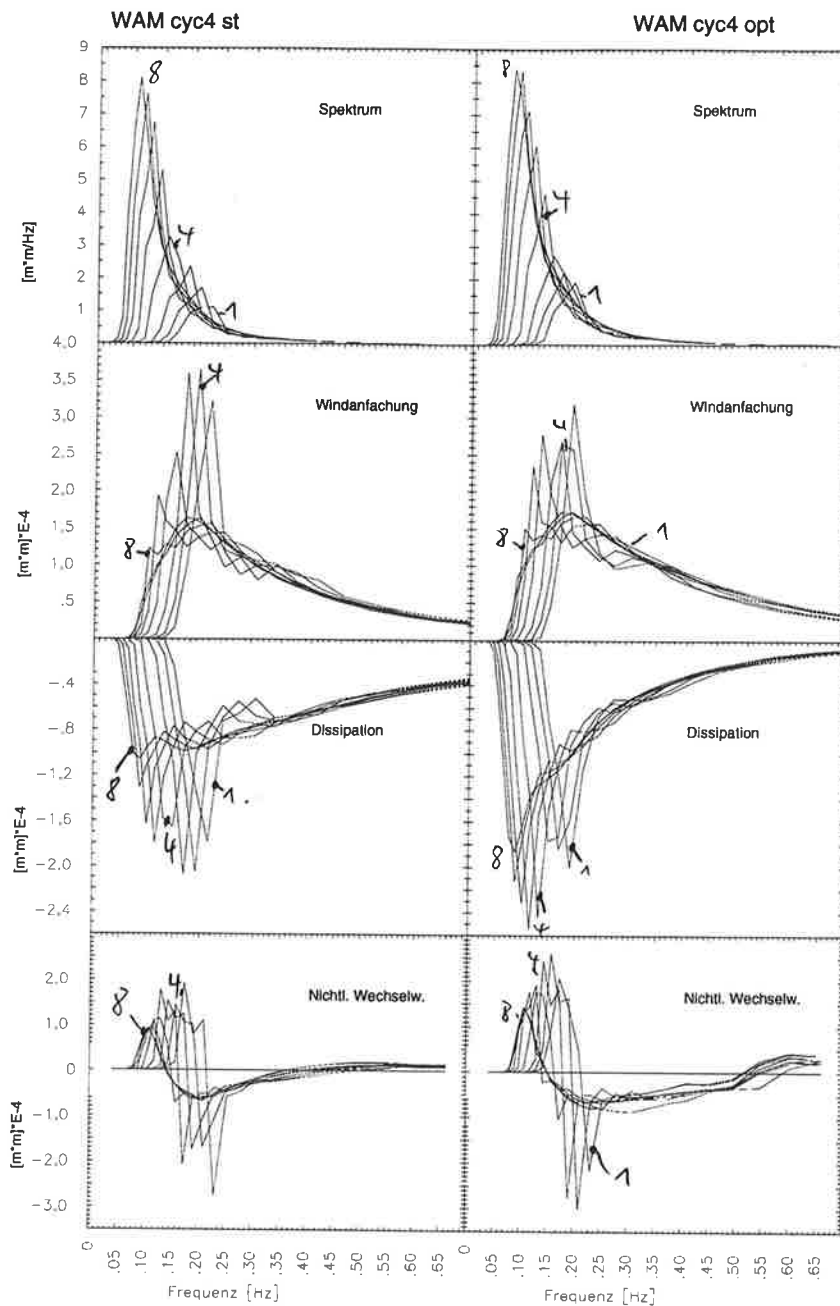


Abbildung 3.15: Die winkelintegrierten Spektren (erste Reihe) und die Quellterme für Windanfächung (zweite Reihe), Dissipation (dritte Reihe) und nichtlineare Wechselwirkung (unterste Reihe) für WAM cycle 4 mit den Standardparametern (links) und den optimierten Werten (rechts) als Funktion der Frequenz für die Punkte aus den Abb. 3.13 und 3.14 entlang des Fetch. Der Peak des Spektrums und die Maxima und Minima der Quellterme verschieben sich mit der Entwicklung des Spektrums von höheren Frequenzen zu kleineren.

