Fakultät für Physik und Astronomie

Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Bachelorarbeit

im Studiengang Physik vorgelegt von

Stefani Stanojevic

geboren in Rüsselsheim

2021

Magnetfeld Charakterisierung für eine effizientere Dopplerkühlung von ⁹Be⁺-Ionen

Diese Bachelorarbeit wurde angefertigt von Stefani Stanojevic am Max-Planck-Institut für Kernphysik Heidelberg unter der Betreuung von Priv.-Doz. Dr. José Ramón Crespo López-Urrutia

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Bachelorarbeit wurde ein externer Magnetspulenaufbau um den Paulfallenaufbau angebracht und charakterisiert. Ziel war es mit dem erzeugten Magnetfeld die Quantisierungsachse von Be⁺-Ionen parallel zum Kühllaser auszurichten, um die Dopplerkühlung der Ionen effizienter zu machen. Dafür wurde mit COMSOL die benötigten Stromstärken für die Spulenpaare und das Magnetfeld-Stromstärke-Verhältnis im Fallenzentrum bestimmt. Daraufhin wurden die Feldkomponenten des vorherrschenden Erdmagnetfeldes experimentell bestimmt, um das Erdmagnetfeld zu neutralisieren, welches auch Auswirkungen auf die Quantisierungsachse hat. Des Weiteren wurde der Einfluss des erzeugten Magnetfeldes auf die Güte des Resonators untersucht, da Flux Trapping zu einer Verminderung der Güte führt. Man fand eine Abnahme der Güte um ~ 3.2 % bei einem Magnetfeld von 271.6 µT vor. Zum Schluss wurden Nichtlinearitäten im Reflexionsspektrum des Resonators beobachtet, welche bei Eingangsleistungen zwischen 1.3 dBm und 2.0 dBm auftraten und deren Ursachen weiterer Untersuchungen bedarf.

Abstract

As part of this bachelor thesis, an external magnetic coil structure was attached around the Paul trap structure and characterized. The aim was to use the generated magnetic field to align the quantization axis of Be⁺ ions parallel to the cooling laser in order to make the Doppler cooling of the ions more efficient. For this purpose, the required currents for the coil pairs and the magnetic field-current-ratio in the trap center were determined with COM-SOL. The field components of the prevailing earth's magnetic field were then determined experimentally in order to neutralize its impact on the quantization axis. The influence of the generated magnetic field on the quality of the resonator was also examined, since flux trapping leads to a reduction in the quality. A decrease in the quality of ~ 3.2% with a magnetic field of 271.6 µT was found. Finally, non-linearities were observed in the reflection spectrum of the resonator, which occurred at input powers between 1.3 dBm and 2.0 dBm and which causes require further investigation.

Inhaltsverzeichnis

1	Einl	eitung	1	
2	The	oretische Grundlagen	4	
	2.1	Die lineare Paulfalle	4	
	2.2	Dopplerkühlung	8	
	2.3	Hohlraumresonatoren	9	
	2.4	Supraleiter	11	
3	Aufbau			
	3.1	Der Quadrupol-Resonator	16	
	3.2	Der kryogene Aufbau	16	
	3.3	Der optische Aufbau	17	
	3.4	Magnetspulen	18	
4	Sim	ulationen	21	
5	Aus	wertung	27	
	5.1	Performance der Magnetfeldspulen	27	
	5.2	Erdmagnetfeld	29	
	5.3	Der Magnetfeldeinfluss auf den supraleitenden Resonator	31	
	5.4	Nichtlinearitäten im supraleitenden Resonator	35	
6	Fazi	t und Ausblick	39	
7	Lite	ratur	42	

1 Einleitung

Schon im frühen 19. Jahrhundert gab es erste spektroskopische Experimente. Dabei wurde 1814 von Joseph von Fraunhofer das Sonnenlicht untersucht, wo er dunkle Linien in dessen Spektrum fand, was zu den ersten beobachteten Absorptionsspektren zählt. Diese Linien entstehen durch Absorption von Gasen in der Photosphäre der Sonne und finden sich in allen Lichtspektren von Sternen wieder. Einige Jahre später, Mitte des 19. Jahrhunderts, wurden die Emissionsspektren einzelner Elementen von Gustav Robert Kirchhoff und Robert Bunsen untersucht und kartiert. Dabei erkannte man, dass jedes atomare System über ein einzigartiges Linienspektrum besitzt.

Über Jahre hinweg wurde die Messgenauigkeit immer besser, man bemerkte auch, dass viele helle Linien im Emissionsspektrum aus mehreren Linien bestanden, wie z.B. die Natrium-D-Linie, und wegen der Breite der einzelnen Linien ununterscheidbar wurden. Diese Verbreiterung der Linien entstand unter anderem durch die mikroskopische Bewegung bzw. Temperatur des Atoms oder Ions. Es kommt zur Dopplerverbreiterung, welche eine Grenze für die Auflösung darstellte.

Mit der Entwicklung von Lasern hat man auch ein Werkzeug zur Kontrolle über Atome und Moleküle in den Händen. Somit konnte man die Linienbreite durch Kühlung verringern, was die Auflösung deutlich verbesserte. Die Laserkühlung, speziell die weitverbreitete Dopplerkühlung, sind damit ein fester Bestandteil bei der Untersuchung von Atomen und Ionen.

Unter anderem fand man im Sonnenspektrum Linien, welche man zuerst nicht erklären konnte, sich später aber als Linien von hochgeladenen Ionen wie Fe^{13+} herausstellten. Diese hochgeladenen Ionen, auch HCI (engl. highly charged ions) genannt, findet man an extrem heißen Orten, wie z.B. Sternen. Aufgrund deren Lebensdauer, die durch Ladungsaustausch begrenzt ist, und somit nur im Vakuum für längere Zeit bestehen kann, sind HCI in natürlicher Form nicht auf der Erde vorfindbar. Durch die hohe Ladung sind die verbliebenen Elektronen sehr stark an den Atomkern gebunden, wodurch die HCI weniger von elektromagnetischen Störungen beeinflusst werden [Koz+18]. Dies macht sie zu geeigneten Kandidaten für präzisere Atomuhren.

Darum wird beim CryPTEx-SC (engl. cryogenic Paul Trap Experiment) Experiment am MPIK in Heidelberg daran geforscht, einen Aufbau zur Untersuchung von HCI zu erstellen [Sta+21]. Der Aufbau beinhaltet eine EBIT (engl. electron beam ion trap), wo die HCI erzeugt werden, sowie eine Paulfalle, in welcher diese gekühlt werden können.

Da HCI nicht für Laserkühlung geeignet sind, werden diese mit Hilfe von anderen Ionen über sympathetische Kühlung gekühlt. Beim CryPTEx-SC Experiment werden hierfür Be-Ionen, welche sich für die Laserkühlung eignen, als Kühlionen eingesetzt.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Paulfallen Aufbau um einen Magnetfeldaufbau erweitert. Das erzeugte Magnetfeld soll später die Quantisierungsachse des Be-Ions parallel zum Kühllaser ausrichten, damit die Kühlung der Be-Ionen effizienter verlaufen kann.

Folgend werden erst die benötigten theoretischen Grundlagen wie die Dopplerkühlung und die Funktionsweise einer linearen Paulfalle erklärt. Daraufhin wird der die Arbeit befassende Aufbau beschrieben und die mit COMSOL erstellten Simulationen vorgestellt. Zum Schluss werden die Daten der Messungen ausgewertet und bewertet.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Die lineare Paulfalle

Zur elektromagnetischen Speicherung von Ionen wird ein Potentialminimum benötigt. Dieses kann in einem ladungsfreien Raum nicht allein durch statische Felder erzeugt werden [Ear48]. Eine der am häufigsten verwendeten Fallen zur ortsfesten Speicherung, die Paulfalle, nutzt zusätzlich zu elektrostatischen Feldern noch ein oszillierendes elektrisches Feld.

Anhand von [Gho95] und [Win+98] soll das Funktionsprinzip einer linearen Paulfalle näher beschrieben werden.

In Abb. 1 ist der Querschnitt einer linearen Paulfalle bestehend aus vier Elektroden abgebildet, welche ein elektrisches Quadrupolfeld erzeugen. Die Elektroden werden mit Potentialen $\pm \Phi_0$ versorgt, sodass in der Nähe der Symmetrieachse des Quadrupols (x = y = 0), das Potential durch

$$\Phi_{QP}(x, y, z, t) = \Phi_0(ax^2 + by^2 + cz^2) \quad , \tag{2.1}$$

beschrieben werden kann. Dabei unterliegt Gl. (2.1) der Laplacegleichung $\Delta \phi = 0$, woraus sich die Bedingung a+b+c=0 herleiten lässt. Geht man von einem unendlich langen Quadrupol aus, kann c=0 angenommen werden, womit a=-b vorliegt. So erhält man für das Quadrupolpotential der linearen Paulfalle

$$\Phi_{QP} = \Phi_0 \frac{x^2 - y^2}{r_0^2} \quad . \tag{2.2}$$

Da hyperbolischen Elektroden wie in Abb. 1b schwierig zu fertigen sind, kann das Quadrupolfeld durch Elektroden mit rundem Querschnitt angenähert werden. Dabei ist zu beachten, dass der Elektrodenradius r_e im Verhältnis von $r_e/r_0 = 1,147$ zum Elektrodenabstand vom Fallenzentrum r_0 bleibt, um eine gute Näherung des Quadrupols zu erzeugen [Den71]. Damit ergibt das oszillierende Feld $\Phi_0(t)$ mit der Wechselspannungsamplitude $V_{\rm rf}$, der Frequenz Ω und der Zeit t erhält man

$$\Phi_0(t) = V_{\rm rf} \cos(\Omega t) \quad . \tag{2.3}$$

Für eine Einschränkung der Teilchenbewegung in axialer Richtung (z-Richtung) müssen die Quadrupolelektroden entlang der Fallenachse z in mindestens drei Elektroden aufteilt werden oder man nutzt Endkappenelektroden. Mit Hilfe von zwei



Abbildung 1: Eine mögliche Anordnung von Elektroden mit dem Potential Φ_0 im Abstand r_0 zum Zentrum (b) und das dabei entstehende Quadrupolfeld (a). Die Elektroden sind in drei Teile geteilt, wobei die äußeren Teile, die Endkappenelektroden (lila) zur axialen Speicherung beitragen. (Entnommen aus [Sta20])

