

Inaugural - Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
der Naturwissenschaftlich-Mathematischen
Gesamtfakultät
der Ruprecht - Karls - Universität
Heidelberg

vorgelegt von

Diplom-Physiker Jürgen Kramp

aus Ludwigshafen/Rhein

Juni 1989



Die Suche nach Resonanzen in $e^+e^- \rightarrow n\gamma$

Gutachter : Prof. Dr. Dirk Schwalm

Prof. Dr. Jürgen von Krogh

Zusammenfassung

Die bei Experimenten bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt entdeckten koinzidenten e^+e^- -Summenenergielinien zeigen die experimentelle Signatur eines im CM-System der kollidierenden schweren Ionen gebildeten leichten neutralen Systems (Teilchens) mit mehreren Anregungszuständen (Massen).

In diesem Experiment wurde der inverse Prozeß benutzt, um im invarianten Massenbereich von $\simeq 1.1$ MeV bis $\simeq 2.1$ MeV nach Resonanzbeiträgen bei dem QED-Prozeß der Positronen Annihilation im Fluge, $e^+e^- \rightarrow n\gamma$, zu suchen. Dabei wurde die Heidelberg-Darmstädter Kristallkugel, ein hocheffizientes $4\pi - \gamma$ -Spektrometer aus 162 NaJ-Einzeldetektoren eingesetzt, wobei sich die Energie der Positronen zum Zeitpunkt der Zerstrahlung aus der beobachteten Summenenergie der Annihilationsquanten ermitteln läßt. Als Positronenquelle wurde eine durch die $^{27}\text{Al}(p, n)$ -Reaktion erzeugte ^{27}Si -Quelle sowie ein ^{22}Na Präparat benutzt. Durch Abfrage der Multiplizität und Unterdrückung der dominanten Annihilation in Ruhe wurden die beiden Ladungsparitätseigenzustände $C=+1$ ($N_\gamma = 2$) und $C=-1$ ($N_\gamma = 3$) bei der Datenaufnahme selektiert.

Für den $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Prozeß konnten die QED-Voraussagen für die Positronen Annihilation im Fluge im untersuchten Energiebereich erstmals (Einzelergie-differentiell) bestätigt werden. Es zeigte sich jedoch keine Signifikanz für $C = +1$ -Resonanzbeiträge, wobei die experimentellen oberen Grenzen im invarianten Massenbereich von 1.1 bis 2.1 MeV um eine Größenordnung im Vergleich zu den besten bestehenden Experimenten verbessert wurden ($\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv} \simeq 17..190$ [beV]).

Zum ersten Mal wurde auch in dem $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ Prozeß nach $C = -1$ -Resonanzbeiträgen gesucht, die nur in dem Photonen Endkanal getrennt von den $C = +1$ -Beiträgen beobachtbar sind. Auch hier konnten keine Resonanzbeiträge nachgewiesen werden. Die oberen (3σ) Grenzen für die entsprechenden CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte liegen für invariante Massen von 1.3 bis 1.9 MeV bei $\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv} \simeq 26..90$ [beV].

Inhalt

I	Einführung und Motivation	3
II	Theoretische Einführung	9
II.1	Der 2-Quanten Endkanal	10
II.2	Der 3-Quanten Endkanal	14
III	Experimentelle Durchführung	19
III.1	Das Simulationsprogramm GEANT3	25
III.2	Eichung und Effizienzbestimmung der Kristallkugel	26
IV	Datenauswertung	31
IV.1	Der 2-Photonen Endkanal	31
IV.1.1	Die Selektion des 2-Photonen Endkanals	32
IV.1.2	Vergleich zwischen Theorie und Experiment	36
IV.1.3	Die Resonanz-Analyse	46
IV.2	Der 3-Photonen Endkanal	55
IV.2.1	Die Selektion des 3-Photonen Endkanals	58
IV.2.2	Die Resonanz-Analyse	65
V	Diskussion	71
V.1	Ausblick	78
	Literaturverzeichnis	79
	Abbildungsverzeichnis	85
	Tabellenverzeichnis	87

Kapitel I

Einführung und Motivation

Seit Inbetriebnahme des UNILAC Schwerionen Beschleunigers bei der Gesellschaft für Schwerionenforschung GSI in Darmstadt im Jahre 1976 wurde in mehreren Arbeitsgruppen [COW86, KOE87, BER88, BOK89] nach dem *Spontanen Zerfall des Vakuums* in überkritischen elektrischen Feldern gesucht, auf den Walter Greiner zum ersten Mal aufmerksam machte [GRE84, REI81]. Überkritische Felder dieser Art lassen sich experimentell nur durch Vereinigung zweier schwerer Ionen zu einem Quasimolekül mit einer vereinigten Kernladungszahl $Z_u > 173$ erreichen, bei welchem das 1s-Niveau des vereinigten Systems kurzzeitig in den negativen Dirac-See eintaucht und damit eine überkritische Bindungsenergie besitzt, die größer als die doppelte Elektronen-Ruhemasse ist.

Bei einer Vakanz in der 1s-Schale wird der Vakuumzustand dann während dieser Zeit labil und kann sich durch Besetzung dieses Niveaus durch das Elektron eines virtuellen Elektron-Positron Paares stabilisieren. Das gleichzeitig erzeugte Positron wird mit der überschüssigen Energie $E_{e^+} = E_{B1s} - 2 \cdot m_e \cdot c^2$ emittiert.

Durch Untersuchung des Energiespektrums dieser Positronen erhält man nicht nur Informationen über diesen neuen, bisher unbeobachteten Prozeß, sondern auch über die Dynamik des 1s-Zustandes des superkritischen Systems. Nur unter der Voraussetzung ausreichend langer nuklearer Kontaktzeiten ($T_{cont} \simeq 10^{-19} s$) und dem Vorhandensein einer Vakanz in der 1s-Schale sollte in diesem Prozeß die Emission von Positronen mit diskreter Energie beobachtbar sein. Diese Kontaktzeiten sind um einen Faktor 100 größer als die für die Rutherfordstreuung erwarteten Eintauchzeiten von $\simeq 10^{-21} s$ und es ist bis jetzt experimentell ungeklärt, ob solch lange Kontaktzeiten realisierbar sind.

Eine charakteristische Signatur dieses Prozesses ist die theoretisch vorhergesagte sehr empfindliche Abhängigkeit der energetischen Lage der 'monoenergetischen' Positronenlinie von der vereinigten Kernladungszahl Z_u ($\propto Z_u^{\simeq 20}$), mit deren Hilfe das Auftreten

dieses Prozesses experimentell eindeutig verifizierbar sein sollte.

In einer Reihe von Experimenten, bei welchen die bei etwa symmetrischen Reaktionen mit $186 \geq Z_u \geq 160$ bei Projektilenergien in der Nähe der Coulombbarriere emittierten Positronen spektroskopiert wurden, entdeckten zwei der Arbeitsgruppen [COW85, CLE84, TSE85, BOK89] enge Linien in den Energiespektren der Positronen im Bereich von $\simeq 300 - 400$ keV mit Halbwertsbreiten von $\simeq 70$ keV, die jedoch nicht die erwartete Abhängigkeit von der vereinigten Kernladungszahl zeigten, sondern nahezu unabhängig von Z_u sind und auf einen gemeinsamen Ursprung des Produktionsprozesses bei den verschiedenen Stoßsystemen hindeuteten. Für diese Annahme spricht auch, daß die Linien in unterkritischen Systemen ebenfalls auftraten.

Gegen die Erzeugung dieser Linien durch apparative Einflüsse spricht, daß sie bei Experimenten, die mit verschiedenen Spektrometern experimentieren, nachgewiesen werden konnten. Durch Simulationsrechnung ist man in der Lage, den kontinuierlichen Untergrund der Spektren durch innere Paarkonversion und durch Erzeugung von Elektronen-Positronen-Paaren durch die starken, zeitabhängigen elektromagnetischen Felder erklären zu können, ohne jedoch einen Hinweis auf den Produktionsmechanismus der diskreten Linien zu erhalten.

In weiteren Experimenten wurden auch die zu den Positronen koinzidenten Elektronen spektroskopiert und man entdeckte [COW86, SCH89], daß in den Energiespektren der Elektronen Linien bei etwa den gleichen Energien wie bei den Positronenspektren auftreten. Die e^+e^- -Summenenergielinien sind deutlich schmaler als die Breite der Einzellinien, wie es bei dem Zweikörper-Zerfall neutraler leichter Teilchen oder gebundener Systeme im CM-System aufgrund der nur kleinen CM-Geschwindigkeit zu erwarten wäre. Durch die experimentellen Randbedingungen ist die maximale Lebensdauer solcher Teilchen auf Werte $\leq 10^{-10}$ s begrenzt, da sie sonst aus dem Spektrometer entkommen, nach unten hin wird die Lebensdauer durch die gemessene Linienbreite ΔE auf $\tau \geq \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{20 \text{ keV}} \simeq 3.3 \cdot 10^{-20}$ s begrenzt. Simulationsrechnungen, die auf dem Szenario von im CM-System ruhenden diametral in e^+e^- zerfallenden Teilchens beruhen sind in der Lage, die experimentellen Befunde zu reproduzieren [COW88, GRE87]. Man muß jedoch mindestens drei neue Teilchen bzw. ein Teilchen mit mindestens drei Anregungszuständen mit Ruhemassen von 1.64 MeV, 1.78 MeV und 1.83 MeV (entspricht kinetischen Summenenergien von 620 keV, 760 keV und 810 keV) fordern. Neuere Untersuchungen, die

auf den Relativwinkel zwischen Elektron und Positron sensitiv waren, können einen im CM-System stattfindenden diametralen Zerfall jedoch nicht bei allen Summenenergielinien belegen (nur bei der 810 keV, eventuell bei der 620 keV, nicht jedoch bei der 750 keV Summenenergielinie) [SCH89].

Angeregt durch diese Befunde suchte man auch in den in Schwerionenstößen erzeugten γ -Spektren nach korrelierten Photonen, da man neben dem Zerfall solcher Teilchen in Leptonen auch einen Zerfall in 2 Photonen erwarten würde. In der Tat glaubte eine Gruppe am LBL [DAN87], die mit 14 Germaniumdetektoren nach Resonanzen in den (CM) 180° -korrelierten 2-Photonen Summenenergiespektren bei 5.95 MeV/u $U + Th$ -Kollisionen suchte, eine scharfe Resonanz (intrinsische Breite $\simeq 2.5$ keV) bei einer invarianten Masse von 1062 keV ($\simeq 1104$ keV γ -Summenenergie) gefunden zu haben. Während der Durchführung dieser Arbeit wurde diese Behauptung jedoch wieder zurückgezogen, da sich die Summenenergielinie als nukleare Kaskade entpuppte.

Wegen der aufregenden Implikationen der ersten GSI-Koinzidenzexperimente folgte eine Phase sehr großer theoretischer und experimenteller Betriebsamkeit. Die Koinzidenzlinien wurden als Nachweis für die Existenz von Axions, pseudoskalarer Bosonen, die zur Beseitigung CP-verletzender Terme bei der starken Wechselwirkung eingeführt wurden, interpretiert. Eine detaillierte Untersuchung zeigt jedoch [SCH86], daß dies im Rahmen des so erfolgreichen Standardmodelles aus Gründen der Konsistenz mit anderen Experimenten extrem unwahrscheinlich ist.

Die Beam-Dump Experimente [KON86, RIO87, BRO86, DAV86], bei welchen nach dem Auftreten von e^+e^- -Paaren, die aus dem Zerfall neutraler Teilchen außerhalb des Beam-dumps stammen, hinter dem Beam-Dump von Protonen oder Elektronenbeschleunigern gesucht wurde, schließen jedoch die Existenz leichter neutraler Punktteilchen aus. Um mit den experimentellen Ergebnissen verträglich zu sein, muß es sich bei den Resonanzen um Systeme mit mindestens 100 fm Ausdehnung handeln.

Bei Gültigkeit der Zeitumkehrinvarianz und bei der Annahme, daß die Produktion dieser neutralen Systeme nicht von der Gegenwart extremer elektrischer bzw. nuklearer Felder abhängt, müßte man diese Teilchen auch durch den inversen Prozeß produzieren und ihren anschließenden Wiederzerfall beobachten können. Die Existenz dieser Teilchen sollte sich deshalb in Zusatzbeiträgen zu den bekannten QED-Prozessen wie der Bhabha-Streuung ($e^+e^- \rightarrow e^+e^-$) und der Positronen Annihilation im Fluge ($e^+e^- \rightarrow n\gamma$) äußern, die im

Experiment	inv. Massenbereich	$\int \sigma_{res} dE$	Ref.
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.78 - 1.88 MeV	$< 300 \text{ beV}$	[MAI86]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.62 - 1.67 MeV	$< 300 \text{ beV}$	[MAI86]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.5 - 2.0 MeV	$< 1 \text{ bkeV}$	[MIL87]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.12 - 1.57 MeV	keine Struktur	[PEK87]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.18 - 1.38 MeV	$14.5 \pm 6.8 \text{ beV}$ bei 1.33 MeV	[WIM87]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	$\simeq 1.8 \text{ MeV}$	$\simeq 30 \text{ beV}$	[KLI88]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.8 - 1.86 MeV	$\simeq 30 \text{ beV/sr}$	[MAI88]
$e^+e^- \rightarrow e^+e^-$	1.8 - 1.86 MeV	$< 0.5 \text{ beV/sr}$	[TSE88]
$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$	1.25 - 1.9 MeV	$< 110\text{-}2500 \text{ beV}$	[CON88]
$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$	1.045 - 1.085 MeV	$\simeq 10 \text{ beV}$	[MIN88]
$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$	1.1 - 2.1 MeV	$< 16\text{-}200 \text{ beV}$	diese Arbeit
$e^+e^- \rightarrow 3\gamma$	1.3 - 1.95 MeV	$< 25\text{-}90 \text{ beV}$	diese Arbeit

Tab. I.1: Zusammenfassung der bisher zur resonanten Bhabhastreuung und Annihilation im Fluge durchgeführten Experimente.

Niederenergiebereich bisher kaum experimentell untersucht wurden.

Bei den Experimenten zur Bhabha-Streuung, die in Tabelle I.1 zusammengefaßt sind, wurde bei einem Experiment ein Resonanzbeitrag bei einer kinetischen Summenenergie von $\simeq 810 \text{ keV}$ veröffentlicht [MAI88], der jedoch bei einer Wiederholung des Experiments mit besserer Statistik nicht reproduziert werden konnte und inzwischen zurückgenommen wurde.

Im Gegensatz zu den Experimenten der Bhabhastreuung, die einen monochromatischen Positronenstrahl für ihre Experimente benötigen, kann für die $e^+e^- \rightarrow n\gamma$ Experimente eine kontinuierliche Positronenquelle eingesetzt werden, da sich die invariante Masse des Streusystems und damit die kinetische Energie des Positrons im Augenblick der Annihi-

lation aus der beobachteten γ -Summenenergie ω_s mit Hilfe der Relation :

$$m_{inv} = \sqrt{2m_e \cdot \omega_s}$$

ermitteln läßt und sich Resonanzbeiträge in einer Erhöhung des $n\gamma$ -Wirkungsquerschnittes bei den entsprechenden γ -Summenenergien bemerkbar machen.

Die bisherigen Experimente zur Annihilation im Fluge blieben durch die experimentellen Aufbauten auf den 2 γ -Endkanal beschränkt. Dabei wurde besonders der oben genannte invariante Massenbereich um 1062 keV mit sehr guter Statistik untersucht [MIN89] während in einem Experiment [CON88], welches während der Durchführung dieser Arbeit veröffentlicht wurde, der Massenbereich von $\simeq 1.25$ MeV bis $\simeq 1.9$ MeV auf Resonanzbeiträge hin untersucht wurde.

Durch Einsatz der Heidelberg Darmstädter Kristallkugel, einem aus 162 NaJ-Modulen bestehendem 4 π γ -Spektrometer und einer durch die $^{27}\text{Al}(p,n)$ -Reaktion produzierten kurzlebigen ^{27}Si -Quelle ($E_{\beta_{max}} = 3.85$ MeV) erhält man in diesem Experiment Daten im invarianten Massenbereich von $\simeq 1.2$ bis $\simeq 2.1$ MeV. Durch die absolute Effizienz der Kristallkugel von $\simeq 97\%$, den Einsatz eines aktiven Targets und die vielfältigen Korrelationsmöglichkeiten bei der Datenaufnahme wie bei der Analyse der Daten ist man in diesem Experiment in der Lage, eventuell auftretende Resonanzbeiträge eindeutig zu identifizieren und erstmals auch den 3-Photonen Endkanal auf Resonanzbeiträge hin zu untersuchen. Der invariante Massenbereich von 1.1 bis 1.2 MeV ist in einem vorbereiteten Experiment mit Hilfe einer ^{22}Na -Quelle untersucht worden.

Die bisher besten oberen Grenzen für Resonanzbeiträge im 2-Photonen Endkanal werden durch dieses Experiment im invarianten Massenbereich von 1.1 MeV - 2.1 MeV um mehr als eine Größenordnung verbessert. Außerdem ist es in diesem Experiment zum ersten Mal gelungen, Obergrenzen für Resonanzbeiträge für den 3-Photonen Endkanal $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$, einen Prozeß der dritten Ordnung der Störungstheorie, anzugeben, wobei das Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten sowie die CM-integrierten Resonanz-Wirkungsquerschnitte in der gleichen Größenordnung wie im 2-Photonen Endkanal liegt (siehe auch Tabelle I.1). Damit konnten zum ersten Mal auch obere Grenzen für Resonanzbeiträge mit einer Ladungsparität von $C = -1$ angegeben werden, die bei Annihilationsexperimenten getrennt von den $C = +1$ -Resonanzen bestimmt werden können.

Der invariante Massenbereich von 1 MeV bis 100 MeV ist mit Präzisionsexperimenten nur

schwer zugänglich, weshalb Experimente zur Bhabha-Streuung und zur Annihilation im Fluge in diesem Energiebereich zur Überprüfung der Theorien auch für sich genommen von so grundsätzlicher Bedeutung sind. So konnte in diesem Experiment die Übereinstimmung bei dem totalen und dem Energie-differentiellen 2-Photonen Annihilationswirkungsquerschnitt zwischen Experiment und Theorie bis zu γ -Summenenergien von $\simeq 4$ MeV nachgewiesen werden.

Die für das Verständnis dieses Experimentes wichtige Theorie wird im nächsten Kapitel behandelt, das dritte Kapitel beschreibt den experimentellen Aufbau und die Eigenschaften der Kristallkugel, die Datenanalyse und die Präsentation der experimentellen Ergebnisse folgt im vierten Kapitel vor der abschließenden Diskussion, die mit einem kurzen Ausblick endet.

Kapitel II

Theoretische Einführung

Dieses Kapitel behandelt die für die experimentelle Interpretation wichtigen theoretischen Aspekte sowohl für den Quanten-Elektro-Dynamik (QED) Prozeß der Positronen Anihilation im Fluge als auch für die Behandlung der Resonanzbeiträge. Eine ausführliche Herleitung der QED-Prozesse findet man u.a. in [JAU76, BET34, AKH65, LAN86]. Es werden natürliche Einheiten, $\hbar = c = 1$, benutzt und es gilt $\beta = v_{e^+}$ (Laborsystem) bzw. $\beta = v_{e^+} = v_{e^-}$ (CM-System) sowie $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$; mit m wird die Elektronenruhemasse und mit $r_0 = e^2/m$ der klassische Elektronenradius bezeichnet. Viererimpulse erscheinen in Fettdruck (z.B. \mathbf{p}), im Laborsystem werden die Photonenviererimpulse mit $\mathbf{k}_i = (\omega_i, \mathbf{k}_i)$ und die Relativwinkel zwischen den Photonen mit θ_{ij} bezeichnet, CM-Größen sind durch ein Dach (z.B. $\hat{\omega}_i$) gekennzeichnet, $\hat{\mathbf{k}}_i$ bezeichnet den Viererimpuls, $\hat{\theta}_i$ und $\hat{\phi}_i$ den Polar und Azimutwinkel und $\hat{\Omega}$ den CM-Raumwinkel der Photonen (siehe Abbildung II.2a). Die Charakterisierung des e^+e^- -Systems verläuft analog der Behandlung des Positroniums; es gelten folgende Beziehungen für die Parität P und die Ladungsparität C :

$$P = (-1)^{(L+1)}$$

sowie

$$C = (-1)^{(L+S)} = (-1)^J,$$

wobei L den Gesamtdrehimpuls und S den Gesamtspin des e^+e^- -Systems beschreibt. Da das Photon eine negative Ladungsparitätsquantenzahl besitzt (da die Maxwellgleichungen linear in den Feldquellen sind) ist für den Gesamtspin $J = L + S = 0, 2, \dots$ ein Zerfall nur in eine gerade Anzahl und für $J = 1, 3, \dots$ ein Zerfall nur in eine ungerade Anzahl von Photonen erlaubt. Die Anzahl der emittierten Photonen legt somit die Quantenzahlen der Ladungsparität und des Gesamtdrehimpulses eines möglichen Resonanz-Zwischenzustandes fest. Für die beiden Endkanäle gilt : $P = \pm 1, C = +1, J = \text{gerade}$

für den 2-Quanten Endkanal, sowie $P = \pm 1, C = -1, J = \text{ungerade}$ für den 3-Quanten Endkanal.

Es wird hier der wichtigste Spezialfall betrachtet, daß das Elektron im Laborsystem ruht, Elektron und Positron nicht polarisiert sind und die Polarisation der Photonen nicht beobachtet wird. Der Einfluß der Bindungsenergie der Elektronen wird im experimentellen Teil (Kap. IV.1.3) diskutiert.

Bezeichnet man mit $\mathbf{p} = (m, 0)$ und $\mathbf{q} = (\sqrt{m^2 + |q|^2}, q)$ die Viererimpulsvektoren von Elektron bzw. Positron, so folgt für die invariante Masse und die beobachtbare Labor γ -Summenenergie $\omega_s = \sum_i \omega_i$ folgende Beziehung :

$$\mathbf{p}_{res} = \mathbf{p} + \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \sqrt{m^2 + |q|^2} + m \\ q \end{pmatrix}$$

$$m_{inv} = \sqrt{\mathbf{p}_{res}^2} = \sqrt{2 \cdot m \cdot (m + \sqrt{m^2 + |q|^2})} = \sqrt{2 \cdot m \cdot \omega_s} = \sqrt{S} \quad , \quad (2.1)$$

wobei S das Quadrat der Schwerpunktsenergie bezeichnet und welche unabhängig von der Zahl der Photonen im Endkanal ist und nur von der beobachteten γ -Summenenergie abhängt. Aufgrund dieser Beziehung ist es möglich eine Positronenquelle mit kontinuierlicher Energie einzusetzen, da aus der beobachteten γ -Summenenergie die Energie des Positrons im Augenblick der Zerstrahlung ermittelt werden kann.

II.1 Der 2-Quanten Endkanal

Die Positronen Annihilation im Fluge in 2 Quanten ist formal der einfachen Comptonstreuung äquivalent. Abbildung II.1a zeigt die Feynmandiagramme für diesen Prozeß in niedrigster Ordnung der Störungsrechnung. Durch Kreuzen des Positronen und eines Photonen Graphen erhält man die Diagramme für die einfache Comptonstreuung.

Für den Fall eines ruhenden Elektrons folgt aus der Energie und Impuls Erhaltung die kinematische Relation :

$$\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} = \frac{1}{m} \cdot (1 - \cos\theta_{12}) \quad (\text{Lab.} - \text{System}) \quad (2.2)$$

mit deren Hilfe dieser Zerfallskanal experimentell selektiert werden kann (siehe auch Abbildung IV.1). Bei einer festen γ -Summenenergie ω_s verteilen sich die Energien kontinuierlich

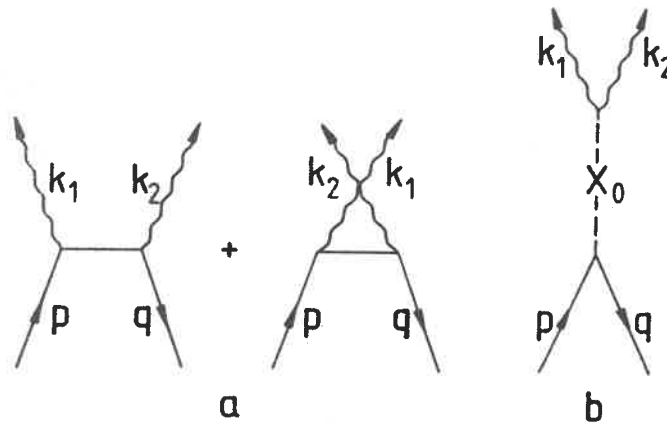


Abb. II.1: Feynman Diagramme für den QED-Prozeß $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ (a) und den Resonanzbeitrag $e^+e^- \rightarrow X \rightarrow 2\gamma$ (b).

zwischen den beiden Extremalwerten ($\theta_{12} = 180^\circ$) :

$$\omega_{min,max} = \frac{\omega_s}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{\omega_s}{2}\right)^2 - \frac{\omega_s \cdot m}{2}} \quad (\text{Lab. - System}).$$

Wie aus Abbildung II.2a ersichtlich, besteht folgende Beziehung zwischen den beobachteten Laborenergien der Quanten und dem CM-Emissionswinkel :

$$\cos \hat{\theta}_i = \frac{2 \cdot \omega_i - \omega_s}{\omega_s \cdot \sqrt{\frac{\omega_s}{m} - 2}}, \quad (2.3)$$

sodaß sich die experimentell bestimmbaren Einzelenergiespektren durch die lineare Transformation : $\omega_i \rightarrow C1 \cdot \cos \hat{\theta}_i + C2$ in eine CM-Winkelverteilungen umformen lassen.

Der energie-differentielle Wirkungsquerschnitt berechnet sich im Laborsystem nach den Regeln der QED [LAN86, JAU76] zu :

$$d\sigma_{2\gamma} = \frac{\pi \cdot r_0^2}{m} \cdot \frac{1}{(\beta \cdot \gamma)^2} \cdot \left[\frac{\omega_1}{\omega_2} + \frac{\omega_2}{\omega_1} + 2 \cdot \frac{m^2}{\omega_1 \cdot \omega_2} \cdot (1 + \gamma) - \left(\frac{m^2 \cdot (1 + \gamma)}{\omega_1 \cdot \omega_2} \right)^2 \right] \cdot d\omega_1 \quad (2.4)$$

mit

$$\omega_1 + \omega_2 = m \cdot (1 + \gamma) = \omega_s.$$

Diese Gleichung ist symmetrisch in ω_1 und ω_2 und besitzt ihr Maximum bei $\omega = \omega_{max}$ bzw. ω_{min} .

Die Integration von Gleichung 2.4 über ω_1 zwischen den Grenzen ω_{min} und ω_{max} unter Berücksichtigung des Faktors $\frac{1}{2!}$, der die doppelte Zählung der Zustände bei der symmetrischen Energie-Integration korrigiert, liefert für den totalen, lorentzinvarianten $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$

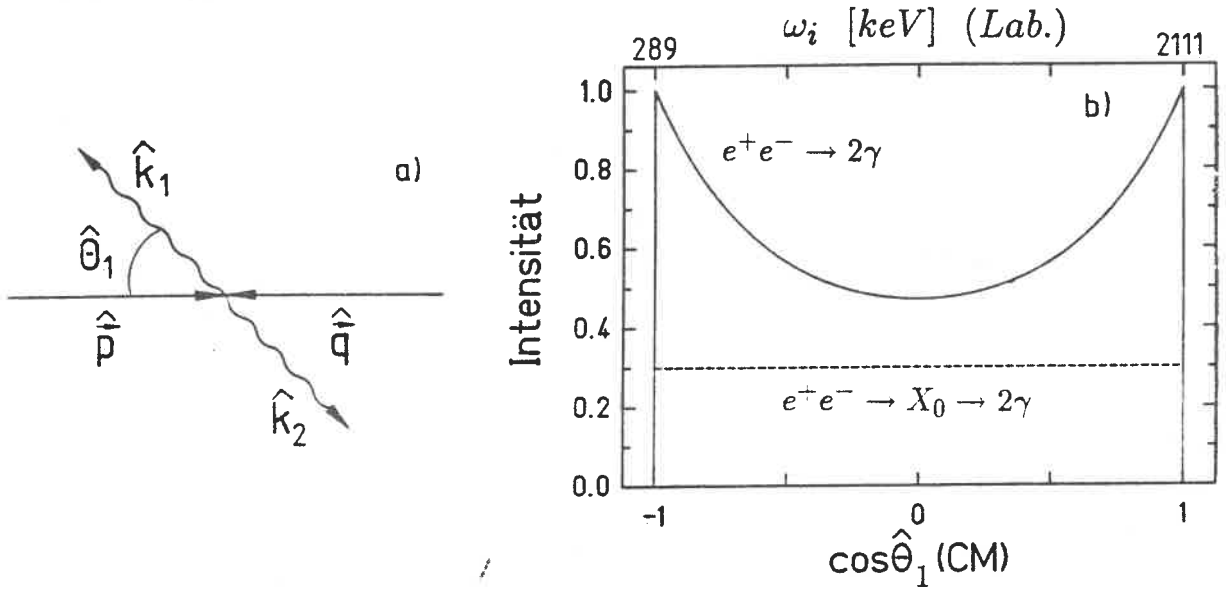


Abb. II.2: (a) Darstellung der Kinematik im CM-System und (b) Polar-Winkelverteilung (=Labor Einzelenergieverteilung) für den QED-Prozess: $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ ($\omega_s = 2.5 \text{ MeV}$) und den Resonanz-Beitrag $e^+e^- \rightarrow X_0 \rightarrow 2\gamma$ für $J=0$.

Annihilations-Wirkungsquerschnitt :

$$\sigma_{2\gamma} = \pi r_0^2 \cdot \frac{1}{\beta^2 \cdot \gamma \cdot (\gamma + 1)} \cdot \left[\left(\gamma + 4 + \frac{1}{\gamma} \right) \cdot \ln(\gamma + \sqrt{\gamma^2 - 1}) - \beta \cdot (\gamma + 3) \right]. \quad (2.5)$$

Treten bei der Annihilation von Positronen und Elektronen resonanzartige Zwischenzustände (die in 2 Photonen zerfallen) auf, deren Feynmangraph in Abbildung II.1b dargestellt ist, so erhält man neben dem QED Beitrag (Gl. 2.5) einen weiteren Beitrag von diesen Resonanzen. Durch kohärente Addition der Amplituden dieser Beiträge läßt sich der resultierende Gesamtwirkungsquerschnitt im CM-System unter der Annahme $J^{PC} = 0^{--}$ bzw. 0^{+-} folgendermaßen darstellen [NAC89, SCH88] :

$$\frac{d\hat{\sigma}_{2\gamma}}{d\hat{\Omega}} = \frac{1}{64 \cdot \pi^2 \cdot S \cdot \beta} \cdot \left[4 \cdot e^2 \cdot \frac{1 - 2 \cdot \beta^2 \cdot \cos^2 \hat{\theta}_1 - \beta^4 \cdot \cos^4 \hat{\theta}_1 + 2 \cdot \beta^2 + 2 \cdot \beta^4 \cos^2 \hat{\theta}_1 - 2 \cdot \beta^4}{(1 - \beta^2 \cdot \cos^2 \hat{\theta}_1)^2} \right]$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{4 \cdot S^3}{(S - M^2)^2 + M^2 \cdot \Gamma^2} (4\beta^2 Y_p^2 \chi_s^2 + \beta^2 Y_s^2 \chi_p^2 + 4Y_p^2 \chi_p^2 + Y_s^2 \chi_p^2) \\
 & + \frac{16 \cdot e^2 \cdot m \cdot S}{(S - M^2)^2 + M^2 \cdot \Gamma^2} \cdot \frac{S - M^2}{1 - \beta^2 \cdot \cos^2 \hat{\theta}_1} (2\chi_p Y_p + \beta^2 \chi_s Y_s) \Big] \\
 & = \text{const.} \times [\text{QED} + X^2 + \text{IT}] \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

wobei M und Γ die Masse und Zerfallsbreite der Resonanz, S das Quadrat der Schwerpunktsenergie und $Y_{s,p}$ die skalären bzw. pseudoskalaren Kopplungskonstanten der Resonanz an das Photonenfeld und $\chi_{s,p}$ die Kopplungskonstanten an das e^+e^- -System beschreiben. Der QED-Term entspricht Gleichung 2.4 und da die Zerfallsbreite der Resonanz im meV-Bereich weit unterhalb der experimentellen Energieauflösung liegt, ist die schnelle Oszillation des Interferenzterms (IT) im Experiment nicht beobachtbar und kann vernachlässigt werden. Als einziger Beitrag einer möglichen ($J = 0$) Resonanz verbleibt der X^2 -Term, der sich dem QED-Beitrag isotrop überlagert und der auch die paritätsverletzenden Terme $Y_p^2 \cdot \chi_s^2$ bzw. $Y_s^2 \cdot \chi_p^2$ enthält. Abbildung II.2b zeigt die CM-Winkelverteilung des QED-Prozesses der 2-Photonen Annihilation im Fluge für eine Labor γ -Summenenergie von $\omega_s = 2.5$ MeV sowie den isotropen ($J=0$) X^2 -Resonanz Beitrag mit einer invarianten Masse von 1.598 MeV.