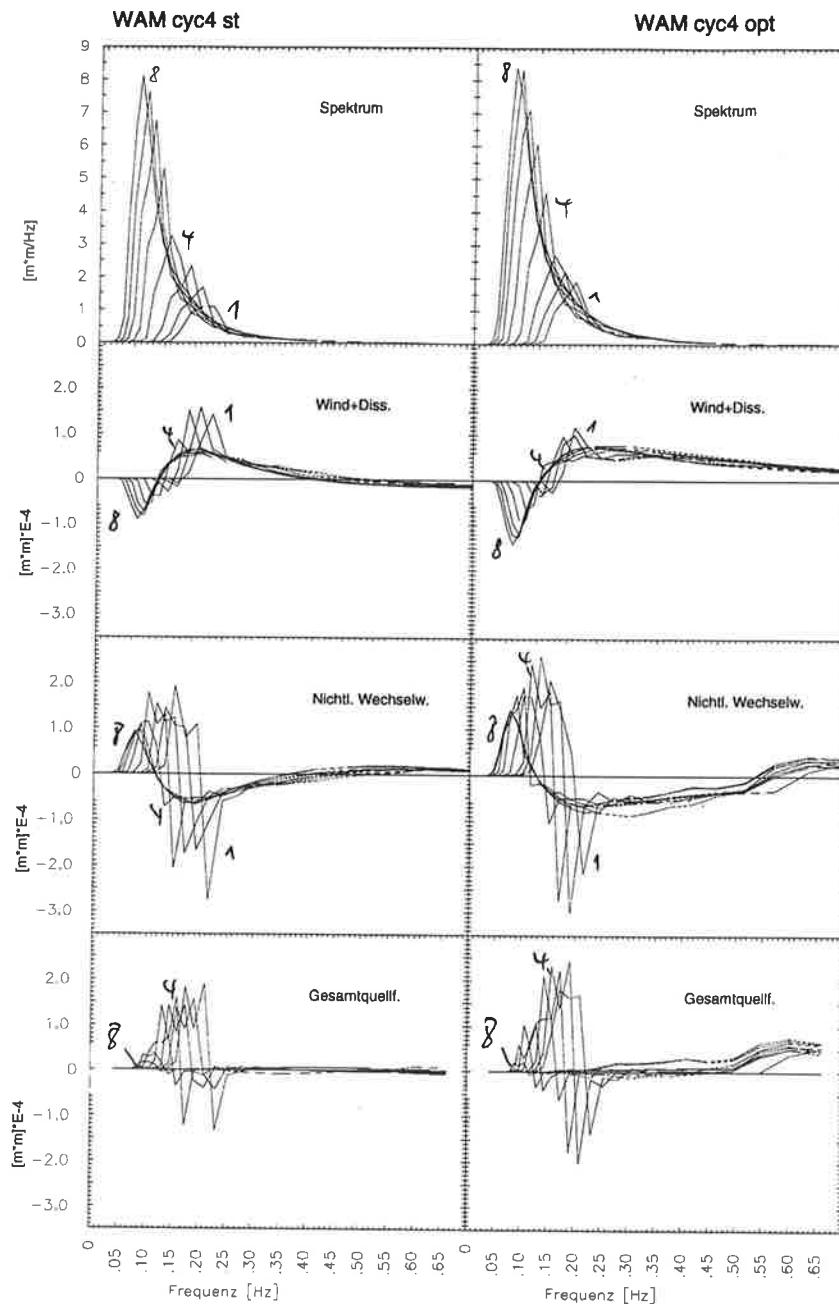


Abbildung 3.16: Wie Abb. 3.15, jedoch befinden sich hier unter den Spektren die Summe der Quellterme für Windanfänger und Dissipation (zweite Reihe), die nichtlineare Wechselwirkung (dritte Reihe) und die Summe aller drei Terme in der untersten Reihe.

die Flexibilität in \mathcal{D}_S offensichtlich für eine gute Anpassung im Wachstumsbereich notwendig ist.

OPTIMIERUNGEN OHNE SCR-DATEN

Eine andere interessante Frage ist, inwiefern die SCR-Daten für die gefundene Lösung verantwortlich sind. Während der Entwicklung des adjungierten Modells wurden unter anderem Optimierungen nur mit Wachstumsdaten und Pierson-Moskowitz-Werten durchgeführt (Barzel *et al.*, 1993). Bei diesen Untersuchungen wurden allerdings andere Daten verwendet: Es wurden nicht die mit u_* skalierten dimensionslosen Seegangparameter in der Kostenfunktion miteinander verglichen, sondern solche, die mit u_{10} skaliert wurden. Dies führt ähnlich wie im Falle der Benutzung nur der Wellenhöhen oder Energien dazu, daß zwar die Energien zu einer guten Übereinstimmung kommen, nicht jedoch im relevanteren Fall der mit u_* skalierten dimensionslosen Darstellung. Die dort erzielten Ergebnisse müssen deswegen revidiert werden. Wie oben beschrieben, wurde im Rahmen der hier durchgeführten Untersuchungen klar, daß eine Benutzung der Wellenhöhen oder Energien selbst eine Reduktion auf dem Wege der Erhöhung der Reibungsgeschwindigkeit erreicht. Das gleiche gilt für die Verwendung von u_{10} -skalierten Größen. Ein solches „Ausweichen“ des Modells wird bei den hier durchgeführten Optimierungen mit u_* -skalierten Daten dadurch verhindert, daß bei u_* -skalierten Größen in der Kostenfunktion auch die Reibungsgeschwindigkeit des Modells mit adjungiert wird, die ja zur Skalierung der Größen verwendet wird.

Interessant ist das Resultat der Optimierung mit fünf Parametern, aber ohne SCR-Daten insofern, als dies in etwa den Anpassungen entspricht, die bei der Implementierung des aktuellen WAM cycle 4 vorgenommen wurden. Im Ergebnis (Tab. 3.4) zeigt sich, daß auch hier eine andere Parameterkombination bevorzugt wird, als die tatsächlich installierte. Die Wachstumskurven sind in Abb. 3.18 wiedergegeben.

Daten	Dissipation			Windantrieb		Kostenfunktion
	\mathcal{D}_M	\mathcal{D}_F	\mathcal{D}_S	\mathcal{W}_M	\mathcal{W}_D	
Standard	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.31384
Ohne SCR	0.597	0.466	0.766	0.882	1.00	0.13904

Tabelle 3.4: Ergebnisse für die Kostenfunktion ohne SCR-Daten.