Endkappenelektroden im Abstand z_0 zum Fallenzentrum und der an diese angelegten Gleichspannung $U_{\rm dc}$ erhält man im Fallenzentrum ein annähernd harmonisches Potential. Da die Spannung geometriebedingt nicht vollständig zum Potentialmaximum umgewandelt werden kann, wird η als geometrischen Korrekturfaktor genutzt, wobei $\eta < 1$ gilt.

$$\Phi_{\rm dc}(x,y,z) = \frac{\eta U_{\rm dc}}{z_0^2} (dx^2 + ey^2 + fz^2)$$
(2.4)

Der Laplacegleichung folgend sieht man, dass d = e und f = -2d sind. Setzt man d = 1, erhält man

$$\Phi_{\rm dc}(x,y,z) = \frac{\eta U_{\rm dc}}{2z_0^2} (2z^2 - x^2 - y^2) \quad . \tag{2.5}$$

Insgesamt ergibt sich das Potential im Fallenzentrum zu

$$\Phi(x, y, z, t) = V_{\rm rf} \cos(\Omega t) \frac{x^2 - y^2}{r_0^2} + \frac{\eta U_{\rm dc}}{2z_0^2} (2z^2 - x^2 - y^2)$$
(2.6)

Wirkt dieses Potential auf ein Teilchen mit Ladung Q und Masse m, so kann die Bewegung des Teilchens mit den dimensionslosen Transformationsparameter a_u und

 q_u mit u = x, y, z zu

$$\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\xi^2} + (a_u - 2q_u \cos(2\xi))u = 0 \quad , \tag{2.7}$$

mit

$$a_{x} = a_{y} = -\frac{1}{2}a_{z} = -\frac{4Q\eta U_{dc}}{mz_{0}^{2}\Omega^{2}} ,$$

$$q_{x} = -q_{y} = -\frac{4QV_{rf}}{mr_{0}^{2}\Omega^{2}} ,$$

$$q_{z} = 0 ,$$

$$\xi = \frac{\Omega t}{2} ,$$
(2.8)

zusammengefasst werden. Die Gl. (2.7) wird Mathieusche Differentialgleichung genannt. Für die möglichen Teilchenbahnen erhält man beim Lösen der Differentialgleichung stabile als auch instabile Lösungen. Zur Speicherung sind nur die stabilen Lösungen wichtig, da bei den instabilen Lösungen die Amplitude nicht beschränkt ist und die Teilchen somit leicht entfliehen können. Um in axialer Richtung für Stabilität zu garantieren, sollte $a_z > 0$ und die kinetische Energie der Teilchen sollte kleiner als die Tiefe des axiale Fallenpotential sein. In radialer Richtung hängt die Stabilität von $a_{x,y}$ und $q_{x,y}$ ab. Aus praktischen Gründen wählt man meistens $a_u, q_u \approx 0$, obwohl es mehrere stabile Bereiche im a, q-Diagramm gibt. Die hier betrachtete Falle arbeitet im Bereich $|a_u| \ll |q_u| < 0.4$. Da $a_u, q_u \ll 1$ sind, erhält man als stabile Lösung von Gl. (2.7)

$$u(t) \approx u_1 \cos(\omega t) \left(1 + \frac{q_u}{2} \cos(\Omega t)\right) \quad \text{mit} \quad \omega_u \approx \frac{\Omega}{2} \sqrt{a_u + \frac{q_u^2}{2}} \quad .$$
 (2.9)

In Abb. 2 sieht man die Zusammensetzung der stabilen Lösung in zwei Schwingungen: einer langsamen Schwingung mit großer Amplitude, der Makrobewegung, mit der Amplitude u_1 und der Säkularfrequenz ω_u und einer schnelleren Schwingung, der Mikrobewegung, mit Amplitude $u_1q/2$ und Frequenz Ω . Idealerweise kann die Makrobewegung mit Lasern bis in den Grundzustand gekühlt werden. Die Mikrobewegung hingegen ist eine getriebene Bewegung, welche nur über die Amplitude der Makrobewegung reduzierbar ist. In radialer Richtung ist die Mikrobewegung elementarer Bestandteil der Paulfalle. Somit kann lediglich versucht werden das Auftreten zusätzlicher Mikrobewegung weitestgehend zu minimiert, um unnötige Aufheizung



Abbildung 2: Amplitude $u(t)/u_1$ aus Gl.(2.9) der Teilchenbewegung in einer idealen Paulfalle in radialer Richtung. Der orangene Graph stellt die Makrobewegung dar und der blaue Graph beide Bewegungen gemeinsam.

der Ionen zu verhindern. Beispiele für Ursachen, die zu zusätzlicher Mikrobewegung führen, sind Ablagerungen auf den Elektroden oder Asymmetrien in den statischen Potentialen [Kel+15] [Ber98].

Betrachtet wird der Fall $|a_u|, |q_u| \ll 1$, wo das von den Ionen gesehene Fallenpotential mit einem statischen Pseudopotential der Form

$$\Psi(x, y, z) = \frac{m}{2Q} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad , \tag{2.10}$$

das über eine RF-Periode gemittelt ist, genähert werden kann.

Aus Gl. (2.8) weiß man, dass a_u und q_u vom Ladung-zu-Masse-Verhältnis Q/mabhängen, was bedeutet, dass man gleichzeitig verschiedene Arten von Ionen speichern kann, solang das Ladung-zu-Masse-Verhältnis ähnlich bleibt. Für das in dieser Arbeit betrachtete Experiment, CryPTEx-SC, wird geplant, HCIs mit Hilfe von ⁹Be⁺-Ionen sympathetisch zu kühlen [Sta20]. Dafür werden beide Ionen (HCIs und ⁹Be⁺-Ionen) gleichzeitig in der Falle gespeichert. Ionen mit höherem Q/m empfinden ein stärkeres Potential, weshalb sie sich näher am Fallenzentrum positionieren.

2.2 Dopplerkühlung

Beim CryPTEx-SC können Ionen gespeichern werden, deren kinetische Energie geringer als etwa 10% der Tiefe des Fallenpotentials ist, was ungefähr 1 eV ist. Dies entspricht einer Temperatur von 10^4 K, was zu einer starken Dopplerverbreitung führt und zur spektroskopischen Untersuchung ungeeignet ist. Dementsprechend werden die Ionen mittels Dopplerkühlung bis in den mK-Bereich gekühlt.

Folgende Erklärung beruht auf [Phi98], [MS99] und [Obe07].

Betrachtet wird ein freies Atom, welches als ein Zwei-Zustands-System genähert wird (siehe Abb. 3). Dieses befinde sich in einem eindimensionalen System, wo es die Masse $m_{\rm a}$ und die Geschwindigkeit $v_{\rm a}$ besitzt. Weiterhin befinde sich ein Laserstrahl im System, welcher sich entweder parallel oder antiparallel zur Bewegungsrichtung des Atoms ausbreitet.

Der Laser habe eine bestimmte Frequenz, welche um δ zur Resonanzfrequenz des elektronischen Übergangs ω_a verschoben ist. Wegen der Geschwindigkeit des Atoms und der einhergehenden Dopplerverschiebung, wird die Frequenz des Lasers im Ruhesystem des Atoms weiter um δ_{Doppler} verschoben [Obe07]:

$$\delta_{\text{Doppler}} = -\vec{k} \cdot \vec{v_a} = \pm |\vec{k}| |\vec{v_a}| \quad , \tag{2.11}$$

mit k als Wellenzahl des Laserlichts. Hierbei hängt das Vorzeichen der Frequenzverschiebung von der Bewegungsrichtung des Atoms zum Laser ab. Die Gesamtverstimmung Δ der Laserfrequenz zur Übergangsfrequenz ω_a im Ruhesystem des Atoms ergibt sich somit zu

$$\Delta = \delta + \delta_{\text{Doppler}} = \delta \pm k v_a \quad . \tag{2.12}$$

Beim CryPTEx-SC wird mit einer großen, jedoch festen Verstimmung δ gearbeitet. Die Anzahl an benötigten Kühllasern ist von den vorhandenen Freiheitsgraden abhängig. In einer linearen Paulfalle wird durch die Einschränkung der Bewegungsmoden des Ions nur ein Laser zum Kühlen benötigt[Mar+10].

Das Temperaturlimit des Dopplerkühlung liegt bei der sogenannten Dopplertemperatur $T_{\rm D}$. Mit der natürlichen Linienbreite Γ , der reduzierten Planck-Konstante \hbar und der Boltzmann-Konstante k_b ist nach [Lei+03]

$$T_{\rm D} = \frac{\hbar\Gamma}{4k_b}(1+\zeta) \quad . \tag{2.13}$$

Der Faktor ζ wird verwendet, um die Direktionalität der Emission-Imuplsüberträge zu beachten, und für elektronische Dipol-Übergänge ist $\zeta = 2/5$ [Ste86]. Der im Rahmen des hier zugrundeliegenden Experiments benutzte Kühlübergang ist der



Abbildung 3: Darstellung der Dopplerkühlung an einem ruhenden Atom (a) und an einem bewegten Atom (b). Hierbei kommt es beim ruhenden Atom zu keiner Anregung, da die Photonenenergie E_{γ} geringer als die für den Übergang benötigte Energie $\hbar \omega_{\rm a}$ ist. Während bei (b) die Photonenfrequenz ω_{γ} durch die Bewegung dopplerverschoben wahrgenommen wird, womit die Anregung erfolgen kann und Impuls übertragen wird. Daraufhin erfolgt eine spontane Emission in zufälliger Richtung, wobei über viele Emissionen gemittelt der Atom-Impuls p_a sich nicht ändert.

 ${}^{2}S_{1/2}(F = 2) \rightarrow {}^{2}P_{3/2}$ im ${}^{9}\text{Be}^{+}\text{-Ion}$, dessen Wellenlänge bei $\lambda \simeq 313 \text{ nm}$ und dessen natürliche Linienbreite bei $\Gamma/2\pi = 17.97 \text{ MHz}$ liegt [Kra+20]. Somit liegt die Dopplertemperatur bei $T_{\rm D} = 302 \,\mu\text{K}$.