Unter Berücksichtigung des differentiellen Ionisationsverlustes pro durchlaufener Wegstrecke dx des Positrons in Materie $\frac{dE_{e^+}}{dx}$, erhält man für die differentielle Annihilationswahrscheinlichkeit in 2 Photonen mit $E_{e^+} = \omega_s - 2m$ [BET34] :

$$\begin{aligned}
 \frac{dP(E_{e^+})}{dE_{e^+}} &= \sigma_{2\gamma}(\omega_s(E_{e^+})) \cdot \frac{dx}{dE_{e^+}} \cdot \frac{\rho \cdot Z}{n_0 \cdot A} = \\
 & \frac{1}{4 \cdot \ln \frac{m}{R_Y \cdot Z}} \cdot \frac{1}{(\omega_s - m)^2 \cdot \omega_s} \cdot \left[[(\omega_s - m)^2 + 4\omega_s - 3m] \cdot \ln(\omega_s - m + \sqrt{(\omega_s - m)^2 - m}) \right. \\
 & \quad \left. - (\omega_s + 2m) \cdot \sqrt{(\omega_s - m)^2 - m} \right], \quad (2.7)
 \end{aligned}$$

wobei Z, A und ρ die Kernladungszahl, die Massenzahl und die Dichte des Annihilationsmediums ($Z = 3.4, A = 3.4$ und $\rho = 1.032$ für Plastik), $R_Y = 13.6eV$ und n_0 die

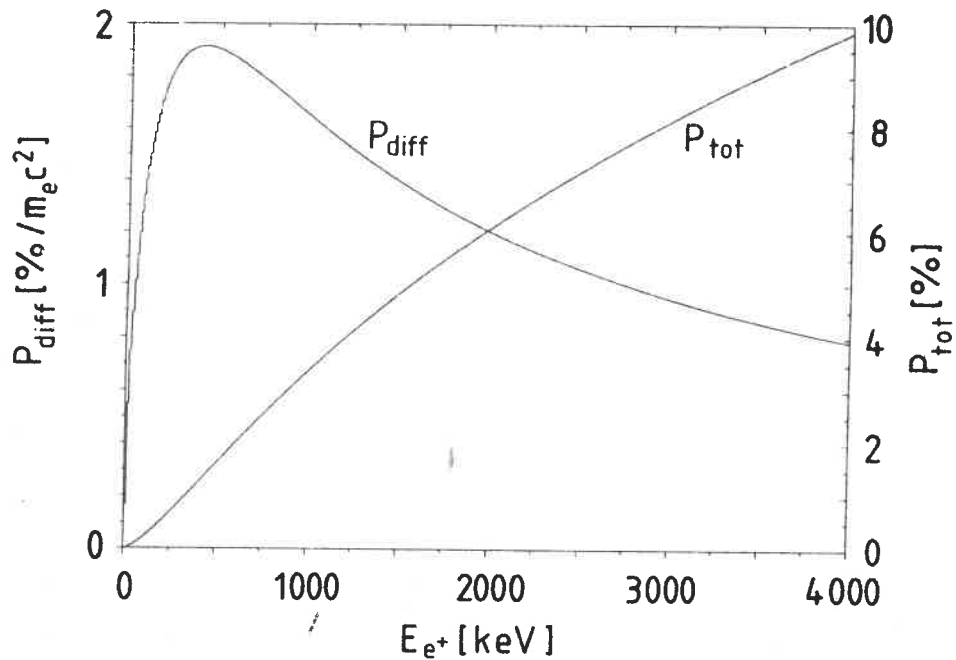


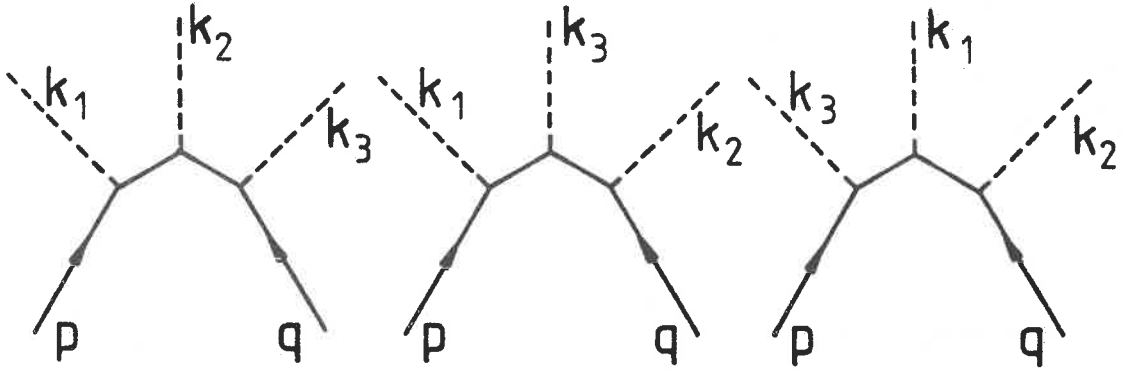
Abb. II.3: Differentielle (P_{diff}) und totale (P_{tot}) Annihilationswahrscheinlichkeit für Positronen in Plastik.

Loschmidt-Zahl bedeuten. Zur Vereinfachung wurde dabei die Bethe-Heitler Formel für den differentiellen Ionisationsverlust angenommen (siehe auch Kapitel IV.2.2). Die differentielle P_{diff} und die totale P_{tot} Annihilationswahrscheinlichkeit für Plastik als Annihilationsmedium ist in Abbildung II.3 angegeben. Für Aluminium als Annihilationsmedium sind beide Werte um $\simeq 17\%$ größer.

II.2 Der 3-Quanten Endkanal

Der QED-Prozeß der Positronen Annihilation im Fluge in 3 Photonen, ein Prozeß der dritten Ordnung der Störungstheorie, wird im CM-System behandelt und es gilt : $\hat{p} = (m\gamma, m\gamma\beta v_{e^-})$ bzw. $\hat{q} = (m\gamma, m\gamma\beta v_{e^+})$ mit $v_{e^+} \cdot v_{e^-} = -1$, wobei der Impulsvektor des Elektrons als Polarachse gewählt wird.

Die e^+e^- -Annihilation im Fluge in 3 Quanten, die in der niedrigsten Ordnung der Störungstheorie dual zur doppelten Comptonstreuung ist (Vertauschung von Photon im Eingangskanal mit Elektron im Ausgangskanal), wird zumeist nur in nichtrelativistischer Näherung behandelt und liefert im bekanntesten Spezialfall den Wirkungsquerschnitt für die Zerstrahlung von Orthopositronium [ORE49] in 3 Photonen. Im nichtrelativistischen


 Abb. II.4: Feynman Diagramm für den QED-Prozess : $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$.

Grenzfall gilt für das Verhältnis der totalen Wirkungsquerschnitte der 3- bzw. 2-Quanten Annihilation im Fluge :

$$\frac{\sigma_{3\gamma}}{\sigma_{2\gamma}} \simeq \frac{1}{370} \quad (\text{NR}).$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Zerstrahlung in 3 Quanten berechnet sich nach den Regeln der Quanten Elektrodynamik unter Berücksichtigung der in Abbildung II.4 angegebenen Feynmandiagramme (dabei müssen die Beiträge aller 6 Permutationen der drei Photonenvektoren addiert werden) in niedrigster Ordnung der Störungsrechnung unabhängig vom Bezugssystem zu :

$$d\sigma_{3\gamma} = \frac{\alpha \cdot r_0^2}{16\pi} \int \frac{\delta^4(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3 - \mathbf{p} - \mathbf{q}) \cdot X \cdot d^3k_1 d^3k_2 d^3k_3}{\sqrt{(\mathbf{p} \cdot \mathbf{q})^2 - m^4} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2 \cdot \omega_3}. \quad (2.8)$$

Die Ausführung der Integration über die Delta-Funktion im CM-System ersetzt das 9-fach Differential $d^3\hat{k}_1 d^3\hat{k}_2 d^3\hat{k}_3$ durch $d^3\hat{k}_1 \hat{\omega}_2^2 d\hat{\Omega}_2 \frac{d\hat{\omega}_2}{d\hat{\omega}_1}$ und führt mit $\sqrt{(\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{q}})^2 - m^4} = 2 \cdot \beta \cdot \gamma^2 \cdot m^2$ zu :

$$d\hat{\sigma}_{3\gamma} = \alpha \cdot r_0^2 \frac{X \cdot \hat{\omega}_1 \cdot \hat{\omega}_2 d\hat{\omega}_1}{2 \cdot m^3 \cdot \gamma^2 \cdot \beta \cdot [2\gamma - \frac{\hat{\omega}_1}{m} \cdot (1 - \cos\hat{\theta}_{12})]} \frac{d\hat{\Omega}_1}{4\pi} \frac{d\hat{\Omega}_2}{4\pi} \quad (\text{CM - System}) \quad (2.9)$$

für den differentielle Wirkungsquerschnitt der 3-Quanten Annihilation mit Emission der Photonen der Energie ($i = 1, 2$) $\hat{\omega}_i$ in den Raumwinkel $d\hat{\Omega}_i$, wobei $\hat{\theta}_{12}$ den Relativwinkel zwischen \hat{k}_1 und \hat{k}_2 angibt. Mit Hilfe der Beziehung

$$1 - \cos\hat{\theta}_{ij} = 2 \cdot \frac{\gamma \cdot m \cdot (\gamma \cdot m - \hat{\omega}_k)}{\hat{\omega}_i \cdot \hat{\omega}_j}, \quad (i, j, k \text{ zykl. Perm. von } 1, 2, 3)$$

kann der Relativwinkel zwischen den Quanten durch die CM- γ -Energien ausgedrückt werden und man erhält nach Integration über $\hat{\phi}_1$:

$$d\hat{\sigma}_{3\gamma} = \alpha \cdot r_0^2 \times \frac{X \cdot \hat{\omega}_1 \cdot \hat{\omega}_2^2 \cdot \sin\hat{\theta}_1 \cdot \sin\hat{\theta}_2 \cdot d\hat{\omega}_1 \cdot d\hat{\theta}_1 \cdot d\hat{\theta}_2 \cdot d\hat{\phi}_2}{32 \cdot \pi \cdot \beta \cdot (m \cdot \gamma)^3 \cdot (m \cdot \gamma - \hat{\omega}_1)} \quad (2.10)$$

Die Lorentz-invariante Spur X ist eine komplizierte Funktion der beteiligten Viererimpulsvektoren und wurde in [MAN52] hergeleitet und in [JAU76] ausführlich diskutiert, weiterhin gilt aufgrund der Energie- und Impulserhaltung : $\hat{\omega}_2 = \frac{2m\gamma(\gamma m - \hat{\omega}_1)}{2m\gamma - \hat{\omega}_1(1 - \cos\hat{\theta}_{12})}$ und $\hat{\omega}_3 = 2m\gamma - \hat{\omega}_1 - \hat{\omega}_2$, wobei $\cos\hat{\theta}_{12} = \cos\hat{\theta}_1 \cdot \cos\hat{\theta}_2 + \sin\hat{\theta}_1 \cdot \sin\hat{\theta}_2 \cdot \cos(\hat{\phi}_1 - \hat{\phi}_2)$.

Im nichtrelativistischen Grenzfall, in welchem die Fermionen keine Relativgeschwindigkeit und keinen Bahndrehimpuls besitzen, ist Gleichung 2.10 im gesamten Integrationsvolumen beschränkt [JAU76]. Bei endlicher Relativgeschwindigkeit jedoch tritt eine Infrarotdivergenz für $\hat{\omega}_3 \rightarrow 0$ ($\hat{\omega}_1 = \hat{\omega}_2 \rightarrow m\gamma$) auf, da der 3-Quanten Annihilationsprozeß von einem Bremsstrahlungsprozeß mit anschließender 2-Photonen Annihilation ununterscheidbar wird. Jeder äußere Photonengraph in Abbildung II.4 kann als Bremsquant aufgefaßt werden. Man muß deshalb die Beiträge von der 3-Quanten Annihilation und der Bremsstrahlung mit anschließender 2-Quanten Annihilation berücksichtigen, wodurch die Infrarotdivergenz des 3-Quanten Annihilationsprozesses exakt aufgehoben wird. Bei Berücksichtigung der experimentellen Auflösungeigenschaften kann diese Divergenz durch die Zwangsbedingung beseitigt werden, daß Photonen unterhalb einer gewissen Schwellenenergie nicht beobachtet werden. Die Integration des differentiellen Wirkungsquerschnittes ist aber auch unter der Zwangsbedingung $\omega_i > E_{Threshold}$ für alle i analytisch nicht durchführbar, sodaß numerische Methoden für die Ermittlung des totalen Wirkungsquerschnittes angewandt werden müssen.

Die Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes $WQ_{3\gamma} = \int d\sigma_{3\gamma} d\omega_1 d\theta_1 d\theta_2 d\phi_2$ erfolgt durch Monte-Carlo Integration [PRE86, BYC72], welche im folgenden auch zum Generieren von Events, zur Optimierung der Analyseprogramme und zur Ermittlung des Signal to Noise Ratio's benutzt wird (siehe die Diskussion der Monte-Carlo Integration im Kapitel IV.2.1).

Abbildung II.5 zeigt den totalen Wirkungsquerschnitt für die Annihilation von e^+e^- in 3 Quanten unter der Bedingung, daß alle drei γ -Quanten eine Laborenergie größer als 10 keV (1), 100 keV (2) und 200 keV (3) besitzen, zusammen mit dem totalen 2-Quanten

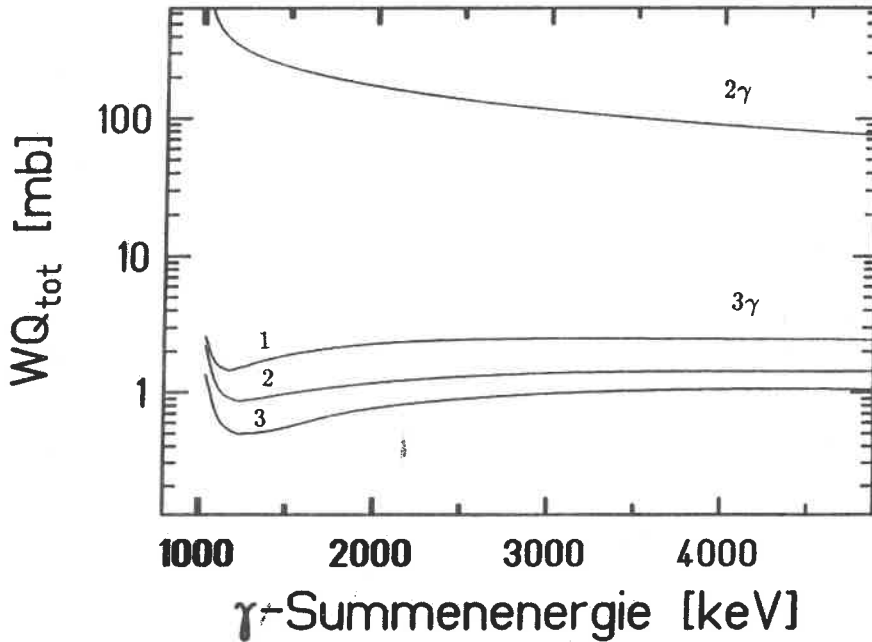


Abb. II.5: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Positronen Annihilation im Fluge in 2 und 3 Quanten : $WQ_{tot} = \int_{E_{Threshold}}^{E_{max}} \frac{d\sigma_{3\gamma}}{dE} \cdot dE$; $E_{Threshold} = 10$ keV (1), 100 keV (2) und 200 keV (3).

Annihilationswirkungsquerschnitt. Der Gewinn durch das Anwachsen des Phasenraumvolumens für die 3-Photonen Annihilation verringert das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte von $\simeq 370$ für den nichtrelativistischen Grenzfall auf Werte kleiner als 100 für den invarianten Massenbereich von 1.5 bis 2.0 MeV. Abbildung II.6 zeigt die theoretische CM-Einzelenergieverteilungen für eine Summenenergie von 2.5 MeV unter der o.g. Bedingung, daß alle drei γ -Quanten Laborenergien größer als 10 keV, 100 keV und 200 keV haben. Die Hauptintensität der CM-Energien für den QED-Prozeß der 3-Quanten Annihilation im Fluge liegt an den Rändern der CM-Einzelenergieverteilung. Deshalb ist es wichtig, die Energieschwellen bei einem Experiment möglichst niedrig zu halten, um nicht einen großen Teil der 3-Photonen Intensität zu verlieren.

Wie im Falle des 2-Photonen Endkanals, läßt sich bei Resonanzbeiträgen der Gesamtwirkungsquerschnitt in der Form :

$$\frac{d\hat{\sigma}_{3\gamma}}{d\hat{\Omega}} \Rightarrow const. \times [QED + X^2 + IT]$$

darstellen, wobei QED den Prozeß der 3-Photonen Annihilation im Fluge, X^2 das Quadrat der Resonanzamplitude und IT den schnell oszillierenden Interferenzterm zwischen

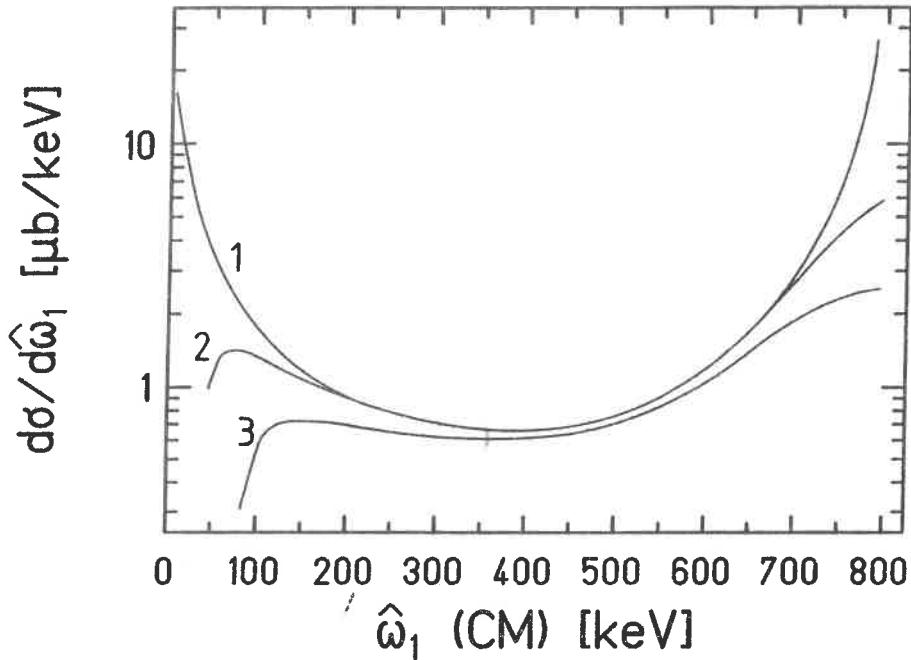


Abb. II.6: Theoretische Einzelenergieverteilung für den QED-Prozess $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ im CM-System für $\omega_s = 2.5$ MeV unter der Bedingung $\omega_i > 10$ keV (1), $\omega_i > 100$ keV (2) und $\omega_i > 200$ keV, $i = 1..3$ für alle Labor-Einzelenergien.

der QED- und der Resonanzamplitude bedeutet (siehe auch Gleichung 2.6). Da die experimentelle Energieauflösung ($\simeq 100$ keV) groß gegen die Resonanzbreite von $\simeq 1$ meV ist, kann der Interferenzterm nicht beobachtet werden. Einen Resonanzbeitrag erkennt man an einer Überhöhung des lorentzinvarianten totalen Wirkungsquerschnittes $\sigma_{3\gamma}(m_{inv}) = \int \frac{d\hat{\sigma}_{3\gamma}}{d\hat{\Omega}} \cdot d\hat{\Omega} + \int X^2 \cdot d\hat{\Omega}$ bei der entsprechenden invarianten Masse, die sich aus der beobachteten γ -Summenenergie der annihilierenden Positronen ermitteln läßt. Die Einzelenergieverteilung für $C = -1$ -Resonanzzustände wurde bislang noch nicht berechnet. Man kann jedoch in guter Näherung davon ausgehen, daß die Hauptintensität nicht stärker als bei dem Prozess $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ bei kleinen Einzelenergien konzentriert ist und damit noch stärker als die 3-Photonen Annihilation im Fluge durch die unteren Energieschwellen der experimentellen Aufbauten beschnitten wird.

Die bei diesen Experimenten eingesetzten kontinuierlichen Positronenquellen ermöglichen das Abtasten eines großen invarianten Massenbereiches auf Resonanzbeiträge, wobei die absoluten Werte für die Resonanzbeiträge durch die Normierung auf die in diesem Kapitel diskutierten QED-Wirkungsquerschnitte für die 2- und 3-Photonen Annihilation im Fluge ermittelt werden können.

Kapitel III

Experimentelle Durchführung

Das Experiment zur Suche nach Resonanzen im e^+e^- -System wurde an der Heidelberg-Darmstädter Kristallkugel (CB) durchgeführt, einem modular aufgebauten 4π γ -Spektrometer, dessen 20cm dicke Schale aus 162 NaJ-Kristallen (150 Hexagons, 12 Pentagons) besteht. Die Module decken für γ -Emission aus dem Kugelzentrum alle den gleichen Raumwinkel ab. Die absolute Nachweiswahrscheinlichkeit für Photonen (≥ 100 keV) beträgt $\simeq 97\%$ und die Photopeak-Effizienz des Einzeldetektors $\epsilon_{single} \simeq 50\%$ für 1 MeV γ -Quanten. Bei kleinen γ -Multiplizitäten, wie im vorliegenden Fall, erzielt man eine Verbesserung der Photopeak-Effizienz durch das Addieren der Energien zweier benachbarter Detektormodule (Neighbour Add Mode, NA), sodaß ein großer Teil der Comptonstreuung, der dominant in die benachbarten Module stattfindet, mitgenommen wird. Daraus resultiert eine Photopeak-Effizienz von $\epsilon_{NA} \simeq 80\%$ für 1 MeV γ -Quanten (siehe auch Abbildung III.5).

Der experimentelle Aufbau, der in Abbildung III.1 schematisch dargestellt ist, besteht zusätzlich aus einem aktiven Target, welches im Zentrum der Kristallkugel positioniert wurde, die einen Innenradius von 25 cm besitzt. Bei diesem Experiment wurden 3 Kristalle für Strahlein- und Ausschub sowie für den Fuß der Halterung der Streukammer entfernt. Da die Energie der Positronen zum Zeitpunkt der Annihilation und damit die entsprechende invariante Masse über Gleichung 2.1 ermittelt werden kann ist es bei Annihilationsexperimenten möglich, eine kontinuierliche Positronenquelle einzusetzen und dabei den gesamten überdeckten invarianten Massenbereich simultan nach Resonanzbeiträgen abzutasten. Da jedoch die herkömmlichen langlebigen Positronenquellen eine zu niedrige β -Endpunktenergie besitzen, wurde in diesem Experiment das durch die Reaktion $^{27}\text{Al}(p, n)$ produzierte ^{27}Si benutzt, dessen Zerfallsschema in Abbildung III.2 abgebildet ist [LED78]. ^{27}Si hat eine Halbwertszeit von 4.13 s und emittiert Positronen mit einer

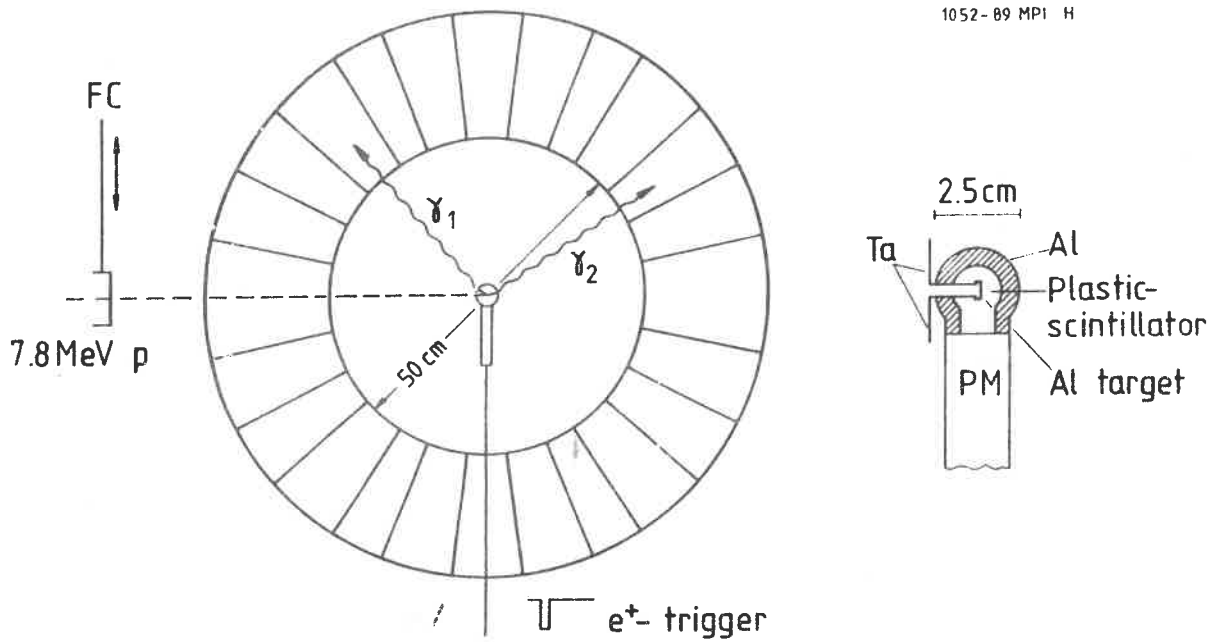


Abb. III.1: Schematischer experimenteller Aufbau; das aktive Target wurde auf der rechten Seite vergrößert dargestellt (FC=Faraday Cup, PM=Photomultiplier).

Maximalenergie von 3.85 MeV, wodurch der invariante Massenbereich bis etwa 2.1 MeV abgedeckt wird, in welchem sich auch die bei der GSI entdeckten e^+e^- -Summenenergie-Linien befinden. Es ist eine für dieses Experiment wesentliche Eigenschaft der ^{27}Si -Quelle, daß sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.77% in den Grundzustand von ^{27}Al zerfällt und die Untersuchung der Annihilation deshalb kaum durch die Emission zusätzlicher γ -Quanten beeinträchtigt; es besteht nur eine Wahrscheinlichkeit von 0.18%, den 2.211 MeV Zustand im ^{27}Al zu populieren. Diese Zerfälle können jedoch anhand der Energieverteilung bei Selektion von Ereignissen mit zwei nachgewiesenen γ -Quanten in der Kugel ($N_\gamma = 2$) durch das Auftretens des 2.211 MeV Quants in Koinzidenz zu einem 511 keV Quant, und in Koinzidenz zu zwei 511 keV Quanten im Falle von $N_\gamma = 3$ identifiziert werden. Anhand dieses Zerfallskanals kann man andererseits die große Sensitivität dieses Experiments demonstrieren. In einem vorbereitenden Experiment wurde auch eine ^{22}Na -Quelle eingesetzt, deren Termschema in Abbildung III.2 dargestellt ist, die eine β^+ -Endpunktsenergie von 0.545 MeV besitzt und Daten im invarianten Massenbereich von 1.1-1.2 MeV lieferte.

Im Folgenden wird das Experiment mit der ^{27}Si -Quelle im einzelnen behandelt, da diese Quelle den interessanten invarianten Massenbereich abdeckt, in welchem sich auch die

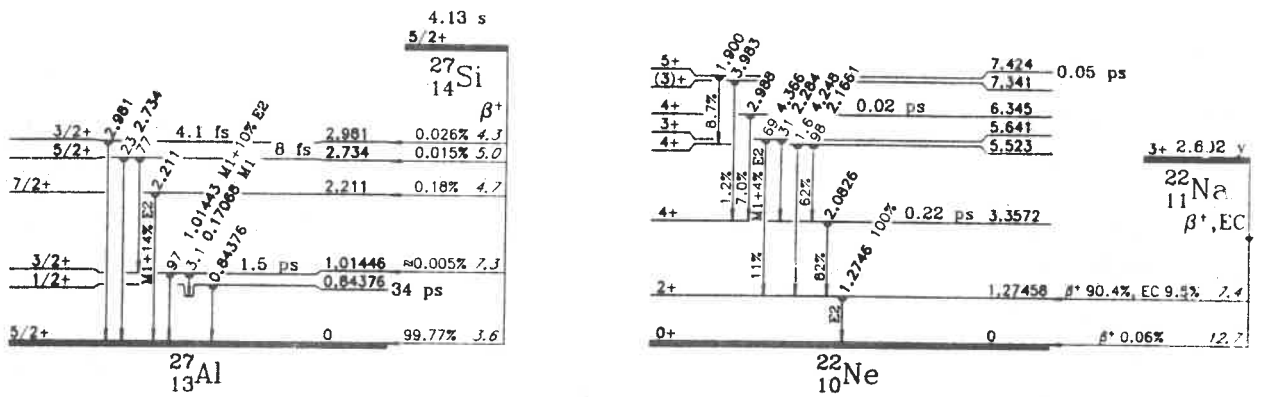


Abb. III.2: Termschema der beiden bei diesem Experiment benutzten Positronen-Quellen ^{27}Si und ^{22}Na [LED78]; angegeben sind die Halbwertszeiten und die Verzweigungs-verhältnisse für den Elektronen/Einfang (EC) und den β^+ -Zerfall (β^+) der Ausgangskerne.

GSI-Linien befinden.

Um sicher zu sein, daß die in der Kristallkugel nachgewiesenen Photonen wirklich von der Zerstrahlung der Positronen stammen, wurde das Al-Target, das in Abbildung III.1 im Detail dargestellt ist, aktiv konstruiert. Es besteht aus dem eigentlichen Al-Target und einem umgebenden Plastikdetektor. Fernerhin war, um eine Zerstrahlung der Positronen im Kugelzentrum zu gewährleisten, der Plastikszintillator mit einer konzentrischen Aluminiumhohlkugel umgeben, wodurch der Gesamttargetdurchmesser auf 2.5 cm begrenzt werden konnte und die Winkelaufösung der Kristallkugel, die $\pm 9^\circ$ für im Zentrum emittierte Photonen beträgt, nicht beeinflusst wurde. Die reinst Aluminium Target-Kappe ($\geq 99.9\%$ ^{27}Al), die eine Wandstärke von 0.5mm, einen Durchmesser von 5mm und eine Länge von 5mm besaß, wurde in das Zentrum der NE102A Plastikszintillatorkugel ($\rho = 1.32 \text{ [g/cm}^3\text{]}, < Z > = 3.4$) positioniert. Vor dem Target befand sich ein Tantalrohr und eine mit diesem Rohr elektrisch verbundene Tantalblende, die den Plastikszintillator vom Strahl abschirmte. Durch Minimierung des Verhältnisses von Blenden zu Targetstrom, konnte der Strahl exakt auf das Aluminiumtarget fokussiert und die Fokussierung während der Dauer der Strahlzeit überwacht werden. Das Target wurde auf einem Photomultiplier (EMI 9826B) mit optischen Fett befestigt, der mit einem Gestell am Streukammerfuß arretiert wurde, ohne einen der Kristallkugeldetektor abzuschatten. Deponiert ein Positron einen Teil seiner Energie im Szintillator ($\Delta E_{e^+} \geq 75 \text{ keV}$), so wird ein Triggersignal erzeugt, wobei die Triggerschwelle auf Werte knapp über dem Rauschen

eingestellt wurde, um das β^+ Spektrum bei hohen Energien nicht zu stark zu beschneiden. Die Positronen verlieren in Übereinstimmung mit Simulationsrechnungen im Mittel $\simeq 400$ keV um das Aluminiumtarget zu verlassen und die Mindestenergie von etwa 75 keV im Plastiksintillator zu deponieren. Nach Erreichen des Plastiksintillators haben die Positronen eine Mindestwahrscheinlichkeit von 70%, innerhalb des Plastiksintillators zu zerstrahlen ($P_{ANNI}(\omega_S(E_{e^+}))$ in Abb. IV.11b).

Der totale Wirkungsquerschnitt für die $^{27}\text{Al}(p,n)^{27}\text{Si}$ -Reaktion beginnt bei $E_p \simeq 5.8$ MeV und steigt bis auf $\simeq 70\text{mb}$ bei 7.8 MeV an [CHE80]. Die Protonen haben bei einer Einschußenergie von 7.8 MeV deshalb bis zu einer Eindringtiefe von $\simeq 0.17$ mm die Möglichkeit, ^{27}Si über die (p,n) -Reaktion zu erzeugen, bevor sie im Al-Targetmaterial vollständig abgebremst werden. Die Energie und die Intensität des kontinuierlichen 7.8 MeV Protonenstrahls des Heidelberger Tandem van De Graaf Beschleunigers wurde so gewählt, daß die Anfangsintensität der Quelle in der Größenordnung von $\simeq 100$ kBq lag. Um eine gleichmäßige Produktion des kurzlebigen ^{27}Si zu ermöglichen, wurde die Datenaufnahme in folgende Zyklen eingeteilt, die durch den LSI Online-Computer gesteuert wurden :

- 1.) Ausschalten des Photomultipliers und Anhalten der Datenaufnahme,
- 2.) Bestrahlen des Targets für 4 Sekunden durch Herausfahren des Faraday Cups,
- 3.) Einfahren des Faraday Cups und Start der Uhr, 1 Sekunde warten,
- 4.) Einschalten des Photomultipliers und Datenaufnahme für 8 Sekunden.