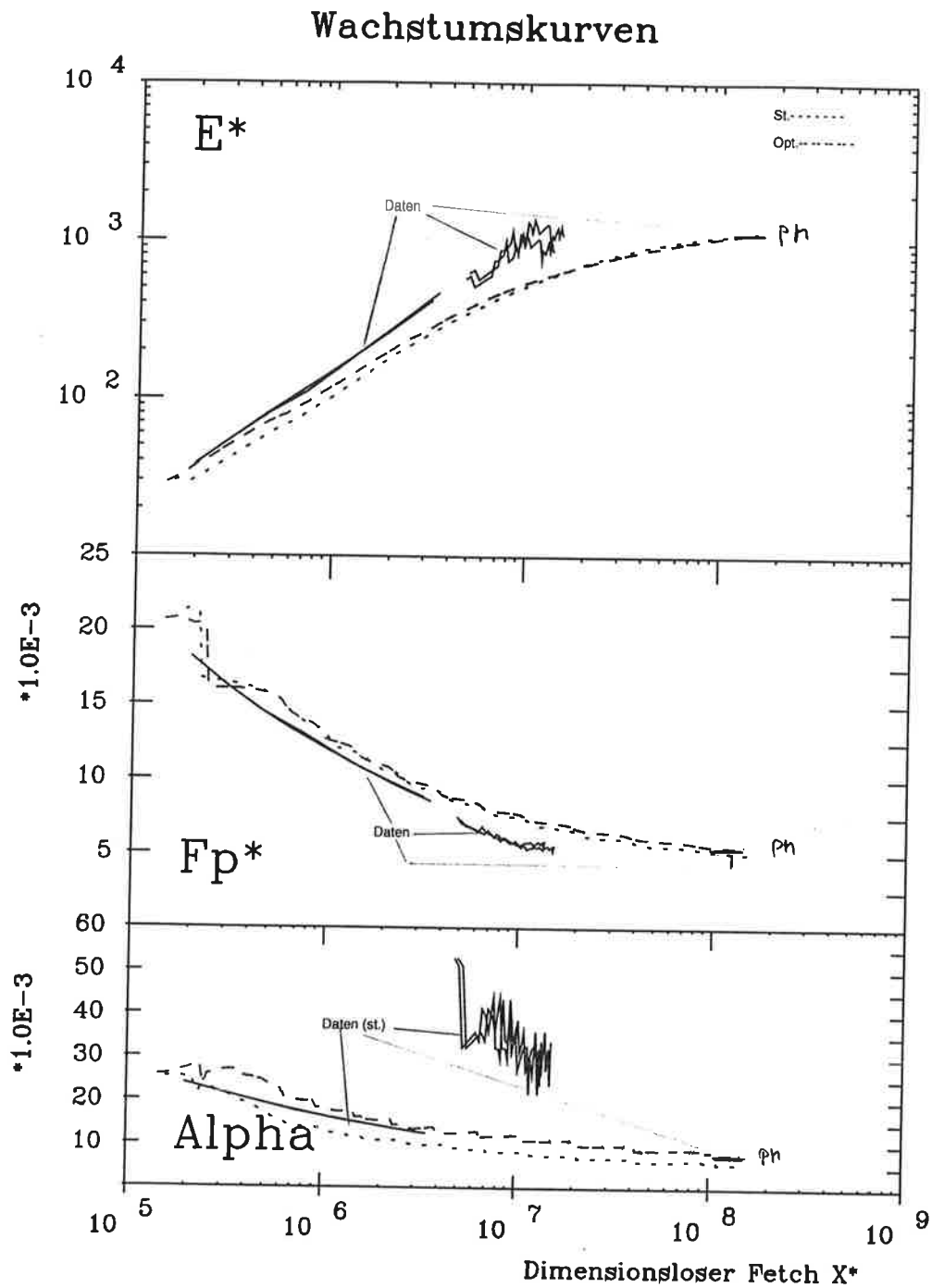


Abbildung 3.17: Dimensionslose Energie \mathcal{E}_* , Peakfrequenz ν_* und Phillips-Parameter α_{Ph} als Funktion des dimensionslosen \mathcal{X}_* für WAM cycle 4 für die Optimierung mit vier Parametern (lang gestrichelt) im Vergleich zu den Resultaten mit den Standardparametern (kurz gestrichelt).

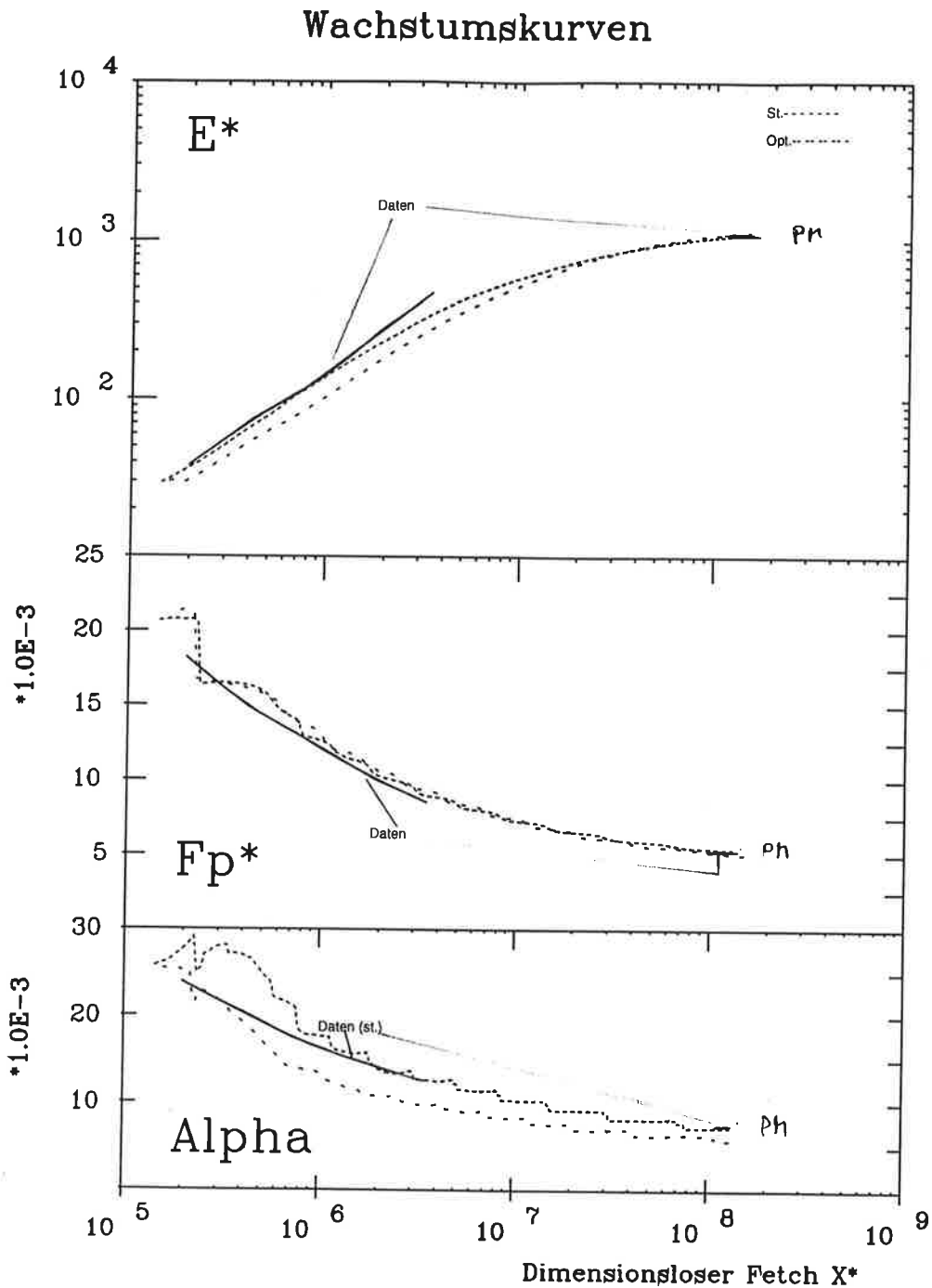


Abbildung 3.18: Dimensionslose Energie \mathcal{E}_* , Peakfrequenz ν_* und Phillips-Parameter α_{Ph} als Funktion des dimensionslosen Fetch \mathcal{X}_* für einen Modellauf von WAM cycle 4 mit den Parametern der Optimierung ohne SCR-Daten (eng gestrichelt) im Vergleich zu den Resultaten mit den Standardparametern (offen gestrichelt).