2.3 Hohlraumresonatoren

Hohlraumresonatoren sind simpel geseshen Kasten in welchen durch Uberlagerung einer eintretenden Welle und deren Reflexion eine stehende Welle erzeugt wird [Dem12]. Mithilfe eines Hohlraumresonators können so auch stabile elektrische Potentiale zur Speicherung von Ionen erzeugt werden. Zur Erklärung der Funktionsweise und der Kenngrößen eines Resonators wird dieser vereinfacht als *LCR*-Schwingkreis mit Induktivität *L*, Kapazität *C* und Widerstand $R_{\rm P}$ beschrieben werden (Abb. 4) [Sta20]. Vorausgesetzt die Anregungsfrequenz befindet sich ungefähr um die Resonanzfrequenz des Resonators herum. Die Spannung *U*, die über dem Widerstand $R_{\rm P}$ abfällt, kann mit der Differentialgleichung

$$\ddot{U} + 2\gamma \dot{U} + \omega_0^2 U = 0 \quad , \tag{2.14}$$

mit $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ als Resonanzfrequenz und der Dämpfungskonstante $\gamma = 1/(2R_{\rm P}C)$, wobei der Fall sehr schwacher Dämpfung $\omega_0 \gg \gamma$ angenommen wird, beschrieben werden.

Um Verluste innerhalb des Resonators zu charakterisieren, wird die Güte verwendet. Diese beschreibt das Verhältnis Q der gespeicherten Energie G zur Verlustleistung P_d pro RF-Zyklus, also $Q = \omega_0 G/P_d$. Eine hohe Güte beschreibt demzufolge



Abbildung 4: Links: Realer Parallelschaltkreis mit dem kapazitiven Widerstand R_C und dem induktivem Widerstand R_L . Rechts: LCR-Parallelschaltung, wo R_C und R_L zum Verlustwiderstand R_P zusammengefasst wurden.

geringe Verluste. Dies ist unter anderem wichtig, da bei einer hohen Güte der Resonator elektronisches Rauschen bei Frequenzen, die sonst ein Aufheizen der Ionen hervorrufen könnten, besser wegfiltern kann. Dementsprechend wirkt ein Resonator wie ein Bandpassfilter für die RF-Signale. Beim *LCR*-Schwingkreis im Schwingfall, also $\gamma \ll \omega_0$, ist die unbelastete Güte

$$Q_0 = \frac{\omega_0}{2\gamma} = \frac{R_{\rm P}}{\omega_0 L} \quad . \tag{2.15}$$

Wird nun der Resonator über Ports an einen externen Schaltkreis gekoppelt, kann dieser angesteuert werden. Die Ports selbst führen zu Verlusten, die in die Gesamtgüte miteinfließen. Mit $Q_i = G/P_{d,i}$ als Güte des Ports *i* ergibt sich für die Gesamtgüte

$$Q^{-1} = Q_0^{-1} + \Sigma_{i=1} Q_i^{-1} \quad . \tag{2.16}$$

Teil dieser Arbeit ist es, den Einfluss eines externen Magnetfeldes auf den Resonator zu untersuchen, welche sich auf dessen Performance auswirken könnten. Beobachten lässt sich dies über die Resonanzkurve, die über die Ports aufgenommen werden kann. Die Resonanzkurve kann mit einer Streumatrix S_{ij} beschrieben werden. Der Transmissionskoeffizient zwischen zwei Ports *i* und *j* ergibt sich für ein Eingangssignal mit Frequenz ω zu [Sta20]

$$|S_{ij}| = 2\sqrt{\frac{Q^2(Q_iQ_j)^{-1}}{1 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}} \quad .$$
(2.17)

Wird nur ein Port verwendet, kann das Reflexionsspektrum beobachtet werden, wel-

ches mit

$$|S_{11}| = \sqrt{\frac{(k-1)^2 + Q_0^2 (\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}{(k+1)^2 + Q_0^2 (\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}} , \quad k = \frac{Q_0}{Q_1}$$
(2.18)

beschrieben wird [Sta20]. Dabei steht k für die Kopplungskonstante, wobei die Verluste von anderen Ports vernachlässigt werden.

2.4 Supraleiter

Die im vorherigen Abschnitt besprochene Güte repräsentiert die Verluste im Resonator aus. Damit die Verluste so gering wie möglich gehalten werden, nutzt man die Eigenschaften von Supraleitern. Diese zeigen bei sehr tiefen Temperaturen einen verschwindenden elektrischen Widerstand. So besteht der Resonator des CryPTEx-SC Experiments aus supraleitendem Material. Weiterhin sind die magnetischen Eigenschaften eines Supraleiters von Bedeutung, da in dieser Arbeit mit Magnetfeldern gearbeitet wird. Folgende Erklärung beruht auf [Hun17] und [Hue17].

Unterhalb der kritischen Temperatur eines Supraleiters ähnelt dieser bei Gleichstrom von der elektrischen Leitfähigkeit her idealen Leiter. Unterschiede werden bei den magnetischen Eigenschaften sichtbar, was auch als Meißner-Ochsenfeld-Effekt bekannt ist (Abb. 5). Dieser wurde zum ersten Mal 1933 in [MO33] vorgestellt und zeigt die Verdrängung eines äußeren Magnetfeldes aus dem Inneren des Supraleiters.

Beide Eigenschaften können phenomenologisch durch die zwei London-Gleichungen beschrieben werden. Dafür werden supraleitende Ladungsträger mit Masse m_s , Ladung e_s , Geschwindigkeit v_s und Dichte n_s im Supraleiter betrachtet [Hue17]. Wird in die Gleichung der auf einen Ladungsträger wirkenden Kräfte

$$m_s \dot{\vec{v}_s} = -e_s \vec{E} \tag{2.19}$$

die supraleitende Stromdichte $j_s = -en_s \vec{v_s}$ eingesetzt, was zur 1. London-Gleichung,

$$\frac{d\vec{j_s}}{dt} = \frac{n_s e_s^2}{m_s} \vec{E} \quad , \tag{2.20}$$

führt. Hierbei wurde die zeitliche Änderung der supraleitenden Stromdichte \vec{j}_s in Relation zum elektrischen Feld \vec{E} mit einer Konstante dargestellt, welche die Ladungsträgerdichte n_s , die Ladung e_s und die Masse m_s der supraleitenden Ladungsträger beinhaltet. Weiter wird dieses Ergebnis in die Maxwell-Gleichung $\mathbf{rot}\vec{E} = -\partial_t\vec{B}$ eingesetzt, woraus man

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{rot}\vec{j}_s + \frac{n_s e_s^2}{m_s}\vec{B}) = 0$$
(2.21)



Abbildung 5: Verhalten eines idealen Leiters und eines Supraleiters im Vergleich. Solang die Temperatur über der kritischen Temperatur T_c ist, verhalten sich beide identisch. Bei $T < T_c$ verhält sich der Supraleiter wie ein Diamagnet und verdrängt das Magnetfeld aus seinem Inneren.

erhält. Nach dem Meißner-Ochsenfeld-Effekt verschwindet nicht nur die zeitliche Ableitung sondern auch das Magnetfeld selbst, was dazu führt, dass der Ausdruck in der Klammer ebenfalls Null ergeben muss. So leitet man die 2. London-Gleichung, Gl. (2.22) her.

$$\mathbf{rot}\vec{j}_s = -\frac{n_s e_s^2}{m_s}\vec{B} \tag{2.22}$$

In Abb. 5 scheint es als würde das komplette Magnetfeld aus dem Inneren des Supraleiters verdrängt werden, was laut Gl. (2.22) nicht ganz der Wahrheit entspricht. Geht man von einem Supraleiter aus, welcher bei x = 0 beginnend sich in positive *x*-Richtung ausbreitet und sich in einem Magnetfeld B_0 in *z*-Richtung befindet, so erhält man, wenn man Gl. (2.22) in die Maxwell-Gleichung $\mathbf{rot}\vec{B} = \mu_0 \vec{j}_s$ einsetzt, die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 B_z(x)}{dx^2} - \frac{\mu_0 n_s e_s^2}{m_s} B_z(x) = 0 \quad . \tag{2.23}$$

Das Ergebnis von Gl. (2.23) für die Flussdichte, $B_z(x) = B_0 e^{-x/\lambda_L}$, und für die Abschirmsstromdichte (zuvor: supraleitende Stromdichte), $j_s(x) = j_0 e^{-x/\lambda_L}$, enthält



Abbildung 6: Unterschiede zwischen Typ 1- und Typ 2-Supraleitern. Während bei Typ 1 die Supraleitfähigkeit beim kritischen Magnetfeld $B_{c,th}$ abbricht, behalten Typ 2-Supraleiter durch die Bildung von normalleitenden Flussschläuchen bei $B_{c,1}$ ihre Supraleitfähigkeit bis $B_{c,2}$. In (a) ist das Magnetfeld B_{int} innerhalb des Supraleiters abhängig vom externen Magnetfeld $B_{ext}gezeigt, bei(b)dieMagnetisierung-$ MdesSupraleitersgegenBext.

die Londonsche Eindringstiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s e_s^2}} \quad . \tag{2.24}$$

Die Londonsche Eindringtiefe stellt eine Skala dar, wie tief das Magnetfeld in den Supraleiter eindringt.

Die mikroskopische Beschreibung der Supraleitung liefert die BCS-Theorie, welche auf der Bildung von Cooper-Paaren basiert [BCS57]. Darin wird auch die Eindrindtiefe λ_L anders definiert als sie aus den London-Gleichungen folgt.

Bei Supraleitern wird im Allgemeinen zwischen zwei Arten unterschieden. Diese unterscheiden sich in ihrem Verhalten bei steigender Magnetfeldstärke eines externen Magnetfeldes (Abb. 6). Neben dem Überschreiten der kritischen Temperatur T_c bricht die Supraleitung auch bei einem kritischen Magnetfeld B_c ab. Beide sind durch die Gleichung

$$B_c(T) = B_{c,0} \left[1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 \right]$$
(2.25)

verbunden. $B_{c,0}$ beschreibt hier das kritische Magnetfeld bei der Temperatur T = 0 K. Der Bereich des linearen Anstiegs der Magnetisierung in Abb. 6b wird als Meißner-Phase (dunkelgrauer Bereich) bezeichnet, dieser ist bei beiden Arten gleich. Zwischen $B_{c,1}$ und $B_{c,2}$ befindet man sich beim Typ 2 in der Shubnikov-Phase (hellgrauer Bereich).