Die Steuerung erfolgte durch ein CAMAC-Modul (PP=Programmable Pegel in Abb. III.3), wobei die Zeitintervalle auf dem LSI-Online Computer frei gewählt werden konnten. Der Photomultiplier wurde ausgeschaltet, indem die ersten beiden Dynoden mit Hilfe eines Reed-Relays auf Kathodenpotential gelegt wurden, wobei die oben genannte Verzögerung von einer Sekunde ausreichte, den Photomultiplier nach dem Einschalten wieder stabil arbeiten zu lassen; die Steuerung des Photomultipliers und des Faraday-Cups ($\simeq 50000$ Ein- und Ausfahroperationen) verlief ohne Störung. Beim Einfahren des Faraday Cups wurde eine Uhr gestartet, die die verstrichene Zeit seit Ende der Bestrahlung anzeigt und bei jedem aufgezeichneten event ausgelesen wurde, um eventuell in frühen Zeitintervallen auftretenden Untergrund abtrennen zu können. Auf diese Weise sind bei Beginn der Datenaufnahme die prompten Reaktionen, die durch Anregung des Targets oder durch

n, γ -Reaktionen in den NaJ-Modulen entstehen, abgeklungen.

Ein schematisches Schaltbild der Kristallkugel Elektronik ist in Abbildung III.3 dargestellt. Hardwaremäßig, d.h. innerhalb von $\simeq 100$ ns erhält man Informationen über die Anzahl der in einem Zeitintervall ansprechenden NaJ-Detektoren, eine grobe Information über die bei einem Ereignis detektierte γ -Summenenergie ω_s , sowie über die Zeit, zu der die Kristallkugel angesprochen hat. Bei Forderung einer γ -Summenenergie von mehr als 1022 keV wird der dominante Prozeß der Zerstrahlung der Positronen in Ruhe, welcher nach Abbildung II.3 $\simeq 95\%$ aller Prozesse betrifft, vollständig unterdrückt. Diese Bedingungen können bei der Datenaufnahme jedoch nur grob abgefragt werden, da die einzelnen Module nicht geeicht und abgeglichen sind (die Summenenergieschwelle nach der Eichung der NaJ-Detektoren beträgt nach Abbildung IV.4 $\simeq 1400$ keV). Durch Forderung einer prompten Multiplizität von 2 bzw. 3 können die beiden möglichen Zerfallskanäle bei der Datenaufnahme vorselektiert werden.

Um sicherzustellen, daß die in der Kristallkugel nachgewiesenen γ -Quanten wirklich von der Positronen Annihilation stammen, wurde zusätzlich eine Koinzidenz zwischen dem Zeitsignal des Plastikdetektors des aktiven Targets und der prompt ansprechenden Kristallkugel verlangt. Die Bedingungen an die zur Analyse aufgenommenen Daten lauten im einzelnen :

$$N_\gamma = 2(e^+e^- \rightarrow 2\gamma) \text{ bzw. } N_\gamma = 3(e^+e^- \rightarrow 3\gamma)$$

$$\sum \omega_i > 1022 \text{ keV}$$

prompte Koinzidenz zwischen Kristallkugel und Plastik – Signal, $\Delta t \simeq 150$ ns

Zusätzlich wurden zeitweise Daten ohne Forderungen einer Plastik-Kugel Koinzidenz und ohne Forderungen an die γ -Summenenergie und/oder die Multiplizität der Kristallkugel aufgenommen.

Werden von einem Ereignis alle gewählten Trigger-Bedingungen erfüllt, so werden die ADC's (Analog-Digital-Converter), die die Energie und Zeitinformationen der angesprochenen NaJ-Detektoren enthalten, das ADC, daß die Information über die im Plastik-szintillator deponierte Energie enthält, sowie der Scaler, der die Zeit des Auftretens des Ereignisses nach Ende der Bestrahlung in 10 ms Einheiten angibt über CAMAC ausgelesen und über einen Multiple Branch Driver (MBD) an den VAX 750 Online-Rechner weitergeleitet, der die Daten eventweise auf Tape schreibt und gleichzeitig eine Online

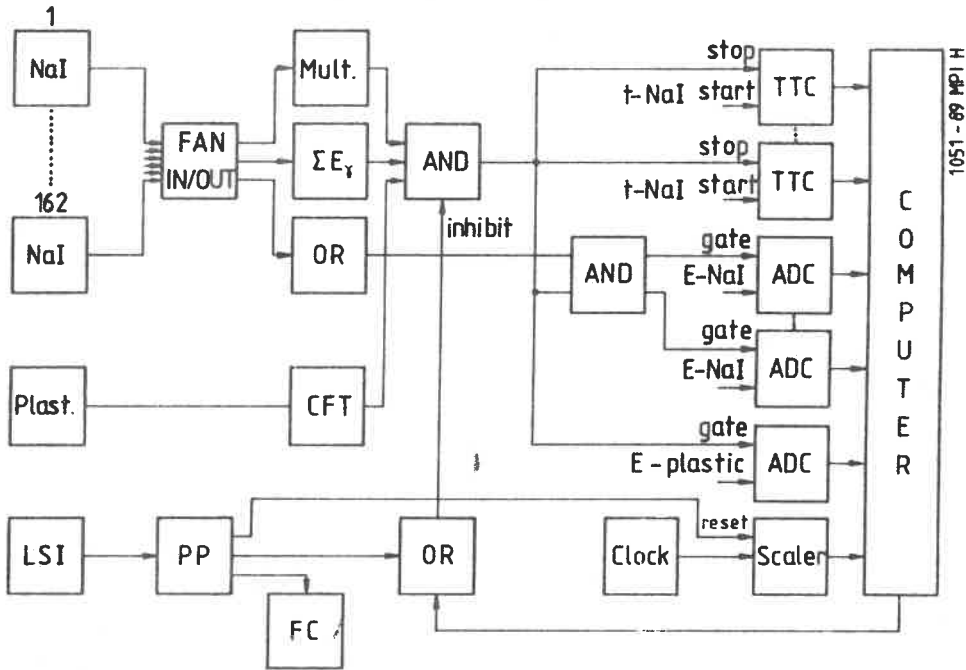


Abb. III.3: Schematischer Schaltplan der bei diesem Experiment verwendeten Elektronik (PP=programmierbarer Pegel, CFT=Constant Fraction Discriminator, ADC/TTC=analog to digital/time to charge converter).

Analyse der Daten vornimmt, um den Status des Experiments zu überwachen.

Bei einem Strahlstrom von 2-3 nA wurden die Ereignisse unter den gewählten Trigger-Bedingungen mit einer Rate von 500 Hz - 200 Hz (Rate am Anfang und am Ende eines Zyklus) aufgenommen, die Raten mit der die Kristallkugeldetektoren ansprachen fielen von ≈ 1 MHz während der Bestrahlung auf ≈ 30 kHz am Ende eines jeweiligen Zyklus. Die Anfangs-Quellstärke der ^{27}Si -Quelle wurde durch den Strahlstrom und die Strahlenergie so gewählt, daß sie etwa 100 kBq betrug. Die elektronische Totzeit, die aus der Aufnahme-rate des Datenaufnahmesystems von maximal 1 kHz resultiert, fiel im gleichen Zeitraum durch das Nachlassen der Quellstärke von 70% auf 20%. Die Dauer der Strahlzeit betrug 7 Tage, wobei 4 Tage für den $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Kanal und 3 Tage für der $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Kanal verwendet wurden.

Um die γ -Absorption des aktiven Targets zu berücksichtigen und um Änderungen der Kristallkugeleigenschaften im Verlauf des Experimentes korrigieren zu können, die in den kontinuierlichen Energiespektren der Positronen Zerstrahlung im Fluge nur schwer nachträglich zu detektieren sind, wurde der Datenaufnahmezyklus in der Mitte und am Ende der Strahlzeit unterbrochen, um die bei der Bestrahlung von ^{27}Al mit Protonen

prompt emittierten Reaktionen γ -Quanten aufzunehmen. Dabei wurden die oben genannten Triggerbedingungen deaktiviert, der Photomultiplier des aktiven Targets ausgeschaltet, der Protonenstrahl auf $\simeq 0.5$ nA reduziert und ohne zyklische Unterbrechungen auf das Target gelenkt.

In einem vorbereitenden Experiment, in welchem auch der invariante Massenbereich von $\simeq 1.06$ MeV bis $\simeq 1.2$ MeV unterhalb der Summenenergieschwelle des ^{27}Si -Experiments abgedeckt wurde, wurde eine ^{22}Na -Quelle, die sich im Zentrum einer Plastik Kapsel von 5 mm Durchmesser als Annihilationsmaterial für die Positronen befand, im Zentrum der leeren Kristallkugel positioniert. Als Trigger für die Emission eines Positrons wurde der Nachweis des in 90.4% der ^{22}Na -Zerfälle emittierte 1.275 MeV γ -Quants (siehe Abb. III.2) verlangt, d.h. es wurden 3 prompt ansprechende Kristallkugeldetektoren, von denen einer mehr als $\simeq 1$ MeV besaß, gefordert.

Im folgenden wird zunächst das in dieser Arbeit sehr häufig benutzte Simulationsprogramm GEANT3 besprochen.

III.1 Das Simulationsprogramm GEANT3

Zur Optimierung von Detektoren, zur Planung von Experimenten sowie für Simulationsrechnungen steht GEANT3 [BRU87] als ideales Werkzeug zur Verfügung, das in der bei diesen Rechnungen verwendeten Version 3.1061 einen Energiebereich von 10 keV bis 10 TeV bei der Simulation der Wechselwirkung von Elementarteilchen mit Materie abdeckt. Für die Berechnung der relevanten Wirkungsquerschnitte werden sowohl theoretische als auch empirische Modelle verwendet, die die Rechenzeit verkürzen und die physikalischen Prozesse in den einzelnen Energiebereichen gut approximieren. Man kann z.B. bei der Wechselwirkung von Elektronen mit Materie das Auftreten von Bremsstrahlung, von Vielfachstreuungen etc. ein und ausschalten und damit den Einfluß bestimmter physikalischer Prozess im Detail untersuchen. Insbesondere zur Ermittlung der im Experiment nicht zugänglicher Parameter, wie des in diesem Experiment nicht beobachtbaren Positronenflusses, müssen Simulationsprogramme auch bei der Datenanalyse eingesetzt werden. GEANT3 besteht aus einer Library, die Unterprogramme für die jeweiligen physikalischen Prozesse, ein aufwendiges Geometriepaket sowie eine Sammlung von Grafik-Routinen enthält, die durch Benutzer-definierte Unterprogramme ergänzt werden und

γ -Energie [keV]	Multiplizität	Reaktion
511	2	$^{27}\text{Si}, \beta^+$
843	1	$^{27}\text{Al}(p, p')^{27}\text{Al}^*$
1014	1	$^{27}\text{Al}(p, p')^{27}\text{Al}^*$
1368	1	$^{27}\text{Al}(p, \alpha)^{24}\text{Mg}^*$
2211	1	$^{27}\text{Al}(p, p')^{27}\text{Al}^*$
2981	1	$^{27}\text{Al}(p, p')^{27}\text{Al}^*$

Tab. III.1: Energien der zur Eichung der Kristallkugel verwendeten γ -Linien

nach bestimmten Regeln zusammengesetzt und aufgerufen werden müssen. Durch den aufwendigen Geometrieteil lassen sich beliebige Geometrien verwirklichen und es bleibt dem Benutzer überlassen, welche physikalischen Prozesse auftreten sollen und welche Informationen er extrahieren will. Wir haben dieses Programm bereits in einer Vielzahl von Untersuchungen eingesetzt und erhielten gute Übereinstimmungen zwischen experimentellen und simulierten Daten [MUS86, HEY87], insbesondere bei der Ermittlung der Kristallkugeleffizienzen, bei der man auch Daten für Energiebereiche erhält, die mit γ -Quellen nicht zugänglich sind. Auch bei der Planung neuer Experimente wurde GEANT3 bereits erfolgreich eingesetzt [END87].

III.2 Eichung und Effizienzbestimmung der Kristallkugel

Die für die Energieeichung bei einer Protonenenergie von $E_p = 7.8$ MeV verwendeten Reaktionen und die Energien der emittierten γ -Quanten sind in Tabelle III.1 zusammengestellt.

Als Analysebedingung wurde die in der Tabelle angegebene Detektormultiplizität verlangt - um die 511 keV Linie zu populieren wurde zusätzlich verlangt, daß jeweils zwei diametrale Detektoren angesprochen hatten. Abbildung III.4a zeigt eine Kombination von zwei Eich-ODER-Spektren (Projektion der geeichten Energiespektren aller 162 Detektoren auf

die Energieachse), wobei der Beitrag unterhalb von 650 keV die Analysebedingung : Multiplizität=2 und diametrale Treffer sowie oberhalb von 650 keV die Bedingung Multiplizität=1 erfüllen muß. Bei einer quadratischen Energieeichung der Kristallkugeldetektoren beträgt die Abweichung zwischen dem Ist- und Soll-Wert weniger als 1% im Energiebereich von 0.5 bis $\simeq 3$ MeV. Anhand der zu verschiedenen Zeitpunkten aufgenommenen Eichdaten und an der konstanten Position der in den Daten immer präsenten 511 keV Linie, konnte die Stabilität dieses Experimentes über die gesamte Zeitdauer kontrolliert und demonstriert werden.

Anhand des in Abbildung III.4a gezeigten Spektrums wurde die mittlere experimentelle Energieauflösung der NaJ-Detektoren zu :

$$\langle FWHM(\omega_i) \rangle = \frac{193.0}{\sqrt{\omega_i}} + 1.528 \quad [\%], \quad \omega_i [keV]. \quad (3.1)$$

bestimmt [HEY83, HEY87].

Die Photopeakeffizienz ϵ_{PP} für die Annihilationsquanten setzt sich aus 2 Anteilen zusammen : der Photopeakeffizienz der leeren Kristallkugel, die in [HEY83, HEY87] angegeben wird und der Streuwahrscheinlichkeit der Quanten in dem Targetmaterial, die durch die in diesem Abschnitt beschriebenen Simulationsrechnungen mit GEANT3 ermittelt wurden. Dabei wurde die Geometrie des in Abbildung III.1 gezeigten aktiven Targets nachgebildet und die γ -Quanten im Energiebereich von 250 keV bis 4 MeV im Zentrum des Targets in einer Kugel mit 0.5cm Radius zufällig verteilt. Dabei zeigte sich, daß die Abhängigkeit von Emissionsort der Annihilationsquanten nach der Abbremsung der Positronen im Targetmaterial nur Korrekturen in der Größenordnung von 10% liefert. Ein Ereignis wurde dann als Streueignis gekennzeichnet, wenn der Gesamtenergieverlust der beiden Annihilationsquanten größer als eine Halbwertsbreite (siehe Gl. 3.1) war oder der Anfangsimpulsvektor des Photons um mehr als $|9^\circ|$ abgelenkt wurde, was der Granularität der Kristallkugel entspricht. Die meisten dieser Ereignisse können dann die kinematische Bedingung für die 2-Photonen Annihilation nicht mehr erfüllen und tragen zu dem in Abbildung IV.1 erkenntlichen Target-Streuntergrund bei.

Die Photopeakeffizienzen des Einzeldetektors ϵ_{single} und der Kristallkugel im Neighbour-Add-Mode ϵ_{NA} sind für die leere Kristallkugel in Abbildung III.5 als Funktion der γ -Einzelenergie dargestellt. Außerdem ist die oben diskutierte Wahrscheinlichkeit für eine Streuung der Quanten im aktiven Target P_{Target} angegeben.

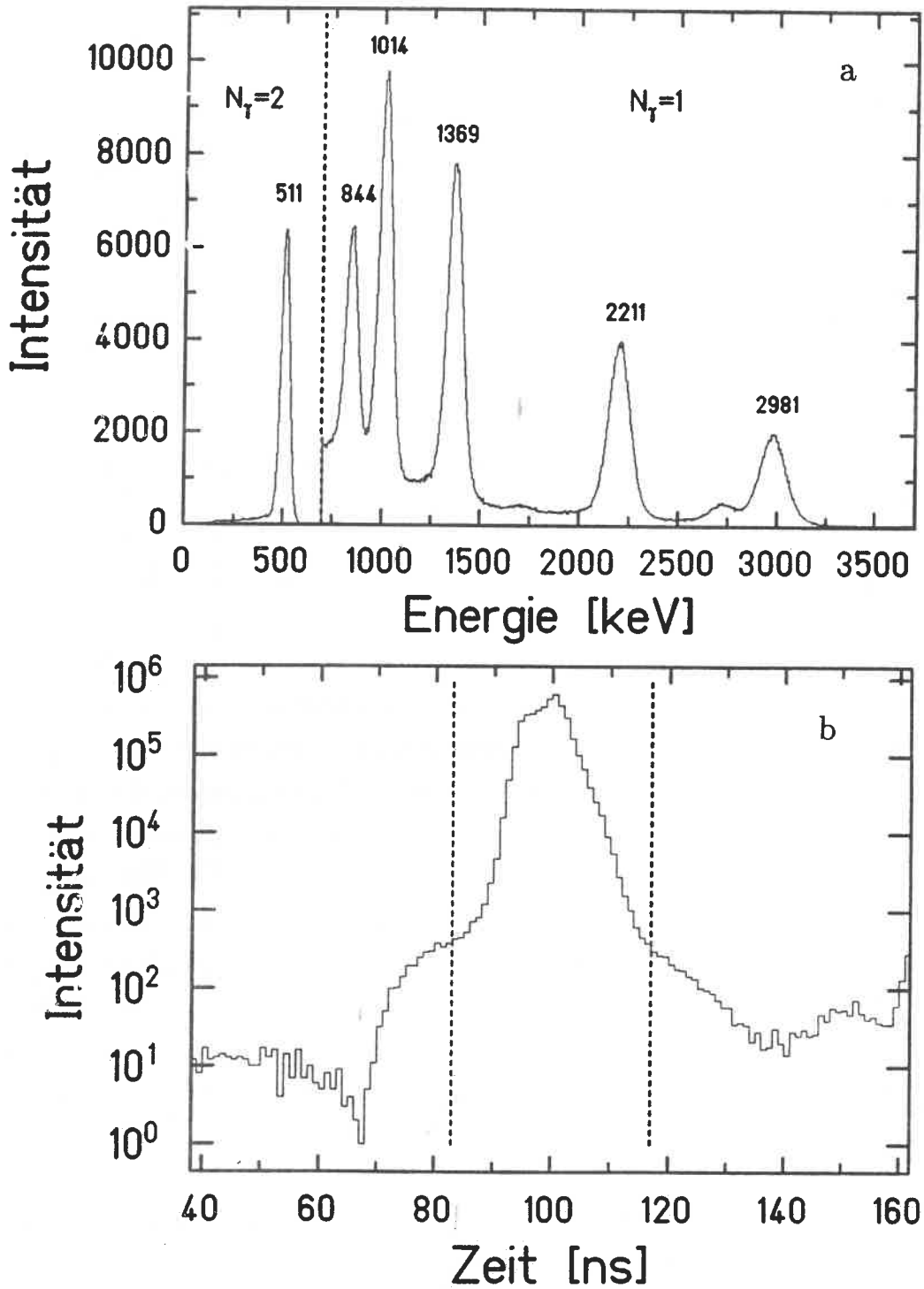


Abb. III.4: (a) ODER-Spektrum der zur Energieeichung verwendeten Eichlinien und (b) Zeitspektrum der Einzeldetektoren der Kristallkugel mit Definition des prompten Fensters (gestrichelte Linien) innerhalb dessen die beiden Photonen eines akzeptierten Ereignisses auftreten müssen.

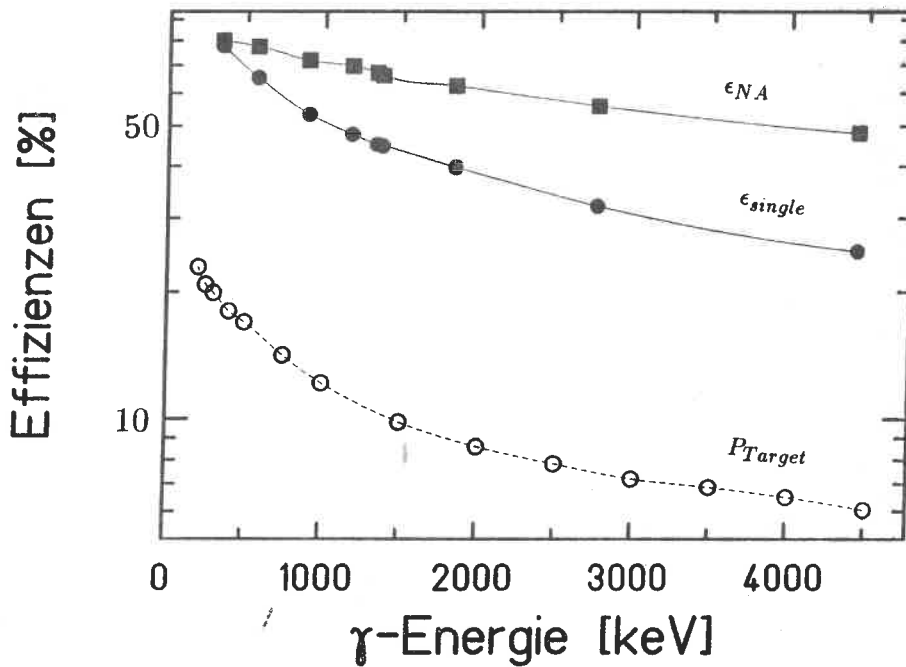


Abb. III.5: Photopeak Effizienz der Kristallkugel - ϵ_{NA} Neighbour Add Mode, ϵ_{single} Effizienz des Einzeldetektors - und Streuwahrscheinlichkeit der innerhalb des Targets emittierten γ -Quanten im Target-Material P_{Target} als Funktion der γ -Energie.

Wie in dem theoretischen Kapitel erwähnt, hängt die Empfindlichkeit dieses Experiments auf den Prozeß $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ stark von den unteren Energie-Schwellen der NaJ-Detektoren ab. Diese liegen im Energiebereich von 80 keV - 200 keV und nehmen in guter Näherung quadratisch mit dem Abstand von der unteren Energieschwelle bei 80 keV zu, wobei bei jeder der 162 NaJ-Detektoren in der Lage ist, γ -Quanten ≥ 200 keV nachzuweisen.

Um eine Überprüfung der zeitlichen Koinzidenzen zu vereinfachen, wurde der Nullpunkt der Zeitskala willkürlich auf 100 ns festgelegt, wobei für die Umwandlung von TTC-Kanälen in Zeiten der bekannte Konversionsfaktor von 88ps/Kanal [HEY83, HEY87] verwendet wurde. Das ODER der Zeitspektren ist in Abbildung III.4b für die $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Daten dargestellt. Die gestrichelten Linien markieren das prompte Zeitfenster innerhalb dessen sich alle γ -Quanten eines Ereignisses befinden müssen. Die breite Linienform des prompten Zeitpeaks kommt dadurch zustande, daß der Zeitnullpunkt bei der Datenaufnahme zum einen durch die prompte Kristallkugel und zum anderen durch den Plastikdetektor festgelegt wurde. Da die zeitlichen Abstände zwischen den beiden Zeitnullpunkten jedoch klein gegen die Breite des prompten Zeitfensters sind, wird das Experiment dadurch nicht beeinflusst.

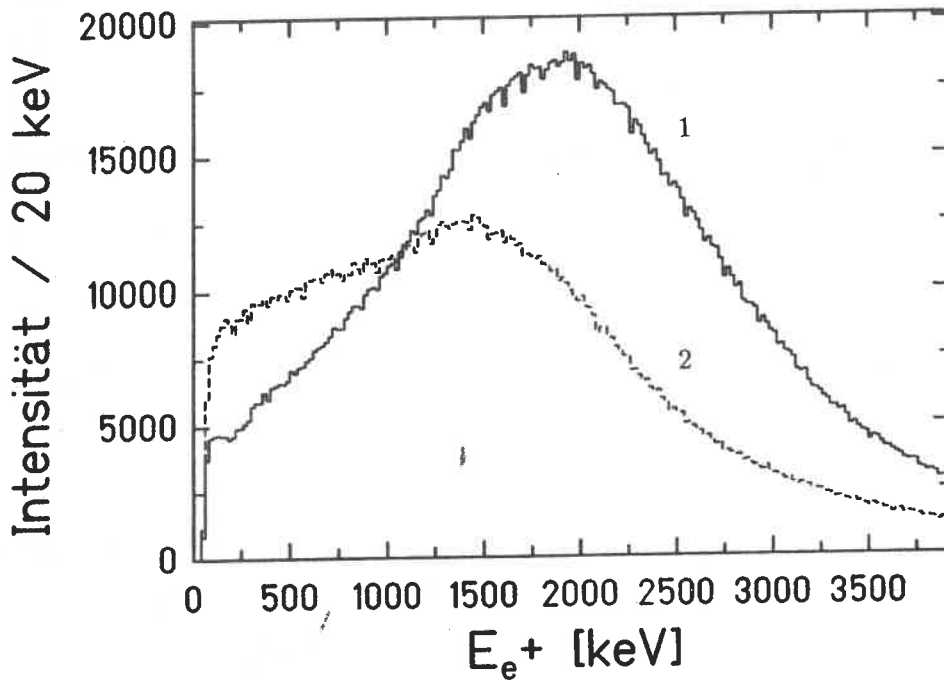


Abb. III.6: Energiespektrum des Plastiksintillators ohne (1) und mit (2) den Hardware Forderungen an die Multiplizität und die γ -Summenenergie.

Abbildung III.6 zeigt die (auf etwa 10% Genauigkeit) geeichten experimentellen Energiespektren des Plastiksintillators ohne die Hardwareforderungen an die γ -Multiplizität und die γ -Summenenergie (1) - entspricht in etwa dem ^{27}Si β^+ -Spektrum - und mit den o.g. Forderungen an die Multiplizität und die Summenenergie (2) - entspricht in grober Näherung dem Produkt des β^+ -Spektrums mit dem 2-Photonen Annihilationswirkungsquerschnitt. Durch Simulationsrechnungen mit GEANT3 konnte gezeigt werden, daß die Positronen mindestens 75 keV im Plastiksintillator deponieren müssen um ein Trigger-signal zu erzeugen (untere Schwelle im Plastikenergiespektrum in Abbildung III.6).

Die vom Plastikdetektor erhaltene Energieinformation, sowie die Zeitinformation der in jedem Zyklus neu gestarteten Uhr gestatten es, bei eventuell auftretenden Untergrundprozessen die Daten nur in bestimmten Plastikenergie- oder Zeitintervallen zu berücksichtigen und die bei diesen Korrelationen auftretenden Veränderungen zu studieren. Auch ist man dadurch in der Lage, mögliche Resonanzbeiträge eindeutig zu identifizieren.

Kapitel IV

Datenauswertung

Die Daten wurden auf dem IBM 3090-40E Großrechner der GSI in Darmstadt mit dem Analyseprogramm SATAN ausgewertet.

Die Monte-Carlo Simulationsrechnungen wurden auf VAX-Rechnern des MPI für Kernphysik in Heidelberg mit dem am CERN entwickelten Programm GEANT3 durchgeführt. Im folgenden wird zuerst der 2-Photonen Endkanal behandelt, wobei zuerst die Selektionsmöglichkeit dieses Endkanals sowie der Vergleich zwischen Experiment und der QED-Vorhersage diskutiert wird. Dieser Abschnitt endet mit der Resonanzanalyse und faßt die gewonnenen experimentellen Resultate nochmals zusammen.

Dem 3-Photonen Endkanal ist der abschließende Abschnitt in diesem Kapitel gewidmet.

IV.1 Der 2-Photonen Endkanal

Für diese Analyse werden die mit der Multiplizität von 2 ($N_\gamma = 2$) sowie die mit einer Multiplizität von 3 aufgenommenen Daten benutzt, bei denen zwei benachbarte sowie ein isoliertes NaJ-Modul angesprochen hatte (siehe Kapitel III) welche zu $\simeq 50\%$ bei den $N_\gamma = 3$ -Daten beitragen. Diese Ereignisse resultieren aus der Streuung eines der Quanten aus dem 2-Photonen Endkanal in ein benachbartes NaJ-Modul und tragen etwa zu einem Drittel der $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Gesamtstatistik bei. Dabei wurde demjenigen Nachbardetektor die Summe der beiden γ -Energien zugeordnet, der die größere Einzelenergie hatte - die Zeiten wurden gemittelt. Auch diese Ereignisse besitzen dann eine effektive Multiplizität von 2 und können in der Analyse völlig äquivalent behandelt werden.

Die geeichten Daten werden nur dann in der Analyse akzeptiert, wenn beide Quanten innerhalb des in Abb. II.4b gezeigten prompten Zeitfensters $T = 100 \pm 17.6$ ns auftreten.

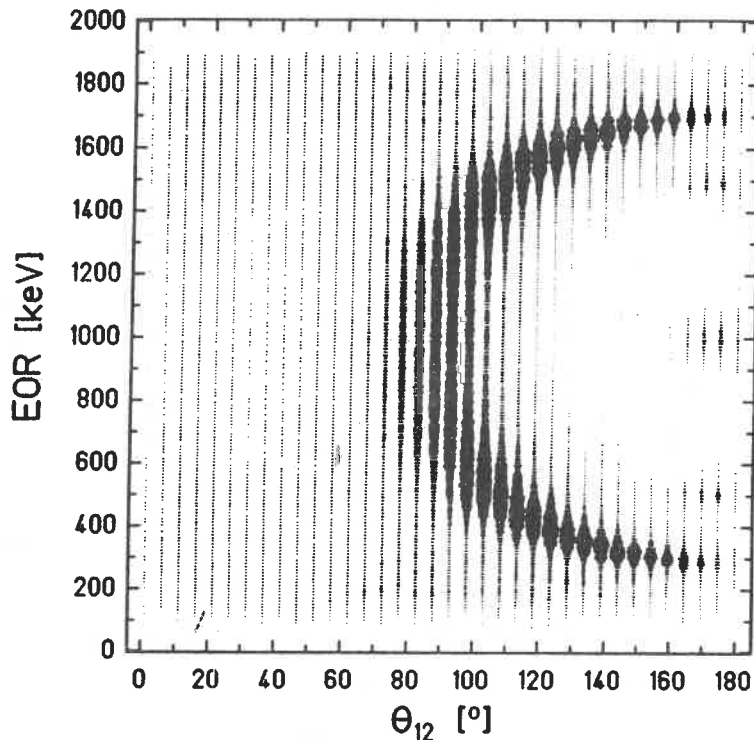


Abb. IV.1: Einzelenergie-Relativwinkel Matrix für $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ für ein Labor Summenenergieintervall von $\omega_s = 2.000$ bis 2.005 MeV.

IV.1.1 Die Selektion des 2-Photonen Endkanals

Um den 2-Photonen Endkanal zu selektieren, wird die im Laborsystem gültige kinematische Relation (Gl. 2.2) : $\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} = \frac{1 - \cos\theta_{12}}{m}$ benutzt; dabei gilt im Bezug auf die Nomenklatur sowie auf das Einheitensystem die im 2. Kapitel dargelegte Konvention. Diese Relation folgt aus der Energie und Impulserhaltung, wenn wir im Laborsystem das Elektron als ruhend voraussetzen (was wegen $E_{e^-} \ll E_{e^+}$ sehr gut erfüllt ist).

Alle in dieser Relation vorkommenden Variablen sind beobachtbare Meßgrößen. Die Granularität der Kristallkugel erlaubt es, den Relativwinkel zwischen 2 Photonen θ_{ij} mit einem maximalen Fehler von $\pm 18^\circ$ zu bestimmen, wobei die Einzelwinkel aus dem Polar und Azimuthwinkel des Zentrums des angesprochenen Detektors ermittelt wurden. Da unbekannt ist, an welcher Stelle das Detektor-Modul getroffen wurde, werden die individuellen Einzelwinkel durch Zufalls-Addition und -Subtraktion eines Winkels zwischen 0° und 9° zu den Soll- Polar- und Azimuthwinkel gebildet, wodurch die Selektion bestimmter Relativwinkel vermieden und der gesamte zur Verfügung stehenden Relativwinkelbereich gleichmäßig abgedeckt wird.

In Abbildung IV.1 ist die Einzelenergie-Relativwinkelmatrix für das Summenenergieintervall $2.000 \text{ MeV} < \omega_s < 2.005 \text{ MeV}$ dargestellt. Man erkennt deutlich die Ereignisse, die die oben angegebene kinematische Relation erfüllen und sich wie ein nach rechts geöffnetes 'U' im Spektrum abheben. Die Ereignisse außerhalb dieses Bereiches stammen von Photonen, die im Targetmaterial oder am passiven Material der Kristallkugel gestreut wurden und deshalb die kinematische Relation nicht mehr erfüllen. Die Intensität des in Abbildung IV.1 vorhandenen Streuuntergrundes stimmt in guter Näherung mit der Abschätzung der in Abbildung III.5 abgebildeten Targetstreuwahrscheinlichkeit: $(1 - P_{\text{Target}}(\omega_1)) \cdot (1 - P_{\text{Target}}(\omega_2)) \simeq 23\%$ überein. Der Anteil von zufälligen Ereignissen kann in Abbildung III.4b aus dem Verhältnis der prompten Intensität zur Untergrundintensität außerhalb des prompten Zeitfensters zu $< 10^{-3}$ bestimmt werden.

Um die kinematische Relation zu überprüfen, werden 2 neue kinematische Variable eingeführt:

$$DIF = \left[\left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) - \left(\frac{1 - \cos\theta_{12}}{m} \right) \right] \times 100000$$

und

$$SUM = \left[\left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) + \left(\frac{1 - \cos\theta_{12}}{m} \right) \right] \times 100000$$

Dabei dient der Faktor 100000 als Spreizfaktor zur Darstellung der neuen Variablen, deren Matrix in Abbildung IV.2a und deren Projektion auf die DIF Achse in Abbildung IV.2b für den gesamten Summenenergiebereich dargestellt ist. Im Idealfall sollte für $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Ereignisse die Bedingung $DIF=0$ gelten, bedingt durch die Energie- und Winkelauflösungseigenschaften der Kristallkugel müssen jedoch endliche Grenzen für diesen Parameter zugelassen werden, wobei anhand der Form der Einzelenergie-Relativwinkelspektren der Einfluß der Grenzen ermittelt werden kann. Die endgültigen Grenzen für den Parameter DIF wurden empirisch ermittelt.