3.3.2 Vergleich mit früheren Modellanpassungen des WAM cycle 3

Für die Quellterme vom WAM cycle 3 wurden mit der Adjungierten Methode im Rahmen der Entwicklung des hier benutzten Modells bereits früher Optimierungen durchgeführt, bei denen allerdings nur ein Teil der Daten verwendet wurde (G. Barzel und R.B. Long, 1994). Hier soll für dieses Modell ein Vergleich mit den Anpassungen freier Parameter in der Dissipationsfunktion vorgenommen werden, die Komen *et al.* (1984) für das Modell mit der exakten nichtlinearen Wechselwirkung durchführten.

Komen *et al.* (1984) paßten die Dissipationsfunktion, die hier der Übersicht halber noch einmal angegeben ist,

$$\gamma_{ds}(\mathcal{E}, \bar{\omega}) = \mathcal{D}_M d_M \left(\frac{\alpha}{\alpha_{PM}} \right)^{2\mathcal{D}_S} \left(\frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^{2\mathcal{D}_F} \bar{\omega}, \quad (3.12)$$

durch Variation der zwei freien Parameter \mathcal{D}_M und \mathcal{D}_F so an, daß die Modellergebnisse von WAM cycle 3 im Bereich der voll entwickelten See gut mit den Pierson-Moskowitz-Daten übereinstimmen. Dafür wurde ebenfalls ein eindimensionales, fetchbegrenztes Seegangmodell benutzt, aus dem heraus der Teil mit der exakten nichtlinearen Wechselwirkung des hier verwendeten Modells entwickelt wurde. Allerdings wurde bei jenen Parameteranpassungen die Version mit der Berechnung der exakten nichtlinearen Wechselwirkung nach der Filtertechnik benutzt. Darüber hinaus wurde zur Integration der Energiebilanzgleichung ein explizites Integrationsschema verwendet, in dem die Schrittweite Δx dynamisch angepaßt wurde. Als optimale Lösung fanden sie für den multiplikativen Vorfaktor den Wert $d_M = 3.33 \cdot 10^{-5}$ und eine quadratische Abhängigkeit von der mittleren Frequenz (s. Gl. (3.12)). Im Rahmen ihrer Untersuchungen variierten Komen *et al.* den Parameter \mathcal{D}_F für den Frequenzexponenten und den multiplikativen Parameter \mathcal{D}_M für den Vorfaktor d_M zwischen $\frac{1}{2}$ und 2.5. In Abb. 3.19 ist das Ergebnis der dortigen Untersuchungen wiedergegeben. Dargestellt sind die Quotienten aus dimensionsloser Energie und Peakfrequenz und ihren jeweiligen Pierson-Moskowitz-Vergleichsgrößen sowie der Phillips-Parameter und der JONSWAP-Parameter γ als Funktion des zweidimensionalen Parameterraumes. Die Achsenbeschriftung gibt nicht die Werte der freien Parameter \mathcal{D}_M und \mathcal{D}_F , wie sie hier definiert wurden, an, sondern direkt die Werte der Konstanten d_M und den Exponenten insgesamt. In der Nomenklatur von Komen *et al.* (1984) sind die in WAM cycle 3 benutzten Werte das Resultat des Laufes „M2“, wobei „M“ für einen 'mittleren' Wert der Konstanten d_M steht und die „2“ den Exponenten des Frequenztermes direkt angibt.

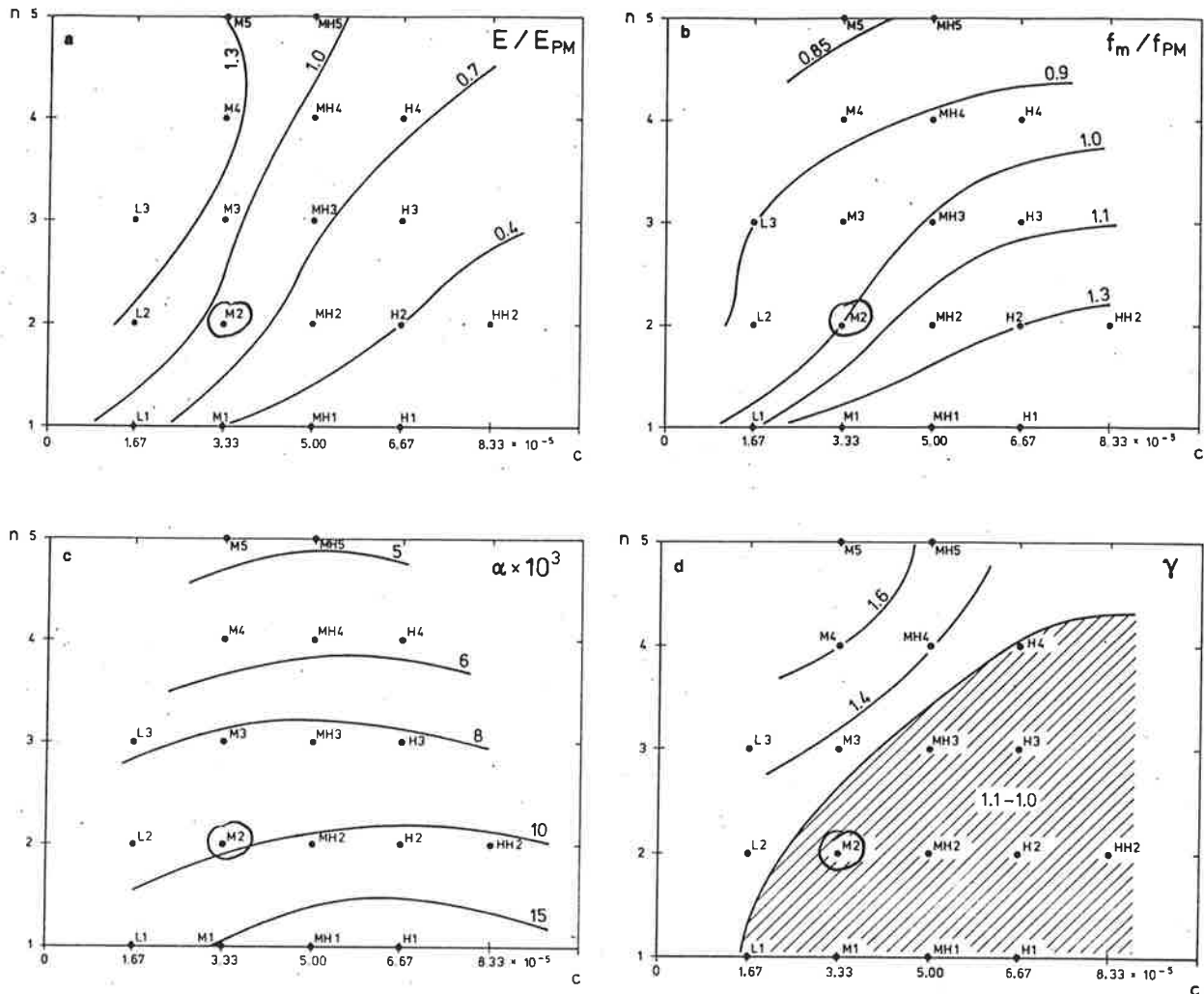


FIG. 4. Distribution of spectral parameters E/E_{PM} (panel a), f_m/f_{PM} (panel b), α (panel c), and γ (panel d) for runs listed in Table 1 in the $c - n$ dissipation parameter plane [cf. (2.7)]. All values are taken at a fetch of $x^* = gx/u^2 = 1.2 \times 10^8$. Isolines are approximate and meant to guide the eye. The best agreement with observations is given by run M2.