Bei der Fertigung des Resonators des CryPTEx-SC Experiments wurde Niob, ein Typ 2-Supraleiter, verwendet, welcher die höchste kritische Temperatur ($T_c = 9.25 \text{ K}$) unter den elementaren Supraleitern besitzt. Die kritischen Magnetfelder liegen bei 4 K bei $B_{c,1} \approx 150 \text{ mT}$ und $B_{c,2} \approx 300 \text{ mT}$ [Sai01].

Erwähnenswert ist auch das Auftreten vom Flux Trapping. Flux Trapping wird durch Verunreinigungen im Supraleiter, welche sogar in sehr reinem Niob (RRR=500) vorgefunden wurden [Val+92], verursacht. Diese Verunreinigungen sorgen dafür, dass Flussschläuche nicht aus dem Inneren des Supraleiters verdrängt werden können, wenn man $B_{c,1}$ unterschreitet. Diese Flussschläuche enthalten jeweils ein Flussquant, welches in Anwesenheit von RF-Feldern oszilliert und Verluste verursacht. Genaueres kann man bei [BS65], [KHS65] und [GR03] nachlesen.

3 Aufbau

Zum CryPTEx-SC Experiment gehört mehr als die im vorigen Kapitel besprochene Paulfalle. Zu dem Experiment gehören neben der Paulfalle, wo die HCIs gespeichert und gekühlt werden, noch die EBIT, wo die HCIs erzeugt werden, und die Beamline, über welche die HCIs in die Paulfalle gelangen [Sta+21]. Ziel des Ganzen ist die Untersuchung von HCIs.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Magnetfeldaufbau entworfen, gebaut und charakterisiert mit welchem die Quantisierungsachse des ⁹Be⁺-Ions in der Paulfalle so ausgerichtet werden soll, dass diese exakt mit den Kühllaserstrahlen überlagert werden kann. Damit will man eine effizientere Kühlung der ⁹Be⁺-Ionen erzielen.

In diesem Kapitel wird die Funktionsweise des Quadrupol-Resonators, also der Ionenfalle, und der dazugehörige kryogene und optische Aufbau sowie der Magnetfeldaufbau beschrieben.

Eine ausführliche Beschreibung des CryPTEx-SC-Aufbaus findet man in [Sta20].

3.1 Der Quadrupol-Resonator

In Kap. 2.3 wurden die Kenngrößen eines Resonators beschrieben. In Hohlraumresonatoren entsteht durch Überlagerung einer elektromagnetischen Welle mit ihrer Reflexion eine stehende elektromagnetische Welle. Diese stehenden Wellen werden auch als Resonatormoden bezeichnet [Dem12].

In Abb. 7 sieht man rechts das CAD-Modell des Quadrupol-Resonators. Dieser ist eine Kombination aus einer linearen Paulfalle und einem Hohlraumresonator. So kann ein äußerst stabiles RF-Potential erzeugt werden, da der Hohlraumresonator wie ein Bandpassfilter elektrisches Rauschen herausfiltert, womit die Speicherung der Ionen verbessert wird. Die Verwendung des Supraleiters Niob (Kap. 2.4) für die Fertigung des Resonators sorgt durch die geringeren Verluste innerhalb des Resonators für eine höhere Güte und verstärkt somit den Filtereffekt des Resonators.

3.2 Der kryogene Aufbau

Für die Supraleitfähigkeit werden tiefe Temperaturen benötigt. Deshalb befindet sich der Resonator im Inneren zweier Kälteschilde (auch Stufen genannt) bei ca. 4 K. So wird erreicht, dass die Wärmestrahlung der Umgebung von der ersten Stufe abgefangen wird und weniger Leistung zur Kühlung der Fallenumgebung benötigt wird. Die kryogene Umgebung sorgt auch für ein besseres Vakuum ($\approx 10^{-14}$ [Sta20]), indem die Restgasteilchen, wie Helium und Wasserstoff, an den kryogenen Flächen



Abbildung 7: CAD-Modelle des gesamten Fallenaufbaus und des Quadrupolresonators. Die vibrationsarme Kryozuleitung ist von unten mit der Fallenumgebung verbunden, jedoch hier nicht miteingezeichnet (Entnommen aus [Sta20]).

ausfrieren. Dies erhöht die Lebensdauer von Ionen innerhalb der Falle, welche bei HCIs durch Ladungsaustausch mit anderen Teilchen und bei Be-Ionen durch Hydrierung begrenzt ist [Sta20].

Die benötigten Kälte- und Vakuumpumpen befinden sich räumlich getrennt von der Fallenregion und sind lediglich durch eine vibrationsarme Kryozuleitung verbunden [Mic+19]. Somit kann durch deren Vibration entstehende Bewegung minimiert werden (Amplituden <20 nm [Mic+19]).

3.3 Der optische Aufbau

In Abb. 8a sieht man die Belegung der optischen Zugänge des Resonators und der Hitzeschilder. Durch die Geometrie des Resonators stehen die Zugänge in einem 30, 60 oder 90° Winkel zur Fallenachse.

Der Beryllium-Strahl (orange) steht im 60° Winkel zur Fallenachse. Die Beryllium-Atome stammen aus dem angrenzenden Beryllium-Ofen, wo eine Beryllium-Folie erhitzt wird, um so die Atome zu verdampfen. Die Ionisation der Atome erfolgt über eine Zwei-Photonen-Ionisation im Fallenzentrum mit dem Photoionisationslaser (violett), der eine Wellenlänge von 235 nm [Sta20] besitzt. Damit wird ein Elektron zuerst resonant in den Zwischenzustand $2p^1P_1$ angeregt und mit einem zweiten Photon wird das Elektron ins Kontinuum befördert [Kra+20].



Abbildung 8: Links sind die Zugänge zum Fallenzentrum und ihre Belegung dargestellt. Rechts ist die Beschriftung der Spulenpaare. Beide Abbildungen haben die gleiche Ausrichtung, welche sich zum bisherigen Koordinatensystem unterscheidet.

Dem Beryllium-Strahl gegenüber ist der HeNe-Laser (rot), der zur Justierung des Be-Ofens und dem exakten Ausrichten des Be-Strahls auf das Fallenzentrum genutzt wird.

In Blau sind der Kühllaser und Repumper eingezeichnet, welche in einem 30° Winkel zur Fallenachse stehen. Beide sind Teil des in Kap. 2.2 beschriebenen Kühlprozesses. Zum Schluss ist in Gelb der Zugang der Beamline abgebildet, worüber später die HCIs in die Falle gelangen.

3.4 Magnetspulen

Das Design des Magnetspulenaufbaus wurde entwickelt, um ein homogenes Magnetfeld im Fallenzentrum zu bilden, das von der Amplitude und auch der Richtung frei einstellbar ist. Dies ist wichtig, um die Ausrichtung der Quantisierungsachse zum Kühllaser zu ermöglichen. Dabei sollen die Spulen ohne starkes Aufheizen Magnetfelder von ungefähr 200 μ T erzeugen können.

Um diese Kriterien zu erfüllen, wurden pro Raumrichtung zwei sich gegenüberliegende Spulen symmetrisch ums Fallenzentrum angebracht, was sich zu insgesamt sechs Spulen aufaddiert. Sich gegenüberliegende Spulen sind jeweils identisch zueinander.

Für die Spulen wurde Kupferdraht mit 2 mm Durchmesser in Aluminiumhalterungen verlegt und an die äußeren Vakuumkammer angebracht. Die Maße der Spulen sind in



Tabelle 1: Maße der Spulen und der Halterung.

Abbildung 9: Bild der Vakuumkammer mit der up-, front-, und right-Spule.

Tab. 1 zu sehen. Die Halterungen sind ungefähr 2 cm breit. Als Material wurde Aluminium gewählt, da dieses paramagnetisch ist [Wea90], weshalb es kaum bis keinen Einfluss auf die entstehenden Magnetfelder hat. Insgesamt wurden zwei rechteckige Spulenpaare seitlich und ein kreisförmiges Paar in z-Richtung angebracht. Hierbei bezieht sich die Richtung auf das in Abb.8 verwendete Koordinatensystem, welches im Simulationsprogramm COMSOL Multiphysics definiert wurde und in den hierauf folgenden Kapiteln verwendet wird. Ein Foto des Aufbaus ist in Abb. 9 vorzufinden. Die Beschriftung der Spulen ist in Abb. 8b vorzufinden.

4 Simulationen

Um erste Vorhersagen über das entstehende Magnetfeld und der Beitrag der einzelnen Spulenpaare auf das Gesamtmagnetfeld treffen zu können, wurde mit COMSOL Multiphysics 5.5 entsprechende Simulationen erstellt [COM]. wurde mit Simulationen die ersten getroffen. Zusätzlich wurde auch der Einfluss des kryogenen Aufbaus und des Resonators auf das Magnetfeld im Fallenzentrum betrachtet, was in der Realität nur teilweise möglich ist. COMSOL basiert auf der Finite-Elemente-Methode, welches ein numerisches Verfahren zum Lösen komplexer Differentialgleichungen ist [COM]. Zur Simulation der Magnetfelder wurde das AC/DC-Modul genutzt, das mit der differentiellen Form der Maxwell-Gleichungen arbeitet. Ziel der Simulationen war die benötigten Stromstärken zu errechnen, um ein Magnetfeld im Fallenzentrum zu erzeugen, dass parallel zum Kühllaser ist, als auch um das Erdmagnetfeld im Fallenzentrum auszugleichen.

Für die Simulationsgeometrie wurden lediglich die Vakuumkammern, der Resonator sowie der Magnetfeldaufbau betrachtet. Der Rest des CryPTEx-SC Aufbaus besitzt keinen nennenswerten Einfluss auf das im Fallenzentrum entstehende Magnetfeld. Der Resonator wurde als CAD-Modell importiert, während die Vakuumkammern und die Spulen in COMSOL erstellt wurden.

Die Temperatur für die Simulation liegt bei Raumtemperatur, wodurch die Supraleitfähigkeit von Niob vernachlässigt wurde. Der Aufbau befindet sich in einer Sphäre aus Vakuum, welche die Randbedingungen (hier: magnetischer Isolator) in einem Radius von 400 mm definiert. Die verwendeten Materialien für die Bauteile sind in Tab.