In Abbildung IV.3 ist eine Serie von Einzelenergie-Relativwinkel Matrizen im Summenenergieintervall $2.0 \text{ MeV} \leq \omega_s \leq 2.01 \text{ MeV}$ unter den Bedingungen $|DIF| \leq 20$ (a), $|DIF| \leq 50$ (b), $|DIF| \leq 75$ (c) und $|DIF| \leq 100$ (d) gezeigt. Ein Vergleich mit Abbildung IV.1 zeigt, daß die Bedingung $|DIF| \leq 75$ die von der Zerstrahlung im Fluge stammenden Ereignisse optimal selektiert, ohne einen unnötig großen Untergrund an Streueignissen zuzulassen. Diese Analysebedingung wird im folgenden mit 'PAF-Bedingung' bezeichnet.

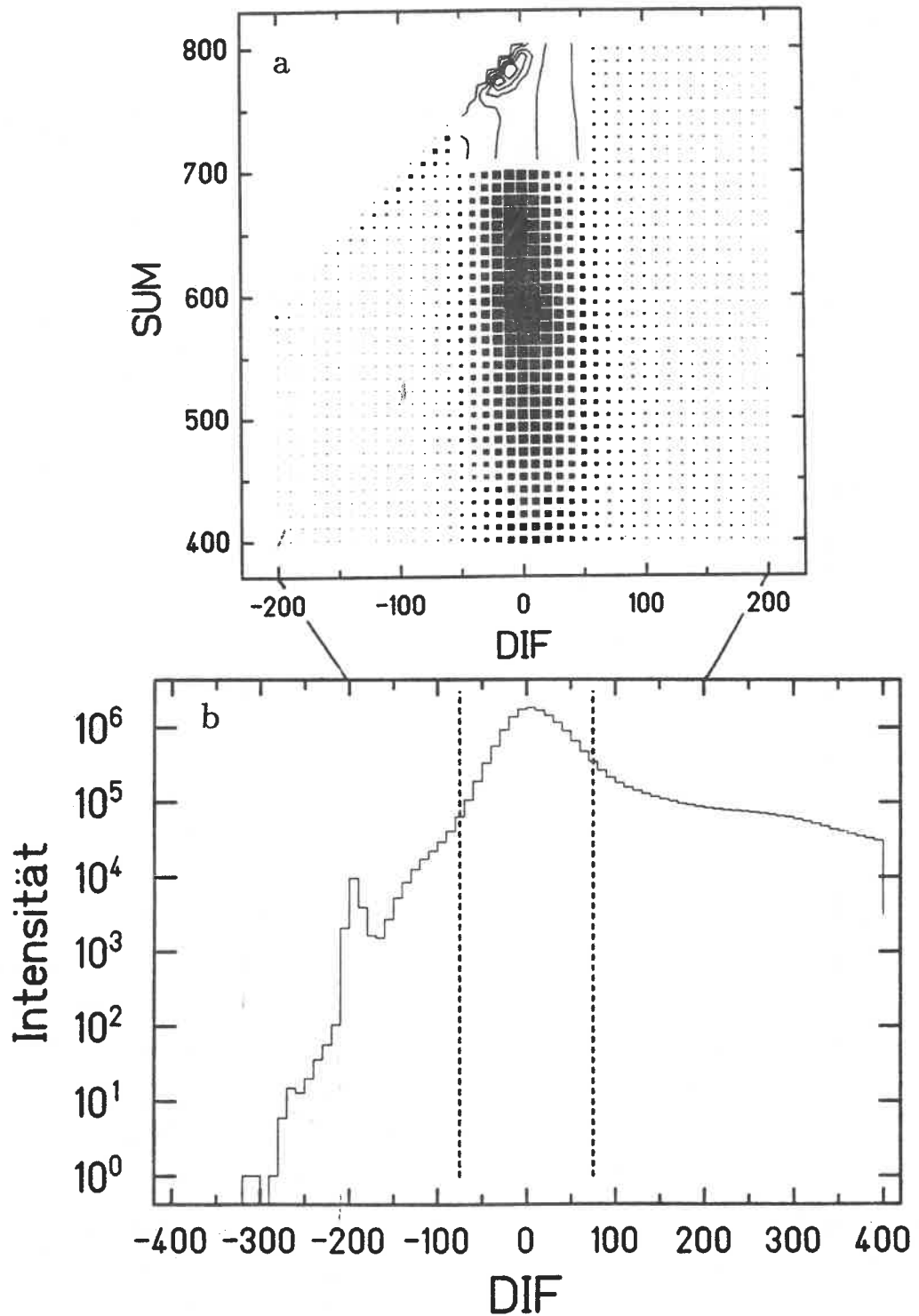


Abb. IV.2: DIF-SUM-Matrix für die $N_\gamma = 2$, $3NA$ Daten (a) und Projektion auf die DIF-Achse (b) (Erklärung und Definition siehe Text).

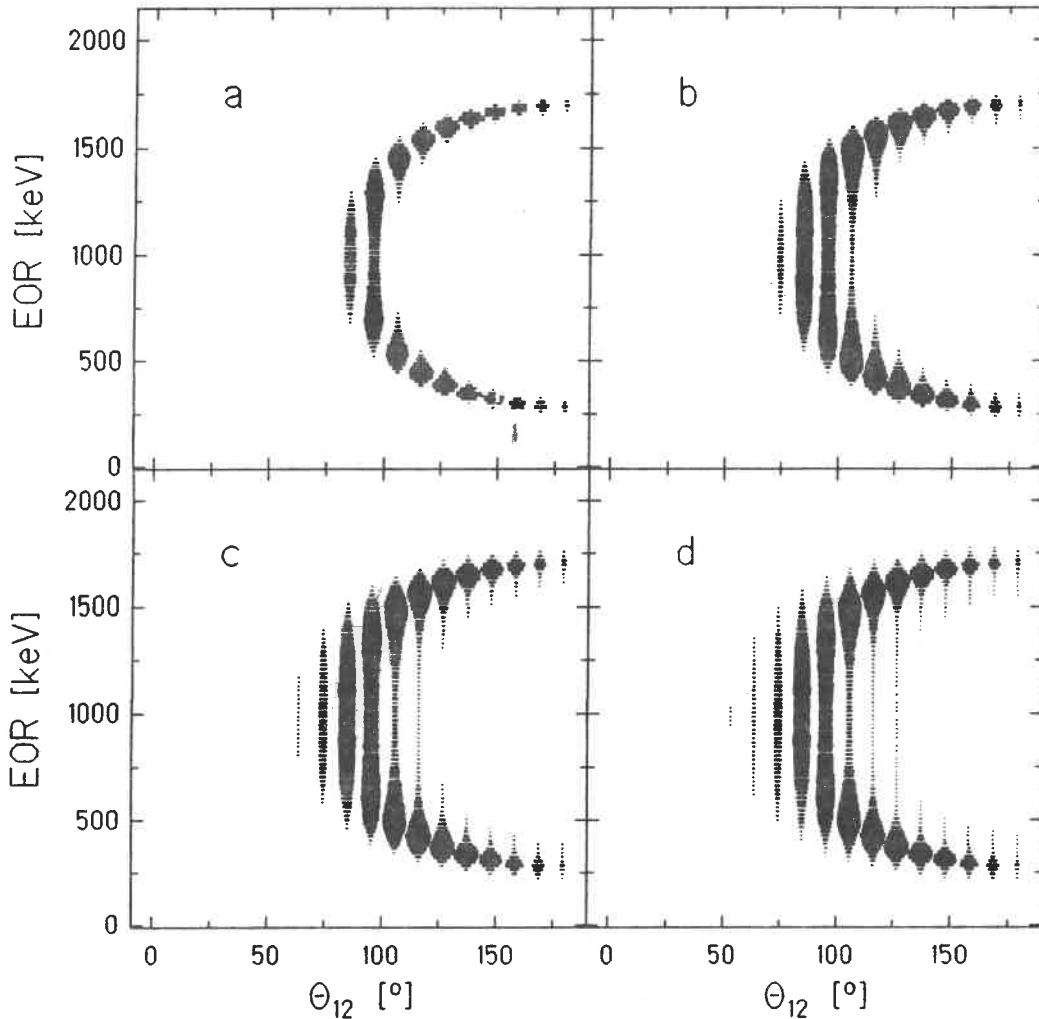


Abb. IV.3: Einzelenergie-Relativwinkel Matrix für eine Labor Summenenergie von $\omega_s = 2.0$ MeV unter der Bedingung : $|DIF| \leq 20$ (a), $|DIF| \leq 50$ (b), $|DIF| \leq 75$ (c) und $|DIF| \leq 100$ (d).

Die Summenenergiespektren ohne und mit Erfüllung der PAF-Bedingung sind in Abbildung IV.4 gezeigt. Man erkennt deutlich den Einsatz der Hardware Summenenergieschwelle bei $\omega_s \simeq 1400$ keV, der aus dem Nichtabgleich der NaJ-Detektoren bei der Datenaufnahme resultiert. Wie erwartet nimmt der Anteil an Streueignissen für niedrige γ -Summenenergien zu, da sich die Streubeiträge von Annihilationsereignissen mit höherer γ -Summenenergie akkumulieren.

Die Analyse der ^{22}Na -Daten erfolgte analog zu den ^{27}Si -Daten, wobei jedoch das mit einer Wahrscheinlichkeit von 90.4% im Falle eines β^+ -Überganges emittierte 1.275 MeV

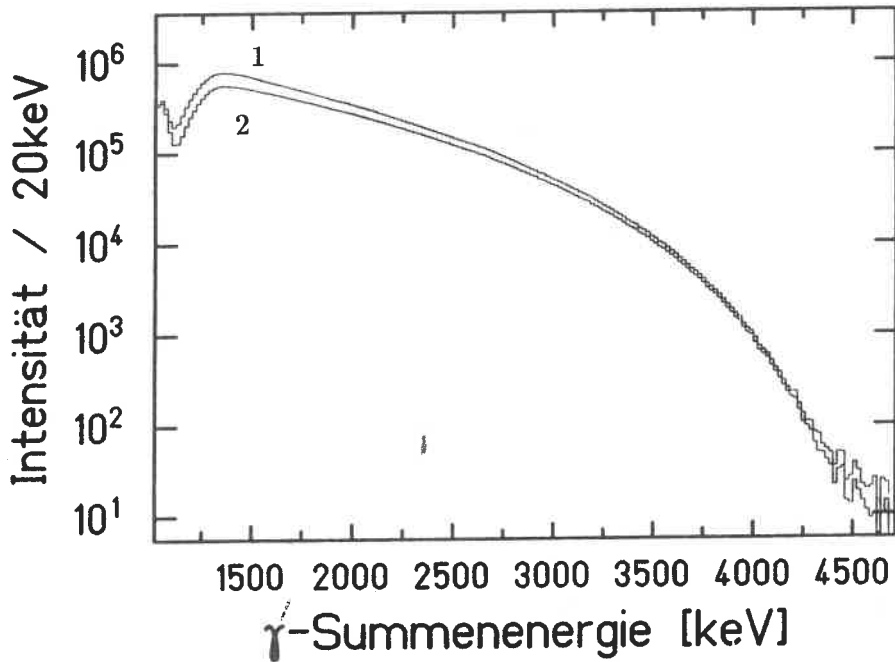


Abb. IV.4: ^{27}Si γ -Summenenergiespektrum für $N_\gamma = 2$, $N_\gamma = 3(NA)$ ohne (1) und mit (2) Abfrage der kinematischen Relation : $|DIF| \leq 75$ (siehe Text).

Quant als Trigger für die Emission eines Positrons benutzt wurde (vgl. Termschema in Abbildung III.2). Die Forderung nach 3 prompten Quanten, bei denen 1 Quant $\simeq 1.275$ MeV besitzt, selektiert die Annihilationsprozesse in 2 Quanten, da die maximale Einzelenergie der Zerstrahlungsquanten $\omega_{max} = 1.245$ MeV beträgt ($E_{\beta_{max}^+} = 0.545$ MeV). Das hochenergetische Quant wird in der darauffolgenden Analyse nicht mehr berücksichtigt, sodaß diese Ereignisse eine effektive Multiplizität von 2 besitzen. Das Summenenergiespektrum dieser Ereignisse, nach Erfüllung der kinematischen Bedingung, ist in Abbildung IV.5 dargestellt.

IV.1.2 Vergleich zwischen Theorie und Experiment

Um mögliche Resonanzbeiträge relativ zu den bekannten $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Annihilationswirkungsquerschnittes angeben zu können und um Untergrundbeiträge in den Annihilationsspektren abzuschätzen, werden im folgenden die experimentellen Daten aus der ^{27}Si -Messung zunächst mit der theoretischen Voraussage verglichen. Dazu wird sowohl der totale als auch der Einzelenergie-differentielle Wirkungsquerschnitt aus den Daten mit Hilfe des Simulationsprogrammes GEANT3 und den Kristallkugel-Effizienzen extrahiert.

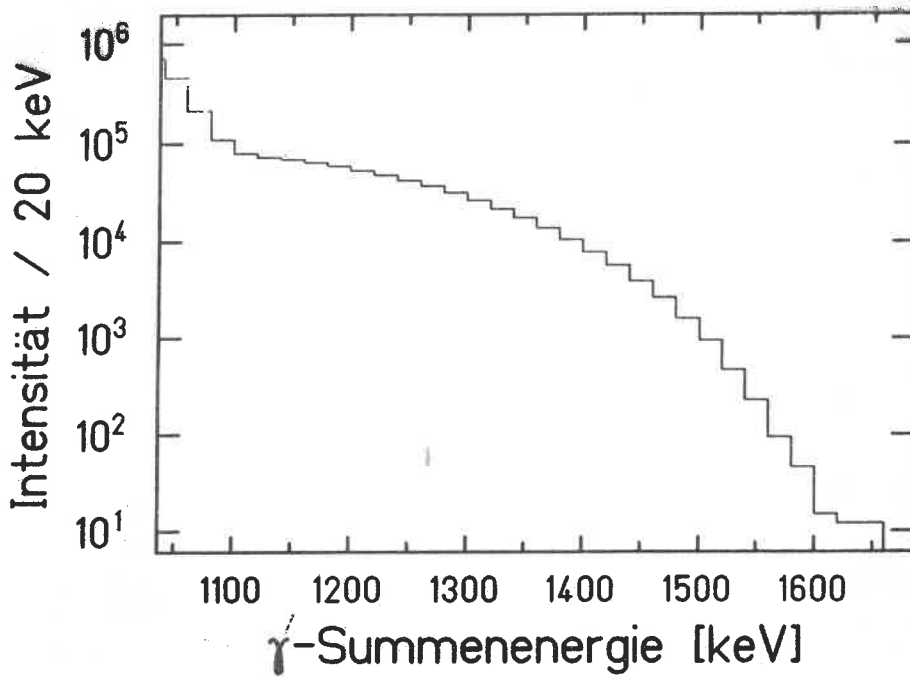


Abb. IV.5: ^{22}Na γ -Summenenergiespektrum für $N_\gamma = 2$ mit Erfüllung der kinematischen Relation.

Um bei der Extraktion des totalen Wirkungsquerschnittes den Einfluß der Triggerschwellen, die bei der Datenaufnahme benutzt wurden, auszuschließen und um den gesamten γ -Summenenergiebereich bis hinab zur Annihilation in Ruhe abzudecken, werden hierfür Daten benutzt, welche unter der Bedingung $N_\gamma = 2$ aber ohne Bedingungen an den Plastiktrigger und die γ -Summenenergie aufgenommen wurden. Abbildung IV.6a zeigt das entsprechende PAF-Summenenergiespektrum ohne (1) und mit (2) Korrektur der Effizienzen. Die Korrektur auf die in diesem Fall ($N_\gamma = 2$) relevante Photopeakeffizienz wurde Einzelenergie-differentiell durchgeführt und berücksichtigt sowohl die Photopeak-Effizienz der Kristallkugel als auch die Beiträge von der Targetstreuung (siehe Kapitel III.2).

Der Wirkungsquerschnitt ist durch die folgende Relation mit dem γ -Summenenergiespektrum verknüpft :

$$\frac{dN(\omega_s)}{d\omega_s} = \sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\gamma}(\omega_s) \cdot \frac{\rho \cdot Z}{n_0 \cdot A} \cdot \left(\frac{dE(E_{e^+}(\omega_s))}{dx} \right)^{-1} \cdot N_0(E_{e^+}(\omega_s)) , \quad (4.1)$$

wobei $E_{e^+} = \omega_s - 2 \cdot m$ die kinetische Energie der Positronen zum Zeitpunkt der Zerstrahlung, $\frac{dN(\omega_s)}{d\omega_s}$ die effizienzkorrigierte Anzahl der gemessenen Summenenergie-Ereignisse pro Sekunde und Energieintervall, $\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\gamma}(\omega_s)$ den lorentzinvarianten totalen Wirkungsquerschnitt für die 2-Photonen Annihilation im Fluge, ρ , Z und A die Materialparameter, in welchem die Annihilation stattfindet, n_0 die Loschmidt-Zahl, dE_{e^+}/dx den differentielle

Energieverlust für Positronen und $N_0(E_{e^+})$ die Zahl der pro Sekunde einfallenden Positronen der Energie E_{e^+} bedeutet. Umschreiben ergibt :

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow 2\gamma} = C \cdot \frac{dN(\omega_s)}{d\omega_s} \cdot f(\omega_s) \quad , \quad (4.2)$$

wobei $f(\omega_s)$ durch

$$f(\omega_s(E_{e^+})) = \left[\sum_i \frac{\rho_i \cdot Z_i}{n_0 \cdot A_i} \cdot \left(\frac{dE(E_{e^+})}{dx} \right)_i^{-1} \cdot N_{0i}(E_{e^+}) \right]^{-1}$$

gegeben ist und die Summation über alle durchquerten Materialien i zu erstrecken ist. Um die experimentellen Daten mit der Theorie zu vergleichen, muß $f(\omega_s)$ ermittelt werden, wobei die absolute Normierungskonstante C als einzig freier Parameter verbleibt.

Um $f(\omega_s)$ zu berechnen, wurde das Simulationsprogramm GEANT3 eingesetzt, welches den benutzten experimentellen Aufbau und das bekannte β^+ -Spektrum von ^{27}Si als Eingabeparameter erhielt. Das aktive Target, das in Abbildung III.1 dargestellt ist, wurde bis auf den Photomultiplier simuliert, allerdings nicht in das Zentrum der Kristallkugel, sondern in das Zentrum eines evakuierten Würfels positioniert, da nur der Abbremsprozeß der Positronen untersucht wurde. Die Positronen wurden in einem Volumen, das durch einen Brennfleckradius von 2mm und einer Tiefe von 0.17mm gegeben war, mit einer mit der Eindringtiefe linear abnehmenden Wahrscheinlichkeit (siehe auch Kapitel III), isotrop erzeugt. Als Energieverteilung der erzeugten Positronen wurde das theoretische β^+ -Spektrum mit einer Maximalenergie von 3.85 MeV und einer Kernladungszahl von $Z = 13$ für die Coulomb-Korrektur in nichtrelativistischer Näherung [KON66] der Würfelroutine zugrunde gelegt.

Die Spur der Positronen wurde mit einer Genauigkeit von $dx = 20\mu\text{m}$ verfolgt ($\langle dE \rangle \simeq 3$ keV pro Iterationsschritt), wobei jeder Wechsel des Annihilationsmediums und die zugehörige Energie gespeichert wurde. Als physikalische Prozesse waren Ionisation nach Bethe-Bloch, Bremsstrahlung, $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$, Moliere-Vielfachstreuung [BRU87, BET53] und Landau energy-loss-straggling [BRU87, LAN44] zugelassen. Bei Abstrahlung eines Bremsquants von mehr als 100 keV wurde das Ereigniss verworfen, weil die $N_\gamma = 2$ -Bedingung der Datenaufnahme nicht mehr erfüllt ist. Am Ende einer jeden Positronenspur wurden die entsprechenden Werte von $\frac{\rho \cdot Z}{n_0 \cdot A} \cdot \left(\frac{dE}{dx} \right)^{-1}$ für das jeweilige Medium in einem Spektrum akkumuliert, wobei für $\frac{dE}{dx}$ die entsprechenden Werte der Berger-Seltzer Formel [BRU87, BER64] benutzt wurden, um eine korrekte Mittelung durchzuführen. Es

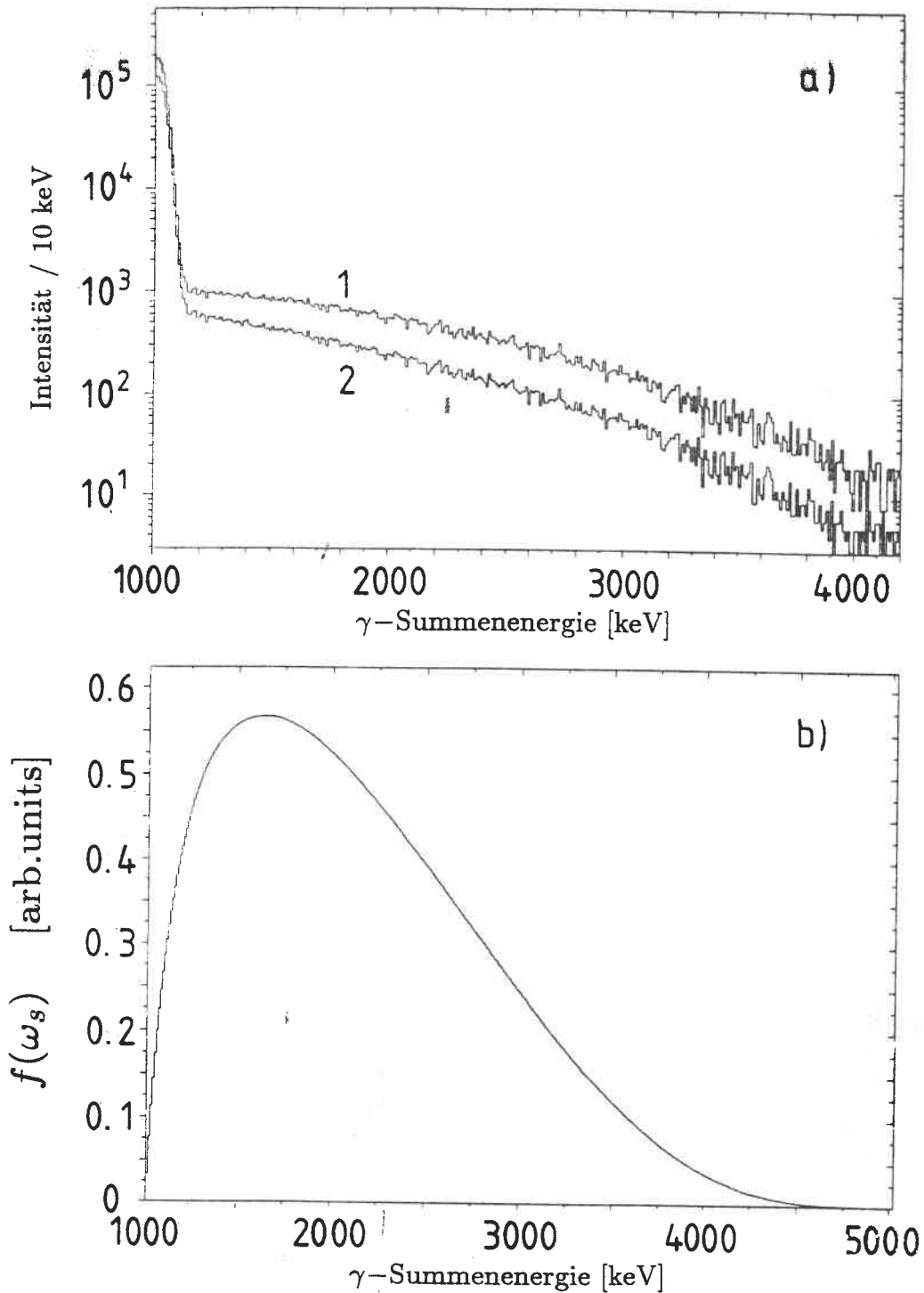


Abb. IV.6: (a) Summenenergiespektrum für den Prozeß: $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ ohne Plastiktrigger, Multiplizitäts- und Summenenergie-Bedingungen bei der Datenaufnahme mit (1) und ohne (2) Korrektur der CB-Photopeakeffizienz; (b) Resultat der GEANT3 Simulationsrechnung (siehe Text).

wurden 100000 Positronen verfolgt, sodaß die statistischen Fehler des Spektrums $f(\omega_s)$ im Energiebereich von 1.1 - 4.2 MeV zwischen 0.4 und 2 % liegen. Systematischen Fehler von 5% ergeben sich durch den nicht bis in alle Einzelheiten reproduzierbaren geometrischen Aufbau sowie aus der Näherung für das verwendete β^+ -Spektrum. Die Annihilation der Positronen findet nach Deposition einer Mindestenergie von $\Delta E \simeq 75$ keV zur Erzeugung des Triggersignals, mit einer mehr als 70-prozentigen Wahrscheinlichkeit im Plastikmaterial statt (siehe Abbildung IV.11b). In Abbildung IV.6b ist das auf diese Weise erhaltene Spektrum für $f(\omega_s)$ dargestellt.

Die Extraktion des totalen 2-Photonen Annihilationswirkungsquerschnittes erfolgt unter Benutzung von $f(\omega_s)$ aus dem in Abbildung IV.6a dargestellten, effizienzkorrigierten Summenenergiespektrum mit Hilfe der Gleichung 4.2, wobei die Normierungskonstante C dabei im Bereich hoher γ -Summenenergie angepaßt wurde. Neben den statistischen Fehlern im Summenenergiespektrum von $\leq 5\%$, tragen die oben genannten systematische Fehler bei der Effizienzbestimmung und bei der Simulationsrechnung zu je $\simeq 5\%$ bei, sodaß die Übereinstimmung zwischen Experiment und theoretischer Vorhersage, die in Abbildung IV.7 dargestellt ist, hinreichend gut ist. Nur bei kleinen γ -Summenenergien bestehen geringe systematische Abweichungen, da der Target-Streuuntergrund von Annihilationsprozessen bei höheren Energien im Bereich niedriger Energien teilweise akkumuliert wird. Für die Analyse bezüglich Resonanzen kann man davon ausgehen, daß das gemessene Spektrum aus dem Prozeß $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ stammt und untergrundfrei ist.

Um die experimentellen Einzelenergiespektren für die Zerstrahlung im Fluge mit den theoretischen Vorhersagen zu vergleichen (siehe Gl. 2.4 und Abbildung II.2), wurden im Gegensatz zu dem gerade durchgeführten Vergleich die theoretisch erwarteten Einzelenergiespektren mit den experimentellen Auflösungseigenschaften gefaltet und anschließend mit den experimentellen Spektren verglichen. Dabei wurden die Daten benutzt, die mit $N_\gamma = 2$, γ -Summenenergieschwelle und Plastiktrigger aufgenommen wurden. Zur theoretischen Berechnung wurde zunächst eine $(\omega_1 - \omega_2)$ -Matrix mit den theoretischen Einzelenergieverteilungen gemäß Gleichung 2.4 initialisiert. Diese Matrix wurde anschließend mit der Photopeak-Effizienz der Kristallkugel und der Target-Streuwahrscheinlichkeit gewichtet (Wichtungsfaktor = $\epsilon_{single}(\omega_1) \cdot \epsilon_{single}(\omega_2) \cdot (1 - P_{Target}(\omega_1)) \cdot (1 - P_{Target}(\omega_2))$), wobei $\epsilon_{single}(\omega_i)$ und $P_{Target}(\omega_i)$ die in Abbildung III.5 dargestellten Werte für die Photopeakeffizienz und die Targetstreuwahrscheinlichkeit bedeuten). Um die Energieauflösung der Kri-

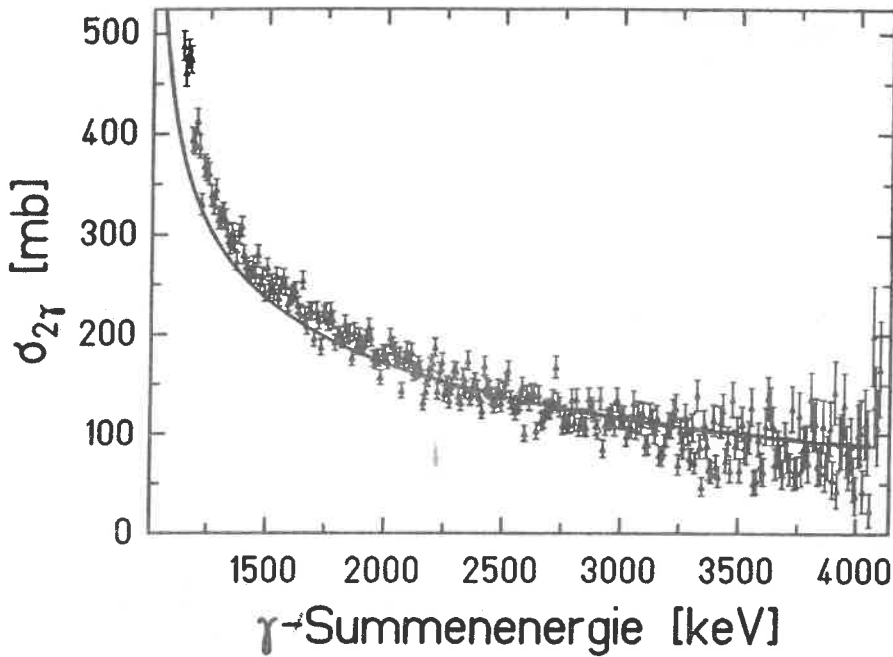


Abb. IV.7: Totaler Wirkungsquerschnitt für den Prozeß : $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ als Funktion von $\omega_s(E_{e^+})$; die Datenpunkte stammen von den experimentellen Daten und der GEANT3-Simulation, der theoretische Wert entspricht der durchgezogenen Linie (Erklärung siehe Text).

stallkugel zu berücksichtigen, wurde jeder Kanal dieser Matrix durch eine 2-dimensionale Gaussfunktion mit den in Gleichung 3.1 angegebenen Halbwertsbreiten für ω_1 und ω_2 ersetzt. Die Gaussfunktion approximiert den wahren Linienverlauf in guter Näherung, da Ereignisse, die nicht im Photopeak liegen die PAF-Bedingung nicht erfüllen und somit kein niederenergetischer Anteil bei der Linienform berücksichtigt werden muß. Die absolute Normierung bleibt wiederum der einzig freie Parameter bei dem Vergleich zwischen Experiment und Theorie.

Abbildung IV.8 zeigt die experimentellen Einzelenergiespektren mit den zugehörigen theoretischen Vorhersagen, die auf gleiche Intensität normiert wurden für ein Summenenergieintervall von 10 keV für $\omega_s = 1.8$ MeV (a), $\omega_s = 2.1$ MeV (b), $\omega_s = 2.4$ MeV (c), $\omega_s = 3.0$ MeV (d), $\omega_s = 3.3$ MeV (e) und $\omega_s = 3.5$ MeV (f). Die geringen Abweichungen zwischen Theorie und Experiment stammen von der Approximation der Einzelenergie-Linienform durch Gauss-Funktionen und den ≈ 5 -prozentigen systematischen Fehlern bei der Effizienzbestimmung, die zu leichten Modifikationen der Einzelenergieverteilungen, insbesondere im Bereich von $\omega_1 = \omega_2$ und $\omega = \omega_{min}/\omega_{max}$, führen können.