Abbildung 3.19: Dimensionslose Energie \mathcal{E}_* und Peakfrequenz ν_* im Verhältnis zu den Pierson-Moskowitz-Werten ($\mathcal{E}_{PM*} = 1100$ und $\nu_{PM*} = 5.6 \cdot 10^{-3}$) sowie der Phillips-Parameter α_{Ph} und der JONSWAP-Parameter γ als Funktion der multiplikativen Konstante d_M und des Exponenten des Frequenzterms der Dissipationsfunktion von WAM cycle 3 aus der Originalarbeit von Komen *et al.* (1984). Die dort als optimal gefundene Lösung trägt in den Abbildungen die Bezeichnung „M2“.

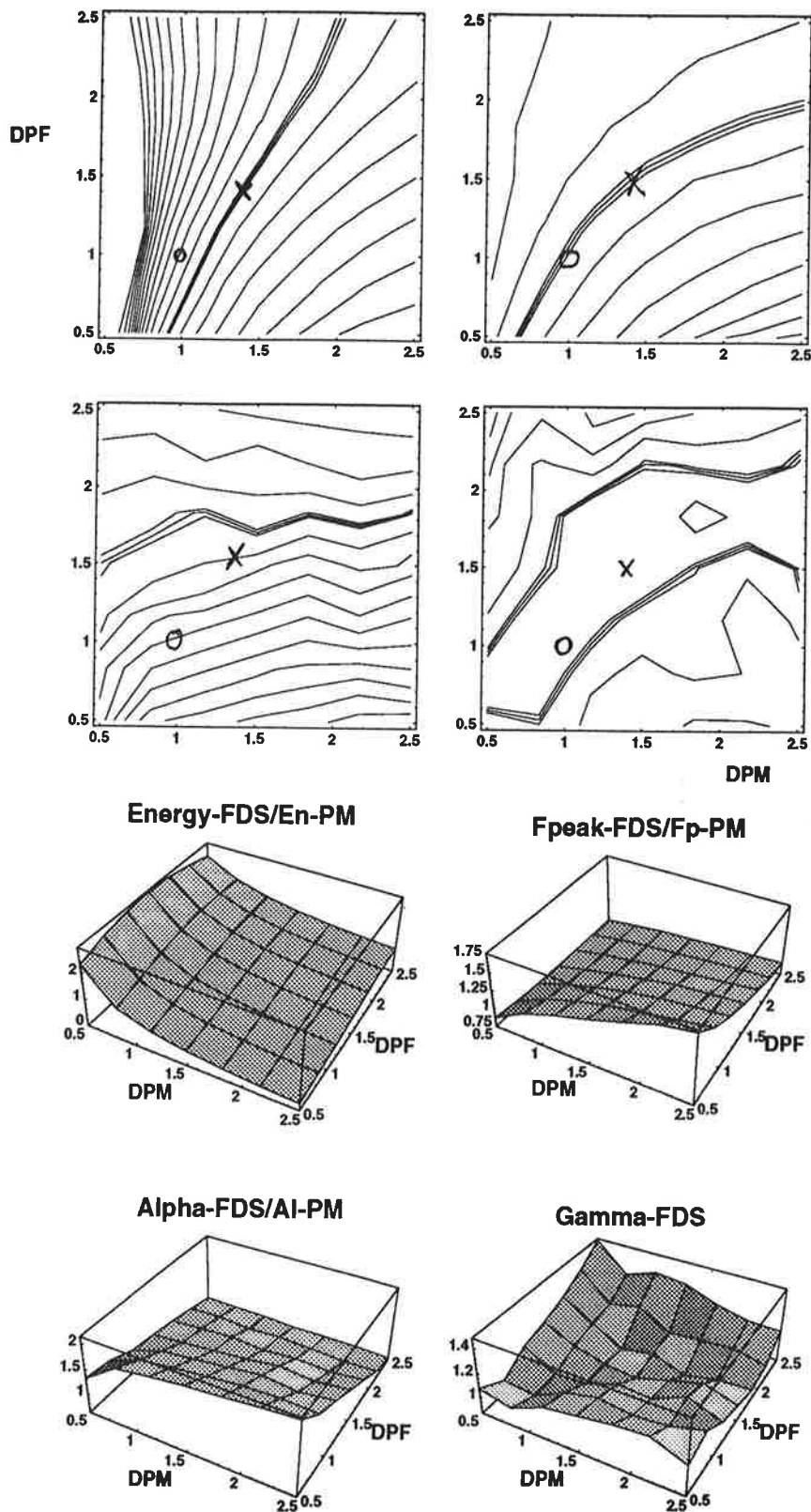


Abbildung 3.20: Wie 3.19, aber hier als Funktion des multiplikativen Parameters \mathcal{D}_M und des Parameters im Exponenten des Frequenzterms \mathcal{D}_F der Dissipationsfunktion von WAM cycle 3, Gl. (3.12). Die in WAM cycle 3 verwendete Parameterkombination entspricht $\mathcal{D}_M = \mathcal{D}_F = 1.0$ (durch Kreise markiert). Kontourlinien sind im Abstand von 0.1 eingezeichnet. Die Linie der besten Übereinstimmung ist dadurch hervorgehoben, daß zusätzlich die Linien für 0.99 und 1.01 angegeben wurden. Die ermittelte Optimallösung ist mit Kreuzen markiert.

Wie oben bereits erwähnt, wurde im Zuge der Einführung der Näherung für die nichtlineare Wechselwirkung und durch einige Umstellungen in der Numerik (Implizites Integrationsschema, Berechnung der mittleren Frequenz als Inverses der mittleren Periode) bei WAM cycle 3 der Wert der multiplikativen Konstante zu $d_M = 2.33 \cdot 10^{-5}$ geändert, der quadratische Exponent aber beibehalten. Der Vergleich, der hier gezogen wird, kann sich also nicht auf die absolute Größe von d_M beziehen. Deswegen wird hier ein Vergleich für denselben Parameterbereich von der Hälfte des in WAM cycle 3 verwendeten Wertes bis zum zweieinhalbfachen Wert durchgeführt.