Tabelle 2: Verwendetes Material der einzelnen Bauteile mit ihren Ei	gen-
schaften (elektrische Leitfähigkeit σ , relative Permitivität ε_r	und
magnetische Permeabilität μ). Die unten aufgelisteten W	Verte
wurden direkt aus COMSOL übernommen.	

Bauteil	Material	σ	ε_r	μ
Resonator	Niob	sigma_solid_ $1(T[1/K])[S/m]^1$	1	1
äußere Wand	Edelstahl	$5 imes 10^7 \mathrm{S/m}$	1	1
innere Schilde $+$ Deckel	Kupfer1	$5 \times 10^7 \mathrm{S/m}$	1	1
Spulen	Kupfer	_ 2	1	1



Abbildung 10: In (a) wird anhand des Beispiels einer Kugel die Auswirkung der Feinheit des Mesh gezeigt, welche beim Aufbau in (b) angewandt wurde.

2 aufgeführt.

Zur Anwendung der Finite-Elemente-Methode wird das gesamte Simulationsvolumen in COMSOL in kleine Tetraeder unterteilt. Das Tetraeder-Netz wird Mesh genannt. Die Größe bzw. Seitenlänge der Tetraeder kann manuell eingestellt werden. Dabei gilt die einfache Regel: je feiner das Mesh, also je kleiner die Seitenlänge, desto realitätsnäher der Aufbau und somit die Ergebnisse. Anhand des Beispiels einer Kugel in Abb. 10 kann dies besser visualisiert werden. Das Mesh wird automatisch von COMSOL erstellt, man kann lediglich den Größenbereich der Elemente einstellen. Innerhalb eines Objekt werden dann verschiedene Mesh-Größen verwendet. So wird wenn möglich die größte Größe bevorzugt verwendet und nur wenn nötig die kleinste Größte. Natürlich kann man kein unendlich feines Mesh verwenden, da so die Anzahl der Elemente drastisch steigt und die verfügbare RAM-Kapazität übersteigen kann. Für die hier angeführte Simulation stand eine RAM-Kapazität von 200 GB zur Verfügung. So wurde für die einzelnen Teile des Aufbaus, je nach Wichtigkeit, unterschiedlich feiner Mesh verwendet (s. Tab.3). Das Mesh des Aufbaus ist in Abb. 10 zusehen.

In Abb. 11 und 12 ist das simulierte Magnetfeld zu sehen, das im Fallenzentrum

¹bei T = 293 K beträgt $\sigma = 7.1 \times 10^6 \text{ S/m}$ [Pla]

 $^{^2\}mathrm{Da}$ es sich bei den Spulen um die Stromquelle handelt, wurde deren elektrische Leitfähigkeit vernachlässigt.



Tabelle 3: Maximale und minimale Größe der Mesh-Elemente

Abbildung 11: Querschnitt in der *xy*-Ebene auf Höhe des Fallenzentrums. Gezeigt sind die Magnetfeldlinien für ein zum Kühllaser paralleles Magnetfeld.

parallel zum Kühllaser ausgerichtet sind. Dabei ist in Abb. 11 der Verlauf der Magnetfeldlinien gezeichnet, während bei Abb. 12 die Verteilung der Magnetfeldstärke in der xz- und xy-Ebene gezeigt ist.

Da Magnetfelder durch Vektoren beschrieben werden, sind die x- und y-Komponente über die Tangensfunktion miteinander verbunden. Dies kann genutzt werden, um die benötigten Stromwerte für das Magnetfeld in beiden Abbildungen zu berechnen. Hier für wurde $I_{c,y} = 1$ A angenommen und mit dem Winkel von 30° ergibt



Abbildung 12: Magnetfeldstärkeverteilung auf Höhe des Fallenzentrums in der xy- (links) und xz-Ebene (rechts) mit den Einstellungen aus Gl. (4.1).

dies $I_{c,x} = 0.58$ A. Es wurde für die Berechnung kein Hintergrundfeld (z.B. Erdmagnetfeld) angenommen, weshalb keine z-Komponente gebraucht wird. Danach wurde mit diesen Stromwerten simuliert und das entstehende Magnetfeld abgelesen. Die so bestimmten Stromwerte ergeben ein Feld von

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 6,5\\11,2\\0 \end{pmatrix} \mu T \quad . \tag{4.1}$$

Weiterhin wurde das erzeugte Magnetfeld im Fallenzentrum pro 1 Å für jedes Spulenpaar bestimmt. Hierfür wurden die Spulenpaare einzeln simuliert und der Wert in der Simulation abgelesen. So erhält man für $I_{c,i} = 1$ Å (i = x, y, z):

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 11,2\\11,2\\38,8 \end{pmatrix} \mu T = \begin{pmatrix} 0.112\\0.112\\0.388 \end{pmatrix} Gs \quad .$$
(4.2)

Vergleicht man die Werte aus Gl. (4.1) mit den hier bestimmten Werten (Gl. (4.2)), stimmen diese gut überein, womit die Konsistenz der Simulation bestätigt ist. Beim CryPTEx-SC Aufbau ist es nicht möglich das Magnetfeld im Fallenzentrum zu messen während die Paulfalle und die Deckel der Schilde noch montiert waren. So



Abbildung 13: Gesamtmagnetfeld des left/right-Spulenpaares entlang der *x*und *y*-Achse in bis zu 100 mm Abstand ums Fallenzentrum.

ist es von Interesse, ob die Abwesenheit des Resonators einen Einfluss auf die Werte aus Gl. (4.2) hat, wurde dies zusätzlich noch simuliert. Ohne Resonator entsteht ein Feld von

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 11, 2\\ 11, 2\\ 38, 8 \end{pmatrix} \mu T$$
(4.3)

im Fallenzentrum. Wie man sieht, ändert sich durch die Abwesenheit des Resonators nichts am Magnetfeld.

Folgend wird, wenn das Magnetfeld gemeint ist, die verwendete Stromstärke genannt, mit welcher man mit der Gl. (4.2) das Magnetfeld berechnen kann.

5 Auswertung

5.1 Performance der Magnetfeldspulen

Bei der ersten Messung des Magnetfeldes wurde das Feld außerhalb der Vakuumkammern gemessen, da zu dem Zeitpunkt das CryPTEx-SC in Betrieb war. Für die Messung wurde die Hallsonde eines Gaussmeters (HGM09s von Magsys [Mag]) 3.6 cm über der up-Spule und 8.6 cm über der front-Spule mit 1.2 cm Abstand zur Vakuumkammer platziert. Es wurde immer eine Spule allein ans Netzteil (CPX400S von TTi [TTi]) angeschlossen. Dann wurde der Strom in 0.2 A-Schritten erhöht und die z-Komponente des Magnetfeldes gemessen. Die Messwerte wurden danach geplottet und eine lineare Funktion der Form

$$f(x) = mx + b \tag{5.1}$$

an diese gefittet (Abb. 14). Die so berechnete Steigung kann mit dem bestimmten Wert aus der Simulation verglichen werden (Tab. 4). Für die Simulationswerte der Steigung wurde eine zweite Ebene auf Höhe der Hallsonde erstellt, wo man die Werte entnehmen konnte.

Der Gesamtfehler eines Messwertes setzt sich aus den Fluktuationen der Stromquelle, welche laut Hersteller $\pm (0.3 \% + 0.005 \text{ A})$ ist [TTi], und der Messgenauigkeit des Gaussmeters, welche bei Magnetfeldern unter $1.5 \text{ T} \pm 0.5 \%$ ist [Mag], zusammen. Zusätzliche Fehler könnten Schwankungen im Hintergrundfeld, das von der umliegenden Elektronik erzeugt wird, als auch Fehler der Hallsonde selbst sein. Der Fehler der Simulationswerte stammt von der Übertragung der Position der Hallsonde in die Simulation. Dabei wurde das Magnetfeld entlang einer Achse betrachtet und die Unterschiede des Feldes bei einer Verschiebung von $\pm 0.5 \text{ cm}$ als Fehler angenommen. Mit den Ergebnissen aus Tab. 4, die gut innerhalb der Fehler übereinstimmen, kann

Spule	Simulation $[\mu T/A]$	Messung $[\mu T/A]$
up	$13,7\pm2,7$	15,2
down	$2,2\pm0,4$	2,2
front	$4,5 \pm 1,0$	$3,\!8$
back	$2,5\pm0,5$	2,5
left	$5{,}0\pm1{,}0$	$4,\!3$
right	$3,6\pm0,6$	$3,\!7$

Tabelle 4: Vergleich der Steigungswerte von der Simulation und des Fits der
Messungen aus Abb. 14.



Abbildung 14: z-Komponente des Magnetfeldes der einzelnen Spulen oberhalb der up-Spule (s. Haupttext) mit dem linearen Fit aus Gl. (5.1) und dem jeweiligen bestimmten Fehlerbereich (gefärbter Bereich) der Simulationswerte. Der y-Achsenabschnitt stellt das Offset des Gaussmeters dar. Die Unterschiede im Offset sind durch unterschiedliche Messzeitpunkte zu erklären.

man schließen, dass die Spulen entsprechend funktionieren und dass die Simulationen das entstehende Magnetfeld gut beschreiben.

Zu späterem Zeitpunkt wurde eine ähnliche Messung mit demselben Vorgehen wiederholt. Aus wartungstechnischen Gründen wurde der Resonator für einige Tage aus dem Aufbau entfernt. Dies bot die Möglichkeit, das Magnetfeld im Fallenzentrum zu messen, was von größtem Interesse ist, weil hier die Ionen gekühlt werden. Leider war die Halterung der Hallsonde zu lang, um für die Messung der z-Komponente

Tabelle 5: Vergleich der mit der Simulation bestimmten Steigung (Gl. (4.3)) und der aus dem Fit (5.1) berechneten Steigung pro Spulenpaar.



Abbildung 15: x- bzw. y-Komponenten des Magnetfeldes im Fallenzentrum der einzelnen Spulenpaare.

innerhalb der Schilde passend ausgerichtet zu werden, sodass nur die x- und y-Komponenten gemessen werden konnten. Zu sehen sind die Ergebnisse in Abb. 15. Bei dem up/down-Paar konnte durch die Ausrichtung der Hallsonde der Hauptkomponent (z-Komponent) nicht gemessen werden.