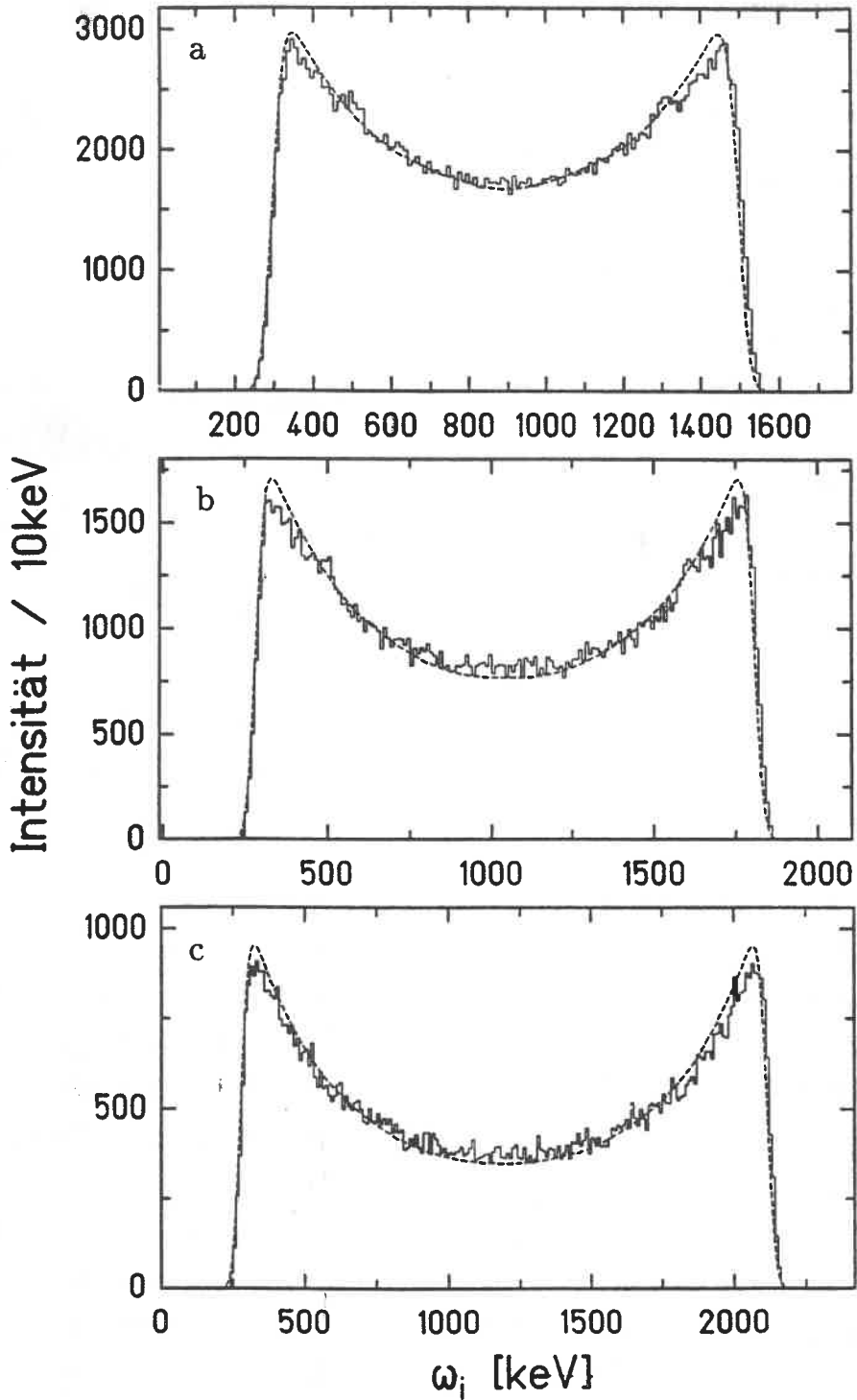
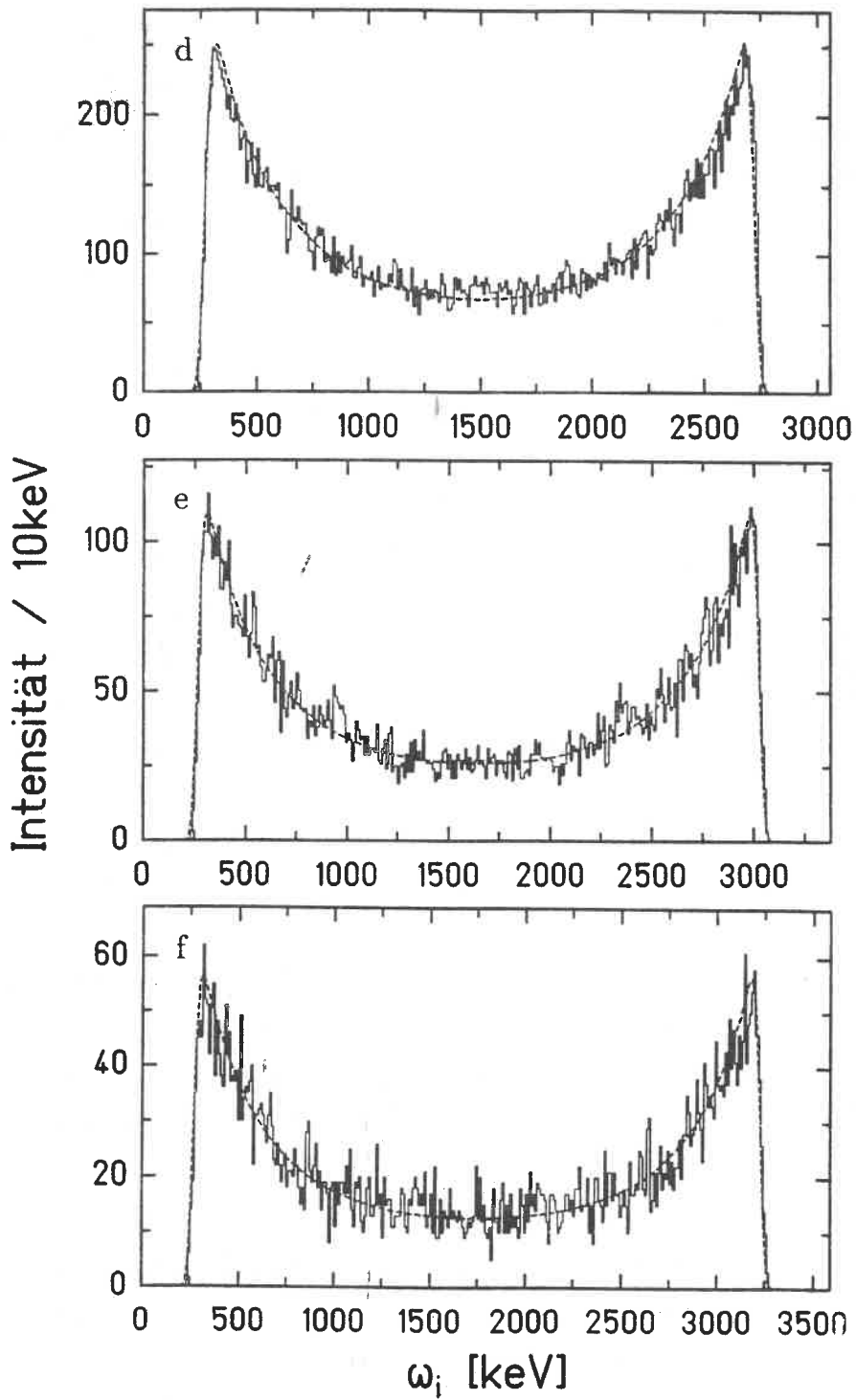


Abb. IV.8: Experimentelle und theoretische (gestrichelte Linie) Einzelenergieverteilung für $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ für $\omega_s = 1.8$ MeV (a), 2.1 MeV (b), 2.4 MeV (c), 3.0 MeV (d), 3.3 MeV (e) und 3.5 MeV (f); die theoretischen Spektren wurden auf die Intensität der experimentellen Spektren normiert.



Die Einzelenergieverteilungen, die nach Gleichung 2.3 äquivalent zu den CM-Winkelverteilungen sind, sind in diesem Experiment zum ersten Mal detailliert untersucht worden, wobei die Übereinstimmung zwischen dem Experiment und der QED-Vorhersage in diesem Energiebereich zum ersten Mal nachgewiesen werden konnte.

Abbildung IV.9 zeigt die gleichen Spektren für eine Summenenergie von $\omega_s = 1.5$ MeV (a) bzw. $\omega_s = 2.7$ MeV (b). Diese beiden Spektren zeigen diskrete Untergrundbeiträge, die aus Koinzidenzen mit 511 keV Quanten resultieren, die aus der Zerstrahlung der Positronen nach der Abbremsung stammen und den dominanten Anteil der in der Kristallkugel präsenten Strahlung liefern.

Im Summenenergiebereich um 1.533 MeV können simultan drei 511 keV Zerstrahlungsquanten, die aus zwei Annihilationsprozessen stammen, wobei eines der vier Annihilationsquanten in der Kristallkugel nicht nachgewiesen wurde, detektiert werden und zu den in Abbildung IV.9a gezeigten diskreten Anteilen führen, die im Maximum zu $\simeq 3\%$ der Gesamtintensität beitragen. Durch Streuprozesse dieser Zerstrahlungsquanten im Targetmaterial tragen die Quanten mit ihrer niederenergetischen Streulinienform zu der Summenenergielinie bei $\simeq 1533$ keV bei, die deshalb sehr breit wird ($\simeq 200$ keV); da das Summenenergiespektrum wegen des Hardware-Triggers erst bei $\omega_s \simeq 1400$ keV, im Bereich dieses flachen Beitrages einsetzt, stört dieser Beitrag in den Summenenergiespektren jedoch nicht und wurde nicht korrigiert.

Im Summenenergiebereich bei $\omega_s \simeq 2.7$ MeV (Abb. IV.9b) führen Koinzidenzen zwischen der 2.211 MeV γ -Linie, die aus der 0.18%-Verzweigung des ^{27}Si in den $5/2_1^+$ -Zustand im Aluminium kommt, mit einem 511 keV Annihilationsquant zu einem $\simeq 1\%$ igen Beitrag, welcher sich bei der Resonanzanalyse bemerkbar macht und korrigiert werden muß. Anhand dieses Beitrages kann man die große Sensitivität dieses Experiments erkennen, die es gestattet, Störprozesse auf dem 1%-Niveau zu erkennen und zu unterdrücken.

Die Übereinstimmung zwischen den theoretischen Vorhersagen und den experimentellen Resultaten zeigt, daß man die auftretenden physikalischen Prozesse sehr gut versteht und daß Untergrundbeiträge - sei es diskreter oder kontinuierlicher Art - bis auf den Beitrag des 2.211 MeV Zustandes, der explizit korrigiert (siehe unten) wurde, unterhalb der Nachweisgrenzen liegen. Auch die Analyse der Daten unter Variation des zeitlichen Datenaufnahme Intervalles, das durch die bei der Datenaufnahme mitlaufende Uhr (Scaler in Abbildung III.3) ermöglicht wurde, zeigt keinen Effekt. Die Verzögerungsdauer von einer

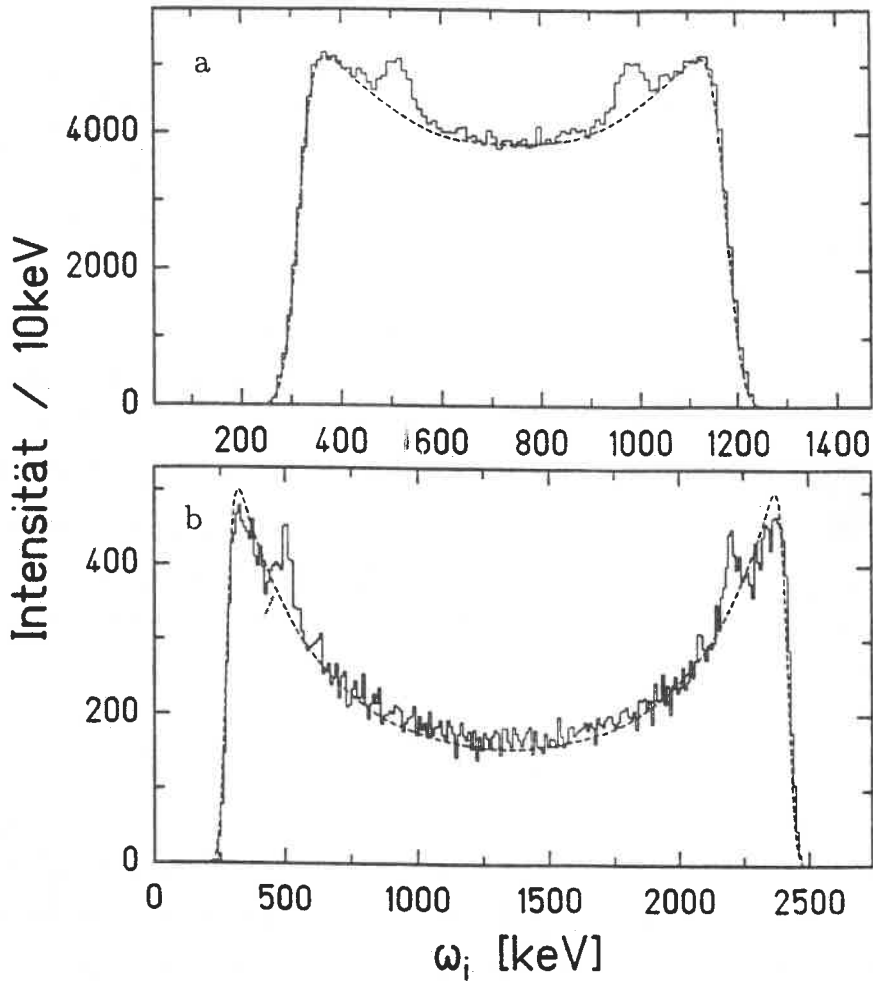


Abb. IV.9: Experimentelle und theoretische (gestrichelte Linie) Einzelenergieverteilung für $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ für $\omega_s = 1.5$ MeV (a) und 2.7 MeV (b); die theoretischen Spektren wurden auf 97% (a) bzw. 96% (b) des Inhalts der experimentellen Spektren normiert. Die diskreten Beiträge stammen von Koinzidenzen mit 511 keV-Quanten und (a) 1022 keV im zweiten Detektor sowie (b) dem 2.211 MeV Übergang in ^{27}Al (siehe Abb.III.2).

Sekunde zwischen dem Ende der Bestrahlung und dem Beginn der Datenaufnahme sowie die Koinzidenzforderung zwischen dem Plastiksintillator und prompt dazu ansprechender Kristallkugel sind offensichtlich sehr wirkungsvolle Maßnahmen, Untergrundbeiträge zu unterdrücken.

Bis auf das Auftreten der 2.211 MeV Linie, die in Koinzidenz mit der Positronenemission stattfindet, sowie einem geringen Anteil von 511 keV Pile-up besteht der Untergrund in den Daten nur aus Streuereignissen entweder im Targetmaterial oder in den NaJ-Modulen,

die anhand der kinematischen Relation 2.2 ausgeschlossen werden können.

IV.1.3 Die Resonanz-Analyse

Die Übereinstimmung von Experiment und Theorie ermöglicht es, die Stärke von eventuellen Resonanzbeiträgen in Einheiten des bekannten 2-Photonen Annihilations-Wirkungsquerschnittes anzugeben, der in den Abbildungen II.5 und IV.7 bereits dargestellt wurde. Da der Untergrund aus der Zerstrahlung im Fluge nicht mit der hinreichenden Genauigkeit berechnet werden kann, um nach kleinen, eventuell vorhandenen Resonanzbeiträgen zu suchen, das Summenenergiespektrum auf der anderen Seite jedoch einen sehr gleichmäßigen und flachen Verlauf besitzt, ist es möglich, den Annihilations-Untergrund in einander überlappenden Intervallen durch Polynome niedriger Ordnung zu approximieren (siehe Abbildung IV.10a).

Im Bereich oberhalb von 1400 keV, knapp oberhalb der Einsatzschwelle des Summenenergietriggers bei der Datenaufnahme, wurde das in Abbildung IV.4 dargestellte PAF-Summenenergiespektrum aus der ^{27}Si -Messung nach Korrektur des diskreten Beitrages des 2.211 MeV Übergangs verwendet. Diese Korrektur wurde innerhalb der entsprechenden Einzelenergiespektren (siehe Abbildung IV.9b) vorgenommen, indem der Beitrag der 511 keV Linie ermittelt wurde, die sich auf dem flachen Untergrund der Annihilation im Fluge befindet, der durch ein Polynom 2ten Grades approximiert wurde. Diese Prozedur wurde innerhalb der Einzelenergiespektren im Summenenergiebereich von 2500 bis 2900 keV in 10 keV Schritten durchgeführt, wobei der diskrete Beitrag für jedes Summenenergieintervall bestimmt und anschließend von dem in Abbildung IV.4 dargestellten Summenenergiespektrum nach Ermittlung eines linearen Untergrundes abgezogen wurde. Um den untersuchten Bereich zu niedrigen Energien hin fortzusetzen, wurden unterhalb von 1400 keV die Daten der Messung mit der ^{22}Na -Quelle verwendet.

Abbildung IV.10a zeigt nochmals das $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ Summenenergiespektrum zusammen mit einem Polynom dritter Ordnung, das im Bereich von 2 MeV bis 3 MeV an die Daten angepaßt wurde. Das Differenzspektrum zwischen den experimentellen Daten und den einander überlappenden Polynomen, deren Parameter in Tabelle IV.1 zusammengefaßt sind, ist in Abbildung IV.10b dargestellt. Die durchgezogenen Linien geben den experimentellen 2σ - bzw. 3σ -Fehler und die ausgefüllten Punkte die Lage der Datenpunkte bei

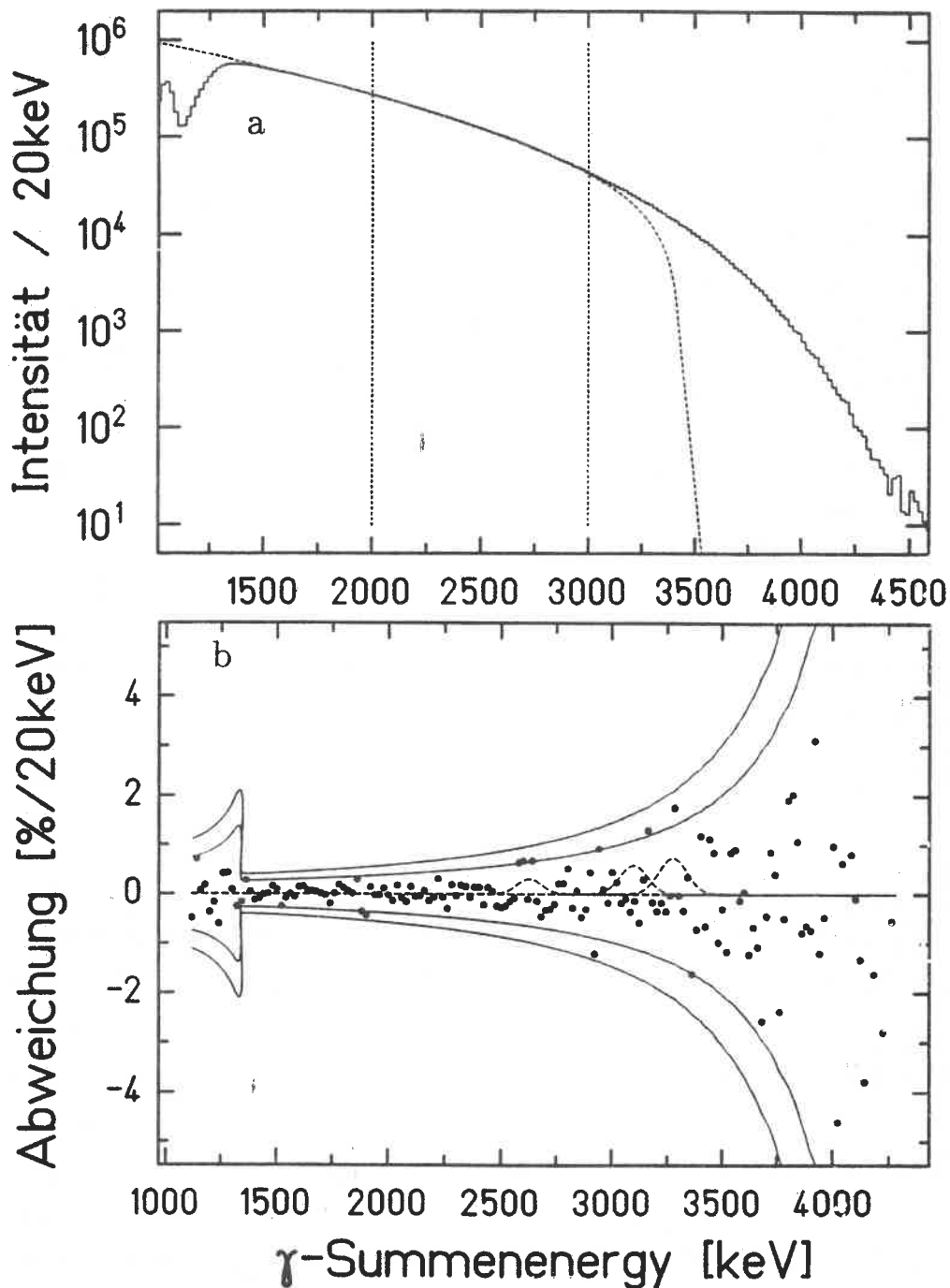


Abb. IV.10: (a) Summenenergiespektrum für den Prozeß: $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ mit Anpassung eines Polynoms dritten Grades im Bereich 2 MeV - 3 MeV; (b) Differenzspektrum zwischen den experimentellen Daten und den an die Daten angepaßten Polynomen; die Gausskurven entsprechen dem mit den Daten maximal verträglichen Resonanzsignal bei den GSI-Energien (620, 760 und 810 keV), die durchgezogenen Linien entsprechen den experimentellen 2σ - und 3σ -Fehlern.

untere Grenze	obere Grenze	Ordnung	$\chi^2_{norm.}$	benutzter Bereich
1121 keV	1400 keV	4	1.1	1121-1380 keV
1341 keV	1600 keV	3	1.2	1381-1540 keV
1501 keV	2500 keV	3	0.8	1541-2260 keV
2001 keV	3000 keV	3	1.1	2261-2760 keV
2501 keV	3500 keV	3	1.2	2761-3440 keV
3401 keV	4300 keV	4	0.8	3441-4300 keV

Tab. IV.1: Daten der Fitpolynome zur Untergrundbestimmung. Angegeben sind die Bereiche in denen die Polynome angepaßt wurden, die Ordnung der Polynome, die normierten χ^2 sowie die zur Ermittlung des Differenzspektrums (Abb. IV.10b) benutzten Intervalle.

einer Kanalbreite von 20 keV an. Die mit den experimentellen Daten maximal verträglichen (3σ) Resonanzsignale sind für die den GSI-Linien bei 620 keV, 750 keV und 810 keV Leptonen-Summenenergien entsprechenden γ -Summenenergien angegeben.

Aufgrund der endlichen experimentellen Auflösungen und der erwarteten Schärfe der Resonanzen ($\simeq 2\mu eV \leq \Gamma_X \leq 20keV$ für $10^{-19} \leq \tau_X \leq 10^{-9}s$) können mögliche Resonanzbeiträge nur in Form des Energie-integrierten Resonanzwirkungsquerschnittes $\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv}$ in [beV] angegeben werden, wobei über die experimentelle Energieauflösung bei der invarianten Masse integriert werden muß. Das Verhältnis der im Laborsystem bei der γ -Summenenergie ω_s gemittelten, experimentell bestimmten Intensitäten zwischen dem Resonanzbeitrag und dem QED 2γ -Untergrund $\frac{\langle N_{res} \rangle}{\langle N_{2\gamma} \rangle}(\omega_s)$ (für die Definition von $N(\omega_s)$ siehe Gleichung 4.1 jedoch ohne Effizienzkorrektur) steht in folgendem Zusammenhang mit den lorentzinvarianten totalen Wirkungsquerschnitten $\sigma_{2\gamma}$ (flacher Verlauf) und σ_{res} (starke Energieabhängigkeit) sowie den die experimentelle Energieauflösung bei der Resonanzenergie beschreibenden Halbwertsbreiten Δm_{inv} und $\Delta \omega_s$ im CM- und im Laborsystem :

$$\begin{aligned} \frac{\langle N_{res} \rangle}{\langle N_{2\gamma} \rangle}(\omega_s) &= \frac{\int \sigma_{res} \cdot d\omega_s}{\sigma_{2\gamma} \cdot \Delta\omega_s} = \\ \frac{\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv}}{\sigma_{2\gamma} \cdot \Delta\omega_s} \cdot \frac{d\omega_s}{dm_{inv}} &\simeq \frac{\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv}}{\sigma_{2\gamma} \cdot \Delta m_{inv}}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

woraus für den CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitt :

$$\begin{aligned} \int \sigma_{res} \cdot dm_{inv} &= \frac{\langle N_{res} \rangle}{\langle N_{2\gamma} \rangle}(\omega_s) \cdot \sigma_{2\gamma}(\omega_s) \cdot \frac{dm_{inv}}{d\omega_s}(\omega_s) \cdot \Delta\omega_s = \\ &\frac{\langle N_{res} \rangle}{\langle N_{2\gamma} \rangle}(\omega_s) \cdot \sigma_{2\gamma}(\omega_s) \cdot \frac{m}{\sqrt{2 \cdot m \cdot \omega_s}} \cdot \Delta\omega_s \end{aligned} \quad (4.4)$$

folgt. Die absolute (Labor) Energieauflösung $\Delta\omega_s$ setzt sich aus der Summenenergielinienform für die Zerstrahlungsquanten und der Resonanzverbreiterung aufgrund der bisher vernachlässigten Bindungsenergie der Targetelektronen des Abbremsmaterials zusammen.

Die Halbwertsbreite der Summenenergielinie wird bestimmt, indem man die mit der experimentellen Einzelenergieverteilung gewichtete Mittelung der zur jeweiligen Summen- und Einzelenergie gehörigen normierten Gaußfunktion mit der Halbwertsbreite $FWHM_{SUM} = \sqrt{FWHM^2(\omega_1) + FWHM^2(\omega_s - \omega_1)}$ ermittelt. Es folgt für die Halbwertsbreite der Summenenergielinie :

$$FWHM_{SUM} = \frac{186.953}{\sqrt{\omega_s}} + 1.31066 \quad [\%], \quad \omega_s \text{ [keV]}. \quad (4.5)$$

Der Einfluß der Elektronenbindung

Die Fermibewegung der Elektronen des Annihilationsmediums ermöglicht keine exakte Umrechnung zwischen γ -Summenenergie und invarianter Masse für den individuellen Einzelprozeß mehr, da der Impuls der gebundenen Elektronen q nicht beobachtbar ist. Für den Mittelwert des Elektronenimpulses gilt jedoch $\langle q \rangle = 0$, sodaß der Schwerpunkt der beobachteten γ -Summenenergie immer noch über Gleichung 2.1 mit dem Schwerpunkt der invarianten Masse in Verbindung steht. Die Elektronenbindung bewirkt jedoch eine Verbreiterung für eine im CM-System scharfe Resonanz nach der Transformation ins Laborsystem, die von der Kernladungszahl des Annihilationsmediums abhängig ist.

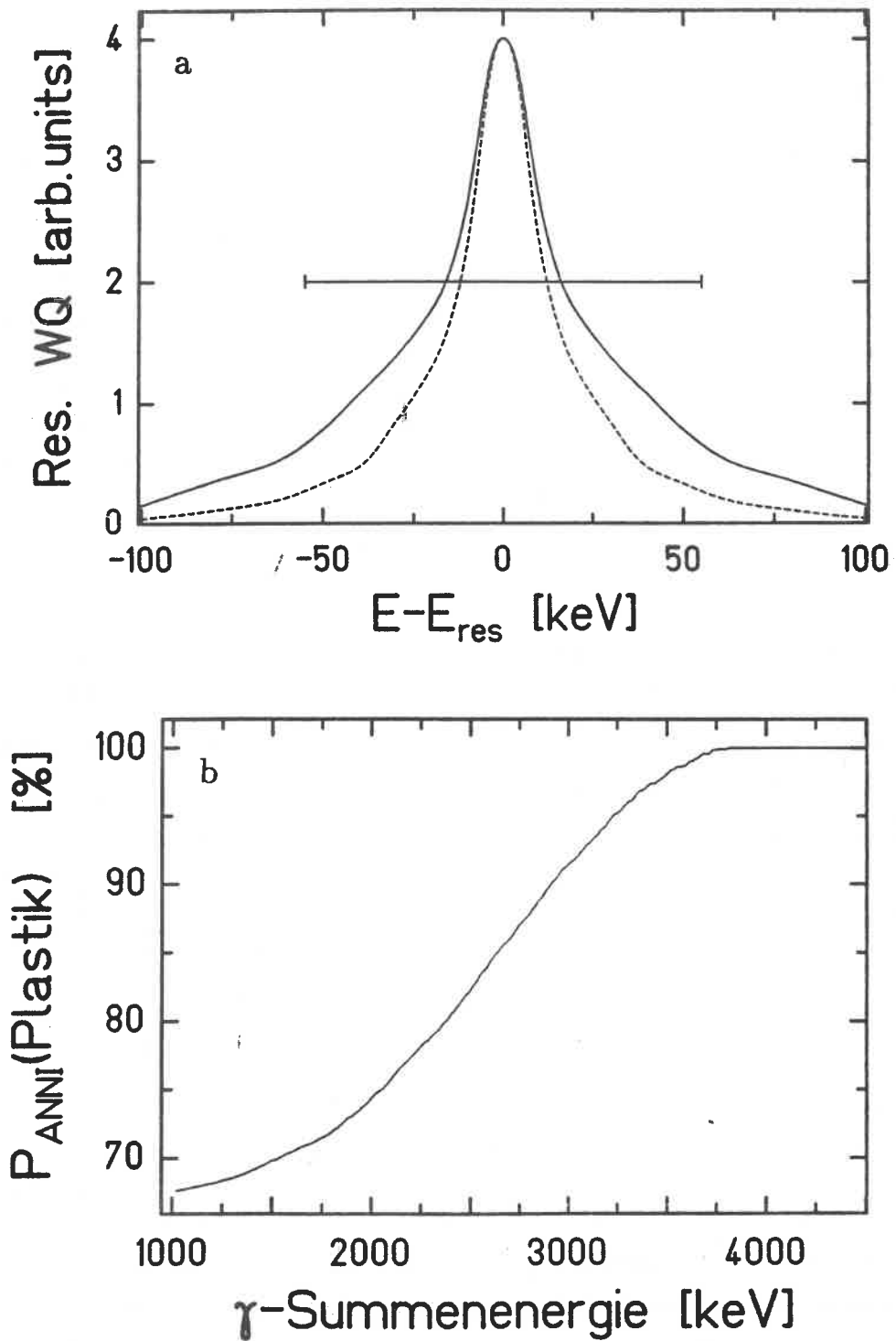


Abb. IV.11: (a) Verbreiterung des Resonanzsignals durch Annihilation an gebundenen Elektronen (Al:durchgezogene Linie; C:gestrichelte Linie); (b) Positronen-Annihilationswahrscheinlichkeit $P_{\text{ANNI}}(\text{Plastik})$ im Plastiksintillator als Funktion von $\omega_s(E_{e^+})$.

Ähnliche Probleme treten bei der Comptonstreuung auf, bei welcher bei der Streuung an freien Elektronen eine eindeutige Beziehung zwischen der Wellenlängenänderung und dem Streuwinkel des Photons im Laborsystem besteht. Dieser Zusammenhang gilt für die Streuung an gebundenen Elektronen wiederum nur im Mittel und nicht für den individuellen Streuprozess. Deshalb muß die Klein-Nishina-Formel, die den Wirkungsquerschnitt für die Comptonstreuung in quantenmechanischer Behandlung angibt, bei Streuung an gebundenen Elektronen im nichtrelativistischen Fall mit dem Compton Profil des Streumediums multipliziert werden [COO85, DOV82, DOV83, SCH88]. Im relativistischen Fall lassen sich die Korrekturen nicht mehr in so einfacher Weise durch das Compton-Profil ausdrücken, welche bloß in Fällen relativ kleiner Kernladungszahlen (nichtrelativistische Bewegung der gebundenen Elektronen) zu einer guten Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie führen [HOL88]. Die in den Experimenten benutzten Festkörpertargets bewirken aufgrund der Absenkung der potentiellen Energie der Elektronen durch die Bindung im Festkörper über den Virialsatz : $2 \langle E_{kin} \rangle = - \langle V \rangle$ eine zusätzliche Erhöhung der mittleren kinetischen Energie der Elektronen und damit eine weitere Verbreiterung des im CM-System scharfen Resonanzsignals bei Beobachtung im Laborsystem. Die Festkörper Comptonprofile setzen sich aus einem breiten Untergrund von den stark gebundenen 1s-Elektronen und einem schmalen Teil der Elektronen in den Leitungsbändern zusammen (siehe Abbildung IV.11a). Deshalb bietet sich ein Kohlenwasserstofftarget an, wie das in diesem Experiment verwendete Plastiksintillatormaterial, bei welchem sich ein großer Teil der Elektronen in den C - H-Bindungen befindet (siehe auch die in [WEI70] angegebenen Comptonprofile für Polyethylen).

Bezeichnet man die invariante Masse der Resonanz mit m_X , d.h. $E_{res} = m_X$, sowie die Wellenfunktion der gebundenen Elektrones mit Ψ so gilt bei nichtrelativistischer Behandlung in erster Näherung für den Resonanzwirkungsquerschnitt im Laborsystem [REI88, SCH88] :

$$\sigma_{res_{geb}}(E - E_{res}) \simeq \frac{4 \cdot \pi^2}{m^2} \cdot (2J + 1) \cdot \frac{\Gamma}{(\rho^2 - 4)^{\frac{3}{2}}} \cdot J(q_0) \quad (NR) , \quad (4.6)$$

mit der Definition des Compton Profils [SCH88, REI88] :

$$J(q_0) = 2 \cdot \pi \cdot \int_{q_0}^{\infty} dq \cdot q \cdot |\Psi(q)|^2 .$$

Dabei gilt $\rho = \frac{m_X}{m}$, wobei m die Ruhemasse des Elektrons bedeutet; q_0 entspricht dem

minimalen Impulsübertrag :

$$q_0 = \frac{2 \cdot |E - E_{res}|}{\rho \cdot \sqrt{\rho^2 - 4}}$$

Aus diesem Grund lassen sich keine Resonanzstrukturen auflösen, die feiner als das Comptonprofil sind, welches für Aluminium und Kohlenstoff (Festkörper) in Abbildung IV.11a zusammen mit einer typischen Summenenergiehalbwertsbreite der NaJ-Detektoren in dem Energiebereich der GSI-Linien dargestellt ist.