In Abb. 3.20 sind die Ergebnisse von 49 Modellläufen in derselben Weise dargestellt wie in Abb. 3.19. Die entsprechende Kontourlinie mit dem Wert 1.0, für den die Übereinstimmung zwischen den Modellergebnissen und den Daten ideal ist, wurde dadurch hervorgehoben, daß diejenigen für 0.99 und 1.01 ebenfalls eingezeichnet wurden, während die Linien sonst einen Abstand von 0.1 zueinander haben. Die Bilder zeigen eine ähnliche Struktur wie die von Komen *et al.* (1984). Die Parameterkombination, die in WAM cycle 3 Anwendung findet, entspricht $\mathcal{D}_M = \mathcal{D}_F = 1.0$.

Für die Optimierung wurde in der in Kapitel 3.2 definierten Kostenfunktion nur der Pierson-Moskowitz-Teil berücksichtigt, da der Fokus bei der Untersuchung 'On the existence of a fully developed sea'¹ gerade auf dem Bereich der voll entwickelten Windsee lag. Das Ergebnis der Optimierung weist in der Tat stark in Richtung der Lösung „MH3“ von Komen *et al.* (1984) (s. Abb. 3.19) mit einem um 1.5 größeren Wert für d_M und einem Exponenten 3. Die Parameter $\mathcal{D}_M = 1.39$ und $\mathcal{D}_F = 1.49$ entsprechen fast genau diesem Fall. Die Wachstumskurven mit den optimierten Parametern unterscheiden sich nicht wesentlich von denen des Modells mit den Standardwerten (Abb. 3.21). Allerdings sind die Werte im voll entwickelten Bereich, in denen die Daten vorlagen, besser geworden.

¹Dt.: „Zur Existenz einer voll entwickelten Windsee“ (Titel von Komen *et al.* (1984))

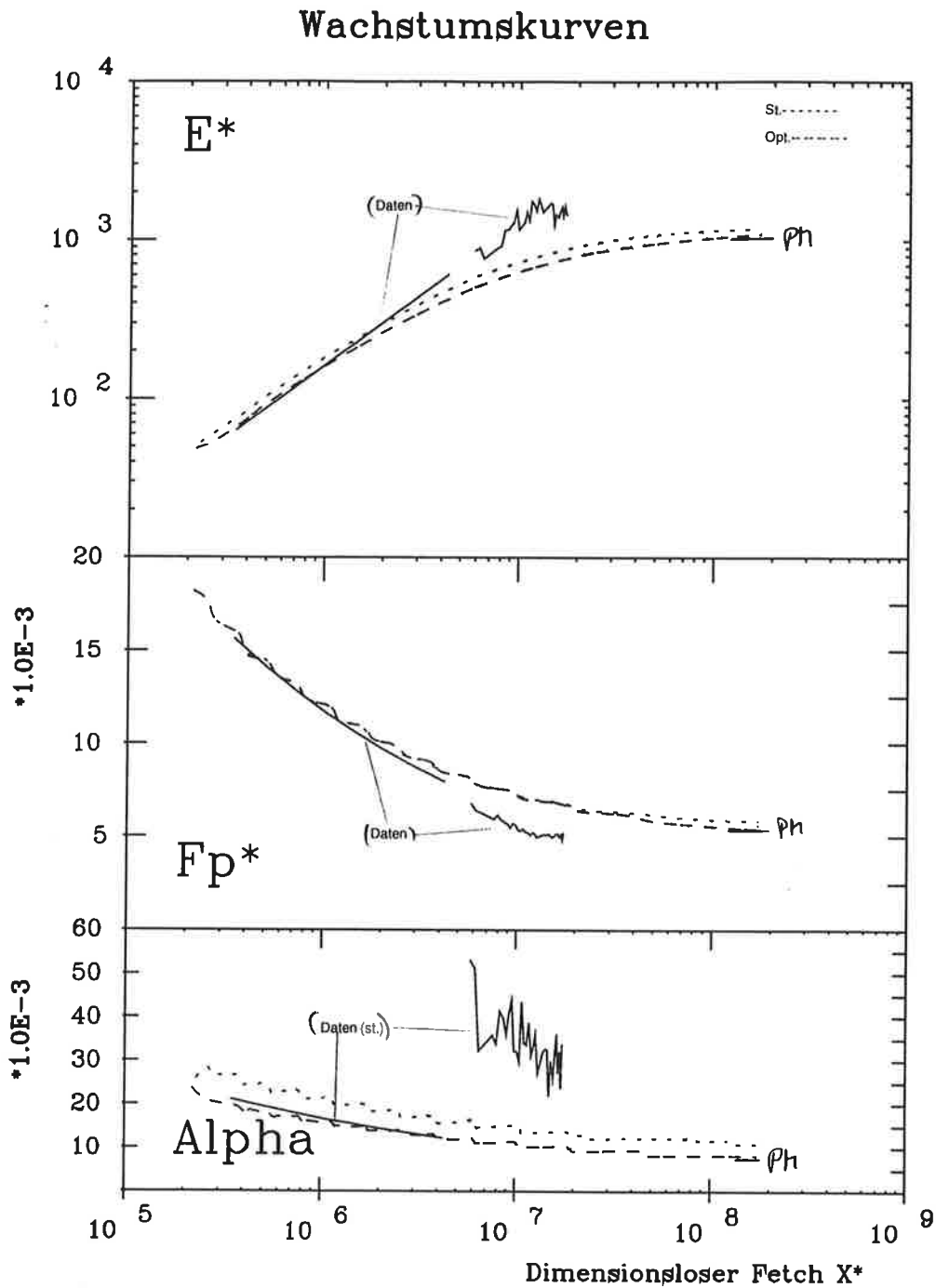


Abbildung 3.21: Dimensionslose Energie \mathcal{E}_* , Peakfrequenz ν_* und Phillips-Parameter α_{Ph} als Funktion des dimensionslosen Fetch \mathcal{X}_* für WAM cycle 3 mit den Standardparametern (kurz gestrichelt) und mit den optimierten Werten (lang gestrichelt) der Parameter $\mathcal{D}_M = 1.38$ und $\mathcal{D}_F = 1.49$ in der Dissipationsfunktion (Gl. (3.12)). Die Daten bei kleinem und mittlerem Fetch dienen nur der Illustration und wurden bei der Optimierung nicht benutzt.