Die geringen Abweichungen könnten durch Abweichungen der Position der Hallsonde entstanden sein. In Kap. 4 Abb. 13 sieht man, dass bei einer Entfernung von ca. 5 cm das Magnetfeld ca. $12.5 \,\mu T/A$ beträgt. Dies ist jedoch ein sehr großer Positionsfehler und wird eher weniger als Grund vermutet.

5.2 Erdmagnetfeld

In diesem Abschnitt will man das Erdmagnetfeld, welches ebenfalls einen Einfluss auf die Quantisierungsachse hat, ermitteln. Dafür wird das Umgebungsmagnetfeld untersucht.

Hier wurde die Hallsonde aus Kap. 5.1 an zwei Winkelscheiben befestigt, die es erlauben die Orientierung relativ zur Fallenachse präzise zu bestimmen. Die Anfangsausrichtung der Sonde beträgt 45° in der Horizontalen und 90° in der Vertikalen zur Fallenachse. Die Sonde befindet sich ungefähr 30 cm von der Vakuumkammer



Abbildung 16: Gemessenes Umgebungsfeld ohne die Verwendung der Magnetfeldspulen oberhalb des optischen Aufbaus auf 35.5 cm Abstand zum Breadboard. Die Messung wurde mittels Drehung einer Hallsonde um zwei Achsen durchgeführt.

entfernt oberhalb des optischen Aufbaus.

Bei der Messung wurde zuerst die vertikale Scheibe auf den gewünschten Winkel eingestellt und dann die horizontale Scheibe in 60°-Schritten gedreht. In Abb. 16 sind die Ergebnisse eingetragen und mit der Funktion

$$f(x) = a\sin(bx+c) + d \tag{5.2}$$

gefittet worden, da es sich um eine Vektorprojektion handelt.

Die Messung wurde auf verschiedenen Höhen wiederholt, da man vermutet, dass die Breadboards des optischen Aufbaus das Erdmagnetfeld verzerren könnten. In Tab. 6 sind die aus den Plots bestimmten Werte der Inklination (vertikale Scheibe), des Winkels zur Fallenachse und die Amplitude (Stärke des Magnetfeldes) aufgelistet. Zum Vergleich: Im Gebiet Heidelberg/Mannheim hat das Erdmagnetfeld eine Stärke von $48.5 \,\mu\text{T}$ [OA20] und eine Inklination (Einfallswinkel zur Erdoberfläche) von 65° [Pot20].

Wie man sieht, weichen die Werte wegen ihrer Fehler nicht signifikant vom Vergleichswert ab, jedoch zeichnen sich leichte Unterschiede zwischen den einzelnen Höhen ab. Diese könnten vom Einfluss des Hintergrundfeldes, das von der umgebenden Elektronik erzeugt wird, abhängen.

Ziel des Abschnittes war es, das Erdmagnetfeld im Fallenzentrum abschätzen zu

Tabelle 6: Bestimmte Parameter des in Abb. 16 geplotteten Magnetfeldesauf unterschiedlichem Abstand zum Breadboard.

Höhe	Inklination	Winkel zur Fallenachse	Amplitude $[\mu T]$
$35.5\mathrm{cm}$	69,9 $^{o} \pm 10,1^{o}$	$117,6^{o} \pm 8,9^{o}$	$42,0 \pm 3,2$
$44.5\mathrm{cm}$	72,2 $^{o} \pm 42.3^{o}$	$115,5^{o} \pm 5,0^{o}$	$33,6 \pm 4,0$
$51.5\mathrm{cm}$	77,4 ° ± 11,6°	$111,5^{o} \pm 1,7^{o}$	$38,4 \pm 4,3$
$57.5\mathrm{cm}$	75,6 ° \pm 11,0°	$114,6^{o} \pm 1,7^{o}$	33.1 ± 1.0

können. Das Fallenzentrum befindet sich (ungefähr) auf Höhe der ersten Messung. So wird ein ähnliches Feld im Fallenzentrum angenommen. Um dieses zu neutralisieren benötigt man ein Magnetfeld mit

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} 6, 69 \pm 3, 82\\ 12, 79 \pm 6, 32\\ 39, 44 \pm 3, 94 \end{pmatrix} \mu T \quad . \tag{5.3}$$

Die dafür benötigten Stromstärken können mit Gl.(4.2) berechnet werden. Werden diese Stromstärken mit denen für Gl. (4.1) benötigten Stromstärken zusammenaddiert, erhält man das gewünschte Magnetfeld, um die Quantisierungsachse parallel zum Kühllaser auszurichten:

 $\begin{array}{ll} \cdot & I_{c,x}: & 1.45\,A \\ \cdot & I_{c,y}: & 2.66\,A \\ \cdot & I_{c,z}: & 1.34\,A \end{array}$

5.3 Der Magnetfeldeinfluss auf den supraleitenden Resonator

Wie in Kap. 2.4 erwähnt, kommt es durch Verunreinigungen im Material zum Flux Trapping. Dies führt zu zusätzlichen Verlusten im Resonator, die sich auf die Güte auswirken.

Wegen den diamagnetischen Eigenschaften eines Supraleiters (Kap. 2.4) war das erste Ziel, den Resonator über seine kritische Temperatur zu erhitzen. So wollte man sicherstellen, dass beim erneuten Einsetzen der Supraleitfähigkeit ein Magnetfeld innerhalb des Resonators vorhanden war. Hierzu wurde mit einem Heizwiderstand, welcher sich am Resonator befindet, von $R \approx 1 \,\mathrm{k}\Omega$ die Temperatur des Resonators schrittweise erhöht. Über ein Netzteil (PLH250-P von TTi) wurde die Spannung des Heizwiderstandes eingestellt. Mit der Spannung U und dem Widerstand R kann die Leistung P berechnet werden, welche mit der Temperaturdifferenz ΔT über

$$P = \frac{U^2}{R}$$
 und $P = \frac{\Delta T}{R_{\rm th}} \Rightarrow \Delta T \propto \frac{U^2}{R} R_{\rm th}$ (5.4)



Abbildung 17: Plot des Anstiegs der Temperatur des Resonators bei steigender Eingangsspannung mit zwei Fitfunktionen (s. Haupttext).

mit dem Wärmewiderstand $R_{\rm th}$ zusammenhängt.

Die Spannung wurde in 0.5 V- bis 2 V-Schritten erhöht. Nach jeder Erhöhung wurde 10 bis 15 min gewartet, damit sich die Temperatur stabilisieren konnte. Der Temperaturanstieg ist in Abb. 17 abgebildet. Es wurden zwei Fits angewandt, einmal der durch Gl. (5.4) vermutete quadratische Fit (orange)

$$f(x) = a(x-b)^2 + c (5.5)$$

und ein linearer Fit (grün) wie in Gl. (5.1). Der lineare Fit wurde zusätzlich verwendet, weil der quadratische Fit nur die anfänglichen Werte gut fittet. Die Abweichnungen vom quadratischen Fit werden durch den temperaturabhängigen Wärmewiderstand der Kryozuleitung $R_{\rm th}$ verursacht.

Nun wurde mit dem ohmischen Gesetz aus Gl. (5.4) die Heizleistung berechnet und die Temperatur gegen die Heizleistung geplottet (Abb. 18). Erwartet war durch Gl. (5.4) ein linearer Anstieg, empirisch wurde jedoch die Wurzelfunktion

$$f(x) = \sqrt{\frac{x-b}{a}} + c \tag{5.6}$$

als genauster Fit ermittelt, was auf eine Abnahme des Wärmewiderstandes deutet.



Abbildung 18: Plot des Temperaturanstiegs des Resonators gegen die Heizleistung mit einer Wurzelfunktion als Fitfunktion.

Neben der Temperatur und der Spannung wurde ebenfalls mit einem Network Analyser (Modell Rohde Schwarz ZVL3 [Sch]) die Transmission (Kap. 2.3) bei einer Eingangsleistung von 0 dBm,-30 dBm und -60 dBm aufgenommen (s. Abb. 19). Um die Güte zu bestimmen, wurde die Gl. (2.17) wegen der unterschiedlichen Skalen mit

$$|S_{12}| = 10\log_{10}\left(\frac{1}{Q^{-2} + (\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}\right) + 10\log_{10}(A)$$
(5.7)

angepasst und als Fitfunktion verwendet, wobei Q für die belastete Güte steht. In A wurden die Verluste an den Ports sowie die Verluste am externen Schaltkreis zusammengefasst, da diese mit diesem Fit nicht unterscheidbar sind. Die Resonanzkurven für -60 dBm als auch die daraus bestimmte Güte sind in Abb. 19 zu sehen.

Die Güte für $-60 \,\mathrm{dBm}$ Eingangsleistung liegt zu Anfang im supraleitenden Zustand $(T = 4.13 \,\mathrm{K})$ bei $Q = \sim 53.100$ und die Resonanzfrequenz bei $\omega_0 = 34.25 \,\mathrm{GHz}$. Für höhere Leistungen verringert sich die Güte, z.B beträgt diese bei einer Eingangsleistung von $-30 \,\mathrm{dBm} \sim 41.000$.

Zu erkennen ist eine merkliche Anderung der Resonanzkurve ab einer Temperatur von 6 K. Spätestens ab einer Temperatur von 9.4 K verbreitert sich die Kurve stark. Dies hängt mit dem Abbruch der Supraleitfähigkeit des Niobs zusammen. In Abb. 19 sieht man dies deutlicher. Hier sind auch die kritischen Temperaturen von Blei (Typ 1, $T_c = 7.196$ K) und Niob (Typ 2, $T_c = 9.25$ K) [Hun17] eingetragen. Das Blei, das sich



Abbildung 19: Verschiebung der Resonanzkurven (a) und Abfall der Güte (b) mit steigender Temperatur vom Resonator bei einer Eingangsleistung von -60 dBm. In (b) sind zusätzlich die kritischen Temperaturen von Blei (orange) und Niob (grün) eingezeichnet.

auf die Güte auswirkt, befindet sich als supraleitende Dichtung in den Verbindungen zwischen dem Hauptgehäuse des Resonators und dessen Ober- und Untergehäuse. Als nächstes wurde getestet, ob Änderungen in der Resonanzkurve erkennbar werden, wenn ein Magnetfeld zugeschaltet wird. Wie am Anfang des Abschnitts erwähnt, will man mit dem Erhitzen sicherstellen, dass innerhalb des Resonators ein Magnetfeld vorhanden ist, damit beim Einsetzen der Supraleitfähigkeit das Magnetfeld innerhalb des Resonators eingefroren wird.