Abbildung IV.11b zeigt die energiedifferentielle Annihilationswahrscheinlichkeit der Positronen nach der Mindestenergie deposition im Plastik-Szintillator, die mit Hilfe der GEANT3-Simulation ermittelt wurde. Im wichtigen invarianten Massenbereich $m_X > 1.6$ MeV (γ -Summenenergie > 2.5 MeV) finden mehr als 80% aller Annihilationsprozesse im Plastiksintillator statt. Da die effektive Kernladungszahl des Plastiksintillators mit $\langle Z \rangle = 3.4$ noch deutlich unter der des Kohlenstoffs liegt, ist die im Laborsystem beobachtbare Breite der Resonanzlinie in sehr guter Näherung allein durch die Energieauflösung der NaJ-Detektoren gegeben.

Um nach Gleichung 4.4 die oberen Grenzen für die mit den experimentellen Daten verträglichen (CM) Energie-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte zu ermitteln, wurde das aus Abbildung IV.10b auf dem 3σ -Niveau verträgliche maximale Resonanzsignal $\frac{\langle N_{res} \rangle}{\langle N_{2\gamma} \rangle}(\omega_s)$, der im zweiten Kapitel diskutierte angegebene 2-Photonen Annihilationsquerschnitt $\sigma_{2\gamma}(\omega_s)$ sowie die in Gleichung 4.5 angegebene Labor-Summenenergieauflösung $\Delta\omega_s = FWHM_{SUM}(\omega_s)$ benutzt. Abbildung IV.12a zeigt die auf diese Weise ermittelten oberen Grenzen für Resonanzbeiträge zur 2-Photonen Annihilation im Fluge als Funktion der γ -Summenenergie für den untersuchten invarianten Massenbereich (durchgezogene Linie) zusammen mit den Ergebnissen des letzten und bisher genauesten Experiments (gestrichelte Linie) [CON88] für diesen Massenbereich.

Unter der Annahme, daß die Resonanz nur in e^+e^- und/oder 2 Photonen zerfällt ($\Gamma = \Gamma_{e^+e^-} + \Gamma_{\gamma\gamma}$), kann die obere Grenze für den CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitt mit Hilfe der Breit-Wigner Formel durch :

$$\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv} = \frac{(2J+1) \cdot \pi^2}{2 \cdot (m \cdot \beta \cdot \gamma)^2} \cdot \frac{\Gamma_{e^+e^-} \cdot \Gamma_{\gamma\gamma}}{\Gamma} \quad (J = 0, 2, 4 \dots) \quad (4.7)$$

in Werte für das Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten umgewandelt werden, die in Abbildung IV.12b für skalare und pseudoskalare Resonanzen ($J = 0$) dargestellt sind.

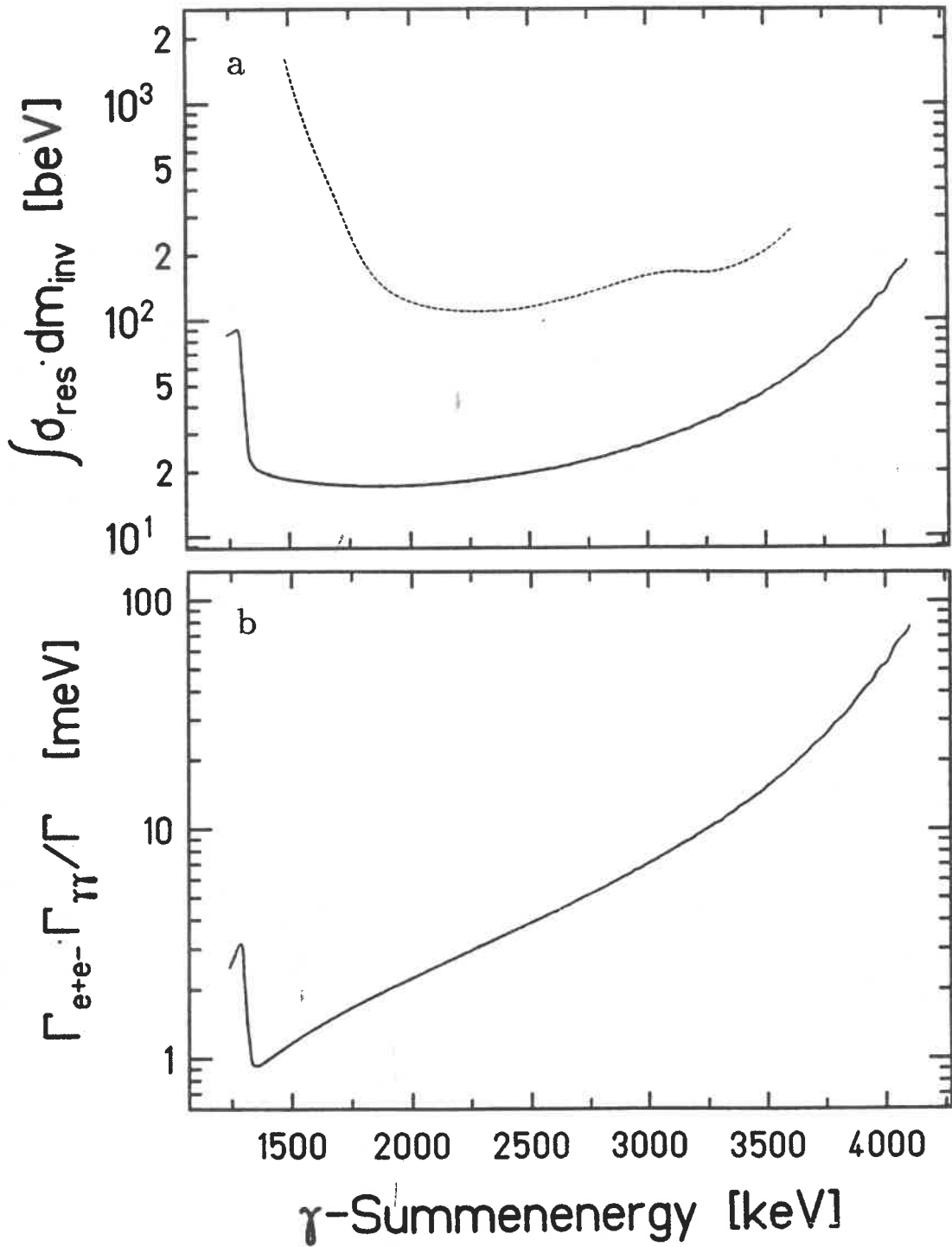


Abb. IV.12: (a) Mit den experimentellen Daten maximal verträglicher (3σ) CM-integrierte Resonanzwirkungsquerschnitt für den 2-Photonen Endkanal, die gestrichelte Linie stammt aus [CON88]; (b) daraus resultierende partielle Resonanz-Zerfallsbreite für $J=0$ mit $\Gamma = \Gamma_{e^+e^-} + \Gamma_{\gamma\gamma}$.

Die in Abbildung IV.12a angegebenen (CM) Energie-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte sind jedoch unabhängig vom Spin der Resonanz ($J = 0, 2, 4, \dots$) und damit unabhängig von der Einzelenergieverteilung der Quanten im Laborsystem (siehe auch Abbildung II.2b, die die Einzelenergieverteilung für $J = 0$ -Resonanzen angibt), da die Summenenergie-Photopeakeffizienz für den 2-Photonen Endkanal in guter Näherung unabhängig von der Verteilung auf die beiden Einzelenergien ist (die Einzelenergien für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow X_0 \rightarrow 2\gamma$ liegen wie im Falle des Prozesses $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ zwischen den im Kapitel II.1 angegebenen Werten ω_{min} und ω_{max} , oberhalb der unteren Energieschwelle der Kristallkugel).

Die Beschränkung der Analyse im Falle skalarer bzw. pseudoskalarer Resonanzen auf Einzelenergieintervalle, in denen die $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Einzelenergieverteilung möglichst flach ist (vgl. Abb. II.2b und IV.8) verbessert zwar das Resonanz-Signal- zu Annihilations-Untergrund-Verhältnis, erhöht jedoch die statistischen Fehler bei der Ermittlung des Differenzspektrums (Abb. IV.10b), sodaß die Grenzen für $J = 0$ -Resonanzbeiträge kaum verändert werden.

In dieser Messung konnten die oberen Grenzen für Resonanzenbeiträgen mit geradzahligem Gesamtdrehimpuls ($J = 0, 2, 4, \dots$; $C = +1$) im invarianten Massenbereich von $1.1 \text{ MeV} \leq m_{inv} \leq 2.1 \text{ MeV}$ um eine Größenordnung verbessert werden. Durch den modularen Aufbau und die 4π -Nachweiseffizienz der Kristallkugel, wurden die oberen Grenzen für $C = +1$ -Resonanzbeiträge simultan für alle beitragenden Gesamtdrehimpulse ($J = 0, 2, 4, \dots$) bestimmt. Außerdem wurden die theoretischen Vorhersagen für die Positronen Annihilation im Fluge in 2 Photonen bestätigt, wobei zum ersten Mal auch die theoretischen Vorhersagen für die Einzelenergieverteilung detailliert untersucht und bestätigt wurden.

IV.2 Der 3-Photonen Endkanal

Bei der Untersuchung der Annihilation im Fluge in 3 Photonen ist man auf Resonanzbeiträge mit einer Ladungsparitätsquantenzahl $C=-1$ und damit ungeradzahligem Gesamtdrehimpuls sensitiv. Da die erwarteten Resonanzbreiten klein im Vergleich Energieauflösung der Kristallkugel sind ($\Gamma \simeq \text{meV}$, $FWHM = \Delta\omega, \simeq 100\text{keV}$), kann, wie im Falle des 2-Photonen Endkanals (siehe Gl. 2.6), der Interferenzterm zwischen der QED-Amplitude und der Resonanzamplitude nicht beobachtet werden, sodaß der Gesamtwirkungsquerschnitt durch $\sigma_{ges} \propto (QED^2 + X^2)$ beschrieben werden kann, wobei X^2 den Resonanzbeitrag wiedergibt. In diesem Abschnitt soll der maximal mögliche Resonanzbeitrag im 3γ -Kanal experimentell abgeschätzt werden, wobei nur die Daten aus der ^{27}Si -Messung benutzt wurden.

Der Wirkungsquerschnitt für die 3-Photonen Annihilation im Fluge ist, wie in Abschnitt II.2 diskutiert, etwa 2 Größenordnungen kleiner als die 2-Photonen Annihilation (siehe Abbildung II.4); deshalb kann das echte 3γ -Signal durch Untergrundprozesse aufgrund der störenden $2 - \gamma$ Annihilation überdeckt werden; die 2-Photonen Annihilation mit anschließender Streuung eines Photons in ein drittes NaJ-Modul, Bremsstrahlung mit anschließender 2-Photonen Annihilation sowie zufällige Koinzidenzen können die Bedingungen bei der Datenaufnahme - 3 ansprechende NaJ-Module, eine Summenenergie größer als 1022 keV und prompte Koinzidenz zwischen Plastik-Detektor und Kristallkugel - ebenso erfüllen wie die 3-Photonen Zerstrahlung im Fluge. Das Ziel der folgenden Datenanalyse ist es, das $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal zu Untergrund-Verhältnis zu optimieren.

Abbildung IV.13 zeigt das geeichte Zeit ODER-Spektrum der mit $N_\gamma = 3$, $\omega_s > 1022$ keV und prompter Plastik-Koinzidenz aufgenommenen Daten, sowie das prompte Zeitfenster, innerhalb dessen sich alle γ -Quanten eines akzeptierten Ereignisses befinden müssen. Dieses Spektrum hat die gleiche Form wie das in Abbildung III.4b dargestellte $N_\gamma = 2$ -Zeitspektrum (siehe Diskussion in Kapitel III.2), wobei auch in diesem Fall der Zeitnullpunkt willkürlich auf 100ns festgelegt wurde.

Der dominante Störbeitrag stammt von $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ Ereignissen, bei welchen eines der beiden Photonen in ein drittes NaJ-Modul gestreut wird. Da anfänglich dominant 2 Annihilations Photonen emittiert werden, kann man den Beitrag der Streuprozesse aus der (N_γ) Multiplizitätsverteilung (entspricht der Response der Kristallkugel auf 2 Photonen

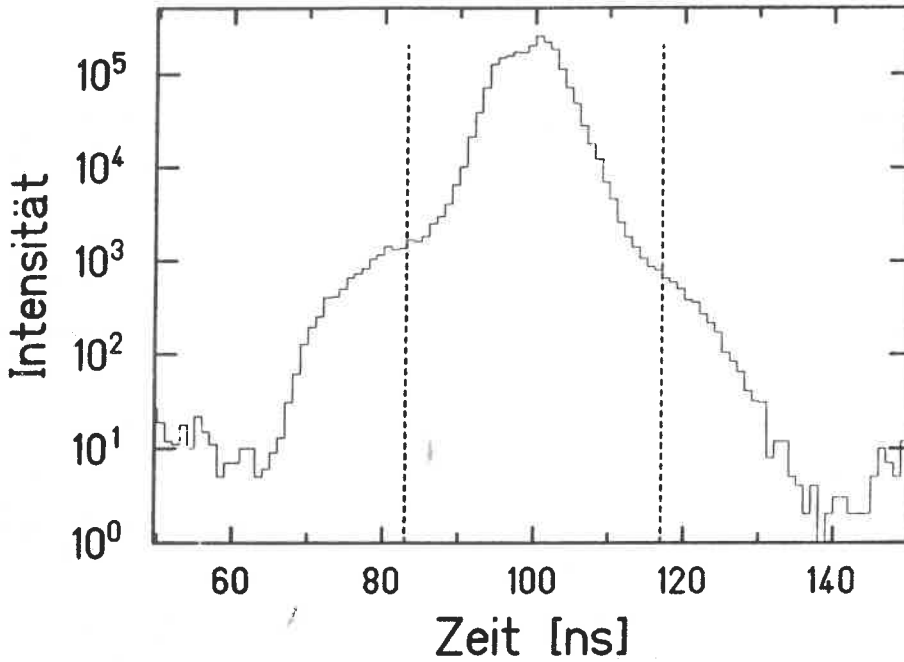


Abb. IV.13: Zeit ODER-Spektrum für die $N_\gamma = 3$ Daten, die gestrichelten Linien markieren das prompte Fenster innerhalb dessen alle Photonen eines akzeptierten Ereignisses auftreten müssen.

mit der $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ Energieverteilung) ermitteln, die in Abbildung IV.14a unter der Bedingung, daß die Photonen in prompter Koinzidenz zum Plastiktrigger nachgewiesen wurden, für das Summenenergieintervall $1.6 \text{ MeV} \leq \omega_s \leq 3.8 \text{ MeV}$ gezeigt ist. Dabei wurden die Daten verwendet, bei denen keine Bedingungen an die Multiplizität und die γ -Summenenergie bei der Datenaufnahme verlangt wurden.

Für $N_\gamma = 2$ ist außerdem die Zahl der Ereignisse angegeben, die die kinematische Bedingung für die 2-Photonen Annihilation erfüllen. Dieses gereinigte Signal, das bis auf die Effizienzkorrekturen dem in Abbildung II.2 angegebenen totalen 2γ -Wirkungsquerschnitt $\sigma_{2\gamma}$ entspricht, sowie das $N_\gamma = 3$ Signal sind in Abbildung IV.14b Summenenergie-differentiell dargestellt. Da die Effizienzkorrekturen der Kristallkugel in erster Näherung nur von der beobachteten γ -Summenenergie und nur schwach von der Energieverteilung auf 2 bzw. 3 Photonen abhängen, erkennt man deutlich, daß der $N_\gamma = 3$ Untergrund mehr als zwei Größenordnungen größer als die aus der echten 3-Photonen Annihilation stammende Intensität ist (vergleiche auch Abb. II.4, in der die totalen Wirkungsquerschnitte für die 2- und 3-Photonen Annihilation im Fluge angegeben sind).

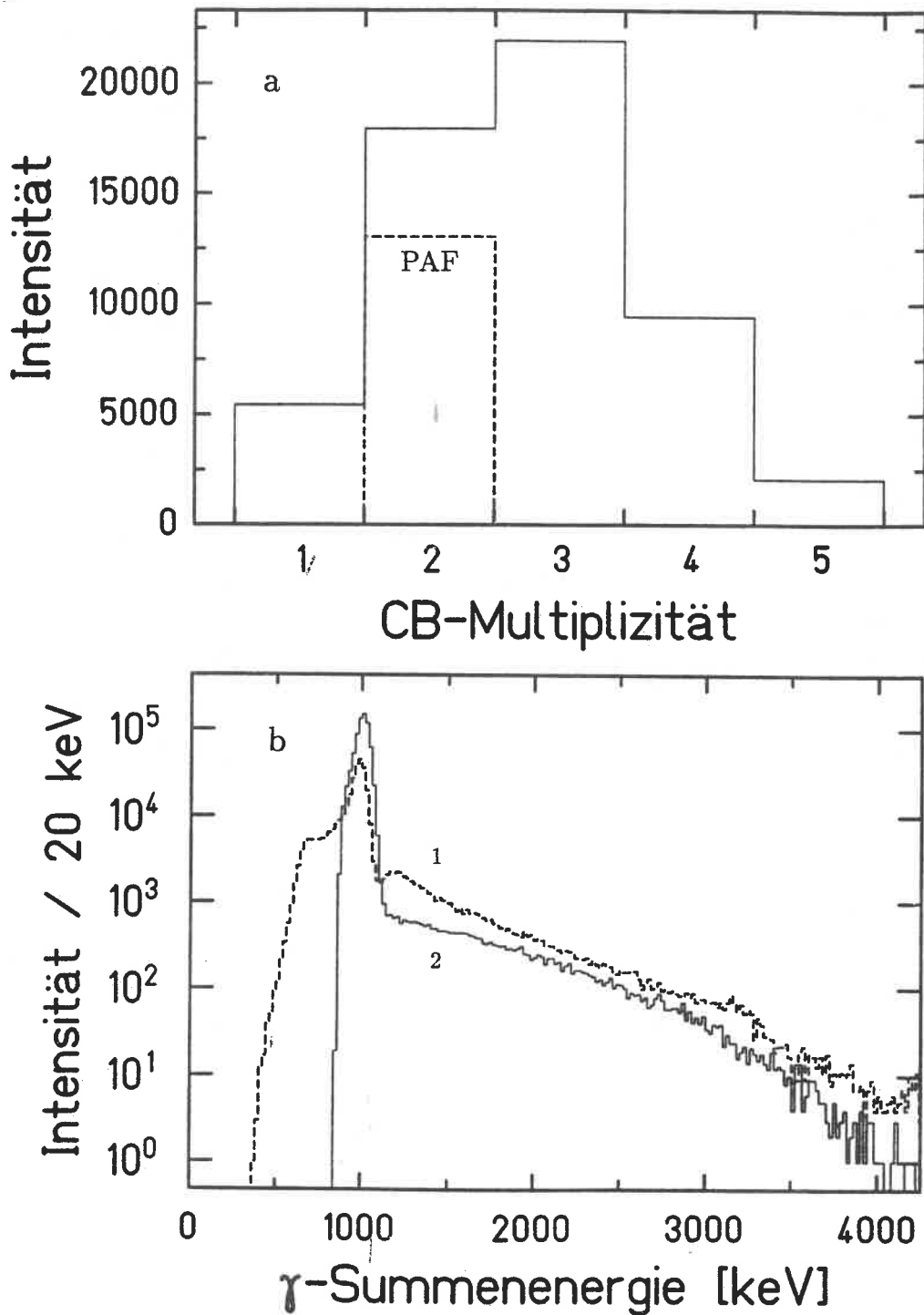


Abb. IV.14: (a) Multiplizitätsverteilung der Daten im γ -Summenenergieintervall $1.6 \text{ MeV} \leq \omega_s \leq 3.8 \text{ MeV}$ und Signal der Ereignisse, die die PAF-Kinematik erfüllen (gestrichelte Linie); (b) Summenenergie-differenzielle Intensität für $N_\gamma = 3$ (1) und $N_\gamma = 2$ mit Erfüllen der PAF-Kinematik (2).

IV.2.1 Die Selektion des 3-Photonen Endkanals

Bei der Forderung nach 3 isoliert ansprechenden NaJ-Modulen (Ausschluß des dominanten Streuprozesses in den nächsten Nachbar-Kristall) und dem Verwerfen von Ereignissen, bei denen 2 diametral angeordnete Detektoren angesprochen haben (Ausschluß von zufälligen Koinzidenzen, die dominant in Koinzidenz zu zwei 511 keV Zerstrahlungsquanten auftreten), erhält man das in Abbildung IV.15 dargestellte Summenenergiespektrum (2). Es ist zusammen mit dem Summenenergiespektrum (1) der geeichten Rohdaten dargestellt, die unter der Bedingung $N_\gamma = 3$, γ -Summenenergie > 1.022 MeV und prompter Koinzidenz zwischen Plastiktrigger und Kristallkugel aufgenommen wurden. Die Intensität in diesem Spektrum entspricht etwa einem Sechstel der Gesamtintensität. Man erkennt im oberen Spektrum (1) deutlich einen diskreten Beitrag bei $\simeq 3.2$ MeV, der von der in Abbildung III.2 angegebenen 0.18%-Verzweigung in den 2.211 MeV Zustand des ^{27}Al und dem Nachweis der koinzidenten 511 keV Annihilationsquanten stammt. Durch Streuprozesse im Target und im passiven Material der Kristallkugel ist dieser Beitrag auch noch nach der Forderung nach 3 isolierten, nicht diametral ansprechenden Detektoren sichtbar, jedoch ist er wegen der bei dieser Analysebedingung erforderlichen Streuung zu niedrigeren γ -Summenenergien verschoben.

Da für die 3-Quanten Annihilation im Fluge keine einfache kinematische Relation für die Energien und Relativwinkel wie im 2-Photonen Endkanal besteht, muß nachgeprüft werden, ob die 3 Photonen im CM-System die Bedingung: $\hat{k}_{res} = \sum_{i=1}^3 \hat{k}_i = 0$ im Rahmen der experimentellen Auflösung erfüllen, die von Streuereignissen nicht streng erfüllt werden kann, da der Impulsübertrag auf das Streuzentrum nicht beobachtet wird. Um diese Bedingung nachzuprüfen, wird der Gesamtimpuls der 3 Photonen durch Addition der Labor-Einzelimpulse:

$$k_i = \omega_i \cdot u_i(N_{det}), \quad N_{det} = 1..162$$

ermittelt, wobei die Labor-Einheitsvektoren u_i auf das Zentrum der jeweiligen Kristallkugel-Detektoren weisen. Mit Hilfe des Labor-Gesamtimpulsvektors, der den Impuls des Positrons im Augenblick der Zerstrahlung wiedergibt, können die Impulsvektoren der Photonen ins CM-System transformiert werden (CM-Größen sind durch ein 'Dach' gekennzeichnet, Definitionen siehe auch Kapitel II). Durch Addition der 3 CM-Energien erhält man zum einen die invariante Masse (m_{invII}) des Systems, die

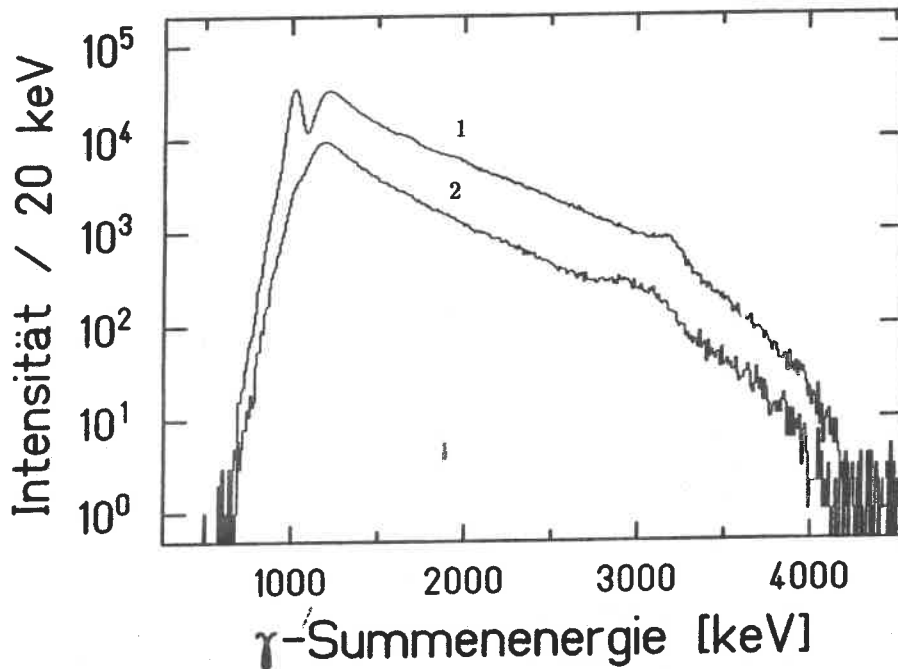


Abb. IV.15: Summenenergiespektrum der mit $N_\gamma = 3$, γ -Summenenergieschwelle und Plastik-Kristallkugel-Koinzidenz aufgenommenen Daten (1) unter der zusätzlichen Forderung nach 3 isolierten, nicht diametralen Detektormodulen (2); die Daten entsprechen $\simeq 1/6$ der Gesamtstatistik.

mit der über die Relation 2.1 ermittelten invarianten Masse (m_{invI}) übereinstimmen muß ($|m_{invI} - m_{invII}| \leq \Delta m$), sowie den Gesamtimpulsvektor im CM-System \hat{k}_{res} , der im Rahmen der Auflösung mit dem Nullvektor ($\hat{k}_{res} < \Delta p$) zusammenfallen muß. Adequate Grenzen für die Parameter Δm ($\frac{\Delta m}{m} \leq 11.5\%$) und Δp ($\Delta p \leq 300 \text{ keV}/c$) erhält man durch die Forderung, daß die mit der Monte-Carlo Simulation ¹ erzeugten echten

¹Monte-Carlo Verfahren werden im allgemeinen bei der Integration von mehrdimensionalen Funktionen angewendet [BYC72, PRE86], bei der elementare numerische Integrationsmethoden zu nicht akzeptablen Rechenzeiten führen. Das Prinzip der Monte Carlo Integration besteht in der Ersetzung des Integranden durch seinen Mittelwert :

$$\int f(x_1, \dots, x_n) \cdot dx_1 \times \dots \times dx_n \simeq \langle f \rangle \cdot Vol,$$

$$\text{mit } \langle f \rangle = \frac{1}{N} \cdot \sum_1^N f(x_{z1}, \dots, x_{zn}) \text{ und } Vol = (x_{1max} - x_{1min}) \times \dots \times (x_{nmax} - x_{nmin}),$$

wobei die x_{zi} zufällig gewählte Werte für die Integrationsvariablen x_i bedeuten. Der Vorteil dieses Verfahrens ist seine universelle Anwendbarkeit, der Hauptnachteil besteht in der nur langsamen Reduktion des Fehlers proportional zu $\simeq \frac{1}{\sqrt{N}}$. Werden die Koordinaten jedoch nicht zufällig gewählt, sondern dominant in die Bereiche verteilt, in denen der Integrand besonders große Werte annimmt (importance

3 γ -Daten nur minimal beschnitten werden (siehe Tabelle IV.2).

Um Compton Streuereignisse in weiter entfernte Module zu erkennen wird fernerhin nachgeprüft, ob je 2 γ -Quanten eines Ereignisses von der Streuung eines Quants, welches die Summenenergie der beiden Photonen besitzt, abstammen können. Ereignisse werden verworfen, wenn die für die Compton Streuung gültige kinematische Relation :

$$\omega_i = \frac{\omega_i + \omega_j}{1 + \frac{\omega_i + \omega_j}{m} \cdot (1 - \cos\theta_{ij})} \quad i, j = 1, 2, 3; \quad i \neq j$$

im Rahmen der experimentellen Auflösungseigenschaften der Kristallkugel für ein Paar erfüllt ist.

Wegen der asymmetrischen Einzelenergieverteilung der $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ Ereignisse passiert es häufig, daß ein Photon hochenergetisch ist und dieses Photon in einem NaJ-Modul ein e^+e^- -Paar erzeugt, bei dessen anschließender Zerstrahlung eines oder beide 511 keV Quanten aus dem Detektor entkommen (single/double escape) und in einem anderen Modul nachgewiesen werden. Um diesen Prozeß auszuschließen, werden außerdem Ereignisse,

sampling : Abspaltung eines Wichtungsfaktors, sodaß der Integrand möglichst konstant wird [BYC72]), erfolgt die Reduktion des Fehlers proportional zu $\simeq \frac{1}{N}$. Eine notwendige und hinreichende Forderung an die Wichtungsfunktion ist die Existenz einer invertierbaren Stammfunktion.

Der einzige freie Parameter bei der Integration des in Gleichung 2.9 angegebenen differentiellen 3-Photonen Annihilationswirkungsquerschnittes bleibt die invariante Masse. Die CM-Einzelenergie $\hat{\omega}_1$ wird mit der für $\hat{\omega}_1 \rightarrow m\gamma$ singulären Funktion $\frac{1}{m\gamma - \hat{\omega}_1}$ und die Relativwinkel werden mit der Sinusfunktion gewichtet, wobei der Integrand nur dann von Null verschiedene Werte liefert, wenn die Zwangsbedingung $\omega_i > E_{Threshold}$ für die beobachteten Labor-Einzelenergien für alle i erfüllt ist.

Um den Einfluß der Analysebedingungen auf 3-Quanten Annihilationsereignisse zu untersuchen, ist es notwendig, sich Ereignisse zu generieren, die der theoretischen 3-Quanten Annihilation entsprechen. Dies geschieht nach folgendem Schema (CM-System) :

- Im ersten Schritt wird die invariante Masse festgelegt.
- Im zweiten Schritt werden dann durch gewichtete Auswahl von ω_1 , $\sin\theta_1$, $\sin\theta_2$ und ϕ_2 die drei Viererimpulsvektoren der Photonen unter Berücksichtigung der Viererimpulserhaltung gewürfelt und dann akzeptiert, wenn die resultierenden Laborenergien größer als eine wählbare Labor-Energieschwelle $E_{Threshold}$ sind.
- Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens eines derartigen Events wird durch Gleichung 2.10 ermittelt und ein Ereignis dann akzeptiert, wenn eine zweite Zufallszahl, die in dem Bereich $[0 \dots \max(\text{Gl.2.10})]$ liegt, kleiner gleich dieser Zahl ist.
- Die so erhaltenen Ereignisse werden ins Laborsystem transformiert und mit den Auflösungs- und Effizienzeigenschaften der Kristallkugel gewichtet.

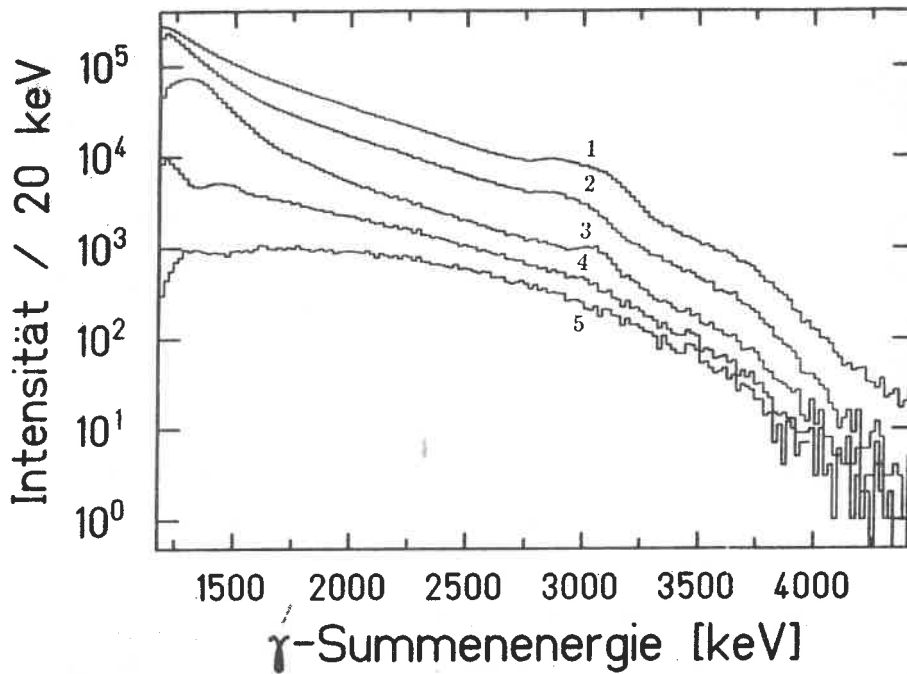


Abb. IV.16: Summenenergiespektren der $N_\gamma = 3$ -Daten unter Forderung nach 3 isolierten, nicht diametralen Detektoren (1), $\sum \hat{k}_i = 0$ (2), Compton Unterdrückung (3) und Ausschluß von Ereignissen für $461 \text{ keV} \leq \omega_i \leq 561 \text{ keV}$ (4) und $370 \text{ keV} \leq \omega_i \leq 580 \text{ keV}$ (5).

bei denen mindestens ein γ -Quant eine Energie im Bereich von $E_{low} < 511 < E_{high}$ keV hat, verworfen. Durch diese Maßnahme werden zugleich zufällig koinzidente Ereignisse, die dominant in Koinzidenz zu 511 keV Quanten auftreten, eliminiert.

Abbildung IV.16 zeigt die unter den Hardwarebedingungen von $N_\gamma = 3$, γ -Summenenergieschwelle und prompte Plastik-Kristallkugelnkoinzidenz aufgenommenen Summenenergiespektren unter den folgenden zusätzlichen Analysebedingungen: 3 isolierte, prompte, nicht diametrale Treffer (1), $\sum_{i=1}^3 \hat{k}_i \simeq 0$ (2), Ausschluß von Compton Streueignissen (3) sowie Ausschluß von Ereignissen mit einer γ -Energie im Bereich von $461 \text{ keV} < \omega_i < 561 \text{ keV}$ (4) und $370 \text{ keV} < \omega_i < 580 \text{ keV}$ (für $i = 1..3$), wobei durch die letztgenannte Bedingung auch die Ereignisse ausgeschlossen werden, bei denen ein 511 keV Quant nicht im Photopeak nachgewiesen wurde.