Schlußbemerkung und Ausblick

Durch die Entwicklung des adjungierten Seegangmodells wurde ein Werkzeug geschaffen, mit dem die notwendige Optimierung freier Parameter des Modells systematisch und effizient durchgeführt werden kann. Beim Vergleich der hier behandelten, sehr unterschiedlichen Modellierungen des Windanfachtungsterms wurde offenbar, daß die absolute Größe der Quellterme für Windanfachtung und Dissipation nicht ohne weiteres ermittelt werden kann. Es wurde sogar offensichtlich, daß weniger die Struktur der Terme im einzelnen als die Form der Summe beider Terme als Funktion der Frequenz zusammen mit der nichtlinearen Wechselwirkung entscheidend ist. Deren fundamentale Bedeutung bei der Seegangsentwicklung wurde erneut bestätigt.

Die Optimierungen freier Parameter in den Quellfunktionen zeigen, daß diese über große Bereiche variieren können. Bei solchen Optimierungen darf nicht außer Acht gelassen werden, daß neben der Verwendung geeigneter Daten versucht werden muß, mit der Kostenfunktion alle physikalisch relevanten Effekte zu berücksichtigen. Die Sensitivität des Seegangmodells auf die Modellierung des Drag-Koeffizienten, der zur Berechnung der Reibungsgeschwindigkeit aus einem gemessenen Windfeld benötigt wird, beeinflußt die Optimierungen in empfindlicher Weise.

Um jedoch auch hier mit einer Optimierung freier Parameter anzusetzen, bedarf es eines realistischeren Modells. Der nächste Schritt ist deswegen die Erstellung des adjungierten Modells für das volle $(2+1)$ -dimensionale Seegangmodell. Durch die Fülle an Fernerkundungsdaten bietet sich erstmalig die Möglichkeit, auch großskalige Prozesse wie die Dünungsausbreitung auf einer breiten Datenbasis zu studieren und die zugrundeliegende Dynamik physikalisch zu untersuchen.

Danksagungen

Meinem Betreuer Prof. Dr. Klaus Hasselmann gilt an erster Stelle mein Dank. Seine Bereitschaft und Flexibilität, oft im Vorbeigehen mit einem Blick auf Zwischenresultate weiterführende Anregungen zu geben, ist bewundernswert. Für seine Geduld, grundlegende Fragen der Seegangmodellierung aber auch Einzelheiten ausführlich zu erklären, bin ich ihm besonders dankbar. Die Diskussionen mit ihm bedeuteten zwar in der Regel noch viel zusätzliche Arbeit, hatten aber meist auch unmittelbaren Erkenntniswert.

Susanne Hasselmann war jederzeit bereit, alle möglichen numerischen Fragen zu dem maßgeblich von ihr implementierten Seegangmodell zu diskutieren. Das hier verwendete Modell wurde zwar völlig neu geschrieben, aber ihre Erfahrungen mit dem globalen Modell waren von großem Wert und haben oft die Fehlersuche im eigenen Programm erleichtert. In der herzlichen Atmosphäre der Seeganggruppe habe ich mich sehr wohlfühlt.

Mit Dr. Robert B. Long hatte ich einen sehr arbeitsintensiven und schönen Sommer. Durch die Unterstützung dieses erfahrenen Seglers und Fliegers wurden die analytischen und numerischen Klippen des adjungierten Seegangmodells leicht umschifft.

Patrick Heimbach hat besonders in der Endphase die verschiedenen Versionen gerne auch mehrmals gelesen und diskutiert. Seine praktische und freundschaftliche Unterstützung war sehr wichtig.

Herrn Prof. Dr. Jürgen Sündermann danke ich für das Koreferat.

Literatur

- Barzel, G., R.B. Long, S. Hasselmann und K. Hasselmann, 1993: 'Wave model fitting using the adjoint technique', in: *Proceedings of the Conference on air sea interaction*, Marseille, June 1993
- Barzel, G., R.B. Long, 1994: 'Wave model fitting using the adjoint technique' Kap. **VI.7** in: Komen *et al.*, 1994: *'Dynamics and Modelling of Ocean Waves'*, Cambridge University Press
- Bender, L.C. und L.M. Leslie, 1994: 'Evaluation of a Third Generation Ocean Wave Model for the Australian Region', *BMRC Research Report*, **43** (Melbourne, Australien)
- Burgers, G. und V.K. Makin, 1993: 'Boundary-Layer Model Results for Wind-Sea Growth', *J. Phys. Oceanogr.* **23**, 372-385
- Charnock, H., 1955: 'Wind stress on a water surface', *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **81**, 639-640
- Günther, H., S. Hasselmann, P.A.E.M. Janssen, 1992: Wamodel Cycle 4. *Deutsches Klima-Rechenzentrum Technical Report No.4*
- Donelan, M., 1994: 'Observations of the spectral shape', Kap. **II.9** in: Komen *et al.*, 1994: *'Dynamics and Modelling of Ocean Waves'*, Cambridge University Press
- Donelan, M. und Y.Yuan, 1994: 'Wave dissipation by surface processes', Kap. **II.4** in: Komen *et al.*, 1994: *'Dynamics and Modelling of Ocean Waves'*, Cambridge University Press
- Giering, R., 1994: 'Konstruktion Adjungierter Modelle', MPI für Meteorologie Hamburg, *in Vorbereitung*.
- Hasselmann, K., 1960: 'Grundgleichungen der Seegangsvorhersage', *Schiffstechnik* **7**, 191-195
- Hasselmann, K., 1961/63: 'On the nonlinear energy transfer in a gravity-wave spectrum' Part I-III (Part I: *J. Fluid Mech.*, **12**, 481-500, 1961; Part II: *J. Fluid Mech.*, **15**, 273-281 (1963); Part III: *J. Fluid Mech.*, **15**, 385-398 (1963))