So wurde der Resonator zuerst erhitzt, bevor ein Magnetfeld mit dem up/down-Spulenpaar mit einem Strom von 7A erzeugt und der Resonator wieder abgekühlt wurde. Bei jedem Schritt wurde die Resonanzkurve aufgenommen. Daraufhin wurde das Magnetfeld im kalten Zustand abgeschaltet und mit einem Strom von 10A wieder eingeschaltet. Dann wurde der Resonator erneut erhitzt und abgekühlt, ohne das Magnetfeld abzuschalten. Schließlich wurde das Magnetfeld abgeschaltet und der Resonator ein letztes Mal erhitzt und wieder abgekühlt. In Abb. 20 sind die aufgenommenen Resonanzkurven und die daraus berechnete Güte zu sehen.

Deutlich erkennbar ist wieder der Unterschied der Kurven im warmen und im kalten Zustand des Resonators. Die Präsenz des Magnetfeldes änderte auf den ersten Blick nichts Merkliches an der Performance des Resonators. Erst in Abb. 20(b) sieht man Unterschiede in der Güte im kalten Zustand. Hierbei ist eine Abnahme von ca. 3.2 % bei 7 A und 3.8 % bei 10 A im Vergleich zur Güte ohne angelegtes Magnetfeld. Diese Unterschiede zeigen, dass im Resonator nach dem Abkühlen ein Magnetfeld vorhanden ist, was für die diamagnetischen Eigenschaften des Supraleiters aus Kap. 2.4



Abbildung 20: Vergleich von Resonanzkurven bei einer Eingangsleistung von 0 dBm (a) und die daraus berechnete Güte (b) bei verschiedenen Magnetfeldstärken und Temperaturen. Die Magnetfeldstärke bezieht sich auf das Feld innerhalb des Resonators. In der beistehenden Legende in (a) sind die Kurven in zeitlicher Abfolge aufgelistet. Zur Überschaubarkeit wurden die Kurven entlang der y-Achse verschoben geplottet.

spricht. Für das Flux Trapping spricht die weitere Abnahme der Güte bei stärkerem Magnetfeld, die in Abb. 20 zu sehen ist. Der Effekt fällt etwas gering aus, was an der Stärke des Magnetfeldes liegt, welche im Vergleich zum kritischen Magnetfeld von Niob (150 mT, Kap.2.4) sehr gering ausfällt. Die Gütewerte konnten bei späteren Messungen bestätigt werden.

5.4 Nichtlinearitäten im supraleitenden Resonator

Zum Schluss wird die Beobachtung von Sprüngen in der Resonanzkurve beschrieben. Wie in Kap. 2.3 erwähnt, kann bei Nutzung von nur einem Port das Reflexionsspektrum (Gl. 2.18) betrachtet werden. Es wurde das Reflexionsspektrum vom induktiven Koppler (Abb. 7) für verschiedene Eingangsleistungen mit dem Network Analyser (Modell Rohde Schwarz ZVL3 [Sch]) aufgenommen. Dabei wurde beobachtet, dass bei einigen Eingangsleistungen die Reflexionskurve entgegen der Erwartung nach Gl. (2.18) Unstetigkeiten aufweist, die sich als Sprünge zwischen zwei Resonanzkurven beschreiben lassen. Die hier gezeigten Messungen sind alle bei Eingangsleistungen zwischen 1 und 2 dBm. Knapp unterhalb 1.3 dBm kamen Sprünge in der Nähe der Resonanz selten bis gar nicht vor, bei den Leistungen über 1.3 dBm jedoch durchgängig und die Sprungstellen für jede Leistung scheinen ungefähr reproduzierbar zu sein. Die aufgenommenen Kurven wurden in einen Plot (zu sehen in Abb. 21) eingezeichnet und es wurden unterschiedliche Farben für niedrige Leistungen (<1.6 dBm, rot)



Abbildung 21: Links: Beispiel eines Sprungs im Reflexionspektrum vom induktiven Koppler des supraleitenden Resonators bei einer Eingangsleistung von 1.4 dBm.

Rechts: Uberlagerung aller gemessenen Resonanzkurven ohne Magnetfeld, wobei die Eingangsleistung in 0.1 dBm-Schritten geändert und jede Leistung mehrmals wiederholt wurde. Hier sind auch die Sprünge den jeweiligen Eingangsleistungen zuteilbar.

und für höhere Leistungen ($\geq 1.6 \, dBm$, blau) verwendet. In Abb. 21 ist zu erkennen, dass bei höheren Leistungen die obere Kurve bevorzugt wird. Bei dieser Kurve ist die Güte geringer, was sich negativ auf die Ionenspeicherung auswirken kann. Ebenfalls ist eine Verschiebung der Sprünge zu kleineren Frequenzen bei steigender Leistung zu sehen.

Ähnliche Effekten in Resonanzkurven supraleitender Resonatoren einer anderen Art wurden in [Abd+06] beobachtet. Die Autoren schlagen als Erklärung vor, dass Schwachstellen im supraleitenden Material lokal fast instantan durch die Nutzung von RF-Leistungen aufheizen und ihre Supraleitfähigkeit schon verlieren, während die Temperatur des Resonators als Ganzes noch weit unter dem kritischen Wert bleibt. Da in diesem Paper ebenfalls eine Abhängigkeit vom Magnetfeld beschrieben wird, wurde später das Reflexionsspektrum bei verschiedenen Magnetfeldern betrachtet. Dafür wurde der Resonator nicht wie in Kap. 5.3 vor anlegen des Magnetfeldes aufgeheizt. Das Magnetfeld wurde mit dem front/back-Spulenpaar erzeugt, für welches man Stromstärken zwischen -17.5 A und 17.5 A verwendet hat. In Abb. 22 sieht man den Vergleich zwischen den Aufnahmen bei -10 A und 10 A. Zwischen beiden Abbildungen ist eine Verschiebung der Sprungstelle bei jeder Leistung sichtbar, was auf



Abbildung 22: Beispiel der Verschiebung der Sprungstellen in den Reflexionskurven der Eingangsleistungen $1.4 \,\mathrm{dBm}$ bis $1.8 \,\mathrm{dBm}$ bei einem Magnetfeld entsprechend der Stromstärken $10 \,\mathrm{A}$ und $-10 \,\mathrm{A}$, das mit dem fron/back-Spulenpaar erzeugt wurde.

einen möglichen Einfluss des Magnetfeldes hindeutet. Um die Verschiebung besser zu sehen, wurden die Kurven für 1.4 dBm bis 1.7 dBm bei -10 A und 10 A einzeln geplottet in Abb. 23. Die Verschiebung der Sprungstellen durch ein bestimmtes Magnetfeld war zu späterem Zeitpunkt nicht konsistent reproduzierbar. Ähnliche Verschiebungen wurden bei Temperaturänderungen des Resonators in der Größenordnung von zehntel Kelvin beobachtet. Die Wirkung von verschiedenen Faktoren und zufälligen Änderungen auf die Nichtlinearitäten bedarf weiterer Untersuchungen. Es ist wahrscheinlich, dass die Summierung vieler einzelner solche Sprünge zumindest einen Teil der beobachteten Verringerung der Güte des Resonators bei höheren Eingangsleistungen ausmacht und damit auch für die Speicherung von Ionen von Bedeutung ist.



Abbildung 23: Vergleich der Sprungstellen bei den Eingangsleistungen $1.4 \,\mathrm{dBm}$ bis $1.7 \,\mathrm{dBm}$ bei $-10 \,\mathrm{A}$ (a) und $10 \,\mathrm{A}$ (b)

6 Fazit und Ausblick

In dieser Bachelorarbeit wurde der externe Magnetspulenaufbau des CryPTEx-SC Experiments charakterisiert. Dieser dient zur Erzeugung eines wohldefinierten Magnetfeldes am Ort der Ionenspeicherung und soll neben der Kompensation des Erdmagnetfeldes die Ausrichtung einer variablen Quantisierungsachse zur effizienten Kühlung der Ionenbewegung erlauben.

Des Weiteren war eines der Ziele die Untersuchung der Wechselwirkung zwischen Supraleiter und Magnetfeld, welche durch den Meissner-Ochsenfeld Effekt und den damit beschriebenen Ausschluss externer Felder aus dem Supraleiter direkte Auswirkungen auf den Feldverlauf am Ort der Ionenspeicherung hat. Dies war von Intresse, da der Resonator, welcher das Herzstück der Apperatur ist und als Ionenfalle dient, aus supraleitendem Niob besteht.

Zuerst wurde mit dem Simulationsprogramm COMSOL Multiphysics das entstehende Magnetfeld des angebrachten Magnetspulenaufbaus charakterisiert und dessen Homogenität im Zentrum betrachtet. Hierbei wurde das entstehende Magnetfeld pro 1 A im Fallenzentrum für jedes Spulenpaar bestimmt, auch für den Fall, dass der Resonator entfernt wird, da zu der Zeit das Magnetfeld im Zentrum nicht ohne die Entfernung des Resonators gemessen werden konnte. Zwischen beiden Fällen zeigten sich keine Unterschiede in der Magnetfeldstärke. Ebenfalls wurden die Stromstärken für die einzelnen Paare bestimmt, welche zur Erzeugung eines Magnetfeldes, das im Fallenzentrum parallel zum Kühllaser ist, benötigt werden.

Daraufhin wurden die Simulationsergebnisse als Funktionen des Stroms experimentell untersucht. Dies wurde mit Messungen des Magnetfeldes der einzelnen Spulen als auch der Spulenpaare außerhalb des Aufbaus und im Fallenzentrum mit einem Gaussmeter gemacht. Die Messdaten wurden geplottet und das Strom-Magnetfeld-Verhältnis pro Spule und Spulenpaar berechnet. Dabei wurden sehr gute Übereinstimmungen gefunden.

Als Nächstes war es von Interesse das Erdmagnetfeld in Fallennähe zu bestimmen, da dieses Einfluss auf die Ausrichtung der Quantisierungsachse hat. Hierfür wurde durch Drehung der Hallsonde um zwei Achsen das Umgebungsmagnetfeld gemessen, welches ohne Einsatz der Magnetspulen vorhanden war. Man stellte fest, dass das Erdmagnetfeld in Fallennähe abgeschwächt und leicht steiler ist als erwartet, was man auf die magnetischen Breadboards zurückführen kann. Trotzdem stimmen die Werte wegen ihrer Fehler gut mit den Vergleichswerten aus [OA20] und [Pot20] überein.