Den Einfluß der Analysebedingungen kann man anhand des diskreten Beitrages bei $\simeq 3$ MeV in Abbildung IV.16 erkennen, der von der 0.18%igen Verzweigung des ^{27}Si in den 2.211 MeV Zustand im ^{27}Al (siehe auch Abb. III.2) und dem Nachweis des 2.211 MeV Quants in Koinzidenz zu den beiden 511 keV Annihilationsquanten in der Kristallkugel

stammt. Durch den Ausschluß von diametralen Ereignissen, müssen die Annihilationsquanten im Targetmaterial gestreut werden, die Unterdrückung der Comptonstreuung (Abb. IV.16 (3)) läßt nur die Ereignisse übrig, bei denen das 2.211 MeV Quant im Photopeak nachgewiesen wurde. Der Ausschluß von Ereignissen mit Photonen im 511 keV Bereich unterdrückt die $2 \times 511 \text{ keV} - 2.211 \text{ MeV}$ Koinzidenzen dann in den Bereich unterhalb der Nachweisgrenze der Kristallkugel (Abb. IV.16 (4,5)).

Wird bei der Abbremsung der Positronen im Target ein Bremsquant emittiert, so kann dieses Quant zusammen mit 2 Annihilationsphotonen ein $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Ereignis vortäuschen. Um diesen Beitrag zu ermitteln, wurde das Simulationsprogramm GEANT3 eingesetzt, mit welchem die Intensität der Bremsstrahlung bei der Abbremsung von ^{27}Si -Positronen im Targetmaterial sowie die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten eines Bremsquants mit anschließender Annihilation in Ruhe sowie anschließender Annihilation im Fluge abgeschätzt wurde. Das bei der Abbremsung der ^{27}Si -Positronen im Targetmaterial emittierte Bremsspektrum ist in Abbildung IV.17 dargestellt. Das Auftreten der Bremsquanten in Koinzidenz zu zwei 511 keV Zerstrahlungsquanten wird durch die o.g. Maßnahmen und durch das exponentielle Abklingen des Bremsspektrums im interessanten invarianten Massenbereich von $\simeq 1.3 \text{ MeV}$ bis $\simeq 2 \text{ MeV}$ (d.h. $\omega_s \simeq 1.65\text{-}3.90 \text{ MeV}$) sehr wirkungsvoll unterdrückt. Die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines Bremsquants mit anschließender Zerstrahlung im Fluge beträgt $1.9 \pm 0.16 \text{ }^\circ/\text{oo}$.

Mit den diskutierten Analysebedingungen sind alle Selektionsmöglichkeiten für den 3-Photonen Endkanal bei der Kristallkugel ausgenutzt worden. Es bleibt zu klären, wie stark die echten $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Ereignisse durch die oben genannten Analysebedingungen beschnitten werden. Deshalb wurden die simulierten Monte-Carlo Daten mit den gleichen Programmen analysiert. Um das Ansprechverhalten der Kristallkugel im Niederenergiebereich zu simulieren, wurde die im Kapitel IV.2.1 beschriebene untere Labor-Energieschwelle $E_{\text{Threshold}}$ empirisch so bestimmt, daß die simulierten Einzelenergiespektren mit den experimentellen Einzelenergiespektren für den $N_\gamma = 3$ - Kanal im Bereich der Kristallkugelschwellen von 80 keV bis 200 keV übereinstimmen. Fernerhin müssen Ereignisse ausgeschlossen werden, bei denen die Relativwinkel zwischen zwei Photonen unterhalb der Granularität der Kristallkugel ($\Delta\theta_{12} \leq 18^\circ$) liegen, da in diesem Falle zwei Photonen in einem NaJ-Modul nachgewiesen werden (erste Zeile in Tabelle IV.2; $N_\gamma = 3$ bedeutet das Ansprechen von 3 Kristallkugel Modulen). Der Einfluß der oben diskutierten

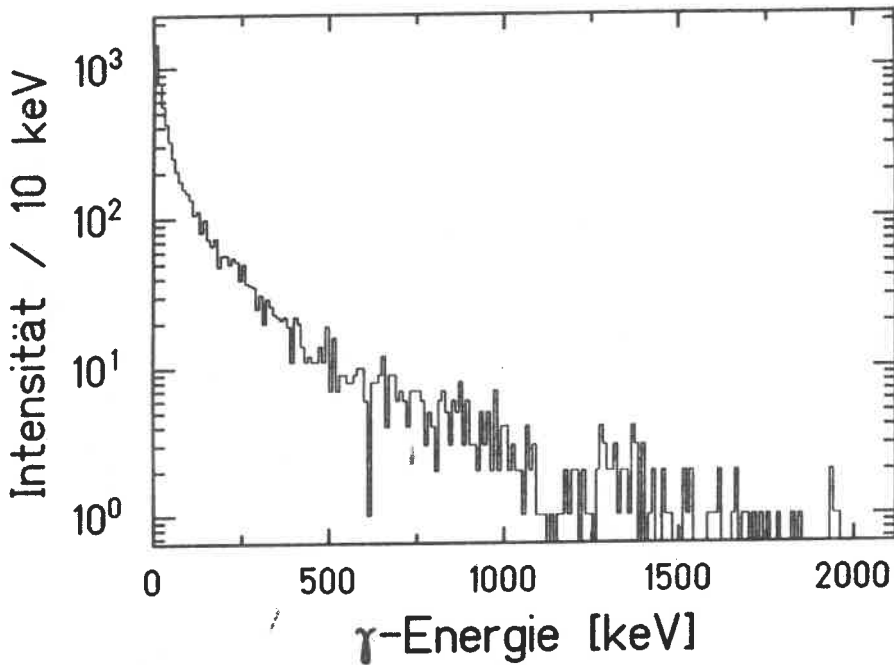


Abb. IV.17: Spektrum der mit Hilfe der GEANT3-Simulations erhaltenen, bei der Abbremsung von ^{27}Si -Positronen im aktiven Targetmaterial emittierten Bremsquanten.

Analysebedingungen ist in Tabelle IV.2 für die verschiedenen γ -Summenenergien angegeben. Die Compton Abfrage sowie der Ausschluß von Ereignissen mit Energien im 511 keV Bereich liefern dabei die größten Reduktionsfaktoren, während die Forderung nach einem CM-Gesamtimpuls von Null von den simulierten Daten sehr gut erfüllt wird, da das Analyseprogramm daraufhin optimiert wurde.

Jetzt kann man abschätzen, wie stark das $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal im Verhältnis zu dem dominanten Störbeitrag der 2-Photonen Annihilation mit anschließender Streuung in der Kristallkugel angereichert werden konnte. Um dieses Signal zu Untergrundverhältnis $SNR(\omega_s)$ anzugeben, geht man von dem Verhältnis der in der Abbildung II.4 angegebenen totalen Wirkungsquerschnitten für die 2- und 3-Photonenannihilation aus, wobei jedoch die unteren Energieschwellen bei der Ermittlung des totalen 3-Photonen Annihilationswirkungsquerschnittes auf die oben genannte Weise empirisch angepaßt wurden und die unterschiedlichen Photopeak- und Targetstreu-Effizienzen, die für den 3-Photonen Endkanal um etwa 20% (bei $\omega_s=2.5$ MeV) geringer sind als für 2-Photonen Endkanal, berücksichtigt wurden.

Nach Abbildung IV.14b wird die Untergrund Intensität, bedingt durch die Response der Kristallkugel, um das Verhältnis $\frac{N_{\gamma=3}}{N_{\gamma=2}}(\omega_s)$ vergrößert und durch die oben diskutierten

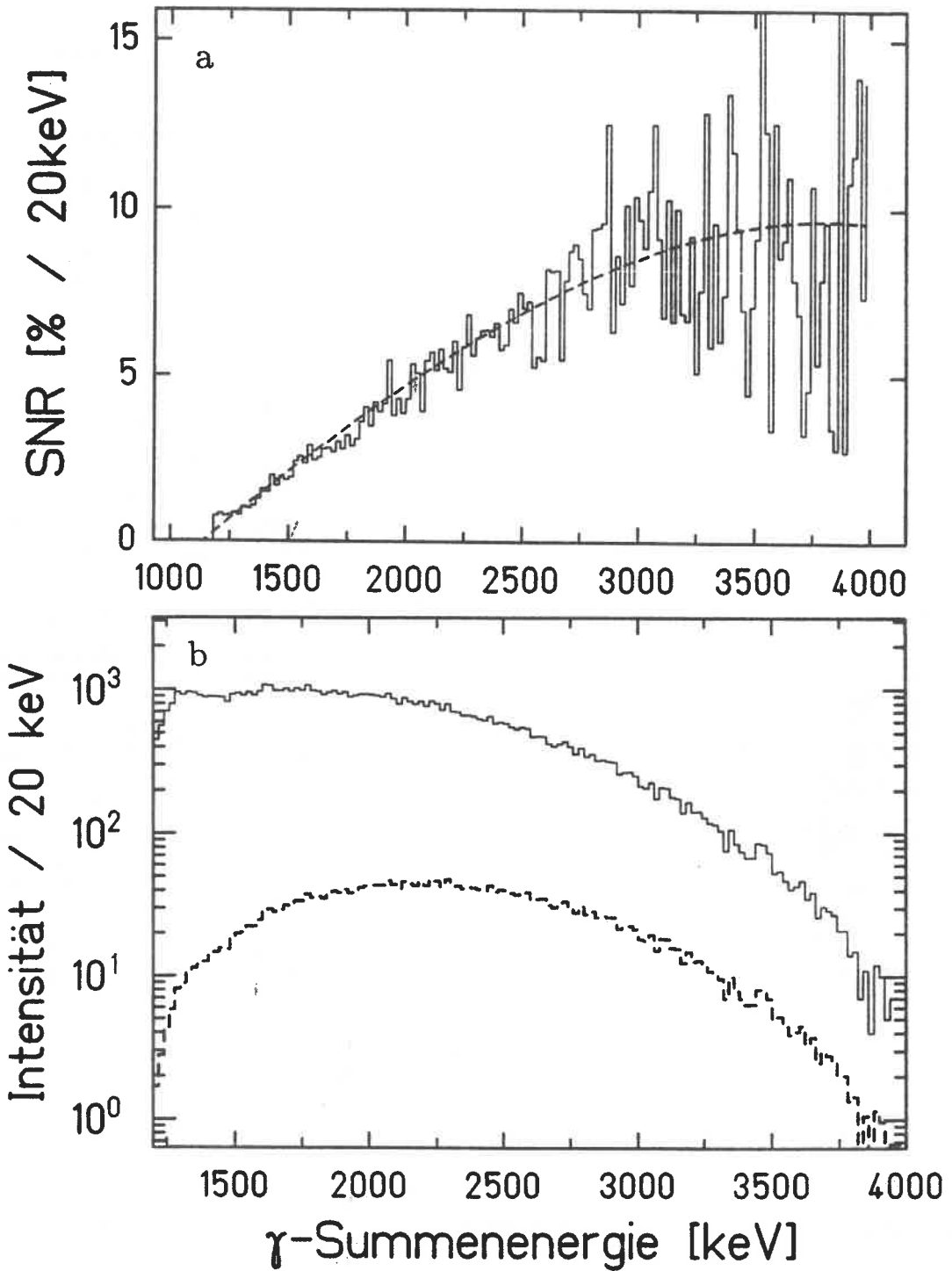


Abb. IV.18: (a) Maximal erreichtes $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal zu Untergrund Verhältnis SNR ; (b) 3γ -Summenenergiespektrum nach Forderung aller Analysebedingungen (1) und das erwartete $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal (2).

ω_s	1.5 MeV	2.0 MeV	2.5 MeV	3.0 MeV	3.5 MeV	4.0 MeV
$N_\gamma = 3$	97.7±1.0	97.1±1.0	96.0±1.0	95.0±1.0	93.4±1.00	92.9±1.00
isoliert, nicht diamteral	89.2±1.1	83.2±1.1	78.0±1.0	73.5±1.0	68.2±0.93	64.3±0.90
$\sum_{i=1}^3 \hat{k}_i \simeq 0$	89.2±1.1	83.2±1.1	77.5±1.0	72.4±1.0	66.1±0.92	61.6±0.88
keine, Compton Streuung	31.9±0.7	34.0±0.7	34.3±0.7	33.7±0.7	31.4±0.63	31.1±0.62
Ausschluß wenn 462keV < ω_1 < 562keV	16.6±0.5	20.6±0.5	24.3±0.6	24.5±0.6	23.4±0.55	24.2±0.55
Ausschluß wenn 370keV < ω_1 < 580keV	4.5±0.3	9.5±0.4	14.2±0.4	16.7±0.5	16.9±0.46	18.7±0.48

Tab. IV.2: Einfluß der Analysebedingungen auf die Monte-Carlo Daten [%] bezogen auf die simulierten 3γ -Ereignisse mit empirisch angepaßter unterer Energieschwelle, die einer Intensität von 100% entsprechen (siehe Text).

Analysebedingungen (siehe Abbildungen IV.15 und IV.16) reduziert. Tabelle IV.2 gibt in der letzten Zeile die resultierende Unterdrückung des $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signals durch die Forderung aller Analysebedingungen an, woraus man das in Abbildung IV.18a angegebene $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal zu Untergrundverhältnis $SNR(\omega_s)$ erhält. Abbildung IV.18b zeigt das in Abbildung IV.16 (5) bereits dargestellte γ -Summenenergiespektrum (1) sowie das nach dem in Abbildung IV.18a angegeben Signal zu Untergrundverhältnis bei diesem Spektrum erwartete $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal (2).

In Übereinstimmung mit dieser Diskussion sind in Abbildung IV.19 die CM-Einzelenergiespektren für die experimentellen und die simulierten (dicke Linie) Daten für Labor γ -Summenenergien von 2.0 MeV (a) und 2.5 MeV (b) gezeigt. Man erkennt klar, daß der dominante Beitrag in diesen Spektren nicht von der 3-Photonen Annihilation abstammen kann, die in diesen Spektren zu maximal einem Drittel der Gesamtintensität beitragen.

IV.2.2 Die Resonanz-Analyse

Die Resonanzbeiträge werden durch Subtraktion des flachen QED $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ und des flachen Störbeitrag Untergrundes von dem in Abbildung IV.16 (5) und IV.18b (1) gezeigt

ten Summenenergiespektrums ermittelt. Dies geschieht durch Anpassung von Polynomen dritten Grades in einander überlappenden, 1 MeV breiten Intervallen, da das glatte Spektrum nicht ab initio mit der notwendigen Genauigkeit ermittelt werden kann. Das Differenzspektrum zwischen dem Summenenergiespektrum in Abbildung IV.18b (1) und den daran angepaßten Polynomen ist in Abbildung IV.20 mit den statistischen 2σ - und 3σ -Fehlern dargestellt (siehe auch Abbildung IV.10).

Wie die Untersuchung der 2-Photonen Annihilation zeigte, die nach Streuprozessen in der Kristallkugel den dominanten 3γ -Störbeitrag liefert, ist der Verlauf des $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Beitrages mit anschließender Streuung in der Kristallkugel mit der γ -Summenenergie glatt und zeigt keine diskreten Anteile.

Den CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitt erhält man durch Bestimmung des mit dem 3σ -Fehlern in Abbildung IV.20 verträglichen Resonanzsignals, das durch eine Gaussfunktion mit der entsprechenden experimentellen Halbwertsbreite beschrieben wird und anschließender Bestimmung der Fläche der Gaussfunktion in Einheiten von [beV] im CM-System mit Hilfe der im Kapitel IV.1.3 hergeleiteten Gleichungen 4.3 und 4.4, wobei für den totalen 3γ -Wirkungsquerschnitt $\sigma_{e^+e^- \rightarrow 3\gamma}(\omega_s)$ der mit der Monte-Carlo Integration erhaltene Wirkungsquerschnitt mit der empirisch angepaßten unteren Energieschwelle benutzt wurde (siehe theoretische Einführung, Abbildung II.4). Jetzt muß noch berücksichtigt werden, daß nach Abbildung IV.18a nur etwa 10% der Intensität in dem 3γ -Summenenergiespektrum von der Annihilation in 3 Photonen stammen, was durch die Division der nach Gleichung 4.4 erhaltenen maximalen CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte durch das in Abbildung IV.18a angegebene $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal zu Untergrundverhältnis $SNR(\omega_s)$ berücksichtigt wird. Abbildung IV.21a stellt die mit den experimentellen Daten auf dem 3σ -Niveau maximal verträglichen oberen Grenzen für Resonanzbeiträge mit einer Ladungsparität von $C = -1$ ($J = 1, 3, \dots$) für den invarianten Massenbereich von $\simeq 1.3$ MeV bis $\simeq 1.95$ MeV dar.

Unter der Annahme, daß der einzig weitere Zerfallskanal der Resonanz über den Prozeß $e^+e^- \rightarrow X_0 \rightarrow e^+e^-$ abläuft, d.h. $\Gamma = \Gamma_{\gamma\gamma\gamma} + \Gamma_{e^+e^-}$, kann die obere Grenze für den CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitt mit Hilfe der Breit-Wigner Formel durch :

$$\int \sigma_{res} \cdot dm_{inv} = \frac{(2J+1) \cdot \pi^2}{2 \cdot (m \cdot \beta \cdot \gamma)^2} \cdot \frac{\Gamma_{e^+e^-} \cdot \Gamma_{\gamma\gamma\gamma}}{\Gamma} \quad (J = 1, 3, 5, \dots) \quad (4.7)$$

in Werte für das Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten umgewandelt werden, die in

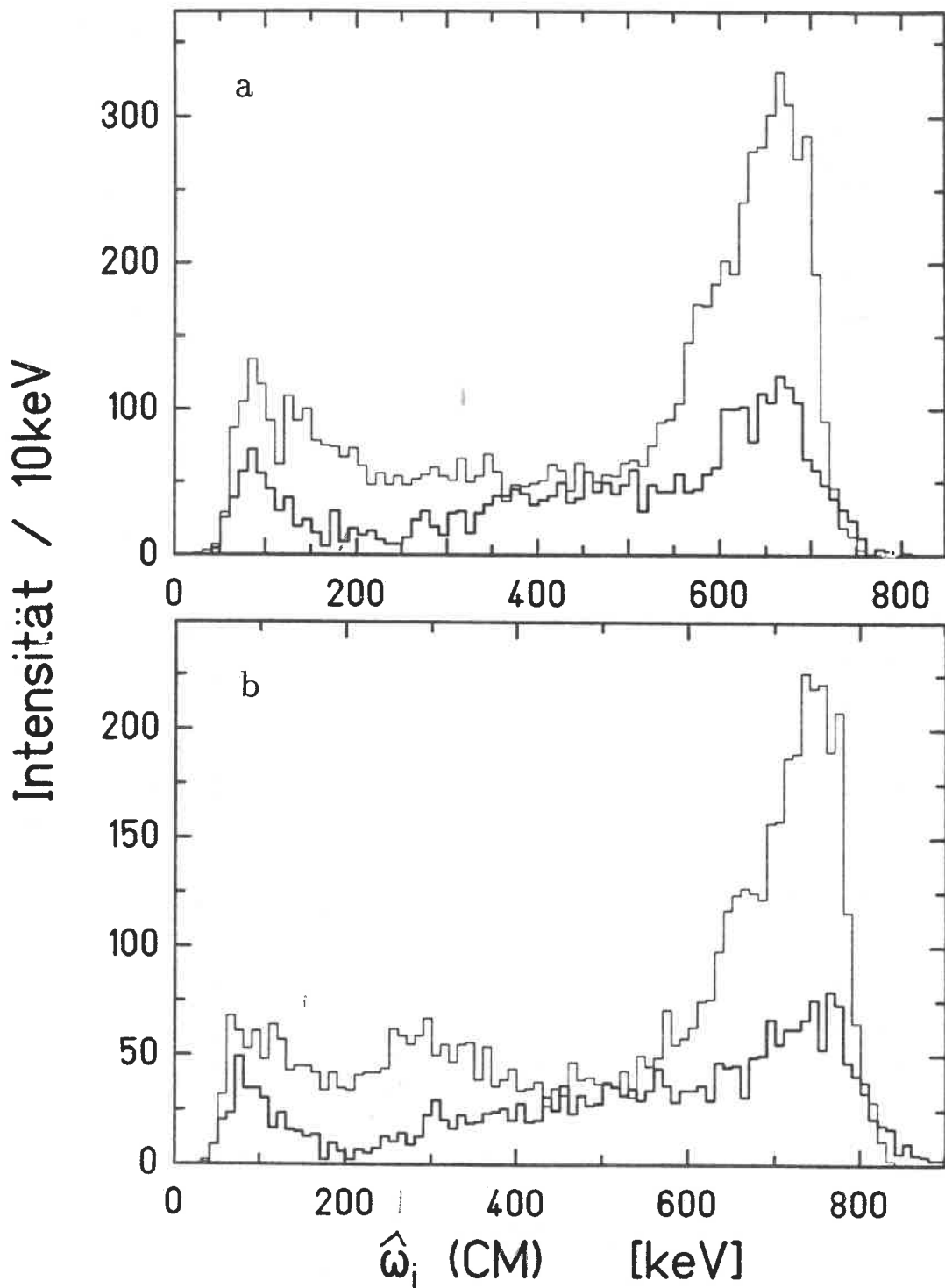


Abb. IV.19: Vergleich der CM-Einzelenergiespektren für die experimentellen und die simulierten Daten (dicke Linie) für $\omega_s = 2.0$ MeV (a) und $\omega_s = 2.5$ MeV (b); die simulierten Daten wurden auf die mit den experimentellen Daten maximal verträgliche Intensität normiert.

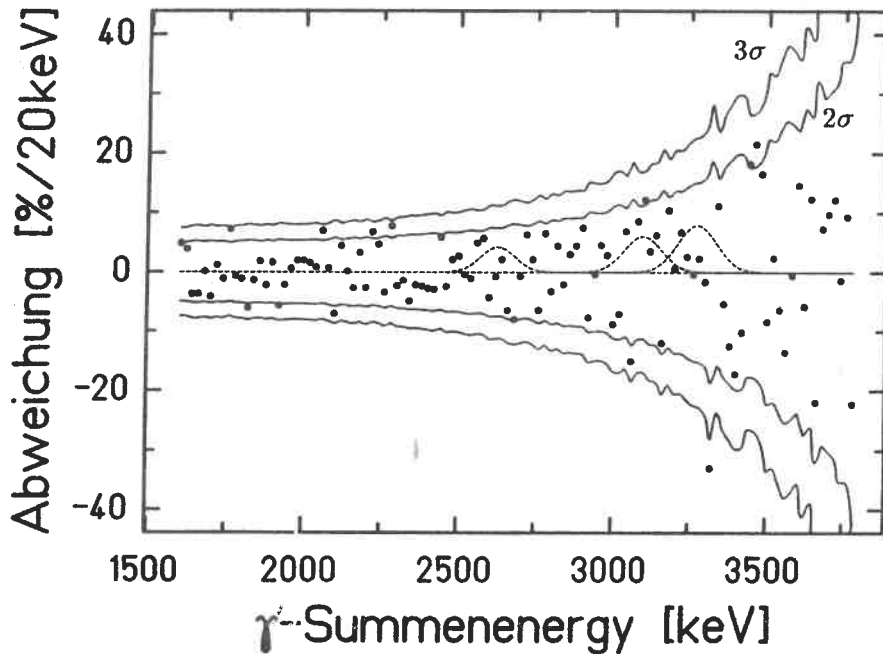


Abb. IV.20: Differenzspektrum zwischen dem in Abbildung IV.18b dargestellten Summenenergiespektrum und einander überlappenden Polynomen dritten Grades mit den experimentellen 2σ - und 3σ -Fehlern; die Gaussfunktionen entsprechen den mit diesem Experiment maximal verträglichen Resonanzbeiträgen bei den GSI Energien (620, 760 und 810 keV).

Abbildung IV.21b für vektorielle und axialvektorielle ($J = 1$) Resonanzen dargestellt ist.

Die Untersuchungen der 3-Photonen Annihilation im Fluge und die Suche nach Resonanzbeiträgen bei diesem Prozeß wurde in dieser Arbeit zum ersten Mal durchgeführt und die dabei erhaltenen Grenzen für Resonanzbeiträge liegen, trotz der Untergrundbeiträge, in der gleichen Größenordnung wie bei dem $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ Endkanal. Mit dieser Arbeit konnten zum ersten Male Beiträge von Resonanzen mit einer Ladungsparität von $C = -1$ ($J = \text{ungerade}$) untersucht werden, die im Falle der Bhabha-Streuung nicht getrennt aufgelöst werden können (siehe auch [SCH88]).

Eine mögliche Verbesserung des 3γ -Experimentes besteht in der Verringerung der Überschneidungswahrscheinlichkeit zwischen den Kristallkugeldetektoren. Dazu existiert ein Bleiwabengestell, welches in dem Innenraum der Kristallkugel montiert wird und das nur die im Zentrum der Kristallkugel emittierten γ -Quanten nicht abschirmt [MUS86]. Bei Streuprozessen von einem Detektor-Modul in weiter entfernte Module (ausgenommen diametrale

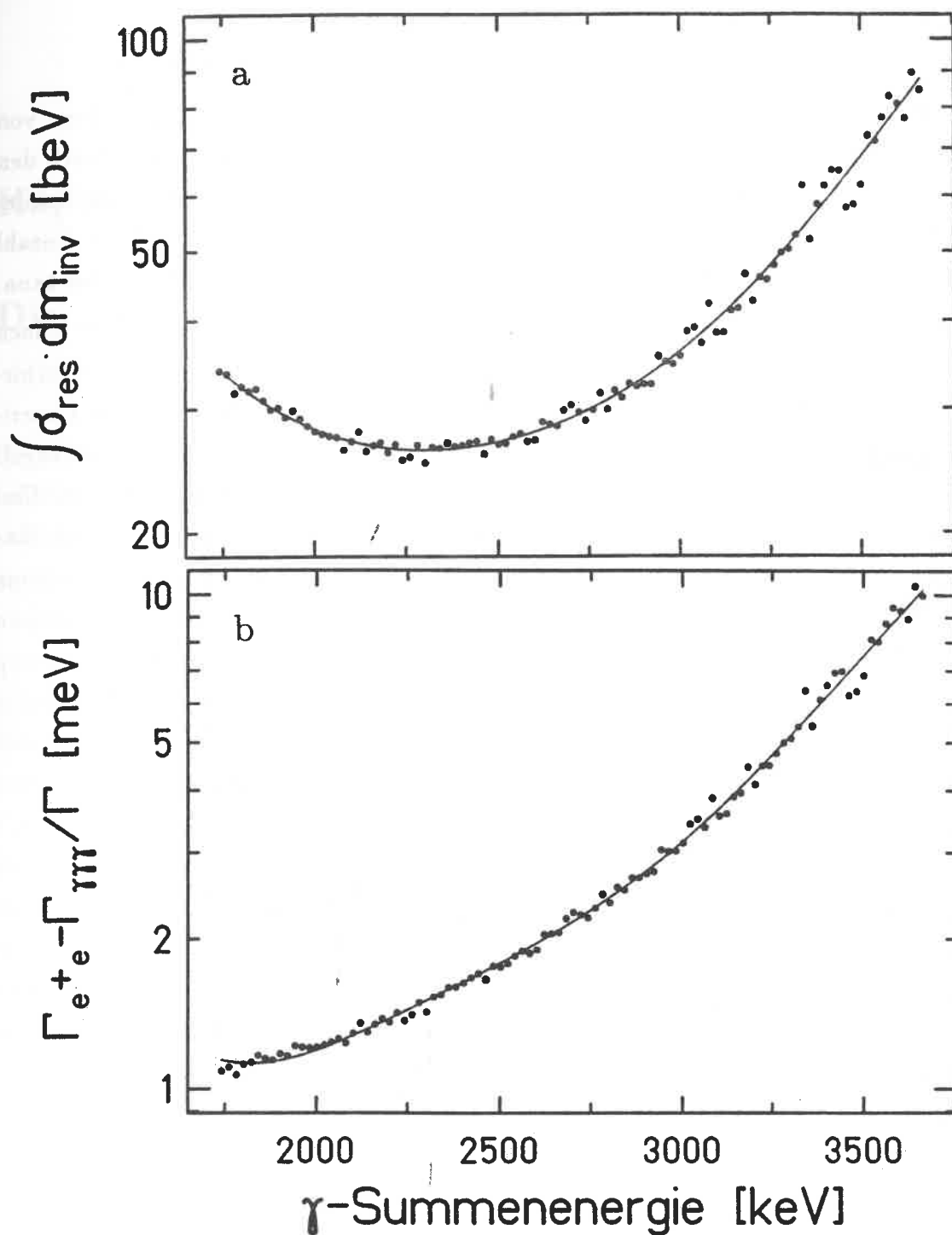


Abb. IV.21: (a) Mit den experimentellen Daten maximal verträglicher (3σ) CM-integrierter Resonanzwirkungsquerschnitt für den 3-Photonen Endkanal; (b) daraus resultierendes Verhältnis der partiellen Resonanz-Zerfallsbreiten für $J = 1$ ($\Gamma = \Gamma_{e^+e^-} + \Gamma_{\gamma\gamma\gamma}$).

Module) müssen die Streuquanten die Bleiabschirmung durchqueren und sind dann von den echten $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ Ereignissen deutlich zu unterscheiden ($\sum_{i=1}^3 \hat{k}_i \neq 0$). Durch den zusätzlichen Einsatz eines Hardware Modules lassen sich die Ereignisse erkennen, bei denen diametrale Detektoren und/oder Nachbardetektoren ansprechen, sodaß die Anzahl der echten $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Ereignisse bei der Datenaufnahme stark angereichert werden kann. Da die Photonen bei dem Abbremsprozeß der Positronen in dem aktiven Target jedoch nicht immer exakt im Zentrum der Kristallkugel emittiert werden und damit die Abschirmungsmaßnahmen nicht voll zum Zuge kommen, entschied man sich bei diesem Experiment für die Untersuchung mit möglichst wenig passivem Material in der Kristallkugel. Ein fortführendes Experiment zur Untersuchung der 3-Quanten Annihilation unter Einsatz aller möglichen Unterdrückungsmaßnahmen wird zur Zeit diskutiert. Auch der Einsatz des z.Z. in der Planung befindlichen Euro-Balls [GER89] würde bei der Untersuchung des 3γ -Endkanals durch die bessere Energieauflösung ($\sum_i \hat{k}_i = 0$ besser verifizierbar) zu einer Verbesserung des $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal zu Untergrundverhältnisses führen.

Kapitel V

Diskussion

Die in dieser Arbeit experimentell bestimmten maximalen Resonanz-Beiträge zur Annihilation im Fluge in 2 und 3 Photonen liefern obere Grenzen sowohl für Resonanzen mit geradzahligem Gesamtdrehimpuls als zum ersten Mal auch für Resonanzen mit ungeradzahligem Gesamtdrehimpuls, die z.Z. nur in Annihilationsexperimenten experimentell selektiv untersucht werden können. Die Maximalwerte für die CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte (siehe Abb. IV.12a und IV.21a) wurden modellunabhängig ermittelt und gelten sowohl für Punktteilchen als auch für ausgedehnte Systeme (die typische Längenskala bei der Annihilation ergibt sich durch: $l \simeq \Delta t \cdot c = \frac{\hbar c}{m_{inv}} \simeq \frac{197 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{2 \text{ MeV}} \simeq 100 \text{ fm}$ und dem Positroniumradius $r_B \simeq 0.5 \text{ \AA}$). Dabei liegen die oberen Grenzen für die CM-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte in der gleichen Größenordnung wie die durch die Niederenergie-Bhabhastreuung ermittelten (siehe auch Tabelle I.1). Sowohl die Niederenergie-Bhabhastreuung als auch die Positronen Annihilation im Fluge wurden erst im Rahmen der Interpretation der GSI-Linien ausführlich experimentell untersucht, wobei die (Lowest Order) QED-Voraussagen für die 2-Photonen Annihilation im Fluge in diesem Experiment erstmals auch Einzelenergie-differentiell bestätigt werden konnten. Zudem sind die in dieser Arbeit erhaltenen Resultate nicht nur für eine Interpretation der GSI-Linien interessant sondern liefern Zwangsbedingungen, die bei jeder neuen Theorie, die die Existenz leichter neutraler Teilchen oder ausgedehnter Systeme fordert, beachtet werden müssen.

Um den Vergleich mit den anderen Experimenten durchzuführen, kann man die Grenzen für die dimensionslose Kopplungskonstante $\alpha_{X_e} = \frac{g_{X_e}^2}{4\pi}$ der X -Teilchen an das Leptonenfeld aus den experimentellen Resultaten ermitteln. Die in diesem Experiment gewonnenen Resultate, insbesondere die in den Abbildungen IV.12a und IV.21a dargestellten (CM) Energie-integrierten Resonanzwirkungsquerschnitte, können aber jederzeit mit zukünfti-

gen Theorien auf analoge Weise in obere Grenzen für die theoretischen Modell-Parameter umgewandelt werden. Die folgenden Rechnungen gelten unter der Annahme, daß nur punktförmige $J=0$ -Resonanzen beitragen.