- Hasselmann, K., 1967: 'Nonlinear interactions treated by the methods of theoretical physics (with application to the generation of waves by wind)', *Proc. Roy. Soc.*, **A299**, 77–100
- Hasselmann, K., 1968: 'Weak-Interaction Theory of Ocean Waves', in: *Basic Developments in Fluid Dynamics*, *Academic Press*, **Vol.2**, 117–182
- Hasselmann, K., 1974: 'On the spectral dissipation of ocean waves due to white capping', *Bound.-Layer Meteor.* **6**, 107–127
- Hasselmann, K. *et al.*, 1973: 'Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP)' *Dtsch. Hydrogr. Z.* **12**, pp. 1–95
- Hasselmann, K. und G. Komen, 1994: 'The action balance equation and the statistical description of wave evolution', Kap. **I.2** in: Komen *et al.*, 1994: *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, *Cambridge University Press*
- Hasselmann, K., G. Komen und P.A.E.M. Janssen, 1994: 'Wave-Wave interaction', Kap. **II.3** in: Komen *et al.*, 1994: *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, *Cambridge University Press*
- Hasselmann, S. und K. Hasselmann, 1981: 'A symmetrical method of computing the nonlinear transfer in a gravity-wave spectrum.' *Hamb. Geophys. Einzelschriften, Reihe A: Wiss. Abhandl.*, **52**, 138 pp.
- Hasselmann, S., K. Hasselmann, J.H. Allender und T.P. Barnett, 1985: 'Computations and Parameterizations of the Nonlinear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum. Part II' *J. Phys. Oceanogr.* **15**, pp. 1378–1391
- Hasselmann, S. und G. Komen, 1994: 'General features of wave data assimilation and inverse modelling', Kap. **VI.1** in: Komen *et al.*, 1994: *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, *Cambridge University Press*
- Hasselmann, S., G. Komen und K. Hasselmann, 1994: 'The general minimization problem', Kap. **VI.2** in: Komen *et al.*, 1994: *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, *Cambridge University Press*
- Janssen, P.A.E.M, 1989: 'Wave-Induced Stress and the Drag of Air Flow over Sea Waves' *J. Phys. Oceanogr.* **19**, pp. 745–754
- Janssen, P.A.E.M, 1991: 'Quasi-linear Theory of Wind-wave Generation Applied to Wave Forecasting' *J. Phys. Oceanogr.* **21**, pp. 1631–1642
- Janssen, P.A.E.M, 1994a: 'Wave growth by wind', Kap. **II.2** in: Komen *et al.*, 1994: *Dynamics and Modelling of Ocean Waves*, *Cambridge University Press*

- Janssen, P.A.E.M, 1994b: 'Parametrization of source terms and the energy balance in a growing wind sea', Kap. **III.3** in: Komen *et al.*, 1994: '*Dynamics and Modelling of Ocean Waves*', Cambridge University Press
- Jeffreys, H., 1924: 'On the formation of waves by wind.' *Proc. Roy. Soc.* **A107**, pp. 189–206; 1925: 'On the formation of waves by wind. II.' *Proc. Roy. Soc.* **A110**, pp. 341–347
- Kahma, K. und Ch.J.Calkoen, 1992: 'Reconciling Discrepancies in the Observed Growth of Wind-generated Waves' *J. Phys. Oceanogr.* **22**, pp. 1389–1405
- Kahma, K. und Ch.J.Calkoen, 1994: 'Growth curve observations', Kap. **II.8** in: Komen *et al.*, 1994: '*Dynamics and Modelling of Ocean Waves*', Cambridge University Press
- G. Komen, 1994: 'Sea surface winds and atmospheric circulation', Kap. **I.3** in: Komen *et al.*, 1994: '*Dynamics and Modelling of Ocean Waves*', Cambridge University Press
- Komen, G.J., S. Hasselmann und K. Hasselmann, 1984: 'On the existence of a Fully Developed Wind-Sea-Spectrum', *J. Phys. Oceanogr.* **14**, pp. 1271–1285
- Komen, G.J., L. Cavaleri, M. Donelan, K. Hasselmann, S. Hasselmann, P.A.E.M.Jansssen, 1994: '*Dynamics and Modelling of Ocean Waves*', Cambridge University Press (im Druck)
- R.B. Long, 1994: 'The adjoint model technique', Kap. **VI.3** in: Komen *et al.*, 1994: '*Dynamics and Modelling of Ocean Waves*', Cambridge University Press
- Miles, J.W., 1957: 'On the generation of surface waves by shear flows', *J. Fluid Mech.* **3**, 185.
- The NAG Fortran Library Manual, 1991: *The Numerical Algorithms Group, Oxford*
- Phillips, O.M., 1957: 'On the generation of waves by turbulent wind', *J. Fluid. Mech.*, **2**, 417–445
- Phillips, O.M., 1977: 'The dynamics of the upper ocean', *Cambridge University Press*, 2nd ed., 335 S.
- Press, W.H., B.P.Flannery, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, 1989: 'Numerical Recipes in Pascal', *Cambridge University Press*, 759 S.
- Pierson, W.J. und L. Moskowitz, 1964: 'A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A.Kitaigorodskii.' *J. Geophys. Res.* **69**, pp. 5181–5190

- Snyder, R.L., F.W. Dobson, J.A. Elliott und R.B. Long, 1981: 'Array measurements of atmospheric pressure fluctuations above surface gravity waves' *J. Fluid Mech.* **102**, pp. 1-59
- Snyder, R.L., W.C. Thacker, K. Hasselmann, S. Hasselmann und G. Barzel, 1993: 'Implementation of an Efficient Scheme for Calculating Nonlinear Transfer From Wave-Wave Interactions' *J. Geoph. Res.* **98**, pp. 14,507-14,525
- Talagrand, und P. Courtier, 1987: 'Variational assimilation of meteorological observations with the adjoint vorticity equation', part 1: Theory, *Q. J. Roy. Meteorol. Soc.* **113**, pp. 1311-1328
- Thacker, W.C., 1982: 'Some computational problems of oceanography', *Proc. Fourth Internat. Conf. on Finite Elements in Water Resources*, Springer-Verlag, New York, 1982.
- Thacker, W.C., 1988: 'Three lectures on fitting dynamics to data', *GKSS 87/E/65*, Geesthacht, 64p.
- Thacker, W.C. und R.B. Long, 1988: 'Fitting dynamics to data', *J. Geophys. Res.* **93C2**, pp. 1227-1240
- Walsh, E.J., D.W. Hancock III und D.E. Hines, 1989: 'An Observation of the Directional Wave Spectrum Evolution from Shoreline to Fully Developed' *J. Phys. Oceanogr.* **19**, pp. 670-690
- The WAMDI Group, 1988: 'The WAM Model -- A Third Generation Ocean Wave Prediction Model' *J. Phys. Oceanogr.* **18**, pp. 1775-1810
- Wu, J., 1982: 'Wind-stress coefficients over sea surface from breeze to hurricane', *J. Geophys. Res.* **87**, pp. 9704-9706