Weiter wurde getestet, ob das Magnetfeld Auswirkungen auf den supraleitenden Resonator hat, da durch Flux Trapping eine Verschlechterung der Güte verursacht werden kann, die sich negativ auf die Ionenspeicherung auswirkt. Hierzu wurde der Resonator vorsichtig über die kritische Temperatur von Niob aufgeheizt und durch durchgängige Aufnahme der Resonanzkurve das Zusammenbrechen der Supraleitung kontrolliert. Der Zusammenbruch der Supraleitung ist wichtig, da sonst wegen der diamagnetischen Eigenschaften des Supraleiters kein Magnetfeld ins Innere vom Resonator eindringen kann. Danach wurde abwechselnd ein Magnetfeld im warmen als auch im kalten Zustand aus- und angeschaltet und nach jedem Schritt die Resonanzkurve aufgenommen. Aus den Daten wurde dann die Güte bestimmt. Dabei stellte man eine Abnahme der Güte fest, wenn vor der Abkühlung ein Magnetfeld angelegt war, was für das Vorhandensein des Magnetfeldes im Resonator steht. Wenn im kalten Zustand Änderungen am Magnetfeld unternommen wurden (Ausschaltung oder Verstärkung), änderte sich die Güte nicht. Dies beweist die diamagnetischen Eigenschaften der Supraleitung. Wurde das Magnetfeld im warmen Zustand jedoch verstärkt, erfolgte eine geringe Abnahme der Güte, welche die Wirkung des Flux Trappings zeigt.

Zum Schluss wurde die Beobachtung von Nichtlinearitäten im Reflexionsspektrum beschrieben. Bei näherer Betrachtung stellte man Sprünge beim Aufnehmen des Reflexionsspektrum bei bestimmten Eingangsleistungen fest, die bei mehrfacher Wiederholung und Überlagerung der Aufnahmen zwei Resonanzkurven bildeten. Ebenfalls kam es innerhalb der einzelnen Eingangsleistungen zu festen Frequenzenstellen, wo sich die Sprünge ereigneten. Diese Sprungstellen scheinen eine Abhängigkeit zum Magnetfeld aufzuweisen, da sich diese bei unterschiedlichem Magnetfeld entlang der Resonanzkurven verschoben. Jedoch war der Effekt der Abhängigkeit sehr klein und zu späterem Zeitpunkt nicht konsistent reproduzierbar. Im Rahmen dieser Arbeit konnte die zugrunde liegende Ursache für diese Sprünge allerdings nicht zweifelsfrei ausfindig gemacht werden. Jedoch besteht nach [Abd+06] der Verdacht es könne sich um Schwachstellen im Supraleiter handeln, die sich lokal aufheizen und ihre Supraleitfähigkeit verlieren. Dies Bedarf weiterer Untersuchungen.

Durch Mikrowellenspektroskopie des Grundzustandhyperfeinübergangs von Be⁺-Ionen kann Stärke und Stabilität des Magnetfeldes am Ort der Ionenspeicherung sehr präzise gemessen werden [Leo+19]. Das war im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich, da die Mikrowellenantenne des Resonators noch nicht einsatzbereit war.

7 Literatur

- [Abd+06] B. Abdo, E. Segev, O. Shtempluck und E. Buks. Nonlinear dynamics in the resonance line shape of NbN superconducting resonators. Physical Review, 2006. DOI: 10.1103/PhysRevB.73.134513.
- [BCS57] J. Bardeen, L. N. Coopeer und J. R. Schiefer. Theory of Superconductivity. Physical Review, 1957. DOI: 10.1103/PhysRev.108.1175.
- [Ber98] D. J. Berkeland. *Minimization of ion micromotion in a Paul trap.* Journal of Applied Physics, 1998. DOI: 10.1063/1.367318.
- [BS65] J. Bardeen und M. J. Stephen. Theory of the Motion of Vortices in Superconductors. Physical Review, 1965. DOI: 10.1103/PhysRev.140. A1197.
- [COM] COMSOL. COMSOL Documentation. URL: https://doc.comsol.com/ 5.4/docserver/#!/com.comsol.help.comsol/helpdesk/helpdesk. html.
- [Dem12] Wolfgang Demtröder. Experimentalphysik 2. Springer Verlag, 2012.
- [Den71] D. R. Denison. Operating Parameters of a Quadrupole in a Grounded Cylindrical Housing. Journal of Vacuum Science und Technology 8, 1971.
 DOI: 10.1116/1.1316304.
- [Ear48] S. Earnshaw. On the Nature of the Molecular Forces which Regulate the Constitution of the Luminiferous Ether. Transactions of the Cambridge Philosophical Society 7, 1848.
- [Gho95] P. Ghosh. *Ion Traps.* Clarendon Press, 1995.
- [GR03] J. I. Gittleman und B. Rosenblum. The Pinning Potential and High Frequency Studies of Type-II Superconductors. Journal of Applied Physics, 2003. DOI: 10.1063/1.1656632.
- [Hue17] Rudolf Huebener. Leiter, Halbleiter, Supraleiter. Springer Verlag, 2017.
- [Hun17] Siegfried Hunklinger. *Festkörperphysik*. De Gruyter, 2017.
- [Kel+15] J. Keller, H. L. Partner, T. Burgermeister und T. E. Mehlstäubler. Precise determination of micromotion for trapped-ion optical clocks. Journal of Applied Physics, 2015. DOI: 10.1063/1.4930037.
- [KHS65] Y. B. Kim, C. F. Hempstead und A. R. Strnad. Flux-Flow Resistance in Type-II Superconductors. Physical Review, 1965. DOI: 10.1103/ PhysRev.139.A1163.

- [Koz+18] M. Kozlov, M. Safronova, J. C. López-Urrutia und P. Schmidt. Highly charged ions: Optical clocks and applications in fundamental physics. Reviews of Modern Physics 90 no. 4, 2018.
- [Kra+20] A. E. Kramida, Y.Ralchenko, J. Reader und N. A. Team. NIST Atomic Spectra Database (ver. 5.7), [Online]. 2020. URL: https://www.nist. gov/pml/atomic-spectra-database.
- [Lei+03] D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe und D. Wineland. Quantum dynamics of single trapped ions. 2003. URL: https://journals.aps.org/rmp/ abstract/10.1103/RevModPhys.75.281.
- [Leo+19] T. Leopold u. a. A cryogenic radio-frequency ion trap for quantum logic spectroscopy of highly charged ions. Review of Scientific Instrument, 2019.
 DOI: 10.1063/1.5100594.
- [Mag] MagSys. Hand Gaussmeter HGM09s with Polarity Indicator. URL: https: //www.magsys.de/index.php/en/products-and-services/handgaussmeter.
- [Mar+10] M. Marciante, C. Champenois, A. Calisti, J. Pedregosa-Gutierrez und M. Knoop. Ion dynamics in a linear radio-frequency trap with a single cooling laser. Phys. Rev. A 82, 2010. DOI: 10.1103/PhysRevA.82. 033406.
- [Mic+19] P. Micke u. a. Closed-cycle, low-vibration 4 K cryostat for ion traps and other applications. 2019. DOI: 10.1063/1.5088593.
- [MO33] W. Meissner und R. Ochsenfeld. *Ein neuer Effekt bei Eintritt der Supraleitfähigkeit.* Naturwissenschaften vol. 21, 1933. DOI: 10.1007/BF01504252.
- [MS99] H.J. Metcalf und P. van der Straten. Laser cooling and trapping of atoms. Springer Verlag, 1999.
- [OA20] National Oceanic und Atmospheric Administration. *The World Magnetic Model*. 2020. URL: https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/WMM/DoDWMM. shtml.
- [Obe07] M. K. Oberthaler. Matter Waves and Light. Ruprecht-Karls-Universität, 2007. URL: https://www.kip.uni-heidelberg.de/kw/image/f/ group/f17/files/%20matterwaves_and_light.pdf.
- [Phi98] William D. Phillips. Laser cooling and trapping of neutral atoms. 1998. URL: https://cdn.journals.aps.org/files/RevModPhys.70.721. pdf.

- [Pla] Plansee. *Niobium*. visited in April 2021. URL: https://www.plansee. com/en/materials/niobium.html.
- [Pot20] Helmholtz Centre Potsdam. *IGRF Declination Calculator*. 2020. URL: http://isdc.gfz-potsdam.de/igrf-declination-calculator/.
- [Sai01] K. Saito. Critical Field Limitation of the Niobium Superconducting RF Cavity. 2001. URL: https://accelconf.web.cern.ch/SRF01/papers/ ph003.pdf.
- [Sch] Rhode Schwarz. RS ZVL Vector Network Analyzers. URL: https://www. rohde-schwarz.com/de/produkt/zvl-produkt-startseite_63493-9014.html.
- [Sta+21] J. Stark u. a. An ultralow-noise superconducting radio-frequency ion trap for frequency metrology with highly charged ions. 2021. URL: https:// arxiv.org/abs/2102.02793.
- [Sta20] J. Stark. An Ultralow-Noise Superconducting Radio-Frequency Ion Trap for Frequency Metrology with Highly Charged Ions. Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg, 2020.
- [Ste86] S. Stenholm. *The semiclassical theory of laser cooling*. Reviews of Modern Physics, 1986. DOI: 10.1103/RevModPhys.58.699.
- [TTi] Aim TTi. *Produktdatenblatt CPX400 Series*. URL: https://tmcdirekt.de/wp-content/uploads/2015/07/cpx400-2.pdf.
- [Val+92] C. Vallet u.a. Flux trapping in superconducting cavities. Proc. of the European Particle Accelerator Conference EPAC'92, 1992. URL: https: //accelconf.web.cern.ch/e92/PDF/EPAC1992_1295.pdf.
- [Wea90] Robert C. Weast. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. Chemical Rubber Publishing Company, 1990.
- [Win+98] D. J. Wineland u. a. Experimental Issues in Coherent Quantum-State Manipulation of Trapped Atomic Ions. JournalofResearchoftheNational Institute of Standards und Technology 103, 1998. DOI: 10.6028/jres. 103.019.