Die Zerfallsbreite einer Resonanz hängt über die folgende Beziehung mit der dimensionslosen Kopplungskonstante des X -Teilchens an das Leptonenfeld und der Masse der Resonanz zusammen [SCH88] :

$$\Gamma_{e^+e^-}^{s,p} = \alpha_{X_e}^{s,p} \cdot m \cdot G_{s,p}(\rho) , \quad (5.1)$$

wobei s die Kopplung an skalare, p die Kopplung an pseudoskalare Resonanzen und $\rho = \frac{m_X}{m}$ beschreibt. Die Funktionen $G_{s,p}(\rho)$ haben die folgende Gestalt :

$$G_s(\rho) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\rho^2 - 4)^{\frac{3}{2}}}{\rho^2} ,$$

$$G_p(\rho) = \frac{1}{2} \cdot (\rho^2 - 4)^{\frac{1}{2}} ,$$

die Herleitung findet man bei [SCH88].

Um Grenzen für die dimensionslosen Kopplungskonstanten $\alpha_{X_e}^{s,p}$ anzugeben, muß die partielle Zerfallsbreite der Resonanz $\Gamma_{e^+e^-}$ ermittelt werden. Wie im experimentellen Teil diskutiert, liefert dieses Experiment obere Grenzen für das Verhältnis $\frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{e^+e^-}}{\Gamma}$ der partiellen Zerfallsbreiten, welches in den Abbildungen IV.12b für $J = 0$ -Resonanzen als Funktion der γ -Summenenergie dargestellt ist. Abbildung V.1 zeigt die in diesem Experiment mit Hilfe des in Abbildung IV.12b angegebenen Wertes für $\frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{e^+e^-}}{\Gamma}(m_X(\omega_s))$ erhaltene Hyperbel $\Gamma_{\gamma\gamma}(\Gamma_{e^+e^-})$ und die aus den Bhabha-Streuexperimenten mit Hilfe der Relation $\frac{\Gamma_{e^+e^-} \cdot \Gamma_{e^+e^-}}{\Gamma}(m_X) = const.$ (1.9 meV bei $m_X = 1.832$ MeV [TSE88]) erhaltene Parabel [SCH88, TSE88] für eine Resonanzmasse von $m_X = 1.832$ MeV, wobei die Asymptoten der Hyperbel durch das in Abbildung IV.12b dargestellte Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten bei entsprechendem $m_X(\omega_s)$ gegeben sind. Der schraffierte Bereich stellt den nach den Experimenten erlaubten Bereich für die partiellen Zerfallsbreiten dar. Wie aus Abbildung V.1 ersichtlich, liefert die Kombination der Bhabhastreu- und Annihilationsexperimente als obere Grenze für die partielle e^+e^- -Zerfallsbreite einer $J = 0$ -Resonanz mit einer invarianten Masse von $m_{X'} = 1.832$ MeV : $\Gamma_{e^+e^-} \leq 12$ meV, woraus nach Gleichung 5.1 für die Kopplungskonstante $\alpha_{X_e}^{s,p}$ folgt :

$$\alpha_{X_e}^{s,p} \leq 2.3 \cdot 10^{-8} ,$$

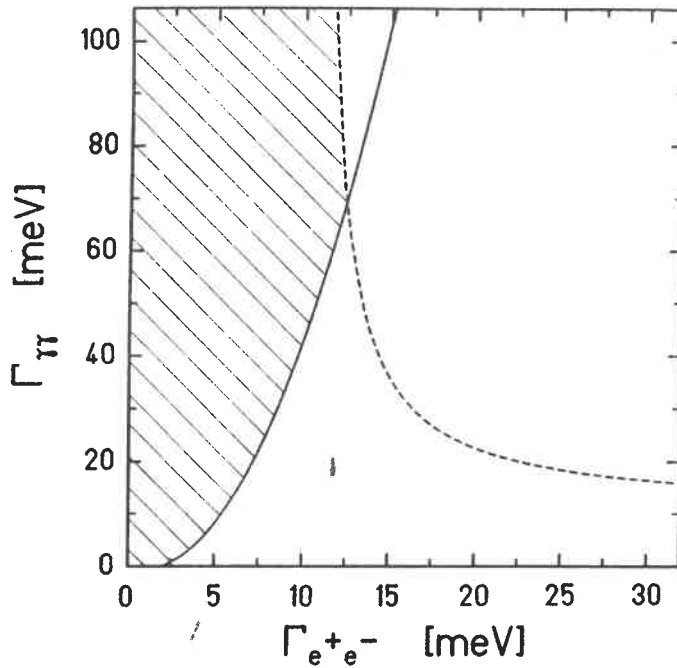


Abb. V.1: Erlaubter Bereich der intrinsischen Zerfallsbreiten Γ_{e+e-} und $\Gamma_{\gamma\gamma}$ für eine punktförmige ($J=0$) Resonanz mit $m_X=1.832$ MeV (schraffiert); die Asymptoten der Hyperbel entsprechen dem in Abb. IV.12b bei $m_X(\omega_s)$ dargestellten Wert für das Verhältnis der partiellen Zerfallsbreiten; die Parabel entspricht der Grenze, die durch die Bhabha-Streuung [TSE88] erhalten wird.

$$\alpha_{X_e}^p \leq 1.6 \cdot 10^{-8} .$$

Für $J = 1$ -Resonanzen sind ähnliche Abschätzungen für die Kopplungskonstante $\alpha_{X_e}^{s,p}$ möglich, die für $m_x = 1.832$ MeV in der gleichen Größenordnung wie die oben angegebenen Werte für $J = 0$ -Resonanzen liegen. Eine ausführliche Diskussion findet man in [SCH88].

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment für die QED-Prozesse liefert sehr enge obere Grenzen für mögliche Resonanzbeiträge, welche durch das Ersetzen der inneren Photonlinie in den QED-Feynman-Diagrammen durch einen X -Graphen mit den entsprechenden Quantenzahlen beschrieben werden. Als Beispiel zeigt Abbildung 5.2 das QED-Feynman-Diagramm für das anomale magnetische Moment der Leptonen (e, μ, τ) in niedrigster Ordnung der Störungsrechnung (a) sowie den entsprechenden Resonanzbeitrag (b), der durch Austausch eines virtuellen, punktförmigen X -Teilchens entsteht. Bei diesem Prozeß verbleiben als freie Parameter die Kopplungskonstante des X -Teilchens an das Lepton α_{X_e} sowie seine invariante Masse m_X . Nach korrekter Bestimmung der

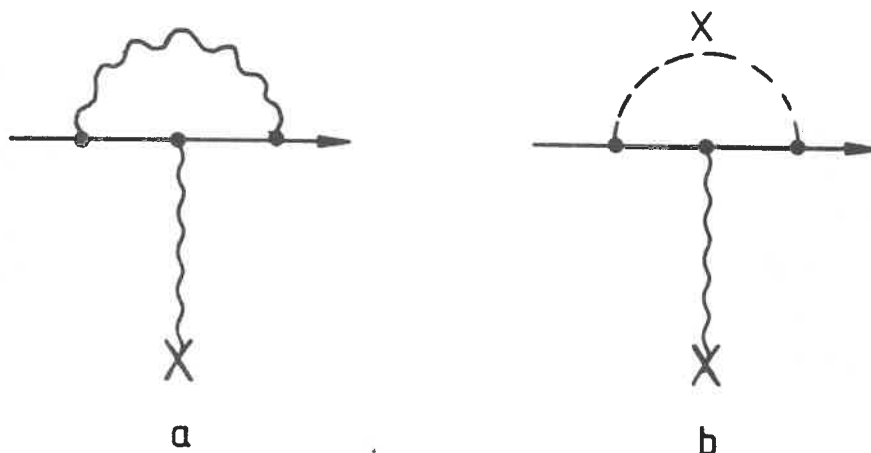


Abb. V.2: (a) Feynman Diagramm in niedrigster Ordnung für das anomale magnetische Moment der geladenen Leptonen; (b) Feynman Diagramm für den Korrekturbeitrag durch die Existenz möglicher X -Teilchen.

Feinstrukturkonstanten α aus verschiedenen Experimenten [YEN87] (wodurch die bis vor kurzem bestehende 2σ -Differenz zwischen Theorie und Experiment beseitigt wurde) liegen die Differenzen zwischen Theorie und Experiment für den Wert des anomalen magnetischen Moments des Elektrons bei $\Delta a_e = |(g-2)_{The.} - (g-2)_{Exp.}| \leq 10^{-10}$ [KIN84] und sind über :

$$\Delta a_e = \frac{\alpha_{X_e}}{2\pi} \cdot K_i \cdot \frac{m_X}{m}$$

mit der Kopplungskonstanten α_{X_e} des X -Teilches an die Leptonen sowie der X -Masse m_X verbunden, wobei die Funktionen K_i von der Art der Kopplung (skalare s , pseudoskalare p , vektoriell v und axialvektoriell a) abhängen [SCH89a].

Die sich aus den $(g-2)$ -Abweichungen für $m_X \simeq 1.7$ MeV ergebenden oberen Grenzen für die Kopplungskonstanten liegen bei : $\alpha_{X_e}^s < 3 \cdot 10^{-9}$, $\alpha_{X_e}^p < 4 \cdot 10^{-9}$, $\alpha_{X_e}^v < 10^{-8}$ und $\alpha_{X_e}^a < 2 \cdot 10^{-9}$ für die X -Elektronen- und bei $\alpha_{X_\mu}^s < 4 \cdot 10^{-8}$, $\alpha_{X_\mu}^p < 10^{-7}$, $\alpha_{X_\mu}^v < 7 \cdot 10^{-8}$ und $\alpha_{X_\mu}^a < 3 \cdot 10^{-9}$ für die X -Muon-Kopplungskonstante. Bei dem Vergleich mit dem anomalen magnetischen Moment muß jedoch die Einschränkung beachtet werden, daß sich bei der Existenz mehrerer Teilchen (wie im Falle der GSI-Linien) die verschiedenen Beiträge zum magnetischen Moment durch destruktive Interferenz auslöschen können. Außerdem ändern sich die Vorhersagen bei der Einführung eines Formfaktors so drastisch, daß die oben genannten Grenzen bedeutungslos werden.

Die maximal verträglichen Differenzen zwischen Experiment und Theorie für die Hyperfein Aufspaltung zwischen dem 1^3S_1 - und 1^1S_0 -Level sowie das Level-Spacing im Positronium

liefern absolute obere Grenzen von : $\alpha_{X_e}^p < 10^{-6}$, $\alpha_{X_e}^v < 10^{-6}$ und $\alpha_{X_e}^a < 7 \cdot 10^{-7}$ für die Kopplungskonstante α_{X_e} . Diese Aussagen sind auch für ausgedehnte X -Teilchen (kleiner als Positronium) gültig und werden nicht durch die Existenz mehrerer Teilchen beeinflusst [BOD78, RIT84, MIL75], wobei jedoch die Empfindlichkeit $\propto \frac{1}{m_X}$ im Vergleich zu den ($g-2$)-Experimenten abnimmt. Um Grenzen für die Kopplung an skalare X -Teilchen zu erhalten werden präzise Rechnungen und Messungen der $1S_1$ - und $2S_2$ -Energiedifferenzen des Positroniums benötigt. Damit befinden sich die bei diesem Experiment ermittelten oberen Grenzen für die Kopplungskonstante α_{X_e} in der gleichen Größenordnung wie die durch die QED-Experimente bestimmten Werte.

Die Untersuchungen zu Resonanzbeiträgen bei der nuklearen Paarkonversion [SCH87] und bei der Delbrückstreuung [KAH73] (Streuung von 'Licht' an 'Licht' [JAU76]) liefern Grenzen für die Kopplungskonstanten α_{X_γ} des X -Teilchens an das Photonenfeld. Die durch die Delbrückstreuung bestimmten Grenzen sind jedoch sehr empfindlich von der Ausdehnung des Objektes abhängig (typische Skala ist die Kernausdehnung von $\simeq 5$ fm) und gelten deshalb nur für Punktteilchen; ähnliche Einschränkungen gelten auch für die Lamb-Shift und die K_α -Energien und sollen deshalb hier nur erwähnt werden [REI86].

Die Existenz leichter skalarer Bosonen führt zu langreichweitigen Beiträge zum Nukleon-Nukleon Yukawa-Potential $V_{lang}(r) \propto e^{-\frac{m_X c}{\hbar} r}$. Die Nichtexistenz solcher Beiträge schränkt die X -Nukleon Kopplungskonstante auf Werte von $\alpha_{X_n}^s < 3 \cdot 10^{-10}$ für skalare Felder ein [BAR75, SCH89a] und liefert somit noch engere Grenzen als die QED-Experimente. Die Rechnungen für pseudoskalare und vektorielle Bosonen wurden bisher noch nicht durchgeführt.

Die im Rahmen des Standardmodells (Theorie für die starke, elektromagnetische und schwache Wechselwirkung) zur Beseitigung von P , CP und T verletzenden Phasen [VTH76] von Peccei und Quinn [PEC76, WEI78] eingeführten Axions, pseudoskalare Bosonen, ($J^{PC} = 0^{-+}$ - eine Kopplung an vektorielle und axialvektorielle Teilchen ist im Rahmen des Standardmodells nicht möglich, da damit neue Eichfelder eingeführt werden müssten, die eine neue Wechselwirkung bewirken) die sehr schwach an Nukleonen (schwache Produktion) und an Elektronen (Produktion und Zerfall) und damit auch an das Photonenfeld koppeln, wurden vielfach als möglicher Kandidat für die X -Teilchen vorgeschlagen [KIM87]. Diese Aussage erscheint besonders interessant, da die experimentellen Überprüfungen des Standardmodells im Bereich niedriger Energien bislang

noch unvollständig sind; es kann jedoch gezeigt werden, daß Standard-Axions als mögliche Kandidaten für die X -Teilchen aufgrund der mangelnden Übereinstimmung mit den Experimenten nicht in Frage kommen (insbesondere durch den großen Produktionswirkungsquerschnitt von $\simeq 100\mu b$) [SCH89a]. Es wurden verschiedene weitere modifizierte Axion-Modelle vorgeschlagen [PEC86, KRA86, KRA88], die jedoch auch an den großen Produktionswirkungsquerschnitten ($\simeq 100\mu B$) für die GSI-Linien scheitern. Auch für diese Untersuchungen gilt, daß die Forderung nach ausgedehnten Axions, wobei das Standardmodell nur als effektive Beschreibung verstanden wird, die Existenz von neuen leichten 'Teilchen' ermöglicht. Einen umfassenden Überblick über die Axion-Diskussion findet man bei [KIM87].

Es zeigt sich, daß es die wichtigste Frage bei einem Vergleich zwischen den Theorien und den verschiedenen Experimenten ist, ob es sich bei den X -Teilchen um Punktteilchen oder um ausgedehnte Systeme handelt.

Die Bhabha-Streuung hat wie die Annihilation im Fluge den Vorteil, insensitive auf Formfaktoren und den Beitrag verschiedener Teilchen zu sein, wobei das Resonanzsignal aus dem um viele Größenordnungen stärkeren QED-Signal präpariert werden muß. Jedoch ist die Art der Kopplung ($J = 0/1$) bei den Bhabha-Streuexperimenten z.Z. experimentell noch nicht zu ermitteln, wie durch die Selektion der Zahl der Photonen im Endkanal in diesem Experiment; durch Bestimmung der Polarisation der Fermionen läßt sich durch Streuwinkel-differentielle Messungen die Art der Resonanz jedoch im Prinzip bestimmen [SCH88]. Vergleicht man die Positronen-Emissionswinkel-differentiellen Wirkungsquerschnitte für die QED-Bhabha-Streuung und die verschiedenen Resonanzbeiträge, so kann man bei Beobachtung unter großen Streuwinkeln ($> 40^\circ$) das (Resonanz) Signal zu (QED) Untergrund Verhältnis im Gegensatz zum (2-) Photonen Endkanal, dessen Signal zu Untergrund Verhältnis nur schwach vom CM-Emissionswinkel abhängt (siehe auch Abb.II.2), um viele Größenordnungen verbessern [SCH88]. Es muß betont werden, daß Bhabha-Streuexperimente nur bei extrem guter Energieauflösung empfindlich auf Resonanzbeiträge sind. Deshalb muß die Masse des gesuchten Teilchens sehr genau bekannt sein um nicht unnötig große Massenbereiche mit der Genauigkeit der experimentellen Energieauflösung abzutasten.

Die vielleicht generellsten Experimente zum Nachweis hypothetischer Resonanzen sind die Beam-Dump Experimente [KON86, RIO87, BRO86, DAV86, BEC79], bei welchen ein

hochenergetischer Elektronen- bzw. Protonen-Strahl ($45\text{MeV}(e^-) - 800\text{GeV}(p)$) in einem Beam-Dump mit hoher Kernladungszahl (starke Kopplung an das Kernfeld) gestoppt wird. Dabei können leichte, schwach wechselwirkende X -Teilchen in der Abbremskaskade z.B. durch Elektron-Bremsstrahlung : $e + Z \rightarrow e + Z + X$ produziert werden und in den hinter dem Beam-Dump platzierten Detektoren nachgewiesen werden. Bei diesen Experimenten erhält man zwei Grenzen für die Kopplungskonstanten, die sich aus den Randbedingungen ergeben, daß die Resonanzen ($|v_X| \simeq c$) zum einen den Beam-Dump verlassen müssen und zum anderen im Bereich der Detektoren eine meßbare Zerfallswahrscheinlichkeit in e^+e^- -Paare besitzen müssen. Durch diese Experimente kann ausgeschlossen werden, daß die Kopplungskonstante α_X im Bereich von $\simeq 10^{-7}$ bis $\simeq 10^{-14}$ liegt. Die wichtigste Aussage ist jedoch, daß das X -Teilchen ein **ausgedehntes Objekt** (Radius $\geq 100\text{fm}$) sein muß um die Bremsstrahlungsproduktion zu verhindern und mit den experimentellen Beobachtungen im Einklang zu stehen (oder daß es 'nur' an Photonen koppelt, nach denen in den Beam-Dump Experimenten nicht gesucht wurde).

Scheint die Existenz von leichten neutralen 'elementaren' Punktteilchen noch möglich, so ist es jedoch fast ausgeschlossen, daß leichte neutrale Systeme von $\simeq 100\text{fm}$ Ausdehnung sich bisher der Beobachtung entzogen haben. Nicht zuletzt durch dieses Experiment kann die Existenz leichter neutraler 'Teilchen' mit sehr hoher Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden.

Auch für zukünftige Theorien, die die Existenz leichter neutraler 'Teilchen' vorhersagen, liefern derartige Experimente immer wieder die Prüfsteine, an denen sich die Theorien zu messen haben. Nicht zuletzt deshalb haben diese Experimente eine so grundlegende Bedeutung.

Falls die Produktion der X -Teilchen nicht von den extremen elektromagnetischen und nuklearen Feldern bei den Schwerionenkollisionen abhängt, steht somit im Falle der GSI-Linien mit sehr großer Wahrscheinlichkeit fest, daß es sich bei den beobachteten koinzidenten e^+e^- -Summenenergielinien nicht um den Zerfall leichter neutraler 'Teilchen' im CM-System handeln kann, worauf auch in den letzten GSI-Experimenten, die schwach auf den CM-Emissionswinkel zwischen Elektron und Positron sensitiv waren, hingewiesen wird [SCH89]. Eine Fortführung der GSI-Experimente, bei denen man sensitiv auf die CM-Relativwinkelkorrelation der Leptonen ist und bei der man eine 5-fache Verbesserung der Statistik erwartet, ist für die nächste Zeit geplant [SCH89c].

V.1 Ausblick

Die Möglichkeiten bei der Untersuchung des 2-Photonen Endkanals sind mit diesem Experiment weitgehend ausgeschöpft worden. Der Einsatz eines hochauflösenden γ -Spektrometers, wie dem in Planung befindlichen Euro-Ball (4π -Germanium-Array, bestehend aus etwa 500 Germanium-Einzeldetektoren) führt wegen des Effizienzverlustes im Vergleich zur Kristallkugel kaum zu Verbesserungen, zumal die Selektionsmöglichkeiten des 2-Photonen Endkanals mit Hilfe der kinematischen Relation bei diesem Experiment nahezu optimal ausgenutzt werden konnten. Bedingt durch die Verbreiterung der im CM-System scharfen Resonanzlinie durch die Benutzung eines Festkörpertargets, führt auch die sehr viel bessere Energieauflösung der Germanium-Detektoren nicht zu signifikanten Verbesserungen. Nur durch die Verlängerung der Meßdauer und Verbesserung der Statistik können die in dieser Arbeit für den 2-Photonen Endkanal angegebenen Resultate noch verbessert werden. Dies erscheint jedoch nach den gegenwärtigen experimentellen Ergebnissen nicht als notwendig.

Im Falle des 3-Photonen Endkanals könnte der Einsatz des vorhandenen Bleiwabengestells, welches das Übersprechen zwischen nicht-diametralen und nicht-benachbarten Kristallkugelmodulen verhindert, zusammen mit der vorhandenen Elektronik, die das Ansprechen diametraler und benachbarter Detektormodule bei der Datenaufnahme erkennt, zu einer Anreicherung des $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signals zu Untergrundverhältnisses auf etwa 1:1 führen und erscheint somit lohnenswert. Eine Fortführung des Experiments in dieser Richtung wird zur Zeit diskutiert.

Der Einsatz des Euro-Balls ist für den 3-Photonen Endkanal jedoch nahezu ideal geeignet, da damit die Selektion des 3γ -Endkanals und die Unterdrückung der Untergründereignisse aufgrund der sehr guten Energieauflösung optimal durchgeführt werden kann. Auch diese Möglichkeit wird zur Zeit diskutiert.

Literaturverzeichnis

- [AKH65] A.I. Akhiezer, V.B. Berestetskii, Quantum Elektrodynamics
Interscience Publishers, New York (1965)
- [BAR75] R. Barbieri et. al., Phys. Lett. 57B (1975), 246
- [BEC79] D.J. Bechis et. al., Phys. Lett. 42 (1979), 1511
- [BER88] E. Berdermann et. al., GSI scientific report (1988)
- [BET34] H.A. Bethe, Proc. Roy. Soc. A150 (1934), 129
- [BET53] H.A. Bethe, Phys. Rev. 89 (1953), 1256
- [BER64] M.J. Berger, S.M. Seltzer, NASA-SP-3012 (1964)
- [BOD78] G.T. Bodwin et. al., Phys. Rep. 43 (1978), 267
- [BOK89] H. Bokemeyer, Habilitation Universität Frankfurt (1989)
- [BRO86] C.N. Brown et. al., Phys. Rev. Lett. 47 (1986), 2101
- [BRU87] R. Brun et. al., GEANT3 Manual (1987),
Bitnet Adresse : CERNLIB@CERNVM
- [BYC72] E. Byckling, K. Kajantie, Particle Kinematics,
John Wiley and Sons (1972)
- [CHE80] C.W. Cheng et. al., Can. Jou. Phys. 58 (1980), 697
- [CLE84] M. Clemente et. al., Phys. Rev. Lett 137B (1984), 41
- [CON88] S.H. Connell et. al., Phys. Rev. Lett. 60 (1989), 373

- [COO85] M.J. Cooper, Rep. Prog. Phys. 48 (1985), 415
- [COW86] T. Cowan et. al., Phys. Rev. Lett. 56 (1986), 444
- [COW88] T. Cowan, Dissertation Yale (1988)
- [DAN87] K. Danzmann et. al., Phys. Rev. Lett. 59 (1987), 1885
- [DAV86] M. Davier et. al., Phys. Lett. 180B (1986), 295
- [DOV82] R. Dovesi et. al., Phys. Rev. B25 (1982), 3731
- [DOV83] R. Dovesi et. al., Z. Phys. B51 (1983), 195
- [DOV82] R. Dovesi et. al., Phys. Rev. B25 (1982), 3731
- [END87] G. Enders, Diplomarbeit Universität Heidelberg (1987)
- [GER89] J. Gerl, private Mitteilung (1989)
- [GRE84] W. Greiner et. al., QED of Strong Fields,
Springer Verlag Berlin (1984)
- [GRE87] W. Greiner (edt.), Physics of strong fields,
NATO ASI Series B153, New York Plenum Press (1987)
- [HEY83] H.W. Heyng, Diplomarbeit Universität Heidelberg (1983)
- [HEY87] H.W. Heyng, Dissertation Universität Heidelberg (1983)
- [HOL88] P. Holm, Phys. Rev. A37 (1988), 3706
- [JAU76] J.M. Jauch, F. Rohrlich, Theory of Photons and Electrons,
Springer Verlag (1976)
- [KAH73] S. Kahana et. al., Phys. Lett. 47B (1973), 351
- [KIM87] J.E. Kim, Phys. Rep. 150 (1987), 1
- [KIN84] T. Kinoshita et. al., Phys. Rev. Lett. 52 (1984), 717 und
New Developments in QED, Atomic Physics 9 (Singapore World Science)

- [KLI88] J. v. Klinken et. al., Phys. Lett. 205 (1988), 223
- [KOE87] W. Koenig et. al., Z. Phys. A 328 (1987), 129
- [KON66] E.J. Konopinski, Theory of Beta Radioactivity, Oxford Clarendon Press (1966)
- [KON86] A. Konaka et. al., Phys. Rev. Lett. 57 (1986), 659
- [KRA86] L.M. Krauss et. al., Phys. Lett. 173B (1986), 189
- [KRA88] L.M. Krauss et. al., Phys. Lett. 202B (1988), 560
- [LAN44] L.D. Landau, J. Phys. (USSR) 8 (1944), 201
- [LAN86] L.D. Landau, E. Lifschitz, QED (Band IV), Akademie-Verlag Berlin (1986)
- [LED78] C.M. Lederer et. al., Table of Isotopes, John Wiley and Sons, New York (1978)
- [LOR88] E. Lorenz et. al., submitted to Phys. Lett B (1988)
- [MAI87] K. Maier et. al., Z. Phys. A326 (1987), 527
- [MAI88] K. Maier et. al., Z. Phys. A330 (1988), 173
- [MAN52] F. Mandl, T.H.R. Skyrme, Proc. Roy. Soc. A215 (1952), 497
- [MIN89] M. Minowa et. al., Phys. Rev. Lett 62 (1989), 1091
- [MIL75] A.P. Mills et. al., Phys. Rev. Lett. 34 (1975), 246
- [MIL87] A.P. Mills et. al., Phys. Rev. D36 (1987), 707
- [MUS86] M. Music, Dissertation Universität Heidelberg (1986)
- [NAC89] O. Nachtmann, private Mitteilung
- [ORE49] A. Ore, J.L. Powell, Phys. Rev. 75 (1949), 1696
- [PEC77] R.D. Peccei, H.R. Quinn, Phys. Rev. Lett. 38 (1977), 1440 und Phys. Rev. D 16 (1977), 1791

- [PEC86] R.D. Peccei, Phys. Lett. 172B (1986), 435
- [PEK87] Peckhaus et. al., Phys. Rev. C 36 (1987), 83
- [PEL82] D. Pelte, D. Schwalm, Heavy Ion Collisions, North Holland (1982)
- [PRE86] W.H. Press et. al., Numerical Recipes, Cambridge University Press (1986)
- [REI81] J. Reinhardt et. al., Z. Phys. A303 (1981), 173
- [REI86] J. Reinhardt et. al., Phys. Rev. C33 (1986), 194
- [REI87] J. Reinhardt et. al., Z. Phys. A327 (1987), 367
- [REI88] J. Reinhardt, G. Soff, private Mitteilung
- [RIO87] E.M. Riordan et. al., Phys. Rev. Lett. 47 (1987), 2101
- [RIT84] M.W. Ritter et. al., Phys. Rev. 30 (1984), 1331
- [SCH86] A. Schäfer et. al., Z. Phys. A 324 (1986), 243
- [SCH87] A. Schäfer et. al., Mod. Phys. Lett. A2 (1987), 159
- [SCH88] A. Scherdin, Diplomarbeit Universität Frankfurt (1988)
- [SCH89] D. Schwalm, Talk presented at Moriond conference Jan. 89
- [SCH89a] A. Schäfer, Jou. Phys. G 15 (1989), 373
- [SCH89b] A. Scherdin, private Mitteilung (1989)
- [SCH89c] D. Schwalm, private Mitteilung (1989)
- [TSE85] H. Tsertsos et. al., Phys. Lett 162B (1985), 273
- [TSE88] H. Tsertsos et. al., Phys. Lett 207B (1988), 273 und Z. Phys. A331 (1988), 103
- [VTH76] G. 't Hooft, Phys. Rev. Lett. 37 (1976), 8 und Phys. Rev. D 14 (1976), 3432

- [WAH85] W. Wahl, Dissertation Universität Heidelberg (1985)
- [WEI70] R.J. Weiss, J. Chem. Phys. 52 (1970), 2237
- [WEI78] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 40 (1978), 223
- [YEN87] D.R. Yennie, Rev. Mod. Phys. 59 (1987), 781

Abbildungsverzeichnis

II.1	Feynman Diagramm für $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$	11
II.2	Darstellung der Kinematik im CM-System	12
II.3	2γ -Annihilationswahrscheinlichkeiten	14
II.4	Feynman Diagramm für $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$	15
II.5	Totaler Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow n\gamma$	17
II.6	Einzelenergieverteilung für $e^+e^- \rightarrow 3\gamma$	18
III.1	Schematischer experimenteller Aufbau	20
III.2	Termschema der Positronenquellen	21
III.3	Schematischer Elektronik-Schaltplan	24
III.4	Eichspektren der Kristallkugel	28
III.5	Effizienzen der Kristallkugel	29
III.6	Energiespektrum des Plastikszintillators	30
IV.1	$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ Einzelenergie-Relativwinkel-Matrix	32
IV.2	Selektion des 2-Photonen Endkanals	34
IV.3	Einzelenergie-Relativwinkel Matrix	35
IV.4	^{27}Si $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Summenenergiespektrum	36
IV.5	^{22}Na $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Summenenergiespektrum	37
IV.6	Experimentelle Ermittlung von $\sigma_{2\gamma}$	39
IV.7	Totaler Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow 2\gamma$	41
IV.8	$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Einzelenergieverteilungen	42
IV.9	$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Einzelenergieverteilungen	45

IV.10	$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Differenzspektrum	47
IV.11	Einfluß der Elektronenbindung	50
IV.12	$e^+e^- \rightarrow 2\gamma$ -Resultate	53
IV.13	$N_\gamma = 3$ Zeit ODER-Spektrum	56
IV.14	Experimentelle $N_\gamma = 2$ -Multiplizitätsverteilung	57
IV.15	$e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Summenenergiespektrum	59
IV.16	Einfluß der Analysebedingungen	61
IV.17	^{27}Si Positronen Bremsspektrum	63
IV.18	$e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Signal zu, Untergrund Verhältnis	64
IV.19	Vergleich der CM-Einzelenergiespektren	67
IV.20	$e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Differenzspektrum	68
IV.21	$e^+e^- \rightarrow 3\gamma$ -Resultate	69
V.1	Erlaubter Bereich der intrinsischen Zerfallsbreiten	73
V.2	Feynman Diagramme für das anomale magnetische Moment	74

Tabellenverzeichnis

I.1	Zusammenfassung der bisherigen Resonanzexperimente	6
III.1	Energien der zur Eichung verwendeten γ -Linien	26
IV.1	Daten der Filpolynome	48
IV.2	Einfluß der Analysebedingungen auf die Monte-Carlo Daten	65

Danksagung

Ich bedanke mich bei den Direktoren des Max-Planck-Institutes für Kernphysik für die Möglichkeit, meine Doktorarbeit an diesem Institut durchzuführen.

Ein ganz besonderer Dank gilt meinem Betreuer Professor Dr. Dirk Schwalm, von dem ich sehr vieles lernen durfte, für seine Unterstützung während der Anfertigung dieser Arbeit.

Für die aufmunternden Worte sowie die qualifizierten Hilfestellungen danke ich Dr. Jürgen Gerl sowie der gesamten Kristallkugelgruppe, mit der ich viele schöne Jahre verbringen konnte; Herrn Prof. Dr. Dieter Habs danke ich für viele kritische und hilfreiche Kommentare.

Herrn Peter Thierolf danke ich für seine Hilfestellung bei dem ^{22}Na -Experiment und für seine stete Bereitschaft, seinen Kollegen mit Rat und Tat beiseite zu stehen.

Frau Helga Krieger danke ich für die kompromisslose Hilfe bei der Erledigung vieler, während der Dauer einer Doktorarbeit anfallender Probleme.

Ein ganz besonderer Dank gilt den Werkstätten des physikalischen Institutes der Universität Heidelberg sowie des Max-Planck Institutes, die mich bei den experimentellen Aufbauten mit ganzer Kraft unterstützten.

Der größte Dank jedoch gebührt meinen Eltern, die mir ein sorgenfreies Studium ermöglichten und die stets ein offenes Ohr und aufmunternde Worte fanden. Ihnen ist diese Arbeit gewidmet.

Lebenslauf

Name:	Jürgen Kramp
geboren:	10. Februar 1961 in Ludwigshafen/Rhein
Familienstand:	ledig
Staatsangehörigkeit:	deutsch
Sept. 1967 – Juli 1970	Grundschule "Ernst Reuther" in Ludwigshafen
Sept. 1970 – Dez. 1978	Besuch des Humanistischen Gynasiums "Albertus Magnus" in Viernheim
5. Dez. 1978	Erwerb der allgemeinen Hochschulreife
Febr. 1979 – Mai 1980	Ableistung des Grundwehrdienstes in Idar Oberstein
SS 1981	Beginn des Physik-Studiums an der Universität Heidelberg
14. April 1983	Diplom-Vorprüfung in Physik
12. Dez. 1985	Diplom-Hauptprüfung in Physik
Dez. 1985	Beginn der Dissertation am Max-Planck-Institut für Kernphysik in Heidelberg